

پاسخنامه سوالات ریاضی کنکور تجربی (تیر ۱۴۰۴)
محمد پاک نژاد مدرس کنکور شهرستان لاهیجان ۰۹۱۱۲۴۱۲۶۳۳

۱۱۱- حاصل عبارت $\sqrt[4]{2^8} \times \sqrt[4]{162} \times \sqrt[4]{2}$ چند برابر $\sqrt{6}$ است؟

- (۴) ۳ (۳) $2\sqrt{6}$ ✓ (۲) $3\sqrt{2}$ (۱) ۲

$$\sqrt[12]{2^8} \times \sqrt[4]{2} \times \sqrt[12]{2^{13}} = \sqrt[12]{2^8} \times \sqrt[3]{2^3} \times \sqrt[12]{2^{13}} = 3 \sqrt[12]{2^{24}} = 3 \times 2 = 6 \Rightarrow \frac{12}{\sqrt{6}} = \frac{12\sqrt{6}}{6} = 2\sqrt{6}$$

۱۱۲- به ازای چند مقدار طبیعی m ، اشتراک دو بازه $A = [\frac{4}{m+1}, +\infty)$ و $B = (-\infty, \frac{5}{m+2}]$ یک مجموعه متناهی

است؟

$$\begin{array}{cccc} & 1 \text{ (4)} & 2 \text{ (3)} & 3 \text{ (2)} \checkmark \\ & & & 4 \text{ (1)} \end{array}$$

$$\frac{5}{m+2} \leq \frac{4}{m+1} \rightarrow \frac{5}{m+2} - \frac{4}{m+1} \leq 0 \rightarrow \frac{m-2}{(m+2)(m+1)} \leq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} (-\infty, -2) \cup (-1, 2]$$

$$\xrightarrow{m \in \mathbb{N}} 1, 2, 3$$

۱۱۳- اگر a, b, c سه جمله نخست و متمایز یک دنباله حسابی بوده و $b, \frac{1}{r}a, \frac{1}{r^2}c$ سه جمله نخست یک دنباله هندسی

باشند، دو برابر قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟

۲ (۴) ✓

۱ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$\begin{aligned}
 rb &= a + c \\
 \left(\frac{1}{r}a\right)^r &= b \left(\frac{1}{r^2}c\right) \rightarrow \frac{a^r}{r^r} = \frac{bc}{r^2} \rightarrow a^r = bc \quad \left\{ \begin{aligned} &\Rightarrow ar = b(rb - a) \rightarrow a^r = rb^r - ab \\ &\rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^r = r - \frac{a}{b} \\ &\rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^r + \frac{a}{b} - r = 0 \\ &\rightarrow t^r + t - r = 0 \\ &\rightarrow t = 1, -r \quad \checkmark \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

$$r = \frac{\frac{1}{r}a}{b} = \frac{1}{r} \left(\frac{a}{b}\right) = \frac{1}{r}t = \frac{1}{r}(-r) = -1 \Rightarrow r \times (-1) = -r$$

۱۱۴- مجموعه جواب نامعادله $(5-2m)x^2 - (2m+n-5)x < n$ به صورت بازه $(-1, m-2)$ است. اگر m عدد طبیعی

باشد، مقدار $m+n$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳) ✓

۱ (۲)

۰ (۱) صفر

$$(5-2m)x^2 - (2m+n-5)x - n < 0 \quad \begin{array}{c} -1 \quad m-2 \\ | \quad | \\ \hline \end{array} \Rightarrow 5-2m > 0 \rightarrow m < \frac{5}{2} \xrightarrow{m \in \mathbb{N}} 1, 2$$

$$m=1 \rightarrow (-1, -1) \times$$

$$m=2 \rightarrow (-1, 0) \checkmark \Rightarrow x^2 - (n-1)x - n \stackrel{x=0}{=} 0 \rightarrow 0 - 0 - n = 0 \rightarrow n = 0 \Rightarrow m+n = 2$$

۱۱۵- ارتفاع یک مثلث ۲ واحد بیشتر از ۳ برابر قاعده آن است. اگر ۴ واحد هم به ارتفاع و هم به قاعده این مثلث اضافه

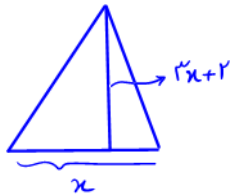
شود، مساحت مثلث جدید $4\frac{1}{5}$ برابر مساحت مثلث اولیه می شود. مساحت مثلث اولیه کدام است؟

