

محمد زنگنه ریاضیات کنکور

۱- کدام یک از دنباله‌های اعداد حقیقی زیر، همواره تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهد؟

- (۱) $a, a^2, a^3, \dots$ (۲) $a, 1, \frac{1}{a}, \dots$ (۳) $a^2, a, 1, \dots$ (۴) $1, a, a^2, \dots$

طبق تعریف دنباله هندسی $a_1 \neq 0, r \neq 0$ که این شرایط فقط برای گزینه ۲ برقرار است

$$3(2x+1)^3 \rightarrow 3(8x^3+12x^2+6x+1)$$

۲- مقدار عبارت $\frac{24x^3+36x^2+18x+3}{(4x^2+4x+1)^2}$ به ازای ریشه مثبت معادله $x^2+x=1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}\sqrt{5}$ (۲) $\frac{2}{5}\sqrt{5}$ (۳) $\frac{3}{5}\sqrt{5}$ (۴) $\frac{4}{5}\sqrt{5}$

$$(2x+1)^2$$

$$\frac{3(2x+1)^3}{(2x+1)^4} = \frac{3}{2x+1} = \frac{3}{2\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)+1} = \frac{3}{\sqrt{5}} \rightarrow \frac{3}{5}\sqrt{5}$$

$$A \cap B$$

۳- ساده شده عبارت $(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] \cap (B \cup A)$ کدام است؟

- (۱) $A - B$ (۲) $B - A$ (۳) B (۴) A

$$B \cap A' = B - A$$

$$(B \cap A) \cap B = A \cap B$$

$$\rightarrow (B - A) \cup (A \cap B) = B$$



Follow us in:



YouTube



@Zanganeh.E.L.M

محمد زنگنه ریاضیات کنکور

۵- نقاط $A(2a+3, a-2)$ و $B(7-2a, a-2)$ دو نقطه متمایز با مؤلفه‌های طبیعی از یک سهمی هستند. اگر نقطه رأس این سهمی باشد، فاصله نقطه برخورد سهمی با محور عرض‌ها تا مبدأ مختصات کدام است؟

چون دو نقطه هم عرض هستند *

$$7-2a > 0 \Rightarrow a < \frac{7}{2}$$

$$\frac{1}{4} (2) \Rightarrow a > 2$$

$$\frac{13}{4} (1) \Rightarrow 2 < a < \frac{7}{2}$$

نقطه $a = 3$

$$x_s = \frac{x_A + x_B}{2} = b \Rightarrow b = 5 \rightarrow S(5, 3)$$

$$f(x) = a(x-5)^2 + 3$$

$$B(1, 1) \in f(x) \rightarrow a = -\frac{1}{8}$$

$$f(0) = -\frac{25}{8} + \frac{24}{8}$$

$|f(0)|$

۶- اگر عکس مجموع ریشه‌های معادله درجه دوم $-4ax^2 + bx + \frac{1}{2}c = 0$ برابر $\log 4$ و a واسطه حسابی b و c باشد،

مقدار $\left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)^{\frac{c}{a}}$ کدام است؟

$$2a = b + c$$

$$2 = \frac{b}{a} + \frac{c}{a}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{1}{-b/a} = \frac{4a}{b} = \log 4$$

$$\log \sqrt[2]{2} \cdot \frac{a}{b} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{b}{a} = \log \sqrt[2]{2}$$

$$\log_2^4 = \log_2^1 + \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{c}{a} = \log_2^{25}$$

$$2^{-\frac{1}{8} \times \log_2^{25}} = 2^{\log_2^{25} \cdot \frac{1}{8}} = 25^{\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{25}$$

۷- اگر معادله $|4x-2| = x^2 - x + a$ دارای سه ریشه حقیقی باشد، ریشه بزرگ‌تر معادله کدام است؟

ریشه بزرگ‌تر

$$4x-2 = x^2 - x + \frac{1}{4}$$

$$x^2 - 5x + \frac{9}{4} = 0$$

$$(x - \frac{1}{2})^2 + 0$$

$$a = \frac{1}{4}$$

$$\frac{5 + \sqrt{25 - 4 \times 1 \times \frac{9}{4}}}{2} = 4.5$$

ریشه بزرگ‌تر

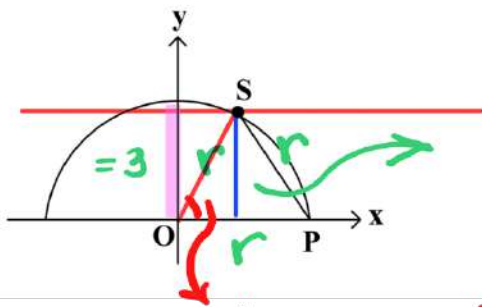
یعنی راس سهمی دایره قدر بزرگ

منطبق باشد



محمد زنگنه ریاضیات کنکور

۸- نقطه $S(a, 3)$ روی نیم‌دایره شکل زیر داده شده است. اگر طول وتر PS برابر شعاع نیم‌دایره باشد، مقدار a کدام است؟



