

☆ کنگور ۱۴۰۴ ☆

عباس الہی



نوبت دوم





عباس الهی

سوال شماره

I

متن سوال

کدام یک از دنباله‌های اعداد حقیقی زیر، همواره تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهد؟

$$1, a, a^2, \dots \quad (۴)$$

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ d = a \end{cases}$$

$$a^2, a, 1, \dots \quad (۳)$$

$$\begin{cases} a_1 = a \\ d = \frac{1}{a} \end{cases} \quad \text{یا} \quad \begin{cases} a_1 = a \\ d = \frac{1}{a} \end{cases}$$

$$a, 1, \frac{1}{a}, \dots \quad (۲)$$

$$a, a^2, a^3, \dots \quad (۱)$$

$$a_1 = a, d = a$$

پاسخ تشریحی

فرض کنیم $a \neq 0$ را داریم:

$$\begin{cases} a_1 = a \\ d = \frac{1}{a} \end{cases}$$





متن سوال

مقدار عبارت $\frac{24x^3 + 36x^2 + 18x + 3}{(4x^2 + 4x + 1)^2}$ به ازای ریشه مثبت معادله $x^2 + x = 1$ کدام است؟

$$0,6\sqrt{5} \quad (۴)$$

$$0,3\sqrt{5} \quad (۳)$$

$$0,2\sqrt{5} \quad (۲)$$

$$0,1\sqrt{5} \quad (۱)$$

پاسخ تشریحی

راهنما
طوبانی

$$\frac{24x^3 + 36x^2 + 18x + 3}{(4x^2 + 4x + 1)^2} = \frac{24x^3 + 24x^2 + 12x^2 + 12x + 6x + 3}{(4(x^2 + x) + 1)^2} = \frac{24x + 12 + 6x + 3}{5^2} = \frac{30x + 15}{25}$$

$$= \frac{15(2x+1)}{25} = 0,6(2x+1) \quad (I)$$

$$\text{نکته: } x^2 + x = 1 \rightarrow x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \xrightarrow{I} 0,6(-1 + \sqrt{5} + 1) = 0,6\sqrt{5}$$

$$\frac{3(2x+1)^3}{(2x+1)^4} = \frac{3}{2x+1} = \frac{3}{2\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)+1} = \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5} = 0,6\sqrt{5}$$





عباس الہی

سوال شماره

۳

متن سوال

ساده شده عبارت $(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] \cap (B \cup A)$ کدام است؟

A (۴)

B (۳)

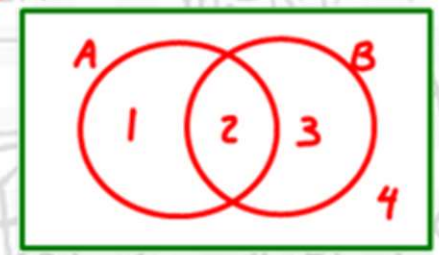
B - A (۲)

A - B (۱)

پاسخ تشریحی

براهستی: $(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] \cap (B \cup A) = \{2, 3\} = B$

تشریحی: $(B - A) \cup [(A \cap B) \cap (A \cup B)] = (B - A) \cup (A \cap B) = B$





متن سوال

گزاره $(p \wedge q) \Rightarrow r$ هم ارز منطقی کدام گزاره است؟

$$r \Rightarrow (\sim p \Rightarrow \sim q) \quad (۲)$$

$$\sim r \Rightarrow (p \Rightarrow q) \quad (۴)$$

$$p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q) \quad (۱)$$

$$\sim p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q) \quad (۳)$$

پاسخ تشریحی

$$(p \wedge q) \Rightarrow r \quad \text{نقله: } \bigcirc \Rightarrow \square \equiv \sim \bigcirc \vee \square$$

$$\sim(p \wedge q) \vee r \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee r \equiv \sim p \vee (\sim q \vee r)$$

$$\equiv p \Rightarrow (\sim q \vee r) \equiv p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q)$$





سوال شماره



متن سوال

نقاط $A(2a+3, a-2)$ و $B(7-2a, a-2)$ دو نقطه متمایز با مؤلفه‌های طبیعی از یک سهمی هستند. اگر نقطه $S(b, b-2)$ رأس این سهمی باشد، فاصله نقطه برخورد سهمی با محور عرض‌ها تا مبدأ مختصات کدام است؟

$$\frac{13}{8} \quad (4)$$

$$\frac{1}{8} \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{13}{4} \quad (1)$$

پاسخ تشریحی

$A \quad B \quad S$
 $\rightarrow$ هم‌فوق $A, B \rightarrow x_s = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{(2a+3) + (7-2a)}{2} = 5 \rightarrow S = (5, 3)$

$a \in \mathbb{N}$ از طرفی $7-2a > 0 \rightarrow a < 3.5$
 $a-2 > 0 \rightarrow a > 2$
 $\rightarrow a = 3 \rightarrow \begin{cases} A(9, 1) \\ B(1, 1) \end{cases}$

با a به سه‌گانه است
برای a است

$y = a(x-x_s)^2 + y_s \rightarrow y = a(x-5)^2 + 3 \xrightarrow{A(9,1)} 1 = 16a + 3 \rightarrow a = -\frac{1}{8}$

$\rightarrow y = -\frac{1}{8}(x-5)^2 + 3 \xrightarrow{x=0} y = -\frac{25}{8} + 3 = -\frac{1}{8} \rightarrow AO = \sqrt{\left(\frac{1}{8}\right)^2} = \frac{1}{8}$





متن سوال

اگر عکس مجموع ریشه‌های معادله درجه دوم $-4ax^2 + bx + \frac{1}{2}c = 0$ برابر $\log 4$ و a واسطه حسابی b و c باشد،

مقدار $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{c}{a}}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt[4]{5}$

پاسخ تشریحی

$$\begin{cases} -4ax^2 + bx + \frac{1}{2}c = 0 \rightarrow S = \frac{-b}{-4a} = \frac{b}{4a} \rightarrow \frac{4a}{b} = \log 4 \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\log 4}{4} = \frac{2\log 2}{4} = \frac{\log 2}{2} \quad (II) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a = b + c \rightarrow 2\frac{a}{b} = 1 + \frac{c}{b} \rightarrow 2 \times \left(\frac{\log 2}{2}\right) = 1 + \frac{c}{b} \rightarrow \log 2 = 1 + \frac{c}{b} \rightarrow \frac{c}{b} = (\log 2) - 1 \quad (I) \end{cases}$$

$$\frac{1}{II} = \frac{\frac{c}{b}}{\frac{a}{b}} = \frac{c}{a} = \frac{(\log 2) - 1}{\frac{1}{2} \log 2} = \frac{-\log 2}{\frac{1}{2} \log 2} = -\frac{2}{1} = -2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{c}{a}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{2} \times 4} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{2} \times 4} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2} = \sqrt[4]{5}$$





