



۱- کدام یک از دنباله‌های اعداد حقیقی زیر، همواره تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهد؟

(۴) $1, a, a^2, \dots$

(۳) $a^2, a, 1, \dots$

(۲) $a, 1, \frac{1}{a}, \dots$

(۱) $a, a^2, a^3, \dots$

۴
 $a = a$

شرط تشکیل دنباله ی هندسی، نسبت هر جمله به جمله ی قبلی خود یک عدد ثابت و غیر صفر باشد.

رضا سید نجفی



$$3(18x^3 + 12x^2 + 7x + 1)$$

۲- مقدار عبارت $\frac{24x^3 + 36x^2 + 18x + 3}{(4x^2 + 4x + 1)^2}$ به ازای ریشه مثبت معادله $x^2 + x = 1$ کدام است؟

۰٫۶√۵ (۴)

۰٫۳√۵ (۳)

۰٫۲√۵ (۲)

۰٫۱√۵ (۱)

$(2x+1)^4$

$$\frac{3 \times (2x+1)^3}{(2x+1)^4} = \frac{3}{2x+1} = \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3}{5} \sqrt{5} = 0.6 \sqrt{5}$$

$$x^2 + x = 1 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \frac{5}{x^2} \Rightarrow x^2 = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{x}$$



۳- ساده شده عبارت $(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] \cap (B \cup A)$ کدام است؟

A (۴)

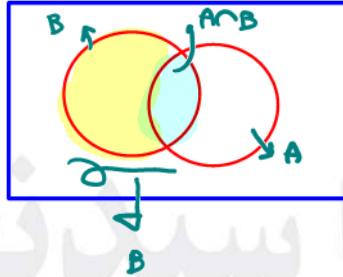
B (۳)

B - A (۲)

A - B (۱)

(۱) $(B \cap A) \cap B = A \cap B$:
(۱) $\cap$ (۲) : $A \cap B$

$(B - A) \cup (A \cap B) = B$





عمرن یکسان

۵- نقاط $A(2a+3, a-2)$ و $B(7-2a, a-2)$ دو نقطه متمایز با مؤلفه‌های طبیعی از یک سهمی هستند. اگر نقطه

$S(b, b-2)$ رأس این سهمی باشد، فاصله نقطه برخورد سهمی با محور عرض‌ها تا مبدأ مختصات کدام است؟

$$\frac{13}{8} \quad (4)$$

$$(0,0)$$

$$\frac{1}{8} \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{13}{4} \quad (1)$$

$$x_S = \frac{7-2a+2a+3}{2} = 5$$

$$S(b, b-2)$$

$$b=5 \Rightarrow S(5, 3)$$

$$y = k(x-5)^2 + 3$$

$$B(1, 1)$$

$$1 = -\frac{1}{8}(x-5)^2 + 3$$

$$1 = -\frac{1}{8}(5-5)^2 + 3 \Rightarrow 1 = 3$$

$$1 = k(16) + 3$$

$$k = -\frac{1}{8}$$

فاصله مقاری هست +

$$a-2 > 0 \Rightarrow a > 2$$

$$2a+3 > 0 \Rightarrow a > -\frac{3}{2}$$

$$7-2a > 0 \Rightarrow a < \frac{7}{2}$$

$$2 < a < \frac{7}{2}$$

$$a \in \mathbb{N} \Rightarrow a=3$$



۶- اگر عکس مجموع ریشه‌های معادله درجه دوم $-fax^2 + bx + \frac{1}{f}c = 0$ برابر $\log 4$ و a واسطه حسابی b و c باشد،

مقدار $\left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)^{\frac{c}{a}}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt[4]{5}$

$2^{-\frac{1}{4} \times \frac{c}{a}}$

(۲) $\sqrt{5}$

(۳) $\sqrt[4]{10}$

(۴) $\sqrt{10}$

I. $S = \frac{b}{fa} : \Rightarrow \frac{fa}{b} = \log 4 \Rightarrow \frac{2a}{b} = \log 2 \Rightarrow \log 2 = \frac{a}{b}$

