

مهندس رضا گلردي - مدرس ریاضیات کنکور

پاسخ نامه تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی - ۲۶ تیر ماه ۱۴۰۴

۱- کدام یک از دنباله های اعداد حقیقی زیر، همواره تشکیل یک دنباله هندسی می دهد؟

(۴) $1, a, a^2, \dots$

(۳) $a^2, a, 1, \dots$

(۲) $a, 1, \frac{1}{a}, \dots$

(۱) $a, a^2, a^3, \dots$

شروع از $b^2 = ac$ → 2 بررسی

دنباله هندسی نیست

دنباله هندسی نیست

دنباله هندسی نیست

۱) بررسی $a = 0$

۳) بررسی $a = 0$

۴) بررسی $a = 0$

مهندس رضا گلردي - مدرس ریاضیات کنکور

پاسخ نامه تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی - ۲۶ تیر ماه ۱۴۰۴

۲- مقدار عبارت $\frac{24x^2 + 36x^2 + 18x + 3}{(4x^2 + 4x + 1)^2}$ به ازای ریشه مثبت معادله $x^2 + x = 1$ کدام است؟

$$0.6\sqrt{5} \quad (4)$$

$$0.3\sqrt{5} \quad (3)$$

$$0.2\sqrt{5} \quad (2)$$

$$0.1\sqrt{5} \quad (1)$$

$$x^2 + x = 1$$

$$x^2 = 1 - x$$

$$x^3 = x - x^2$$

$$x^3 = 2x - 1$$

$$\frac{24x^3 + 36x^2 + 18x + 3}{(4x^2 + 4x + 1)^2}$$

$$\frac{24(x-1) + 36(1-x) + 18x + 3}{(4(1-x) + 4x + 1)^2}$$

$$\frac{64x - 24 + 36 - 36x + 18x + 3}{25}$$

$$\frac{30x + 15}{25}$$

$$\frac{4x + 3}{5}$$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

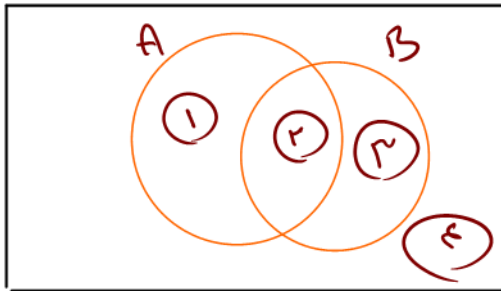
ریشه مثبت

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{4\left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}\right) + 3}{5} = \frac{3\sqrt{5}}{5} = \frac{3}{5}\sqrt{5}$$

مهندس رضا گلردي - مدرس ریاضیات کنکور

پاسخ نامه تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی - ۲۶ تیر ماه ۱۴۰۴



۳- ساده شده عبارت $(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] \cap (B \cup A)$ کدام است؟

$A - B$ (۱) $B - A$ (۲) B (۳) A (۴)

Handwritten solution steps:

- Top row: (3) and (2) in blue circles, with a checkmark $\checkmark$ between them.
- Second row: $(2) \cap (1, 2, 3)$ in red.
- Third row: $(2, 4) \cap (2, 3)$ in red.
- Fourth row: $(2) - (1, 4)$ in red, with a red arrow pointing to the element 2.
- Below the fourth row, the element 2 is circled in red.

۵- نقاط $A(2a+3, a-2)$ و $B(7-2a, a-2)$ دو نقطه متمایز با مؤلفه های طبیعی از یک سهمی هستند. اگر نقطه

$S(b, b-2)$ رأس این سهمی باشد، فاصله نقطه برخورد سهمی با محور عرض ها تا مبدأ مختصات کدام است؟

$$\frac{13}{8} \quad (4)$$

$$\frac{1}{8} \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{13}{4} \quad (1)$$

$$7-2a, 1 \quad a, 3$$

$$a-2, 1 \quad a, 3$$

$$\Rightarrow a=3$$

$$\Rightarrow x_s = \frac{7-2a+2a+3}{2} = 5 \Rightarrow b=5$$

$$S \mid \begin{matrix} 5 \\ 3 \end{matrix} \quad A \mid \begin{matrix} 9 \\ 1 \end{matrix} \quad B \mid \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix}$$

$$y = a(x-5)^2 + 3$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{8}(x-5)^2 + 3$$

$$1 = a \times 14 + 3 \quad 14a = -2 \quad a = -\frac{1}{7}$$

$$x=0 \quad y = -\frac{25}{8} + \frac{24}{8} = -\frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{8} \text{ فاصله یی ی سؤر}$$