عباس الهی

سوال شماره

۷

متن سوال

اگر معادله $|4x-2| = x^2 - x + a$ دارای سه ریشه حقیقی باشد، ریشه بزرگ تر معادله کدام است؟

۵، ۵ (۴)

۵ (۳)

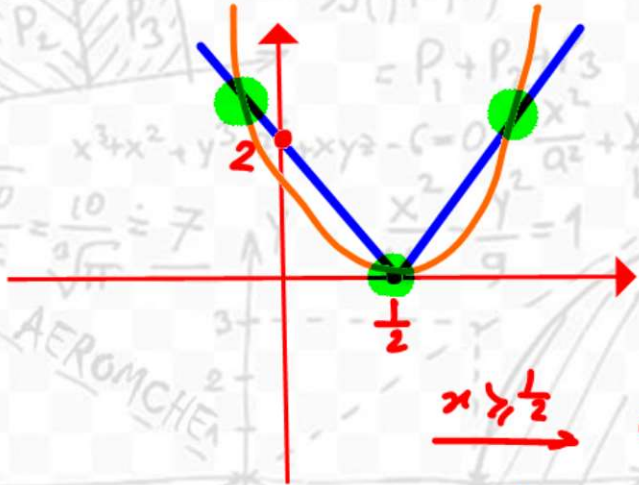
۴، ۵ (۲)

 $x_3 = \frac{1}{2}$

پاسخ تشریحی

پاسخ تشریحی کنکور ۱۴۰۴

ریشه ریاضی ۱۴۰۴



سین
موضع
شماره

$$\Rightarrow y_s = 0 \rightarrow s\left(\frac{1}{2}, 0\right) \rightarrow \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + a = 0$$

$$a = +\frac{1}{4}$$

 $x > \frac{1}{2}$

$$4x-2 = x^2 - x + \frac{1}{4} \rightarrow x^2 - 5x + \frac{9}{4} = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm 4}{2}$$

 $x < \frac{1}{2}$

$$4x-2 = -x^2 + x - \frac{1}{4} \rightarrow x^2 + 3x - \frac{7}{4} = 0 \rightarrow x = \frac{-3 \pm 4}{2}$$





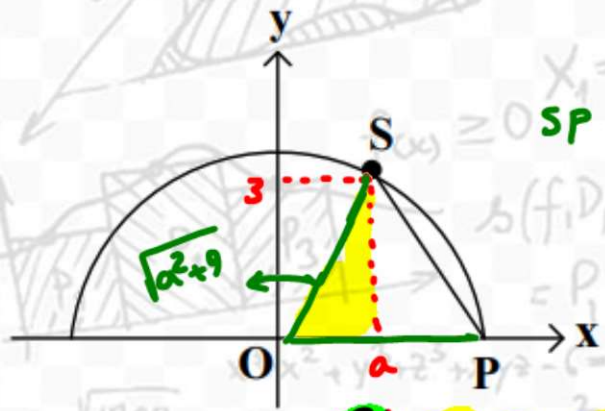
عباس الهی

سوال شماره

۸

متن سوال

نقطه $S(a, 3)$ روی نیم‌دایره شکل زیر داده شده است. اگر طول وتر PS برابر شعاع نیم‌دایره باشد، مقدار a کدام است؟



$$OSP \rightarrow \text{مستطیل} \quad SP = SO = PO = R$$

$$2a = \sqrt{a^2 + 9} \Rightarrow 4a^2 = a^2 + 9 \Rightarrow 3a^2 = 9 \Rightarrow a^2 = 3$$

$$\rightarrow a = \sqrt{3}$$

پاسخ: $a = \sqrt{3}$

پاسخ تشریحی





عباس الهی

سوال شماره

۹

متن سوال

اگر $f(x) = \begin{cases} x+1 & x > 2 \\ -3x+7 & x \leq 2 \end{cases}$ و $f(x) \geq 0 \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) < 0 \rightarrow \emptyset$
 $g(x) = \begin{cases} -x+4 & \\ x-4 & \end{cases}$ باشد، مقدار $f \circ g(-4)$ کدام است؟

$$-5 \quad (4 \geq 0)$$

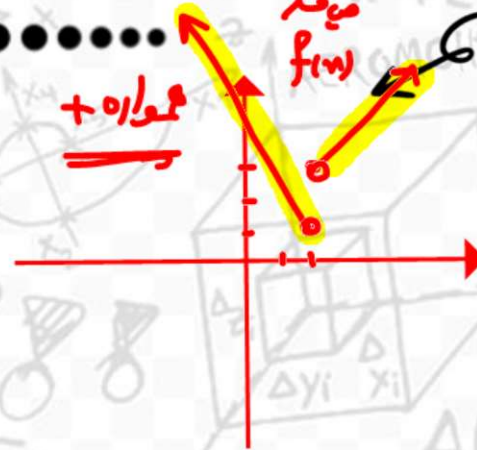
$$-15 \quad (3)$$

$$9 \quad (2)$$

پاسخ تشریحی

$$f \circ g(-4) = f(g(-4)) = f(4+4) = f(8) = 8+1 = 9$$

موازیه +

تعیین $f(x)$ 



عباس الهی

سوال شماره

L

متن سوال

تابع f با ضابطه $f(x) = 6x - x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 10$ در یک همسایگی از a ، وارون پذیر است. اگر $f \circ f(a) = a$ باشد، مقدار $f(a - 9)$ کدام است؟

۳۴ (۴)

۳۲ (۳)

۲۷ (۲)

۲۵ (۱)

پاسخ تشریحی

معنی حل
معرفی

$$f(n) = 6n - n\sqrt{n} - 2\sqrt{n} + 10 = n \Rightarrow 5n + 10 = (n+2)\sqrt{n} \rightarrow 5(n+2) = (n+2)\sqrt{n}$$

