

تاریخ آزمون
جمعه
۱۴۰۴/۰۵/۳۱

دفترچه
شماره ۱

پایه یازدهم رشته ریاضی

دوره دوم متوسطه

آزمون شماره (۴)

سال تحصیلی

۱۴۰۴ - ۱۴۰۵

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۱۱۰	مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	ریاضی ۱ / هندسه ۱	۳۰	اجباری	۱	۳۰	۴۵ دقیقه
	حسابان ۱ / هندسه ۲	۱۰	اختیاری	۳۱	۴۰	
۲	فیزیک ۱	۲۵	اجباری	۴۱	۶۵	۴۰ دقیقه
	فیزیک ۲	۱۰	اختیاری	۶۶	۷۵	
۳	شیمی ۱	۲۵	اجباری	۷۶	۱۰۰	۳۵ دقیقه
	شیمی ۲	۱۰	اختیاری	۱۰۱	۱۱۰	

ریاضیات



۱- اگر یکی از جواب‌های $k = (x+1)(x-2)(x+3)(x+6)$ برابر یک باشد، مجموع دیگر جواب‌های حقیقی آن کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) -۸ (۳) -۹ (۴) ۶

۲- اگر بخواهیم معادله $x^2 + \sqrt{\frac{2\sqrt{6}+5}{6}}x = 1$ را به روش مربع کامل حل کنیم، به طرفین تساوی چه عددی باید اضافه کنیم؟

- (۱) $\frac{1}{2}(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}})^2$ (۲) $\frac{1}{4}(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}})^2$ (۳) $\frac{1}{2}(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$ (۴) $\frac{1}{4}(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$

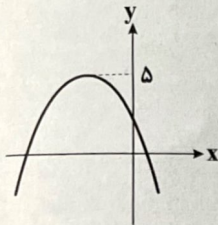
۳- در معادله درجه دوم $\frac{a+b}{a-b}x^2 + \frac{2a^2+2b^2}{a^2-b^2}x + \frac{a-b}{a+b} = 0$ واسطه حسابی بین جواب‌ها کدام است؟

- (۱) $\frac{a^2-b^2}{(a+b)^2}$ (۲) $\frac{-(a^2+b^2)}{(a+b)^2}$ (۳) $\frac{a^2-b^2}{(a-b)^2}$ (۴) $\frac{-(a^2+b^2)}{(a-b)^2}$

۴- یکی از جواب‌های معادله $\frac{a^2+b^2-ab}{a-b}x^2 + \frac{2a^2}{a^2-b^2}x + \frac{a^2+b^2+ab}{a+b} = 0$ کدام است؟ ($a^2 \neq b^2$)

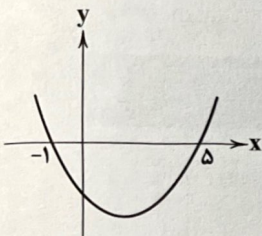
- (۱) $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$ (۲) $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$ (۳) $\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$ (۴) $\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$

۵- اگر نمودار سهمی $y = -x^2 + mx + 1$ به صورت زیر باشد، کدام گزینه است؟



- (۱) -۴ (۲) ± 4 (۳) ۴ (۴) ۲

۶- اگر نمودار تابع f به صورت سهمی زیر و مجموعه جواب نامعادله $ax^2 + f(x) \leq 0$ به صورت $(-\infty, +\infty)$ باشد، a کدام می‌تواند باشد؟



- (۱) صفر (۲) $3/8$ (۳) $-2/1$ (۴) $\sqrt{2}$

۷- اگر $f(x) = x^2 - 6x - 2$ و $f(x_1) = f(x_2) = 0$ آن‌گاه $f(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2})$ برابر است با:

- (۱) ۳۰ (۲) ۲۵ (۳) ۲۰ (۴) ۱۸

۸- اگر در سهمی $f(x) = a(x-2)^2 + 3$ راس و نقاط تلاقی آن با محور x ها، سه رأس مثلث متساوی الاضلاع باشند، آن‌گاه سهمی محور y ها را با

کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۹- اگر جواب نامعادله $|x^2 - 4x| < x$ به صورت (a, b) باشد، وسط بازه کدام است؟

- (۱) $1/5$ (۲) $2/5$ (۳) ۴ (۴) $4/5$

۱۰- اگر جدول تعیین علامت $P = x^2 - 11x + b$ به صورت زیر باشد، $a+b$ کدام است؟

x	$-\infty$	3	a	$+\infty$
P	$+$	$+$	$-$	$+$

- (۱) ۱۱ (۲) ۲۴ (۳) -۱۱ (۴) ۳۲

۱۱- اگر عبارت جبری $3x^2 - ax + 2b - 4$ روی مجموعه $R - \{\frac{c}{3}, c-8\}$ مثبت باشد، مقدار $2a-b-c$ برابر کدام گزینه است؟

- ۱۰ (۱) ۱۲ (۲) ۸ (۳) ۱۴ (۴)

۱۲- اگر بزرگ‌ترین مجموعه جواب نامعادله $\frac{(x^2+3x+1)(x^2+3x+5)}{-2x^2+3x-4} > 0$ ، برابر (a, b) باشد، مقدار ab کدام است؟

- ۴ (۱) -۴ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴)

۱۳- اگر رابطه $f = \{(2a, b), (1, a^2+b^2+5), (2b, a), (1, 4b-2a)\}$ یک تابع باشد، مقدار $f(2a)+f(2b)$ چقدر است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۴- چه تعداد از ضوابط زیر ضابطه یک تابع را نشان می‌دهد؟

الف) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = -2$ ب) $1 + \sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y}$ ج) $xy^3 - 2xy^2 = x - 1$ د) $\sqrt{x^2-1} + \sqrt{y} = 0$

- ۱ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۱۵- اگر $g(x-f(x)) = 2f(x) + 14$ و $f(2) = -2$ آن‌گاه $g(4)$ کدام است؟

- ۱۴ (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۰ (۴)

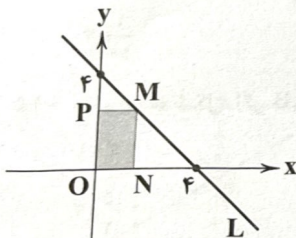
۱۶- چند عضو از مجموعه $R = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z}, |x| = \frac{6}{1+|y|}\}$ حذف کنیم تا یک تابع شود؟

- ۶ (۱) ۹ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۱۷- یک تانکر استوانه‌ای شکل را در نظر بگیرید، اگر مساحت کل تانکر ۲۰ واحد مربع باشد، حجم تانکر برحسب r (شعاع قاعده) کدام گزینه است؟

(۱) $10\pi - \pi r^3$ (۲) $\pi r^3 - 10\pi$ (۳) $\frac{10\pi - \pi r^3}{4}$ (۴) $\frac{\pi r^3 - 10\pi}{4}$

۱۸- طبق شکل، نقطه M همواره در ناحیه اول و روی خط L قرار دارد. تابعی که مساحت مستطیل هاشورخورده را برحسب طول نقطه M بیان می‌کند، کدام است؟ (طول نقطه M را x فرض کنید).



(۱) $4x - x^2$

(۲) $4x + x^2$

(۳) $-x^2 - 4x$

(۴) $x^2 - 4x$

۱۹- اگر برد تابع $f(x) = \frac{x^3 + x - 10}{x - 2}$ به صورت $[a, +\infty)$ باشد، مقدار a کدام است؟

- ۵ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴)

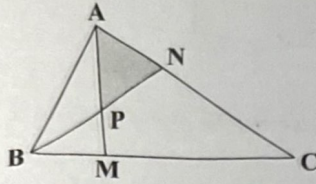
۲۰- اگر $\frac{f(x+2)+x}{f(x^2)+3f(4)} = x$ باشد، $f(1)$ کدام است؟

(۱) $\frac{2}{7}$ (۲) $\frac{7}{2}$ (۳) $\frac{1}{14}$ (۴) $\frac{1}{12}$

۲۱- در دوزنقه ABCD، $AB=1$ ، $CD=7$ باشد و نقاط M و N روی ساق‌های AD و BC به گونه‌ای هستند که $MN \parallel AB$ و مساحت دوزنقه‌های ABNM و NMDC با هم برابر باشند، طول MN کدام است؟

- ۵ (۱) ۴/۵ (۲) ۴ (۳) ۳/۵ (۴)

۲۲- در مثلث شکل زیر، اگر $\frac{AN}{AC} = \frac{BM}{MC} = \frac{1}{3}$ ، آن گاه مساحت مثلث APN چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



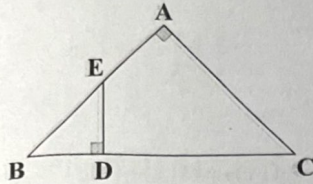
$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{1}{6} \quad (2)$$

$$\frac{2}{9} \quad (3)$$

$$\frac{2}{5} \quad (4)$$

۲۳- با توجه به شکل، اگر محیط مثلث قائم الزویه ABC برابر ۱۸ و $BD = 2$ ، $ED = \frac{3}{4}$ و $\hat{A} = 90^\circ$ و $ED \perp BC$ باشد، آن گاه طول ضلع AC کدام است؟



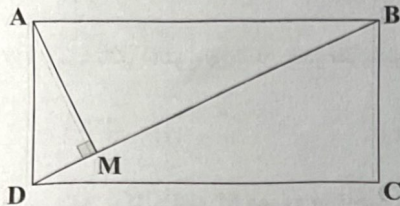
$$\frac{9}{2} \quad (1)$$

$$\frac{24}{5} \quad (2)$$

$$5 \quad (3)$$

$$\frac{27}{5} \quad (4)$$

۲۴- در مستطیل شکل زیر، AM بر قطر BD عمود است. اگر مساحت AMD برابر $\frac{1}{5}$ مساحت مستطیل باشد، آن گاه نسبت فاصله های نقطه M از دو ضلع مستطیل چقدر است؟



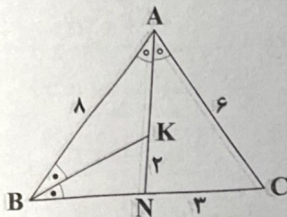
$$\frac{1}{5} \quad (1)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{10} \quad (3)$$

$$\frac{1}{10} \quad (4)$$

۲۵- با توجه به شکل، اگر $\hat{CAN} = \hat{NAB}$ ، $\hat{ABK} = \hat{NBK}$ ، $AB = 8$ ، $AC = 6$ ، $KN = 2$ و $NC = 3$ ، آن گاه AK کدام است؟



$$2 \quad (1)$$

$$\frac{5}{2} \quad (2)$$

$$3 \quad (3)$$

$$4 \quad (4)$$

۲۶- در یک n ضلعی محدب، مجموع تعداد اضلاع و اقطار، از ۲ برابر مجموع اقطار دو رأس غیرمجاور، ۷ واحد بیشتر است. از هر رأس n ضلعی چند قطر می گذرد؟

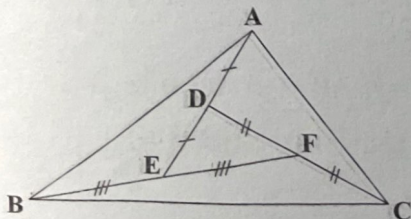
$$13 \quad (4)$$

$$12 \quad (3)$$

$$10 \quad (2)$$

$$11 \quad (1)$$

۲۷- در شکل زیر اضلاع مثلث DEF به اندازه خودشان امتداد داده شده اند به طوری که مثلث ABC پدید آمده است. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۱۴۰ باشد، مساحت مثلث DEF کدام است؟



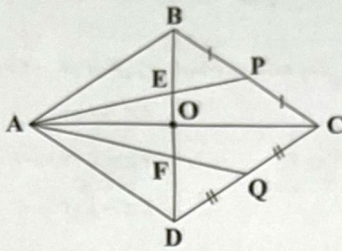
$$7 \quad (1)$$

$$10 \quad (2)$$

$$14 \quad (3)$$

$$20 \quad (4)$$

۲۸- در لوزی شکل زیر اگر P و Q وسط اضلاع لوزی باشند، نسبت مساحت مثلث AEF به مساحت مثلث BCD کدام است؟



$$\frac{1}{2} (1)$$

$$\frac{1}{3} (2)$$

$$\frac{2}{3} (3)$$

$$\frac{1}{4} (4)$$

۲۹- در متوازی الاضلاع $ABCD$ ، اگر $AB = 3AD$ ، آنگاه مساحت مستطیل حاصل از رسم نیمسازهای داخلی، چه کسری از مساحت متوازی الاضلاع است؟

$$\frac{3}{4} (4)$$

$$\frac{2}{3} (3)$$

$$\frac{1}{4} (2)$$

$$\frac{1}{3} (1)$$

۳۰- در دوزنقه متساوی الساقین با قاعده‌های ۱۰ و ۴ که طول ارتفاع وارد بر قاعده ۴ است، اوساط اضلاع را متوالیاً به هم وصل می‌کنیم. محیط چهارضلعی حاصل کدام است؟

$$2\sqrt{66} (4)$$

$$2\sqrt{65} (3)$$

$$\sqrt{66} (2)$$

$$\sqrt{65} (1)$$

توجه: داوطلب گرامی، می‌توانید به سؤالات ۳۱ تا ۳۵ درس حسابان (۱) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

۳۱- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 5x + 1 = 0$ باشند، حاصل $A = \frac{\alpha^3 + \frac{1}{\alpha}}{\beta^2 + \frac{1}{\beta^2}} + \frac{1 - \alpha - 2\alpha^2}{5\beta - \beta^2}$ کدام است؟

$$\frac{294}{23} (4)$$

$$-\frac{294}{23} (3)$$

$$-\frac{74}{23} (2)$$

$$\frac{23}{74} (1)$$

۳۲- نیمساز زاویه بین خط گذرنده از نقاط $A(6, 0)$ و $B(0, 8)$ و محور y ها، محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

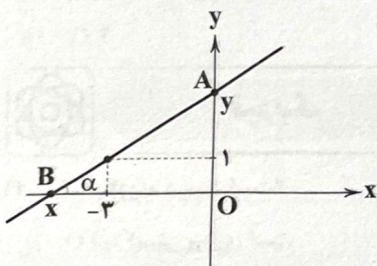
$$2 (4)$$

$$\frac{7}{3} (3)$$

$$\frac{8}{3} (2)$$

$$3 (1)$$

۳۳- در شکل زیر اگر S مساحت مثلث OAB باشد، تابع $f(x) = S - \tan \alpha$ کدام است؟



$$\frac{2-x^2}{2(x+3)} (1)$$

$$\frac{2-x^2}{x+3} (2)$$

$$\frac{x+3}{2-x^2} (3)$$

$$\frac{2(x+3)}{2-x^2} (4)$$

۳۴- در تابع $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = -3x^2 + 4 \end{cases}$ اگر $A = \{0, 1, 2\}$ و $B = \{1, 2a^2 + 2, 3a - b\}$ ، مقدار $a^2 - b^2$ کدام می‌تواند باشد؟

$$-24 (4)$$

$$-23 (3)$$

$$-22 (2)$$

$$-20 (1)$$

۳۵- اگر تابع گویای $f(x) = \frac{x^2 + x^3 + a}{x^2 + 3ax + a}$ محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع کند، آنگاه حاصل ضرب طول‌های نقاطی که

