

تاریخ آزمون
جمعه
۱۴۰۴/۰۵/۳۱

دفترچه
شماره ۱

پایه دوازدهم رشته ریاضی

دوره دوم متوسطه

آزمون شماره (۴)

سال تحصیلی

۱۴۰۴ - ۱۴۰۵

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۵۵	مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال از تا	مدت پاسخگویی
۱	حسابان ۱	۱۰	اجباری	۱	۷۰ دقیقه
	ریاضی ۱	۱۰		۱۱	
	هندسه ۲	۵		۲۱	
	هندسه ۱	۵		۲۶	
	آمار و احتمال	۵	اختیاری	۳۱	
	حسابان ۲	۱۰		۳۶	
	هندسه ۳	۱۰		۴۶	

ریاضیات



حسابان (۱)

۱- در تابع $y = 2^{x+|x|}$ نمودار تابع را سه واحد به طرف راست و سپس ۸ واحد به طرف پایین منتقل می‌کنیم. طول نقطه برخورد تابع جدید با محور x ها کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۵/۳ (۴) ۵/۴

۲- اگر f تابعی نمایشی و $f(0) = 5$ و برای هر عدد حقیقی $f(x+1) = \frac{f(x)}{8}$ و مجموعه جواب نامعادله $\frac{5}{16} \leq f(x) \leq 40$ بازه $[a, b]$ باشد، بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{3}$ (۲) ۵ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) ۳

۳- معادله $|\log_{\frac{1}{2}} |x-1|| = (\frac{1}{2})^{-2x}$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) جواب ندارد.

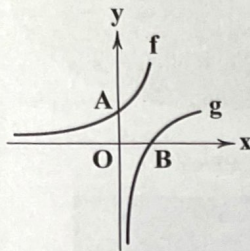
۴- به ازای کدام مقدار a نمودار معکوس تابع $f(x) = x^2 + ax$ از نقطه ماکزیمم منحنی به معادله $g(x) = \log_p(4x - x^2)$ می‌گذرد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۵/۱ (۴) ۵/۳

۵- اگر $x = \log_6 12$ باشد، آنگاه حاصل $\frac{2^{x+3}}{3^{1-x}}$ برابر است با:

- (۱) ۴۸ (۲) ۳۲ (۳) ۲۴ (۴) ۱۶

۶- اگر در شکل زیر $f(x) = m \times 2^x$ و $y = g(x)$ وارون تابع $f(x)$ بوده و مساحت مثلث OAB برابر $\frac{9}{4}$ واحد سطح باشد، آنگاه $m + g(12)$ کدام است؟



کدام است؟

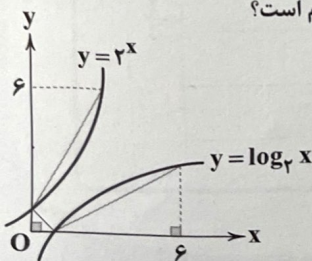
- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۹

۷- اگر بزرگ‌ترین بازه برای دامنه تعریف تابع $f(x) = \sqrt{\log_{25}(\log_8(x-2))}$ برابر $[a, b]$ باشد، حاصل

$$6 \log_a \times 49^{\log(b-a)b} \times \log_{49} b$$

- (۱) ۵۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۵۰ (۴) ۲۰۰

۸- اگر در شکل مقابل مجموع مساحت‌های سه مثلث قائم‌الزاویه برابر $\frac{1}{4} \log_2(2 \times 6^a)$ باشند، مقدار a کدام است؟



- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

محل انجام محاسبات

۹- حاصل $(-1 + \log_3 15)(-2 + \log_5 100)(-3 + \log_7 42)$ برابر است با:

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴)

۱۰- اگر $3^a = 5$ و $5^b = 3$ ، آن‌گاه حاصل $\frac{1-a-b}{12^{1-b}}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

ریاضی (۱)

۱۱- اگر $x = \frac{\sqrt{5+1}}{\sqrt{5-1}}$ ، آن‌گاه $5x^2 - 5x - 1$ برابر است با:

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

۱۲- مقدار $A = \sqrt{7+4}\sqrt{(2+\sqrt{5})^2 - 2(2\sqrt{5}+3)}$ چقدر از $\sqrt{3}$ بیشتر است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۳- چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح نیست؟

(الف) به ازای هر دو عدد طبیعی a و b که $a > b$ است، $a^b > b^a$ است.

(ب) اگر a در بازه $[-1, 0]$ باشد، $\sqrt[5]{a} \leq \sqrt[3]{a}$ است.

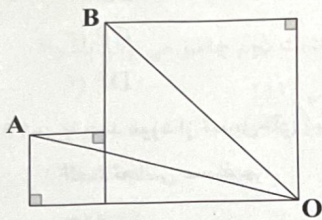
(ج) اگر $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-4} = 3$ و $\sqrt{x+2} - \sqrt{x-4} = A$ باشد، حاصل $A^2 + A$ برابر ۶ است.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۴- حاصل عبارت $\frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 13}{2 - 12x + 6x^2 - x^3}$ به ازای $x = 2 - \sqrt[3]{7}$ کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۱۲ (۲) ۸ (۳) -۸ (۴)

۱۵- در شکل زیر اگر $OA = OB$ باشد، آن‌گاه نسبت مساحت مربع کوچک به مساحت مربع بزرگ کدام است؟



۱ (۱) $2 + \sqrt{3}$

۲ (۲) $\frac{1}{2}(2 + \sqrt{3})$

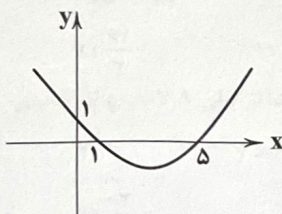
۳ (۳) $2 - \sqrt{3}$

۴ (۴) $\frac{1}{2}(2 - \sqrt{3})$

۱۶- در حل معادله درجه دوم $ax^2 - bx - 4 = 0$ به روش مربع کامل اگر داشته باشیم $\frac{73}{64} = (x - \frac{3}{8})^2$ ، آن‌گاه $a \times b$ کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۲۴ (۲) ۳۶ (۳) ۱۸ (۴)

۱۷- اگر شکل زیر مربوط به سهمی $y = a(x-h)^2 + k$ باشد، مقدار $\frac{h}{3} + 5(a+k)$ کدام است؟



۱ (۱) -۵

۲ (۲) -۳

۳ (۳) -۲

۴ (۴) -۱

محل انجام محاسبات

۶۸- اگر کمترین مقدار یک سهمی برابر ۹ و سهمی از نقاط $(0, 25)$ و $(1, 34)$ بگذرد، محور تقارن سهمی کدام می‌تواند باشد؟

$$x = \frac{9}{4} \quad (4)$$

$$x = -\frac{4}{9} \quad (3)$$

$$x = \frac{4}{9} \quad (2)$$

$$x = 4 \quad (1)$$

۶۹- اگر جدول تعیین علامت $P = \frac{(2x-4)^2(ax^2+bx-12)}{2x+c}$ به صورت زیر باشد، $a+b+c$ کدام است؟

x	$-\infty$	-۵	۲	۶	$+\infty$
P	-	-	+	+	-

(۱) ۱۲

(۲) -۱۲

(۳) ۶

(۴) جواب ندارد.

۷۰- اگر مجموعه جواب نامعادله $\frac{|x-4|(x^2-2x-3)}{x^2+x+2} > 0$ به صورت $(-\infty, a) \cup (b, +\infty) - \{c\}$ باشد، حاصل $a+b+c$ کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۴

(۲) صفر

(۱) ۶

هندسه (۲)

۷۱- در یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a ، دایره‌های محاطی داخلی و خارجی مجانس یکدیگرند، نسبت مساحت این دو دایره چقدر است؟

(۴) ۳۶

(۳) $\sqrt{3}$

(۲) ۹

(۱) ۳

۷۲- معادله تصویر خط گذرنده بر دو نقطه $A(8, 1)$ و $B(-2, 5)$ تحت بازتاب نسبت به نقطه $M(-1, 3)$ کدام است؟

$$-2x + 5y - 5 = 0 \quad (4)$$

$$2x + 5y + 5 = 0 \quad (3)$$

$$2x - 5y - 5 = 0 \quad (2)$$

$$2x + 5y - 5 = 0 \quad (1)$$

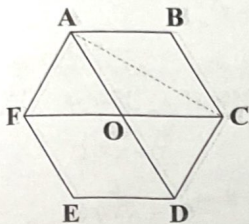
۷۳- در شش ضلعی منتظم ABCDEF ابتدا قطر AC را به مرکز O (مرکز شش ضلعی منتظم) و زاویه $\theta = 120^\circ$ در جهت پادساعتگرد دوران می‌دهیم. بازتاب پاره خط حاصل نسبت به قطر BE کدام است؟

AE (۱)

BD (۲)

CE (۳)

DF (۴)



۷۴- با چند مورد از تبدیل‌های زیر می‌توان ۲ دایره متمایز با شعاع برابر را روی یک‌دیگر تصویر کرد؟

(الف) تجانس مستقیم

(ب) تجانس معکوس

(ج) انتقال

(ه) دوران

(د) بازتاب نسبت به یک خط

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

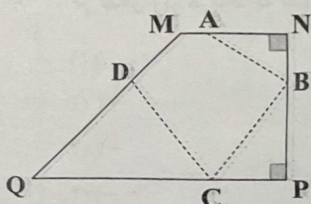
(۱) ۲

۷۵- در ذوزنقه قائم‌الزاویه شکل زیر، $\frac{BP}{BN} = \frac{AN}{AM} = \frac{DQ}{MD} = 2$ ، $MN = 2$ ، $NP = 3$ و $PQ = 5$. اگر نقطه C روی قاعده PQ باشد، کمترین طول مسیر شکسته ABCD چقدر است؟

(۱) $\frac{16}{3}$

(۲) ۷

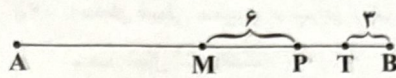
(۳) ۶

(۴) $\frac{20}{3}$ 

محاسبات

هندسه (۱)

۲۶- نقطه‌های M، P و T مطابق شکل زیر، روی پاره خط AB طوری قرار دارند که پاره خط AM واسطه هندسی بین AB و MP و پاره خط MP نیز واسطه هندسی بین AM و BT است. اگر $MP = 6$ و $BT = 3$ باشد، طول AB کدام است؟



۳۶ (۲)

۲۴ (۱)

۳۲ (۴)

۲۷ (۳)

۲۷- در دوزنقه‌ای با قاعده‌های ۸ و ۱۶، خطی به موازات قاعده‌های دو ساق، دوزنقه را در نقاط A و B قطع می‌کند. اگر $AB = 10$ باشد، نقطه A ساق دوزنقه را به چه نسبتی تقسیم می‌کند؟

 $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

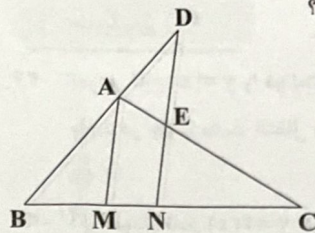
۲۸- در شکل زیر $AB = 4$ ، $AC = 6$ و $MC = 3MB$ است. اگر $AM \parallel DN$ باشد، حاصل $\frac{AD}{AE}$ کدام است؟

۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)



