

۰۹۱۲۴۳۴۵۷۲۴

هندس علی سامانی

۱۱۱- حاصل عبارت $\sqrt[4]{\sqrt[3]{2^8}} \times \sqrt[4]{162} \times \sqrt[4]{4} \sqrt[4]{2}$ چند برابر $\sqrt{6}$ است؟

۳ (۴)

۲ (۳) ☒

۳ (۲)

۲ (۱)

$$2^{\frac{2}{3}} \times 3 \times 2^{\frac{1}{3}} \times 2 \times 2^{\frac{1}{12}} \Rightarrow \frac{12}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{6}$$

۱۱۲- به ازای چند مقدار طبیعی m ، اشتراک دو بازه $A = [\frac{4}{m+1}, +\infty)$ و $B = (-\infty, \frac{5}{m+2}]$ یک مجموعه متناهی

است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲) ☒

۴ (۱)

$$\frac{4}{m+1} \leq \frac{5}{m+2} \rightarrow 5m+5 \leq 4m+8 \rightarrow m \leq 3 \rightarrow m=1, 2, 3$$

۱۱۳- اگر a, b, c سه جمله نخست و متمایز یک دنباله حسابی بوده و $\frac{1}{4}c, \frac{1}{2}a, b$ سه جمله نخست یک دنباله هندسی

باشند، دو برابر قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴) ☒

$$\begin{aligned} & a, b, c \text{ / } b, \frac{1}{2}a, \frac{1}{4}c \rightarrow \frac{1}{4}a^2 = \frac{1}{4}bc \rightarrow (b-d)^2 = b^2 + bd \\ & d = 3b \rightarrow \text{در صورت } 2r = 2 \rightarrow \frac{b-d}{\frac{b}{2}} = \frac{-2b}{\frac{b}{2}} = -1 \rightarrow \times 2 = -2 \end{aligned}$$

۱۱۴- مجموعه جواب نامعادله $(5-2m)x^2 - (2m+n-5)x < n$ به صورت بازه $(-1, m-2)$ است. اگر عدد طبیعیباشد، مقدار $m+n$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳) ☒

۱ (۲)

صفر (۱)

$$(5-2m)x^2 - (2m+n-5)x - n < 0 \rightarrow 5-2m > 0 \rightarrow m < 2.5 \rightarrow m=1, 2$$

۱۱۵- ارتفاع یک مثلث ۲ واحد بیشتر از ۳ برابر قاعده آن است. اگر ۴ واحد هم به ارتفاع و هم به قاعده این مثلث اضافه شود، مساحت مثلث جدید $4,5$ برابر مساحت مثلث اولیه می شود. مساحت مثلث اولیه کدام است؟

۲۸ (۴)

۱۶,۵ (۳)

۱۴,۵ (۲)

۸ (۱) ✓

$$\frac{\frac{1}{2}(x+4)(3x+6)}{\frac{1}{2}x(3x+2)} = 4,5 = \frac{9}{2} \rightarrow x=2 \quad S = \frac{1}{2} \times 2 \times 8 = 8$$

۱۱۶- اگر f تابع همانی و g تابع ثابت بوده و $g(3x) + 2f(3+x) = 3+2x$ باشد، مقدار $\frac{f(-1)}{g(4)}$ کدام است؟

 $-\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۲) ✓ $\frac{1}{4}$ (۱) $+\frac{1}{3}$

$$K+6+2x = 3+2x \rightarrow K = -3$$

$$g(x) = K = -3$$

۱۱۷- اگر $f(x) = \sqrt{a-x}$ و $g(x) = 3-x$ باشد، به ازای کدام مقدار a ، توابع f و $g \circ f$ روی محور y ها متقاطع اند؟

۲,۵ (۴)

۲,۲۵ (۳) ✓

۱,۵ (۲)

۱,۲۵ (۱)

$$\sqrt{a} = 3 - \sqrt{a} \rightarrow a = \frac{4}{9} = 2,25$$

$$f(0) = g(f(0))$$

۱۱۸- مجموع جذر معکوس ریشه های معادله $36x^2 - (m+14)x + 1 = 0$ برابر ۵ است. حاصل ضرب ریشه های معادله

 $mx^2 + 3x + 2 = 0$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

-۳ (۲)

