

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱۱۱- حاصل عبارت $\sqrt[4]{2^8} \times 3 \times 2^{\frac{1}{4}} \times 2 \times 2^{\frac{1}{12}}$ چند برابر $\sqrt{6}$ است؟

۳ (۴)

$2\sqrt{6}$ (۳) ✓

$3\sqrt{2}$ (۲)

۲ (۱)

$$\sqrt[4]{162} = \sqrt[4]{81 \times 2} = 3 \times 2^{\frac{1}{4}}$$

$$\sqrt[4]{4\sqrt{2}} = 2 \times 2^{\frac{1}{12}}$$

$$\Rightarrow \text{نتیجه} = 2^{\frac{12}{12}} \times 6 = 12$$

$$\frac{12 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \underline{2\sqrt{6}}$$

مدرس حسین شاسواری

۱۱۲- به ازای چند مقدار طبیعی m اشتراک دو بازه $A = [\frac{4}{m+1}, +\infty)$ و $B = (-\infty, \frac{5}{m+2}]$ یک مجموعه متناهی

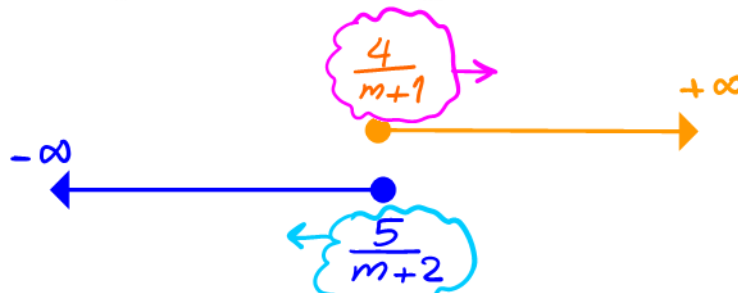
است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲) ✓

۴ (۱)



$$\text{گسسته} \Rightarrow \frac{5}{m+2} \leq \frac{4}{m+1} \Rightarrow 5m+5 \leq 4m+8 \Rightarrow m \leq 3 \Rightarrow \begin{cases} m=3 \\ m=2 \\ m=1 \end{cases}$$

مدرس حسین شاسواری

۱۱۳- اگر a, b, c سه جمله نخست و متمایز یک دنباله حسابی بوده و $\frac{1}{4}c, \frac{1}{2}a, b$ سه جمله نخست یک دنباله هندسی

باشند، دو برابر قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲ ✓

دنباله حسابی: $2b = a + c$ دنباله ۳ برابری؟ $\rightarrow$ فرض: $b=1$ مقدار $\begin{cases} a+c=2 \\ a^2=c \end{cases}$

دنباله هندسی: $\frac{1}{4}a^2 = \frac{bc}{4} \Rightarrow a^2 = bc$

$\Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow (a+2)(a-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=-2 \end{cases}$

بدلیل تنوع فرضیات: $\begin{cases} b=1, a=1, c=1 \\ b=1, a=-2, c=4 \end{cases}$ ✓ ۱, $\frac{1}{2}(-2)$, $\frac{1}{4}(4)$

مدرس حسین شاسواری $\Rightarrow 2(-1) = -2 \Rightarrow \underline{r = -1}$

۱۱۴- مجموعه جواب نامعادله $(5-2m)x^2 - (2m+n-5)x < n$ به صورت بازه $(-1, m-2)$ است. اگر m عدد طبیعی

باشد، مقدار $m+n$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ ✓ (۴) ۳

$(5-2m)x^2 - (2m+n-5)x - n < 0$ ریشه $\Rightarrow \begin{matrix} 5-2m > 0 \\ m < 2.5 \end{matrix}$ ریشه $m-2$ فاصله علامت $\Rightarrow -1$

جواب: $(-1, m-2) \Rightarrow -1 \Rightarrow a+c=b \checkmark \Rightarrow m-2 = \frac{n}{5-2m}$

ریشه های نامعادله

$\begin{cases} m < 2.5 \\ m \text{ طبیعی} \end{cases} \Rightarrow (-1, m-2) \quad \begin{matrix} m=2 \checkmark \\ m=1 \times \\ m=0 \times \end{matrix} \Rightarrow 2-2 = \frac{n}{5-4} \Rightarrow \underline{n=0}$

