

۱- کدام یک از دنباله‌های اعداد حقیقی زیر، همواره تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهد؟

- (۱) $a, a^2, a^3, \dots$ (۲) $a, 1, \frac{1}{a}, \dots$ ✓ (۳) $a^2, a, 1, \dots$ (۴) $1, a, a^2, \dots$

۲- مقدار عبارت $\frac{24x^2 + 36x^2 + 18x + 3}{(4x^2 + 4x + 1)^2}$ به ازای ریشه مثبت معادله $x^2 + x = 1$ کدام است؟

۰٫۶√۵ (۴ ✓)

۰٫۳√۵ (۳)

۰٫۲√۵ (۲)

۰٫۱√۵ (۱)

$$\frac{3(8x^3 + 12x^2 + 6x + 1)}{(2x+1)^4} = \frac{3}{2x+1} = \frac{3}{2\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)+1} = \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5} = 0.6\sqrt{5}$$

$x^2 + x - 1 = 0 \rightarrow \Delta = 5 \rightarrow x_1 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \quad x_2 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

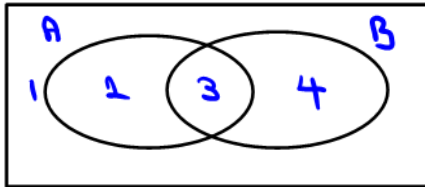
۳- ساده شده عبارت $(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] \cap (B \cup A)$ کدام است؟

A (۴)

B (۳) /

B - A (۲)

A - B (۱)



$$(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] \cap (B \cup A) = 3, 4$$

Handwritten analysis of the expression:

- $A' \cap B$ is labeled with 1, 4 and 3, 4, with a bracket underneath showing the result is 4.
- $(B \cap A) - B'$ is labeled with 3 and 1, 2, with a bracket underneath showing the result is 3.
- $B \cup A$ is labeled with 2, 3, 4, with a bracket underneath showing the result is 3.

۵- نقاط $A(2a+3, a-2)$ و $B(7-2a, a-2)$ دو نقطه متمایز با مؤلفه‌های طبیعی از یک سهمی هستند. اگر نقطه

$S(b, b-2)$ رأس این سهمی باشد، فاصله نقطه برخورد سهمی با محور عرض‌ها تا مبدأ مختصات کدام است؟

$$\frac{13}{8} \quad (4)$$

$$\frac{1}{8} \quad (3) \checkmark$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{13}{4} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} 7-2a > 0 &\rightarrow a < 3.5 \\ a-2 > 0 &\rightarrow a > 2 \end{aligned} \rightarrow 2 < a < 3.5 \rightarrow a = 3$$

$$\begin{aligned} A(9, 11) &\rightarrow \text{طول رأی} = b = \frac{1+9}{2} = 5 \\ B(1, 1) & \end{aligned} \quad \text{نقطه: } (5, 3)$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$\frac{-b}{2a} = 5 \rightarrow b = -10a \rightarrow b = -10 \times \frac{-1}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

$$\begin{aligned} (1, 1) &\rightarrow a + b + c = 1 \rightarrow \begin{cases} -9a + c = 1 \\ -25a + c = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -9a + c = 1 \\ 25a - c = -3 \end{cases} \\ (5, 3) &\rightarrow 25a + 5b + c = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\underline{25a - c = -3} \\ &16a = -2 \\ &a = \frac{-1}{8} \end{aligned}$$

$$\rightarrow \frac{9}{8} + c = 1 \rightarrow c = \frac{-1}{8}$$



۶- اگر عکس مجموع ریشه‌های معادله درجه دوم $-4ax^2 + bx + \frac{1}{4}c = 0$ برابر $\log 4$ و a واسطه حسابی b و c باشد،

مقدار $\left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)^{\frac{c}{a}}$ کدام است؟

$\sqrt{10}$ (۴)

$\sqrt[4]{10}$ (۳)

$\sqrt{5}$ (۲)

