

۱۱۱- حاصل عبارت $\sqrt[4]{\sqrt[3]{2^8}} \times \sqrt[4]{162} \times \sqrt[4]{4^6 \sqrt{2}}$ چند برابر $\sqrt{6}$ است؟

۳ (۴)

۲√۶ (۳) ✓

۳√۲ (۲)

۲ (۱)

پاسخ

$$2^{\frac{8}{12}} \times 2^{\frac{1}{4}} \times 3 \times 2 \times 2^{\frac{1}{12}} = 2^2 \times 3$$

$$\rightarrow \frac{2^2 \times 3}{2^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}}} = 2^{\frac{3}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}} = 2(2 \times 3)^{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{6}$$

 riaziator

 Arazmath
Math.araz

 ریاضی به روش آبار
۰۹۰۵۵۷۱۳۱۶۹

 ریاضی به سبک عراز
۰۹۱۶۴۳۵۶۵۴۴

۱۱۲- به ازای چند مقدار طبیعی m ، اشتراک دو بازه $A = [\frac{4}{m+1}, +\infty)$ و $B = (-\infty, \frac{5}{m+2}]$ یک مجموعه متناهی

است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲) ✓

۴ (۱)

پاسخ

$$\text{نتیجه: } \frac{4}{m+1} \geq \frac{5}{m+2} \rightarrow \frac{4(m+2) - 5(m+1)}{(m+1)(m+2)} \geq 0$$

$$\frac{-m+3}{(m+1)(m+2)} \geq 0$$



$$m = \underbrace{1, 2, 3}_{\leq 3}$$

۱۱۳- اگر a, b, c سه جمله نخست و متمایز یک دنباله حسابی بوده و $\frac{1}{c}, \frac{1}{a}, \frac{1}{b}$ سه جمله نخست یک دنباله هندسی

باشند، دو برابر قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟

۴) ۲- ✓

۳) ۱-

۲) ۲

۱) ۱

پاسخ

$$2b = a + c \rightarrow c = 2b - a$$

$$\frac{1}{4}bc = \left(\frac{1}{2}a\right)^2 \rightarrow \cancel{\frac{1}{4}}bc = \cancel{\frac{1}{4}}a^2 \rightarrow a^2 = bc \rightarrow a^2 = b(2b - a)$$

توضیح سوال: $2q = 2\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{a}{b} = t$

$$a^2 = b(2b - a) \xrightarrow{\div b^2} \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{b(2b - a)}{b^2} \Rightarrow t^2 = 2 - t \rightarrow t^2 + t - 2 = 0$$

$t \neq 1 \leftarrow$ غیر مجاز
 $t = -2$

۱۱۴- مجموعه جواب نامعادله $(5-2m)x^2 - (2m+n-5)x < n$ به صورت بازه $(-1, m-2)$ است. اگر m عدد طبیعی

باشد، مقدار $m+n$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳) ✓

۱ (۲)

(۱) صفر

پاسخ

$$(5-2m)x^2 - (2m+n-5)x - n < 0$$

غَقَن $m=1$ یا $m=2$ $\xrightarrow{m \text{ عدد طبیعی}}$ $m < \frac{5}{2} \rightarrow 5-2m > 0 \Rightarrow$ سهمی رو به بالا
 له بازه جواب رو ته می‌کنه

$\alpha \quad \beta$
 $\uparrow \quad \uparrow$
 $(-1, 0) \rightarrow \alpha\beta = P = 0 \rightarrow \frac{-n}{1} = 0 \rightarrow n = 0$

جواب آخر : $m+n = 2+0 = \underline{2}$

۱۱۵- ارتفاع یک مثلث ۲ واحد بیشتر از ۳ برابر قاعده آن است. اگر ۴ واحد هم به ارتفاع و هم به قاعده این مثلث اضافه شود، مساحت مثلث جدید $\frac{4}{5}$ برابر مساحت مثلث اولیه می‌شود. مساحت مثلث اولیه کدام است؟