مدرس حسین شاسواری

۱۱۵- ارتفاع یک مثلث ۲ واحد بیشتر از ۳ برابر قاعده آن است. اگر ۴ واحد هم به ارتفاع و هم به قاعده این مثلث اضافه

شود، مساحت مثلث جدید ۴٫۵ برابر مساحت مثلث اولیه می‌شود. مساحت مثلث اولیه کدام است؟

۲۸ (۴)

۱۶٫۵ (۳)

۱۴٫۵ (۲)

۸ (۱) ✓

$$h_1 = 2 + 3a_1$$

$$\downarrow$$

$$\begin{cases} h_2 = 4 + h_1 \\ a_2 = 4 + a_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_2 = 4.5S_1, S_1 = ?$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{9}{2} \Rightarrow \frac{\frac{(4+2+3a_1)(4+a_1)}{2}}{\frac{(2+3a_1)(a_1)}{2}} = \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{3(2+a_1)(4+a_1)}{(2+3a_1)a_1} = \frac{9}{2} \Rightarrow 2a_1^2 + 12a_1 + 16 = 9a_1^2 + 6a_1$$

$$7a_1^2 - 6a_1 - 16 = 0$$

$$(7a_1 + 8)(a_1 - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 2 \checkmark \\ a_1 = -8/7 \text{ غلط} \end{cases}$$

$$S = \frac{a_1 \cdot h_1}{2} = \frac{2(2+6)}{2} = 8$$

مدرس حسین شاسواری

۱۱۶- اگر f تابع همانی و g تابع ثابت بوده و $g(3x) + 2f(3+x) = 3 + 2x$ باشد، مقدار $\frac{f(-1)}{g(4)}$ کدام است؟

 $-\frac{1}{3}$ (۴)

 $-\frac{1}{4}$ (۳)

 $\frac{1}{3}$ (۲) ✓

 $\frac{1}{4}$ (۱)

محل انجام محاسبات

$$3x = u \Rightarrow x = \frac{u}{3}$$

$$g(u) = -3 \Rightarrow g(4) = -3 \Rightarrow \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$$

۱۱۷ اگر $f(x) = \sqrt{a-x}$ و $g(x) = 3-x$ باشد، به ازای کدام مقدار a ، توابع f و $g \circ f$ روی محور y ها متقاطع اند؟

۲,۵ (۴)

۲,۲۵ (۳) ✓

۱,۵ (۲)

۱,۲۵ (۱)

$$\left. \begin{aligned} f(0) &= \sqrt{a} \\ g \circ f(0) &= g(f(0)) = 3 - \sqrt{a} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \underline{\sqrt{a} = 3 - \sqrt{a}}$$

$$2\sqrt{a} = 3 \Rightarrow a = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

مدرس حسین
شاسواری

α, β ریشه‌ها

۱۱۸ - مجموع جذر معکوس ریشه‌های معادله $36x^2 - (m+14)x + 1 = 0$ برابر ۵ است. حاصل ضرب ریشه‌های معادله

$$\frac{c}{a} = \frac{2}{-1} = -2$$

۳ (۴)

$$-x^2 + 3x + 2 = 0$$

۲ (۳)

$mx^2 + 3x + 2 = 0$ کدام است؟

-۳ (۲)

-۲ (۱) ✓

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{1}{\alpha}} + \sqrt{\frac{1}{\beta}} &= 5 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} = 5 \\ \Rightarrow \frac{\sqrt{\beta} + \sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha\beta}} &= 5 \xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{\alpha + 2\sqrt{\alpha\beta} + \beta}{\alpha\beta} = 25 \Rightarrow \frac{\frac{m+14}{36} + \frac{2}{6\sqrt{36}}}{\frac{1}{36}} = 25 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow m + 26 = 25 \Rightarrow \underline{m = -1}$$

مدرس حسین شاسواری

۱۱۹ تابع $y = \frac{x}{|x|} \sqrt{a+bx^2}$ و وارون آن از نقطه $(-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$ می‌گذرند. مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

-۱ (۴) ✓

 $-\frac{1}{2}$ (۳)

-۳ (۲)