$\sqrt[4]{5}$ (۱) ✓

$$\frac{1}{3} = \frac{4a}{b} = \log 4^{\frac{2}{3}} \rightarrow \frac{4a}{b} = 2 \log 2 \rightarrow \frac{2a}{b} = \log 2$$

$$\rightarrow \underline{2a} = b \log 2 \xrightarrow{\div 2} a = \frac{b \log 2}{2}$$

$$\frac{b+c}{2} = a \rightarrow \underline{2a} = b+c$$

$$\rightarrow b \times \log 2 = b+c \rightarrow b \log 2 - b = c \rightarrow b(\log 2 - 1) = c$$

$$b \times \log 0.2 = c$$

$$\frac{b \times \log 0.2}{\frac{b}{2} \log 2} = \left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)^{\frac{2 \log 0.2}{\log 2}} = \left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)^{\log_{0.2} 2^2} = \left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)^{\frac{-1}{8}}$$

$$= \left((0.2)^2\right)^{\log_2 2^{\frac{-1}{8}}} = \left((0.2)^2\right)^{\frac{-1}{8}} = (0.2)^{\frac{-1}{4}} = \left(\frac{10}{2}\right)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{5}$$

۷- اگر معادله $|4x-2| = x^2 - x + a$ دارای سه ریشه حقیقی باشد، ریشه بزرگ تر معادله کدام است؟

۵, ۵ (۴)

۵ (۳)

۴, ۵ (۲)

۴ (۱)

$$x \geq \frac{1}{2} : 4x-2 = x^2 - x + a \rightarrow x^2 - 5x + a + 2 = 0$$

$$\Delta = -4a + 17 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{-4a+17}}{2}$$

$$x < \frac{1}{2} : -4x+2 = x^2 - x + a \rightarrow x^2 + 3x + a - 2 = 0$$

$$\Delta = -4a + 17 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{-4a+17}}{2}$$

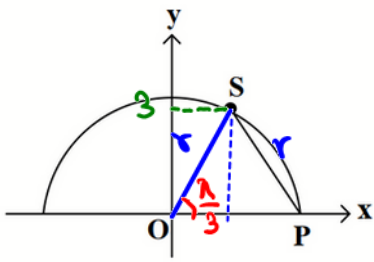
$$\frac{5 - \sqrt{-4a+17}}{2} = \frac{-3 + \sqrt{-4a+17}}{2} \rightarrow \sqrt{-4a+17} = 4$$

$$-4a + 17 = 16 \rightarrow 4a = 1 \rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$|4x-2| = x^2 - x + \frac{1}{4} \rightarrow x = 4, 5$$

ادامه گزینیه نیست کن نی

۸- نقطه $S(a, 3)$ روی نیم‌دایره شکل زیر داده شده است. اگر طول وتر PS برابر شعاع نیم‌دایره باشد، مقدار a کدام است؟



$$\tan \frac{\alpha}{3} = \sqrt{3} = \frac{3}{a} \rightarrow a = \sqrt{3}$$

- (۱) ۱
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) $\sqrt{3}$ ✓
- (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

فوق(-۴) کدام است؟ $g(x) = \begin{cases} -x+4 & f(x) \geq 0 \\ x-4 & f(x) < 0 \end{cases}$ و $f(x) = \begin{cases} x+1 & x > 2 \\ -3x+7 & x \leq 2 \end{cases}$ اگر -۹

-۵ (۴) -۱۵ (۳) ۹ (۲) ✓ ۱۹ (۱)

$$f(g(-4)) = f(8) = 8+1=9$$

$$\rightarrow g(-4) = -(-4)+4=8$$

۱۰- تابع f با ضابطه $f(x) = 6x - x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 10$ در یک همسایگی از a ، وارون پذیر است. اگر $f \circ f(a) = a$ باشد،

مقدار $f(a-9)$ کدام است؟

۳۴ (۴) ✓

۳۲ (۳)

۲۷ (۲)

۲۵ (۱)