تابع $g(x) = f(x) + \frac{x}{x+a}$ در آن‌ها تعریف نمی‌شود، چقدر است؟

$$-144 (4)$$

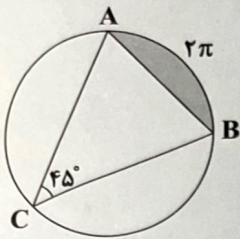
$$144 (3)$$

$$-12 (2)$$

$$12 (1)$$

توجه: داوطلب گرامی، می توانید به سؤالات ۳۶ تا ۴۰ درس هندسه (۲) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

۳۶- در شکل زیر مساحت قطعه رنگی کدام است؟



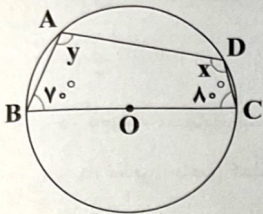
(۱) $4\pi - 8$

(۲) $4\pi - 4$

(۳) $8\pi - 8$

(۴) $8\pi - 4$

۳۷- با توجه به شکل زیر، O مرکز دایره و اگر $\hat{B} = 7^\circ$ و $\hat{C} = 8^\circ$ باشد، آنگاه مقدار $x - y$ چند درجه است؟



(۱) ۱۰

(۲) ۲۰

(۳) ۳۰

(۴) ۴۰

۳۸- دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', 16)$ با طول خطالمکزی ۲۵ مماس خارج اند. اگر مماس مشترک داخلی دو دایره، مماس مشترک خارجی دو

دایره را در نقطه P قطع کند، فاصله نقطه تماس دو دایره تا P کدام است؟

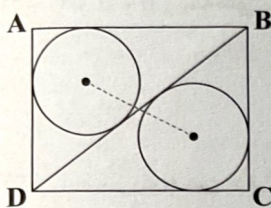
(۴) ۱۲

(۳) ۱۰

(۲) ۱۶

(۱) ۱۴

۳۹- در مستطیل شکل زیر، به ابعاد 3×4 ، دایره های محاطی مثلث های ABD و BCD رسم شده است. طول خطالمکزی دو دایره چقدر است؟



(۱) ۳

(۲) ۲

(۳) $\sqrt{6}$

(۴) $\sqrt{5}$

۴۰- در دو دایره متخارج $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ با فرض $R > R'$ اختلاف اندازه شعاع ها برابر $2\sqrt{3}$ است. اگر زاویه بین مماس مشترک های

خارجی دو دایره 60° درجه باشد، اندازه مماس مشترک خارجی آنها، کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳

فیزیک



۴۱- کدام گزینه درست است؟

(۲) کار، کمیتی فرعی است.

(۱) کار، کمیتی برداری است.

(۴) کار نیروی وزن نمی تواند صفر باشد.

(۳) کار نیروی عمودی تکیه گاه، همواره صفر است.

۴۲- مطابق شکل های زیر، شخصی جعبه ای را یک بار با طنابی بلند (شکل الف) و بار دیگر با طنابی کوتاه تر (شکل ب) روی سطحی هموار

می کشد. اگر جابه جایی و کاری که این شخص در هر دو بار بر روی جعبه انجام می دهد، یکسان باشد و اصطکاک بین جعبه و سطح در هر دو

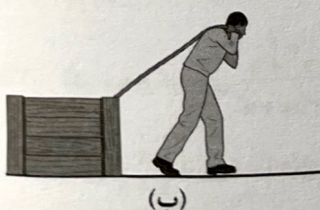
حالت، ناچیز فرض شود، نیروی وارد شده به جعبه از طرف شخص در کدام حالت بزرگ تر است؟

(۱) الف

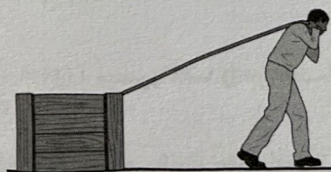
(۲) ب

(۳) در هر دو حالت برابر است.

(۴) اظهار نظر قطعی نمی توان کرد.



(ب)



(الف)

۴۳- اگر به جرم جسمی ۲۵ درصد افزوده شود، انرژی جنبشی آن ۲۰ درصد کاهش می‌یابد. در این صورت تندی جسم چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

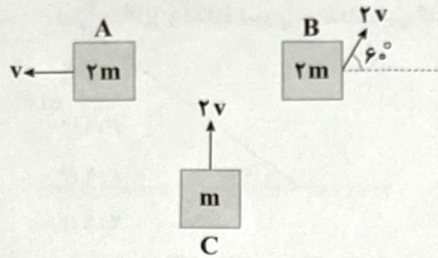
(۴) ۲۵ - کاهش

(۳) ۲۰ - کاهش

(۲) ۲۵ - افزایش

(۱) ۲۰ - افزایش

۴۴- رابطه بین انرژی جنبشی جسم‌های زیر در کدام گزینه به درستی آمده است؟



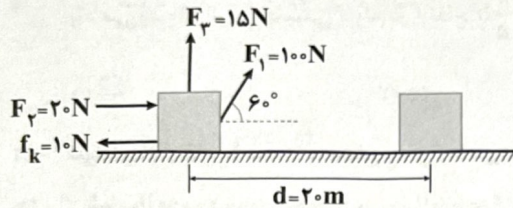
$$K_B = 2K_C = 4K_A \quad (1)$$

$$4K_B = 2K_C = K_A \quad (2)$$

$$2K_B = 4K_C = K_A \quad (3)$$

$$2K_B = K_C = K_A \quad (4)$$

۴۵- در شکل زیر کار کل نیروهای وارد بر جسم چند ژول است؟



$$1200 \quad (1)$$

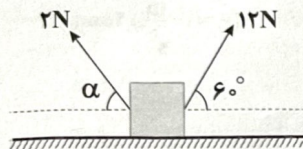
$$1200\sqrt{3} \quad (2)$$

$$1600 \quad (3)$$

$$1600\sqrt{3} \quad (4)$$

۴۶- در شکل زیر، به جسمی که روی سطح افقی قرار دارد، دو نیروی ۱۲ و ۲ نیوتونی در جهت‌های نشان داده شده وارد می‌شوند و جسم روی

سطح افقی بدون اصطکاک به سمت راست جابه‌جا می‌شود. در یک جابه‌جایی معین، کار نیروی ۲ نیوتونی برابر $\frac{1}{5}$ - کار نیروی ۱۲ نیوتونی



می‌شود. α چند درجه است؟ ($\sin 53^\circ = 0.8$, $\sin 37^\circ = 0.6$)

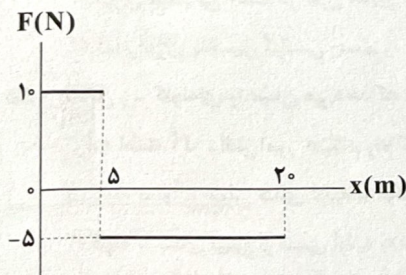
$$30 \quad (1)$$

$$45 \quad (2)$$

$$53 \quad (3)$$

$$60 \quad (4)$$

۴۷- نمودار نیروی وارد بر جسمی بر حسب مکان آن، مطابق شکل زیر است. اگر جسم روی سطح افقی حرکت کند، کار نیروی $\vec{F}$ بر روی این جسم



در $20m$ جابه‌جایی چند ژول است؟ (نیروی $\vec{F}$ را افقی در نظر بگیرید.)

$$125 \quad (1)$$

$$-75 \quad (2)$$

$$50 \quad (3)$$

$$-25 \quad (4)$$

۴۸- شخصی با یک طناب سبک، جسمی به جرم m را با شتاب ثابت $\frac{g}{4}$ از حال سکون، از سطح زمین (مبدأ پتانسیل گرانشی) بالا می‌برد.

هنگامی که جسم به ارتفاع h می‌رسد، کاری که شخص انجام داده، چند برابر انرژی پتانسیل گرانشی جسم در آن ارتفاع است؟

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

$$\frac{4}{5} \quad (3)$$

$$\frac{5}{4} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

۴۹- به دو جسم ساکن (۱) و (۲) به جرم‌های $M_1 = m$ و $M_2 = 2m$ نیروهای برابر در یک راستا وارد می‌شود تا مسیری برابر را روی سطح افقی

طی کنند. در پایان مسیر، تندی جسم (۲) چند برابر تندی جسم (۱) است؟

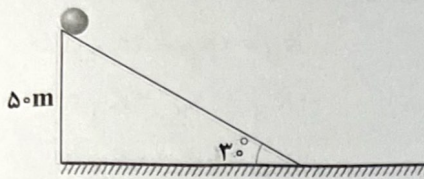
$$2 \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

- ۵۰- مطابق شکل زیر، اگر گلوله‌ای به جرم 1 kg را از بالای سطح شیب‌داری به ارتفاع 5 m رها کنیم، گلوله با تندی $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به سطح زمین می‌رسد. اگر اندازه کار نیروی مقاومت هوا بر روی گلوله در این جابه‌جایی برابر 10 J باشد، اندازه نیروی اصطکاک بین گلوله و سطح چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و اندازه نیروی اصطکاک بین گلوله و سطح در کل مسیر حرکت یکسان است.)



۱۱/۶ (۱)

۶/۹ (۲)

۸/۹ (۳)

۲/۹ (۴)

- ۵۱- در شرایط خلأ، گلوله‌ای به جرم 4 kg از سطح زمین در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود. این گلوله حداکثر تا ارتفاع h از سطح زمین بالا می‌رود. اگر انرژی جنبشی گلوله در ارتفاع $\frac{1}{5}h$ از سطح زمین برابر با 100 J باشد، ارتفاع h چند متر است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

۱۲/۵ (۴)

۲۵ (۳)

۲۵ (۲)

۲۵ (۱)

- ۵۲- گلوله‌ای از ارتفاع h نسبت به سطح زمین رها می‌شود و در راستای قائم سقوط می‌کند. پس از پیمودن مسافت Δh ، انرژی پتانسیل گرانشی آن ۳ برابر انرژی جنبشی آن می‌شود. در این صورت $\frac{\Delta h}{h}$ برابر کدام گزینه است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.)

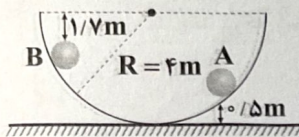
۱/۴ (۴)

۴/۷ (۳)

۳/۴ (۲)

۴ (۱)

- ۵۳- در شکل زیر، کمینه تندی گلوله در نقطه A چند متر بر ثانیه باشد تا گلوله بتواند درون نیمکره بدون اصطکاک به نقطه B برسد؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



۶ (۲)

۴ (۱)

۱۲ (۴)

۸ (۳)

- ۵۴- کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد جسمی که در هوا سقوط می‌کند، درست است؟

(۱) کاهش انرژی پتانسیل گرانشی جسم، برابر با افزایش انرژی درونی جسم و هوا است.

(۲) مقدار افزایش انرژی جنبشی جسم، برابر با مقدار کاهش انرژی پتانسیل گرانشی آن است.

(۳) انرژی مکانیکی جسم در طول مسیر کاهش می‌یابد.

(۴) تمام انرژی پتانسیل گرانشی جسم به انرژی جنبشی آن تبدیل می‌شود.

- ۵۵- شکل زیر گلوله‌ای را نشان می‌دهد که از سقف کلاس آویزان شده و دانش‌آموزی آن را از وضعیت تعادل خارج کرده و در برابر نوک بینی خود گرفته است. اگر دانش‌آموز هنگام رها کردن گلوله، آن را هل دهد، هنگام برگشت کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟



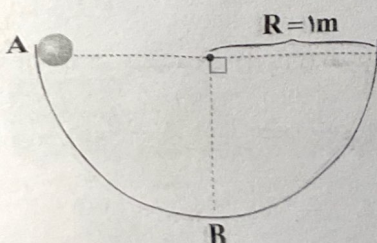
(۱) گلوله قطعاً با همان تندی اولیه به نوک بینی شخص می‌رسد.

(۲) گلوله با تندی بیش از تندی اولیه به نوک بینی شخص می‌رسد.

(۳) گلوله قطعاً به ارتفاع بینی شخص نمی‌رسد.

(۴) گلوله می‌تواند به ارتفاع بینی شخص برسد.

- ۵۶- با توجه به شکل زیر، گلوله‌ای به جرم 2 kg روی نیم‌دایره‌ای با تندی v از نقطه A به حرکت در می‌آید. اگر کار نیروی اصطکاک بر روی گلوله در جابه‌جایی آن تا نقطه B برابر با 20 J باشد، جسم با چه تندی از نقطه B عبور می‌کند؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



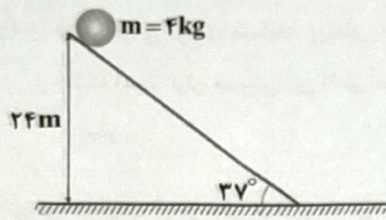
۲۷ (۱)

۱/۵۷ (۲)

اندازه v باید معلوم باشد. (۳)

۷ (۴)

۵۷- در شکل زیر، جسم از بالاترین نقطه سطح شیب‌دار بدون سرعت اولیه رها می‌شود. اندازه نیروی اصطکاک جنبشی در طول مسیر چند واحد SI باشد تا جسم با تندی $8\sqrt{5} \frac{m}{s}$ به پایین سطح شیب‌دار برسد؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ ، $\sin 37^\circ = 0.6$ و نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح را ثابت در نظر بگیرید.)



۴۰ (۱)

۴ (۲)

۸ (۳)

۸۰ (۴)

۵۸- جسمی از ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین، بدون تندی اولیه رها شده و پس از برخورد به زمین در راستای قائم به بالا برمی‌گردد. اگر ۴۰٪ انرژی پتانسیل گرانشی اولیه جسم، صرف غلبه بر مقاومت هوا و اصطکاک ناشی از برخورد شود، جسم با تندی چند متر بر ثانیه رو به بالا برمی‌گردد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۱۲۰ (۴)

 $4\sqrt{15}$ (۳)

۱۴۰ (۲)

 $6\sqrt{15}$ (۱)

۵۹- جسمی را با تندی $5 \frac{m}{s}$ از سطح زمین در راستای قائم به هوا پرتاب می‌کنیم. اگر ۲۰ درصد از انرژی جنبشی جسم صرف افزایش انرژی درونی جسم شود، جسم حداکثر تا ارتفاع چند متری از سطح زمین بالا می‌رود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۱/۷۵ (۴)

۲/۵ (۳)

۱/۵ (۲)

۱ (۱)

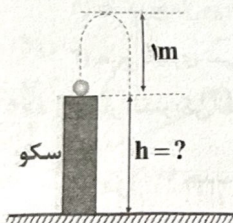
۶۰- تندی جسمی دو برابر می‌شود، با فرض ثابت بودن بقیه عوامل، اندازه برایند نیروهای وارد بر آن باید چند برابر شود تا توان جسم ثابت بماند؟

۴ (۴)

۲ (۳)

 $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۱)

۶۱- مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم ۱ kg را از لبه سکویی به ارتفاع h با تندی $5 \frac{m}{s}$ به طور قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. ارتفاع h چند متر باشد تا تندی گلوله در لحظه برخورد با سطح زمین ۱/۵ برابر تندی گلوله در لحظه پرتاب باشد؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و اندازه نیروی مقاومت هوا در تمام مسیر حرکت را ثابت در نظر بگیرید.)



