

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱۱۱- حاصل عبارت $\sqrt[3]{\sqrt[3]{3^8}} \times \sqrt[4]{16^2} \times \sqrt[4]{2}$ چند برابر $\sqrt{6}$ است؟

(۱) ۲ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{6}$ (۴) ۳

$\Rightarrow \sqrt[3]{\sqrt[3]{3^8}} = \sqrt[3]{3^{\frac{8}{3}}} = 3^{\frac{8}{9}}$ $\sqrt[4]{16^2} = \sqrt[4]{2^{16}} = 2^4 = 16$ $\sqrt[4]{2} = 2^{\frac{1}{4}}$

$\Rightarrow 3^{\frac{8}{9}} \times 16 \times 2^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{8}{9}} \times 2^{\frac{1}{4} + 4} = 3^{\frac{8}{9}} \times 2^{\frac{17}{4}}$

$\Rightarrow \frac{17}{4} = 4 + \frac{1}{4}$ $\Rightarrow 2^{\frac{17}{4}} = 2^4 \times 2^{\frac{1}{4}} = 16 \times 2^{\frac{1}{4}}$

$\Rightarrow 3^{\frac{8}{9}} \times 16 \times 2^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{8}{9}} \times 16 \times 2^{\frac{1}{4}}$

$\Rightarrow \frac{17}{4} = 4 + \frac{1}{4}$ $\Rightarrow 2^{\frac{17}{4}} = 2^4 \times 2^{\frac{1}{4}} = 16 \times 2^{\frac{1}{4}}$

$\Rightarrow \frac{17}{4} = 4 + \frac{1}{4}$ $\Rightarrow 2^{\frac{17}{4}} = 2^4 \times 2^{\frac{1}{4}} = 16 \times 2^{\frac{1}{4}}$

۱۱۲- به ازای چند مقدار طبیعی m ، اشتراک دو بازه $A = [\frac{4}{m+1}, +\infty)$ و $B = (-\infty, \frac{5}{m+2}]$ یک مجموعه متناهی است؟

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

$\frac{4}{m+1} \leq \frac{5}{m+2} \Rightarrow 4(m+2) \leq 5(m+1) \Rightarrow 4m+8 \leq 5m+5 \Rightarrow 3 \leq m$

$m \in \mathbb{N}$ $m \geq 3$ $m = 3, 4, 5, \dots$

۱۱۳- اگر a, b, c سه جمله نخست و متمایز یک دنباله حسابی بوده و $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ سه جمله نخست یک دنباله هندسی باشند، دو برابر قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

$\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ در ه.د. $\Rightarrow \frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{1}{c} - \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{2}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \Rightarrow \frac{2}{b} = \frac{a+c}{ac} \Rightarrow 2ac = b(a+c)$

$\Rightarrow \frac{2}{b} = \frac{a+c}{ac} \Rightarrow 2ac = b(a+c)$

۱۱۴- مجموعه جواب نامعادله $(2m+n-5)x < n$ به صورت بازه $(-1, m-2)$ است. اگر m عدد طبیعی باشد، مقدار $m+n$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

$(2m+n-5)x < n$ $\Rightarrow x < \frac{n}{2m+n-5}$

$(-1, m-2)$ $\Rightarrow \frac{n}{2m+n-5} = m-2$

$\Rightarrow n = (m-2)(2m+n-5)$

$\Rightarrow n = 2m^2 - 4m - 5n + 10m - 10$

$\Rightarrow 6n = 2m^2 - 4m - 10$

$\Rightarrow 3n = m^2 - 2m - 5$

$\Rightarrow m^2 - 2m - 5 = 3n$

$\Rightarrow m^2 - 2m - 5 = 3n$

۱۱۵- ارتفاع یک مثلث ۲ واحد بیشتر از ۳ برابر قاعده آن است. اگر ۴ واحد هم به ارتفاع و هم به قاعده این مثلث اضافه شود، مساحت مثلث جدید $\frac{4}{5}$ برابر مساحت مثلث اولیه می‌شود. مساحت مثلث اولیه کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۱۴٫۵ (۳) ۱۶٫۵ (۴) ۲۸