- (۱) ۱
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $\sqrt{3}$ ✓
(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

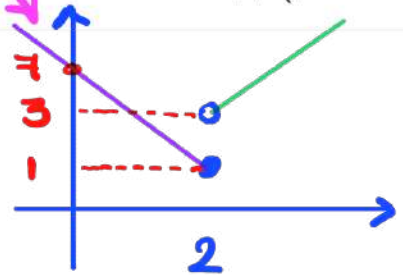
$$\alpha = 60 \leadsto \tan 60 = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{3}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow a = \sqrt{3}$$

۹- اگر $f(x) = \begin{cases} x+1 & x > 2 \\ -3x+7 & x \leq 2 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} -x+4 & f(x) \geq 0 \\ x-4 & f(x) < 0 \end{cases}$ باشد، مقدار $f \circ g(-4)$ کدام است؟

(۱) ۱۹ (۲) ۹ (۳) -۱۵ (۴) -۵

$$f \circ g(-4) = f(8) = 8 + 1 = 9$$

$$f(-4) = 19, \quad g(-4) = -(-4) + 4 = 8$$



محمد زنگنه ریاضیات کنکور

۱۰- تابع f با ضابطه $f(x) = 6x - x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 10$ در یک همسایگی از a ، وارون پذیر است. اگر $f \circ f(a) = a$ باشد، مقدار $f(a-9)$ کدام است؟

مفهوم تابع شبه معکوس

۳۴ (۴) ✓

۳۲ (۳)

۲۷ (۲)

۲۵ (۱)

$$f(x) = f^{-1}(x)$$

$$f(16) = (6 \times 16) - (16 \times 4) - 2 \times 4 + 10 = 34$$

$$f(a) = a \Rightarrow 6a - a\sqrt{a} - 2\sqrt{a} + 10 = a$$

$$5(a+2) - \sqrt{a}(a+2) = 0$$

$$(a+2)(5-\sqrt{a}) = 0 \quad a = -2 \text{ یا } a = 25$$

زیر دایره منفی می‌گیرد

$$f^{-1}(-2) = a$$

$$f(a) = -2$$

۱۱- شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = \log_3(ax+b)$ را نشان می‌دهد. مقدار $f^{-1}(-2)$ کدام است؟

$$\log_3(4a+b) = 2 \Rightarrow 4a+b = 9$$

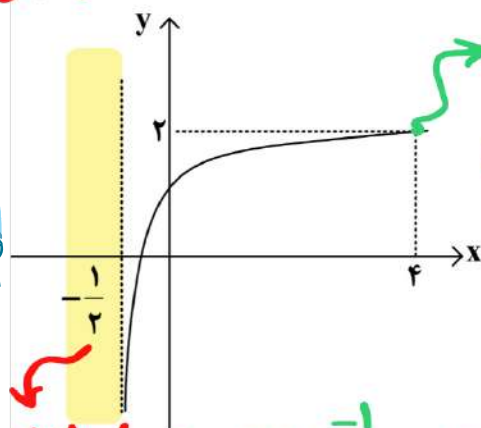
$$a=2, b=1 \Rightarrow \log_3(2x+1)$$

$$-\frac{4}{9} \text{ (۱) } \checkmark$$

$$-\frac{2}{9} \text{ (۲)}$$

$$-\frac{5}{18} \text{ (۳)}$$

$$-\frac{7}{18} \text{ (۴)}$$



$$x > -\frac{1}{2} \sim x > -\frac{a}{b} \Rightarrow 2a = b$$

$$f(a) = -2 \Rightarrow \log_3(2a+1) = -2 \Rightarrow a = -\frac{4}{9}$$

۱۲- اگر انتهای کمان α در ناحیه چهارم دایره مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $(1 + \cos \alpha)(\sqrt{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{1}{\tan \alpha})$ کدام است؟

$$\alpha = -\frac{\pi}{6}$$

$$-\sin \alpha \text{ (۴) } \checkmark$$

$$-\cos \alpha \text{ (۳)}$$

$$\sin \alpha \text{ (۲)}$$

$$\cos \alpha \text{ (۱)}$$

$$(1 + \frac{\sqrt{3}}{2})(\sqrt{1 + 3} - \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}}) \rightarrow (1 + \frac{\sqrt{3}}{2})(2 - \sqrt{3})$$

$$2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} - \frac{3}{2} = \frac{1}{2} = -\sin \frac{\pi}{6}$$