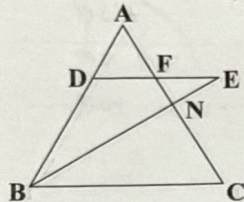
۲۹- با توجه به شکل $DE \parallel BC$ ، $FC = 2AF$ و $DF = FE$ و همچنین $FN = 2$ است، در این صورت طول AC کدام است؟

۹ (۱)

۱۲ (۲)

۱۴ (۳)

۱۶ (۴)



۳۰- مثلثی به اضلاع ۱۲، ۱۰ و ۶ با مثلثی که یکی از اضلاع آن ۸ می‌باشد، متشابه است. حداکثر مقدار محیط مثلث دوم چقدر می‌تواند باشد؟

 $\frac{112}{3}$ (۴) $\frac{112}{5}$ (۳) $\frac{56}{3}$ (۲) $\frac{56}{5}$ (۱)

آمار و احتمال

۳۱- یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که در پرتاب آن احتمال آمدن هر عدد متناسب با معکوس همان عدد است. احتمال آن که در پرتاب این تاس عدد ۳ یا ۴ ظاهر شود، چقدر است؟

 $\frac{5}{21}$ (۴) $\frac{4}{21}$ (۳) $\frac{1}{7}$ (۲) $\frac{2}{21}$ (۱)

۳۲- در یک شهر ۴۵٪ دانش‌آموزان دختر و ۵۵٪ پسر هستند. ۶٪ دانش‌آموزان دختر در درس ریاضی تجدید و ۱۰٪ دانش‌آموزان پسر در این درس تجدید شده‌اند. چند درصد کل دانش‌آموزان این شهر در درس ریاضی نمره قبولی آورده‌اند؟

۹۲/۸ (۴)

۹۲ (۳)

۹۳ (۲)

۹۱/۸ (۱)

۳۳- در دو جعبه به ترتیب ۲۴ و ۱۵ عدد لامپ یکسان داریم. در جعبه اول ۴ عدد و در جعبه دوم ۳ لامپ معیوب‌اند. از اولی ۸ لامپ و از دومی ۶ لامپ به تصادف برداشته، در جعبه جدیدی قرار می‌دهیم. با کدام احتمال یک لامپ انتخابی از جعبه جدید معیوب است؟

 $\frac{8}{35}$ (۴) $\frac{6}{35}$ (۳) $\frac{19}{105}$ (۲) $\frac{17}{105}$ (۱)

حل انجام محاسبات

- ۳۴- رایشین در یک آزمون آزمایشی آمار و احتمال چهار گزینه‌ای به‌طور متوسط از هر پنج سؤال، یکی را بلد است و سایر سؤالات را شانسی جواب می‌دهد. او به سؤال اول به درستی پاسخ داده است. چند درصد احتمال دارد آن را شانسی جواب داده باشد؟
- ۶۵ (۱) ۴۵ (۲) ۵۰ (۳) ۵۵ (۴)
- ۳۵- احتمال قبولی سعید و حمید در کنکور به ترتیب $\frac{۷}{۱۰}$ و $\frac{۵}{۱۰}$ است. اگر بدانیم حداقل یک نفر آن‌ها در کنکور قبول شده‌اند، با کدام احتمال سعید قبول شده است؟

- ۱۳ (۱) $\frac{۱۴}{۱۷}$ (۲) $\frac{۱۵}{۱۷}$ (۳) $\frac{۱۶}{۱۷}$ (۴)

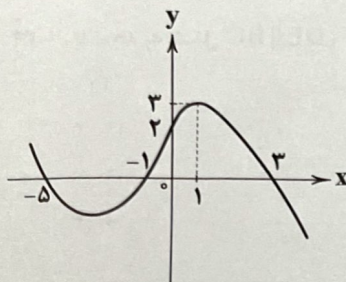
توجه: داوطلب گرامی، می‌توانید به سؤالات ۳۶ تا ۴۵ درس حسابان (۲) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

حسابان (۲)

- ۳۶- نمودار تابع $y = |x|$ را در امتداد محور x ها، ۲ واحد در جهت منفی می‌بریم و سپس قرینه آن نسبت به محور x ها را در امتداد محور y ها، ۶ واحد در جهت مثبت انتقال می‌دهیم. سطح محدود به نمودار به دست آمده و نمودار تابع اولیه کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۱۴ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴)

- ۳۷- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت شکل زیر باشد، آن‌گاه حاصل ضرب مقادیر k از معادله $f(2k+5) = 0$ برابر است با:



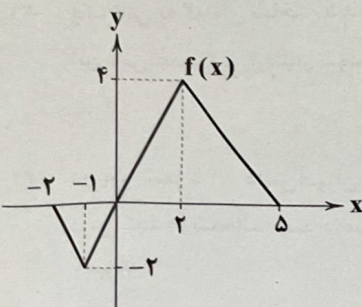
- ۱۵ (۱)
-۱۵ (۲)
۵ (۳)
-۵ (۴)

- ۳۸- اگر دامنه و برد تابع $y = 2f(x-1) - 3$ به ترتیب $[3, 5]$ و $[-1, 3]$ و اجتماع دامنه و برد تابع $g(x) = -3 - 3f(1 - \frac{x}{3})$ بازه $[a, b]$ باشد،

بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

- ۶ (۴) ۸ (۳) ۱۰ (۲) ۱۲ (۱)

- ۳۹- اگر نمودار تابع $f(x)$ به شکل زیر باشد، تابع $g(x) = -2f(2x-1) + 1$ در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است؟



- $[0, \frac{3}{2}]$ (۱)
 $[0, 2]$ (۲)
 $[-1, 2]$ (۳)
 $[1, 2]$ (۴)

- ۴۰- اگر تابع $f(x) = (a-1)x^2 + (b-2)x + a+b$ در $\mathbb{R}$ هم صعودی و هم نزولی باشد و تابع $g(x) = ax^2 + bx + a+b$ در بازه $[m, +\infty)$

اکیداً صعودی باشد، کم‌ترین مقدار m کدام است؟

- ۲ (۴) -۱ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

محل انجام محاسبات

۴۱- اگر نمودار تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ فقط در نقطه $(-3, -2)$ بر خطی به موازات محور x مماس بوده و تابع $g(x) = |f(x)|$ در بازه $(k, +\infty)$ اکیداً صعودی باشد، آن‌گاه کم‌ترین مقدار k کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2} - 3$ (۲) $\sqrt{3} - 2$ (۳) $3 - \sqrt{2}$ (۴) $2 - \sqrt{3}$

۴۲- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} 4x+1 & ; x \geq 1 \\ mx+2 & ; x < 1 \end{cases}$ به ازای مقدار m متعلق به بازه $[a, b]$ تابعی صعودی باشد، بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۳- اگر $f(x)$ اکیداً صعودی و $g(x) = f(-x) - f(x)$ باشد و دامنه تابع $h(x) = \sqrt{g^{-1}(|2x-1|) - g^{-1}(|x+1|)}$ به صورت $D_h = [a, b]$ باشد، حداکثر مقدار $b-a$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۴- اگر نمودار تابع $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x + m + 1$ از ناحیه چهارم عبور نکند، کم‌ترین مقدار m کدا؟ است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

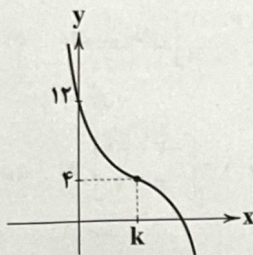
۴۵- نمودار $y = -x^3 + 2mx^2 - nx + 2p$ به صورت زیر است. حاصل $m+n+p$ کدام است؟

- (۱) ۱۹

- (۲) -۵

- (۳) -۱۹

- (۴) ۲۴



توجه: داوطلب گرامی، می‌توانید به سؤالات ۴۶ تا ۵۵ درس هندسه (۳) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

هندسه (۳)

۴۶- ماتریس‌های $A = [2i - 3j]_{2 \times 2}$ و $B = \begin{bmatrix} a-1 & b \\ 2c & 2d \end{bmatrix}$ با هم برابرند. در این صورت $\frac{a+d}{b+c}$ برابر با کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $-\frac{2}{5}$ (۴) $-\frac{3}{5}$

۴۷- برای دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & n \\ m & 4 \end{bmatrix}$ ، ماتریس $B \times A$ یک ماتریس قطری است. مقدار $m+n$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) -۵ (۳) -۷ (۴) ۷

۴۸- اگر $A = \begin{bmatrix} a & 3 \\ -9 & b \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ باشند، به طوری که $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$ باشد، حاصل $\frac{3b}{a-6}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) ۱۸

۴۹- مجموع مربعات ریشه‌های معادله $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = 0$ کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۲۶ (۳) ۲۷ (۴) ۲۸

محل انجام محاسبات

۵۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & \sqrt{26-15\sqrt{3}} \\ \sqrt{7+2\sqrt{3}} & 2 \end{bmatrix}$ باشد و $A^T = \alpha A + \beta I$ مقدار $\alpha + \beta$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) -۱

۵۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ و $BA^n = \begin{bmatrix} 4 & 65 \\ 2 & 50 \end{bmatrix}$ آن گاه مقدار n کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۵۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -4 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، درایه واقع بر سطر سوم و ستون سوم ماتریس $A^T + 2AB + A + 2B$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۵۳- اگر $3AB - BA = O$ و $kAB^T = B^T A$ باشد، مقدار k کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) ۲۷ (۴) $\frac{1}{27}$

۵۴- ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} m & 1 \\ 0 & n \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -m & n \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ مفروض هستند. اگر $(A-B)^T = A^T + B^T$ باشد، حاصل $m + 2n$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $-2\sqrt{2}$ (۳) ۳ (۴) چنین چیزی امکان پذیر نیست.

۵۵- اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس $A^{57} - A^{71}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۳ (۳) -۱ (۴) ۲

تاریخ آزمون
جمعه
۱۴۰۴/۰۵/۳۱

دفترچه
شماره ۲

پایه دوازدهم رشته ریاضی

دوره دوم متوسطه

آزمون شماره (۴)

سال تحصیلی

۱۴۰۴ - ۱۴۰۵

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۸۰	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

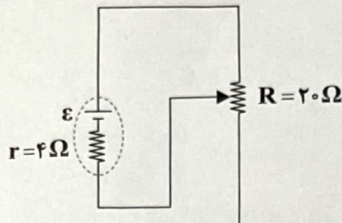
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال از تا	مدت پاسخگویی
۱	فیزیک ۲	۱۵	اجباری	۵۶	۵۰ دقیقه
	فیزیک ۱	۱۵		۷۱	
	فیزیک ۳	۱۰	اختیاری	۸۶	
۲	شیمی ۲	۱۵	اجباری	۹۶	۴۰ دقیقه
	شیمی ۱	۱۵		۱۱۱	
	شیمی ۳	۱۰	اختیاری	۱۲۶	

فیزیک



فیزیک (۲)

۵۶- در مدار زیر، مقاومت رئوس را چند اهم کاهش دهیم تا اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری نصف شود؟



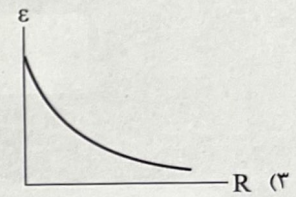
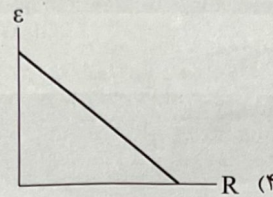
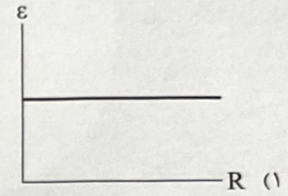
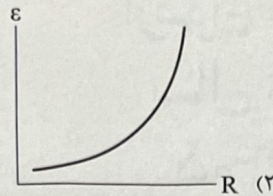
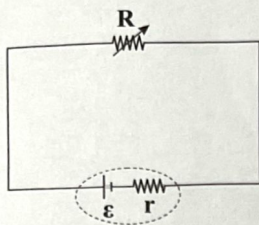
$$\frac{5}{6} \quad (1)$$

$$\frac{5}{12} \quad (2)$$

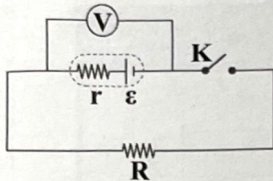
$$\frac{20}{7} \quad (3)$$

$$\frac{120}{7} \quad (4)$$

۵۷- نمودار نیروی محرکه باتری (ε) بر حسب مقاومت خارجی مدار (R) در کدام گزینه به درستی آمده است؟



۵۸- در مدار شکل زیر، با باز و بسته کردن کلید K، عدد ولتسنج تغییر قابل توجهی نمی‌کند. این مسئله نشان‌دهنده چیست؟ (ولتسنج را آرمانی در نظر بگیرید.)



