

کدام یک از دنباله‌های اعداد حقیقی زیر، همواره تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهد؟

- (۱) $a, a^2, a^3, \dots$ (۲) $a, 1, \frac{1}{a}, \dots$ (۳) $a^2, a, 1, \dots$ (۴) $1, a, a^2, \dots$

$a = 0 \rightarrow 0, 0, 0, \dots$

مقدار عبارت $\frac{24x^3 + 36x^2 + 18x + 3}{(4x^2 + 4x + 1)^2}$ به ازای ریشه مثبت معادله $x^2 + x = 1$ کدام است؟

(۴) $0,6\sqrt{5}$

(۳) $0,3\sqrt{5}$

(۲) $0,2\sqrt{5}$

(۱) $0,1\sqrt{5}$

$$\frac{3(12x^3 + 12x^2 + 4x + 1)}{(4x^2 + 4x + 1)^2} = \frac{3(2x+1)^3}{(2x+1)^2}$$

$$= \frac{3}{2x+1} = \frac{3}{-1+\sqrt{5}+1} = \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{6}{2}\sqrt{5}$$

ریشه‌های معادله $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ و $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ ✓

نقاط $A(2a+3, a-2)$ و $B(7-2a, a-2)$ دو نقطه متمایز با مؤلفه‌های طبیعی از یک سهمی هستند. اگر نقطه

$S(b, b-2)$ رأس این سهمی باشد، فاصله نقطه برخورد سهمی با محور عرض‌ها تا مبدأ مختصات کدام است؟

$$\frac{13}{8} \quad (4)$$

$$\frac{1}{8} \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{13}{4} \quad (1)$$

$$A(9, 1) \quad , \quad B(1, 1)$$

$$b = 9 + \frac{1}{4} = 9.25 \rightarrow S(9.25, 7.25)$$

$$y = -\frac{1}{8}(x-5)^2 + 3 \xrightarrow{\text{در } x=9.25} = -\frac{1}{8}(4.25)^2 + 3 = -\frac{1}{8} \cdot 18.0625 + 3 = -2.2578 + 3 = 0.7422$$

$$m = \frac{1}{8}$$

$$2a+3 > 0 \rightarrow a > -\frac{3}{2}$$

$$7-2a > 0 \rightarrow a < \frac{7}{2}$$

$$a-2 > 0 \rightarrow a > 2$$

$$2 < a < \frac{7}{2} \rightarrow a = 3$$

اگر عکس مجموع ریشه‌های معادله درجه دوم $-4ax^2 + bx + \frac{1}{4}c = 0$ برابر $\log 4$ و a واسطه حسابی b و c باشد،

$$\alpha\beta = \frac{\frac{1}{4}c}{-4a} = -\frac{1}{16} \frac{c}{a}$$

مقدار $\left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)^{\frac{c}{a}}$ کدام است؟

$$\sqrt{10} \quad (4)$$

$$\sqrt{10} \quad (3)$$

$$\sqrt{5} \quad (2)$$

$$\sqrt[4]{5} \quad (1)$$

$$\frac{1}{\alpha+\beta} = \log 4 \rightarrow \frac{4a}{b} = \log 4 \rightarrow \frac{a}{b} = \log \sqrt{2} \rightarrow \boxed{\frac{b}{a} = \frac{1}{\log \sqrt{2}}}$$

$$b+c = 4a \rightarrow \frac{b}{a} + \frac{c}{a} = 4 \rightarrow \frac{c}{a} = 4 - \frac{1}{\log \sqrt{2}} = \frac{1}{\log \sqrt{2}}$$

$$\rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)^{\frac{c}{a}} = \left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)^{\frac{1}{\log \sqrt{2}}} = \frac{1}{5} \log \sqrt[4]{2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{4}} = 0.5^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{5}$$

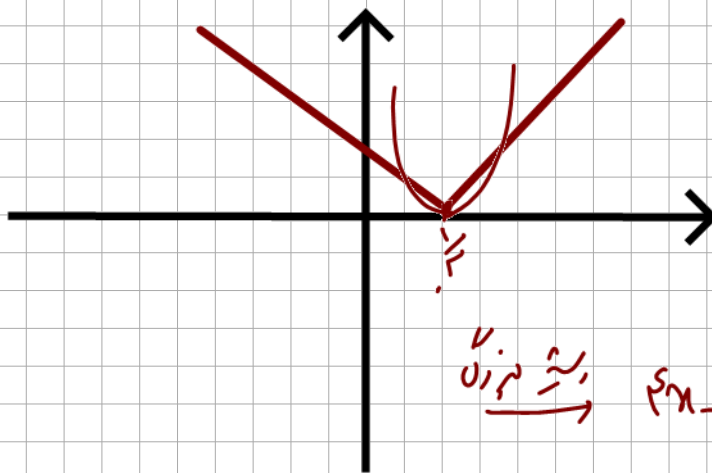
اگر معادله $|4x-2|=x^2-x+a$ دارای سه ریشه حقیقی باشد، ریشه بزرگ تر معادله کدام است؟

