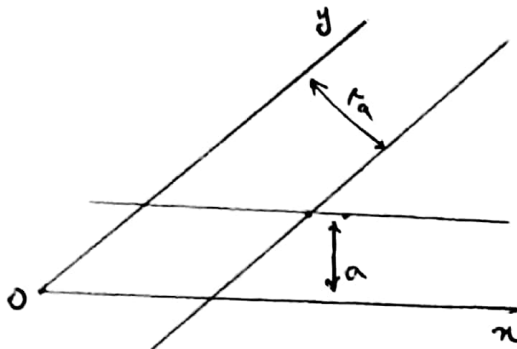


سوال ۲۵ : گزینه ۴

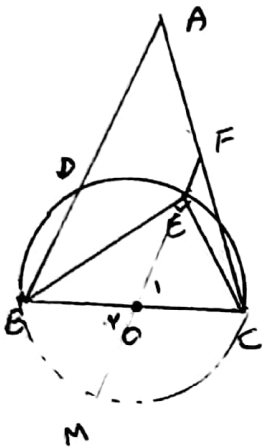


کانفی است ابتدا خطی به موازات Ox به فاصله a رسم کنیم.

و پس خطی به موازات Oy با فاصله $2a$ از آن رسم کنیم.

محل تقاطع این دو خط یکی از جوابهای مسئله است. (برای پیدا کردن نقاط دیگر مقادیر مختلف بجای a قرار می دهیم).

سوال ۲۶ : گزینه ۲



مثلث BEC قائم الزامی است چون E در برده قطر است. EO عمود دارد

بر وتر نصف وتر است. اگر OE را ادامه دهیم O_1 و O_2 متقابل بر راس هستند

و برابرند پس $EC = BM$, $DE = EC$ فرض پس $DE = BM$ پس OE موازی BD

در مثلث ABC از وسط BC یعنی O به موازات BA رسم کرده ایم پس AC نصف می کند و چون

F وسط AC است پس OE , EF روی یک خط قرار دارند.

$$① \Rightarrow OE = OC = BO = 4,5 , EF = 2 \Rightarrow OF = 6,5$$

$$\triangle ABC : \text{تانس} \Rightarrow \frac{OE}{BC} = \frac{OF}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{6,5}{AB} \Rightarrow AB = 13$$

سوال ۲۷ : گزینه ۴

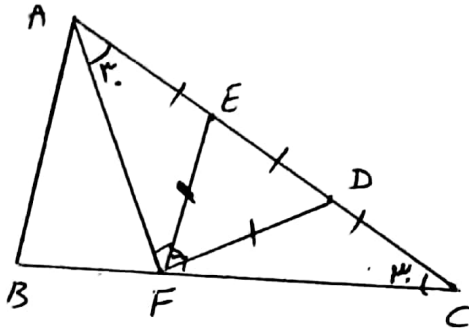
در هر وجه ۴ مربع وسط هستند که نقاط یک وجه آنها رنگ شده است.

$$4 \times 4 = 16$$

در مکعب ۱۶ وجه دارد.

①

سوال ۲۸ : گزینه ۳



$EF = FD = ED$ سمت دی الاضلاع پس

و طبق فرض $AE = ED = DC$ پس هم این باره خطها

بهم برابرند. (در مثلث AFC و EFC مانند دارد یک ضلع نصف آن ضلع است پس قائم الزامی هستند)

و در مثلث قائم الزامی الزامی C و A نصف و برابر است پس این الزامی ها ۳۰ درجه هستند پس $AF = FC$ این دو ضلع در برابر

طبق فرض $\frac{AF}{BC} = \frac{2}{3}$ و $\frac{FC}{BC} = \frac{2}{3}$ می دانیم $\frac{FC}{AC} = \frac{2}{3}$ و EF و AB موازی است

$$\frac{EF}{AB} = \frac{FC}{BC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{EF}{2\sqrt{3}} = \frac{2}{3} \Rightarrow EF = 2\sqrt{3} \Rightarrow EC = 4\sqrt{3}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{FC}{EC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow FC = 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6$$

سوال ۲۹ : گزینه ۱



$$P = \sqrt{4\pi} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{4\pi}}{2}$$

$$S_{\text{مربع}} = 3 \Rightarrow S - \pi r^2 = 3$$

$$S_{\text{مربع}} = r \cdot P \Rightarrow S = r \cdot \frac{\sqrt{4\pi}}{2}$$

$$\Rightarrow r = \frac{2S}{\sqrt{4\pi}} \quad (1)$$

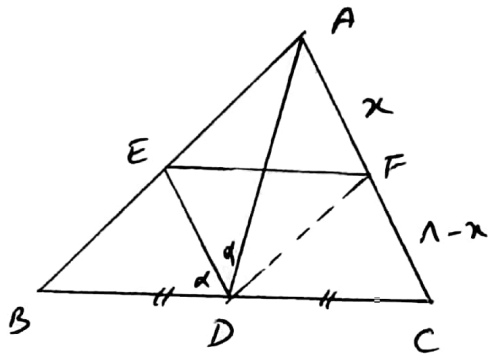
$$\Rightarrow S - \pi \left(\frac{4S^2}{4\pi} \right) = 3$$

$$\Rightarrow S - \frac{S^2}{12} = 3 \Rightarrow S^2 - 12S + 36 = 0$$

$$\Rightarrow (S - 6)^2 = 0 \Rightarrow S = 6$$

(۲)