۲/۷۵ (۱)

۲۰/۶۲۵ (۲)

۲۸/۱۲۵ (۳)

۵/۵ (۴)

۶۲- اگر توان لازم برای جابه‌جایی جسمی برابر با حاصل ضرب نیرو در سرعت حرکت آن جسم باشد و نیروی لازم برای هل دادن یک جسم با سرعت حرکت آن متناسب باشد، در صورتی که برای هل دادن این جسم با سرعت $10 \frac{m}{s}$ توانی معادل ۸ kW لازم باشد، برای هل دادن همین جسم با سرعت $30 \frac{m}{s}$ چه توانی بر حسب کیلووات لازم است؟

۸۰ (۴)

۸ (۳)

۷۲ (۲)

۲۴ (۱)

یک پمپ آب در مدت یک دقیقه و ده ثانیه، $8 m^3$ آب را از درون چاهی به عمق $12.5 m$ بالا می‌آورد و با تندی $10 \frac{m}{s}$ از دهانه لوله‌ای در

سطح زمین جاری می‌کند. اگر بازده پمپ ۸۰ درصد باشد، توان الکتریکی مصرفی پمپ چند کیلووات است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}$)

۱۲/۵ (۴)

۲۵ (۳)

۲۰ (۲)

۱۸ (۱)

۶۴- در یک ماشین با بازده ۷۰ درصد، نسبت توان تلف شده به توان مفید چقدر است؟

$$\frac{7}{10} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{10} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{7} \quad (۲)$$

$$\frac{7}{3} \quad (۱)$$

۶۵- دانش آموزی در یک مسابقه، وزنه‌ای به جرم $1/5 \text{ kg}$ را به مدت ۳ دقیقه در ارتفاع 70 cm از سطح زمین در کف دست خود به طور ثابت نگه داشته است. توان مصرفی این دانش آموز چند وات است؟

$$10/5 \quad (۴)$$

$$5/8 \quad (۳)$$

$$4/2 \quad (۲)$$

$$\text{صفر} \quad (۱)$$

توجه: داوطلب گرامی، می‌توانید به سوالات ۶۶ تا ۷۵ درس فیزیک (۲) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

۶۶- وضعیت قرارگیری دو ماده A و B در سری الکتریسته مالشی به صورت زیر است. اگر ماده A را با ماده B مالش دهیم، بار الکتریکی ماده A

انتهای مثبت سری
A
.
.
.
B
انتهای منفی سری

چند میکروکولن می‌تواند باشد؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

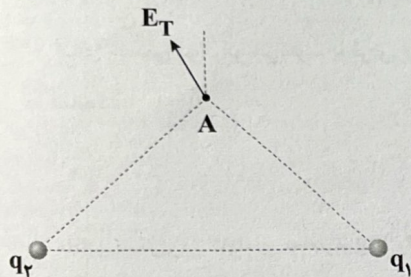
$$5/2 \times 10^{-13} \quad (۱)$$

$$4/8 \times 10^{-13} \quad (۲)$$

$$-5/2 \times 10^{-13} \quad (۳)$$

$$-4/8 \times 10^{-13} \quad (۴)$$

۶۷- در شکل زیر، میدان الکتریکی خالص دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در نقطه A نشان داده شده است. کدام گزینه در مورد بارهای q_1



و q_2 صحیح است؟

$$q_2 < 0, q_1 > 0, |q_1| > |q_2| \quad (۱)$$

$$q_2 > 0, q_1 > 0, |q_1| > |q_2| \quad (۲)$$

$$q_2 < 0, q_1 < 0, |q_1| > |q_2| \quad (۳)$$

$$q_2 > 0, q_1 < 0, |q_1| < |q_2| \quad (۴)$$

۶۸- یک میله رسانای بدون بار را به کلاهک الکتروسکوپ بارداری نزدیک می‌کنیم. برای ورقه‌های الکتروسکوپ کدام حالت رخ می‌دهد؟

(۲) به تدریج بسته می‌شوند.

(۱) به تدریج باز می‌شوند.

(۴) ابتدا باز و سپس به تدریج بسته می‌شوند.

(۳) هیچ تغییری نمی‌کنند.

۶۹- دو بار الکتریکی نقطه‌ای q و $(q+10)$ (برحسب میکروکولن) در فاصله ۴ سانتی‌متری از یک‌دیگر قرار دارند و یک‌دیگر را با نیرویی به

بزرگی 90 N جذب می‌کنند. q چند میکروکولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)

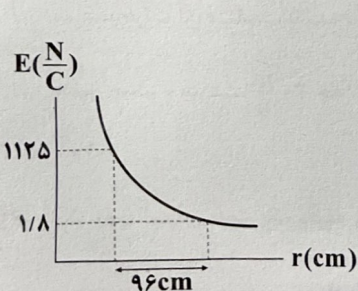
$$-8 \text{ یا } -2 \quad (۴)$$

$$8 \text{ یا } 2 \quad (۳)$$

$$-8 \text{ یا } 8 \quad (۲)$$

$$-2 \text{ یا } 2 \quad (۱)$$

۷۰- نمودار بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار برحسب فاصله از آن، مطابق شکل زیر است. اندازه میدان الکتریکی حاصل از این



ذره باردار در فاصله 30 cm از آن چند نیوتون بر کولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)

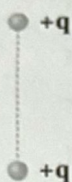
$$10 \quad (۱)$$

$$20 \quad (۲)$$

$$30 \quad (۳)$$

$$40 \quad (۴)$$

۷۱- مطابق شکل زیر، دو بار الکتریکی نقطه‌ای همنام و هم‌اندازه در فاصله معینی از یک‌دیگر ثابت شده‌اند. اگر روی خط واصل بین دو بار از بالا



به سمت پایین حرکت کنیم، بزرگی برآیند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) پیوسته کاهش می‌یابد.

(۲) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

(۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

(۴) پیوسته افزایش می‌یابد.

۷۲- در شکل زیر، یک ذره باردار با بار منفی را به آهستگی از نقطه A به سمت کره بزرگ باردار مثبت که روی پایه عایقی قرار دارد، حرکت داده و

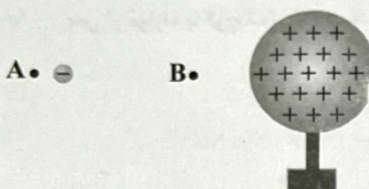
در نقطه B قرار می‌دهیم. در این جابه‌جایی، انرژی پتانسیل الکتریکی این ذره باردار چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) ثابت می‌ماند.

(۲) کاهش می‌یابد.

(۳) افزایش می‌یابد.

(۴) با توجه به شرایط جابه‌جایی هر سه حالت ممکن است.



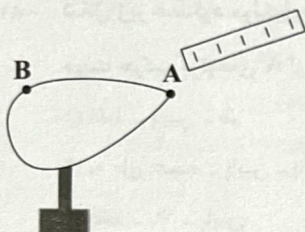
۷۳- مطابق شکل زیر، میله باردار را در مجاورت جسم رسانایی قرار داده‌ایم. کدام گزینه درست است؟

$V_A = V_B$ (۱)

$V_A > V_B$ (۲)

$V_B > V_A$ (۳)

$V_B \geq V_A$ (۴)



۷۴- دی‌الکتریک را از میان صفحات خازن تختی که به باتری متصل است، برمی‌داریم. بزرگی میدان الکتریکی میان صفحات این خازن و اختلاف

پتانسیل الکتریکی دو سر آن به ترتیب از راست به چپ، چگونه تغییر می‌کنند؟

(۴) ثابت - ثابت

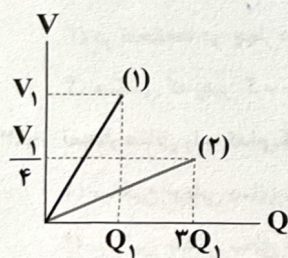
(۳) ثابت - کاهش

(۲) کاهش - ثابت

(۱) افزایش - ثابت

۷۵- شکل زیر، نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن را برحسب بار ذخیره‌شده روی صفحات آن برای دو خازن تخت C_1 و C_2 نشان

می‌دهد. کدام گزینه رابطه انرژی ذخیره‌شده در دو خازن را درست نشان می‌دهد؟



$U_2 = 0.25 U_1$ (۱)

$U_2 = 0.5 U_1$ (۲)

$U_2 = 0.75 U_1$ (۳)

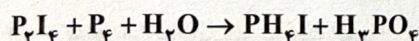
$U_2 = 0.3 U_1$ (۴)

شیمی



۱- در معادله واکنش زیر پس از موازنه با کوچک‌ترین اعداد صحیح، بزرگ‌ترین ضریب برابر چند است؟ (راهنمایی: ضریب P_4I_6 را برابر با ۱۰ در

نظر بگیرید.)



۱۲۸ (۴)

۶۲ (۳)

۲۴۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

تبدیل گاز نیتروژن به اوزون تروپوسفری طی سه مرحله انجام می‌شود. در مجموع این سه مرحله، به ازای مصرف هر مول گاز نیتروژن،

..... مول اوزون تروپوسفری تولید می‌شود و به ازای تولید هر مول اوزون تروپوسفری، مول گاز اکسیژن مصرف می‌شود. (گزینه‌ها

را به ترتیب از راست به چپ بخوانید.)

۲، ۳ (۴)

۳، ۲ (۳)

۳، ۳ (۲)

۲، ۲ (۱)

۷۸- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با اوزون نادرست است؟

- (۱) نقطه جوش گاز اوزون، بالاتر از نقطه جوش گاز نیتروژن است.
 - (۲) نسبت شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی به شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی در مولکول اوزون، بزرگ‌تر از همین نسبت در مولکول اکسیژن است.
 - (۳) دلیل سمی و خطرناک بودن اوزون در لایه تروپوسفر، واکنش‌پذیری زیاد آن است.
 - (۴) اصطلاح لایه اوزون به منطقه مشخصی از استراتوسفر گفته می‌شود که بیشترین مقدار اوزون در آن محدوده قرار دارد.
- ۷۹- ۴ مول هیپوریک اسید در واکنش با ۴۳ مول گاز اکسیژن، مقدار ۱۸ مول بخار آب، ۳۶ مول کربن دی‌اکسید و ۴ مول نیتروژن دی‌اکسید تولید می‌کند. هر مولکول از هیپوریک اسید شامل چند اتم است؟

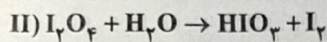
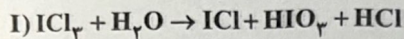
۲۲ (۴)

۲۱ (۳)

۲۶ (۲)

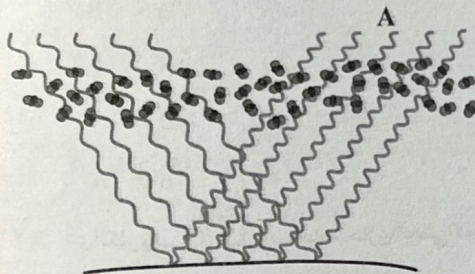
۲۷ (۱)

۸۰- پس از موازنه با کوچک‌ترین اعداد صحیح، نسبت ضریب آب در واکنش (I) به ضریب این ماده در واکنش (II) کدام است؟

 $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۱)

۸۱- شکل زیر عملکرد مولکول‌هایی از هواکره را در برابر تابش خورشیدی نشان می‌دهد. این مولکول‌ها شامل CO_2 و H_2O بوده و

جهت حرکت پرتوهای A از به سمت است.

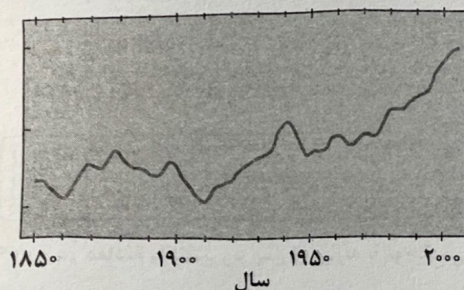


- (۱) فقط - پایین - بالا
- (۲) به طور عمده - پایین - بالا
- (۳) فقط - بالا - پایین
- (۴) به طور عمده - بالا - پایین

۸۲- کدام یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

- (۱) یک درخت تنومند سالانه در حدود ۵۰ کیلوگرم کربن دی‌اکسید مصرف می‌کند.
- (۲) گلخانه، گیاه را از آسیب‌های ناشی از تغییر دما حفظ می‌کند، اما در مورد آفت‌ها، تأثیری ندارد.
- (۳) در گلخانه‌ها در چهار فصل سال فراورده‌های کشاورزی مانند قارچ، گوجه‌فرنگی و توت‌فرنگی کشت می‌شود.
- (۴) هنگامی که زمین گرم می‌شود مانند یک جسم داغ از خود پرتوهای الکترومغناطیس گسیل می‌دارد.

۸۳- نمودار مقابل را به کدام یک از موارد زیر می‌توان نسبت داد؟



- (۱) میانگین جهانی دمای سطح زمین
- (۲) میانگین جهانی سطح آب‌های آزاد
- (۳) میانگین غلظت کربن دی‌اکسید در هواکره
- (۴) مساحت برف در نیمکره شمالی

۸۴- کدام عبارت‌های زیر درست است؟

- (۱) یکی از ویژگی‌های مهم واکنش‌های شیمیایی این است که همه آن‌ها از قانون پایستگی جرم پیروی می‌کنند.
- (۲) رنگ نقره سولفید به فلز نقره شباهت بیشتری دارد تا به سولفور (گوگرد).
- (۳) نماد « $\xrightarrow{2.0\text{atm}}$ » به این معنی است که فشار انجام واکنش، حداکثر باید ۲۰ اتمسفر باشد.
- (۴) در واکنش‌های شیمیایی، مولکولی از بین نمی‌رود و به وجود هم نمی‌آید.

(۴) «پ» و «ت»

(۳) «آ» و «ب»

(۲) «ب» و «ت»

(۱) «آ» و «پ»

۸۵- معنی نماد « Δ » در یک معادله شیمیایی چیست؟

- (۱) واکنش گرماگیر است و سطح انرژی مواد افزایش می‌یابد.
- (۲) واکنش گرماده است و سطح انرژی مواد کاهش می‌یابد.
- (۳) واکنش‌دهنده‌ها بر اثر گرم شدن واکنش می‌دهند.
- (۴) تجزیه واکنش‌دهنده بر اثر گرم شدن را نشان می‌دهد.