II. $2a = b + c \xrightarrow{\div a} 2 = \frac{b}{a} + \frac{c}{a}$

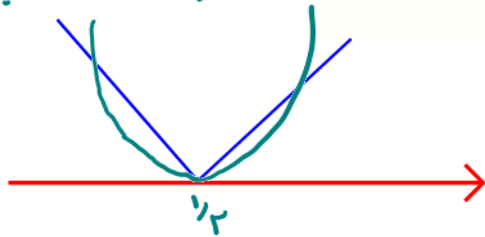
$\log 2 \times -1.01 = \frac{c}{a} \Rightarrow \log 2 \times \frac{1}{2.5} = \frac{c}{a}$ III

$\frac{a}{b} = \frac{1}{1.01} = \log 1.01$

$\frac{1}{2.5} \times 1.01 = \frac{1}{2.5} = \frac{1}{5} = \sqrt[4]{5}$



تنها حالتی که دارای ۳ ریشه ی باشد.



در حالت +

ادام: $4x - 2 = x^2 - x + \frac{1}{4} \Rightarrow$

۷- اگر معادله $|4x - 2| = x^2 - x + a$ دارای سه ریشه حقیقی باشد، ریشه بزرگ تر معادله کدام است؟

۵/۵ (۴)

۵ (۳)

۴/۵ (۲)

۴ (۱)

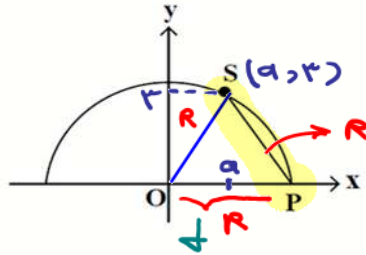
$x_5 = 1/2$ $x_5 = 1/2$

نتیجه: $(a - \frac{1}{4})^2$
 $x^2 - x + \frac{1}{4}$
 a

$x^2 - 5x + \frac{9}{4} = 0 \Rightarrow$
 $\frac{9}{4} = \frac{12}{4} \quad \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$



۸- نقطه $S(a, 3)$ روی نیم دایره شکل زیر داده شده است. اگر طول وتر PS برابر شعاع نیم دایره باشد، مقدار a کدام است؟



$$\begin{aligned} +96. &= \frac{3}{a} \\ 4 & \\ \sqrt{3} &= a \end{aligned}$$

- (۱) ۱
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) $\sqrt{3}$
- (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

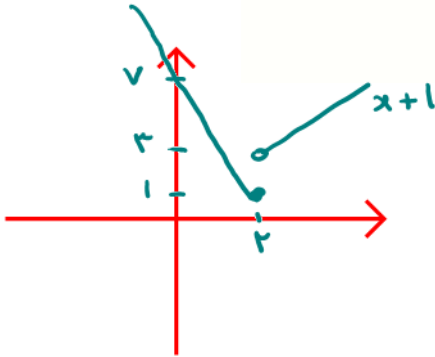
مقتدا مستاری الامتعا

رضا سید نجفی



۹- اگر $f(x) = \begin{cases} x+1 & x > 2 \\ -3x+7 & x \leq 2 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} -x+4 & f(x) \geq 0 \\ x-4 & f(x) < 0 \end{cases}$ باشد، مقدار $fg(-4)$ کدام است؟

(۱) ۱۹ (۲) ۹ (۳) -۱۵ (۴) -۵



$f(-4) = 19$ $g(-4) = 8$ $f(8) = 9$

$f(-4) = 19$
مقداری است +

$g(-4) = -(-4) + 4 = 8$

رضا سید نجفی

۱۰- تابع f با ضابطه $f(x) = 6x - x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 10$ در یک همسایگی از a ، f^{-1} وارون پذیر است. اگر $f(a) = a$ باشد،