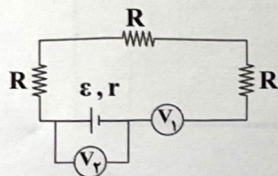
(۱) R در مقایسه با r خیلی کوچک است.

$$r = R \quad (2)$$

(۳) r در مقایسه با R خیلی کوچک است.

(۴) ولتسنج بدون توجه به R و r همواره برای ε یک عدد را نمایش می‌دهد.

۵۹- در مدار شکل زیر، مقاومت ولتسنج‌ها بسیار زیاد است. کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟



$$V_1 = \varepsilon \text{ و } V_2 = 0 \quad (1)$$

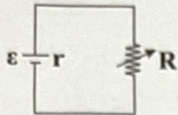
$$V_1 = V_2 = \varepsilon \quad (2)$$

$$V_1 = 0 \text{ و } V_2 = \varepsilon \quad (3)$$

$$V_1 = V_2 = 0 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

۶۰- در مداری به شکل زیر، توان مفید (خروجی) باتری، زمانی که مقاومت رنوستا 0.2Ω و 20Ω می باشد، برابر است. مقاومت داخلی این باتری



چند اهم است؟

۳ (۱)

۴ (۲)

۱ (۳)

۲ (۴)

۶۱- مقاومتی را به یک باتری می بندیم. بیشینه توان خروجی باتری برابر با $64/8W$ و بیشینه جریانی که از باتری می توان گرفت، $18A$ است.

نیروی محرکه این باتری و مقاومت داخلی آن به ترتیب از راست به چپ در SI در کدام گزینه به درستی آمده اند؟

0.8 و $7/2(4)$

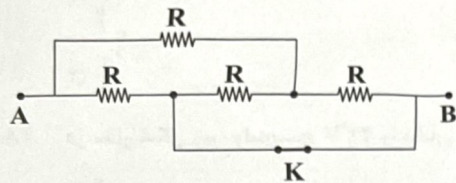
0.8 و $14/4(3)$

$1/6$ و $7/2(2)$

$1/6$ و $14/4(1)$

۶۲- شکل زیر، قسمتی از یک مدار را نشان می دهد. مقاومت معادل بین دو نقطه A و B برابر 9Ω است. اگر کلید K باز شود، مقاومت معادل

بین دو نقطه A و B چند اهم می شود؟



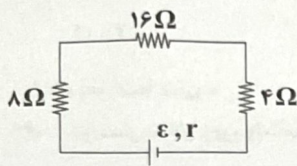
۱۵ (۱)

۲۵ (۲)

۱۲/۵ (۳)

۱۷/۵ (۴)

۶۳- در شکل زیر، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت ۴ اهمی برابر V است. اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری چند برابر V است؟



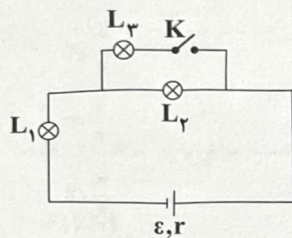
۴ (۱)

۷ (۲)

۱۲ (۳)

۱۴ (۴)

۶۴- در مدار شکل زیر، با وصل کلید K



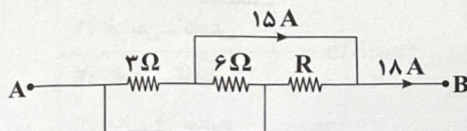
(۱) لامپ های L_1 و L_2 پرنورتر می شوند.

(۲) لامپ L_1 پرنورتر و لامپ L_2 کم نورتر می شود.

(۳) لامپ های L_1 و L_2 کم نورتر می شوند.

(۴) لامپ L_1 کم نورتر و لامپ L_2 پرنورتر می شود.

۶۵- شکل زیر، قسمتی از یک مدار الکتریکی را نشان می دهد. توان مصرفی در مقاومت R چند وات است؟



۳ (۱)

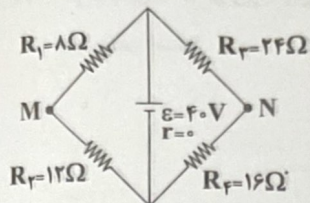
۶۰ (۲)

۳۰ (۳)

۹۰ (۴)

حل انجام محاسبات

۶۶- در مدار شکل زیر، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه M و N ($V_M - V_N$) چند ولت است؟



(۱) ۸

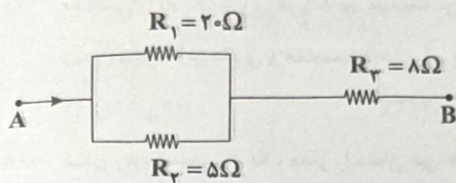
(۲) ۱۶

(۳) ۲۴

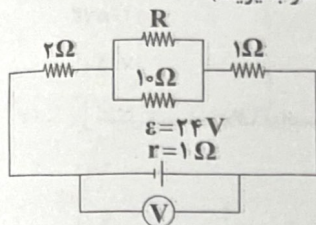
(۴) ۶

۶۷- توان مصرفی یکی از مقاومت‌های نشان داده شده در شکل زیر نسبت به توان مصرفی بقیه مقاومت‌ها بیشتر است. نسبت این توان به توان

مصرفی کل بین دو نقطه A و B در کدام گزینه به درستی آمده است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{4}$

۶۸- در مدار شکل زیر، ولت‌سنج ۲۲V را نشان می‌دهد. مقاومت R چند اهم است؟ (ولت‌سنج را آرمانی در نظر بگیرید.)



(۱) ۵

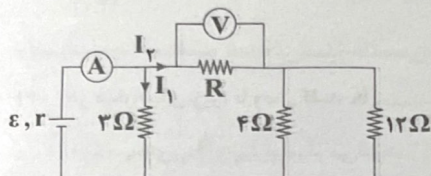
(۲) ۲۰

(۳) ۱۰

(۴) ۴۰

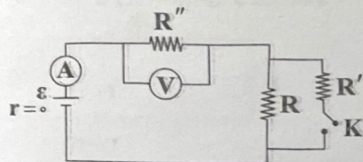
۶۹- در مدار شکل زیر، ولت‌سنج عدد ۶V و آمپرسنج عدد ۲۰A را نشان می‌دهد. مقاومت R چند اهم است؟ (ولت‌سنج و آمپرسنج را آرمانی

در نظر بگیرید.)

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۷۰- در مدار شکل زیر، با وصل شدن کلید K، اعدادی که آمپرسنج و ولت‌سنج نشان می‌دهند، به ترتیب از راست چگونه تغییر می‌کنند؟

(ولت‌سنج و آمپرسنج را آرمانی در نظر بگیرید.)



(۱) افزایش - کاهش

(۲) کاهش - کاهش

(۳) افزایش - افزایش

(۴) کاهش - افزایش

انجام محاسبات

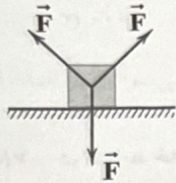
فیزیک (۱)

۷۱- کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد جسمی که در هوا سقوط می‌کند، درست است؟

- (۱) کاهش انرژی پتانسیل گرانشی جسم، برابر با افزایش انرژی درونی جسم و هوا است.
- (۲) مقدار افزایش انرژی جنبشی جسم، برابر با مقدار کاهش انرژی پتانسیل گرانشی آن است.
- (۳) انرژی مکانیکی جسم در طول مسیر کاهش می‌یابد.
- (۴) تمام انرژی پتانسیل گرانشی جسم به انرژی جنبشی آن تبدیل می‌شود.

۷۲- در شکل زیر، جسمی به جرم m روی سطح افقی بدون اصطکاکی در حال حرکت است. اگر اندازه نیروها و زاویه بین آن‌ها برابر باشد، کار کل

انجام شده بر روی جسم چند ژول است؟



(۱) صفر

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۷۳- جرم جسمی 4 kg و انرژی جنبشی آن K_1 می‌باشد. اگر $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به تندی آن بیفزاییم، ۱۲۵ درصد به انرژی جنبشی آن افزوده می‌شود. در

این صورت K_1 چند ژول است؟

(۴) ۱۰۰

(۳) ۱۰۷

(۲) ۴۰۰

(۱) ۸۰۰

۷۴- معادله سرعت - زمان جسمی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند در SI به صورت $v = 4t^2 - 20t + 25$ است. در این صورت چه تعداد از

عبارت‌های زیر در ارتباط با این جسم درست است؟

(الف) کار برابند نیروهای وارد بر جسم در ثانیه دوم حرکتش، منفی است.

(ب) در لحظه $t = 5\text{ s}$ ، انرژی جنبشی جسم با انرژی جنبشی اولیه آن برابر است.

(ج) در دو ثانیه دوم حرکت، کار برابند نیروهای وارد بر جسم ابتدا منفی و سپس مثبت است.

(۴) صفر

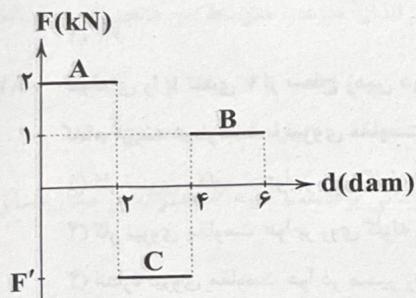
(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

اگر کار خالص انجام شده بر روی جسمی که نمودار نیروی وارد بر آن بر حسب جابه‌جایی آن مطابق شکل زیر است، برابر با $4 \times 10^4 \text{ J}$ باشد،

اندازه نیروی $\vec{F}'$ چند نیوتون است؟ (در مسیر A و B نیرو و جابه‌جایی هم‌جهت‌اند.)