محمد زنگنه ریاضیات کنکور

۱۳- اگر $\tan(\alpha + 13^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{4}$ باشد، مقدار $\cot(18^\circ - \alpha)$ کدام است؟

$$\frac{5\sqrt{3}}{3} \quad (4)$$

$$\tan(30 - (18 - \alpha)) = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{15} \quad (3) \quad \alpha + 30 - 18 \quad 5\sqrt{3} \quad (1) \checkmark$$

$$\frac{\tan 30 - \tan \beta}{1 - \tan 30 \tan \beta} = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \tan \beta = \frac{\sqrt{3}}{15} \rightarrow \cot \beta = \frac{15}{\sqrt{3}} = 5\sqrt{3}$$

۱۴- حاصل عبارت $A = \sqrt{3} \cos(210^\circ) \sin(243^\circ) - \sqrt{2} \sin(135^\circ) \cos(153^\circ)$ چند برابر $\cos(27^\circ)$ است؟

$$0,5 \quad (4)$$

$$1,5 \quad (3)$$

$$- \cos 27^\circ$$

$$2,5 \quad (2) \checkmark$$

$$- \cos 27^\circ$$

$$3,5 \quad (1)$$

$$\cos 27^\circ = \left(\sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) \right) \Rightarrow \frac{5}{2} \cos 27^\circ$$

۱۵- معادله مثلثاتی $\tan 2x + \tan 3x = \tan 5\pi$ چند جواب در بازه $(0, \pi)$ دارد؟

$$3 \quad (4)$$

$$4 \quad (3) \checkmark$$

$$5 \quad (2)$$

$$= 0$$

$$6 \quad (1)$$

$$\tan 3x = -\tan 2x \Rightarrow 3x = -2x + k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{5}$$

$$\tan(-2x)$$

$$k=1,2,3,4$$

۱۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow 3a^+} \frac{2\sqrt{x-3a} + 3\sqrt{x} - \sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}}$ کدام است؟ ($a > 0$)

$$+\infty \quad (4)$$

$$\sqrt{\frac{2}{3a}} \quad (3) \checkmark$$

$$\sqrt{\frac{2}{a}} \quad (2)$$

$$8 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3a^+} \frac{\frac{1}{\sqrt{x-3a}} + \frac{3}{2\sqrt{x}}}{\frac{2x}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}}} = \lim_{x \rightarrow 3a^+} \frac{\frac{2\sqrt{x} + \sqrt{x-3a}}{\sqrt{x-3a} \times 2\sqrt{x}}}{\frac{2x}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}}} = \frac{1}{2\sqrt{3a}} = \sqrt{\frac{2}{3a}}$$



محمد زنگنه ، باضات کنکور

$$\left[\frac{2\sqrt[3]{2}}{-2\sqrt[3]{4}} \right] = -1$$

(4) 2

۱۷- اگر $\lim_{x \rightarrow \sqrt[3]{4}} \frac{x}{x^2 + ax + b} = +\infty$ باشد، مقدار $\left[\frac{b}{a} \right]$ کدام است؟

(1) -1

(2) -2

(3) 1

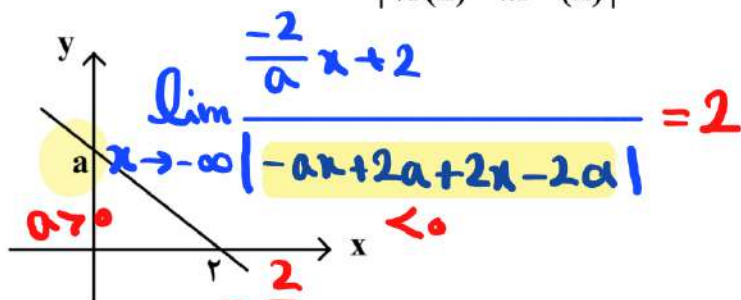
نخیر علامت منفی دهه

پس حتماً باید مخرج در حوالی $\sqrt[3]{4}$ تغییر علامت منفی دهه

یعنی $\sqrt[3]{4}$ مضاعف است پس: $(x - \sqrt[3]{4})^2 = x^2 - 2\sqrt[3]{4}x + \sqrt[3]{16}$