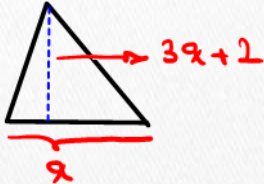
۲۸ (۴)

۱۶٫۵ (۳)

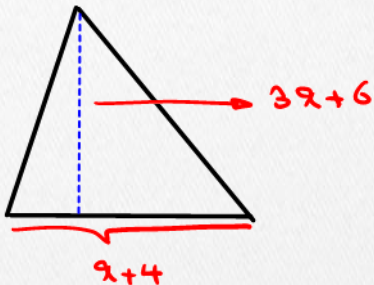
۱۴٫۵ (۲)

۸ (۱) ✓

پاسخ



$$S_1 = \frac{1}{2}x(3x+2)$$



$$S_2 = \frac{1}{2}(x+4)(3x+6)$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{9}{2} \rightarrow \frac{\frac{1}{2}(x+4)(3x+6)}{\frac{1}{2}x(3x+2)} = \frac{9}{2} \rightarrow \frac{3x^2+18x+24}{3x^2+2x} = \frac{9}{2}$$

$$\rightarrow 27x^2+18x = 6x^2+36x+48 \rightarrow 21x^2-18x-48=0$$

$$x=20k \quad x=\frac{-48}{42} \text{ ریشه}$$

$$\text{جواب آن} : S_1 = \frac{1}{2}x(3x+2) = \frac{1}{2} \times 2(8) = 8$$

۱۱۶- اگر f تابع همانی و g تابع ثابت بوده و $g(3x) + 2f(3+x) = 3 + 2x$ باشد، مقدار $\frac{f(-1)}{g(4)}$ کدام است؟

$-\frac{1}{3}$ (۴)

$-\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲) ✓

$\frac{1}{4}$ (۱)

پاسخ

$$m + 6 + 2x = 3 + 2x \rightarrow m = -3$$

$$\frac{f(-1)}{g(4)} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$$

۱۱۷- اگر $f(x) = \sqrt{a-x}$ و $g(x) = 3-x$ باشد، به ازای کدام مقدار a ، توابع f و $g \circ f$ روی محور y ها متقاطع اند؟

۲,۵ (۴)

۲,۲۵ (۳) ✓

۱,۵ (۲)

۱,۲۵ (۱)

پاسخ

$$f(g(x)) = g(f(x)) \rightarrow \sqrt{a-x} = 3 - \sqrt{a-x}$$

$$\underline{x=0} \rightarrow \sqrt{a} = 3 - \sqrt{a} \rightarrow 2\sqrt{a} = 3 \rightarrow a = \frac{9}{4} = 2,25$$

۱۱۸- مجموع جذر معکوس ریشه‌های معادله $36x^2 - (m+14)x + 1 = 0$ برابر ۵ است. حاصل ضرب ریشه‌های معادله

$mx^2 + 3x + 2 = 0$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

-۳ (۲)

-۲ (۱) ✓

پاسخ

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}} = \frac{\sqrt{3+2\sqrt{p}}}{\sqrt{p}} = \frac{\sqrt{\frac{m+14}{36}} + 2\sqrt{\frac{1}{36}}}{\sqrt{\frac{1}{36}}} = \frac{\sqrt{\frac{m+26}{36}}}{\frac{1}{6}} = 5$$

$$\frac{\frac{\sqrt{m+26}}{6}}{\frac{1}{6}} = 5 \rightarrow \sqrt{m+26} = 5 \rightarrow m = -1$$

معادله: $mx^2 + 3x + 2 = 0$ $\xrightarrow{m=-1} -x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow p = -2$

۱۱۹- تابع $y = \frac{x}{|x|} \sqrt{a+bx^2}$ و وارون آن از نقطه $(-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$ می‌گذرند. مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