(۱) ۲

(۲) ۱

(۳) 10^3

(۴) 2×10^3

م محاسبات

۷۶- جسمی به جرم 100g با تندی $5\frac{\text{m}}{\text{s}}$ از ارتفاع h از سطح زمین در راستای قائم به سمت پایین پرتاب می‌شود. اگر اندازه کار نیروی وزن و کار نیروی مقاومت هوا از لحظه پرتاب تا لحظه رسیدن به سطح زمین به ترتیب برابر 50J و 20J باشد، تندی جسم در لحظه برخورد با سطح زمین چند متر بر ثانیه است؟

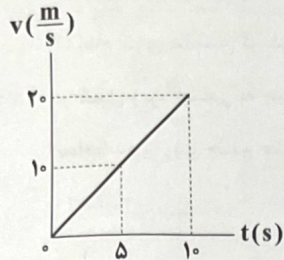
۳۷ (۴)

۲۴ (۳)

۳۰ (۲)

۲۵ (۱)

۷۷- نمودار تندی بر حسب زمان برای جسمی به جرم 4kg ، مطابق شکل زیر می‌باشد. کار کل انجام شده روی این جسم در 5 ثانیه دوم حرکتش چند ژول است؟



۵۰۰ (۱)

۶۰۰ (۲)

۱۰۰۰ (۳)

۸۰۰ (۴)

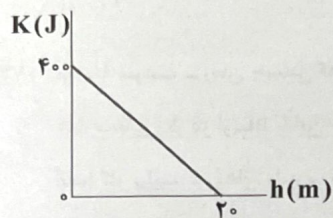
۷۸- در شرایط خلأ، گلوله‌ای به جرم 8kg را از سطح زمین در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر در نقطه‌ای از مسیر حرکت، انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی جنبشی گلوله به ترتیب برابر با 124J و 200J باشند، تندی اولیه پرتاب گلوله چند متر بر ثانیه است؟

۹ (۴)

 $\sqrt{31}$ (۳) $5\sqrt{2}$ (۲)

۱۰ (۱)

۷۹- نمودار تغییرات انرژی جنبشی بر حسب ارتفاع از سطح زمین برای جسمی که در خلأ از ارتفاع h سقوط کرده، مطابق شکل زیر است. اگر این جسم را به طنابی به طول 2m متصل کرده و آونگی ایجاد کنیم و آن را نسبت به راستای قائم 53° منحرف کرده و رها کنیم، هنگام عبور از وضع تعادل، انرژی جنبشی آن چند ژول است؟ ($g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$, $\cos 53^\circ = 0.6$ و از نیروهای اتلافی و جرم طناب صرف نظر کنید).



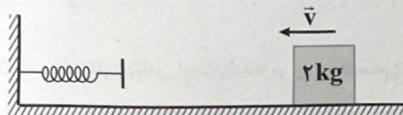
۱۶ (۱)

۸ (۲)

۲۴ (۳)

۱۲ (۴)

۸۰- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 2kg با تندی $10\frac{\text{m}}{\text{s}}$ به یک فنر برخورد می‌کند. اگر در مدت زمان برخورد گلوله با فنر، 20% درصد از انرژی جنبشی گلوله به گرما تبدیل شود، حداکثر انرژی ذخیره شده در فنر چند ژول خواهد بود؟



۴۰ (۱)

۸۰ (۲)

۲۰ (۳)

۶۴ (۴)

۸۱- گلوله‌ای را با تندی v از سطح زمین در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. گلوله پس از مدتی با تندی v با سطح زمین برخورد می‌کند. کدام گزینه در ارتباط با نیروی مقاومت هوای وارد بر گلوله در طی این حرکت صحیح است؟

(۱) کار نیروی مقاومت هوا بر روی گلوله در مسیر رفت و برگشت برابر می‌باشد.

(۲) کار نیروی مقاومت هوا بر روی گلوله در مسیر رفت و برگشت یکدیگر را خنثی کرده‌اند.

(۳) اندازه نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت بیشتر از مسیر برگشت می‌باشد.

(۴) نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت و برگشت یکدیگر را خنثی کرده‌اند.

محل انجام محاسبات

۸۲- گلوله‌ای به جرم m را با تندی v در راستای عمودی به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. ۱۰ درصد انرژی اولیه گلوله در مسیر بالا رفتن تحت تأثیر مقاومت هوا تلف می‌شود. اگر مقاومت هوا وجود نداشته باشد، ارتفاع اوج گلوله (بیشترین ارتفاع گلوله از سطح زمین) چند برابر ارتفاع اوج گلوله در حالت اول می‌شود؟

$$\frac{9}{20} \text{ (۴)}$$

$$\frac{20}{9} \text{ (۳)}$$

$$\frac{10}{9} \text{ (۲)}$$

$$\frac{9}{10} \text{ (۱)}$$

۸۳- تویی به جرم 200g از ارتفاع ۱۵ متری سطح زمین رها می‌شود. اگر در اثر برخورد به زمین و مقاومت هوا، 4J از انرژی خود را از دست بدهد، توپ پس از برخورد به زمین در برگشت، حداکثر تا ارتفاع چند متری سطح زمین بالا خواهد رفت؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

$$14 \text{ (۴)}$$

$$13 \text{ (۳)}$$

$$12 \text{ (۲)}$$

$$11 \text{ (۱)}$$

۸۴- جرم یک بالابر 120kg است. این بالابر جسمی به جرم 30kg که درون اتاقک آن قرار دارد را با تندی ثابت $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ بالا می‌برد. اگر اندازه نیروی مقاوم در برابر حرکت این بالابر 200N باشد، توان متوسط این بالابر چند کیلووات است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

$$5/3 \text{ (۴)}$$

$$5/1 \text{ (۳)}$$

$$4/7 \text{ (۲)}$$

$$4/2 \text{ (۱)}$$

۸۵- پمپی با بازده $37/5\%$ درصد در مدت ۲ دقیقه، 200L آب را با سرعت $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ از دهانه لوله خود خارج می‌کند. توان ورودی موتور این پمپ

$$\text{چند کیلووات است؟ } (p_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$

$$1/5 \text{ (۴)}$$

$$1/75 \text{ (۳)}$$

$$0/75 \text{ (۲)}$$

$$2 \text{ (۱)}$$

توجه: داوطلب گرامی، می‌توانید به سؤالات ۸۶ تا ۹۵ درس فیزیک (۳) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

فیزیک (۳)

۸۶- معادله مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x ها در حال حرکت است، در SI به صورت $x = t^2 + t - 1$ است. در چه لحظه یا لحظاتی برحسب ثانیه فاصله متحرک از مکان $x = -3\text{m}$ برابر با 4m می‌شود؟

$$2 \text{ (۴)}$$

$$1 \text{ (۳)}$$

$$0/5 \text{ (۲)}$$

$$2 \text{ و } 1 \text{ (۱)}$$

۸۷- معادله حرکت متحرکی که روی محور x ها حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = t^2 - 3t + 2$ است. اندازه سرعت متوسط این متحرک در بازه زمانی داده شده در کدام گزینه بیشتر است؟

$$t_1 = 3\text{s} \text{ تا } t_2 = 1\text{s} \text{ (۴)}$$

$$t_1 = 2\text{s} \text{ تا } t_2 = 1\text{s} \text{ (۳)}$$

$$t_1 = 1\text{s} \text{ تا } t_2 = 0 \text{ (۲)}$$

$$t_1 = 3\text{s} \text{ تا } t_2 = 0 \text{ (۱)}$$

۸۸- معادله حرکت متحرکی در SI به صورت $x = -10t + 20$ است. در ۷ ثانیه اول حرکتش، چه مدت زمانی برحسب ثانیه، متحرک در مکان‌های منفی قرار دارد؟

$$5 \text{ (۴)}$$

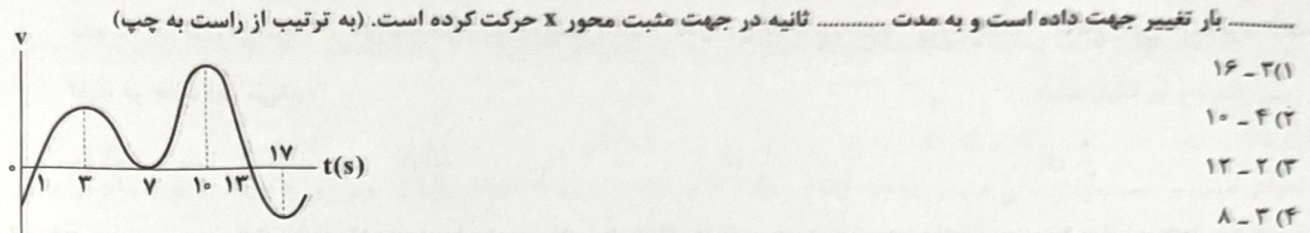
$$1/5 \text{ (۳)}$$

$$3/5 \text{ (۲)}$$

$$2 \text{ (۱)}$$

انجام محاسبات

۸۹- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. این متحرک در بازه زمانی $t=0$ تا $t=17$ s



۹۰- اتوبوسی با سرعت ثابت $108 \frac{km}{h}$ در حال حرکت است. مسافری از صندلی ردیف سوم اتوبوس بلند شده و با شتاب ثابت $8 \frac{m}{s^2}$ شروع به

حرکت به سمت انتهای اتوبوس می‌کند، سپس در انتهای اتوبوس به مدت ۱۰ دقیقه می‌نشیند و پس از آن با سرعت ثابت $20 \frac{m}{s}$ به سمت

صندلی خود حرکت کرده و روی آن می‌نشیند. سرعت متوسط مسافر در کل این جابه‌جایی چند متر بر ثانیه است؟

- ۳۰ (۴) ۲۰ (۳) ۸۰ (۲) صفر (۱)

۹۱- معادله سرعت - زمان حرکت جسمی که بر روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $v = 6t^2 - 24t$ است. حرکت این جسم در ۱۰ ثانیه

ابتدایی حرکتش، چند ثانیه تندشونده است؟

- ۴ (۴) ۸ (۳) ۶ (۲) ۲ (۱)

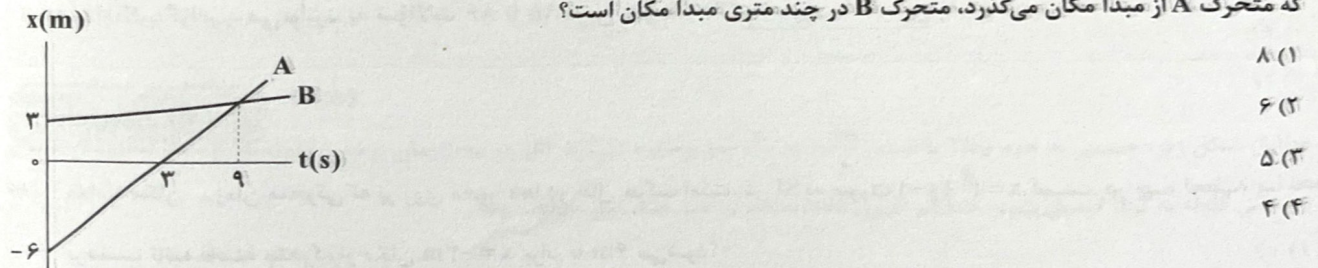
۹۲- متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، از زمان حرکتش را با سرعت ثابت $10 \frac{m}{s}$ و مابقی آن را با سرعت ثابت $7 \frac{m}{s}$ سپری می‌کند. اگر

سرعت متوسط این متحرک در کل این حرکت برابر با $16 \frac{m}{s}$ باشد، $7 \frac{m}{s}$ چند متر بر ثانیه است؟

- ۱۸ (۴) ۲۰ (۳) ۲۱ (۲) ۲۲ (۱)

۹۳- در شکل زیر، نمودارهای مکان - زمان دو متحرک A و B که بر روی محور x حرکت می‌کنند، در یک دستگاه رسم شده است. در لحظه‌ای

که متحرک A از مبدأ مکان می‌گذرد، متحرک B در چند متری مبدأ مکان است؟



۹۴- متحرکی بر روی خط راست در حال حرکت است. این متحرک با تندی ثابت 7 فاصله بین دو نقطه را در مدت زمان 8 s طی می‌کند. اگر این

فاصله را با تندی ثابت $7+3$ طی کند، 8 s زمان سپری می‌شود. فاصله بین این دو نقطه چند سانتی‌متر است؟

- ۴۰۰۰ (۴) ۴۰ (۳) ۵۰۰۰ (۲) ۵ (۱)

۹۵- خودرویی با تندی ثابت $44 \frac{km}{h}$ ، بر مسیر مستقیمی در حال حرکت به سوی ساختمان بلندی است و هنگامی که به فاصله d از آن می‌رسد،

بوق می‌زند. اگر بازتاب صدای بوق از ساختمان بلند پس از 4 s به راننده خودرو برسد، d چند متر است؟ (تندی انتشار صوت در هوا

۳۳۰ $\frac{m}{s}$ فرض کنید.)