$a = -2\sqrt[3]{4}$ $b = \sqrt[3]{16} = 2\sqrt[3]{2}$

۱۸- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر داده شده است. اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f^{-1}(x)}{|2f(x) - af^{-1}(x)|} = 2$ باشد، مقدار غیر صحیح a کدام است؟



$$f(x) = -\frac{a}{2}x + a$$

$$f^{-1}(x) = -\frac{2}{a}x + 2$$

$$1 + \sqrt{2}$$

$$-1 + \sqrt{2}$$

$$2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \frac{-\frac{2}{a}}{(a-2)} = 2 \rightarrow a = 1 \pm \sqrt{2} \rightarrow a = 1 + \sqrt{2}$$

۱۹- اگر تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + |x|}{x^2 + a|x|} & x \neq 0 \\ \frac{2a-1}{2a+2} & x = 0 \end{cases}$ پیوسته باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{a}} f(x)$ کدام است؟

$$x = 0$$

$$\frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{4}$$

$$1$$

$$2$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{a}} f(x) \xrightarrow{HOP} \frac{1}{a} \xrightarrow{\text{چون پیوسته}} \frac{2a-1}{2a+2} = f\left(\frac{1}{a}\right) \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \neq 2$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{4} + 1} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}} = \frac{3}{5}$$



۲۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cot(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2})}{x - \frac{\pi}{2}}$ کدام است؟

۳ (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ✓ -۳ (۴)

$$= -\sin(x - \frac{\pi}{2})$$

$$= -2$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2 \cos x \sin x \tan \frac{x}{2}}{x - \frac{\pi}{2}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{-2 \sin(x - \frac{\pi}{2})}{(x - \frac{\pi}{2})} \times \sin x \times \tan \frac{x}{2}$$

$$= 1 \times 1$$

$$\tan \frac{x}{2}$$

$$= 1 \times 1$$

۲۱- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} a + \sqrt{x^2} & x < 1 \\ b \sqrt[3]{x^2} & x \geq 1 \end{cases}$ پیوسته است. اگر f فقط در یک نقطه مشتق پذیر نباشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

مثلاً $x = 1$ که شرط $a + 1 = b \rightarrow b - a = 1$

$$2 \text{ (۴) } \checkmark$$

$$1 \text{ (۳)}$$

$$\frac{2}{3} \text{ (۲)}$$

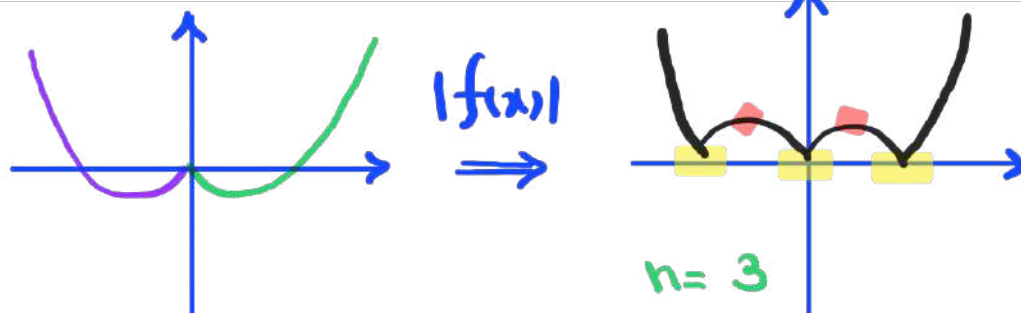
$$\frac{3}{2} \text{ (۱)}$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{2b}{3\sqrt[3]{x}} & x \geq 1 \\ \frac{2a}{2\sqrt{x}} & x < 1 \end{cases} \Rightarrow b = \frac{3}{2} \rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow a + b = 2$$

۲۲- تابع f با ضابطه $f(x) = x^2 - 5|x|$ را در نظر بگیرید. اگر m و n به ترتیب، تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع $y = |f(x)|$ باشند، مقدار $\frac{n}{m}$ کدام است؟

$\begin{cases} x \geq 0 \Rightarrow x^2 - 5x \\ x < 0 \Rightarrow x^2 + 5x \end{cases}$

۳ (۱) ✓ $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۲



$$n = 3$$

$$m = 2$$

Farzad