 $-\frac{1}{3}$ (۱)

$$\begin{aligned} (-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}) \in f &\Rightarrow -\frac{4}{5} = \frac{-\frac{3}{5}}{1-\frac{3}{5}} \sqrt{a+b(\frac{9}{25})} \Rightarrow \text{توان ۲} \\ (-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}) \in f^{-1} &\Rightarrow (-\frac{4}{5}, -\frac{3}{5}) \in f \Rightarrow -\frac{3}{5} = \frac{-\frac{4}{5}}{1-\frac{4}{5}} \sqrt{a+b(\frac{16}{25})} \Rightarrow \text{توان ۲} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{16}{25} = a + \frac{9b}{25} \quad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{9}{25} = a + \frac{16b}{25} \quad (2)$$

$$(1) - (2) \quad \frac{16-9}{25} = \frac{9b-16b}{25} \Rightarrow b = -1$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = -1$$

$$(1) \Rightarrow a = \frac{16}{25} + \frac{9}{25} = \frac{25}{25} = 1 \Rightarrow a = 1$$

$b = -1$

مدرس حسین شاسواری

۱۲۰- به ازای چند مقدار صحیح از m تابع $f = \{(-5, 4-m), (2, 2m+3), (10, -10), (3, m-2)\}$ نزولی است؟

۷ (۴)

۶ (۳) ✓

۵ (۲)

۴ (۱)

$$m-2 \leq 2m+3 \Rightarrow m \geq -5$$

$$-10 \leq m-2 \Rightarrow m \geq -8$$

$$2m+3 \leq 4-m$$

$$3m \leq 1 \Rightarrow m \leq \frac{1}{3}$$



مدرس حسین شاسواری

۱۲۱- اگر $(2, a) \cup (4b-a, 5)$ یک همسایگی محذوف ۴ باشد، مقدار $b-a$ کدام است؟

 $\frac{5}{4}$ (۴)

 $\frac{4}{5}$ (۳)

 $-\frac{5}{4}$ (۲)

 $-\frac{4}{5}$ (۱) ✓

$$a+b=4$$

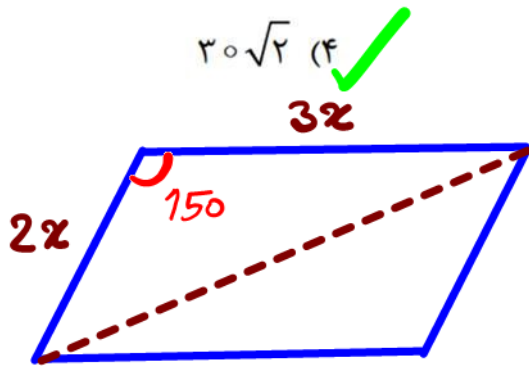
$$4b-a=4 \Rightarrow 5b=8 \Rightarrow b=\frac{8}{5}$$

$$a=4-b \Rightarrow a=4-\frac{8}{5}=\frac{20-8}{5}=\frac{12}{5}$$

$$b-a=\frac{8}{5}-\frac{12}{5}=-\frac{4}{5}$$

مدرس حسین شاسواری

۱۲۲- در یک متوازی‌الاضلاع به مساحت ۵۴، نسبت دو ضلع مجاور ۲ به ۳ است. اگر زاویه بزرگ‌تر بین دو ضلع مجاور ۱۵۰ درجه باشد، محیط متوازی‌الاضلاع کدام است؟



$15\sqrt{2}$ (۳)

۱۵ (۲)

۳۰ (۱)

$$S = 2\left(\frac{1}{2}\right)(3x)(2x) \sin 150$$

$$54 = 6x^2\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow 18 = x^2$$

$x = 3\sqrt{2}$

$\text{محیط} = 5x(2) = 10x = 30\sqrt{2}$

مدرس حسین شاسواری

۱۲۳- اگر $\alpha = 22.5^\circ$ درجه باشد، حاصل $A = \frac{1}{1-\sqrt{2}} + \tan(7\alpha)$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{2} - 1$ (۴)

$1 - \sqrt{2}$ (۳)

$-\sqrt{2}$ (۲)