۱) (۴) ✓

۲) $-\frac{1}{2}$ (۳)

۳) -۳ (۲)

۴) $-\frac{1}{3}$ (۱)

پاسخ

$$f\left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{4}{5} \rightarrow -\sqrt{a + \frac{9}{25}b} = -\frac{4}{5} \rightarrow a + \frac{9}{25}b = \frac{16}{25}$$

$$f^{-1}\left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{4}{5} \rightarrow f\left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{3}{5} \rightarrow -\sqrt{a + \frac{16}{25}b} = -\frac{3}{5} \rightarrow a + \frac{16}{25}b = \frac{9}{25}$$

$$\begin{cases} a + \frac{9}{25}b = \frac{16}{25} \\ a + \frac{16}{25}b = \frac{9}{25} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -a - \frac{9}{25}b = -\frac{16}{25} \\ a + \frac{16}{25}b = \frac{9}{25} \end{cases}$$

$$\frac{7}{25}b = -\frac{7}{25} \rightarrow b = -1$$

$$\rightarrow \frac{a}{b} = -1$$

$$\rightarrow a - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \rightarrow a = 1$$

۱۲۰- به ازای چند مقدار صحیح از m ، تابع $f = \{(-5, 4-m), (2, 2m+3), (10, -10), (3, m-2)\}$ نزولی است؟

۷ (۴)

۶ (۳) ✓

۵ (۲)

۴ (۱)

پاسخ

$$4-m > 2m+3 > m-2 > -10$$

$$m-2 > -10 \rightarrow m > -8$$

$$2m+3 > m-2 \rightarrow m > -5 \xrightarrow{\text{انتخاب}} -5 < m < \frac{1}{3}$$

$$4-m > 2m+3 \rightarrow m < \frac{1}{3}$$

$$\underbrace{-5, -4, -3, -2, -1, 0}_{\leq -5}$$

۱۲۱- اگر $(۴b-a, ۵) \cup (۲, a+b)$ یک همسایگی محذوف ۴ باشد، مقدار $b-a$ کدام است؟

$\frac{۵}{۴}$ (۴)

$\frac{۴}{۵}$ (۳)

$-\frac{۵}{۴}$ (۲)

$-\frac{۴}{۵}$ (۱) ✓

پاسخ

$$\begin{cases} a+b=4 \\ -a+4b=4 \end{cases} \xrightarrow{\text{red}} a + \frac{8}{5} = 4 \xrightarrow{\text{red}} a = \frac{12}{5}$$

$$\underline{\hspace{1cm}} \quad 5b=8 \rightarrow b = \frac{8}{5}$$

جواب آخر: $b-a = \frac{8}{5} - \frac{12}{5} = -\frac{4}{5}$

۱۲۲- در یک متوازی‌الاضلاع به مساحت ۵۴، نسبت دو ضلع مجاور ۲ به ۳ است. اگر زاویه بزرگ‌تر بین دو ضلع مجاور ۱۵۰ درجه باشد، محیط متوازی‌الاضلاع کدام است؟

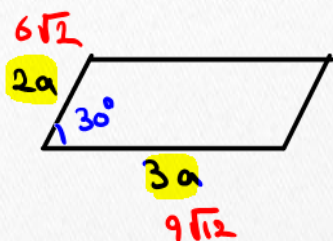
۳۰√۲ (۴) ✓

۱۵√۲ (۳)

۱۵ (۲)

۳۰ (۱)

پاسخ



$$8 = \cancel{2}a \times \cancel{3}a \times \sin 30^\circ = \frac{6}{18} \rightarrow a^2 = 18$$

$$\rightarrow a = 3\sqrt{2}$$

$$\text{محیط} = P = 2(6\sqrt{2} + 9\sqrt{2}) = 30\sqrt{2}$$

۱۲۳- اگر $\alpha = 22,5^\circ$ درجه باشد، حاصل $A = -1 + \tan(7\alpha)$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{2} - 1$ (۴)