۲۸ (۴)

۱۶،۵ (۳)

۱۴،۵ (۲)

۸ (۱) ✓



$$S_1 = \frac{x(r(x+2))}{2}$$



$$S_2 = \frac{(x+4)(r(x+4))}{2}$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{4}{2} \rightarrow \frac{(x+4)(r(x+4))}{x(r(x+2))} = \frac{4}{2} \rightarrow 1^2x^2 + 18x + 16 = 12x^2 + 9x$$

$$\rightarrow 10x^2 - 9x - 16 = 0 \rightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{133}}{20} = 2, -\frac{16}{10}$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{2(2 \times 2 + 2)}{2} = 8$$

۱۱۶- اگر f تابع همانی و g تابع ثابت بوده و $g(3x) + 2f(3+x) = 3 + 2x$ باشد، مقدار $\frac{f(-1)}{g(4)}$ کدام است؟

$$-\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2) \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$f(3+x) = 3+x \longrightarrow g(3x) + 2(3+x) = 3+2x \longrightarrow g(3x) = 3+2x-6-2x = -3 \longrightarrow g(x) = -3$$

$$\Rightarrow \frac{f(-1)}{g(4)} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$$

۱۱۷- اگر $f(x) = \sqrt{a-x}$ و $g(x) = 3-x$ باشد، به ازای کدام مقدار a ، توابع f و $g \circ f$ روی محور y ها متقاطع اند؟

۲,۵ (۴)

۲,۲۵ (۳) ✓

۱,۵ (۲)

۱,۲۵ (۱)

$$(g \circ f)(x) = 3 - \sqrt{a-x}$$

$$\left. \begin{array}{l} \{y_{\text{محور } x} : x=0 \Rightarrow f(0) = \sqrt{a}, (g \circ f)(0) = 3 - \sqrt{a} \end{array} \right\} \Rightarrow 3 - \sqrt{a} = \sqrt{a} \rightarrow \sqrt{a} = \frac{3}{2} \rightarrow a = \frac{9}{4} \rightarrow a = 2,25$$

۱۱۸- مجموع جذر معکوس ریشه‌های معادله $36x^2 - (m+14)x + 1 = 0$ برابر ۵ است. حاصل ضرب ریشه‌های معادله

$mx^2 + 3x + 2 = 0$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

-۳ (۲)

-۲ (✓)

نق: α, β ریشه‌های معادله $36x^2 - (m+14)x + 1 = 0$ باشند:

$$\sqrt{\frac{1}{\alpha}} + \sqrt{\frac{1}{\beta}} = 5 \xrightarrow{\text{مربع}} \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + 2\sqrt{\frac{1}{\alpha\beta}} = 25 \rightarrow \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} + 2\sqrt{\frac{1}{\alpha\beta}} = 25 \rightarrow \frac{S}{P} + 2\sqrt{\frac{1}{P}} = 25$$

$$S = \frac{m+14}{36}, P = \frac{1}{36} \Rightarrow \frac{\frac{m+14}{36}}{\frac{1}{36}} + 2\sqrt{\frac{1}{\frac{1}{36}}} = 25 \rightarrow m+14 + 12 = 25 \rightarrow m = -1$$

$$mx^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow -x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow p = \frac{c}{a} = \frac{2}{-1} = -2$$

۱۱۹- تابع $y = \frac{x}{|x|} \sqrt{a+bx^2}$ و وارون آن از نقطه $(-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$ می‌گذرند. مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

۱) (۴✓

$-\frac{1}{2}$ (۳

-3 (۲

$-\frac{1}{3}$ (۱

$$\left(-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right) \rightarrow -\frac{4}{5} = \frac{-\frac{3}{5}}{\frac{3}{5}} \sqrt{a+b\left(-\frac{3}{5}\right)^2} \rightarrow \frac{4}{5} = \sqrt{a+\frac{9}{25}b} \rightarrow \frac{16}{25} = a + \frac{9}{25}b \rightarrow 16a + 9b = 9$$

$$\left(-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right) \rightarrow -\frac{3}{5} = \frac{-\frac{4}{5}}{\frac{4}{5}} \sqrt{a+b\left(-\frac{4}{5}\right)^2} \rightarrow \frac{3}{5} = \sqrt{a+\frac{16}{25}b} \rightarrow \frac{9}{25} = a + \frac{16}{25}b \rightarrow 9a + 16b = 14$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 16a + 9b = 9 \\ 9a + 16b = 14 \end{cases} \rightarrow a=1, b=-1 \rightarrow \frac{a}{b} = -1$$