سوال ۳۰: نرینہ ۴



$$BC=14 \Rightarrow BD=DC=7$$

$$EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$$

$$\triangle ABD : DE \Rightarrow \frac{AE}{EB} = \frac{AD}{BD}$$

$$\frac{AF}{FC} = \frac{AD}{BD}$$

$$\frac{AF}{FC} = \frac{AD}{DC}$$

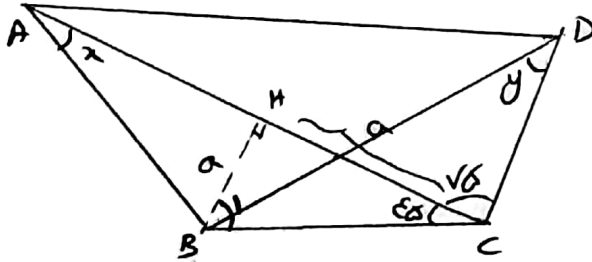
سے DF نیز از طریق ADC است.

$$\Rightarrow \frac{x}{1-x} = \frac{7}{7} \Rightarrow 7x = 7 - 7x \Rightarrow 14x = 7 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 1-x = \frac{1}{2}$$

$$DF^2 = AD \cdot DC - AF \cdot FC = 12 \cdot 7 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 84 - \frac{1}{4} = \frac{335}{4}$$

$$\Rightarrow DF = \frac{\sqrt{335}}{2}$$



سوال ۳۱: نرینہ ۳

استوار B بر AC عمود می کشیم. چون $\hat{C} = 45^\circ$ پس $\hat{B}_1 = 45^\circ$

$$BC = \sqrt{2}a \text{ پس } BH = HC = a$$

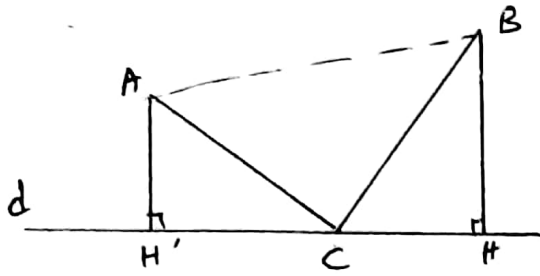
$$\text{قضیه سینوس ها} : \frac{\sin C}{BD} = \frac{\sin D}{BC} \Rightarrow \frac{\sin 120^\circ}{BD} = \frac{\sin y}{\sqrt{2}a} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{BD} = \frac{\sin y}{\sqrt{2}a}$$

$$\Rightarrow \sin y = \frac{\sqrt{4}a}{2BD} \xrightarrow{\sin y = \cos x} \cos x = \frac{\sqrt{4}a}{2BD}$$

$$\triangle ABH : \sin x = \frac{a}{AB} \xrightarrow{\text{طبق فرض : } AB=BD} \sin x = \frac{a}{BD}$$

$$\Rightarrow \tan x = \frac{\frac{a}{BD}}{\frac{\sqrt{4}a}{2BD}} = \frac{a}{BD} \cdot \frac{2BD}{\sqrt{4}a} = \frac{2}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{4}}{2}$$

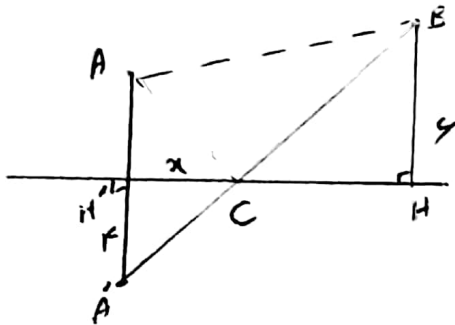
$$\Rightarrow \tan x = \frac{2}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{4}}{2}$$



طبق قضیه هرون برای اینکه خطی ABC کمترین

باشد، با توجه به ثابت بودن اندازه AB باید

C طوری تعیین شود که $AC+BC$ کمترین باشد.



پس ابتدا با زتاب A راست به E بکشیم (A')

پس A' را به B وصل می کنیم. با استفاده از زاویه

مثلثهای $A'H'C$ و BCH مقدار CH را بدست می آوریم.

مقدار HH' از مساحت ذوزنقه قائم الزامیه $ABHH'$ بدست می آید.

$$S_{ABHH'} = \frac{(AH' + BH) HH'}{2} = \frac{(4 + 6) HH'}{2} = 5\sqrt{3} \Rightarrow HH' = 10\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow CH = 10\sqrt{3} - x$$

$$\text{توجه: } \frac{AH'}{BH} = \frac{CH'}{CH} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{x}{10\sqrt{3} - x} \Rightarrow 4\sqrt{3} - 4x = 6x \Rightarrow 10x = 4\sqrt{3} \Rightarrow x = 4\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 10x = 4\sqrt{3} \Rightarrow x = 4\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow CH = 10\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

آیدی تلگرام : @yousefzadeh