$1 - \sqrt{2}$ (۳)

$-\sqrt{2}$ (۲) ✓

$-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

پاسخ

$\alpha = 22,5^\circ = \frac{\lambda}{8}$

$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 \rightarrow \cos \frac{\lambda}{4} = 2 \cos^2 \frac{\lambda}{8} - 1 \rightarrow \cos \frac{\lambda}{8} = \frac{\sqrt{\sqrt{2}+2}}{2}$

$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \rightarrow \cos \frac{\lambda}{4} = 1 - 2 \sin^2 \frac{\lambda}{8} \rightarrow \sin \frac{\lambda}{8} = \frac{\sqrt{-\sqrt{2}+2}}{2}$

$\tan \frac{\lambda}{8} = \frac{\sin \frac{\lambda}{8}}{\cos \frac{\lambda}{8}} = \sqrt{\frac{-\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}+2}}$

$A = -1 + \tan \frac{7\lambda}{8} = -1 + \tan(2\pi - \frac{\lambda}{8}) = -1 - \tan \frac{\lambda}{8} = -1 - \sqrt{\frac{-\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}+2}}$
 باید ساده شود. ☹️

$\sqrt{\frac{-\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}+2} \times \frac{-\sqrt{2}+2}{-\sqrt{2}+2}} = \sqrt{\frac{(-\sqrt{2}+2)^2}{-2+4}} = \frac{-\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}} = -1 + \sqrt{2}$

جواب نه: $-1 - (-1 + \sqrt{2}) = -1 + 1 - \sqrt{2} = -\sqrt{2}$

۱۲۴- در بازه $[0, \pi]$ معادله مثلثاتی $\sin 2x = \cos 3x$ چند جواب دارد؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲) ✓

۲ (۱)

پاسخ

$$\sin 2x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$$

$$2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - 3x \rightarrow 5x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} + \frac{\pi}{10}$$

$$\frac{\pi}{10}, \frac{2\pi}{5} + \frac{\pi}{10}, \frac{4\pi}{5} + \frac{\pi}{10} \rightarrow \text{۳ جواب}$$

$$2x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{2} + 3x \rightarrow x = -2k\pi - \frac{\pi}{2}$$

۱۲۵- اگر مقادیر تقریبی $\log_2 7 = 2,8$ و $\log_5 2 = 0,5$ باشد، حاصل $\log_{14} 10$ کدام است؟

$$\frac{9}{14} \quad (4)$$

$$\frac{11}{14} \quad (3)$$

$$\frac{10}{19} \quad (2)$$

$$\frac{15}{19} \quad (1) \checkmark$$

پاسخ

$$\log_2 5 = 2$$

$$\log_{14} 10 = \frac{\log_2 10}{\log_2 14} = \frac{\log_2 2 \times 5}{\log_2 7 \times 2} = \frac{1 + \log_2 5}{1 + \log_2 7} = \frac{1 + 2}{1 + 2,8} = \frac{3}{3,8} = \frac{15}{19}$$

۱۲۶- ضریب تغییرات داده‌های ۱, ۱,۰۸, ۱,۲, ۱,۱۶, ۱,۱۶ کدام است؟

$$\frac{1}{7\sqrt{5}} \quad (۴) \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{6\sqrt{3}} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{3\sqrt{5}} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2\sqrt{3}} \quad (۱)$$

پاسخ

$$\bar{x} = \frac{1 + 1,08 + 1,2 + 1,16 + 1,16}{5} = 1,12$$

$$s^2 = \frac{(-0,04)^2 + (-0,04)^2 + (-0,08)^2 + (-0,04)^2 + (-0,12)^2}{5} = \frac{0,0256}{5}$$