مهندس رضا گلردي - مدرس ریاضیات کنکور

پاسخ نامه تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی - ۲۶ تیر ماه ۱۴۰۴

۶- اگر عکس مجموع ریشه های معادله درجه دوم $-fax^2 + bx + \frac{1}{r}c = 0$ برابر $\log 4$ و a واسطه حسابی b و c باشد،

$$S = \frac{-b}{-4a} = \frac{b}{4a}$$

$$P = \frac{\frac{1}{r}c}{-4a} = \frac{c}{-4a}$$

مقدار $\left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)^{\frac{c}{a}}$ کدام است؟

$$\sqrt{10} \quad (4)$$

$$\sqrt[4]{10} \quad (3)$$

$$\sqrt{5} \quad (2)$$

$$\sqrt[4]{5} \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\alpha + \beta} = \log 2 \Rightarrow \frac{4a}{b} = 2 \log 2 \quad \frac{a}{b} = \frac{1}{2} \log 2 \quad \frac{a}{b} = \log \sqrt{2} \quad a = b \times \log \sqrt{2} \\ a = \frac{b+c}{r} \quad 2a = b+c \Rightarrow 2b \log \sqrt{2} - b = c \Rightarrow c = b(2 \log \sqrt{2} - 1) \\ c = b(\log 2 - \log 1) \\ c = b \log \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left(2^{-\frac{1}{4}}\right)^{\frac{c}{a}} = 2^{-\frac{1}{4}} \times \frac{\cancel{b} \log \frac{1}{2}}{\cancel{b} \times \log \sqrt{2}} = 2^{-\frac{1}{4}} \log_2 \frac{2^{-1}}{2^{\frac{1}{2}}} = 2^{-\frac{1}{4}} \log_2 2^{-\frac{3}{2}} = 2^{-\frac{1}{4}} \times \frac{3}{2} = 2^{\frac{1}{4}}$$

مهندس رضا گلردي - مدرس ریاضیات کنکور

پاسخ نامه تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی - ۲۶ تیر ماه ۱۴۰۴

۷- اگر معادله $|4x-2|=x^2-x+a$ دارای سه ریشه حقیقی باشد، ریشه بزرگ تر معادله کدام است؟

۵,۵ (۴)

۵ (۳)

۴,۵ (۲)

۴ (۱)

$$|4x-2|=x^2-x+a$$

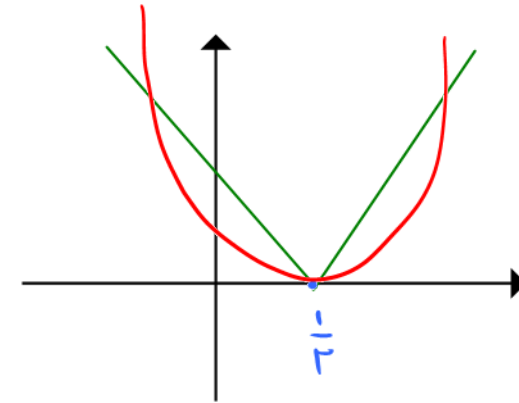
ریشه / قدر داس سعی برابرند $-\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$0 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + a$$

ریشه ی مشترک

$$a = \frac{1}{4}$$



$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow 4x-2 = x^2-x+\frac{1}{4}$$

بال راست سعی

$$x^2 - 0x + \frac{9}{4} = 0$$

$$x^2 - 20x + 9 = 0 \quad (4x-2)(4x-18)$$

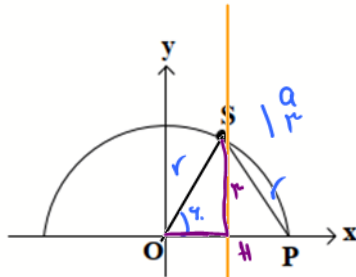
$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{11}{4} = 2.75$$

مهندس رضا گلردي - مدرس ریاضیات کنکور

پاسخ نامه تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی - ۲۶ تیر ماه ۱۴۰۴

۸- نقطه $S(a, 3)$ روی نیم دایره شکل زیر داده شده است. اگر طول وتر PS برابر شعاع نیم دایره باشد، مقدار a کدام است؟



مسئله مستوی و دایره

$$\tan \theta = \frac{3}{OH} = \sqrt{3} \quad OH = \sqrt{3} = a$$

- (۱) ۱
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) $\sqrt{3}$
- (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

مهندس رضا گلردي - مدرس ریاضیات کنکور

پاسخ نامه تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی - ۲۶ تیر ماه ۱۴۰۴