مقدار $f(a-9)$ کدام است؟

همانی
 $f^{-1} = f$

$$a = 6a - a\sqrt{a} - 2\sqrt{a} + 10$$

۳۲ (۳)

۲۷ (۲)

۲۵ (۱)

$$5a - \sqrt{a}(a+2) + 10 = 0 \rightarrow 5(a+2) - \sqrt{a}(a+2) = 0$$

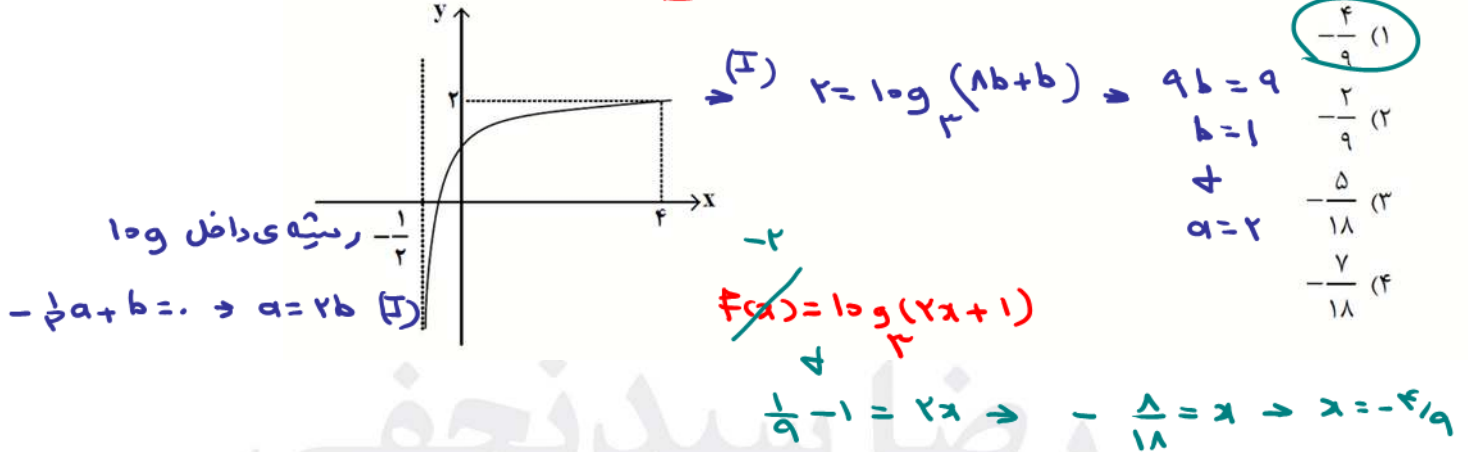
$$(a+2)(5 - \sqrt{a}) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} a = -2 \\ a = 25 \end{array} \right.$$

$$f(16) = 6 \times 16 - 16 \times 4 - 2 \times 4 + 10$$

$$32 + 2 = 34$$



۱۱- شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = \log_3(ax+b)$ را نشان می دهد. مقدار $f^{-1}(-2)$ کدام است؟





۱۲- اگر انتهای کمان α در ناحیه چهارم دایره مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $(1 + \cos \alpha) \left(\sqrt{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\tan \alpha} - \frac{1}{\sin \alpha} \right)$ کدام است؟

$\cos \alpha$ (۱) $\sin \alpha$ (۲) $-\cos \alpha$ (۳) $-\sin \alpha$ (۴)

$$(1 + \cos \alpha) \times \frac{\cos \alpha - 1}{\sin \alpha} = \frac{-\sin^2 \alpha}{\sin \alpha} = -\sin \alpha$$

رضا سید نجفی



۱۳- اگر $\tan(\alpha + 12^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{4}$ باشد، مقدار $\cot(18^\circ - \alpha)$ کدام است؟

د $\sqrt{3}$ (۱)

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{5}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{15}$