۸۶- چه تعداد از عبارات‌های زیر در ارتباط با واکنش $2O_3(g) \rightleftharpoons 3O_2(g)$ درست است؟ (این واکنش در لایه اوزون انجام می‌شود).

(۱)
(۲)

- در جهت (۱) اکسیژن اتمی، ابتدا تولید و سپس مصرف می‌شود.
- اگر فقط واکنش در جهت (۱) انجام شود، پرتوهایی با طول موج کم‌تر از $400nm$ به زمین می‌رسد.
- مقدار انرژی مصرف‌شده در جهت (۱) برابر با انرژی آزادشده در جهت (۲) است.
- اگر فقط واکنش در جهت (۲) انجام شود، غلظت اکسیژن در هواکره کاهش یافته و زندگی موجودات زنده به خطر می‌افتد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۷- هر کدام از سوخت‌های فسیلی به عنوان منبع تولید برق، به کار گرفته شده و مقدار یکسانی CO_2 تولید کردند. کدام مقایسه در ارتباط با

میزان برق تولیدشده توسط آن‌ها درست است؟

- (۱) نفت خام > زغال سنگ > گاز طبیعی
- (۲) زغال سنگ > نفت خام > گاز طبیعی
- (۳) گاز طبیعی > نفت خام > زغال سنگ
- (۴) نفت خام > گاز طبیعی > زغال سنگ

۸۸- کدام یک از عبارات‌های زیر در ارتباط با دفن کردن کربن دی‌اکسید نادرست است؟

- (۱) در این روش گاز CO_2 را در مکان‌های عمیق و امن در زیرزمین ذخیره و نگهداری می‌کنند.
- (۲) سنگ‌های متخلخل در زیر زمین، میدان‌های فعال گاز و چاه‌های نفت جاهای مناسبی برای دفن گاز CO_2 هستند.
- (۳) یکی از روش‌های شیمی سبز برای کاهش سرعت گرمایش جهانی است.
- (۴) اجرای این روش با در نظر گرفتن همه هزینه‌های اقتصادی، اجتماعی و زیست‌محیطی آن انجام شده است.

۸۹- کدام یک از عبارات‌های زیر درباره سوخت سبز نادرست است؟

- (۱) سوختی است که در ساختار خود افزون بر کربن و هیدروژن، اکسیژن نیز دارد.
- (۲) سوخت سبز از پسماندهای گیاهی مانند شاخ و برگ گیاه سویا، نیشکر و دانه‌های روغنی به دست می‌آید.
- (۳) زیست تخریب‌پذیرند و به وسیله اکسیژن و سایر گازهای هواکره به مواد ساده‌تر تجزیه می‌شوند.
- (۴) اتانول نمونه‌ای از سوخت سبز است.

۹۰- کدام یک از مطالب زیر درباره پلاستیک‌های سبز درست است؟

- (۱) برخلاف پلاستیک‌های معمولی، جزو پلیمرها طبقه‌بندی نمی‌شوند.
- (۲) تمامی پلاستیک‌های سبز از نشاسته تهیه می‌شوند.
- (۳) در ساختار پلاستیک‌های سبز، اکسیژن نیز وجود دارد.
- (۴) با توجه به ویژگی‌های آن‌ها، برای بسته‌بندی مواد خوراکی مناسب نیست.

۹۱- چه تعداد از مطالب زیر درباره آلاینده‌هایی که بر اثر سوزاندن سوخت‌های فسیلی از آگزوز خودروها خارج می‌شوند، درست است؟

(آ) حداقل دو آلاینده با فرمول XO در بین آن‌ها وجود دارد.

(ب) حداقل سه آلاینده با فرمول XO_2 در بین آن‌ها وجود دارد.

(پ) برخی از این آلاینده‌ها فاقد عنصر اکسیژن هستند.

(ت) وجود این آلاینده‌ها باعث سوزش چشم، سردرد، تهوع و به وجود آمدن انواع بیماری‌های تنفسی مانند سرطان ریه می‌شود.

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

۹۲- برای تبدیل کربن دی اکسید به مواد معدنی، می توان این گاز را با یک اکسید مانند واکنش داد و هر واحد فرمولی از فراورده این واکنش دارای اتم است.

- (۱) اسیدی - منیزیم اکسید - ۵ (۲) بازی - منیزیم اکسید - ۶ (۳) اسیدی - کلسیم اکسید - ۶ (۴) بازی - کلسیم اکسید - ۵

۹۳- وجود اوزون تروپوسفری در هوایی که تنفس می کنیم به کدام قسمت های بدن، آسیب وارد می کند؟

- (۱) چشم و قلب (۲) قلب و سیستم عصبی (۳) چشم و ریه (۴) ریه و سیستم عصبی

۹۴- توضیحات کدام یک از فرایندهای زیر نادرست نوشته شده است؟

- (۱) تبدیل اکسیژن به اوزون: شیمیایی و برگشت پذیر (۲) تبخیر الکل: فیزیکی و برگشت پذیر
(۳) زنگ زدن آهن: شیمیایی و برگشت ناپذیر (۴) واکنش های انجام شده در باتری های قابل شارژ: فیزیکی و برگشت پذیر

۹۵- اگر لایه هواکره وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین به چند درجه سلسیوس می رسید؟

- (۱) -۸ (۲) -۱۸ (۳) +۸ (۴) +۱۸

۹۶- برای رصد کردن پیوسته دمای کره زمین در سرتاسر نقاط آن، دانشمندان از چه تعداد از ابزارهای زیر استفاده می کنند؟

- بالون های هواشناسی • ماهواره ها • کشتی های اقیانوس پیما • گویچه های شناور در دریاها
(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۹۷- چه تعداد از عبارات زیر در مورد دمای بیرون و درون یک گلخانه در یک روز زمستانی درست است؟

- (آ) بالاترین دمای درون گلخانه، بیشتر از بالاترین دمای بیرون گلخانه است.
(ب) میانگین دمای درون گلخانه، بیشتر از میانگین دمای بیرون گلخانه است.
(پ) پایین ترین دمای درون گلخانه، بیشتر از پایین ترین دمای بیرون گلخانه است.
(ت) تفاوت میان پایین ترین و بالاترین دمای درون گلخانه، کم تر از تفاوت میان پایین ترین و بالاترین دمای بیرون گلخانه است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۸- کدام مطالب زیر درباره واکنش تبدیل گاز نیتروژن به گاز نیتروژن مونوکسید درست است؟

- (آ) این واکنش درون موتور خودرو انجام می شود.
(ب) دلیل اصلی انجام این واکنش، واکنش پذیری نسبتاً بالای نیتروژن است.
(پ) هنگام رعد و برق این واکنش در جهت برگشت انجام می شود.
(ت) شمار مول های گازی در این واکنش تغییر نمی کند.
(۱) «آ» و «پ» (۲) «ب» و «ت» (۳) «آ» و «ت» (۴) «ب» و «پ»

۹۹- اگر مخلوطی مایع شامل اوزون و اکسیژن را گرم کنیم، ابتدا مولکول های از مخلوط جدا می شوند و پس از آن با گذشت زمان تا جدا شدن دومین ذره، شدت رنگ آبی مخلوط می یابد.

- (۱) O_3 - افزایش (۲) O_3 - کاهش (۳) O_3 - افزایش (۴) O_3 - کاهش

۱۰۰- فصل بهار در نیمکره شمالی زمین، نسبت به ۵۰ سال گذشته، در حدود یک ، آغاز می شود، زیرا است.

- (۱) ماه - دیرتر - میانگین دمای سطح زمین افزایش یافته (۲) ماه - زودتر - مساحت برف در نیمکره شمالی کاهش یافته
(۳) هفته - دیرتر - میانگین دمای سطح زمین افزایش یافته (۴) هفته - زودتر - مساحت برف در نیمکره شمالی کاهش یافته

توجه: داوطلب گرامی، می توانید به سؤالات ۱۰۱ تا ۱۱۰ درس شیمی (۲) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

۱۰۱- اگر بدانیم در جدول دوره ای ۸ عنصر شبه فلزی وجود دارد، شمار فلزهای واسطه در مقایسه با فلزهای اصلی و نافلزهای جدول دوره ای به ترتیب چگونه است؟ (گزینه ها را از راست به چپ بخوانید.)

- (۱) بیشتر، بیشتر (۲) بیشتر، کم تر (۳) کم تر، کم تر (۴) کم تر، بیشتر

۱۰۲- در دوره سوم جدول تناوبی، شمار عنصرهای کدام مجموعه کم تر است؟

- (۱) عنصرهایی که جریان برق را از خود عبور می دهند. (۲) عنصرهایی که سطح صیقلی و درخشان دارند.
(۳) عنصرهایی که اتم آن ها می توانند الکترون از دست بدهند. (۴) عنصرهایی که اتم آن ها می توانند الکترون به اشتراک بگذارند.



تاریخ آزمون
جمعه
۱۴۰۴/۰۵/۳۱

دفترچه
شماره ۲

پاسخنامه پایه یازدهم رشته ریاضی دوره دوم متوسطه

سال تحصیلی ۱۴۰۵ - ۱۴۰۴

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۱۱۰	مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	ریاضیات	۳۰	اجباری	۱	۳۰	۴۵ دقیقه
	حسابان ۱ / هندسه ۲	۱۰	اختیاری	۳۱	۴۰	
۲	فیزیک ۱	۲۵	اجباری	۴۱	۶۵	۴۰ دقیقه
	فیزیک ۲	۱۰	اختیاری	۶۶	۷۵	
۳	شیمی ۱	۲۵	اجباری	۷۶	۱۰۰	۳۵ دقیقه
	شیمی ۲	۱۰	اختیاری	۱۰۱	۱۱۰	

۶ ۳ با توجه به اطلاعات مسئله ضریب x^2 در تابع $f(x)$ باید $-a$ باشد ($a < 0$)، ضمناً با توجه به صفرهای تابع f داریم:

$$f(x) = -a(x+1)(x-5)$$

$$ax^2 + f(x) \leq 0 \Rightarrow ax^2 - a(x+1)(x-5) \leq 0$$

$$\Rightarrow ax^2 - a(x^2 - 4x - 5) \leq 0 \Rightarrow 4ax + 5a \leq 0$$

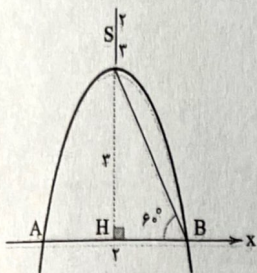
$$\Rightarrow 4ax \leq -5a \xrightarrow{a < 0} x \geq -\frac{5}{4} \Rightarrow x \geq -1/25$$

با توجه به گزینه‌ها $a = -2/1$ می‌تواند باشد.

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36+8}}{2} = 3 \pm \sqrt{11}$$

$$x_1 + x_2 = 6, x_1 x_2 = -2$$

$$f\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right) = f\left(\frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2}\right) = f\left(\frac{6}{-2}\right) = f(-3) = 9 + 18 - 2 = 25$$



$$\Delta SHB: \tan 60^\circ = \frac{r}{BH} \Rightarrow BH = \sqrt{r} \Rightarrow x_B = 2 + \sqrt{r}$$

$$\left| 2 + \sqrt{r} \right| \in \text{سهمی} \Rightarrow 0 = a(2 + \sqrt{r} - 2)^2 + r \Rightarrow a = -1$$

$$f(x) = -(x-2)^2 + r \Rightarrow f(0) = -1$$

۹ ۳ دقت داشته باشید که این نامعادله فقط برای $x > 0$ جواب دارد.

$$|x^2 - 4x| < x \xrightarrow{x > 0} -x < x^2 - 4x < x$$

$$\xrightarrow{+x} -1 < x - 4 < 1 \xrightarrow{+4} 3 < x < 5 \Rightarrow \frac{a+b}{2} = 4$$

$$x=3 \Rightarrow 9-22+b=0 \Rightarrow b=24$$

$$x^2 - 11x + 24 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=8 \end{cases} \Rightarrow a=8$$

$$a+b=8+24=32$$

۱۱ ۱ برای آن‌که عبارت جبری در مجموعه مورد نظر مثبت باشد

باید نمودار سهمی $y = 3x^2 - ax + 2b - 4$ بر محور x ها در یک نقطه مماس باشد. بنابراین:

$$\frac{c}{3} = c - 8 \Rightarrow c = 3c - 24 \Rightarrow c = 12 \Rightarrow \text{بازه} = \mathbb{R} - \{4\}$$

$$3(x-4)^2 = 3(x^2 - 8x + 16) = 3x^2 - 24x + 48 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=24 \\ 2b-4=48 \Rightarrow b=26 \end{cases}$$

$$2a-b-c=48-26-12=10$$

ریاضیات



$$(x+1)(x-2)(x+3)(x+6) = k$$

$$\xrightarrow{x=1} 2 \times (-1) \times 4 \times 7 = k \Rightarrow k = -56$$

$$\Rightarrow (x+1)(x-2)(x+3)(x+6) = -56$$

$$\Rightarrow (x^2 + 4x + 3)(x^2 + 4x - 12) = -56 \xrightarrow{x^2 + 4x = t}$$

$$(t+3)(t-12) + 56 = 0 \Rightarrow t^2 - 9t - 36 + 56 = 0$$

$$\Rightarrow t^2 - 9t + 20 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=4 \Rightarrow x^2 + 4x = 4 \Rightarrow x^2 + 4x - 4 = 0 \Rightarrow S = -4 \\ t=5 \Rightarrow x^2 + 4x = 5 \Rightarrow x^2 + 4x - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-5 \end{cases} \end{cases}$$

مجموع ریشه‌های دیگر $-4-5=-9$

۲ ۲ در عبارت $ax^2 + bx$ برای ایجاد مربع کامل، پس از

فاکتورگیری از عدد a ، باید عدد $\frac{b^2}{4a}$ به آن افزوده شود تا مربع کامل تشکیل

شود. بدیهی است اگر $a=1$ باشد عددی که باید به عبارت $x^2 + bx$ اضافه

شود تا مربع کامل ساخته شود $\frac{b^2}{4}$ خواهد بود.

در عبارت $x^2 + \sqrt{\frac{2\sqrt{6}+5}{6}}x$ داریم:

$$b = \sqrt{\frac{2\sqrt{6}+5}{6}} \Rightarrow b^2 = \frac{2\sqrt{6}+5}{6} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2}{6} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{b^2}{4} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$$

۳ ۲ به دلیل آن‌که:

$$\frac{a-b}{a+b} + \frac{a+b}{a-b} = \frac{2a^2 + 2b^2}{a^2 - b^2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -\frac{(a-b)^2}{(a+b)^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{-1 - \frac{(a-b)^2}{(a+b)^2}}{\frac{(a+b)^2}{2}} = \frac{-2(a^2 + b^2)}{2(a+b)^2} = \frac{-(a^2 + b^2)}{(a+b)^2}$$

$$\frac{a^2 + b^2 - ab}{a-b} + \frac{a^2 + b^2 + ab}{a+b} = \frac{2a^2}{a^2 - b^2}$$

$$x_1 = -1, x_2 = -\frac{\frac{a^2 + b^2 + ab}{a+b}}{\frac{a^2 + b^2 - ab}{a-b}} = -\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$$

۵ ۱ عرض رأس سهمی برابر است با $-\frac{\Delta}{2a}$ بنابراین:

$$-\frac{\Delta}{2a} = 5 \Rightarrow \frac{-(m^2 + 4)}{-4} = 5 \Rightarrow m^2 + 4 = 20 \Rightarrow m^2 = 16$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m=4 \\ m=-4 \end{cases}$$

چون رأس سهمی در ناحیه دوم است بنابراین باید طول رأس سهمی منفی باشد.

$$x_0 = \frac{-b}{2a} < 0 \Rightarrow \frac{-m}{-2} < 0 \Rightarrow m < 0$$

بنابراین $m = -4$ قابل قبول است.