پس $n = 25$ همان a

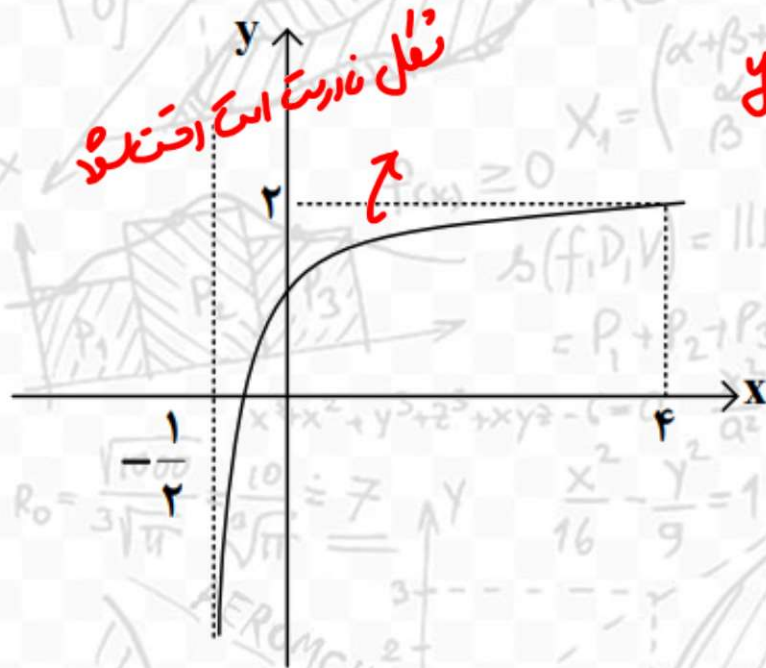
$$\Rightarrow f(a-9) = f(25-9) = f(16) \Rightarrow$$

پس جایگزینی $\rightarrow f(16) = 96 - 16\sqrt{16} - 2\sqrt{16} + 10 = 106 - 72 = 34$





شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = \log_3(ax+b)$ را نشان می‌دهد. مقدار $f^{-1}(-2)$ کدام است؟



$$y = \log_3(ax+b) \rightarrow 3^y = ax+b \rightarrow x = \frac{3^y - b}{a}$$

$$\rightarrow f^{-1}(y) = \frac{3^y - b}{a} \rightarrow f^{-1}(-2) = \frac{3^{-2} - b}{a} = \frac{\frac{1}{9} - b}{a}$$

$$f(x) = \log_3(ax+b) \rightarrow 2 = \log_3(4a+b) \rightarrow 4a+b=9$$

$$x = -\frac{1}{2} \rightarrow -\frac{1}{2}a + b = 0 \rightarrow b = \frac{a}{2} \rightarrow a = 2b$$

$$\Rightarrow 9b = 9 \rightarrow b = 1, a = 2 \rightarrow f^{-1}(-2) = \frac{\frac{1}{9} - 1}{2} = -\frac{4}{9}$$

پاسخ تشریحی





متن سوال

اگر انتهای کمان α در ناحیه چهارم دایره مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $(1 + \cos \alpha) \left(\sqrt{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{1}{\tan \alpha} \right)$ کدام است؟

 $-\sin \alpha$ (۴) $\frac{1}{\sin^2 \alpha}$ $-\cos \alpha$ (۳) $\sin \alpha$ (۲) $\cos \alpha$ (۱) $-\frac{1}{\sin \alpha}$

پاسخ تشریحی

$$(1 + \cos \alpha) \times \left(\left| \frac{1}{\sin \alpha} \right| + \frac{1}{\tan \alpha} \right) \stackrel{\text{ناحیه ۴}}{=} (1 + \cos \alpha) \left(-\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right) = (1 + \cos \alpha) \left(\frac{\cos \alpha - 1}{\sin \alpha} \right) = \frac{\cos^2 \alpha - 1}{\sin \alpha}$$

$$= \frac{-\sin^2 \alpha}{\sin \alpha} = -\sin \alpha$$





متن سوال

اگر $\tan(\alpha + 12^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{4}$ باشد، مقدار $\cot(18^\circ - \alpha)$ کدام است؟

$$\frac{5\sqrt{3}}{3} \quad (4 \geq 0)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{15} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{5} \quad (2)$$

$$5\sqrt{3} \quad (1)$$

پاسخ تشریحی

$$\tan(x-y) = \tan 6^\circ = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{\tan x - \frac{\sqrt{3}}{4}}{1 + \tan x \times \frac{\sqrt{3}}{4}} \Rightarrow \sqrt{3} \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{4}a\right) = a - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} + \frac{3}{4}a = a - \frac{\sqrt{3}}{4} \rightarrow \frac{5\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{4}a \rightarrow a = 5\sqrt{3}$$





عباس الہی

سوال شماره

۱۴

متن سوال

حاصل عبارت $A = \sqrt{3} \cos(21^\circ) \sin(243^\circ) - \sqrt{2} \sin(135^\circ) \cos(153^\circ)$ چند برابر $\cos(27^\circ)$ است؟

(۴) ۰٫۵ (۳) ۱٫۵ (۲) ۲٫۵ (۱) ۳٫۵

پاسخ تشریحی

$$A = \sqrt{3} \cos(21^\circ) \sin(243^\circ) - \sqrt{2} \sin(135^\circ) \cos(153^\circ) = \sqrt{3} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) (-\cos 27^\circ) - \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) (-\cos 27^\circ)$$

$$= \frac{+3}{2} \cos 27^\circ + \cos 27^\circ = \frac{5}{2} \cos 27^\circ = 2.5 \cos 27^\circ$$





عباس الهی

سوال شماره

۱۵

متن سوال

معادله مثلثاتی $\tan 2x + \tan 3x = \tan 5\pi$ چند جواب در بازه $(0, \pi)$ دارد؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

پاسخ تشریحی

$$\tan 2x + \tan 3x = \tan 5\pi \Rightarrow \tan 3x = -\tan 2x \Rightarrow \tan 3x = \tan(-2x) \Rightarrow 3x = k\pi - 2x \Rightarrow 5x = k\pi$$

$$x = \frac{k\pi}{5}$$

(۰, π)

$$\begin{aligned} k=1 &\rightarrow x = \frac{\pi}{5} & k=3 &\rightarrow x = \frac{3\pi}{5} \\ k=2 &\rightarrow x = \frac{2\pi}{5} & k=4 &\rightarrow x = \frac{4\pi}{5} \end{aligned}$$





متن سوال

← $\div$ رفع ابواب

کدام است؟ ($a > 0$)

حاصل $\lim_{x \rightarrow 3a^+} \frac{2\sqrt{x-3a} + 3\sqrt{x} - \sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}}$

$\sqrt{\frac{2}{3a}}$

$\sqrt{\frac{2}{a}}$

پاسخ تشریحی

$$\frac{2\sqrt{x-3a} + 3\sqrt{x} - 3\sqrt{3a}}{\sqrt{x^2-9a^2}} = \frac{2\sqrt{x-3a}}{\sqrt{x^2-9a^2}} + 3 \times \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3a}}{\sqrt{x^2-9a^2}} = \frac{2}{\sqrt{x+3a}} + 3 \times \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3a}}{\sqrt{x^2-9a^2}}$$