(۴) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

$+9(120 - \underbrace{(18-4)}_x) = \frac{\sqrt{3}}{4}$

$\rightarrow \frac{+9 \cdot 120 - +9x}{1 + +9 \cdot x + 9x} = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \frac{\sqrt{3} \cdot 120 - x}{1 + \frac{\sqrt{3}}{4}x} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

$\downarrow$
 $\frac{4}{1} \sqrt{3} - 4x = \sqrt{3} + x$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = 5x \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{10} \rightarrow +9(120 - 4)$

$6 + 9(120 - 4) = \frac{15}{\sqrt{3}} = 5\sqrt{3}$



۱۴- حاصل عبارت $A = \sqrt{2} \cos(21^\circ) \sin(243^\circ) - \sqrt{2} \sin(135^\circ) \cos(152^\circ)$ چند برابر $\cos(27^\circ)$ است؟

۱۸۰+۳۰ ۱۸۰-۴۵
۰,۵ (۴) ۱,۵ (۳) ۲,۵ (۲) ۳,۵ (۱)
۷۷-۲۷ ۱۸۰-۲۷

$$\Rightarrow \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \cos 27^\circ - \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \cos 27^\circ$$

برابر ۲,۵ $\Rightarrow \frac{5}{2} \cos 27^\circ = \frac{5}{2} \cos 27^\circ + \cos 27^\circ = \frac{7}{2} \cos 27^\circ$

رضا سید نجفی



۱۵- معادله مثلثاتی $\tan 2x + \tan 3x = \tan 5x$ چند جواب در بازه $(0, \pi)$ دارد؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

$$19 \quad 3x = - + 9 \quad 2x \Rightarrow 3x = \pi - 2x \Rightarrow x = \frac{\pi}{5}$$



$\pi/5, 2\pi/5, 3\pi/5, 4\pi/5$
ج. ۴

رضا سید نجفی



۱۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow 2a^+} \frac{2\sqrt{x-2a} + 2\sqrt{x} - \sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}}$ کدام است؟ $(a > 0)$

$\sqrt{\frac{2}{9a}}$ (۲) $\sqrt{\frac{2}{a}}$ (۲) ∞ (۴)

$$\frac{2\sqrt{x-2a} + 2(\sqrt{x} - \sqrt{2a})}{\sqrt{x-2a} \times \sqrt{x+2a}} = \frac{1}{\sqrt{2a}} \times \left(\frac{2\sqrt{x-2a}}{\sqrt{x-2a}} + \frac{2\sqrt{x} - 2\sqrt{2a}}{\sqrt{x-2a}} \right)$$

$$\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{2a}} = \sqrt{\frac{4}{2a}} = \sqrt{\frac{2}{a}}$$

$$= 2 \times \frac{\sqrt{x-2a}}{\sqrt{x-2a} \times (\sqrt{x+2a})}$$

به ازای $x=2a$ مفر



۱۷- اگر $\lim_{x \rightarrow \sqrt{4}} \frac{x}{x^2 + ax + b} = +\infty$ باشد، مقدار $\left[\frac{b}{a} \right]$ کدام است؟

ریشه معانف نخرج:

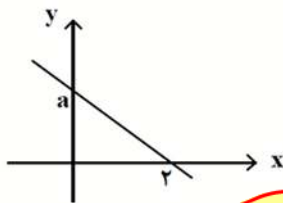
$$(x - \sqrt{4})^2 = x^2 - \underbrace{2\sqrt{4}x}_a + \underbrace{(\sqrt{4})^2}_b$$

$$\left[-\frac{x\sqrt{4}}{x^2 - 2\sqrt{4}x + 4} \right] = -1$$

$$\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{4}} = \left[-\frac{\sqrt{4}}{1} \right]$$