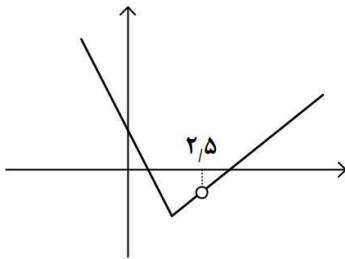
$$s = \sqrt{\frac{0,0256}{5}} = \frac{0,16}{\sqrt{5}}$$

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\frac{0,16}{\sqrt{5}}}{1,12} = \boxed{\frac{1}{7\sqrt{5}}}$$

۱۲۷- نمودار تابع با ضابطه

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax + b & x \geq 1 \\ 4x - c & x < 1 \end{cases}$$

به صورت زیر رسم شده است. مقدار $a + b$ کدام است؟



- ۴ (۱) ✓
۱ (۲)
-۱ (۳)
-۴ (۴)

پاسخ

$$4(2,5) - c = 0 \rightarrow c = 10$$

$$2(2,5)^2 + a(2,5) + b = 0 \rightarrow 2,5a + b = -12,5$$

در $x=1$ پیوسته است

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f = 4 - \frac{10}{2}(1) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f = \frac{2+a+b}{-6}$$

$$\rightarrow \frac{a+b+2}{-6} = -1 \rightarrow a+b = 4$$

سوال اینجا حل شد، بقیه متن رو بیشتره ز

$$\begin{cases} a+b = 4 \\ 2,5a+b = -12,5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -a-b = -4 \\ 2,5a+b = -12,5 \end{cases}$$

$$\hline 1,5a = -16,5 \rightarrow a = -11$$

$$b = -7$$

$$\text{جواب آخر} = a+b = -11-7 = -18$$

۱۲۸- تابع با ضابطه $f(x) = 2 \left[\frac{2-x}{2} \right] + a \left[\frac{x+2}{3} \right]$ در نقطه $x = -2$ حد دارد. مقدار $\left[\frac{a}{3} \right]$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر ✓

پاسخ

$$x \rightarrow (-2)^- : 2 \left[\frac{2 - (-2)^-}{2} \right] + a \left[\frac{(-2)^- + 2}{3} \right] = 4 - a$$

$$x \rightarrow (-2)^+ : 2 \left[\frac{2 - (-2)^+}{2} \right] + a \left[\frac{(-2)^+ + 2}{3} \right] = 2$$

$$\rightarrow 4 - a = 2$$

$$a = 2$$

جواب آخر: $\left[\frac{2}{3} \right] = 0$

۱۲۹- اگر $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-k[x]}{x^2-1} = -\infty$ باشد، نقاط $(k\pi, \cos k\pi)$ در کدام ناحیهٔ محورهای مختصات قرار دارند؟
 (۱) اول (۲) دوم ✓ (۳) سوم (۴) چهارم

پاسخ

$$(-1)^-: \frac{1-k[(-1)^-]}{0^+} = \frac{1+2k}{0^+} = -\infty \rightarrow 1+2k < 0 \rightarrow k < -\frac{1}{2}$$

$$(-1)^+: \frac{1-k[(-1)^+]}{0^-} = \frac{1+k}{0^-} = -\infty \rightarrow 1+k > 0 \rightarrow k > -1$$

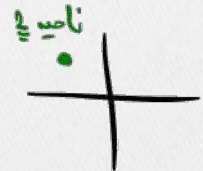
$$\rightarrow -1 < k < -\frac{1}{2}$$

مثلاً: $k = -\frac{1}{3}$

$$(k\pi, \cos k\pi) \xrightarrow{k = -\frac{1}{3} \text{ مثلاً}} \left(-\frac{\pi}{3}, \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \right)$$

$\ominus$
 $\oplus$

Cos منفی متوجه



۱۳۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + mx + n}{a - x} & x \neq a \\ 2 & x = a \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته است. اگر $f(2a) = 0$ باشد، مقدار $n - m$ کدام است؟