$\lim_{x \rightarrow 3a^+} \frac{2}{\sqrt{6a}} = \frac{2}{\sqrt{6a}}$

$\frac{(\sqrt{x-3a}) \sqrt{x-3a}}{\sqrt{x-3a} \times \sqrt{x+3a} \times (\sqrt{x} + \sqrt{3a})} = \frac{\sqrt{x-3a}}{\sqrt{x+3a} \times (\sqrt{x} + \sqrt{3a})}$

$\frac{2}{\sqrt{6a}} \times \frac{\sqrt{6a}}{\sqrt{6a}} = \frac{2\sqrt{6a}}{6a} = \frac{\sqrt{6a}}{3a} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{a}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{a} \times \sqrt{a}} = \sqrt{\frac{2}{3a}}$





عباس الہی

سوال شماره

IV

متن سوال

اگر $\lim_{x \rightarrow \sqrt[3]{4}} \frac{x}{x^2 + ax + b} = +\infty$ باشد، مقدار $\left[\frac{b}{a} \right]$ کدام است؟

ریشه مجری

(1)

پاسخ تشریحی

$$\begin{aligned} & \text{پس } x^2 - 2\sqrt[3]{4}x + \sqrt[3]{16} \rightarrow a = -2\sqrt[3]{4}, b = \sqrt[3]{16} \rightarrow \frac{b}{a} = \frac{\sqrt[3]{16}}{-2\sqrt[3]{4}} \\ & \rightarrow \frac{b}{a} = \frac{\sqrt[3]{4}}{-2} = -\frac{\sqrt[3]{4}}{2} = -\sqrt[3]{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{\sqrt[3]{2}} \Rightarrow \left[\frac{b}{a} \right] = -1 \end{aligned}$$





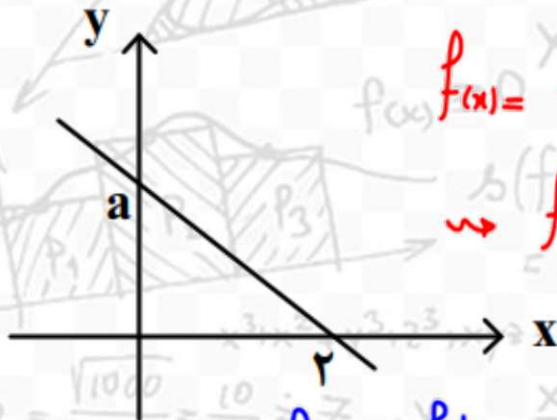
عباس الہی

سوال شماره

۱۸

متن سوال

نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر داده شده است. اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f^{-1}(x)}{|2f(x) - af^{-1}(x)|} = 2$ باشد، مقدار غیر صحیح a کدام است؟



$$f(x) = -\frac{a}{2}x + a \rightarrow y = -\frac{a}{2}x + a \rightarrow 2y = -ax + 2a \rightarrow 2y - 2a = -ax$$

$$\rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-2(x-a)}{a}$$

- (۱) $\sqrt{2}$
- (۲) $1 + \sqrt{2}$
- (۳) $-1 + \sqrt{2}$
- (۴) $2\sqrt{2}$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f^{-1}(x)}{|2f(x) - af^{-1}(x)|} = 2 \rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{-2(x-a)}{a}}{|-ax + a + 2x - 2a|} = 2 \rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\frac{2}{a}x + 2}{|(2-a)x - a|} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{+\frac{2}{a}}{|2-a|} = 2 \rightarrow 2|2-a| = +\frac{2}{a} \rightarrow |2-a| = +\frac{1}{a} \rightarrow \begin{cases} a < 2 \rightarrow 2-a = +\frac{1}{a} \rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0 \quad \text{I} \\ a > 2 \rightarrow 2-a = -\frac{1}{a} \rightarrow a^2 - 2a - 1 = 0 \end{cases}$$

$$(a-1)^2 = 0 \rightarrow a = 1 \quad \text{X}$$

$$\text{I} \rightarrow \frac{a-1}{2} - 2 = 0 \rightarrow a-1 = \pm\sqrt{2} \rightarrow a = 1 \pm \sqrt{2} \rightarrow a = 1 + \sqrt{2}$$





عباس الہی

سوال شماره

۱۹

متن سوال

اگر تابع f با ضابطه

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + |x|}{x^2 + a|x|} & x \neq 0 \\ \frac{2a-1}{2a+2} & x = 0 \end{cases}$$

در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{a}} f(x)$ کدام است؟

$\frac{3}{5}$ (۴)

پاسخ تشریحی

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Rightarrow \frac{|x|(|x|+1)}{|x|(|x|+a)} = \frac{2a-1}{2a+2} \rightarrow \frac{1}{a} = \frac{2a-1}{2a+2}$$

$$\rightarrow 2a+2 = 2a^2 - a \rightarrow 2a^2 - 3a - 2 = 0 \rightarrow a = \frac{3 \pm 5}{4} = \frac{2}{1} \checkmark$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) = \frac{\frac{1}{2} + 1}{\frac{1}{2} + 2} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$$





متن سوال

$$\textcircled{1} \quad x = \frac{\pi}{2} + t \quad \text{و} \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\sin 2x \cot\left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}\right)$$

حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cot\left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}\right)}{x - \frac{\pi}{2}}$ کدام است؟

$$x = \frac{\pi}{2} + t \quad \leftarrow \quad x - \frac{\pi}{2} = t$$

-۲ (۳)

پاسخ تشریحی

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi + 2t) \times 1}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-\sin 2t}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-2 \sin 2t}{2t} = -2$$





عباس الهی

سوال شماره

۲۱

متن سوال

تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} a + \sqrt{x^2} & x < 1 \\ b \sqrt[3]{x^2} & x \geq 1 \end{cases}$ در $\mathbb{R}$ پیوسته است. اگر f فقط در یک نقطه مشتق پذیر نباشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

۲ (۴)

پاسخ تشریحی

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \Rightarrow a + 1 = b \rightarrow b - a = 1 \quad I$$

$$f'_+(1) \neq f'_-(1) \Rightarrow 1 \neq \frac{2}{3} b x^{-\frac{1}{3}} \Big|_{x=1} \Rightarrow 1 = \frac{2}{3} b \rightarrow b = \frac{3}{2} \xrightarrow{I} a = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow a + b = 2$$