۱۸- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر داده شده است. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f^{-1}(x)}{|2f(x) - af^{-1}(x)|} = 2$ باشد، مقدار غیر صحیح



a کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$

(۲) $1 + \sqrt{2}$

(۳) $-1 + \sqrt{2}$

(۴) $2\sqrt{2}$

$f(x) = -\frac{a}{2}x + a$

$f^{-1}(x) = -\frac{2}{a}x + 2$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\frac{2}{a}x + 2}{|-ax + 2a + 2x - a|} = 2$

$| (a-2)x - a |$

خطی در $-\infty$

$\frac{1}{a(a-2)} = \frac{1}{2}$

$a^2 - 2a = 1$

دب کردن

$(a-1)^2 = 2$

$a = 1 \pm \sqrt{2}$ با توجه گزینه‌ها، گزینه ی ۲



۱۹- اگر تابع f با ضابطه

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + |x|}{x^2 + a|x|} & x \neq 0 \\ \frac{2a-1}{2a+2} & x = 0 \end{cases}$$

در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{a}} f(x)$ کدام است؟

$$\frac{3}{5} \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

lim

$$x > 0 \rightarrow \frac{x^2 + x}{x^2 + ax} = \frac{x+1}{x+a} = 1/a \quad \text{یا} \quad \frac{1}{a} = \frac{2a-1}{2a+2} \rightarrow 2a^2 - a = 4a + 2$$

$$x < 0 \rightarrow \frac{x^2 - x}{x^2 - ax} = \lim_{x \rightarrow -} \frac{x-1}{x-a} = 1/a$$

$$2a^2 - a - 4a - 2 = 0 \quad \text{یا} \quad 2a^2 - 5a - 2 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{a}} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{a}} \frac{x^2 + |x|}{x^2 + 2|x|} = \frac{1}{1} = \frac{1}{2}$$



۲۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cot(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2})}{x - \frac{\pi}{2}}$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) -۳

حد ماسیو

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x + 9 \frac{x}{2}}{x - \frac{\pi}{2}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \cancel{+9 \frac{x}{2}} \times \frac{\sin 2x}{x - \frac{\pi}{2}}$$

۰/۰

$$\frac{2 \cos x}{1} = -2$$

$x \rightarrow \pi/2$

رضا سید نجفی



منتس ندارد

$x=0 \rightarrow |x|$

۲۱- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} a + \sqrt{x} & x < 1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x \geq 1 \end{cases}$ در $\mathbb{R}$ پیوسته است. اگر f فقط در یک نقطه مشتق پذیر نباشد، مقدار $a+b$ کدام است؟
نقطه $x=0$ منتس ندارد کم در دانس و هر د ندارد.

(۴) ۲

(۳) ۱

(۲) $\frac{2}{3}$

(۱) $\frac{3}{2}$

بنابراین در $x=1$ منتس دارد

$a+1=b \rightarrow a=b-1$ ① $\rightarrow a = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$

$f'_- : 1$

$b = \frac{1}{2}$

$a+b=2$

$f'_+ : \frac{2b}{\sqrt[3]{x}} = \frac{2}{3}b$

۲۲- تابع f با ضابطه $f(x) = x^2 - 5|x|$ را در نظر بگیرید. اگر m و n به ترتیب، تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی

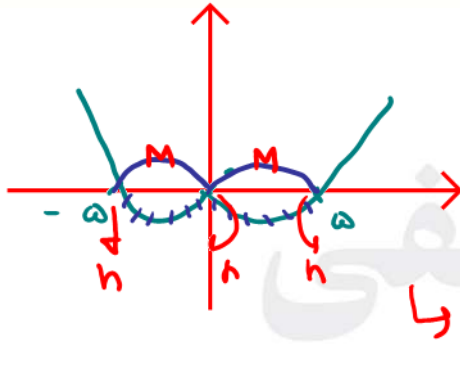
تابع $y = |f(x)|$ باشند، مقدار $\frac{n}{m}$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{2}$

(۲) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) ۲



$$\begin{aligned} x > 0 : & \quad x^2 - 5x \\ x < 0 : & \quad x^2 + 5x \end{aligned}$$