-۲ (۱) ✓

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} = 5 \rightarrow 25 = \frac{S}{P} + 2\sqrt{\frac{1}{P}}$$

$$25 = m+14 + 2\sqrt{36} \rightarrow m = -1 \sim p = \frac{c}{a} = -2$$

۰۹۱۲۴۳۶۴۷۲۴

۱۱۹- تابع $y = \frac{x}{|x|} \sqrt{a+bx^2}$ و وارون آن از نقطه $(-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$ می‌گذرند. مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

-۱ (۴)

 $-\frac{1}{2}$ (۳)

-۳ (۲)

 $-\frac{1}{3}$ (۱)

$$f(-\frac{3}{5}) = -\frac{4}{5}, \quad f(-\frac{4}{5}) = -\frac{3}{5}$$

$$* ** * \rightarrow a=1, b=-1$$

$$\rightarrow 25a+9b=16 ** \quad \rightarrow 25a+16b=9 *$$

۱۲۰- به ازای چند مقدار صحیح از m ، تابع $f = \{(-5, 4-m), (2, 2m+3), (10, -10), (3, m-2)\}$ نزولی است؟

۷ (۴)

۶ (۳) ✓

۵ (۲)

۴ (۱)

$$4-m \geq 2m+3 \geq m-2 \geq -10 \rightarrow m = -5, -4, -3, -2, -1, 0$$

۱۲۱- اگر $(2, a+b) \cup (4b-a, 5)$ یک همسایگی محذوف ۴ باشد، مقدار $b-a$ کدام است؟

 $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{4}{5}$ (۳) $-\frac{5}{4}$ (۲) $-\frac{4}{5}$ (۱) ✓

$$a+b=4$$

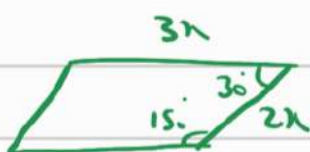
$$4b-a=4 \rightarrow a=44, b=116$$

۱۲۲- در یک متوازی‌الاضلاع به مساحت ۵۴، نسبت دو ضلع مجاور ۲ به ۳ است. اگر زاویه بزرگ‌تر بین دو ضلع مجاور ۱۵۰ درجه باشد، محیط متوازی‌الاضلاع کدام است؟

 $30\sqrt{2}$ (۴) ✓ $15\sqrt{2}$ (۳)

۱۵ (۲)

۳۰ (۱)



$$S = 2x \times 3x \times \sin 30^\circ$$

$$6x^2 \times \frac{1}{2} = 54 \rightarrow x = 3\sqrt{2}$$

$$P = 10x = 30\sqrt{2}$$

۱۲۳- اگر $\alpha = 22,5$ درجه باشد، حاصل $A = -1 + \tan(7\alpha)$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \quad (4)$$

$$1 - \sqrt{2} \quad (3)$$

$$7\alpha = 157,5$$

$$-\sqrt{2} \quad (2)$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

$$-1 - \tan(22,5)$$

$$\tan(157,5) = -\tan(22,5)$$

۱۲۴- در بازه $[0, \pi]$ معادله مثلثاتی $\sin 2x = \cos 3x$ چند جواب دارد؟

$$5x = 2K\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{4K\pi + \pi}{10}$$

(4)

(3)

(2)

(1)

$$\frac{\pi}{10}, \frac{\pi}{2}, \frac{9\pi}{10}$$

۱۲۵- اگر مقادیر تقریبی $\log_2 7 = 2,8$ و $\log_5 2 = 0,5$ باشد، حاصل $\log_{14} 10$ کدام است؟

$$\frac{9}{14} \quad (4)$$

$$\frac{11}{14} \quad (3)$$

$$\frac{10}{19} \quad (2)$$

$$\frac{15}{19} \quad (1)$$

$$\frac{\log 10}{\log 14} = \frac{1}{1,2} \approx \frac{15}{19}$$

۱۲۶- ضریب تغییرات داده‌های $1, 1,08, 1,2, 1,16, 1,16$ کدام است؟

$$\frac{1}{7\sqrt{5}} \quad (2)$$

$$\frac{1}{6\sqrt{3}} \quad (3)$$

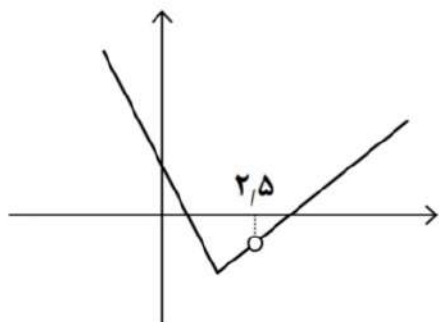
$$\frac{1}{3\sqrt{5}} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2\sqrt{3}} \quad (1)$$