۵/۵ (۴)

۵ (۳)

۴/۵ (۲)

۴ (۱)



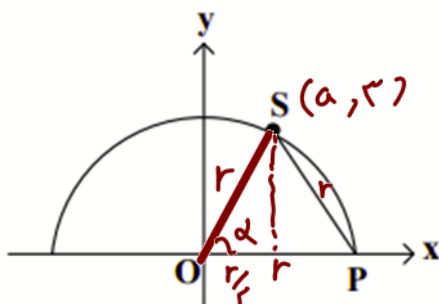
$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + a = 0$$

$$a = \frac{1}{4}$$

$$x^2 - 0.5x + \frac{1}{4} = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$x^2 - 0.5x + \frac{1}{4} = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

نقطه $S(a, 3)$ روی نیم دایره شکل زیر داده شده است. اگر طول وتر PS برابر شعاع نیم دایره باشد، مقدار a کدام است؟



$$\alpha = 60^\circ \rightarrow \tan 60^\circ = \frac{3}{a} = \sqrt{3}$$

$$a = \sqrt{3}$$

۱ (۱)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴)

اگر $f(x) = \begin{cases} x+1 & x > 2 \\ -3x+7 & x \leq 2 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} -x+4 & f(x) \geq 0 \\ x-4 & f(x) < 0 \end{cases}$ باشد، مقدار $fog(-4)$ کدام است؟

-۵ (۴)

-۱۵ (۳)

۹ (۲)

۱۹ (۱)

$$-4 \rightarrow g \xrightarrow{1} f \rightarrow 9$$

تابع f با ضابطه $f(x) = 6x - x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 10$ در یک همسایگی از a ، وارون پذیر است. اگر $f \circ f(a) = a$ باشد،

مقدار $f(a-9)$ کدام است؟

۳۴ (۴)

۳۲ (۳)

۲۷ (۲)

۲۵ (۱)

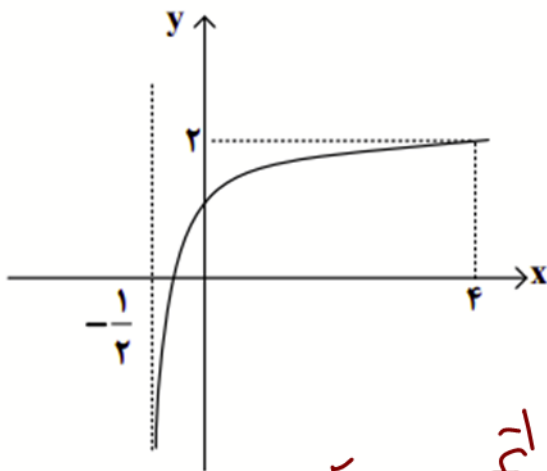
$$f(f(x)) = x \rightarrow f^{-1}(x) = f(x)$$

$$6x - x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 10 = x \rightarrow 5x - \sqrt{x}(x+2) + 10 = 0$$

$$\sqrt{x}(x+2) = 5x + 10 = 5(x+2) \rightarrow x = 25$$

$$f(25-9) = f(16) = 34$$

شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = \log_3(ax+b)$ را نشان می دهد. مقدار $f^{-1}(-2)$ کدام است؟



$$-\frac{a}{f} + b = 0 \rightarrow a = fb$$

$$2 = \log_3 ab \rightarrow b = 1, a = 2$$

$$f(x) = \log_3(2x+1)$$

$$\begin{aligned} -2 &\rightarrow f^{-1} \rightarrow ? \\ -2 &\leftarrow f \leftarrow ? \end{aligned}$$

$$\log_3(2x+1) = -2 \rightarrow 2x+1 = \frac{1}{9}$$

$$2x = -\frac{1}{9} - 1 \rightarrow x = -\frac{5}{18}$$

$-\frac{4}{9}$ (۱)

$-\frac{2}{9}$ (۲)

$-\frac{5}{18}$ (۳)

$-\frac{7}{18}$ (۴)

اگر انتهای کمان α در ناحیه چهارم دایره مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $(1 + \cos \alpha) \left(\sqrt{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{1}{\tan \alpha} \right)$ کدام است؟