۱۴ (۴) ✓ ۱۲ (۳) -۴ (۲) -۲ (۱)

پاسخ

$$\rightarrow a^2 + ma + n = 0 \quad \textcircled{\text{I}}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 + mx + n}{a - x} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow a} \frac{2x + m}{-1} = 2 \rightarrow 2a + m = -2 \quad \textcircled{\text{II}}$$

$$\rightarrow m = -2 - 2a$$

$$f(2a) = 0 \rightarrow (2a)^2 + m(2a) + n = 0 \rightarrow 4a^2 + 2am + n = 0 \quad \textcircled{\text{III}}$$

$$\textcircled{\text{I}}, \textcircled{\text{III}} \rightarrow a^2 + ma + \cancel{n} = 4a^2 + 2am + \cancel{n} \rightarrow 3a^2 + am = 0 \quad \textcircled{\text{IV}}$$

$$\textcircled{\text{II}}, \textcircled{\text{IV}} \rightarrow 3a^2 + a(-2 - 2a) = 0 \rightarrow a^2 - 2a = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 0 & \text{غیر مجاز} \\ a = 2 & \text{OK} \end{cases}$$

$$m = -2 - 2(2) = -6$$

$$\rightarrow \text{جواب آخر: } n - m = 8 - (-6) = 14$$

$$2^2 + (-6)(2) + n = 0 \rightarrow n = 8$$

۱۳۱- خط $y + ax = 2$ در نقطه‌ای به طول ۴ بر نمودار تابع f مماس است. اگر $f(4) + f'(4) = -1$ باشد، مقدار $f'(4)$ کدام

است؟

(۴) -۱

(۳) -۰٫۶

(۲) ۰٫۶ ✓

(۱) ۱

پاسخ

$$f(4) = -4a + 2$$

$$\rightarrow -4a + 2 - a = -1 \rightarrow 5a = 3 \rightarrow a = \frac{3}{5}$$

$$f'(4) = -a$$

$$\begin{array}{l} \text{---} \rightarrow f'(4) = -\frac{3}{5} = -0.6 \\ a = \frac{3}{5} \end{array}$$

۱۳۲- خط d از مبدأ مختصات می‌گذرد و بر نمودار تابع $f(x) = 2\sqrt{x}(4x^2 + 3)$ مماس است. شیب خط d چقدر است؟

۱۲ (۴)

۶ (۳)

۸√۲ (۲) ✓

۴√۲ (۱)

پاسخ

$$خط \Rightarrow y = mx$$

$$f(x) = y \rightarrow mx = 2\sqrt{x}(4x^2 + 3)$$

$$f'(x) = y' \rightarrow m = \frac{20x^2 + 3}{\sqrt{x}}$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم ۴}} \frac{mx}{m} = \frac{(2\sqrt{x}(4x^2 + 3))\sqrt{x}}{20x^2 + 3}$$

$$\rightarrow 8x^2 + 6 = 20x^2 + 3 \rightarrow 12x^2 = 3 \rightarrow x = +\frac{1}{2} \quad \text{و} \quad x = -\frac{1}{2}$$

$$م : جواب آخر : m = \frac{20(\frac{1}{4}) + 3}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \boxed{8\sqrt{2}}$$

۱۳۳- نقاط A و B به ترتیب، روی منحنی‌های $y = x^3 - 2x - 3$ و $y = x^3 + x^2 + 1$ قرار دارند. اگر این نقاط روی خطی به موازات محور y ‌ها باشند، کمترین مقدار طول پاره خط AB کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲) ✓

۴ (۱)

----- پاسخ -----

$$A(x, x^3 - 2x - 3) \quad B(x, x^3 + x^2 + 1) \rightarrow \overline{AB} = \cancel{x^3} + x^2 + 1 - \cancel{x^3} + 2x + 3 = x^2 + 2x + 4$$