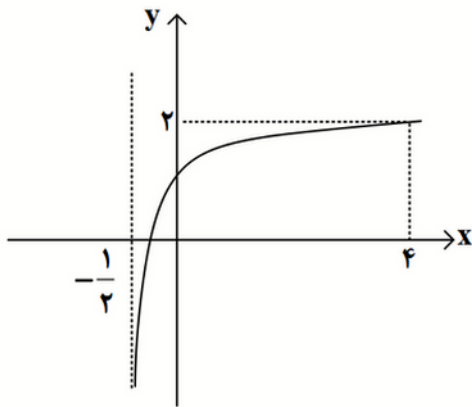
$$f(f(a)) = a \rightarrow f^{-1}(a) = f(a) \rightarrow f(a) = a$$

$$6a - a\sqrt{a} - 2\sqrt{a} + 10 = a \rightarrow 5(a+2) - \sqrt{a}(a+2) = 0$$

$$\underbrace{6a - a\sqrt{a} - 2\sqrt{a} + 10}_{-\sqrt{a}(a+2)} = a \rightarrow (a+2)(5-\sqrt{a}) = 0 \rightarrow \begin{cases} a = -2 \text{ غلط} \\ a = 25 \text{ OK} \end{cases}$$

$$f(a-9) \xrightarrow{a=25} f(16) = 6(16) - 16\sqrt{16} - 2\sqrt{16} + 10 = 34$$

۱۱- شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = \log_3(ax+b)$ را نشان می‌دهد. مقدار $f^{-1}(-2)$ کدام است؟



- $-\frac{4}{9}$ (۱) ✓
- $-\frac{2}{9}$ (۲)
- $-\frac{5}{18}$ (۳)
- $-\frac{7}{18}$ (۴)

$$-\frac{1}{2}a + b = 0 \rightarrow b = \frac{1}{2}a \rightarrow b = 1$$

$$f(4) = 2 \rightarrow \log_3 4a + b = 2 = \log_3 5a = 2 \rightarrow 4.5a = 9 \rightarrow a = 2$$

$$f(x) = \log_3 2x + 1$$

$$f^{-1}(-2) = m \rightarrow f(m) = -2 \rightarrow \log_3 2m + 1 = -2$$

$$\rightarrow 2m + 1 = \frac{1}{9} \rightarrow m = \frac{-4}{9}$$

۱۲- اگر انتهای کمان α در ناحیه چهارم دایره مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $(1 + \cos \alpha) \left(\sqrt{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{1}{\tan \alpha} \right)$ کدام

است؟

$-\sin \alpha$ (۴) ✓

$-\cos \alpha$ (۳)

$\sin \alpha$ (۲)

$\cos \alpha$ (۱)

$$(1 + \cos \alpha) \left(\frac{-1}{\sin \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right) = (1 + \cos \alpha) \left(\frac{-1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} \right) = \frac{-1 + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha}$$

$$= \frac{-\sin^2 \alpha}{\sin \alpha} = -\sin \alpha$$

۱۳- اگر $\tan(\alpha + 12^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{4}$ باشد، مقدار $\cot(18^\circ - \alpha)$ کدام است؟

$$\frac{5\sqrt{3}}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{15} \quad (۳) \quad \checkmark$$

$$\frac{\sqrt{3}}{5} \quad (۲)$$

$$5\sqrt{3} \quad (۱)$$

$$\tan\left(\frac{\alpha}{6} - (\alpha + 12)\right) = \frac{\tan \frac{\alpha}{6} - \tan(\alpha + 12)}{1 + \tan \frac{\alpha}{6} \times \tan(\alpha + 12)} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}}{1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{12}}{\frac{5}{4}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{15}$$

۱۴- حاصل عبارت $A = \sqrt{3} \cos(\frac{\lambda}{2} + 45^\circ) \sin(\frac{\lambda}{2} - 27^\circ) - \sqrt{2} \sin(\frac{\lambda}{2} + 45^\circ) \cos(\frac{\lambda}{2} - 27^\circ)$ چند برابر $\cos(27^\circ)$ است؟