$-\sin \alpha$ (۴)

$-\cos \alpha$ (۳)

$\sin \alpha$ (۲)

$\cos \alpha$ (۱)

$$1 + \cos \alpha \left(\frac{-1}{\sin \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right) = \frac{\cos \alpha - 1}{\sin \alpha} = \frac{-\sin \alpha}{\sin \alpha} = -\sin \alpha$$

اگر $\tan(\alpha + 12^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{4}$ باشد، مقدار $\cot(18^\circ - \alpha)$ کدام است؟

$\frac{5\sqrt{3}}{3}$ (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{15}$ (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{5}$ (۲)

$5\sqrt{3}$ (۱)

$$\theta + \beta = 12^\circ \rightarrow \tan(12^\circ) = \frac{\tan \theta + \tan \beta}{1 - \tan \theta \tan \beta}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\tan \theta + \frac{\sqrt{3}}{5}}{1 - \frac{\sqrt{3}}{5} \tan \theta} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{5} \tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{5} + \tan \theta$$

$$\frac{5}{4} \tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{5} = \frac{\sqrt{3}}{20} \rightarrow \tan \theta = \frac{5\sqrt{3}}{20} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\rightarrow \cot \theta = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

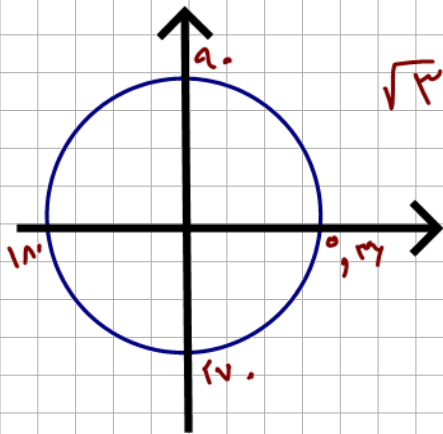
حاصل عبارت $A = \sqrt{3} \cos(21^\circ) \sin(242^\circ) - \sqrt{2} \sin(135^\circ) \cos(153^\circ)$ چند برابر $\cos(27^\circ)$ است؟

۰,۵ (۴)

۱,۵ (۳)

۲,۵ (۲)

۳,۵ (۱)



$$\sqrt{3} \cos(110^\circ + 3^\circ) \sin(270^\circ - 2^\circ) - \sqrt{2} \sin(110^\circ - 45^\circ) \cos(110^\circ - 2^\circ)$$

$$= \sqrt{3} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) (-\cos 2^\circ) - \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) (-\cos 2^\circ)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2^\circ + \cos 2^\circ = \frac{5}{2} \cos 2^\circ$$

معادله مثلثاتی $\tan 2x + \tan 3x = \tan 5\pi$ چند جواب در بازه $(0, \pi)$ دارد؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

$$\tan 2x + \tan 3x = 0 \rightarrow \tan 2x = \tan(-3x)$$

$$2x = k\pi - 3x \rightarrow x = \frac{k\pi}{5} \rightarrow \frac{\pi}{5}, \frac{2\pi}{5}, \frac{3\pi}{5}, \frac{4\pi}{5}$$

حاصل $\lim_{x \rightarrow \sqrt{a}^+} \frac{\sqrt{x-a} + \sqrt{x} - \sqrt{2a}}{\sqrt{x^2 - 9a^2}}$ کدام است؟ ($a > 0$)

$+\infty$ (۴)

$$\sqrt{\frac{2}{3a}} \quad (۳)$$

$$\sqrt{\frac{2}{a}} \quad (۲)$$

$\wedge$ (۱)

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{a}^+} \frac{\sqrt{x-a} + \sqrt{x} - \sqrt{2a}}{\sqrt{x^2 - 9a^2}} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{a}^+} \frac{1}{\sqrt{x+a}} + \lim_{x \rightarrow \sqrt{a}^+} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2a}}{(\sqrt{x-a} + \sqrt{x+a})}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3a}} + \lim_{x \rightarrow \sqrt{a}^+} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2a}}{\sqrt{x-a} + \sqrt{x+a}} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{a}^+} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2a}}{\sqrt{x-a} + \sqrt{x+a}} = \sqrt{\frac{2}{3a}}$$

اگر $\lim_{x \rightarrow \sqrt[3]{4}} \frac{x}{x^2 + ax + b} = +\infty$ باشد، مقدار $\left[\frac{b}{a} \right]$ کدام است؟

2 (۴)

1 (۳)