۱۸ ۱ چون نقطه M روی خط با معادله $y = 4 - x$ قرار دارد

پس $M(x, 4 - x)$ خواهد بود و مساحت مستطیل برابر است با:

$$S = ON \times MN = x(4 - x) = 4x - x^2$$

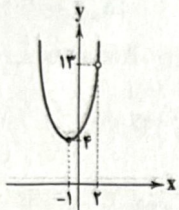
۱۹ ۲ ابتدا دامنه تابع را به دست آورده و سپس ساده می‌کنیم:

$$D_{f(x)} = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{(x-2)(x^2+2x+5)}{x-2}$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 + 2x + 5, x \neq 2$$

با توجه به شکل تابع $f(x)$ ، برد تابع f برابر است با:



$$R_{f(x)} = [4, +\infty) \Rightarrow a = 4$$

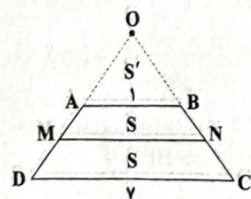
$$x = 2 \Rightarrow \frac{f(4) + 2}{f(4) + 2f(4)} = 2 \Rightarrow 4f(4) = f(4) + 2$$

$$\Rightarrow f(4) = \frac{2}{3}$$

$$x = -1 \Rightarrow \frac{f(1) - 1}{f(1) + \frac{2}{3}} = -1 \Rightarrow f(1) - 1 = -f(1) - \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 2f(1) = \frac{1}{3} \Rightarrow f(1) = \frac{1}{6}$$

۲۱ ۱ روش اول: اگر $MN = x$ باشد:



$$AB \parallel DC \Rightarrow \triangle OAB \sim \triangle ODC \Rightarrow \frac{S_{OAB}}{S_{ODC}} = \left(\frac{AB}{DC}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{S'}{S' + 2S} = \frac{1}{49} \Rightarrow 49S' = S' + 2S \Rightarrow 48S' = 2S \Rightarrow S = 24S'$$

$$AB \parallel MN \Rightarrow \triangle AOB \sim \triangle OMN \Rightarrow \frac{S_{AOB}}{S_{OMN}} = \left(\frac{AB}{MN}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{S'}{S' + S} = \frac{1}{x^2} \Rightarrow \frac{S'}{25S'} = \frac{1}{x^2} \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5$$

روش دوم:

اگر پاره خط MN موازی قاعده‌های دوزنقه ABCD باشد و دوزنقه را به دو

$$\text{دوزنقه هم‌مساحت تقسیم کند } MN = \sqrt{\frac{AB^2 + CD^2}{2}} \text{ است.}$$

$$MN = \sqrt{\frac{(1)^2 + (7)^2}{2}} = \sqrt{25} = 5$$

۱۲ ۳ $x^2 + 3x + 5$ همواره مثبت و $-2x^2 + 3x - 4$ همواره

منفی می‌باشد، کل عبارت مثبت هست، پس عبارت $x^2 + 3x + 1$ می‌بایست منفی باشد.

$$x^2 + 3x + 1 < 0, \Delta = 9 - 4(1)(1) = 5, x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

x	$\frac{-3-\sqrt{5}}{2}$	$\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$
y	+	-

$$(a, b) = \left(\frac{-3-\sqrt{5}}{2}, \frac{-3+\sqrt{5}}{2}\right)$$

$$\Rightarrow ab = \left(\frac{-3-\sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{-3+\sqrt{5}}{2}\right) = \frac{9-5}{4} = 1$$

۱۳ ۱ مولفه اول تکراری داریم:

$$a^2 + b^2 + 5 = 4b - 2a \Rightarrow (a^2 + 2a + 1) + (b^2 - 4b + 4) = 0$$

$$\Rightarrow (a+1)^2 + (b-2)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$f(2a) + f(2b) = a + b = 1$$

۱۴ ۳

بررسی ضوابط:

$$\text{الف) } \frac{x^2 + y^2}{yx} = -2 \Rightarrow x^2 + y^2 = -2xy \Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 0$$

$$\Rightarrow (x+y)^2 = 0 \Rightarrow y = -x \Rightarrow \text{تابع است.}$$

ب) به ازای $x = -1$ بی‌شمار y وجود دارد. بنابراین تابع نیست.

$$\text{ج) } y^2 - 2y^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 2 \end{cases} \text{ به ازای } x = 1 \text{ داریم:}$$

$$\text{د) } \begin{cases} x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

بنابراین موارد (الف) و (د) تابع هستند.

۱۵ ۴

$$g(x - f(x)) = 2f(x) + 14 \xrightarrow{x=2} g(2 - f(2)) = 2f(2) + 14$$

$$\Rightarrow g(4) = -4 + 14 \Rightarrow g(4) = 10$$

۱۶ ۱

$$|y| = 0 \Rightarrow |x| = 6 \Rightarrow x = \pm 6 \Rightarrow (6, 0), (-6, 0)$$

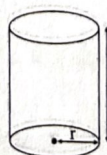
$$|y| = 1 \Rightarrow |x| = 3 \Rightarrow x = \pm 3 \Rightarrow (3, 1), (3, -1), (-3, 1), (-3, -1)$$

$$|y| = 2 \Rightarrow |x| = 2 \Rightarrow x = \pm 2 \Rightarrow (2, 2), (2, -2), (-2, 2), (-2, -2)$$

$$|y| = 5 \Rightarrow |x| = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow (1, 5), (1, -5), (-1, 5), (-1, -5)$$

بنابراین R، ۱۴ عضو دارد که ۶ زوج با ۶ زوج دیگر، مؤلفه اول یکسان دارند. بنابراین اگر ۶ عضو حذف شود R تابع خواهد بود.

۱۷ ۱



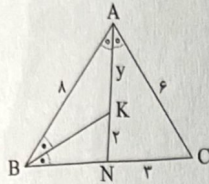
$$h \quad 20 = 2\pi r^2 + 2\pi r h \Rightarrow h = \frac{20 - 2\pi r^2}{2\pi r}$$

$$V = \pi r^2 h = \pi r^2 \left(\frac{20 - 2\pi r^2}{2\pi r}\right) = \frac{20r - 2\pi r^3}{2} = 10r - \pi r^3$$

از طرفی دو مثلث ADM و ABM متشابه هستند و نسبت مساحت‌های آن‌ها مجذور نسبت تشابه است:

$$\frac{MH}{MH'} = \sqrt{\frac{S_{ADM}}{S_{ABM}}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$

۴ ۲۵



$$\widehat{BAN} = \widehat{NAC} \xrightarrow{\text{ق نیمسازها}} \frac{6}{\lambda} = \frac{3}{BN} \Rightarrow BN = 4$$

$$\widehat{ABK} = \widehat{KBN} \xrightarrow{\text{ق نیمسازها}} \frac{AB}{BN} = \frac{y}{2} \Rightarrow \frac{\lambda}{4} = \frac{y}{2}$$

$$\Rightarrow y = 4 \Rightarrow AK = 4$$

۱ ۲۶ از هر رأس n ضلعی محدب $n-3$ قطر می‌گذرد و مجموع اقطار دو رأس غیرمجاور $2n-7$ است.

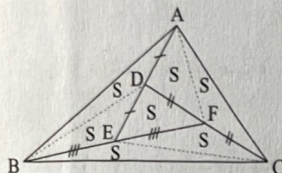
$$\frac{n(n-1)}{2} = 2(2n-7) + 7 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 4n-7$$

$$\xrightarrow{\times 2} n^2 - n = 8n - 14 \Rightarrow n^2 - 9n + 14 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 2 \times \\ n = 7 \checkmark \end{cases}$$

از هر رأس $n=14$ ضلعی $2n=28$ قطر می‌گذرد.

۴ ۲۷ می‌دانیم هر میانه مثلث را به دو مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌کند.

پاره‌خط‌های AF، EC و DB همگی میانه می‌باشند پس اگر $S_{DEF} = S$ آن‌گاه:



$$yS = S_{ABC} = 12 \Rightarrow S = 2$$

۴ ۲۸

در هر لوزی قطرهای یک‌دیگر را نصف می‌کنند، یعنی O وسط AC و BD می‌باشد. در مثل ABC، AP و BO هر دو میانه بوده و E محل برخورد میانه‌ها می‌باشد. می‌دانیم در مرکز ثقل، هر میانه به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌شود، یعنی $OE = \frac{1}{3}OB$ ، به همین ترتیب $OF = \frac{1}{3}OD$. از طرفی مثلث‌های ABD و AEF دارای ارتفاع یکسانی هستند، پس نسبت مساحت‌های آن‌ها همان نسبت قاعده‌هایشان می‌باشد.

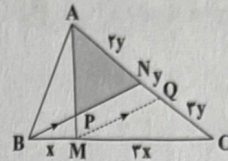
$$\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{EF}{BD} = \frac{1}{3}$$

در لوزی قطرهای مساحت را نصف می‌کنند، یعنی $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle BCD}$ ، بنابراین:

$$\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{1}{3}$$

۲ ۲۲ از نقطه M خطی موازی با BN رسم می‌کنیم تا AC را در Q قطع کند، طبق قضیه تالس داریم:

$$MQ \parallel BN \Rightarrow \frac{CM}{MB} = \frac{CQ}{NQ} = 2 \Rightarrow CQ = 2NQ = 2y$$



با توجه به $AN = 2y$ و $AC = 6y$ ، پس $AC = 3AN$ است:

$$\triangle APN \sim \triangle AMQ \Rightarrow \frac{S_{APN}}{S_{AMQ}} = \left(\frac{AN}{AQ}\right)^2 = \left(\frac{2y}{4y}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} S_{APN} = 4S \\ S_{AMQ} = 9S \end{cases}$$

مثلث‌های AMQ و CMQ ارتفاع‌های برابر دارند، پس:

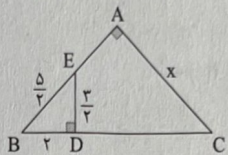
$$\frac{S_{CMQ}}{S_{AMQ}} = \frac{CQ}{AQ} = \frac{2y}{4y} = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{CMQ} = S_{AMQ} = 9S$$

هم‌چنین مثلث‌های ABM و ACM نیز ارتفاع‌های برابر دارند:

$$\frac{S_{ABM}}{S_{ACM}} = \frac{BM}{MC} = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{ABM} = 6S \Rightarrow S_{ABC} = 24S$$

$$\Rightarrow \frac{S_{APN}}{S_{ABC}} = \frac{4S}{24S} = \frac{1}{6}$$

۱ ۲۳



$$\begin{cases} \widehat{B} = \widehat{E} \text{ مشترک} \\ \widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{ز ز}} \triangle ABC \sim \triangle EDB$$

$$\Rightarrow \text{نسبت تشابه } k = \frac{ED}{AC} = \frac{y}{x} = \frac{2}{2x}$$

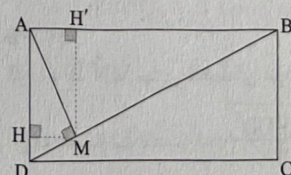
$$\triangle BDE : BE^2 = 2^2 + \left(\frac{2}{x}\right)^2 \Rightarrow BE^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow BE = \frac{5}{2}$$

می‌دانیم اگر دو مثلث متشابه باشند، نسبت اندازه‌های محیط‌های مثلث، برابر نسبت تشابه است، بنابراین:

$$\frac{\Delta_{\text{محیط BDE}}}{\Delta_{\text{محیط ABC}}} = \frac{3}{2x} = \frac{\frac{5}{2} + \frac{3}{2} + 2}{18} = \frac{3}{2x}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{18} = \frac{3}{2x} \Rightarrow x = \frac{9}{2}$$

۲ ۲۴ با توجه به نسبت مساحت داده‌شده داریم:



$$\frac{S_{ADM}}{S_{ABCD}} = \frac{5}{100} = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{S_{ADM}}{S_{ABD}} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{S_{ADM}}{S_{ABM}} = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{BO}{BA} = \frac{OC}{CA} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{OC}{CA} \Rightarrow OC = 2k, CA = 5k$$

$$\Rightarrow 9k = 6 \Rightarrow k = \frac{2}{3} \Rightarrow OC = \frac{4}{3} \Rightarrow x_C = \frac{4}{3}$$

با استفاده از رابطه تالی داریم:

(توجه: x مقداری منفی و $-x$ عددی مثبت است.)

$$\frac{1}{y} = \frac{-2-x}{-x} \Rightarrow y = \frac{x}{x+2}$$

برای مساحت مثلث OAB داریم:

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2}(-x)(y) = \frac{-x^2}{2(x+2)}$$

از طرفی برای $\tan \alpha$ داریم:

$$\tan \alpha = \frac{y}{-x} = \frac{\frac{x}{x+2}}{-x} = \frac{-1}{x+2}$$

و در نتیجه خواهیم داشت:

$$f(x) = S - \tan \alpha = \frac{-x^2}{2(x+2)} - \left(\frac{-1}{x+2}\right) = \frac{2-x^2}{2(x+2)}$$

ابتدا از روی ضابطه و دامنه، برد را به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(1) = 1 \Rightarrow R_f = \{1, -1\} \\ f(2) = -1 \end{cases}$$

R_f باید زیرمجموعه‌ای از B باشد بنابراین داریم:

$$\begin{cases} 2a^2 + 2 = 1 \Rightarrow a^2 = -1 \Rightarrow a = \pm i \\ 2a - b = -1 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \Rightarrow b=1 \Rightarrow a^2 - b^2 = -1 \\ a=-1 \Rightarrow b=1 \Rightarrow a^2 - b^2 = -1 \end{cases} \end{cases}$$

۴ ۳۵

$$f(2) = 0 \Rightarrow 4 + 8 + a = 0 \Rightarrow a = -12$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{x^2 + x^2 - 12}{x^2 - 36x - 12} + \frac{x}{x - 12}$$

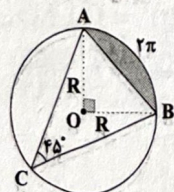
تابع g در دو ریشه معادله $x^2 - 36x - 12 = 0$ و همچنین در ریشه معادله $x - 12 = 0$ تعریف نمی‌شود.