$$\bar{x} = 1,12 = \frac{\text{جمع}}{\text{تعداد}} \quad s^2 = \frac{256}{5 \times 10000} \Rightarrow \frac{16}{10000} = 0,0016$$

$$se = \frac{1}{2\sqrt{5}}$$

۱۲۷- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax + b & x \geq 1 \\ 4x - c & x < 1 \end{cases}$ به صورت زیر رسم شده است. مقدار $a + b$ کدام است؟



$$-1 = \frac{2+a+b}{-6}$$

$$\begin{cases} 2+a+b=6 \\ a+b=4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a=-11 \\ b=15 \end{cases} \rightarrow a+b=4$$

(1)

(2)

(3)

(4)

۱۲۸- تابع با ضابطه $f(x) = 2 \left[\frac{2-x}{2} \right] + a \left[\frac{x+2}{3} \right]$ در نقطه $x = -2$ حد دارد. مقدار $\left[\frac{a}{3} \right]$ کدام است؟
 (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

$$2 = 4 - a \rightarrow a = 2 \rightarrow \left[\frac{2}{3} \right] = 0$$

۱۲۹- اگر $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-k[x]}{x^2-1} = -\infty$ باشد، نقاط $(k\pi, \cos k\pi)$ در کدام ناحیه محورها قرار دارند؟

(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم
 $x \rightarrow -1^+ \rightarrow \frac{k+1}{0^-} = -\infty \rightarrow k > -1$
 $x \rightarrow -1^- \rightarrow \frac{1+2k}{0^+} = -\infty \rightarrow 2k+1 < 0 \rightarrow k < -\frac{1}{2}$

$$-1 < k < -\frac{1}{2}$$

۱۳۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+mx+n}{a-x} & x \neq a \\ 2 & x = a \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته است. اگر $f(2a) = 0$ باشد، مقدار $n-m$ کدام است؟
 $(x-a)(x-2a) = (x-2)(x-4) \rightarrow m = -6, n = 8$
 $\lim_{x \rightarrow a} -(x-2a) = a = 2$
 (۱) -۲ (۲) -۴ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

۱۳۱- خط $y+ax=2$ در نقطه‌ای به طول ۴ بر نمودار تابع f مماس است. اگر $f(4) + f'(4) = -1$ باشد، مقدار $f'(4)$ کدام است؟
 $-4a+2-a=-1 \rightarrow -5a=-3 \rightarrow a=0,6$

$f(4) = -4a+2 \rightarrow f(4) = -a = -0,6$
 (۱) ۱ (۲) ۰,۶ (۳) -۰,۶ (۴) -۱

۱۳۲- خط d از مبدأ مختصات می‌گذرد و بر نمودار تابع $f(x) = 2\sqrt{x}(4x^2+3)$ مماس است. شیب خط d چقدر است؟
 (۱) $4\sqrt{2}$ (۲) $8\sqrt{2}$ (۳) ۶ (۴) ۱۲

$$2\sqrt{x}(4x^2+3) = mx \rightarrow 8x^2+6 = m\sqrt{x} \rightarrow \begin{cases} 16x = \frac{m}{2\sqrt{x}} \\ \vdots \end{cases} \rightarrow m = 8\sqrt{2}$$

۱۳۳- نقاط A و B به ترتیب، روی منحنی‌های $y = x^2 - 2x - 3$ و $y = x^2 + x^2 + 1$ قرار دارند. اگر این نقاط روی خطی به موازات محور yها باشند، کمترین مقدار طول پاره خط AB کدام است؟

۱ (۴) y برابر است

۲ (۳)

۳ (۱) ✓

۴ (۱)

$$x^2 + 2x + 4 \rightarrow 2x + 2 = 0 \rightarrow x = -1 \rightarrow (-1)^2 - 2 + 4 = 3$$

۱۳۴- با ارقام ۰، ۱، ۳، ۵، ۷، ۸، ۹ چند عدد سه رقمی بدون تکرار می‌توان نوشت که از ۷۸۱ کوچک‌تر باشد؟

$3 \times 6 \times 5 = 90$

۱۰۳ (۴)

۱۱۱ (۳) ✓

۱۲۵ (۲)

۱۳۳ (۱)