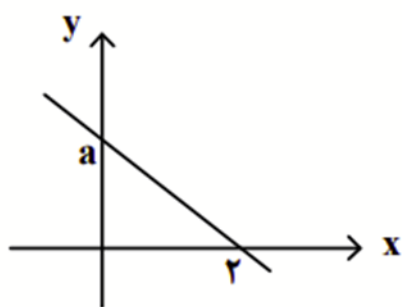
-2 (۲)

-1 (۱)

$$(x - \sqrt[3]{4})' = x^2 - 2\sqrt[3]{4}x + \sqrt[3]{16}$$

$$\left[\frac{b}{a} \right] = \left[\frac{2\sqrt[3]{4}}{-2\sqrt[3]{4}} \right] = -1$$

نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر داده شده است. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f^{-1}(x)}{|2f(x) - af^{-1}(x)|} = 2$ باشد، مقدار غیر صحیح



اقدام است؟ $f(n) = -\frac{r}{a}n + a \rightarrow f^{-1}(n) = -\frac{r}{a}n + r$

$\sqrt{2}$ (1)

$1 + \sqrt{2}$ (2)

$-1 + \sqrt{2}$ (3)

$2\sqrt{2}$ (4)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-\frac{r}{a}n + r}{|-an + [a + rn - r]|} = 2 \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-\frac{r}{a}n}{|(1-a)n|} = 2$$

$n \rightarrow -\infty$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{\frac{r}{a}n}{|(1-a)n|} = 2 \quad \begin{cases} a > 1 \rightarrow \frac{\frac{r}{a}}{a-1} = 2 \rightarrow \boxed{a = 1 + \sqrt{2}} \\ a < 1 \rightarrow \frac{\frac{r}{a}}{1-a} = 2 \rightarrow a = 1 \end{cases} \quad a = 1 + \sqrt{2}$$

اگر تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + |x|}{x^2 + a|x|} & x \neq 0 \\ \frac{2a-1}{2a+1} & x = 0 \end{cases}$ پیوسته باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{a}} f(x)$ کدام است؟

$\frac{3}{5}$ (4)

$\frac{3}{4}$ (3)

1 (2)

2 (1)

$x \rightarrow \frac{1}{a}^+$ $\frac{x(x+1)}{x(x+a)} = \frac{x+1}{x+a} = \frac{1}{a}$

$x \rightarrow \frac{1}{a}^-$ $\frac{x(x-1)}{x(x-a)} = \frac{x-1}{x-a} = \frac{1}{a}$

$f(0) = \frac{2a-1}{2a+1} \rightarrow \frac{2a-1}{2a+1} = \frac{1}{a} \rightarrow 2a^2 - a = 2a + 1$
 $2a^2 - 3a - 1 = 0 \quad \left(-\frac{3}{2}x \right)$

$\lim_{n \rightarrow \frac{1}{a}} f(n) = \lim_{n \rightarrow \frac{1}{a}} \frac{\frac{1}{n} + 1}{\frac{1}{n} + a} = \frac{\frac{1}{\frac{1}{a}} + 1}{\frac{1}{\frac{1}{a}} + a} = \frac{1+a}{1+a} = 1$

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{x - \frac{\pi}{2}}$ حاصل کدام است؟

$\rightarrow \tan \frac{\pi}{2}$

$\frac{2}{2} \quad \frac{1}{3}$

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{x - \frac{\pi}{2}} \times \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -1 \times 1 = -1$

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos 2x}{1} = -1$

$f(x) = \begin{cases} a + \sqrt{x} & x < 1 \\ b\sqrt{x} & x \geq 1 \end{cases}$ تابع f با ضابطه

$a + b$ کدام است؟

$a + 1 = b \rightarrow b - a = 1$

در $n=0$ مشتق فایبولا برابر 1 است

$f'(n) = \begin{cases} 1 & n < 1 \\ \frac{f(n)}{n} & n \geq 1 \end{cases}$

$\rightarrow 1 = \frac{f(1)}{1} \rightarrow f(1) = 1$

$\rightarrow b = \frac{f(1)}{1} \rightarrow b = 1$

$a = \frac{f(0)}{0} = 1$

$a + b = 2$

تابع f با ضابطه $f(x) = x^2 - 5|x|$ را در نظر بگیرید. اگر m و n به ترتیب، تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی

تابع $y = |f(x)|$ باشند، مقدار $\frac{n}{m}$ کدام است؟

۲ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

$$y = |x^2 - 5|x|| = \begin{cases} |x^2 - 5x| & x \geq 0 \\ |x^2 + 5x| & x < 0 \end{cases}$$