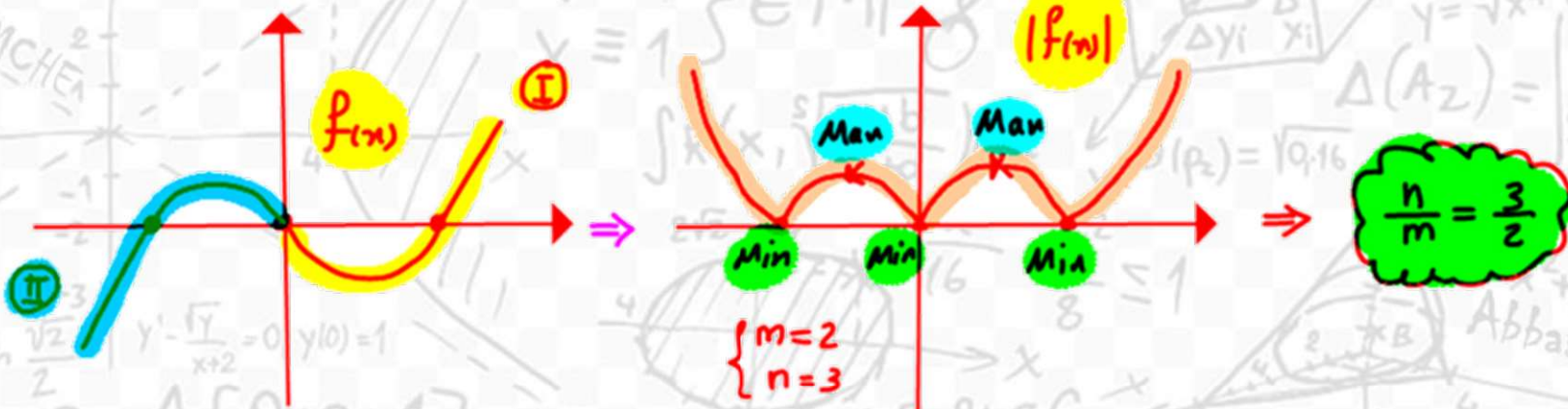


متن سوال

تابع f با ضابطه $f(x) = x^2 - 5|x|$ را در نظر بگیرید. اگر m و n به ترتیب، تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع $y = |f(x)|$ باشند، مقدار $\frac{n}{m}$ کدام است؟

پاسخ تشریحی

$$f(x) = x^2 - 5|x| = \begin{cases} x^2 - 5x & x \geq 0 \quad \text{I} \\ x^2 + 5x & x < 0 \quad \text{II} \end{cases}$$





عباس الهی

سوال شماره

۲۳

متن سوال

به ۱۶ داده آماری با واریانس ۴۰، دو داده جدید اضافه می کنیم. اگر میانگین داده های جدید تغییر نکند ولی واریانس آنها ۱ واحد افزایش یابد، اختلاف دو داده جدید کدام است؟

۱۷ (۴)

۱۶ (۳)

۱۴ (۲)

۱۳ (۱)

پاسخ تشریحی

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 16 \times 40 = 640 \quad \text{و} \quad \sum (x_i - \bar{x})^2 = 18 \times 41 = 738 \rightarrow 738 - 640 = 98$$

$$(a - \bar{x})^2 + (b - \bar{x})^2 = 98$$

فرض میکنیم متغیرهای a و b از میانگین ها فاصله اندیش:

$$2(a - \bar{x})^2 = 98 \rightarrow (a - \bar{x})^2 = 49 \rightarrow a - \bar{x} = 7 \rightarrow \text{پس} \quad b - \bar{x} = -7 \rightarrow 7 - (-7) = 14$$





در یک کلاس ۱۰ نفره که هیچ دو نفری از آنها هم‌قد نیستند دو دانش آموز پشت سرهم به تصادف انتخاب کرده و مشاهده می‌کنیم که دومی از اولی کوتاه‌قدتر است. احتمال اینکه دانش آموز اول بلندقدترین عضو کلاس باشد، کدام است؟

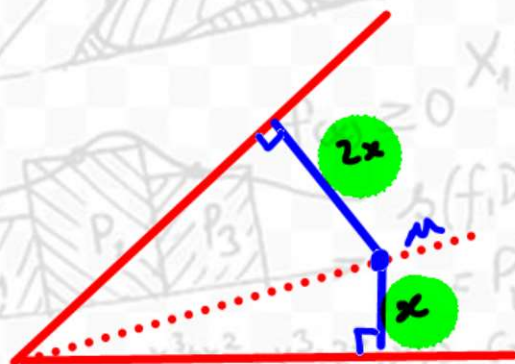
۰٫۱ (۴) A ۰٫۲ (۳) B ۰٫۳ (۲) ۰٫۴ (۱)

پاسخ تشریحی

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{2}} = 0.2$$



با استفاده از کدام روش رسم زیر، می‌توانیم نقطه‌ای در فاصله بین دو ضلع یک زاویه بیابیم به‌طوری که فاصله آن نقطه از یک ضلع زاویه دو برابر فاصله آن نقطه از ضلع دیگر زاویه باشد؟



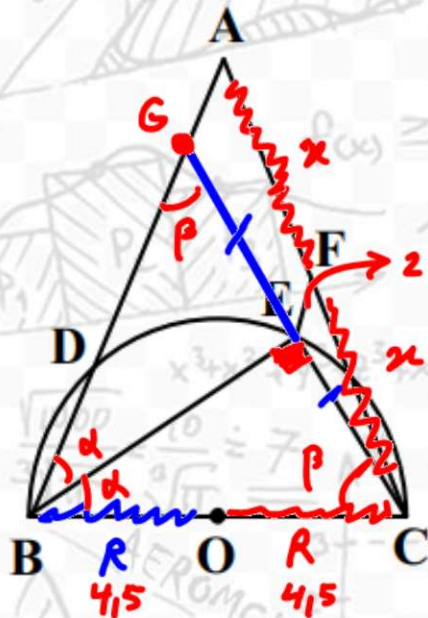
- (۱) رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه‌ای روی آن
- (۲) رسم خط موازی با نیمساز یک زاویه، از نقطه‌ای روی آن
- (۳) رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه‌ای غیرواقع بر آن
- (۴) رسم خط موازی با یک خط، از نقطه‌ای غیرواقع بر آن

پاسخ تشریحی





در شکل زیر، شعاع نیم‌دایره برابر $\frac{4}{5}$ و $EF = 2$ است. اگر $\widehat{DE} = \widehat{EC}$ و $\frac{AF}{AC} = \frac{1}{2}$ باشد، اندازه AB کدام است؟



پس $\widehat{DE} = \widehat{EC} \rightarrow \widehat{B_1} = \widehat{B_2} = \alpha \rightarrow \boxed{GE = CE}$ پس $\widehat{G} = \widehat{C} = \mu$ $\xrightarrow{\text{مربعی‌الس}}$ $AG = 2 \times 2 = 4$
 پس $GC = 9$ $\xrightarrow{\text{مربعی‌الس}}$ $AG = 4$
 پس $AB = AG + BG = 4 + 9 = 13$ $\rightarrow$ **پاسخ ۱۳ (۲)**
 پس $BE = 2$ $\xrightarrow{\text{مربعی‌الس}}$ $AG = 4$
 پس $GC = 9$ $\xrightarrow{\text{مربعی‌الس}}$ $AG = 4$
 پس $AB = AG + BG = 4 + 9 = 13$ $\rightarrow$ **پاسخ ۱۳ (۲)**