بنابراین حاصل ضرب نقاطی که مخرج را صفر می‌کنند برابر است با:

$$x_1 x_2 x_3 = (-12) \times 12 = -144$$

طول کمان AB برابر 2π داده شده است. همچنین این کمان

رو به زاویه محاطی 45° و اندازه آن 90° درجه است. بنابراین داریم:



$$2\pi = \frac{90}{360} \times 2\pi \times R \Rightarrow R = 4$$

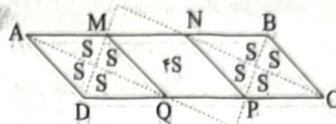
$$S_{\text{رنگی}} = S_{\text{قطاع}} - S_{\Delta OAB}$$

$$S_{\text{رنگی}} = \frac{90}{360} \times \pi \times (4)^2 - \frac{1}{2} \times 4 \times 4$$

$$S_{\text{رنگی}} = 4\pi - 8$$

۳ ۳۹ با رسم نیمسازها مطابق شکل داریم:

$$AD = AM, BC = BN \Rightarrow MN = AD = \frac{1}{3}AB$$



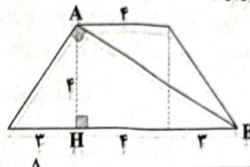
یعنی نقاط M و N ضلع بزرگ‌تر را به ۳ قسمت برابر تقسیم می‌کنند و با رسم NP و MQ متوازی الاضلاع به سه لوزی هم‌نهشت تقسیم می‌شود. در لوزی‌های $AMQD$ و $BCPN$ قطرهای رسم شده‌اند و مثلث‌های ایجاد شده قائم‌الزاویه و هم‌نهشت و هم‌مساحت هستند، پس:

$$\frac{\text{مساحت مستطیل}}{\text{مساحت متوازی‌الاضلاع}} = \frac{AS}{12S} = \frac{2}{3}$$

۳ ۳۰ می‌دانید که:

الف) اگر وسط‌های اضلاع یک دوزنقه متساوی‌الساقین را به هم وصل کنیم چهارضلعی حاصل لوزی خواهد بود که محیط آن برابر است با مجموع دو قطر دوزنقه متساوی‌الساقین.

ب) در دوزنقه متساوی‌الساقین قطرهای با هم برابرند.



$$\Delta AHB: \text{قطر} = AB = \sqrt{4^2 + 7^2} = \sqrt{16 + 49} = \sqrt{65}$$

$$2\sqrt{65} = \text{مجموع دو قطر} = \text{محیط چهارضلعی حاصل} \rightarrow \text{قطرها برابرند}$$

۴ ۳۱ α و β در معادله صدق می‌کنند بنابراین داریم:

$$\begin{cases} \alpha^2 - 5\alpha + 1 = 0 \Rightarrow 5\alpha - \alpha^2 = 1 \Rightarrow 10\alpha - 2\alpha^2 = 2 \\ \beta^2 - 5\beta + 1 = 0 \Rightarrow 5\beta - \beta^2 = 1 \end{cases}$$

$$S = \frac{-b}{a} = 5$$

از طرفی داریم:

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = 1 \Rightarrow \begin{cases} \beta = \frac{1}{\alpha} \Rightarrow \beta^2 = \frac{1}{\alpha^2} \\ \alpha = \frac{1}{\beta} \Rightarrow \alpha^2 = \frac{1}{\beta^2} \end{cases}$$

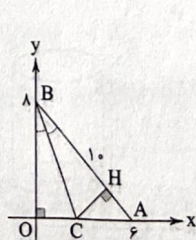
بنابراین:

$$\begin{cases} \alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} = \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2PS = 5^2 - 2(1)(5) = 11 \\ \beta^2 + \frac{1}{\beta^2} = \beta^2 + \alpha^2 = S^2 - 2P = 25 - 2 = 23 \end{cases}$$

و در نهایت خواهیم داشت:

$$A = \left(\frac{1}{1}\right)^2 + \frac{11}{23} = \frac{11}{23} + 1 = \frac{29}{23}$$

۲ ۳۲



$$\begin{cases} OC = CH \Rightarrow \frac{S_{\Delta OBC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{OB}{AB} \\ OB = OB \Rightarrow \frac{S_{\Delta OBC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{OC}{AC} \end{cases}$$

فیزیک



۴۱ بررسی سایر گزینه‌ها:

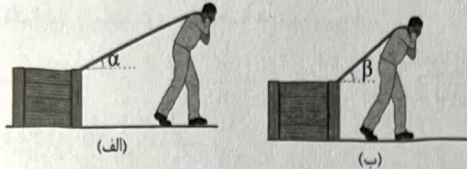
(۱) کار، کمیتی نرده‌ای است.

(۳) در جابه‌جایی‌های افقی، کار نیروی عمودی تکیه‌گاه، صفر است.

(۴) در جابه‌جایی‌های افقی، کار نیروی وزن، صفر است.

۴۲ در شکل «ب» زاویه ایجادشده بزرگ‌تر است ($\beta > \alpha$). در این

صورت می‌توان نتیجه گرفت:



$$\beta > \alpha \Rightarrow \cos \beta < \cos \alpha$$

دقت کنید: با افزایش زاویه از صفر تا 90° ، مقدار $\cos \theta$ کاهش می‌یابد.

جابه‌جایی جسم و کاری که شخص بر روی جعبه انجام می‌دهد، در دو حالت برابر است، بنابراین اگر اندازه نیروی واردشده از طرف شخص به جعبه در شکل «الف» را F_1 و اندازه نیروی واردشده به جعبه در شکل «ب» را با F_2 نشان دهیم، داریم:

$$W_1 = W_2 \Rightarrow F_1 d \cos \alpha = F_2 d \cos \beta$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\cos \beta}{\cos \alpha} < 1 \Rightarrow F_1 < F_2$$

۴۳ جرم جسم ۲۵٪ یا $\frac{1}{4}$ افزایش یافته است، بنابراین:

$$m_2 = m_1 + \frac{1}{4} m_1 = \frac{5}{4} m_1$$

از طرف دیگر انرژی جنبشی جسم ۲۰٪ کاهش داشته است، بنابراین:

$$K_2 = K_1 - \frac{20}{100} K_1 = \frac{80}{100} K_1$$

در نتیجه:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} \Rightarrow \frac{80}{100} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{8}{10} = \frac{5}{4} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{16}{25} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow v_2 = \frac{4}{5} v_1$$

بنابراین درصد تغییرات تندی برابر است با:

$$\frac{v_2 - v_1}{v_1} \times 100 = \frac{\frac{4}{5} v_1 - v_1}{v_1} \times 100 = -20\%$$

پس انرژی جنبشی جسم ۲۰ درصد کاهش می‌یابد.

۴۴ انرژی جنبشی هر کدام از جسم‌های A، B و C برابر است با:

$$\begin{cases} K_A = \frac{1}{2} \times 2m \times v^2 = mv^2 \\ K_B = \frac{1}{2} \times 2m \times (2v)^2 = 4mv^2 \Rightarrow K_B = 2K_C = 4K_A \\ K_C = \frac{1}{2} \times m \times (2v)^2 = 2mv^2 \end{cases}$$

دقت کنید: در محاسبه انرژی جنبشی یک جسم، اندازه سرعت آن جسم اهمیت دارد و جهت سرعت آن در مقدار انرژی جنبشی تأثیری ندارد.

$$x = \frac{\widehat{AB} + 18^\circ}{2}, y = \frac{\widehat{DC} + 18^\circ}{2}$$

$$x - y = \frac{\widehat{AB}}{2} + \frac{18^\circ}{2} - \frac{\widehat{DC}}{2} - \frac{18^\circ}{2}$$

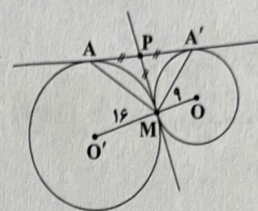
$$\text{محاطی } \hat{B} = \frac{\widehat{AC}}{2} \Rightarrow \widehat{AC} = 14^\circ$$

$$\text{محاطی } \hat{C} = \frac{\widehat{BD}}{2} \Rightarrow \widehat{BD} = 16^\circ$$

$$x - y = \frac{\widehat{BD} - \widehat{AD} - (\widehat{AC} - \widehat{AD})}{2}$$

$$x - y = \frac{16^\circ - 14^\circ}{2} = 1^\circ$$

۳۸ ۴ اولاً: با توجه به این‌که دو دایره مماس خارجی‌اند، داریم:



$$d = R + R' \Rightarrow 25 = R + 16$$

$$\Rightarrow R = 9$$

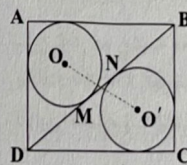
ثانیاً: در دو دایره مماس خارج، اندازه مماس مشترک خارجی از رابطه $2\sqrt{RR'}$ به دست می‌آید، پس داریم:

$$AA' = 2\sqrt{9 \times 16} = 2\sqrt{144} = 2 \times 12 = 24$$

ثالثاً: با توجه به قضیه دو مماس واضح است که:

$$\begin{cases} PM = PA \\ PM = PA' \end{cases} \Rightarrow PM = PA = PA' = \frac{AA'}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

۳۹ ۴ در مثلثی با اضلاع ۳، ۴ و ۵ شعاع دایره محاطی

داخلی $r = \frac{S}{p} = 1$ به دست می‌آید و داریم:

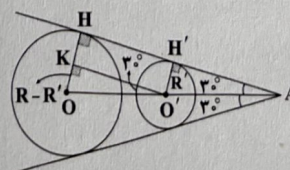
$$DM = 2 \text{ و } DN = 3 \Rightarrow MN = 1$$

یعنی طول مماس مشترک داخلی دو دایره برابر ۱ است، پس:

$$MN = \sqrt{(OO')^2 - (r+r')^2} \Rightarrow 1 = \sqrt{(OO')^2 - (2)^2} \Rightarrow OO' = \sqrt{5}$$

۴۰ ۴ با توجه به شکل واضح است که:

$$OK = R - R', \angle KO'O = 3^\circ, O'K = HH'$$

پس به کمک نسبت تانژانت در مثلث قائم‌الزاویه $OO'K$ داریم:

$$\tan 3^\circ = \frac{OK}{O'K} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{R - R'}{HH'} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{HH'} \Rightarrow HH' = 6$$

۴۹ بر دو جسم، نیروهای برابر در یک راستا وارد می‌شود تا مسافت

$$W = Fd \Rightarrow W_1 = W_2 \quad (*)$$

یکسانی را طی کنند:

از قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$\begin{cases} W_1 = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} M_1 (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} m v_2^2 \\ W_2 = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} M_2 (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 2m \times v_2^2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} \times 2m v_2^2 \Rightarrow \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۵۰ به کمک قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{F_N} + W_{\text{مقاومت هوا}} + W_{\text{اصطکاک}} = K_2 - K_1$$

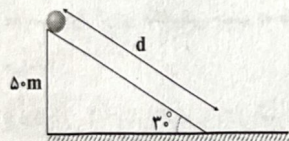
$$\Rightarrow mgh + W_{\text{مقاومت هوا}} + W_{\text{اصطکاک}} = K_2$$

دقت کنید که کار نیروهای اتلافی مثل مقاومت هوا و ... منفی می‌باشد، پس کار نیروی مقاومت هوا در این سؤال برابر -10 J می‌باشد.

$$1 \times 10 \times 50 + (-10) + W_{\text{اصطکاک}} = \frac{1}{2} \times 1 \times (20)^2 \Rightarrow W_{\text{اصطکاک}} = -290 \text{ J}$$

از طرفی با توجه به رابطه کار انجام شده توسط نیروی ثابت داریم:

$$W_{\text{اصطکاک}} = fd \cos \theta \xrightarrow{\theta=180^\circ} W_{\text{اصطکاک}} = -fd$$



$$\sin 3^\circ = \frac{50}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{50}{d} \Rightarrow d = 100 \text{ m}$$

و برای محاسبه d داریم:

$$W_f = -fd \Rightarrow -290 = -f \times 100 \Rightarrow f = 2.9 \text{ N}$$

در نتیجه:

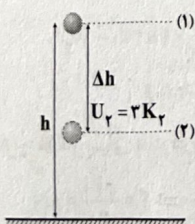
۵۱ چون مقاومت هوا نداریم، بنابراین انرژی مکانیکی گلوله ثابت است،

بنابراین:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \\ \Rightarrow mgh &= 100 + mg \times \frac{1}{5}h \\ \Rightarrow 4 \times 10 \times h &= 100 + 4 \times 10 \times \frac{1}{5}h \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 40h = 100 + 8h \Rightarrow 32h = 100 \Rightarrow h = \frac{100}{32} = \frac{25}{8} \text{ m}$$

۵۲ با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



۴۵ روش اول: کار تک تک نیروها را محاسبه می‌کنیم و بعد با هم جمع می‌زنیم:

$$W = F \cos \theta d$$

$$\begin{cases} W_1 = 100 \times \frac{1}{2} \times 20 = 1000 \text{ J} \\ W_2 = 20 \times 1 \times 20 = 400 \text{ J} \\ W_3 = 15 \times 0 \times 20 = 0 \\ W_4 = 10 \times (-1) \times 20 = -200 \text{ J} \end{cases}$$

$$\Rightarrow W_t = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 = 1000 + 400 - 200 = 1200 \text{ J}$$

روش دوم: نیروی خالص افقی را حساب می‌کنیم و بعد کار آن نیرو را محاسبه

$$F_x = (100 \times \frac{1}{2}) + 20 - 10 = 60 \text{ N}$$

می‌کنیم:

$$W_t = F \cos \theta d = 60 \times 1 \times 20 = 1200 \text{ J}$$

بنابراین:

۴۶ ابتدا کار نیروی ۱۲ نیوتونی را به دست می‌آوریم:



$$W = Fd \cos \theta = 12 \times d \times \frac{1}{2} = 6d$$

حال کار نیروی ۲ نیوتونی را محاسبه می‌کنیم:

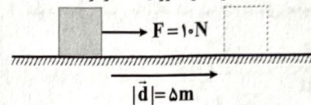
$$W' = F'd \cos(180^\circ - \alpha)$$

$$\Rightarrow W' = -2d \cos \alpha$$

در نتیجه:

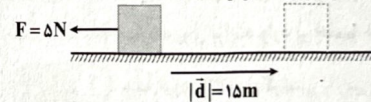
$$\frac{W'}{W} = \frac{-1}{6} \Rightarrow \frac{-2d \cos \alpha}{6d} = \frac{-1}{6} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

۴۷ در 5 m جابه‌جایی ابتدای مسیر، کار نیروی $\vec{F}$ برابر است با:



$$W_1 = Fd \cos \theta \Rightarrow W_1 = 10 \times 5 \times \cos 0^\circ = 50 \text{ J}$$

و در 15 m جابه‌جایی بعدی، کار نیروی $\vec{F}$ برابر است با:



$$W_2 = Fd \cos \theta \Rightarrow W_2 = 5 \times 15 \times \cos 180^\circ = -75 \text{ J}$$