۱۲۰- به ازای چند مقدار صحیح از m ، تابع $f = \{(-5, 4-m), (2, 2m+3), (10, -10), (3, m-2)\}$ نزولی است؟

۷ (۴)

۶ (۳) ✓

۵ (۲)

۴ (۱)

$$(10, -10), (2, 2m+3), (-5, 4-m)$$

$$\Rightarrow -10 \leq m-2 \leq 2m+3 \leq 4-m$$

$$\swarrow$$

$$m \geq -8$$

$$\downarrow$$

$$m \geq -5$$

$$\searrow$$

$$m \leq \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \left[-5, \frac{1}{3}\right] \xrightarrow{\in \mathbb{Z}} -5, -2, -1, 0$$

۱۲۱- اگر $(2, a+b) \cup (4b-a, 5)$ یک همسایگی محذوف ۴ باشد، مقدار $b-a$ کدام است؟

$$\frac{5}{4} \quad (4)$$

$$\frac{4}{5} \quad (3)$$

$$-\frac{5}{4} \quad (2)$$

$$-\frac{4}{5} \quad (1) \checkmark$$

$$\begin{cases} a+b=5 \\ 4b-a=5 \end{cases} \rightarrow 5b=10 \rightarrow b=2 \rightarrow a=3 \rightarrow b-a=2-3=-1$$

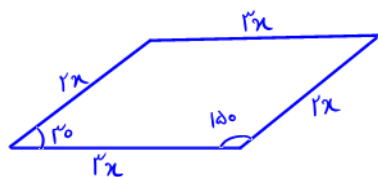
۱۲۲- در یک متوازی‌الاضلاع به مساحت ۵۴، نسبت دو ضلع مجاور ۲ به ۳ است. اگر زاویه بزرگ‌تر بین دو ضلع مجاور ۱۵۰ درجه باشد، محیط متوازی‌الاضلاع کدام است؟

(۱) ۳۰

(۲) ۱۵

(۳) $۱۵\sqrt{۲}$

(۴) $۳۰\sqrt{۲}$ ✓



$$S = 2x \times 3x \times \sin 30^\circ = 2x \times 3x \times \frac{1}{2} = 3x^2 = 54 \rightarrow x^2 = 18 \rightarrow x = 3\sqrt{2}$$

$$P = 10x = 30\sqrt{2}$$

۱۲۳- اگر $\alpha = ۲۲,۵$ درجه باشد، حاصل $A = -1 + \tan(۷\alpha)$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \quad (۴)$$

$$1 - \sqrt{2} \quad (۳)$$

$$-\sqrt{2} \quad (۲) \quad \checkmark$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۱)$$

$$A = -1 + \tan(۷\alpha) \stackrel{\alpha = \frac{\pi}{8}}{=} -1 + \tan \frac{۷\pi}{8} = -1 + \tan\left(\pi - \frac{\pi}{8}\right) = -1 - \tan \frac{\pi}{8}$$

$$\tan ۷\alpha = \frac{۷ \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \rightarrow \tan \frac{\pi}{8} = \frac{۷ \tan \frac{\pi}{8}}{1 - \tan^2 \frac{\pi}{8}} \rightarrow 1 - \tan^2 \frac{\pi}{8} = ۷ \tan \frac{\pi}{8} \rightarrow \tan^2 \frac{\pi}{8} + ۷ \tan \frac{\pi}{8} - 1 = 0$$

$$\rightarrow \tan \frac{\pi}{8} = \frac{-۷ + \sqrt{49 + 4}}{2} = -1 + \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow A = -1 - (-1 + \sqrt{2}) = -\sqrt{2}$$

۱۲۴- در بازه $[0, \pi]$ معادله مثلثاتی $\sin 2x = \cos 3x$ چند جواب دارد؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲) ✓