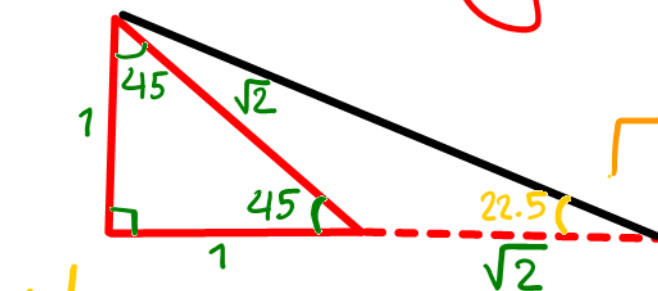
$-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

$7\alpha = 7(22.5) = 157.5$

$157.5 = 180 - 22.5$

$\Rightarrow \tan(7\alpha) = \tan(180 - 22.5) = -\tan 22.5$

$\tan 7\alpha = 1 - \sqrt{2}$



$\tan 45 = 1$

$\tan 22.5 = \frac{1}{1+\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1}$

$\Rightarrow \tan 22.5 = \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} = \sqrt{2}-1$

مدرس حسین شاسواری

۱۲۴- در بازه $[0, \pi]$ معادله مثلثاتی $\sin 2x = \cos 3x$ چند جواب دارد؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲) ✓

۲ (۱)

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = \cos 3x$$

$$3x = 2k\pi \pm \left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) \Rightarrow \begin{cases} 5x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ x = \frac{2}{5}k\pi + \frac{\pi}{10} \\ x_1 = \frac{\pi}{10}, x_2 = \frac{\pi}{10} + \frac{4\pi}{10} = \frac{\pi}{2} \\ x_3 = \frac{\pi}{10} + \frac{8\pi}{10} = \frac{2\pi}{10} \\ x_4 = \frac{\pi}{10} + \frac{12\pi}{10} = \frac{13\pi}{10} \end{cases}$$

۳ جواب قابل بندش

$$3x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + 2x$$

$$x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \rightarrow \begin{aligned} k=0 &\Rightarrow x_1 = -\frac{\pi}{2} \\ k=1 &\Rightarrow x_2 = 2\pi - \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} \end{aligned}$$

۲ جواب قابل بندش

۱۲۵- اگر مقادیر تقریبی $\log_2 7 = 2,8$ و $\log_5 2 = 0,5$ باشد، حاصل $\log_{14} 10$ کدام است؟

 $\frac{9}{14}$ (۴)

 $\frac{11}{14}$ (۳)

 $\frac{10}{19}$ (۲)

 $\frac{15}{19}$ (۱) ✓

محل انجام محاسبات

$$\begin{aligned} \log_{14} 10 &= \frac{1}{\log_{10} 14} \\ \log_{10} 14 &= \log_{10} 7 \times 2 = \log_{10} 7 + \log_{10} 2 \\ \log_{10} 7 &= \frac{14}{5} \log_{10} 2 \\ \log_{10} 2 &= \frac{1}{2} \log_{10} 5 \\ \log_{10} 14 &= \frac{14}{5} \log_{10} 2 = \frac{14}{5} \times \frac{1}{2} \log_{10} 5 = \frac{7}{5} \log_{10} 5 \\ \log_{10} 10 &= 1 \end{aligned}$$

مدرس حسین شاسواری

$$g_{10}^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{g_{10}^5} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$g_{10}^5 = g_{5 \times 2} = \cancel{g_5^1} + \cancel{g_5^2} \quad 0.5 = 1.5 = \frac{3}{2}$$

$$g_{10}^{14} = \frac{12}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{19}{15} \Rightarrow g_{14}^{10} = \frac{15}{19}$$



۱۲۶- ضریب تغییرات داده‌های ۱، ۱، ۸، ۱، ۲، ۱، ۱۶، ۱، ۱۶ کدام است؟

$$\frac{1}{7\sqrt{5}} \quad (۴) \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{6\sqrt{3}} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{3\sqrt{5}} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2\sqrt{3}} \quad (۱)$$