پس کل کار انجام شده بر روی جسم برابر است با:

$$W_t = W_1 + W_2 = 50 + (-75) = -25 \text{ J}$$

۴۸ نیروی خالص وارد بر جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{\text{خالص}} = ma = m \left(\frac{g}{4}\right) = \frac{1}{4} mg$$

جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده است، پس $F_{\text{خالص}}$ و d هم

جهت‌اند. $(\theta = 0^\circ)$:

$$W_t = (F_{\text{خالص}} \cos \theta) d = \frac{1}{4} mg \times 1 \times h = \frac{1}{4} mgh$$

جدای از نیروی $\vec{F}$ ، نیروی وزن رو به پایین به جسم اعمال می‌شود:

$$W_t = W_{\text{وزن}} + W_F \xrightarrow{W_{\text{وزن}} = -mgh} \frac{1}{4} mgh = (-mgh) + W_F$$

$$\Rightarrow W_F = \frac{1}{4} mgh + mgh \Rightarrow W_F = \frac{5}{4} mgh$$

نسبت این مقدار را به انرژی پتانسیل گرانشی به دست می‌آوریم:

$$\frac{W_F}{U} = \frac{\frac{5}{4} mgh}{mgh} = \frac{5}{4}$$

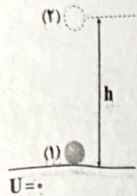
۵۸ ۳ انرژی پتانسیل گرانشی اولیه توپ با فرض این که زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، برابر است با:

$$U = mgh = m \times 10 \times 20 = 200 \text{ m}$$

انرژی جنبشی توپ بلافاصله پس از برخاستن از زمین را K می نامیم:

$$K = \frac{6}{10} U \Rightarrow \frac{1}{2} mv^2 = \frac{6}{10} \times 200 \text{ m} \Rightarrow \frac{1}{2} v^2 = 120$$

$$\Rightarrow v^2 = 240 \Rightarrow v = 4\sqrt{15} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



۵۹ ۱ فرض می کنیم که جسم

حداکثر تا ارتفاع h بالا می رود، در ارتفاع h

تندی جسم صفر می شود. اگر زمین را مبدأ

پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، داریم:

$$E_p - E_1 = W_f$$

$$\Rightarrow U_p + \cancel{K_p} - \cancel{U_1} - K_1 = W_f$$

$$\Rightarrow U_p - K_1 = -\frac{2}{10} K_1 \Rightarrow U_p = \frac{4}{5} K_1$$

$$\Rightarrow mgh = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow 10h = \frac{4}{10} v^2 \Rightarrow h = \frac{4}{10} \times 5^2 \Rightarrow h = 10 \text{ m}$$

۶۰ ۲ از رابطه توان متوسط داریم:

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t} \quad W = Fd \cos \theta \rightarrow P = \frac{Fd \cos \theta}{\Delta t} \quad (I)$$

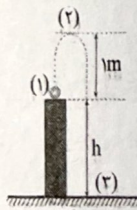
از علوم سال قبل به یاد داریم که تندی متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\text{جابه جایی}}{\text{مدت زمان جابه جایی}} = \frac{d}{\Delta t} \quad (II)$$

$$(I) \text{ و } (II) \rightarrow P_{av} = Fv_{av} \cos \theta$$

در نتیجه:

بنابراین با توجه به رابطه بالا برای این که با دو برابر شدن تندی جسم، توان ثابت بماند باید اندازه نیروی برآیند وارد بر جسم، نصف شود.



۶۱ ۱ مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را زمین

در نظر می گیریم، بنابراین برای نقاط (۱) و (۲)

می توانیم بنویسیم:

$$E_1 = E_p - W_f$$

$$\Rightarrow K_1 + U_1 = \cancel{K_2} + U_2 - W_f$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} mv_1^2 + mgh_1 = mgh_2 - W_f$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 1 \times 25 + 1 \times 10 \times h = 1 \times 10 \times (h+1) + f \cdot d$$

$$\Rightarrow 12.5 + 10h = 10h + 10 + f \times 1 \Rightarrow f = 2.5 \text{ N}$$

حالا با در نظر گرفتن نقاط (۲) و (۳) می توانیم بنویسیم:

$$E_p = E_p - W_f \Rightarrow \cancel{K_1} + U_1 = K_2 + \cancel{U_2} + f \cdot d'$$

$$\Rightarrow mgh_2 = \frac{1}{2} mv_2^2 + 2.5(h+1)$$

$$\Rightarrow 1 \times 10 \times (h+1) = \frac{1}{2} \times 1 \times (7.5)^2 + 2.5h + 2.5$$

$$\Rightarrow 10h + 10 = 28.125 + 2.5h + 2.5 \Rightarrow 7.5h = 20.625$$

$$\Rightarrow h = 2.75 \text{ m}$$

$$E_1 = E_p \Rightarrow U_1 + K_1 = U_p + K_p \quad \text{چون گلوله را از ارتفاع } h \text{ رها کرده ایم پس } K_1 = 0 \text{ می باشد.}$$

$$U_1 = U_p + K_p \xrightarrow{U_p = 2K_p \Rightarrow K_p = \frac{1}{2} U_p} U_1 = U_p + \frac{1}{2} U_p$$

$$\Rightarrow U_1 = \frac{3}{2} U_p \Rightarrow mgh = \frac{3}{2} mg(h - \Delta h) \Rightarrow h = \frac{3}{2} h - \frac{3}{2} \Delta h$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} \Delta h = \frac{3}{2} h - h \Rightarrow \frac{3}{2} \Delta h = \frac{1}{2} h \Rightarrow \frac{\Delta h}{h} = \frac{1}{3}$$

۵۳ ۲ سطح افقی را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر می گیریم. چون

نیمکره بدون اصطکاک است، اصل پایستگی انرژی مکانیکی بین دو نقطه A و B برقرار است.

وقتی می گوئیم کمینه تندی در نقطه A ، یعنی تندی گلوله در نقطه A به مقداری است که وقتی گلوله به نقطه B می رسد، تندی آن صفر می شود، بنابراین:

$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = \cancel{K_B} + U_B$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} mv_A^2 + mgh_A = mgh_B$$

$$\Rightarrow (\frac{1}{2} \times v_A^2) + (10 \times 0.5) = 10 \times (4 - 1/7) \Rightarrow \frac{1}{2} v_A^2 + 5 = 23$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} v_A^2 = 18 \Rightarrow v_A^2 = 36 \Rightarrow v_A = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۵۴ ۳ از آن جا که حرکت در هوا صورت می گیرد، به دلیل وجود

مقاومت هوا، انرژی مکانیکی جسم به طور مداوم در طول مسیر کاهش می یابد.

۵۵ ۴ وقتی گلوله را دانش آموز هل می دهد، گلوله علاوه بر انرژی

پتانسیل، دارای انرژی جنبشی هم می شود. پس در برگشت می تواند تا ارتفاع اولیه و حتی بالاتر از آن بالا بیاید. (رد گزینه (۲)) اما به دلیل وجود مقاومت هوا، تندی آن در هنگام برگشت و رسیدن به نوک بینی شخص قطعاً کم تر از رفت است. (رد گزینه های (۱) و (۲))

$$E_A = E_B - W_f \Rightarrow K_A + U_A = K_B + \cancel{U_B} - W_f$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} mv^2 + mgh_A = \frac{1}{2} mv_B^2 + 20$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times v^2 + 2 \times 10 \times 1 = \frac{1}{2} \times 2 \times v_B^2 + 20$$

$$\Rightarrow v^2 = v_B^2 \Rightarrow v_B = v$$

$$E_1 = E_p - W_f \Rightarrow \cancel{K_1} + U_1 = K_2 + \cancel{U_2} - W_f$$

$$\Rightarrow mgh_1 = \frac{1}{2} mv_2^2 - W_f \Rightarrow 4 \times 10 \times 24 = \frac{1}{2} \times 4 \times 320 - W_f$$

$$\Rightarrow 960 = 640 - W_f \Rightarrow W_f = 640 - 960 = -320 \text{ J}$$

از رابطه کار نیروی ثابت داریم:

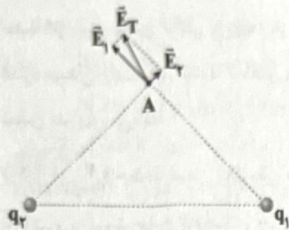
$$W_f = f d \cos 180^\circ \Rightarrow -320 = -f \times \frac{24}{\sin 37^\circ} \Rightarrow f = \frac{320}{40} = 8 \text{ N}$$

$$n = \left| \frac{q}{e} \right| = \frac{5/8 \times 10^{-12} \times 10^{-9}}{1/6 \times 10^{-19}} = 3/25 \in \mathbb{N} \quad (*)$$

$$n = \left| \frac{q}{e} \right| = \frac{2/8 \times 10^{-12} \times 10^{-9}}{1/6 \times 10^{-19}} = 3 \in \mathbb{N} \quad (✓)$$

گزینه (۳) می‌تواند بار الکتریکی ماده A باشد.

۶۷ با توجه به شکل زیر، باید q_1 مثبت و q_2 نیز مثبت باشند. از طرفی اندازه بار q_1 از اندازه بار q_2 بزرگ‌تر است.



۶۸ قسمتی از میلهٔ رسانا که در نزدیکی کلاهک الکتروسکوپ قرار دارد، در اثر القای بار الکتریکی، دارای بار ناهمنام با بار الکتروسکوپ می‌شود. بنابراین در اثر نیروی جاذبهٔ بین بارهای میله و بار روی ورقه‌ها، بار روی ورقه‌ها کاهش می‌یابد و به تدریج ورقه‌ها بسته می‌شوند.

۶۹ چون دو بار یکدیگر را جذب می‌کنند، نتیجه می‌گیریم که بارها ناهمنام هستند، یعنی بار q منفی و بار $(q+10)$ مثبت است. حال با استفاده از قانون کولن داریم:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

$$F = 90 \text{ N} \Rightarrow 90 = \frac{9 \times 10^9 \times |q| \times 10^{-6} \times (10 - |q|) \times 10^{-6}}{16 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow |q|^2 - 10|q| + 16 = 0 \Rightarrow \begin{cases} |q| = 2 \mu\text{C} \\ |q| = 8 \mu\text{C} \end{cases}$$

چون بار q منفی است، لذا: $q = -8 \mu\text{C}$, $q = -2 \mu\text{C}$

۷۰ با توجه به رابطهٔ مقایسه‌ای بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک ذرهٔ باردار، داریم:

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{|q_1|}{|q_2|} \times \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2$$

$$\frac{|q_1| = |q_2|}{E_1 = 1125 \frac{\text{N}}{\text{C}}, E_2 = 1/8 \frac{\text{N}}{\text{C}}} \rightarrow \frac{1/8}{1125} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{25} = \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow r_2 = 25r_1 \quad (*)$$

$$r_2 - r_1 = 96 \xrightarrow{(*)} 25r_1 - r_1 = 96 \Rightarrow 24r_1 = 96$$

بنابراین:

$$\Rightarrow r_1 = 4 \text{ cm} \text{ و } r_2 = 100 \text{ cm}$$

بنابراین اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از این بار در فاصلهٔ ۳۰ cm از آن برابر است با:

$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \xrightarrow{E_1 = 1/8 \frac{\text{N}}{\text{C}}, r_1 = 4 \text{ cm}, r_2 = 30 \text{ cm}} \frac{E_2}{1/8} = \left(\frac{4}{30} \right)^2$$

$$\Rightarrow E_2 = 20 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

۶۲ طبق فرض سؤال سرعت و نیرو با هم رابطهٔ مستقیم دارند. بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$F \propto v \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{v_1}{v_2} \text{ یا } \frac{F_2}{F_1} = \frac{v_2}{v_1} \quad (*)$$

هم‌چنین طبق اطلاعات سؤال، توان برابر با حاصل‌ضرب نیرو در سرعت جسم است. در نتیجه:

$$P = Fv \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{F_2}{F_1} \times \frac{v_2}{v_1} \xrightarrow{(*)} \frac{P_2}{P_1} = \frac{v_2}{v_1} \times \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{8} = \left(\frac{30}{10} \right)^2 \Rightarrow \frac{P_2}{8} = 9 \Rightarrow P_2 = 72 \text{ kW}$$

۶۳ جرم آب بالاآمده در مدت زمان ۷۰ s برابر است با:

$$m = \rho V = 10^3 \times 8 = 8000 \text{ kg}$$

بنابراین کاری که پمپ انجام می‌دهد برابر است با:

$$W_{\text{پمپ}} = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow W_{\text{پمپ}} = 8000 \times 10 \times 12/5 + \frac{1}{2} \times 8000 \times 10^2$$

$$\Rightarrow W_{\text{پمپ}} = 14 \times 10^5 \text{ J} = 1400 \text{ kJ}$$

توان مفید پمپ برابر است با:

$$\Rightarrow P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{\Delta t} = \frac{1400}{70} = 20 \text{ kW}$$

در نتیجه توان الکتریکی مصرفی پمپ برابر است با:

$$\text{بازده بر حسب درصد} = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{الکتریکی}}} \times 100 \Rightarrow \frac{20}{100} = \frac{P_{\text{الکتریکی}}}{20}$$

$$\Rightarrow P_{\text{الکتریکی}} = \frac{20 \times 100}{8} = 250 \text{ kW}$$

$$P_{\text{کل}} = P_{\text{مفید}} + P_{\text{تلف شده}}$$

$$\text{توان بر حسب درصد} = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{توان بر حسب درصد} = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{مفید}} + P_{\text{تلف شده}}} \times 100$$

$$\Rightarrow \frac{70}{100} = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{مفید}} + P_{\text{تلف شده}}} \Rightarrow 10P_{\text{مفید}} = 7P_{\text{مفید}} + 7P_{\text{تلف شده}}$$

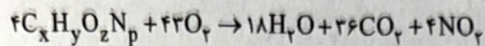
$$\Rightarrow 3P_{\text{مفید}} = 7P_{\text{تلف شده}} \Rightarrow \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{تلف شده}}} = \frac{7}{3} \Rightarrow \frac{P_{\text{تلف شده}}}{P_{\text{مفید}}} = \frac{3}{7}$$

۶۵ بنابر تعریف توان، کار انجام‌شده در واحد زمان را توان می‌نامند و باز هم بنابر تعریف، کار برابر است با حاصل‌ضرب نیرو در جابه‌جایی، از آن جا که در صورت سؤال، جابه‌جایی وزنه برابر صفر است، در نتیجه مقدار کار و توان نیز صفر می‌باشد.

۶۶ چون در سری الکتریستهٔ مالشی، مادهٔ A به انتهای مثبت سری نزدیک‌تر است، بنابراین تمایل به از دست دادن الکترون داشته و در اثر مالش با مادهٔ B، بار مثبت پیدا می‌کند، بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) که بار مادهٔ A را منفی اعلام کرده‌اند، نادرست می‌باشند. از طرفی با توجه به رابطهٔ $q = \pm ne$ ، بار الکتریکی همواره مضرب درستی از بار پایه (بار الکترون) است. در نتیجه گزینهٔ (۱) هم نمی‌تواند پاسخ صحیح باشد.