۱۱۶- اگر f تابع همانی و g تابع ثابت بوده و $g(3x) + 2f(3+x) = 3 + 2x$ باشد، مقدار $\frac{f(-1)}{g(4)}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

$g(3x) = k$ $f(x) = x$

$g(3x) + 2f(3+x) = 3 + 2x$

$k + 2(3+x) = 3 + 2x$

$k + 6 + 2x = 3 + 2x$

$k = -3$

محل انجام محاسبات

۱) $x \rightarrow x+4$ قاعده

۲) $3x+2 \rightarrow 3(x+4)+2 = 3x+14$ ارتفاع

۱) $\frac{S}{S_0} = \frac{q^n}{1-q}$

$\frac{1}{4} \frac{(x+4)^n - 1}{x+4-1} = \frac{1}{4} \frac{(x)^n - 1}{x-1}$

$\frac{(x+4)^n - 1}{3x+11} = \frac{x^n - 1}{3x-1}$

$7x^2 + 134x + 1 = 5\sqrt{x^2 + 18x}$

$7x^2 - 18x - 1 = 0$

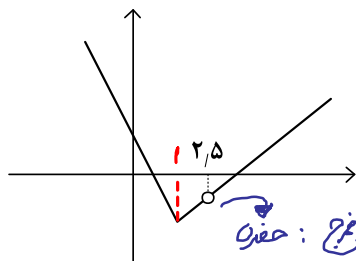
$7x^2 - 18x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{18 \pm \sqrt{18^2 + 28}}{14}$

$x = \frac{18 \pm \sqrt{340}}{14}$

۱۲۶- ضریب تغییرات داده‌های ۱، ۱، ۰۸، ۱، ۲، ۱، ۱۶، ۱، ۱۶ کدام است؟

$$\bar{x} = \frac{5,70}{5} = 1,14 \quad CV = \frac{\frac{1,14}{1,14}}{\frac{1,14}{1,14}} = \frac{1}{1,14} \quad \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \frac{1}{3\sqrt{5}} \quad \frac{1}{2\sqrt{3}} \quad (1)$$

۱۲۷- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax + b & x \geq 1 \\ 4x - \frac{c}{x} & x < 1 \end{cases}$ به صورت زیر رسم شده است. مقدار $a + b$ کدام است؟



$$\frac{2(\frac{1}{2})^2 + a(\frac{1}{2}) + b}{4(\frac{1}{2}) - c} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{a}{2} + b}{2 - c} = 2 \Rightarrow \frac{1 + a + 2b}{2 - c} = 4 \Rightarrow 1 + a + 2b = 8 - 4c \Rightarrow a + b = 4$$

$$x=1 \Rightarrow \frac{2+a+b}{-1} = 4 - \frac{1}{1} \Rightarrow a+b=4$$

۴ (۱)

۱ (۲)

-۱ (۳)

-۴ (۴)

۱۲۸- تابع با ضابطه $f(x) = 2\left[\frac{2-x}{2}\right] + a\left[\frac{x+2}{3}\right]$ در نقطه $x = -2$ حد دارد. مقدار $\left[\frac{a}{3}\right]$ کدام است؟

$$-2^+ : 2\left[\frac{2-(-2)}{2}\right] + a\left[\frac{-2+2}{3}\right] = 2 \quad -2^- : 2\left[\frac{2-(-2)}{2}\right] + a\left[\frac{-2+2}{3}\right] = 4 - a \Rightarrow 4 - a = 2 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow \left[\frac{2}{3}\right] = 0$$

۲ (۲)

۳ (۱)

۱۲۹- اگر $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 - k[x]}{x^2 - 1} = -\infty$ باشد، نقاط $(k\pi, \cos k\pi)$ در کدام ناحیهٔ محورهای مختصات قرار دارند؟

$$(-1)^+ : \frac{1 - k(-1)}{0^+} = -\infty \Rightarrow 1 + k < 0 \Rightarrow k < -1 \quad (-1)^- : \frac{1 - k(-1)}{0^-} = -\infty \Rightarrow 1 + k > 0 \Rightarrow k > -1$$