- ۷۶۰ (۱) ۶۰ (۲) ۶۷۰ (۳) ۷۰ (۴)

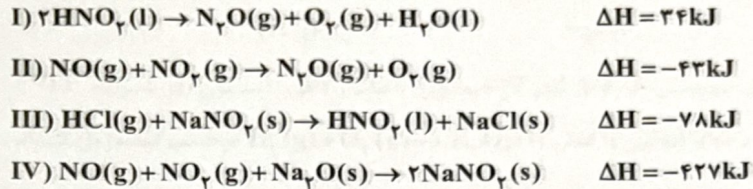
حاج محاسبات

شیمی



شیمی (۲)

۹۶- با توجه به واکنش‌های (I) تا (IV)، آنتالپی واکنش موازنه‌نشده $\text{NaCl(s)} + \text{H}_2\text{O(l)} \rightarrow \text{HCl(g)} + \text{Na}_2\text{O(s)}$ ، به‌ازای تولید یک مول گاز هیدروژن کلرید، چند کیلوژول است؟



۲۰۹ (۴)

۴۱۸ (۳)

۲۵۳ (۲)

۵۰۶ (۱)

۹۷- یک وعده صبحانه شامل ۱۰۰ گرم نان، ۴۰ گرم پنیر و ۲۰۰ گرم شیر، به تقریب چند درصد از انرژی روزانه یک فرد بالغ را تأمین می‌کند؟ (انرژی لازم برای فعالیت روزانه یک فرد بالغ، ۲۸۰۰ kcal است.)

ارزش سوختی ($\text{kJ} \cdot \text{g}^{-1}$)	خوراکی
۱۱/۵	نان
۲۰/۰	پنیر
۳/۰	شیر

۱۸ (۱)

۲۲ (۲)

۳۱ (۳)

۴۰ (۴)

۹۸- آنتالپی سوختن چهار ترکیب آلی اتانول، اتان، اتیلن و استیلن در دمای 25°C در گزینه‌ها آمده است. کدام یک از آن‌ها مربوط به استیلن است؟ (تمامی اعداد برحسب کیلوژول بر مول است.)

-۱۳۶۸ (۴)

-۱۴۱۰ (۳)

-۱۵۶۰ (۲)

-۱۳۰۰ (۱)

۹۹- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) جرم کربن دی‌اکسید حاصل از سوختن یک گرم اتانول، در مقایسه با جرم کربن دی‌اکسید حاصل از سوختن یک گرم اتان، کم‌تر است.

(۲) چربی ارزش سوختی بیشتری از پروتئین و پروتئین نیز ارزش سوختی بیشتری از کربوهیدرات دارد.

(۳) فرمول مولکولی $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}$ را می‌توان به یک الکل خطی تک‌عاملی نسبت داد.

(۴) آنتالپی بسیاری از واکنش‌های شیمیایی را نمی‌توان به روش تجربی (با استفاده از گرماسنج) اندازه‌گیری کرد.

۱۰۰- ارزش سوختی اتان $52 \text{ kJ} \cdot \text{g}^{-1}$ است. به تقریب چند مول اتان باید در مقدار کافی اکسیژن بسوزد تا با گرمای حاصل بتوان دمای یک

کیلوگرم آب 20°C را به 95°C رساند؟ (فرض کنید ۲۰٪ از گرمای حاصل از سوختن اتان، تلف شود.)

$$(c_{\text{H}_2\text{O}} = 4.2 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}, H=1, C=12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1})$$

۰/۴۰ (۴)

۰/۳۵ (۳)

۰/۳۰ (۲)

۰/۲۵ (۱)

۱۰۱- با توجه به آنتالپی سوختن متان و پروپان در دمای 25°C که به ترتیب برابر با -890 و -2230 کیلوژول بر مول است، آنتالپی واکنش



به تقریب چند کیلوژول است؟ (آنتالپی تبخیر آب را $41 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ در نظر بگیرید.)

-۶۲۱۰ (۴)

-۲۴۹۰ (۳)

-۳۳۱۰ (۲)

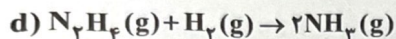
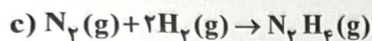
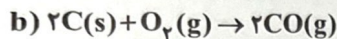
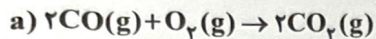
-۵۳۹۰ (۱)

بجام محاسبات

۱۰۲- اگر آنتالپی سوختن گرافیت، گوگرد و کربن دی سولفید مایع در دمای 25°C به ترتیب برابر با -394 ، -297 و -1075 کیلوژول بر مول باشد، ΔH واکنش $\text{CS}_2(\text{l}) \rightarrow 2\text{S}(\text{s}) + \text{C}(\text{s})$ (گرافیت) برابر با چند کیلوژول است؟ (از سوختن کربن دی سولفید، گازهای کربن دی اکسید و گوگرد دی اکسید به دست می آید).

-87 (۴) $+87$ (۳) -384 (۲) $+384$ (۱)

۱۰۳- آنتالپی کدام جفت واکنش های زیر را نمی توان به روش تجربی تعیین کرد؟



c, a (۴)

d, b (۳)

c, b (۲)

d, a (۱)

۱۰۴- شاخه سینتیک شیمیایی چه تعداد از موارد زیر را در اختیار می گذارد؟

• شرایط انجام واکنش های شیمیایی

• چگونگی انجام واکنش های شیمیایی

• مقدار انرژی مبادله شده در واکنش های شیمیایی

• عوامل مؤثر بر سرعت واکنش های شیمیایی

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۰۵- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

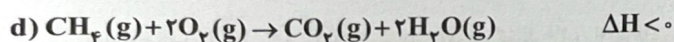
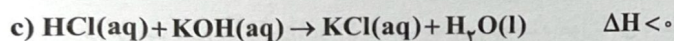
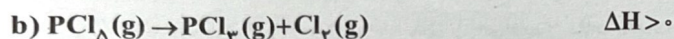
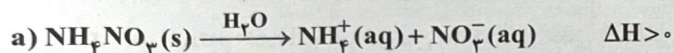
(۱) سوخت های سبز در ساختار خود افزون بر کربن و هیدروژن، اکسیژن نیز دارند.

(۲) به کمک گرماسنج لیوانی می توان گرمای واکنش را در فشار ثابت به روش تجربی تعیین کرد.

(۳) تفاوت آنتالپی سوختن پروپان و اتان به تقریب برابر با تفاوت آنتالپی سوختن متان و اتان است.

(۴) میزان انرژی مورد نیاز بدن هر فرد به وزن، سن، قد و میزان فعالیت های روزانه او بستگی دارد.

۱۰۶- گرماسنج لیوانی برای تعیین ΔH کدام واکنش ها یا فرایندهای زیر مناسب است؟



d, b (۴)

d, c (۳)

c, a (۲)

b, a (۱)

۱۰۷- هیدروکربنی که به گاز مرداب معروف است، زیرا

(۱) کمترین نقطه جوش را بین هیدروکربن ها دارد - مهم ترین منبع تهیه آن مرداب ها است.

(۲) کمترین شمار اتم های هیدروژن را دارد - نخستین بار از سطح مرداب ها جمع آوری شده است.

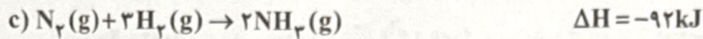
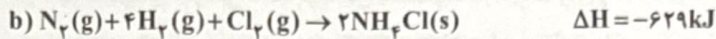
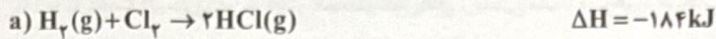
(۳) کمترین جرم مولی را بین هیدروکربن ها دارد - مهم ترین منبع تهیه آن مرداب ها است.

(۴) بخش عمده گاز طبیعی را تشکیل می دهد - نخستین بار از سطح مرداب ها جمع آوری شده است.

محل انجام محاسبات

۱۰۸- با توجه به واکنش‌های زیر و آنتالپی آن‌ها با گرمای حاصل از واکنش نیم مول آمونیاک با نیم مول گاز هیدروژن کلرید، دمای چند گرم

آب 30°C را می‌توان به 90°C رساند؟ (ظرفیت گرمایی ویژه آب را $4.2\text{J.g}^{-1}.\text{C}^{-1}$ در نظر بگیرید.)



۷۰۰ (۴)

۳۵۰ (۳)

۹۰۰ (۲)

۴۵۰ (۱)

۱۰۹- از تجزیه $1/7$ گرم آب اکسیژنه، $4/9\text{kJ}$ گرما آزاد می‌شود. هم‌چنین اگر $5/6$ لیتر گاز هیدروژن با مقدار کافی اکسیژن (در شرایط STP)

واکنش دهد، $71/5\text{kJ}$ گرما آزاد می‌شود. با توجه به این داده‌ها آنتالپی واکنش $\text{H}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{H}_2\text{O}_2(\text{l})$ برحسب کیلوژول کدام

است؟ ($\text{H} = 1, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$)

-۹۰/۵ (۴)

-۲۳۷ (۳)

-۱۸۸ (۲)

-۴۵ (۱)

۱۱۰- در چه تعداد از موارد زیر ترکیبی که جرم مولی کم‌تری دارد، آنتالپی سوختن آن بیشتر (منفی‌تر) است؟

• اتن و اتانول

• متان و متانول

• اتین و اتن

• اتین و اتانول

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

شیمی (۱)

۱۱۱- از گازهای X، Y و Z به ترتیب برای نگهداری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی، ساخت لامپ‌های رشته‌ای و خنک کردن قطعات الکترونیکی

در دستگاه MRI استفاده می‌شود. کدام یک از مطالب زیر در ارتباط با آن‌ها نادرست است؟

(۱) هر کدام از این گازها، بی‌رنگ، بی‌بو و غیرسمی هستند.

(۲) هر کدام از این گازها یا واکنش‌ناپذیرند و یا واکنش‌پذیری بسیار کمی دارند.