۰٫۵ (۴)

۱٫۵ (۳)

$\frac{3\lambda}{2} - 27^\circ$

۲٫۵ (۲) ✓

۳٫۵ (۱)

$$\sqrt{3} \cos(\lambda + 39) \sin(\frac{3\lambda}{2} - 27) - \sqrt{2} \sin(\frac{\lambda}{2} - 45) \cos(\lambda - 27)$$

$$\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 27^\circ + \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 27^\circ = \frac{5}{2} \cos 27^\circ$$

۱۵- معادله مثلثاتی $\tan 2x + \tan 3x = \tan 5x$ چند جواب در بازه $(0, \pi)$ دارد؟

۳ (۴)

۴ (۳) ✓

۵ (۲)

۶ (۱)

$$\tan 2x = \tan -3x$$

$$2x = k\pi - 3x \rightarrow 5x = k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{5} \rightarrow \frac{\pi}{5}, \frac{2\pi}{5}, \frac{3\pi}{5}, \frac{4\pi}{5}$$

۱۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow 3a^+} \frac{2\sqrt{x-3a} + 3\sqrt{x} - \sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}}$ کدام است؟ ($a > 0$)

$+\infty$ (۴)

$\sqrt{\frac{2}{3a}}$ (۳) ✓

$\sqrt{\frac{2}{a}}$ (۲)

$\wedge$ (۱)

$$\lim_{x \rightarrow 3a^+} \frac{2\sqrt{x-3a} + 3(\sqrt{x} - \sqrt{3a})}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}} = \lim$$

$$x-3a = (\sqrt{x-3a})^2$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3a^+} \frac{2\cancel{\sqrt{x-3a}}}{\cancel{\sqrt{x-3a}}\sqrt{x+3a}} + \lim_{x \rightarrow 3a^+} \frac{3(\sqrt{x} - \sqrt{3a})}{\cancel{\sqrt{x-3a}}\sqrt{x+3a}} \times \frac{\sqrt{x} + \sqrt{3a}}{\sqrt{x} + \sqrt{3a}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{6a}} + \lim_{x \rightarrow 3a^+} \frac{\sqrt{x-3a}}{(\sqrt{x+3a})(\sqrt{x} + \sqrt{3a})} = \frac{2}{\sqrt{6a}} = \sqrt{\frac{4}{6a}} = \sqrt{\frac{2}{3a}}$$

۱۷- اگر $\lim_{x \rightarrow \sqrt[3]{4}} \frac{x}{x^2 + ax + b} = +\infty$ باشد، مقدار $\left[\frac{b}{a} \right]$ کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

-۲ (۲)

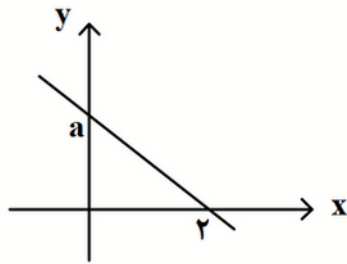
-۱ (۱) ✓

$$(\sqrt[3]{4})^2 + a(\sqrt[3]{4}) + b = 0 \longrightarrow (\sqrt[3]{4})^2 - 2(\sqrt[3]{4})^2 = b \rightarrow b = -\sqrt[3]{4}$$

$$2(\sqrt[3]{4}) + a = 0 \rightarrow a = -2\sqrt[3]{4}$$

$$\left[\frac{-\sqrt[3]{4}}{-2\sqrt[3]{4}} \right] = -1$$

۱۸- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر داده شده است. اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f^{-1}(x)}{|2f(x) - af^{-1}(x)|} = 2$ باشد، مقدار غیر صحیح



a کدام است؟

$\sqrt{2}$ (۱)

$1 + \sqrt{2}$ (۲) ✓

$-1 + \sqrt{2}$ (۳)