۲ (۱)

$$\cos 3x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) \rightarrow \sin 2x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - 3x \rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} + \frac{\pi}{10} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{2} + 3x \rightarrow x = -2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases} \xrightarrow{\in [0, \pi]} \frac{\pi}{10}, \frac{\pi}{5}, \frac{3\pi}{10}$$

۱۲۵- اگر مقادیر تقریبی $\log_2 7 = 2.8$ و $\log_5 2 = 0.5$ باشد، حاصل $\log_{14} 10$ کدام است؟

$$\frac{9}{14} \quad (4)$$

$$\frac{11}{14} \quad (3)$$

$$\frac{10}{19} \quad (2)$$

$$\frac{15}{19} \quad (1) \checkmark$$

$$\log_{14} 10 = \frac{\log_r 10}{\log_r 14} = \frac{\log_r 5 + \log_r 2}{\log_r 7 + \log_r 2} = \frac{\log_r 5 = \frac{1}{\log_5 r}}{\log_r 7 + 1} = \frac{2 + 1}{2.8 + 1} = \frac{3}{3.8} = \frac{15}{19}$$

۱۲۶- ضریب تغییرات داده‌های ۱, ۱, ۰۸, ۱, ۲, ۱, ۱۶, ۱, ۱۶ کدام است؟

$$\frac{1}{7\sqrt{5}} \quad (۴) \checkmark$$

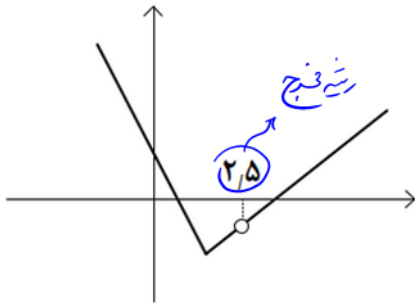
$$\frac{1}{6\sqrt{3}} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{3\sqrt{5}} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2\sqrt{3}} \quad (۱)$$

$$\bar{x} = \frac{5,9}{5} = 1,12 \quad , \quad \sigma = \sqrt{\frac{0,0259}{5}} = \sqrt{0,00512} = \sqrt{\frac{512}{100000}} = \frac{4}{25\sqrt{5}} \Rightarrow CV = \frac{\frac{4}{25\sqrt{5}}}{1,12} = \frac{4}{28\sqrt{5}} = \frac{1}{7\sqrt{5}}$$

۱۲۷- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + ax + b}{4x - c} & x \geq 1 \\ 4 - \frac{c}{2}x & x < 1 \end{cases}$ به صورت زیر رسم شده است. مقدار $a + b$ کدام است؟



$$f(1/2) - c = 0 \rightarrow c = 10$$

$$f'(1/2) + a(1/2) + b = 0 \rightarrow 11/2 + 1/2a + b = 0$$

$$\rightarrow 11/2a + b = -11/2$$

$$\rightarrow 11a + 2b = -11$$

$$4 \quad (1) \quad \checkmark$$

$$1 \quad (2)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$-4 \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{1+a+b}{-4} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 4 - \frac{c}{2} = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1+a+b}{-4} = -1 \rightarrow 1+a+b = 4 \rightarrow a+b = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 11a + 2b = -11 \\ a + b = 3 \end{cases} \Rightarrow a = -11, b = 12 \Rightarrow a+b = 1$$

۱۲۸- تابع با ضابطه $f(x) = 2 \left[\frac{2-x}{2} \right] + a \left[\frac{x+2}{3} \right]$ در نقطه $x = -2$ حد دارد. مقدار $\left[\frac{a}{3} \right]$ کدام است؟

۴) صفر

۳) ۱

۲) ۲

۱) ۳

$$\begin{aligned} x \rightarrow (-2)^+ : \left[\frac{2-x}{2} \right] &= 1, \left[\frac{x+2}{3} \right] = 0 \rightarrow \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f = 2 \\ x \rightarrow (-2)^- : \left[\frac{2-x}{2} \right] &= 2, \left[\frac{x+2}{3} \right] = -1 \rightarrow \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f = 2-a \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} x \rightarrow (-2)^+ : \left[\frac{2-x}{2} \right] = 1, \left[\frac{x+2}{3} \right] = 0 \rightarrow \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f = 2 \\ x \rightarrow (-2)^- : \left[\frac{2-x}{2} \right] = 2, \left[\frac{x+2}{3} \right] = -1 \rightarrow \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f = 2-a \end{aligned}} \right\} \Rightarrow 2-a=2 \rightarrow a=2$$

$$\Rightarrow \left[\frac{a}{3} \right] = \left[\frac{2}{3} \right] = 0$$

۱۲۹- اگر $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-k[x]}{x^2-1} = -\infty$ باشد، نقاط $(k\pi, \cos k\pi)$ در کدام ناحیه محورهاى مختصات قرار دارند؟