فرض کنید $g(x)$ مقدار $f(g(-4))$ کدام است؟

$$g(x) = \begin{cases} -x+4 & f(x) \geq 0 \\ x-4 & f(x) < 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad f(x) = \begin{cases} x+1 & x > 2 \\ -3x+7 & x \leq 2 \end{cases}$$

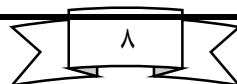
اگر -9

(۱) ۱۹ (۲) ۹ (۳) -۱۵ (۴) -۵

$$f(g(-4))$$

$$g(-4) = \begin{cases} \wedge \\ -\wedge \end{cases} \quad \begin{matrix} f(x) > 0 \\ f(x) < 0 \end{matrix}$$

$$\boxed{f(1) = 9}$$
~~$$f(-1) = 31$$~~



۱۰- تابع f با ضابطه $f(x) = 6x - x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 10$ در یک همسایگی از a وارون پذیر است. اگر $\text{fof}(a) = a$ باشد،

مقدار $f(a-9)$ کدام است؟

۳۴ (۴)

۳۶ (۳)

۲۷ (۲)

۲۵ (۱)

$$f \circ f(u) = u \Rightarrow f = f^{-1} \Rightarrow 4u - u\sqrt{u} - 2\sqrt{u} + 10 = u$$

$$3u - u\sqrt{u} - 2\sqrt{u} + 10 = 0$$

$$25 - 25 - 10 + 10 = 0$$

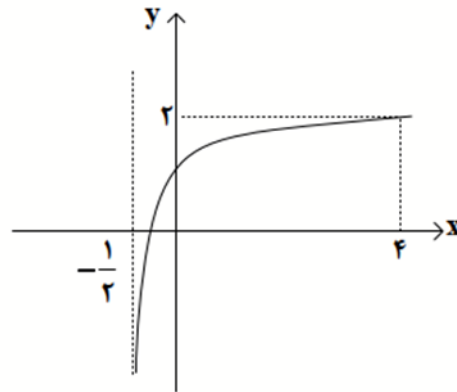
$$\left. \begin{array}{l} \text{عدد} \\ \text{اعداد مربع کامل} \end{array} \right\} u = 25$$

$$f(25-9) = f(16) = \frac{4 \times 16 - 16 \times 4 - 2 \times 4 + 10}{2 \times 16} = 34$$

مهندس رضا گلردي - مدرس ریاضیات کنکور

پاسخ نامه تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی - ۲۶ تیر ماه ۱۴۰۴

۱۱- شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = \log_3(ax+b)$ را نشان می دهد. مقدار $f^{-1}(-2)$ کدام است؟



- $\frac{4}{-9}$ (۱)
 $-\frac{2}{9}$ (۲)
 $-\frac{5}{18}$ (۳)
 $-\frac{7}{18}$ (۴)

$u = -\frac{1}{3}$ $\Rightarrow$ $ax - \frac{1}{3} + b = \dots$ $a = 2b$

$f(4) = 2$ $2 = \log_3(a+b)$ $2 = \log_3 9b$ $9b = 9$ $b = 1$ $a = 2$

$-2 = \log_3 2n+1$ $\frac{1}{a} = 2n+1$ $2n = -\frac{1}{9}$ $u = -\frac{1}{9}$

۱۲- اگر انتهای کمان α در ناحیه چهارم دایره مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $(1 + \cos \alpha) \left(\sqrt{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{1}{\tan \alpha} \right)$ کدام

است؟

(۱) $\cos \alpha$

(۲) $\sin \alpha$

(۳) $-\cos \alpha$

(۴) $-\sin \alpha$

$$(1 + \cos \alpha) \left(\frac{1}{|\sin \alpha|} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right)$$

$$\left(\frac{-(1 - \cos \alpha)}{\sin \alpha} \right) = \frac{-(1 - \cos^2 \alpha)}{\sin \alpha} = -\sin \alpha$$

مهندس رضا گلردی - مدرس ریاضیات کنکور

پاسخ نامه تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی - ۲۶ تیر ماه ۱۴۰۴