پاسخ تشریحی

$$AB = AG + BG = 4 + 9 = 13$$

کهسان BC یا قطر





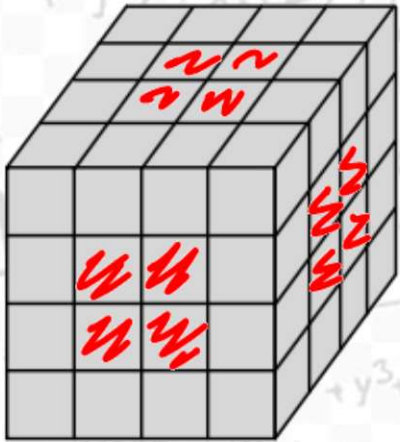
عباس الهی

سوال شماره

۲۷

متن سوال

تمام وجه‌های مکعب به ابعاد $4 \times 4 \times 4$ شکل زیر، رنگ آمیزی شده است. چند مکعب به ابعاد $1 \times 1 \times 1$ وجود دارد که فقط یک وجه‌شان رنگ شده است؟



$$6 \times 4 = 24$$

(۱) ۸

(۲) ۱۲

(۳) ۱۶

(۴) ۲۴

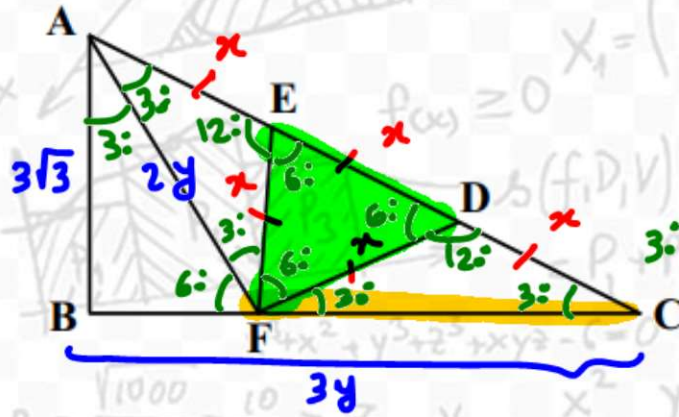
پاسخ تشریحی





در مثلث شکل زیر، نقاط D و E ضلع AC را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده و مثلث EFD، متساوی الاضلاع است.

اگر $\frac{AF}{BC} = \frac{2}{3}$ و $AB = 3\sqrt{3}$ باشد، طول FC کدام است؟



سین
رابطه ی
 $AC = 2 \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \rightarrow x = 2\sqrt{3}$

از طرفی در $\triangle ABF$ → رابطه ی → $BF = \frac{1}{2} \times AF = y$ → $FC = 3y - y = 2y = 6$

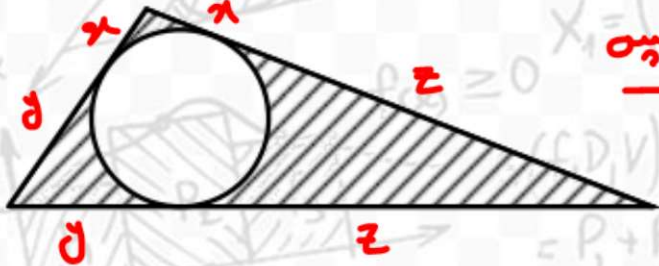
از طرفی در $\triangle ABF$: $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 2y = 3\sqrt{3} \rightarrow y = 3$



پاسخ تشریحی



در شکل زیر، محیط مثلث محیطی $\sqrt{48\pi}$ است. اگر مساحت قسمت هاشور خورده برابر ۳ باشد، مساحت مثلث محیطی کدام است؟



$$x + y + z = 2\sqrt{3\pi}$$

$$r = \frac{S}{p} = \frac{3 + \pi r^2}{2\sqrt{3\pi}} \Rightarrow 2r\sqrt{3\pi} = 3 + \pi r^2 \Rightarrow \pi r^2 - 2\sqrt{3\pi}r + 3 = 0$$

$$\Rightarrow r = \frac{2\sqrt{3\pi} \pm \sqrt{12\pi - 42\pi}}{2\pi} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{3\pi}}{\pi} = \sqrt{\frac{3}{\pi}}$$

$$S_{\text{مثلث}} = \pi \times \frac{3}{\pi} + 3 = 6$$

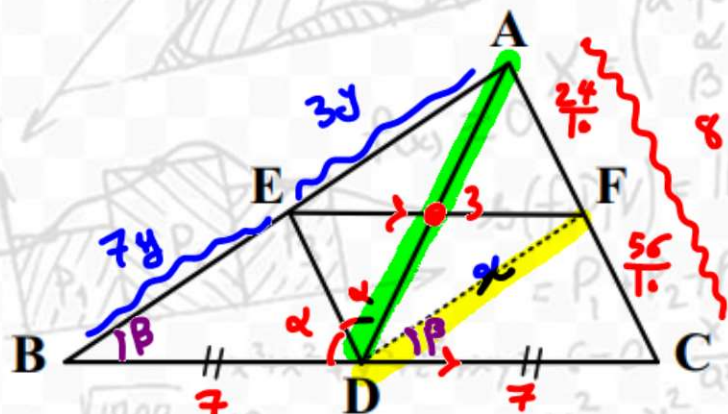
پاسخ تشریحی





متن سوال

در مثلث ABC ، DE نیمساز زاویه $\hat{A}DB$ و $EF \parallel BC$ است. اگر $AC = 8$ ، $BC = 14$ و $AD = 3$ باشد، اندازه DF کدام است؟



قضیه غنیه
 $\triangle ADB$

نسبت
 $\frac{7}{9}$

مانده اندازه ها به یک
 تناسب

- (۱) $\sqrt{7}$
- (۲) $0.9\sqrt{7}$
- (۳) $0.5\sqrt{21}$
- (۴) $0.6\sqrt{21}$

پاسخ تشریحی

قضیه
 $\triangle ADC$ → استعاره در

$$x^2 = \frac{9 \times \frac{56}{10} + 49 \times \frac{24}{10}}{8} - \frac{24 \times 56}{100} = \frac{1680}{80} - \frac{1344}{100}$$