(۴) چهارم

(۳) سوم ✓

(۲) دوم

(۱) اول

$$\begin{aligned} x \rightarrow (-1)^+ : \frac{1+k}{0^-} &\rightarrow 1+k > 0 \rightarrow k > -1 \\ x \rightarrow (-1)^- : \frac{1+k}{0^+} &\rightarrow 1+k < 0 \rightarrow k < -1 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} x \rightarrow (-1)^+ : \frac{1+k}{0^-} \rightarrow 1+k > 0 \rightarrow k > -1 \\ x \rightarrow (-1)^- : \frac{1+k}{0^+} \rightarrow 1+k < 0 \rightarrow k < -1 \end{aligned}} \right\} \rightarrow -1 < k < -\frac{1}{3}$$

می توانیم k را برابر $-\frac{2}{3}$ فرض کنیم نه نقطه $(-\frac{2\pi}{3}, \cos(-\frac{2\pi}{3}))$ در ناحیه سوم قرار دارد.

۱۳۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x^r + mx + n}{a - x} & x \neq a \\ r & x = a \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته است. اگر $f(2a) = 0$ باشد، مقدار $n - m$ کدام است؟

۱۴ (۴) ✓ ۱۲ (۳) -۴ (۲) -۲ (۱)

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^r + mx + n}{a - x} = \frac{0}{0} \stackrel{\text{Hop}}{=} \frac{rx + m}{-1} = \frac{ra + m}{-1} = -ra - m$$

$f(a) = r$ $\Rightarrow -ra - m = r$

$$f(2a) = 0 \rightarrow \frac{2a^r + 2am + n}{-a} = 0 \rightarrow 2a^r + 2am + n = 0$$

$$2a^r + 2am + n = 2a^r + ma + n \rightarrow 2a^r + ma = 0 \rightarrow a(2a^r + m) = 0 \rightarrow a = 0, 2a^r + m = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -ra - m = r \\ 2a + m = 0 \\ a = 2, m = -4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2a^r + ma + n = 0 \rightarrow 2 - 12 + n = 0 \rightarrow n = 10 \Rightarrow n - m = 14$$

۱۳۱- خط $y + ax = 2$ در نقطه‌ای به طول ۴ بر نمودار تابع f مماس است. اگر $f(4) + f'(4) = -1$ باشد، مقدار $f'(4)$ کدام

است؟

$$y + ax = 2 \rightarrow y = -ax + 2 \xrightarrow{x=4} -4a + 2 \rightarrow f(4) = -4a + 2$$

$$\text{در نقطه } x=4 : y' = f' \rightarrow f'(4) = -a$$

$$\Rightarrow f(4) + f'(4) = -1 \rightarrow -4a + 2 - a = -1 \rightarrow a = \frac{3}{5} \Rightarrow f'(4) = -\frac{3}{5}$$

۱۳۲- خط d از مبدأ مختصات می‌گذرد و بر نمودار تابع $f(x) = 2\sqrt{x}(4x^2 + 3)$ مماس است. شیب خط d چقدر است؟

۱۲ (۴)

۶ (۳)

۸√۲ (۲✓)

۴√۲ (۱)

$$d: y = ax$$

$$\text{چون } f(x), d \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} f(x) = y \rightarrow 2\sqrt{x}(4x^2 + 3) = ax \rightarrow a\sqrt{x} = 4x^2 + 3 \\ f'(x) = y' \rightarrow 2 \cdot x^{\frac{1}{2}} + \frac{3}{\sqrt{x}} = a \end{array} \right\} \Rightarrow \left(2 \cdot x\sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} \right) \sqrt{x} = 4x^2 + 3$$

$$\rightarrow 2 \cdot x^2 + 3 = 4x^2 + 3$$

$$\rightarrow 12x^2 = 3 \rightarrow x = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow a\sqrt{\frac{1}{4}} = 4\left(\frac{1}{4}\right) + 3 \rightarrow a = 8\sqrt{2}$$