۱۳- اگر $\tan(\alpha + 12^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{4}$ باشد، مقدار $\cot(18^\circ - \alpha)$ کدام است؟

$$\frac{5\sqrt{3}}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{15} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{5} \quad (۲)$$

$$5\sqrt{3} \quad (۱)$$

$$\tan(\alpha + 12^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\cot(18^\circ - \alpha) = ?$$

$$\begin{aligned} \alpha + 12^\circ &= x \\ 18^\circ - \alpha &= y \end{aligned} \Rightarrow x + y = 30^\circ$$

$$\tan(x+y) = \tan 30^\circ$$

$$\frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{4} + t}{1 - \frac{\sqrt{3}}{4}t} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{4} + 3t = \sqrt{3} - \frac{3}{4}t$$

$$\left(3 + \frac{3}{4}\right)t = \sqrt{3} - \frac{3\sqrt{3}}{4} \Rightarrow 12t = \sqrt{3} \quad t = \frac{\sqrt{3}}{12}$$

$$\cot y = \frac{12 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

مهندس رضا گلردي - مدرس ریاضیات کنکور

پاسخ نامه تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی - ۲۶ تیر ماه ۱۴۰۴

۱۴- حاصل عبارت $A = \sqrt{3} \cos(210^\circ) \sin(243^\circ) - \sqrt{2} \sin(135^\circ) \cos(153^\circ)$ چند برابر $\cos(27^\circ)$ است؟
 ۰٫۵ (۴) ۱٫۵ (۳) ۲٫۵ (۲) ۳٫۵ (۱)

$$A = \sqrt{3} \cos(110 + 100) \sin(270 - \alpha) - \sqrt{2} \sin(110 - 80) \cos(110 - \alpha)$$

$$= \sqrt{3} x - \frac{\sqrt{3}}{r} x - \cos \alpha - \sqrt{2} x \frac{\sqrt{2}}{r} x - \cos \alpha$$

$$A = \frac{\frac{3}{r} \cos \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\partial}{r} = 2, \partial$$

۱۵- معادله مثلثاتی $\tan 2x + \tan 3x = \tan 5\pi$ چند جواب در بازه $(0, \pi)$ دارد؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

$$\tan 2u + \tan 3u = 0 \quad \tan 3u = -\tan 2u = \tan(-2u)$$

$$3u = k\pi - 2u$$

$$5u = k\pi \quad u = \frac{k\pi}{5}$$

$$\frac{\pi}{5}, \frac{2\pi}{5}, \frac{3\pi}{5}, \frac{4\pi}{5}$$

مهندس رضا گلردي - مدرس ریاضیات کنکور

پاسخ نامه تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی - ۲۶ تیر ماه ۱۴۰۴

۱۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow 2a^+} \frac{2\sqrt{x-2a} + 3\sqrt{x} - \sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}}$ کدام است؟ ($a > 0$)

(۴) $+\infty$

(۳) $\sqrt{\frac{2}{3a}}$

(۲) $\sqrt{\frac{2}{a}}$

(۱) $\frac{1}{8}$

$$\frac{2\sqrt{x-2a}}{\sqrt{(x-2a)(x+2a)}} + \frac{3\sqrt{x} - 3\sqrt{2a}}{\sqrt{x-2a}\sqrt{x+2a}}$$

$$\frac{2}{\sqrt{4a}} +$$

hop: $\frac{3\sqrt{x-2a}}{\sqrt{x}} = 0$

مقد $\frac{1}{x\sqrt{x-2a}}$

فقط از حاصل فرست دو بیتال بگیر !!!

$$\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{4a}} = \sqrt{\frac{4}{4a}} = \sqrt{\frac{1}{a}}$$

مهندس رضا گلردی - مدرس ریاضیات کنکور

پاسخ نامه تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی - ۲۶ تیر ماه ۱۴۰۴

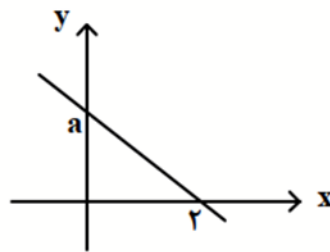
۱۷- اگر $\lim_{x \rightarrow \sqrt[n]{a}} \frac{x}{x^n + ax + b} = +\infty$ باشد، مقدار $\left[\frac{b}{a} \right]$ کدام است؟

$u = \sqrt[3]{4}$
 فاعرف $\sqrt[3]{14}$

$\Rightarrow (u - \sqrt[3]{4})^3 = u^3 - 3 \sqrt[3]{4} u^2 + 3 \sqrt[3]{4} u - \sqrt[3]{64}$

$\left[\frac{\sqrt[3]{14}}{-3 \sqrt[3]{4}} \right] = \left[-\frac{\sqrt[3]{4}}{3} \right] = \left[-\frac{1}{3} \right] = -1$