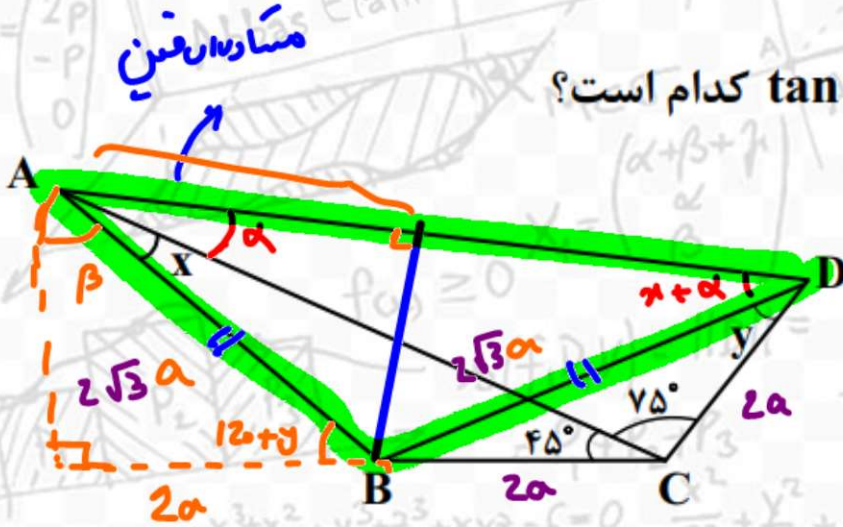
$$= \frac{168}{8} - \frac{1344}{100} = 21 - \frac{1344}{100} = \frac{756}{100} \Rightarrow \sqrt{\frac{36 \times 21}{100}} = x \rightarrow x = 0.6\sqrt{21}$$





عباس الہی

در شکل زیر، اگر $\hat{A}DB = \hat{B}AD$ و $x + y = 90^\circ$ باشد، مقدار $\tan x$ کدام است؟



درصفت

در مثلث $\triangle ADC$: $\hat{A} + \hat{D} + \hat{C} = 180^\circ$

$$2\alpha + 1 + 75 = 180^\circ \rightarrow 2\alpha = 15$$

$$\frac{\sqrt{6}}{1}$$

$$\frac{\sqrt{6}}{4} (2)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{3} \pi$$

$$\frac{\sqrt{e}}{e} (f)$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \xrightarrow[\text{سادگی}]{\text{بهره گیری}} \frac{2\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

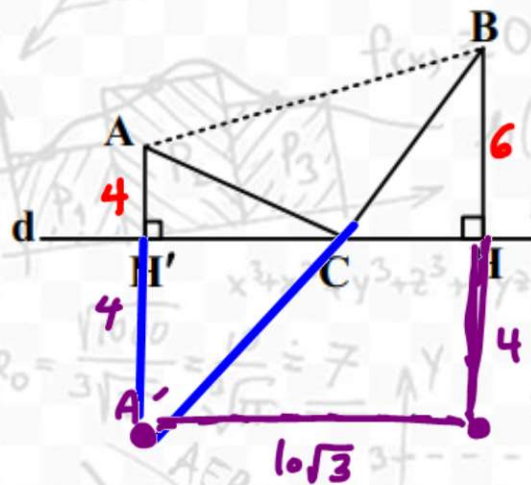
۱۰۔ راہِ حق سے ملنا ہی ناسوت ہے۔

پاسخ تشریحی





در شکل زیر، فاصله نقاط A و B از خط d به ترتیب، ۴ و ۶ واحد است و نقطه C روی خط d طوری انتخاب شده است که محیط مثلث ABC کمترین باشد. اگر مساحت چهارضلعی ABHH' برابر $50\sqrt{3}$ باشد، اندازه CH کدام است؟



$$S_{ABHH'} = 50\sqrt{3} \rightarrow \frac{10 \times HH'}{2} = 50\sqrt{3} \rightarrow HH' = 10\sqrt{3}$$

$$AB = AC + BC = \sqrt{1^2 + 3^2} = 2$$

$$\frac{6}{10} = \frac{CH}{10\sqrt{3}} \rightarrow CH = 6\sqrt{3}$$

$$4\sqrt{3} \quad (1)$$

$$6\sqrt{3} \quad (2)$$

$$10\sqrt{3} \quad (3)$$

$$10\sqrt{3} \quad (4)$$

پاسخ تشریحی





عباس الهی

سوال شماره

۳۳

متن سوال

اگر $\vec{u}$ بردار یکه در راستای نیمساز زاویه بین بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{v}$ بردار یکه در راستای نیمساز زاویه بین بردارهای $2\vec{a}$ و $-\vec{b}$ باشد، مساحت مثلثی که توسط بردارهای $\vec{u}$ و $\vec{v}$ تولید می‌شود، کدام است؟

$$\vec{a} \times \vec{a} - \vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{a} - \vec{b} \times \vec{b} = -2(\vec{a} \times \vec{b})$$

پاسخ تشریحی

$$\vec{u} = \frac{\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}}{\left| \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} \right|} \quad |\vec{a}| = |\vec{b}| = 1 \quad \frac{\vec{a} + \vec{b}}{|\vec{a} + \vec{b}|}$$

$$\vec{v} = \frac{\frac{2\vec{a}}{2|\vec{a}|} - \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}}{\left| \frac{2\vec{a}}{2|\vec{a}|} - \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} \right|} \quad |\vec{a}| = |\vec{b}| = 1 \quad \frac{\vec{a} - \vec{b}}{|\vec{a} - \vec{b}|}$$

$$S = \frac{1}{2} |\vec{u} \times \vec{v}| = \frac{1}{2} \times \frac{|\vec{a} + \vec{b}| \cdot |\vec{a} - \vec{b}|}{|\vec{a} + \vec{b}| \cdot |\vec{a} - \vec{b}|} = \frac{1}{2} \times \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{|\vec{a} + \vec{b}| \cdot |\vec{a} - \vec{b}|} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3} \times 1} = \frac{1}{2}$$



فرصت زیرین
 $\vec{a}$ و $\vec{b}$ زاویه 60° دارند

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = 1 \times 1 \times \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{2 + 2\cos 60^\circ} = \sqrt{3}, \quad |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{2 - 2\cos 60^\circ} = 1$$



متن سوال

اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 5 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $D = BA^3B$ کدام است؟

$$|D| = |BA^3B| = |B| \times |A^3| \times |B| = |B|^2 \times |A^3|$$

$$-\frac{1}{3} \quad (۴)$$

$$-8 \quad (۳)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۲)$$

پاسخ تشریحی

$$|A| = (-1) \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{6} \rightarrow |A|^3 = |A^3| = \left(-\frac{1}{6}\right)^3 = -\frac{1}{216}$$

$$|B| = -2 \times 3 \times 4 = -24 \rightarrow |B|^2 = (-24)^2 = 24^2 = (25-1)^2 = 625 - 50 + 1 = 576$$

$$\Rightarrow |D| = -\frac{1}{216} \times 576 = -\frac{576}{216} = -\frac{8}{3}$$