$\times 100$
100, 108, 116, 116, 120

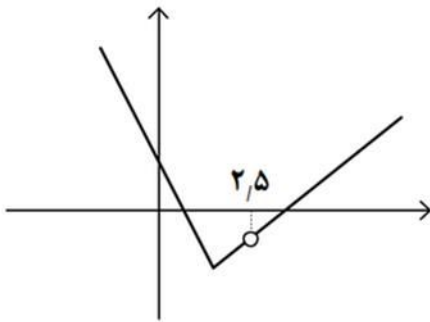
$$\bar{x} = \frac{5 \times 100 + 32 + 28}{5} = \frac{560}{5} = 112$$

$$s^2 = \frac{(100-112)^2 + (108-112)^2 + 2 \times (116-112)^2 + (120-112)^2}{5} = \frac{144 + 16 + 64 + 64}{5} = \frac{256}{5}$$

$$s^2 = \frac{256}{5} = \frac{2^8}{5} \Rightarrow s = \frac{2^4}{\sqrt{5}}$$

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\frac{16}{\sqrt{5}}}{112} = \frac{16}{112\sqrt{5}} = \frac{1}{7\sqrt{5}}$$

۱۲۷- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax + b & x \geq 1 \\ 4x - c & x < 1 \end{cases}$ به صورت زیر رسم شده است. مقدار $a+b$ کدام است؟



$$4(2.5) - c = 0 \\ \underline{c = 10}$$

- (۱) $\checkmark$
(۲)
(۳)
(۴)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + ax + b}{4x - 10} & x \geq 1 \\ 4 - 5x & x < 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x=1 : \frac{2(1)^2 + a(1) + b}{4(1) - 10} = 4 - 5(1)$$

$$\Rightarrow 2 + a + b = 6 \Rightarrow \underline{a + b = 4}$$

۱۲۸- تابع با ضابطه $f(x) = 2\left[\frac{2-x}{2}\right] + a\left[\frac{x+2}{3}\right]$ در نقطه $x = -2$ حد دارد. مقدار $\left[\frac{a}{3}\right]$ کدام است؟

۱ (۳) ۲ (۲) ۳ (۱) ۴ (صفر) ✓

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = 2\left[\frac{2 - (-2.1)}{2}\right] + a\left[\frac{-2.1 + 2}{3}\right] = 4 - a$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = 2\left[\frac{2 - (-1.9)}{2}\right] + a\left[\frac{-1.9 + 2}{3}\right] = 2(1) + a(0)$$

(برابر کردن دو عبارت)

$$\Rightarrow 4 - a = 2 \Rightarrow \underline{a = 2} \Rightarrow \left[\frac{a}{3}\right] = \left[\frac{2}{3}\right] = 0$$

۱۲۹- اگر $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-k[x]}{x^2-1} = -\infty$ باشد، نقاط $(k\pi, \cos k\pi)$ در کدام ناحیه محورها قرار دارند؟

۱ (اول) ۲ (دوم) ۳ (سوم) ✓ ۴ (چهارم)

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1-k[-1.1]}{(-1^-)^2-1} = \frac{1-(-2k)}{0^+} = \frac{1+2k}{0^+} = -\infty \Rightarrow \begin{aligned} 1+2k &< 0 \\ 2k &< -1 \Rightarrow k < -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1-k[-0.9]}{(-0.9)^2-1} = \frac{1-(-k)}{0^-} = \frac{1+k}{0^-} = -\infty \Rightarrow \begin{aligned} 1+k &> 0 \\ k &> -1 \end{aligned}$$

$$-1 < k < -\frac{1}{2}$$

۱۳۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + mx + n}{a - x} & x \neq a \\ 2 & x = a \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته است. اگر $f(2a) = 0$ باشد، مقدار $n - m$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۴ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴ ✓

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \frac{a^2 + am + n}{0^-} = 0 \quad \text{خوبناله}$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \frac{a^2 + am + n}{0^+} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{2x + m}{-1} = \frac{2(a) + m}{-1} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{2x + m}{-1} = 2(2) + m = -2$$

$$m = -6$$

$$f(x) = \frac{(x-a)(x-2a)}{a-x} = 2$$

$$x \rightarrow a \quad - (x-a)$$

$$\Rightarrow a - 2a = -2 \Rightarrow -a = -2 \Rightarrow \underline{a = 2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{(x-2)(x-4)}{2-x} = \frac{x^2 - 6x + 8}{2-x} \Rightarrow \begin{cases} m = -6 \\ n = 8 \end{cases}$$

$$n - m = 8 + 6 = \underline{14}$$

مدرس حسین شاسواری

۱۳۱- خط $y + ax = 2$ در نقطه‌ای به طول ۴ بر نمودار تابع f مماس است. اگر $f(4) + f'(4) = -1$ باشد، مقدار $f'(4)$ کدام است؟