چهارم (۴)

-۱ (۳)

دوم (۲)

اول (۱)

۱۳۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 + mx + n & x \neq a \\ 2 & x = a \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته است. اگر $f(2a) = 0$ باشد، مقدار $n - m$ کدام است؟

$$x^2 + mx + n = (x-a)(x-2a) \Rightarrow (x-2)(x-4) = x^2 - 6x + 8 \Rightarrow m = -6, n = 8 \Rightarrow n - m = 14$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (x - 2a) = a - 2a = -a \Rightarrow a = 2$$

-۴ (۲)

-۲ (۱)

۱۳۱- خط $y + ax = 2$ در نقطه‌ای به طول ۴ بر نمودار تابع f مماس است. اگر $f(4) + f'(4) = -1$ باشد، مقدار $f'(4)$ کدام است؟

$$\begin{cases} f(4) = -4a + 2 \\ f'(4) = -a \end{cases} \Rightarrow -4a + 2 - a = -1 \Rightarrow -5a = -3 \Rightarrow a = \frac{3}{5} \Rightarrow f'(4) = -\frac{3}{5}$$

۰,۶ (۲)

۱ (۱)

۱۳۲- خط d از مبدأ مختصات می‌گذرد و بر نمودار تابع $f(x) = 2\sqrt{x}(4x^2 + 3)$ مماس است. شیب خط d چقدر است؟

۱۲ (۴)

۶ (۳)

۸√۲ (۲)

۴√۲ (۱)

محل انجام محاسبات

$$2\sqrt{x}(4x^2 + 3) = ax$$

$$8x^{5/2} + 6x^{3/2} = ax \Rightarrow \frac{8x^{5/2} + 6x^{3/2}}{x^{3/2}} = \frac{ax}{x^{3/2}} \Rightarrow 8x + 6 = \frac{a}{\sqrt{x}} \Rightarrow x = \frac{1}{4} \Rightarrow a = 14$$

$$\rightarrow 14\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{a\sqrt{1/4}}{1} \rightarrow a = \frac{14}{1/2} = 28$$

۱۴۶

$$\frac{3}{0} \cdot \frac{7}{0} \cdot \frac{5}{0} = 90 \quad \frac{1}{0} \cdot \frac{4}{0} \cdot \frac{5}{0} = 20 \quad \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{0} = 1$$

۱۳۳- نقاط A و B به ترتیب، روی منحنی‌های $y = x^3 - 2x - 3$ و $y = x^3 + x^2 + 1$ قرار دارند. اگر این نقاط روی خطی



به موازات محور y باشند، کمترین مقدار طول پاره خط AB کدام است؟
 $AB = x^2 + 2x + 4 \rightarrow x = -1 \rightarrow 1 - 2 + 4 = 3$

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۳۴- با ارقام ۰، ۱، ۳، ۵، ۷، ۸، ۹ چند عدد سه رقمی بدون تکرار می‌توان نوشت که از ۷۸۱ کوچک‌تر باشد؟



۱۰۳ (۴)

۱۱۱ (۳)

۱۲۵ (۲)

۱۳۳ (۱)

۱۳۵- در یک کیسه کارتهایی به شماره ۱ تا ۸ وجود دارد. ۳ کارت به تصادف از این کیسه خارج می‌کنیم، با کدام احتمال یکی از اعداد روی کارت‌ها شمارنده دوتای دیگر است؟

$$\frac{2 \times 1 \times 3}{\binom{8}{3}} = \frac{2 \times 1 \times 3}{56} = \frac{6}{56} = \frac{3}{28}$$

عدد ۱: $\frac{1}{8}$ — — — $\binom{7}{2} = 21$
 عدد ۲: $\frac{1}{8}$ — — — $\binom{6}{2} = 15$
 عدد ۳: $\frac{1}{8}$ — — — $\binom{5}{2} = 10$
 عدد ۴: $\frac{1}{8}$ — — — $\binom{4}{2} = 6$
 عدد ۵: $\frac{1}{8}$ — — — $\binom{3}{2} = 3$
 عدد ۶: $\frac{1}{8}$ — — — $\binom{2}{2} = 1$
 عدد ۷: $\frac{1}{8}$ — — — $\binom{1}{2} = 0$
 عدد ۸: $\frac{1}{8}$ — — — $\binom{0}{2} = 0$