۱۳۳- نقاط A و B به ترتیب، روی منحنی‌های $y = x^2 - 2x - 3$ و $y = x^2 + x + 1$ قرار دارند. اگر این نقاط روی خطی به موازات محور yها باشند، کمترین مقدار طول پاره خط AB کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲) ✓

۴ (۱)

$$\left. \begin{aligned} AB &= |y_A - y_B| = x^2 + x + 1 - (x^2 - 2x - 3) = x^2 + x + 1 - x^2 + 2x + 3 = 3x + 4 \\ (AB)' &= 3 = 0 \rightarrow x = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow AB = (-1)^2 + 2(-1) + 4 = 3$$

۱۳۴- با ارقام ۰, ۱, ۳, ۵, ۷, ۸, ۹ چند عدد سه رقمی بدون تکرار می توان نوشت که از ۷۸۱ کوچک تر باشد؟

۱۰۳ (۴)

۱۱۱ (۳) ✓

۱۲۵ (۲)

۱۳۳ (۱)

$$\text{صدگان سران} \quad \frac{۳}{۱} \frac{۹}{۰} \frac{۵}{۰} = ۹۰$$

$$v = \text{صدگان} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{دهگان} = ۸ \rightarrow \text{یکان} < ۱ \rightarrow \frac{۱}{۱} \frac{۱}{۰} \frac{۱}{۰} = ۱ \\ \text{دهگان} < ۸ \rightarrow \frac{۱}{۱} \frac{۴}{۰} \frac{۵}{۰} = ۲۰ \end{array} \right\} \Rightarrow ۹۰ + ۱ + ۲۰ = ۱۱۱$$

۱۳۵- در یک کیسه کارتهایی به شماره ۱ تا ۸ وجود دارد. ۳ کارت به تصادف از این کیسه خارج می‌کنیم، با کدام احتمال یکی از اعداد روی کارت‌ها شمارنده دوتای دیگر است؟

$$\frac{3}{7} \quad (1) \quad \checkmark$$

$$\frac{3}{8} \quad (2)$$

$$\frac{9}{56} \quad (3)$$

$$\frac{25}{56} \quad (4)$$

$$P(\text{کارت}) = \binom{8}{3} = 56$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{حالت اول:} \quad \text{عدد یک و دو عدد سه} \Rightarrow \binom{7}{2} \\ \text{حالت دوم:} \quad \text{عدد دو و دو عدد از بین ۸, ۴, ۲:} \Rightarrow \binom{3}{2} \\ \text{حالت سوم:} \quad \text{عدد سه و عدد ۴} \quad X \\ \text{حالت چهارم:} \quad \text{عدد ۴ و عدد ۸} \quad X \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\binom{7}{2} + \binom{3}{2}}{\binom{8}{3}} = \frac{21 + 3}{56} = \frac{24}{56} = \frac{3}{7}$$

۱۳۶- در یک ظرف ۵ مهره سیاه و تعدادی مهره سبز وجود دارد. دو مهره به تصادف از ظرف خارج می‌شود، احتمال اینکه

حداقل یک مهره سیاه باشد، برابر $\frac{5}{6}$ است. تعداد مهره سبز چقدر از تعداد مهره سیاه کمتر است؟

۱ (۴) ✓

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

$\bar{x} = \text{تعداد سبزها}$

$$1 - \frac{\binom{x}{2}}{\binom{x+5}{2}} = \frac{5}{6} \rightarrow \frac{\frac{x(x-1)}{2}}{\frac{(x+5)(x+6)}{2}} = \frac{1}{6} \rightarrow 6x(x-1) = (x+5)(x+6)$$

$$\rightarrow x^2 - 2x - 6 = 0 \rightarrow x = -1, 6 \checkmark$$

۱۳۷- مثلثی با اضلاع ۴، ۵ و x با مثلثی با اضلاع ۳، ۷ و y متشابه است. اختلاف کمترین و بیشترین مقادیر ممکن برای y

کدام است؟

۷,۲ (۱)

۶,۳۵ (۲)

۳,۱۵ (۳) ✓

۲,۸ (۴)

$$v-3 < y < v+3 \rightarrow 4 < y < 10$$

$$\frac{x}{v} = \frac{5}{y} = \frac{4}{r} \rightarrow x = \frac{4v}{r}, y = \frac{5v}{r} \quad \times$$