(۴) -۱

(۳) -۰٫۶ ✓

(۲) ۰٫۶

(۱) ۱

$$\text{معادله خط: } y = -ax + 2 \Rightarrow f(4) = -a$$

$$x = 4 \rightarrow y = -a(4) + 2 = f(4)$$

$$\Rightarrow -4a + 2 - a = -1 \Rightarrow -5a = -3 \Rightarrow \underline{a = \frac{3}{5} = 0.6}$$

$$f'(4) = -a \Rightarrow \underline{f'(4) = -0.6}$$

مدرس حسین شاسواری

۱۳۲- خط d از مبدأ مختصات می‌گذرد و بر نمودار تابع $f(x) = 2\sqrt{x}(4x^2+3)$ مماس است. شیب خط d چقدر است؟

۱۲ (۴)

۶ (۳)

۸√۲ (۲)

۴√۲ (۱)



محل انجام محاسبات

$$d: y = ax$$

معرفی در نقطه‌ای: $ax = 2\sqrt{x}(4x^2+3)$
 $a = \frac{2(4x^2+3)}{\sqrt{x}}$

شیب نقطه‌ای

مشتق در نقطه‌ای: $a = 2\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}(4x^2+3) + 8x(\sqrt{x})\right)$

$$\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{x}}(4x^2+3) = \frac{1}{\sqrt{x}}(4x^2+3) + 16x\sqrt{x}$$

$$(4x^2+3)\left(\frac{2-1}{\sqrt{x}}\right) = 16x\sqrt{x}$$

$$4x^2+3 = 16x^2 \Rightarrow 12x^2=3 \Rightarrow x^2 = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$\underline{x = \pm \frac{1}{2}} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \checkmark$$

$$a = \frac{2(4x^2+3)}{\sqrt{x}} = \frac{2(4 \times \frac{1}{4} + 3)}{\sqrt{\frac{1}{2}}} = \frac{8}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 8\sqrt{2}$$

۱۳۳- نقاط A و B به ترتیب، روی منحنی‌های $y = x^3 - 2x - 3$ و $y = x^3 + x^2 + 1$ قرار دارند. اگر این نقاط روی خطی به موازات محور y باشند، کمترین مقدار طول پاره خط AB کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲) ✓

۴ (۱)

نقطه A، B، خط به موازات محور y $\Rightarrow x_A = x_B$

$$|\overline{AB}|_{\min} = |y_B - y_A|$$

$$\Rightarrow |\overline{AB}|_{\min} = |x^3 + x^2 + 1 - (x^3 - 2x - 3)| = |x^2 + 1 + 2x + 3|$$

$$x^2 + 2x + 4 \xrightarrow{\min} 2x + 2 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$|(-1)^2 + 1 + 2(-1) + 3| = |1 + 1 - 2 + 3| = \underline{+3}$$

۱۳۴- با ارقام ۰، ۱، ۳، ۵، ۷، ۸، ۹ چند عدد سه رقمی بدون تکرار می‌توان نوشت که از ۷۸۱ کوچک‌تر باشد؟

۱۰۳ (۴)

۱۱۱ (۳) ✓

۱۲۵ (۲)

۱۳۳ (۱)

۳ ۶ ۵ = ۳ × ۳۰ = ۹۰ نرد
1,3,5

۱ ۱ ۱ = ۱ نرد
۷ ۸ ۰

۱ ۴ ۵ = ۲۰ نرد
۷ ۸ ۰
بجای ۸ و ۰

$$\begin{array}{r} 91 \\ + 20 \\ \hline 111 \end{array}$$

۱۳۵- در یک کیسه کارتهایی به شماره ۱ تا ۸ وجود دارد. ۳ کارت به تصادف از این کیسه خارج می‌کنیم، با کدام احتمال یکی از اعداد روی کارت‌ها شمارنده دوتای دیگر است؟

$$\frac{25}{56} \quad (4)$$

$$\frac{9}{56} \quad (3)$$

$$\frac{3}{8} \quad (2)$$

$$\frac{3}{7} \quad (1) \quad \checkmark$$

کارت ۱ $\Rightarrow$ هر ۲ تا ۷ $\Rightarrow \binom{7}{2} = \frac{7!}{2! \times 5!} = 21$