(۳) مقایسه میان نقطه جوش آن‌ها به صورت $Z < X < Y$ است.

(۴) اقتصادی‌ترین روش برای تهیه هر کدام از این گازها، استفاده از هواکره است.

۱۱۲- چه تعداد از مطالب زیر درست است؟

• در میان سیاره‌های سامانه خورشیدی، تنها زمین، اتمسفری دارد که امکان زندگی را روی آن فراهم می‌کند.

• اتمسفر زمین، مخلوطی از گازهای گوناگون است که تا فاصله 500 کیلومتری از سطح زمین امتداد یافته است.

• جاذبه زمین، گازهای موجود در اتمسفر آن را پیرامون خود نگه می‌دارد و مانع خروج آن‌ها از اتمسفر می‌شود.

• انرژی گرمایی مولکول‌های گازی موجود در اتمسفر زمین سبب می‌شود تا پیوسته آن‌ها در حال جنبش باشند و در سرتاسر هواکره توزیع شوند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۱۳- اگر در ارتفاع 6 کیلومتری از سطح زمین، فشار گاز اکسیژن برابر 0.97 اتمسفر باشد، فشار گاز اکسیژن در ارتفاع $2/4$ کیلومتری از سطح

زمین چند اتمسفر می‌تواند باشد؟

۰/۶۸۲ (۴)

۰/۶۲۲ (۳)

۰/۱۵۴ (۲)

۰/۱۶۶ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۱۴- کدام عبارت‌های زیر درست است؟

- (آ) هواپیماها با خود اتاقکی از هوای پاک و خشک حمل می‌کنند.
 (ب) عنصر اکسیژن در ساختار همه مولکول‌های زیستی مانند کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها و پروتئین‌ها یافت می‌شود.
 (پ) تغییرهای فیزیکی مانند فرسایش سنگ و صخره، زنگ زدن و فساد مواد غذایی به دلیل تمایل زیاد اکسیژن برای انجام واکنش است.
 (ت) مقدار گاز اکسیژن در لایه‌های گوناگون هواکره با هم تفاوت دارد.

(۱) «پ» و «ت» (۲) «آ» و «ب» (۳) «ب» و «ت» (۴) «آ» و «پ»

۱۱۵- برای نام‌گذاری ترکیب‌های دوتایی چه تعداد از جفت عنصرهای زیر به ترتیب از پیشوندهای یونانی (مونو، دی، تری و ...) و اعداد رومی (II, I)

III، و ... استفاده می‌شود؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

O, Al • Br, Si • O, Cr • F, N • Cl, P • O, N • S, Cu • Cl, Fe •
 ۲, ۴ (۳) ۲, ۳ (۲) ۳, ۴ (۱) ۳, ۲ (۱)

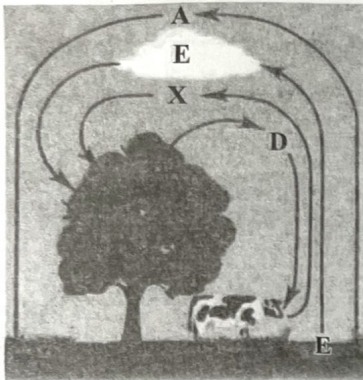
۱۱۶- کدام مطالب زیر در ارتباط با گاز هلیوم نادرست است؟

- (آ) فراوانی آن در هوای پاک و خشک لایه تروپوسفر، کم‌تر از نئون و بیشتر از کریپتون است.
 (ب) نقطه جوش آن در حدود ۴ کلوین است.
 (پ) منابع زمینی هلیوم از هواکره سرشارترند اما برای تولید هلیوم در مقیاس صنعتی مناسب نیستند.
 (ت) هلیوم موجود در گاز طبیعی سوزانده شده و سپس وارد هواکره می‌شود.

(۱) «آ» و «پ» (۲) «آ» و «ت» (۳) «پ» و «ت» (۴) «ب» و «پ»

۱۱۷- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با شکل مقابل، نادرست است؟

- (۱) این شکل برهم کنش هواکره با سنگ‌کره را نشان می‌دهد.
 (۲) درصد حجمی گازهای A، X و D در هوای پاک و خشک تروپوسفر به صورت $A > D > X$ است.
 (۳) میانگین درصد حجمی E در لایه تروپوسفر بیشتر از درصد حجمی X است.
 (۴) در فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع، قبل از این‌که هوای مایع تهیه شود، نخست E و سپس X جدا می‌شود.



۱۱۸- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با گاز کربن مونوکسید درست است؟

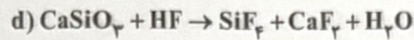
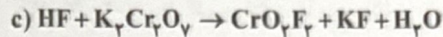
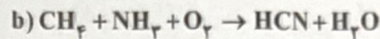
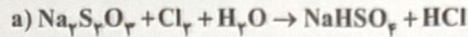
- (۱) گازی بی‌رنگ، سبک‌تر از هوا و کمی سمی است.
 (۲) ساختار لوویس آن مشابه ساختار لوویس گاز نیتروژن است.
 (۳) برای اعلام نشت این گاز می‌توان از نوعی دستگاه حسگر کربن مونوکسید استفاده کرد که به بوی آن حساس است.
 (۴) استشمام این گاز در محیط بسته نخست به سیستم گوارشی بدن آسیب وارد می‌کند.

۱۱۹- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) سیلیس، نام دیگر ترکیب سیلیسیم دی‌اکسید است.
 (۲) واکنش تهیه سولفوریک اسید در صنعت، یک واکنش چند مرحله‌ای است که مرحله نخست آن، سوختن گوگرد است.
 (۳) نام دیگر ترکیب یونی آلومینیم اکسید (Al_2O_3)، بوکسیت است.
 (۴) اتم کروم در شماری از ترکیب‌های خود به شکل‌هایی غیر از کاتیون Cr^{3+} یا Cr^{2+} یافت می‌شود.

محل انجام محاسبات

۱۲۰- در کدام دو معادله، پس از موازنه، مجموع ضرایب‌های استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها با هم برابر است؟



d, c (۴)

d, b (۳)

c, a (۲)

b, a (۱)

۱۲۱- در لایه ظرفیت اتم‌ها در مولکول‌های NOCl و SOF_2 به ترتیب چند جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

۹, ۶ (۴)

۱۰, ۵ (۳)

۱۰, ۶ (۲)

۹, ۵ (۱)

۱۲۲- عنصرهای A و X در دوره چهارم جدول تناوبی جای دارند. اگر فرمول اکسید عنصر A به صورت A_2O_3 و فرمول ترکیب هیدروژن دار X به صورت XH_3 باشد، حداقل و حداکثر تفاوت عدد اتمی A و X در کدام گزینه آمده است؟

۱۱, ۳ (۴)

۱۳, ۳ (۳)

۱۱, ۱ (۲)

۱۳, ۱ (۱)

۱۲۳- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) شیمی‌دان‌ها از واکنش‌پذیری زیاد اکسیژن برای تهیه بسیاری از مواد بهره می‌گیرند.

(۲) در واکنش سوختن یک ماده، تنها بخشی از انرژی شیمیایی آن به صورت گرما و نور آزاد می‌شود.

(۳) آرگون با ایجاد محیط بی‌اثر هنگام جوشکاری، استحکام و طول عمر فلز جوشکاری‌شده را افزایش می‌دهد.

(۴) گوگرد با شعله آبی‌رنگ می‌سوزد و طی آن گوگرد تری‌اکسید تولید می‌شود.

۱۲۴- از واکنش ۱۰ مول دی‌فسفر تتراپدید با ۱۳ مول فسفر سفید (P_4) و ۱۲۸ مول آب، ۳۲ مول فسفریک اسید (H_3PO_4) و ۴۰ مول فسفونیوم یدید تولید می‌شود. هر واحد فرمولی از فسفونیوم یدید شامل چند اتم است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۱۲۵- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) سوختن چوب، فساد موادغذایی و گرما دادن به شکر تا جایی که رنگ آن تغییر کند، نمونه‌هایی از تغییرهای شیمیایی هستند.

(۲) هر تغییر شیمیایی را می‌توان با یک معادله شیمیایی نشان داد که واکنش‌دهنده‌ها (ها) در سمت چپ و فراورده‌ها (ها) در سمت راست آن نوشته می‌شوند.

(۳) نماد (aq) تنها برای محلول‌هایی به کار می‌رود که حلال آن، آب باشد.

(۴) در معادله‌های شیمیایی، کلسیم کلرید جامد و لیتیم برمید مذاب را به ترتیب با $\text{CaCl}_2(s)$ و $\text{LiBr}(l)$ نشان می‌دهند.

توجه: داوطلب گرامی، می‌توانید به سؤالات ۱۲۶ تا ۱۳۵ درس شیمی (۳) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

شیمی (۳)

۱۲۶- کدام از عبارت‌های زیر در ارتباط با کلوئیدها نادرست است؟

(آ) ذره‌های سازنده کلوئیدها، توده‌های مولکولی یا اندازه‌های یکسان هستند.

(ب) کلوئیدها همانند محلول‌ها، مخلوط‌هایی پایدار هستند.

(پ) کلوئیدها همانند سوسپانسیون، جزو مخلوط‌های ناهمگن هستند.

(ت) کلوئیدها همانند سوسپانسیون، نور را از خود عبور می‌دهند.

(۴) «ب» و «پ»

(۳) «آ» و «ت»

(۲) «پ» و «ت»

(۱) «آ» و «ب»

محل انجام محاسبات

۱۲۷- در محلول ۰/۰۴ مولار اسید ضعیف HA، مجموع شمار یون ها، $\frac{2}{3}$ شمار مولکول های یونیده نشده اسید است. ثابت یونش این اسید کدام است؟

- (۱) $3/33 \times 10^{-4}$ (۲) $3/33 \times 10^{-3}$ (۳) $2/5 \times 10^{-3}$ (۴) $2/5 \times 10^{-4}$

۱۲۸- اگر ۰/۰۳ مول کلسیم کلرید با مقدار کافی صابون مایع (فاقد اتم فلزی) واکنش داده و ۱۸/۰۶ گرم رسوب تولید شود، هر واحد فرمولی از صابون شامل چند اتم است؟ ($H=1, C=12, N=14, O=16, Ca=40: g.mol^{-1}$) (زنجر هیدروکربنی صابون، یک پیوند دوگانه داشته و سایر پیوندهای آن، یگانه است.)

- (۱) ۵۳ (۲) ۵۴ (۳) ۵۶ (۴) ۵۸

۱۲۹- غلظت اسید HA برابر ۰/۲ مولار و ثابت یونش آن 2×10^{-5} است. اگر بخواهیم درجه یونش این اسید دو برابر شود، چه حجمی از آن را باید تا ۱۲۰۰ میلی لیتر رقیق کرد؟

- (۱) ۶۰۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۳۰۰

۱۳۰- کدام مطالب زیر درست اند؟

(آ) صابون مراغه افزودنی شیمیایی بازی دارد و به دلیل خاصیت بازی مناسب برای موهای چرب استفاده می شود.
(ب) صابون گوگردار برای از بین بردن جوش صورت استفاده می شود.

(پ) برای از بین بردن قارچ های پوستی از صابون های شامل نمک های فسفات می توان استفاده کرد.