حالا باید کمترین مقدار تابع $x^2 + 2x + 4$ رو پیدا کنیم، که همیشه عرض y است

$$x_0 = \frac{-2}{2} = -1$$

$$y_0 = (-1)^2 + 2(-1) + 4 = 3$$

۱۳۴- با ارقام ۰, ۱, ۳, ۵, ۷, ۸, ۹ چند عدد سه رقمی بدون تکرار می توان نوشت که از ۷۸۱ کوچک تر باشد؟

۱۰۳ (۴)

۱۱۱ (۳) ✓

۱۲۵ (۲)

۱۳۳ (۱)

پاسخ

$$\{ \text{رقم اول} \} : \frac{5}{3} \times \frac{6}{4} \times \frac{3}{1} = 90$$

$$\{ \text{اعداد} \} : \frac{5}{4} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{1} = 10 \quad \rightarrow \text{III}$$

اعداد: ۱, ۲, ۳, ۴, ۵

$$\{ \text{رقم اول} \} : \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = 1$$

سوم =

۱۳۵- در یک کیسه کارت‌هایی به شماره ۱ تا ۸ وجود دارد. ۳ کارت به تصادف از این کیسه خارج می‌کنیم، با کدام احتمال یکی از اعداد روی کارت‌ها شمارنده دوتای دیگر است؟

$$\frac{25}{56} \quad (۴)$$

$$\frac{9}{56} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{8} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{7} \quad (۱) \quad \checkmark$$

پاسخ

$$n(S) = \binom{8}{3} = 56$$

$$\rightarrow P(A) = \frac{24}{56} = \frac{3}{7}$$

$$n(A) = \text{اگر عدد ۱ انتخاب شود} \rightarrow \binom{7}{2} = 21 \rightarrow n(A) = 24$$

$$\text{اگر عدد ۲ انتخاب شود باید به هم زوج باشد} \rightarrow \binom{3}{2} = 3$$

۱۳۶- در یک ظرف ۵ مهره سیاه و تعدادی مهره سبز وجود دارد. دو مهره به تصادف از ظرف خارج می‌شود، احتمال اینکه

حداقل یک مهره سیاه باشد، برابر $\frac{5}{6}$ است. تعداد مهره سبز چقدر از تعداد مهره سیاه کمتر است؟

۱ (۴) ✓

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ

سیاه $\rightarrow 5$
سبز $\rightarrow n$

$P(A') = \frac{1}{6}$: احتمال اینکه هیچ مهره سیاه نباشد
 $P(A) = \frac{5}{6}$: احتمال اینکه حداقل ۱ مهره سیاه باشد

$$P(A') = \frac{\binom{n}{2}}{\binom{n+4}{2}} = \frac{\frac{n(n-1)}{2}}{\frac{(n+4)(n+3)}{2}} = \frac{1}{6} \rightarrow \frac{n(n-1)}{(n+4)(n+3)} = \frac{1}{6} \xrightarrow[\text{مدرسه}]{\text{ن}} n=4$$

$$1 = 5 - 4 = \text{جواب آخر}$$

۱۳۷- مثلثی با اضلاع ۴، ۵ و x با مثلثی با اضلاع ۳، ۷ و y متشابه است. اختلاف کمترین و بیشترین مقادیر ممکن برای y

کدام است؟

۲٫۸ (۴)

۳٫۱۵ (۳) ✓

۶٫۳۵ (۲)

۷٫۲ (۱)

پاسخ

مهم: $1 < x < 9$, $4 < y < 10$

$\frac{4}{y} = \frac{5}{7} = \frac{x}{3} \rightarrow y = \frac{28}{5}$, $x = \frac{15}{7}$

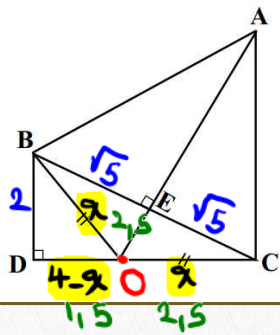
$\frac{4}{y} = \frac{5}{3} = \frac{x}{7} \rightarrow y = \frac{12}{5}$, $x = \frac{30}{3}$