کارت ۲ $\Rightarrow$ ۴، ۶، ۸ $\Rightarrow \binom{3}{2} = 3$

کارت ۳ $\Rightarrow$ ۶، ۹، ۱۲ $\Rightarrow$ ۳

نابین $\Rightarrow n(A) = 24$

$$n(S) = \binom{8}{3} = \frac{8!}{3! \times 5!} = \frac{6 \times 7 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 56$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{24}{56} = \frac{3}{7}$$

مدرس حسین شاسواری

۱۳۶- در یک ظرف ۵ مهره سیاه و تعدادی مهره سبز وجود دارد. دو مهره به تصادف از ظرف خارج می‌شود، احتمال اینکه

حداقل یک مهره سیاه باشد، برابر $\frac{5}{6}$ است. تعداد مهره سبز چقدر از تعداد مهره سیاه کمتر است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

مهره سیاه ، $n=4$

$$1 - P(\text{مهره سیاه}) = \frac{5}{6}$$

$$1 - \frac{\binom{n}{2}}{\binom{n+5}{2}} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{\frac{n! (n-1)n}{2! \times (n-2)!}}{\frac{(n+5)! (n+4)(n+5)}{2! \times (n+3)!}} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{n^2 - n}{n^2 + 9n + 20} = \frac{1}{6}$$

$$6n^2 - 6n = n^2 + 9n + 20$$

$$5n^2 - 15n - 20 = 0 \Rightarrow n = -1$$

$$n = -\frac{-20}{5} = 4$$

۱۳۷- مثلثی با اضلاع ۴، ۵ و x با مثلثی با اضلاع ۳، ۷ و y متشابه است. اختلاف کمترین و بیشترین مقادیر ممکن برای y

کدام است؟

۲,۸ (۴)

۳,۱۵ (۳) ✓

۶,۳۵ (۲)

۷,۲ (۱)

$$3+y > 7$$

$$\Rightarrow y > 4$$

$$\frac{4}{3} \neq \frac{5}{7} \neq \frac{x}{y}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{y} = \frac{5}{3} \Rightarrow y = \frac{12}{5} = \frac{24}{10} \text{ غلط} \\ \frac{5}{y} = \frac{4}{3} \Rightarrow y = \frac{15}{4} < 4 \text{ غلط} \end{array} \right.$$

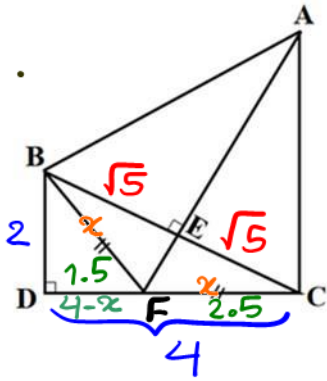
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{y} = \frac{5}{7} \Rightarrow y = \frac{28}{5} \\ y = 5.6 \checkmark \end{array} \right.$$

$$\frac{5}{y} = \frac{4}{7} \Rightarrow y = \frac{35}{4} = \frac{17.5}{2} = 8.75 \checkmark$$

$$\Rightarrow \text{اختلاف کمترین و بیشترین} \quad \underline{8.75 - 5.6 = 3.15}$$

مدرس حسین شاسواری

۱۳۸- در شکل زیر، $BD=2$ ، $CD=4$ و زاویه $\hat{ACD}$ قائمه است. مساحت مثلث ABE کدام است؟ www.konkur.in



(۱) ۱۰

(۲) ۷٫۵

(۳) ۵

(۴) ۲٫۵

$$\Rightarrow \triangle BFE \cong \triangle EFC \text{ (وتر-مربع)} \Rightarrow BE = EC$$

محل انجام محاسبات

$\triangle BDF$ فیثاغورس

$$x^2 = (4-x)^2 + 2^2$$

$$\cancel{x^2} = 16 - 8x + \cancel{x^2} + 4 \Rightarrow 8x = 20 \Rightarrow x = \frac{5}{2} = 2.5$$