۷۹ ۴ فرمول شیمیایی هیپوریک اسید را به صورت $C_xH_yO_zN_p$

در نظر می‌گیریم. مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:



$$4x = 36 \Rightarrow x = 9$$

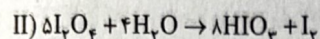
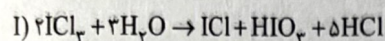
$$4y = 18 \times 2 \Rightarrow y = 9$$

$$4p = 4 \Rightarrow p = 1$$

$$4z + (43 \times 2) = 18 + (36 \times 2) + (4 \times 2) \Rightarrow z = 3$$

بنابراین فرمول مولکولی هیپوریک اسید به صورت $C_9H_9NO_3$ بوده و هر مولکول آن شامل ۲۲ اتم است.

۸۰ ۱ معادله موازنه‌شده هر دو واکنش در زیر آمده است:



۸۱ ۴ • علاوه بر مولکول‌های CO_2 و H_2O ، برخی از مولکول‌های

موجود در هواکره مانند O_3 نیز اثر گلخانه‌ای دارند (حذف گزینه‌های (۱) و (۳)).

• پرتوهای A که طول موج کوتاه‌تر و انرژی بیشتری دارند، همان پرتوهای خورشیدی هستند که جهت حرکت آن‌ها از بالا به پایین است.

۸۲ ۲ گلخانه، گیاه را از آسیب‌های ناشی از تغییر دما و آفت‌ها حفظ می‌کند.

۸۳ ۱ مساحت برف در نیمکره شمالی، روندی نزولی داشته و روند صعودی میانگین جهانی سطح آب‌های آزاد و میانگین غلظت CO_2 در هواکره، تقریباً منظم است.

۸۴ ۳ عبارت‌های «آ» و «ب» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

پ) نماد « $\xrightarrow{20\text{atm}}$ » به این معنی است که واکنش در فشار ۲۰ اتمسفر انجام می‌شود.

ت) در واکنش‌های شیمیایی، اتمی از بین نمی‌رود و به وجود هم نمی‌آید.

۸۵ ۳ نماد « Δ » در یک معادله شیمیایی به این معناست که واکنش‌دهنده‌ها بر اثر گرم شدن واکنش می‌دهند.

۸۶ ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

۸۷ ۲ به مقایسه زیر توجه کنید:

گاز طبیعی > نفت خام > زغال سنگ: مقدار CO_2 تولیدشده به ازای تولید برق یکسان

زغال سنگ > نفت خام > گاز طبیعی: میزان برق تولیدشده به ازای تولید CO_2 یکسان

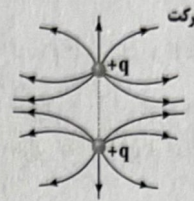
۸۸ ۲ سنگ‌های متخلخل در زیرزمین، میدان‌های قدیمی گاز و چاه‌های قدیمی نفت که خالی از این مواد هستند، جاهای مناسبی برای دفن گاز CO_2 هستند.

۸۹ ۳ سوخت‌های سبز، زیست تخریب‌پذیرند و به وسیله جانداران ذره‌بینی به مواد ساده‌تر تجزیه می‌شوند.

۷۱ ۳ ابتدا خطوط میدان الکتریکی بین دو بار را رسم می‌کنیم.

می‌دانیم که دو بار همنام، یک‌دیگر را دفع می‌کنند. در نتیجه خطوط میدان الکتریکی بین آن‌ها مطابق شکل زیر خواهد بود:

از آن‌جا که تراکم میدان در هر نقطه بیانگر بزرگی میدان الکتریکی در آن نقطه است، اگر روی خط واصل بین دو بار از بالا به سمت پایین حرکت کنیم، خواهیم دید که تراکم خطوط میدان ابتدا کاهش (تا وسط فاصله دو بار) و سپس افزایش می‌یابد، پس اندازه میدان برآیند نیز ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.



۷۲ ۲ خطوط میدان الکتریکی در اطراف کره بزرگ دارای بار مثبت،

شعاعی و به سمت خارج کره است و چون بار منفی در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی (به صورت خودبه‌خودی) جابه‌جا می‌شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

۷۳ ۱ پتانسیل الکتریکی تمام نقاط یک جسم رسانا که به تعادل الکترواستاتیکی رسیده است، تحت هر شرایطی، یکسان است.

۷۴ ۴ چون خازن به باتری متصل است، بنابراین اختلاف پتانسیل

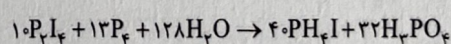
الکتریکی میان صفحات خازن، ثابت می‌ماند. هم‌چنین طبق رابطه $V = Ed$ با توجه به ثابت بودن فاصله میان صفحات خازن، میدان الکتریکی یکنواخت میان صفحات خازن نیز ثابت خواهد ماند.

۷۵ ۳ با استفاده از رابطه انرژی ذخیره‌شده در خازن داریم:

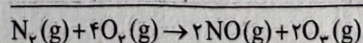
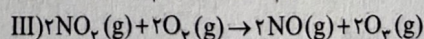
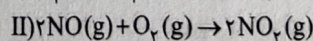
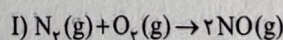
$$U = \frac{1}{2} QV \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{Q_2}{Q_1} \times \frac{V_2}{V_1} = \frac{2Q_1}{Q_1} \times \frac{V_1}{V_1} = \frac{2}{1} \Rightarrow U_2 = 2U_1$$

شیمی

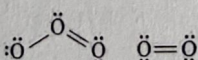
۷۶ ۴ معادله موازنه‌شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



۷۷ ۱ واکنش‌های سه‌گانه موردنظر و معادله واکنش کلی در زیر آمده است:



۷۸ ۲ نسبت شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی به شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی در هر کدام از مولکول‌های O_3 و O_3^+ برابر ۲ است:



- ۱۰۱ در جدول دورای ۱۱۸ عنصر وجود دارد که دسته‌بندی زیر را می‌توان برای آن‌ها در نظر گرفت:
- شبه‌فلزها ۸ عنصر
 - فلزهای دسته d ۲۸ عنصر
 - فلزهای دسته d (واسطه) ۴۰ عنصر
 - فلزهای اصلی و نافلزها ۴۲ عنصر

با توجه به شمار گازهای نجیب و فلزهای قلیایی و قلیایی خاکی، شمار فلزهای واسطه در مقایسه با فلزهای اصلی و نیز نافلزهای جدول دورای، بیشتر است.

۱۰۲ بررسی گزینیه‌ها:

در دوره سوم جدول تناوبی، ۸ عنصر وجود دارد که:

- (۱) چهار عنصر Na , Mg , Al و Si جریان برق را از خود عبور می‌دهند.
- (۲) چهار عنصر Na , Mg , Al و Si ، سطح صیقلی و درخشان دارند.
- (۳) اتم سه عنصر Na , Mg و Al می‌توانند الکترون از دست بدهند.
- (۴) اتم پنج عنصر Al , Si , P , S و Cl می‌توانند الکترون به اشتراک بگذارند.

۱۰۳ در فلزهای واسطه دوره چهارم جدول تناوبی، علاوه بر Sc ،

فلز روی (Zn) نیز تنها یک کاتیون تک‌اتمی (Zn^{2+}) تشکیل می‌دهد.

- (۱) در گروه ۱۴ جدول دورای، سومین عنصر یعنی Ge در اثر ضربه خرد می‌شود، در صورتی که چهارمین عنصر یعنی Sn جامدی شکل‌پذیر است.

بررسی سایر گزینیه‌ها:

- (۱) دومین عنصر گروه ۱۴ یعنی Si همانند سومین عنصر این گروه یعنی Ge ، سطح صیقلی دارد.
- (۳) در پنجمین عنصر گروه ۱۴ یعنی Pb ، زیرلایه $4f$ به طور کامل از الکترون پر شده است. عدد کوانتومی l زیرلایه $4f$ برابر ۳ است.
- (۴) نخستین و دومین عنصر گروه ۱۴ یعنی عنصرهای C و Si با به اشتراک گذاشتن الکترون، به آرایش الکترونی گاز نجیب پس از خود (همان دوره) می‌رسند.

- (۴) اطلاعات مربوط به هر چهار ردیف نادرست است. در جدول زیر شرایط واکنش هالوژن‌ها با گاز هیدروژن نشان داده شده است.

نام هالوژن	شرایط واکنش با گاز هیدروژن
فلوئور	حتی در دمای 20°C به سرعت واکنش می‌دهد.
کلر	در دمای اتاق به آرامی واکنش می‌دهد.
برم	در دمای 20°C واکنش می‌دهد.
ید	در دمای بالاتر از 40°C واکنش می‌دهد.

۱۰۴ فلز M باید دو شرط داشته باشد:

- ✓ واکنش‌پذیرتر از فلز مس باشد.
 - ✓ کاتیون یک بار مثبت (M^+) تشکیل دهد.
- در بین فلزهای پیشنهادشده، فقط پتاسیم دارای این ویژگی است.

- (۴) مطابق داده‌های سؤال، هنگامی که مقدار آب آن ۱۰ درصد است، درصد خلوص X برابر ۶۰ بوده و در نتیجه درصد ناخالصی آن برابر ۳۰ است:

در هر دو حالت (نمونه اولیه و پس از گرما دادن)، نسبت جرم ناخالصی به جرم

$$\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$$

خالص X برابر است با:

در نتیجه مجموع درصد خلوص X و ناخالصی برابر است با:

$$100 - 19 = 81$$

بنابراین می‌توان نوشت:

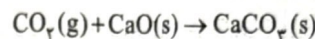
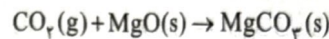
$$27 = 81 \times \frac{30}{(60 + 30)} = \text{درصد ناخالصی در نمونه اولیه}$$

- (۳) پلاستیک‌های سبز، پلیمرهایی هستند که بر پایه مواد گیاهی مانند نشاسته ساخته می‌شوند و به همین دلیل در ساختار آن‌ها، اکسیژن نیز وجود دارد. با توجه به شکل کتاب درسی، از پلاستیک‌های سبز، می‌توان برای بسته‌بندی مواد خوراکی استفاده کرد.

۹۱ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

در اثر سوزاندن سوخت‌های فسیلی، انواع آلانده‌ها مانند CO و NO (با فرمول XO ، NO_x ، SO_x و CO_x (با فرمول XO_x) و هیدروکربن‌های سوخته (C_xH_y) وارد هواکره می‌شود.

- (۴) برای تبدیل CO_x به مواد معدنی می‌توان این گاز را با یک اکسید بازی مانند MgO یا CaO واکنش داد:



هر واحد فرمولی از MgCO_x و CaCO_x دارای ۵ اتم است.

- (۳) وجود اوزون تروپوسفری در هوایی که تنفس می‌کنیم، سبب سوزش چشمان و آسیب دیدن ریه‌ها می‌شود.

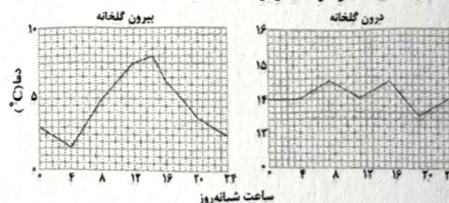
- (۴) در باتری‌های قابل شارژ، واکنش‌های شیمیایی برگشت‌پذیر رخ می‌دهد.

- (۲) اگر لایه هواکره وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین به 18°C کاهش می‌یافت.

- (۱) دانشمندان با استفاده از بالون‌های هواشناسی، ماهواره‌ها، کشتی‌های اقیانوس‌پیما و گویچه‌های شناور در دریاها که به جسرهای دما مجهز هستند، پیوسته دمای کره زمین را در سرتاسر نقاط آن رصد می‌کنند.

- (۴) هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

برای درستی این عبارات‌ها به نمودارهای زیر دقت کنید.



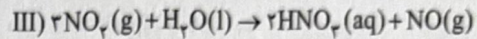
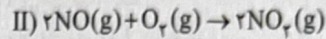
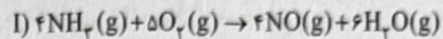
۹۸ عبارت‌های «آ» و «ت» درست هستند.

گاز نیتروژن واکنش‌پذیری بسیار کمی دارد و به طور معمول با اکسیژن واکنش نمی‌دهد. اما هنگام رعد و برق این دو گاز در هوا ترکیب شده و به NO و NO_2 تبدیل می‌شود.

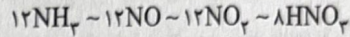
- (۱) اگر مخلوطی مایع شامل اوزون و اکسیژن را گرم کنیم، ابتدا مولکول‌های O_3 از مخلوط جدا می‌شوند، زیرا اکسیژن نسبت به اوزون نقطه جوش پایین‌تری دارد. همچنین با گذشت زمان، شدت رنگ آبی مخلوط افزایش می‌یابد، زیرا $\text{O}_3(\text{l})$ و $\text{O}_2(\text{l})$ به ترتیب به رنگ آبی روشن و آبی تیره هستند.

- (۴) شواهد نشان می‌دهند که فصل بهار در نیمکره شمالی زمین، نسبت به ۵۰ سال گذشته در حدود یک هفته زودتر آغاز می‌شود. زیرا در ۵۰ سال گذشته، مساحت برف در نیمکره شمالی کاهش یافته است.

۳ ۱۰۸ معادله موازنه شده واکنش های مورد نظر به صورت زیر هستند.



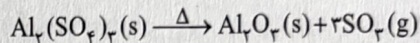
اگر ضرایب واکنش های (I)، (II) و (III) را به ترتیب در ۳، ۶ و ۴ ضرب کنیم، ضرایب ماده های مشترک دو واکنش (I) و (II) و نیز دو واکنش (II) و (III) یکسان خواهد شد:



$$\frac{x\text{L NH}_3 \times \left(\frac{100}{100}\right)^3}{12 \times 22/4} = \frac{6 \cdot \text{mol HNO}_3}{8} \Rightarrow x = 3937/5\text{L}$$

۴ ۱۰۹ برای استخراج فلز Fe از Fe_2O_3 ، می توان از فلز سدیم یا عنصر کربن استفاده کرد. از آن جا که دسترسی به کربن آسان تر است و صرفه اقتصادی بیشتری دارد، در همه شرکت های فولاد جهان، برای استخراج آهن از کربن استفاده می شود.

۲ ۱۱۰ معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



مطابق قانون پایستگی ماده، جرم آلومینیم سولفات ناخالص برابر است با:

$$26\text{g} + (4\text{L} \times 3 \frac{\text{g}}{\text{L}}) = 38\text{g}$$

اکنون می توان نوشت:

$$\frac{\text{چگالی} \times \text{لیتر گاز}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم آلومینیم سولفات ناخالص} \times \frac{P}{100} \times \frac{R}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}$$

$$\Rightarrow \frac{38 \times \frac{P}{100} \times \frac{60}{100}}{1 \times 342} = \frac{4\text{L} \times 3 \frac{\text{g}}{\text{L}}}{3 \times 80} \Rightarrow \%P = \%75$$