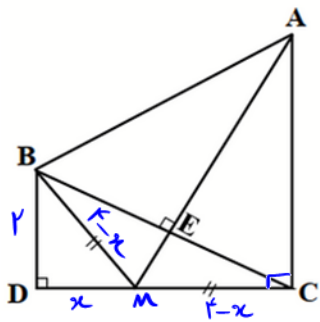
$$\frac{x}{r} = \frac{5}{y} = \frac{4}{v} \rightarrow x = \frac{4r}{v}, y = \frac{5r}{v} \quad \checkmark$$

$$\frac{x}{v} = \frac{5}{r} = \frac{4}{y} \rightarrow x = \frac{5v}{r}, y = \frac{4r}{v} \quad \times$$

$$\frac{x}{r} = \frac{5}{v} = \frac{4}{y} \rightarrow x = \frac{5r}{v}, y = \frac{4v}{r} \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow \frac{5r}{4} - \frac{4v}{5} = 1,75 - 0,8 = 0,95$$

۱۳۸- در شکل زیر، $BD=2$ ، $CD=4$ و زاویه $\hat{ACD}$ قائمه است. مساحت مثلث ABE کدام است؟



$$BC^2 = 2^2 + 4^2 = 20 \rightarrow BC = 2\sqrt{5}$$

$$(4-x)^2 = 2^2 + x^2 \rightarrow x^2 + 16 - 8x = x^2 + 4 \rightarrow x = \frac{4}{2} = 2$$

$$BM = \frac{4}{2} = 2$$

$$ME^2 = BM^2 - BE^2 = \left(\frac{4}{2}\right)^2 - (\sqrt{5})^2 = \frac{16}{4} - 5 = \frac{1}{2} \rightarrow ME = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{برای } \triangle BME : CM^2 = ME \times MA \rightarrow \left(\frac{4}{2}\right)^2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \times MA \rightarrow MA = \frac{4\sqrt{2}}{2}$$

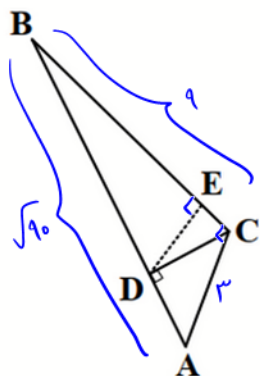
$$S_{ABE} = \frac{AE \times BE}{2} = \frac{\frac{4\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{5}}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

۱۰ (۱)

۷,۵ (۲)

۵ (۳)

۲,۵ (۴)



۱۳۹- اگر $AC=3$ ، $BC=9$ و DE بر BC عمود باشد، طول BE کدام است؟ ($\hat{C}=90^\circ$)

۸,۱ (۱) ✓

۷,۲ (۲)

۶,۴ (۳)

۵,۶ (۴)

$$AB^2 = 9^2 + 3^2 = 90 \rightarrow AB = \sqrt{90}$$

$$\text{رابطه پطیل: } BC^2 = BD \times BA \rightarrow 81 = BD \times \sqrt{90} \rightarrow BD = \frac{27\sqrt{10}}{10}$$

$$BD^2 = BE \times BC \rightarrow \left(\frac{27\sqrt{10}}{10}\right)^2 = BE \times 9$$

$$\rightarrow BE = \frac{27^2 \times 10}{100} \times \frac{1}{9} = 8,1$$

۱۴۰- دو نقطه با مختصات $(-\frac{1}{3}, b)$ و $(-\frac{1}{4}, a)$ دو رأس مجاور یک مربع بوده و روی خط Δ قرار دارند. اگر شیب خط

Δ برابر $\sqrt{3}$ باشد، طول قطر این مربع کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \quad (۱) \checkmark$$

$$m_{\Delta} = \sqrt{3} \rightarrow \frac{b-a}{-\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \sqrt{3} \rightarrow b-a = \frac{\sqrt{3}}{4} \rightarrow \text{ضلع} = \sqrt{\left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{12}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{144} + \frac{3}{16}} = \sqrt{\frac{1}{144} + \frac{27}{144}} = \sqrt{\frac{28}{144}} = \frac{\sqrt{28}}{12} = \frac{2\sqrt{7}}{12} = \frac{\sqrt{7}}{6}$$

$$\rightarrow \text{قطر} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{28} = \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7}}{1}$$