۱۸- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر داده شده است. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f^{-1}(x)}{|2f(x) - af^{-1}(x)|} = 2$ باشد، مقدار غیر صحیح



a کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$

(۲) $1 + \sqrt{2}$

(۳) $-1 + \sqrt{2}$

(۴) $2\sqrt{2}$

$\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ a & r \end{vmatrix}$

$m = -\frac{a}{r}$

$f(u) = -\frac{a}{r}u + a \Rightarrow$

$f^{-1}(u) = -\frac{r}{a}(u - a)$

$f^{-1}(u) = -\frac{r}{a}u + r$

$\Rightarrow \frac{-\frac{r}{a}u}{|-au + a + ru - ra|} = 2$

$\frac{-\frac{r}{a}}{|(r-a)|} = 2$

$a^2 - ra - 1 = 0$

$\frac{r \pm \sqrt{r^2 + 4}}{2} = 1 + \sqrt{2}$

۱۹- اگر تابع f با ضابطه

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + |x|}{x^2 + a|x|} & x \neq 0 \\ \frac{2a-1}{2a+2} & x = 0 \end{cases}$$

در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{a}} f(x)$ کدام است؟

$$\frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{4}$$

$$1$$

$$2$$

$$0^+ : \frac{n^2 + n}{n^2 + an} \xrightarrow{HeP} \frac{2n+1}{2n+a} = \frac{1}{a}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{2a-1}{2a+2}$$

$$0^- : \frac{n^2 - n}{n^2 - an} \xrightarrow{HeP} \frac{2n-1}{2n-a} = \frac{1}{a}$$

$$\lim_{n \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{a} + 2 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{\frac{2}{a} + 1}{\frac{2}{a} + 1} = \frac{2}{a}$$

$$\Rightarrow 2a+2 = 2a^2 - a \Rightarrow \cancel{2a^2} - \cancel{2a} - \cancel{2} = 0$$

$$(2a+1)(2a-2) = 0$$

در این صورت معجزه رخ می‌دهد

$$\cancel{a = -\frac{1}{2}} \quad a = 2$$

مهندس رضا گلردي - مدرس ریاضیات کنکور

پاسخ نامه تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی - ۲۶ تیر ماه ۱۴۰۴

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cot(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2})}{x - \frac{\pi}{2}}$ حاصل -۲۰
 کدام است؟
 ۲ (۲) ۳ (۱)

-۳ (۴)

-۲ (۳)

روش اول $\xrightarrow{H\&P}$ $\frac{2 \cos 2u}{1} = -2$

روش دوم $u - \frac{\pi}{2} = t \Rightarrow \frac{\sin(\pi + 2t) \tan(\frac{\pi}{2} + \frac{t}{2})}{t} = \frac{-2t}{t} \times 1 = -2$
 $u = \frac{\pi}{2} + t$
 $t \rightarrow 0$

۲۱- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} a + \sqrt{x} & x < 1 \\ b\sqrt{x} & x \geq 1 \end{cases}$ در $\mathbb{R}$ پیوسته است. اگر f فقط در یک نقطه مشتق پذیر نباشد، مقدار $a+b$ کدام است؟

$$\begin{matrix} \frac{3}{2} & (1) \\ \frac{2}{3} & (2) \end{matrix}$$

$$1 \quad (3)$$

$$2 \quad (4)$$

$$f(x) = \begin{cases} a + |x| & x < 1 \\ b\sqrt{x} & x \geq 1 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ پیوسته بودن در $x=1$

$$a+1=b$$

$$a+1=\frac{2}{3} \quad a=\frac{1}{3}$$

در $x=1$ مشتق پذیر نیست
پس در $x=1$ باید مشتق پذیر باشد

$$f'(x) = \begin{cases} 1 & x < 1 \\ \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} & x \geq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}b=1 \Rightarrow b=\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow a+b = \frac{1}{3} + \frac{3}{2} = 2$$

مهندس رضا گلردي - مدرس ریاضیات کنکور

پاسخ نامه تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی - ۲۶ تیر ماه ۱۴۰۴

تقدیم به تمام ضلوری ها

۲۴ تیر ماه ۱۴۰۴

۲۲- تابع f با ضابطه $f(x) = x^2 - 5|x|$ را در نظر بگیرید. اگر m و n به ترتیب، تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی

تابع $y = |f(x)|$ باشند، مقدار $\frac{n}{m}$ کدام است؟

۲ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

مربی رضا گلردي ۰۹۰۲۷۵۲۵۸۱

$$f(x) = |x^2 - 5|x|| = \begin{cases} |x^2 - 5x| & x \geq 0 \\ |x^2 + 5x| & x < 0 \end{cases}$$

Max : $m = 2$

Min : $n = 3$

$$\frac{n}{m} = \frac{3}{2}$$