عباس الهی

سوال شماره

۳۵

متن سوال

برای ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ، اگر $C = A \times B$ و $D = B \times C \times A$ باشد، $|D|$ کدام است؟

صفر (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

پاسخ تشریحی

$$C = A \times B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C \times A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow D = B \times C \times A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow D = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |D| = 4$$





عباس الهی

سوال شماره

۳۶

متن سوال

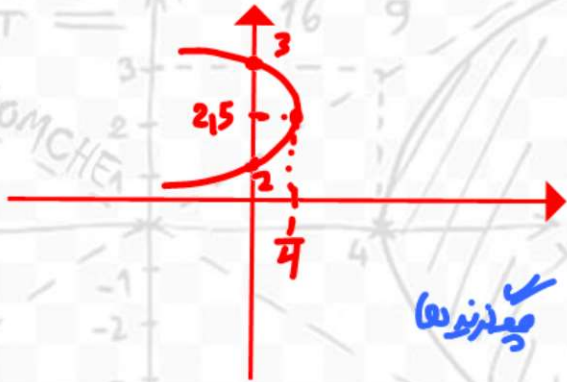
نقطه $A(\alpha, \beta)$ روی سهمی $x = -y^2 + 5y - 6$ قرار دارد. اگر فاصله نقطه A از کانون سهمی برابر 1.5 باشد، مقدار α کدام است؟

پاسخ تشریحی

پاسخ تشریحی کنکور ۱۴۰۴

رشته ریاضی

$$x = -y^2 + 5y - 6 = -\left(y^2 - 5y + 6\right) = -\left[\left(y - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} + 6\right] = -\left(y - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \rightarrow a = -\frac{1}{4}$$



$$F\left(0, \frac{5}{2}\right) \rightarrow FA = \sqrt{(\alpha - 0)^2 + \left(\beta - \frac{5}{2}\right)^2} = \frac{3}{2}$$

$$\alpha = -\beta^2 + 5\beta - 6$$

$$\rightarrow \alpha^2 + \left(\beta - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

مقدارهای

$$\alpha = 2 \rightarrow 2 = -\beta^2 + 5\beta - 6 \rightarrow \beta^2 - 5\beta + 8 = 0 \rightarrow \Delta < 0$$

$$\alpha = 1 \rightarrow 1 = -\beta^2 + 5\beta - 6 \rightarrow \beta^2 - 5\beta + 7 = 0 \rightarrow \Delta < 0$$

$$\alpha = -1 \rightarrow -1 = -\beta^2 + 5\beta - 6 \rightarrow \beta^2 - 5\beta + 5 = 0 \rightarrow \Delta = 5 > 0$$

$$\alpha = -2 \rightarrow \text{با توجه به معادله بالا ممکن نیست}$$

$$\beta = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\beta = \pm \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{5}{2}$$

$$\left(\beta - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} = 0$$





عباس الهی

سوال شماره

۳۷

متن سوال

اگر عدد طبیعی $a > 3$ اعداد $7m + 2$ و $11m + 4$ را عاد کند، کدام مورد نمی تواند عدد اول بزرگ تر از ۳ باشد؟

 $ak + 7$ (۴) $ak + 5$ (۳) $ak + 3$ (۲) $ak + 1$ (۱)

پاسخ تشریحی

$$\begin{cases} a | 7m+2 \\ a | 11m+4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a | 77m+22 \\ a | 77m+28 \end{cases} \rightarrow a | 6 \xrightarrow{a>3} a=6 \xrightarrow{a \neq 6} \text{تقریبا} \begin{cases} 6k+1 \\ 6k+3 \\ 6k+5 \\ 6k+7 \end{cases} \xrightarrow{k=1} 9 \times$$





عباس الہی

سوال شماره

۳۸

متن سوال

۱۰ نفر به چند طریق می توانند در پنج اتاق ۲ نفره یکسان واقع در یک هتل اسکان یابند؟

۹۴۵ (۴)

۵۶۷ (۳)

۳۱۵ (۲)

۱۸۹ (۱)

پاسخ تشریحی

$$\frac{{}^{10}P_2 \times {}^8P_2 \times {}^6P_2 \times {}^4P_2 \times {}^2P_2}{5!} = \frac{45 \times 28 \times 15 \times 6 \times 2}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 63 \times 15 = 945$$





عباس الهی

سوال شماره

۳۹

متن سوال

در کیسه‌ای ۶ گوی آبی، ۵ گوی سبز، ۴ گوی قرمز و ۷ گوی سفید وجود دارد. حداقل چند گوی از کیسه بیرون بیاوریم تا مطمئن شویم که حداقل ۳ گوی آبی یا حداقل ۴ گوی سبز یا حداقل ۲ گوی قرمز یا حداقل ۵ گوی سفید بیرون آورده‌ایم؟

(۴) ۱۵

(۳) ۱۴

(۲) ۱۱

(۱) ۱۰

پاسخ تشریحی

$$\begin{array}{r} 4R \\ 6B \\ 5G \\ 7W \end{array}$$

لانه کبوتر

حداقل ۳ گوی آبی → ۲

حداقل ۴ گوی سبز → ۳

حداقل ۲ گوی قرمز → ۱

حداقل ۵ گوی سفید → ۴

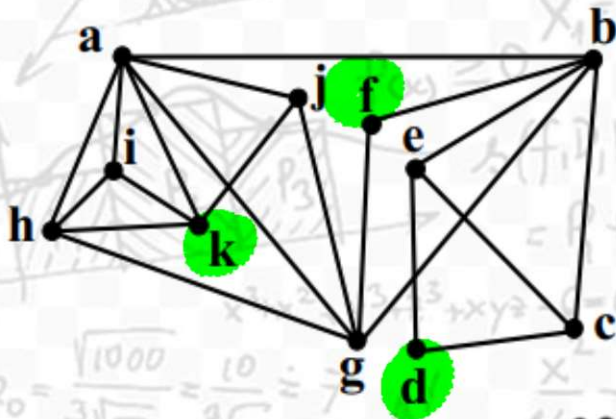
$$10 \rightarrow 10 + 1 = 11$$





متن سوال

در گراف شکل زیر، چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم برای این گراف وجود دارد به طوری که هر رأس گراف فقط متعلق به یکی از همسایگی‌های بستهٔ اعضای مجموعه احاطه‌گر مینیمم باشد؟



مجموعه {d, k, f}

(۱) ۳

(۲) ۲

(۳) ۱

(۴) صفر

پاسخ تشریحی