(ت) مصرف زیاد شوینده ها و تنفس بخار آن ها، عوارض پوستی و بیماری های تنفسی ایجاد می کند.

- (۱) «آ» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «ب» و «ت» (۴) «آ» و «پ»

۱۳۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) رسانایی الکتریکی فلز مس و نافلز گرافیت به وسیله الکترون ها انجام می شود و به همین دلیل به آن ها رسانای الکترونی می گویند.

(۲) محلول حاصل از انحلال برخی مواد قطبی در آب، محلول غیرالکترولیت است.

(۳) ممکن است رسانایی الکتریکی یک اسید ضعیف، بیشتر از رسانایی الکتریکی یک اسید قوی باشد.

(۴) به اسیدی که هر مول آن در آب تنها می تواند یک یون هیدرونیوم تولید کند، اسید تک پروتون دار می گویند.

۱۳۲- یک مول از هر کدام از چهار ترکیب لیتیم اکسید، باریم اکسید، دی نیتروژن پنتا اکسید و گوگرد تری اکسید را در چهار ظرف جداگانه در

مقدار یکسانی آب حل می کنیم تا واکنش انجام شود. چه تعداد از عبارت های زیر در ارتباط با آن ها درست است؟

• شمار آنیون تولید شده در ظرف حاوی لیتیم اکسید برابر با ظرف حاوی باریم اکسید است.

• رسانایی الکتریکی محلول حاوی لیتیم اکسید بیشتر از محلول حاوی باریم اکسید است.

• مقدار هیدرونیوم تولید شده در ظرف حاوی دی نیتروژن پنتا اکسید بیشتر از ظرف حاوی گوگرد تری اکسید است.

• گوگرد تری اکسید در مقایسه با سه ترکیب دیگر، نقطه جوش پایین تری دارد.

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۳۳- شمار اتم های کربن صابون جامد A و پاک کننده غیرصابونی جامد B با هم برابر است. اگر زنجر هیدروکربنی در هر دو پاک کننده، سیر شده

و تفاوت شمار اتم های هیدروژن و کربن پاک کننده B برابر ۹ باشد، تفاوت جرم مولی دو پاک کننده، چند گرم است؟ (کاتیون های دو

پاک کننده یکسان است.) ($H=1, C=12, N=14, O=16: g.mol^{-1}$)

- (۱) ۴۲ (۲) ۴۰ (۳) ۴۴ (۴) ۳۸

محل انجام محاسبات

۱۳۴- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

- (۱) در زندگی روزانه با انواع اسیدها سروکار داریم که برخی ضعیف و اغلب آنها قوی هستند.
- (۲) اسیدهای قوی محلولی شامل یونهای آب پوشیده هستند که در آنها هیچ مولکول یونیده نشده یافت نمی شود.
- (۳) در شرایط معین غلظت همه گونه های موجود در فورمیک اسید همانند دیگر اسیدهای ضعیف ثابت است.
- (۴) بازها در سطح پوست همانند صابون، احساس لیزی ایجاد می کنند اما به آن آسیب نمی رسانند.

۱۳۵- ۲۰ میلی لیتر محلول یک اسید خیلی ضعیف با غلظت ۰/۲۵ مولار در دسترس است. برای این که غلظت H^+ در این محلول به یک چهارم مقدار اولیه برسد، چند میلی لیتر آب خالص باید به آن اضافه کرد؟

۲۰۰ (۴)

۱۸۰ (۳)

۸۰ (۲)

۳۰۰ (۱)

تاریخ آزمون
جمعه
۱۴۰۴/۰۵/۳۱

دفترچه
شماره ۳

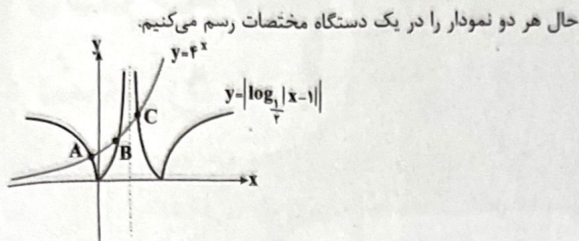
پاسخنامه پایه دوازدهم رشته ریاضی دوره دوم متوسطه

سال تحصیلی ۱۴۰۵ - ۱۴۰۴

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۱۳۵	مدت پاسخگویی: ۱۶۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال از	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۱۰	اجباری	۱	۷۰ دقیقه
		۱۰		۱۱	
		۵		۲۱	
		۵		۲۶	
		۵		۳۱	
		۱۰	اختیاری	۳۶	
		۱۰	اختیاری	۴۶	
۲	فیزیک	۱۵	اجباری	۵۶	۵۰ دقیقه
		۱۵		۷۱	
		۱۰	اختیاری	۸۶	
۳	شیمی	۱۵	اجباری	۹۶	۴۰ دقیقه
		۱۵		۱۱۱	
		۱۰	اختیاری	۱۲۶	



ملاحظه می‌شود دو نمودار یک‌دیگر را در نقاط A و B و C قطع می‌کنند بنابراین معادله دارای ۳ جواب است.

۱ ۴

$$g(x) = \log_2(4 - 4 + 4x - x^2) = \log_2(4 - (x-2)^2)$$

$$\Rightarrow \text{نقطه ماکزیم تابع } A \Big|_1 \Rightarrow f^{-1}(2) = 1 \Rightarrow f(1) = 2$$

$$\Rightarrow 2 = 1 + a \Rightarrow a = 1$$

$$x = \log_2 12 \Rightarrow 2^x = 12$$

$$\frac{2^{x+2}}{2^{1-x}} = \frac{12 \times 2^x}{2^{1-x}} = \frac{12}{2} \times 2^x \times 2^x = \frac{12}{2} \times 6^x = \frac{12}{2} \times 12 = 32$$

۲ ۵

$$f(x) = m \times 2^x \xrightarrow{x=0} f(0) = m \times 1 \Rightarrow OA = f(0) = m, OB = m$$

$$S_{OAB} = \frac{9}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} OA \times OB = \frac{1}{2} \times m \times m = \frac{9}{2} \Rightarrow m^2 = 9$$

$$\xrightarrow{m>0} m = 3$$

$$f(x) = 3 \times 2^x \Rightarrow 3 \times 2^x = 12 \Rightarrow 2^x = 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow g(12) = 2$$

$$m + g(12) = 3 + 2 = 5$$

$$(1) x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2$$

$$(2) \log_2(x-2) > 0 \Rightarrow x-2 > 1 \Rightarrow x-2 > 1 \Rightarrow x > 3$$

$$(3) \log_{\frac{1}{2}\Delta}(\log_2(x-2)) \geq 0 \Rightarrow \log_2(x-2) \leq (\frac{0}{2\Delta})^\circ$$

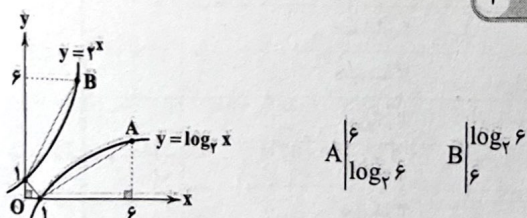
$$\Rightarrow \log_2(x-2) \leq 1 \Rightarrow x-2 \leq 2 \Rightarrow x \leq 4$$

$$D_f = (1) \cap (2) \cap (3) = (3, 4] \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases}$$

$$6 \log_3 \times 49^{\log_3 10} \times \log_{27} 10 = 7^{\log_3 100} \times 6 \log_{27} 3$$

$$= 10^2 \times 6 \times \frac{1}{3} = 200$$

۴ ۷



اکنون مجموع مساحت ۳ مثلث را یافته و مساوی $\frac{1}{2} \log_2(2 \times 6^a)$ قرار می‌دهیم.

$$\frac{1}{2} \times 1 \times 1 + \frac{1}{2} \times 5 \times \log_2 6 + \frac{1}{2} \times 5 \times \log_2 6 = \frac{1}{2} \log_2(2 \times 6^a)$$

$$\Rightarrow 1 + 10 \log_2 6 = \log_2 2 + \log_2 6^a$$

$$\Rightarrow \log_2 6^{10} = \log_2 6^a \Rightarrow a = 10$$

۱ ۸



۴ ۱

$$y = 2^x + |x| \xrightarrow{\text{سه واحد به طرف راست}} y = 2^{x-3} + |x-3|$$

$$\xrightarrow{\text{واحد به طرف پایین}} y = 2^{x-3} + |x-3| - 1$$

برای یافتن محل برخورد با محور xها باید تابع را برابر صفر قرار دهیم.

$$2^{x-3} + |x-3| - 1 = 0 \Rightarrow 2^{x-3} + |x-3| = 1 \Rightarrow x-3 + |x-3| = 1 \Rightarrow x-3 + |x-3| = 1$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \Rightarrow x-3+x-3=1 \Rightarrow 2x=7 \Rightarrow x=3.5 \\ x < 3 \Rightarrow x-3-x+3=1 \Rightarrow 0=1 \Rightarrow \text{جواب ندارد.} \end{cases}$$

$$f(x) = ka^x$$

۱ ۲

$$\frac{f(x+1)}{f(x)} = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \frac{ka^{x+1}}{ka^x} = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow a = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow f(x) = k\left(\frac{1}{\lambda}\right)^x$$

$$\xrightarrow{f(0)=5} f(x) = 5\left(\frac{1}{\lambda}\right)^x$$

$$\frac{5}{16} \leq f(x) \leq 40 \Rightarrow \frac{5}{16} \leq \frac{5}{\lambda^x} \leq 40 \xrightarrow{\div 5} \frac{1}{16} \leq \frac{1}{\lambda^x} \leq 8 \Rightarrow \frac{1}{8} \leq \lambda^x \leq 16$$

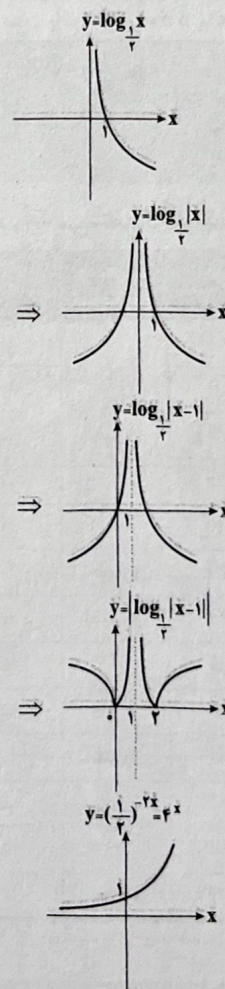
$$\Rightarrow -4 \leq -3x \leq 3 \Rightarrow -1 \leq x \leq \frac{4}{3} \Rightarrow b-a = \frac{4}{3} + 1 = \frac{7}{3}$$

۳ ۳

از روش هندسی حل معادله، ابتدا نمودارهای طرفین تساوی را

رسم کرده و تعداد نقاط برخورد دو نمودار را به عنوان تعداد جواب‌های معادله

معرفی می‌کنیم:



$$x^2 - \frac{b}{a}x - \frac{c}{a} = 0 \Rightarrow (x - \frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{2a} = \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{b^2}{4a^2} = \frac{9}{64} \Rightarrow \frac{9}{64} + \frac{c}{a} = \frac{73}{64} \Rightarrow a=4, b=3$$

$$\Rightarrow a \times b = 12$$

۱۷ ابتدا معادله سهمی رسم شده را می‌نویسیم. با توجه به این‌که در $x=1$ و $x=5$ سهمی محور طول‌ها را قطع می‌کند، داریم:

$$y = a(x-1)(x-5)$$

از طرفی سهمی از نقطه $(0, 1)$ می‌گذرد بنابراین:

$$1 = a(0-1)(0-5) \Rightarrow a = \frac{1}{5} \Rightarrow y = \frac{1}{5}(x-1)(x-5)$$