$\triangle BCD$ فیثاغورس

$$\Rightarrow BC^2 = BD^2 + DC^2$$

$$BC^2 = 4 + 16 = 20 \Rightarrow BC = 2\sqrt{5}$$

$$\star BE = EC = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \triangle BEF \text{ فیثاغورس} \Rightarrow BE^2 + EF^2 = BF^2$$

$$\sqrt{5}^2 + EF^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

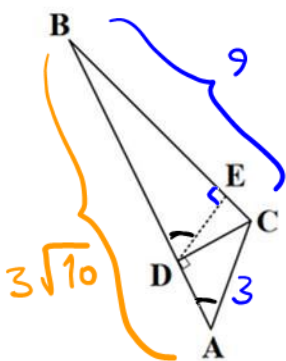
$$\Rightarrow EF^2 = \frac{25}{4} - 5 = \frac{25-20}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow EF = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\triangle ABF: BE^2 = EF \times EA$$

$$\downarrow \sqrt{5}^2 = \frac{\sqrt{5}}{2} \times EA \Rightarrow EA = \frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$$

$$S_{\triangle ABE}: \frac{AE \times BE}{2} = \frac{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}}{2} = 5$$

مدرس حسین شاسواری



۱۳۹- اگر $AC=3$ ، $BC=9$ و DE بر BC عمود باشد، طول BE کدام است؟ ($\hat{C}=90^\circ$)

۸,۱ (۱)

۷,۲ (۲)

۶,۴ (۳)

۵,۶ (۴)

$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$

$$AB^2 = 81 + 9 = 90 \Rightarrow AB = \sqrt{90}$$

$$AB = 3\sqrt{10}$$

$$\triangle BDE \sim \triangle ABC$$

$$\hat{B} = \hat{B} \text{ زاویه مشترک}$$

$$\hat{E} = \hat{C} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{BE}{BC} = \frac{BD}{AB} \Rightarrow \frac{BE}{9} = \frac{BD}{3\sqrt{10}}$$

$$\triangle ABC \Rightarrow BD \times BA = BC^2 \Rightarrow BD = \frac{81}{3\sqrt{10}} = \frac{27}{\sqrt{10}}$$

$$BE = \frac{9 \times \frac{27}{\sqrt{10}}}{3\sqrt{10}} = \frac{9 \times 27}{3 \times 10} = 8.1$$

مدرس حسین شاسواری

۱۴۰- دو نقطه با مختصات $(-\frac{1}{3}, b)$ و $(-\frac{1}{3}, a)$ دو رأس مجاور یک مربع بوده و روی خط Δ قرار دارند. اگر شیب خط

Δ برابر $\sqrt{3}$ باشد، طول قطر این مربع کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (۴)}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (۳)}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \text{ (۲)}$$

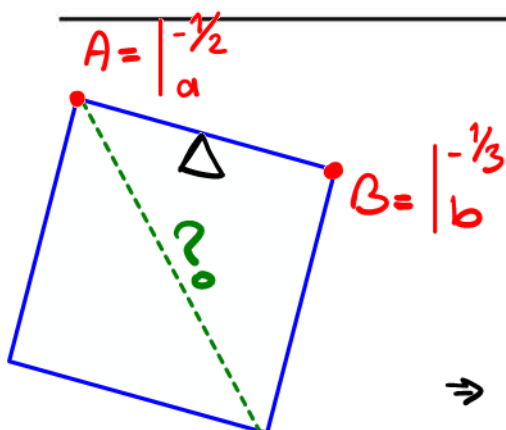
$$\frac{\sqrt{2}}{3} \text{ (۱)}$$

محل انجام محاسبات

$$m_{\Delta} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{b-a}{-\frac{1}{3} + \frac{1}{2}} = \frac{b-a}{\frac{2-3}{6}}$$

$$m_{\Delta} = \frac{6(b-a)}{-1} = 6(a-b) = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow a-b = \frac{\sqrt{3}}{6}$$



$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-\frac{1}{3} + \frac{1}{2})^2 + (b-a)^2} = \sqrt{(\frac{-1}{6})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{6})^2}$$

$$AB = \sqrt{\frac{1}{36} + \frac{3}{36}} = \sqrt{\frac{4}{36}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{قطر مربع} = \sqrt{2}AB = \frac{\sqrt{2}}{3}$$