$2\sqrt{2}$ (۴)

$$f(x) = -\frac{a}{2}x + a$$

$$f^{-1}(x) = -\frac{2}{a}x + 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\frac{2}{a}x}{\left| x \cdot \frac{-a}{2}x + a \cdot x \cdot \frac{2}{a}x \right|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\frac{2}{a}x}{|-ax + 2x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\frac{2}{a}x}{|x||-a+2|}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{2}{a}}{|-a+2|} = 2 \rightarrow \frac{1}{|-a+2|} = 1 \rightarrow |-a+2| = 1$$

$$a = \frac{2+2\sqrt{2}}{2} = 1 + \sqrt{2}$$

$$a \geq 2 : a(a-2) = 1 \rightarrow a^2 - 2a - 1 = 0 \rightarrow \Delta = 2\sqrt{2}$$

$$a < 2 : a(-a+2) = 1 \rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0 \rightarrow a = 1 \text{ غلط}$$

۱۹ - اگر تابع f با ضابطه

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + |x|}{x^2 + a|x|} & x \neq 0 \\ \frac{\cancel{19}(19+a)}{2a-1} & x = 0 \end{cases}$$

در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{a}} f(x)$ کدام است؟

$$\frac{3}{5} \quad (4) \quad \checkmark$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|+1}{|x|+a} = \frac{1}{a}$$

$$\frac{2a-1}{2a+2} = \frac{1}{a} \rightarrow 2a^2 - a = 2a + 2 \rightarrow 2a^2 - 3a - 2 = 0$$

$$a = 2 \quad \text{OK}$$

$$a = -\frac{1}{2} \quad \text{غیر}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{|x|+1}{|x|+2} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{3}{5}$$

۲۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cot(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2})}{x - \frac{\pi}{2}}$ کدام است؟

۳ (۴) -۲ (۳) ✓ ۲ (۲) ۳ (۱)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \times \tan \frac{x}{2}}{x - \frac{\pi}{2}} = \div$$

Hop $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(2 \cos 2x)(\tan \frac{x}{2}) + ((1 + \tan^2 \frac{x}{2}) \times \frac{1}{2})(\sin 2x)}{1} = -2$

۲۱- تابع f با ضابطه

$$f(x) = \begin{cases} a + \sqrt{x} & x < 1 \\ b\sqrt[3]{x} & x \geq 1 \end{cases}$$
 در $\mathbb{R}$ پیوسته است. اگر f فقط در یک نقطه مشتق پذیر نباشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

۲ (۴) ✓

۱ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

$$a + 1 = b \rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} b x^{-\frac{1}{2}} & x < 1 \\ \frac{2}{3} b = 1 & x \geq 1 \end{cases} \rightarrow b = \frac{3}{2}$$

۲۲- تابع f با ضابطه $f(x) = x^2 - 5|x|$ را در نظر بگیرید. اگر m و n به ترتیب، تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی

تابع $y = |f(x)|$ باشند، مقدار $\frac{n}{m}$ کدام است؟

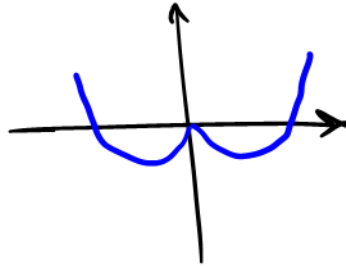
۲ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

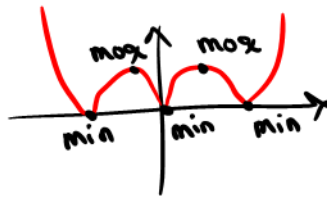
$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱) ✓

$$f(x) = x^2 - 5|x|$$



$$|f(x)| = |x^2 - 5|x||$$



$$\frac{\text{no min}}{\text{no max}} = \frac{3}{2}$$

یوسف عراز + مبین ابکار

طراح آزمون فنی
طراح آزمون دکارت

2 تا آدم وصل کن

riaziator

۰۹۰۵-۵۷۱-۳۱۶۹

arazmath

math.araz

۰۹۱۶-۴۳۵-۶۵۴۴