۹ (۳)

۳ (۲)

۳ (۱)

۱۳۶- در یک ظرف ۵ مهره سیاه و تعدادی مهره سبز وجود دارد. دو مهره به تصادف از ظرف خارج می‌شود، احتمال اینکه حداقل یک مهره سیاه باشد، برابر $\frac{5}{6}$ است. تعداد مهره سبز چقدر از تعداد مهره سیاه کمتر است؟

$$\frac{B}{G} = \frac{5}{n} \rightarrow \frac{\binom{n}{2}}{\binom{n}{2}} = \frac{5}{6}$$

$\frac{n(n-1)}{2} = \frac{5}{6} \rightarrow n = 4$

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۳۷- مثلی با اضلاع ۴، ۵ و x با مثلی با اضلاع ۳، ۷ و y متشابه است. اختلاف کمترین و بیشترین مقادیر ممکن برای y کدام است؟

سین برع

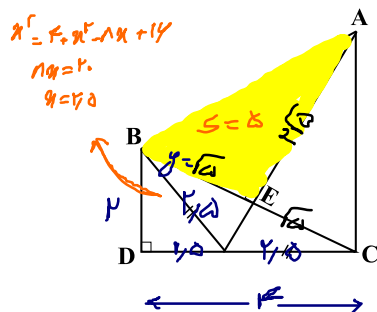
۲، ۸ (۴)

۳، ۱۵ (۳)

۶، ۳۵ (۲)

۷، ۲ (۱)

۱۳۸- در شکل زیر، $BD = 2$ ، $CD = 4$ و زاویه $\hat{ACD}$ قائمه است. مساحت مثلث ABE کدام است؟



$$x^2 = 12 + 2 = 14 \rightarrow x = \sqrt{14}$$

۱۰ (۱)

۷، ۵ (۲)

۵ (۳)

۲، ۵ (۴)

$$5 + x^2 = \frac{25}{2} \rightarrow x^2 = \frac{15}{2} \rightarrow x = \frac{\sqrt{30}}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{30}}{2} \times AE \rightarrow AE = 2\sqrt{5}$$

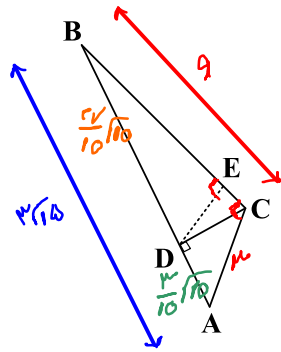
محل انجام محاسبات

۱۴۷

۴ ≤ x ≤ ۱۰ → ...
 ...
 ...

x	y
5	5
4	4

$$\frac{5}{5} = 1 \rightarrow 3, 15$$



۱۳۹- اگر $AC = 3$ ، $BC = 9$ و DE بر BC عمود باشد، طول BE کدام است؟ ($\hat{C} = 90^\circ$)

$$x = AD \times \frac{1}{10}$$

$$AD = \frac{3}{10} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$\frac{9}{\frac{3\sqrt{10}}{10}} = \frac{BE}{9} \rightarrow BE = 11.1$$

(۱) ۸

(۲) ۷.۲

(۳) ۶.۴

(۴) ۵.۶

۱۴۰- دو نقطه با مختصات $(-\frac{1}{3}, a)$ و $(-\frac{1}{3}, b)$ دو رأس مجاور یک مربع بوده و روی خط Δ قرار دارند. اگر شیب خط $(-\frac{1}{3}, b)$ برابر Δ باشد، طول قطر این مربع کدام است؟

$$m_{\Delta} = \sqrt{3} = \frac{b-a}{\frac{1}{3}} \rightarrow b-a = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \quad (۱)$$

$$\text{طول مربع} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2}{3}$$

$$\text{قطر} = \alpha \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

محل انجام محاسبات

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$$