۱۳۵- در یک کیسه کارت‌هایی به شماره ۱ تا ۸ وجود دارد. ۳ کارت به تصادف از این کیسه خارج می‌کنیم، با کدام احتمال $1 \times 1 \times 1 = 1$ یکی از اعداد روی کارت‌ها شمارنده دوتای دیگر است؟

$90 + 20 + 1$

$\frac{25}{56}$ (۴)

$\frac{9}{56}$ (۳)

$\frac{3}{8}$ (۲)

$\frac{3}{7}$ (۱) ✓

$$\frac{24}{\binom{8}{3}} = \frac{24}{56} = \frac{3}{7}$$

۱۳۶- در یک ظرف ۵ مهره سیاه و تعدادی مهره سبز وجود دارد. دو مهره به تصادف از ظرف خارج می‌شود، احتمال اینکه

حداقل یک مهره سیاه باشد، برابر $\frac{5}{6}$ است. تعداد مهره سبز چقدر از تعداد مهره سیاه کمتر است؟

$$\frac{\binom{x}{2}}{\binom{x+5}{2}} = \frac{5}{6} \rightarrow x = 4$$

۱۳۷- مثلثی با اضلاع ۴، ۵ و x با مثلثی با اضلاع ۳، ۷ و y متشابه است. اختلاف کمترین و بیشترین مقادیر ممکن برای y کدام است؟

۲، ۸ (۴)

۳، ۱۵ (۳) ✓

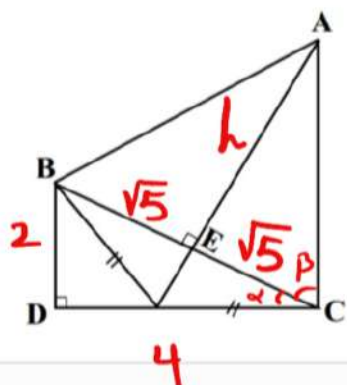
۶، ۳۵ (۲)

۷، ۲ (۱)

$$\frac{y}{4} = \frac{7}{5} = \frac{3}{x} \rightarrow x = \frac{15}{7} \checkmark, y = \frac{56}{10} = 5.6 \quad 4 < y < 10$$

$$\frac{y}{5} = \frac{7}{4} = \frac{3}{x} \rightarrow y = 8.75$$

۰۹۱۲۴۳۴۴۷۲۴

۱۳۸- در شکل زیر، $BD=2$ ، $CD=4$ و زاویه $\hat{ACD}$ قائمه است. مساحت مثلث ABE کدام است؟

$$\tan \alpha = \frac{1}{2}, \quad \cot \beta = \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}}{h} \rightarrow h = 2\sqrt{5}$$

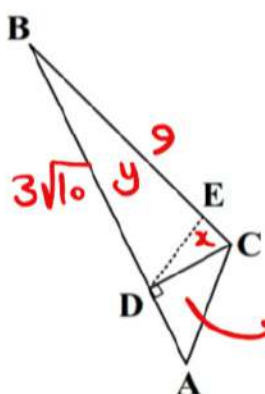
$$S_{ABE} = \frac{\sqrt{5} \times 2\sqrt{5}}{2} = 5$$

(۱) ۱۰

(۲) ۷٫۵

(۳) ۵

(۴) ۲٫۵

۱۳۹- اگر $AC=3$ ، $BC=9$ و DE بر BC عمود باشد، طول BE کدام است؟ ($\hat{C} = 90^\circ$)

$$\left(\frac{9}{\sqrt{10}}\right)^2 = 9x \rightarrow x = 0,9 \rightarrow BE = 9 - 0,9 = 8,1$$

$$\frac{3 \times 9}{3\sqrt{10}} = \frac{9}{\sqrt{10}}$$

(۱) ۸٫۱

(۲) ۷٫۲

(۳) ۶٫۴

(۴) ۵٫۶

۱۴۰- دو نقطه با مختصات $(-\frac{1}{3}, b)$ و $(-\frac{1}{4}, a)$ دو رأس مجاور یک مربع بوده و روی خط Δ قرار دارند. اگر شیب خط Δ برابر $\sqrt{3}$ باشد، طول قطر این مربع کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \quad (۱)$$

$$\frac{b-a}{\frac{1}{6}} = \sqrt{3} \rightarrow b-a = \frac{\sqrt{3}}{6} \rightarrow l = \sqrt{\frac{1}{36} + (b-a)^2} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$