$\frac{4}{3} = \frac{5}{y} = \frac{x}{7} \rightarrow y = \frac{15}{4}$, $x = \frac{28}{3}$

$\frac{4}{7} = \frac{5}{y} = \frac{x}{3} \rightarrow y = \frac{35}{4}$, $x = \frac{12}{7}$

$\Delta y = \frac{35}{4} - \frac{28}{5}$
 $= \frac{63}{20} = 3٫۱۵$

۱۳۸- در شکل زیر، $BD=2$ ، $CD=4$ و زاویه $\hat{ACD}$ قائمه است. مساحت مثلث ABE کدام است؟



۱۰ (۱)

۷٫۵ (۲)

۵ (۳) ✓

۲٫۵ (۴)

پاسخ

بدر $\triangle BDE$: $x^2 = 2^2 + (4-x)^2 \rightarrow x^2 = 4 + 16 - 8x + x^2 \rightarrow 8x = 20 \rightarrow x = 2.5$

بدر $\triangle BDC$: $BC^2 = 2^2 + 4^2 \rightarrow BC^2 = 20 \rightarrow BC = 2\sqrt{5}$

$\therefore BE = EC = \sqrt{5}$

بدر $\triangle BOE$: $EO^2 = (\sqrt{5})^2 + (\frac{5}{2})^2 = \frac{5}{4} \rightarrow EO = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$\triangle OEC \sim \triangle ABE \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{AE} \rightarrow AE = 2\sqrt{5}$

متشابه

جواب آخر: $S = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$

۱۳۹- اگر $AC=3$ ، $BC=9$ و DE بر BC عمود باشد، طول BE کدام است؟ ($\hat{C}=90^\circ$)

۸۱ (۱) ✓
۷۲ (۲)
۶۴ (۳)
۵۶ (۴)

پاسخ

$$\text{پیتاگورث : } AB^2 = 3^2 + 9^2 \rightarrow AB = 3\sqrt{10}$$

$$AC^2 = AD \times AB \rightarrow 9 = 3\sqrt{10} AD \rightarrow AD = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$CD^2 = 9 - \frac{9}{10} = \frac{81}{10} \rightarrow CD = \frac{9}{\sqrt{10}}$$

$$CD^2 = 9x \rightarrow \frac{81}{10} = 9x \rightarrow x = 0.9$$

$$BE = 9 - 0.9 = \underline{8.1}$$

۱۴۰- دو نقطه با مختصات $(-\frac{1}{3}, b)$ و $(-\frac{1}{2}, a)$ دو رأس مجاور یک مربع بوده و روی خط Δ قرار دارند. اگر شیب خط

Δ برابر $\sqrt{3}$ باشد، طول قطر این مربع کدام است؟

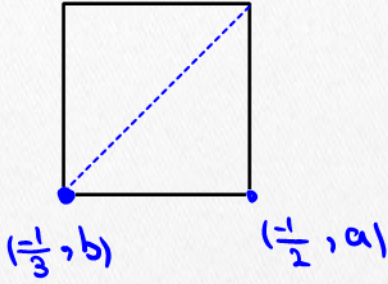
$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \quad (۱) \quad \checkmark$$

پاسخ



$$m = \sqrt{3} = \frac{b-a}{-\frac{1}{3} - (-\frac{1}{2})} \rightarrow b-a = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{فاصله بین نقطه} = \sqrt{(b-a)^2 + (-\frac{1}{3} - (-\frac{1}{2}))^2} = \sqrt{\frac{3}{36} + \frac{1}{36}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\boxed{\text{قطر مربع} = \sqrt{2} \times \text{ضلع مربع} = \sqrt{2} \times \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{2}}{3}}$$