برای یافتن مقادیر h و k به روش زیر می‌توان عمل کرد:

$$y = \frac{1}{5}(x-1)(x-5) = \frac{1}{5}(x^2 - 6x + 5) = \frac{1}{5}[(x-3)^2 - 4]$$

$$= \frac{1}{5}(x-3)^2 - \frac{4}{5} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{5} \\ h = 3 \\ k = -\frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{h}{3} + \Delta(a+k) = 1 + \Delta(-\frac{3}{5}) = -2$$

$$y = a(x-h)^2 + k, a > 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (0, 25) \Rightarrow 25 = a(0-h)^2 + k \Rightarrow ah^2 = 16 \\ (1, 24) \Rightarrow 24 = a(1-h)^2 + k \Rightarrow a(1-h)^2 = 25 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{+} \frac{h^2}{(1-h)^2} = \frac{16}{25} \Rightarrow \left| \frac{h}{1-h} \right| = \frac{4}{5} \Rightarrow \begin{cases} h = \frac{4}{9} \\ h = -4 \end{cases}$$

۱۹ با توجه به این‌که علامت دو طرف ریشه $x=6$ تغییر کرده

بنابراین $ax^2 + bx - 12$ باید درجه اول باشد و $x = -5$ ریشه مخارج است.

$$\xrightarrow{a=0} bx - 12 = 0 \xrightarrow{x=-5} 6b - 12 = 0 \Rightarrow b = 2$$

$$\xrightarrow{x=-5} 2(-5) + c = 0 \Rightarrow c = 10$$

با توجه به جواب‌های به دست آمده و با توجه به این‌که b مثبت است باید برای $x > 6$ حاصل مثبت شود و چون در این‌جا منفی نوشته است. بنابراین جواب ندارد.

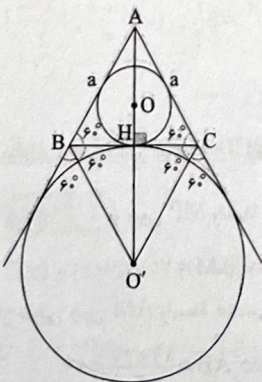
۲۰ مخارج تابع همواره مثبت است و در تعیین علامت تاثیری ندارد. واضح است که a و b ریشه‌های عبارت درجه ۲ و c ریشه داخل قدرمطلق است، پس داریم:

$$\Rightarrow c = 4, a = -1, b = 3 \Rightarrow a + b + c = 6$$

۲۱ مثلث‌های ABC و BCO' هم‌نهشت‌اند. یعنی $AO' = OH$

از طرفی O مرکز ثقل مثلث ABC بوده و $OH = \frac{1}{3}AO'$ و از

$$r = \frac{1}{3}r' \text{ یعنی } OH = \frac{1}{3}O'H \text{ آن‌جا}$$



$$\Rightarrow \frac{S_{\text{دایره محاطی}}}{S_{\text{دایره محیطی}}} = \left(\frac{r}{R}\right)^2$$

$$= \left(\frac{\frac{1}{3}r'}{R}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

۹ ۳

$$\text{عبارت} = (\log_3 15 - \log_3 3)(\log_5 100 - \log_5 25)(\log_7 72 - \log_7 8)$$

$$= \log_3 5 \times \log_5 4 \times \log_7 9 = 2 \times 2 \log_3 5 \times \log_5 2 \times \log_7 3 = 4$$

$$e^a = 3 \Rightarrow a = \log_e 3, e^b = 5 \Rightarrow b = \log_e 5$$

$$\frac{1-a-b}{12(1-b)} = \frac{1-\log_e 3 - \log_e 5}{12(1-\log_e 5)} = \frac{1-\log_e 15}{12(1-\log_e 5)} = \frac{\log_e 4}{12 \log_e 12}$$

$$= \frac{1}{12} \log_{12} 4 = \frac{1}{12} \log_{12} 2^2 = \frac{1}{6}$$

۱۱ ۳

$$x = \frac{\sqrt{5+1}}{\sqrt{5-1}} \Rightarrow x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow 2x-1 = \sqrt{5} \Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 = 5$$

$$\Rightarrow x^2 - x = 1 \Rightarrow 5x^2 - 5x = 5 \Rightarrow 5x^2 - 5x - 1 = 4$$

$$A = \sqrt{4+4\sqrt{(4+5+4\sqrt{5})-4\sqrt{5}-6}} = \sqrt{4+4\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} = 2+\sqrt{3} \Rightarrow A - \sqrt{3} = 2$$

۱۳ ۲

بررسی گزاره‌ها:

الف) اگر $a=4, b=2$ باشد، $4^2 \neq 2^2$

ب) چون a در بازه $[-1, 0]$ است، رابطه $\sqrt[3]{a} \leq \sqrt{a}$ صحیح است.

ج)

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} + \sqrt{x-4} = 2 \\ \sqrt{x+2} - \sqrt{x-4} = A \end{cases} \xrightarrow{+} x+2-x+4 = 2A$$

$$\Rightarrow 6 = 2A \Rightarrow A = 3 \Rightarrow A^2 + A = 6$$

۱۴ ۱

از اتحاد مکعب دو جمله‌ای استفاده می‌کنیم.

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$\frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 12}{2 - 12x + 6x^2 - x^3} = \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8 - 4}{2 - (x^3 - 6x^2 + 12x - 8) + 8}$$

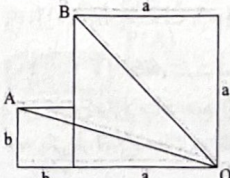
$$= \frac{(x-2)^3 - 4}{2 - (x-2)^3 - 8} = \frac{(x-2)^3 - 4}{-(x-2)^3 - 6}$$

$$\xrightarrow{x=2-\sqrt{7}} \frac{(2-\sqrt{7}-2)^3 - 4}{-(2-\sqrt{7}-2)^3 - 6} = \frac{(-\sqrt{7})^3 - 4}{-(-\sqrt{7})^3 - 6}$$

$$= \frac{-7-4}{7-6} = \frac{-11}{1} = -11$$

$$= \frac{-7-4}{7-6} = \frac{-11}{1} = -11$$

۱۵ ۴

اضلاع مربع بزرگ و کوچک را به ترتیب a و b فرض می‌کنیم:

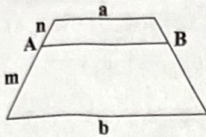
$$\left. \begin{aligned} OA^2 &= (a+b)^2 + b^2 \\ OB^2 &= a^2 + a^2 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{OA=OB} 2b^2 + 2ab - a^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2\left(\frac{b}{a}\right)^2 + 2\left(\frac{b}{a}\right) - 1 = 0 \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}-1}{2} > 0$$

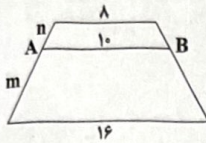
$$\Rightarrow \frac{\text{مساحت مربع کوچک}}{\text{مساحت مربع بزرگ}} = \frac{b^2}{a^2} = \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}(4-2\sqrt{3})$$

$$= \frac{1}{4}(2-\sqrt{3})$$

۲۷ ۲ با توجه به قضیه تالس در دوزنقه داریم:

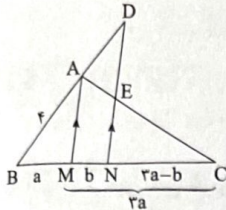


$$AB = \frac{ma + nb}{m + n}$$



$$\begin{aligned} \frac{\lambda m + 16n}{m + n} &= 10 \\ \Rightarrow \lambda m + 16n &= 10m + 10n \\ \Rightarrow 6n &= 2m \Rightarrow \frac{n}{m} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

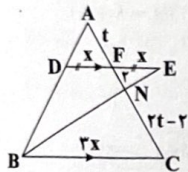
۲۸ ۱ اگر $MB = a$ باشد، آن گاه $MC = 3a$ است و اگر $MN = b$ باشد، داریم:



$$\begin{aligned} \Delta BDN : \Delta AMN &\parallel \text{تالس} \Rightarrow \frac{BA}{AD} = \frac{BM}{MN} \Rightarrow \frac{4}{AD} = \frac{a}{b} \\ \Rightarrow \frac{AD}{4} &= \frac{b}{a} \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta AMC : \Delta ENM &\parallel \text{تالس} \Rightarrow \frac{CE}{AC} = \frac{NC}{MC} \\ \Rightarrow \frac{AC - CE}{AC} &= \frac{MC - NC}{MC} \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{MN}{MC} \\ \Rightarrow \frac{AE}{6} &= \frac{b}{3a} \Rightarrow \frac{AE}{2} = \frac{b}{a} \quad (2) \\ (1), (2) &\Rightarrow \frac{AD}{4} = \frac{AE}{2} \Rightarrow \frac{AD}{AE} = 2 \end{aligned}$$

۲۹ ۲ با توجه به شکل داریم:



$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AF}{AC} = \frac{DF}{BC} \Rightarrow \frac{t}{3t} = \frac{x}{BC} \Rightarrow BC = 3x$$

$$\Delta FEN \sim \Delta BNC \Rightarrow \frac{FE}{BC} = \frac{FN}{NC}$$

$$\frac{x}{3x} = \frac{2}{2t-2} \Rightarrow t = 4 \Rightarrow AC = t + 2 + 2t - 2 = 3t \Rightarrow AC = 12$$

۳۰ ۴ نکته: نسبت محیط دو مثلث متشابه، همان نسبت تشابه می باشد. فرض کنیم اضلاع مثلث دوم a, b, c باشد، نسبت تشابه، نسبت ضلع با طول a به یکی از اضلاع مثلث به اضلاع $10, 12, 6$ می باشد. بنابراین:

$$k = \frac{12}{8} \text{ یا } \frac{10}{8} \text{ یا } \frac{6}{8}$$

از طرفی: $\frac{\text{محیط مثلث اول}}{\text{محیط مثلث دوم}} = k \Rightarrow \text{محیط مثلث دوم} = k \times \text{محیط مثلث اول}$ بنابراین هر چقدر مقدار k کم تر باشد، محیط مثلث دوم بیشتر خواهد بود، در

بین مقادیر k ، مقدار $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ کم ترین است، پس:

$$\text{حداکثر مقدار محیط مثلث دوم} = \frac{12 + 10 + 6}{\frac{3}{4}} = \frac{28}{\frac{3}{4}} = \frac{112}{3}$$

۲۲ ۱ می دانید که قرینه نقطه A نسبت به نقطه M برابر است با:

$$A' = 2M - A$$

ابتدا قرینه نقطه A و B را نسبت به نقطه $M(-1, 3)$ به دست می آوریم.

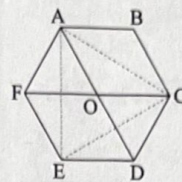
$$A \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}, M \begin{vmatrix} -1 \\ 3 \end{vmatrix} \Rightarrow A' \begin{vmatrix} -1 \\ 5 \end{vmatrix}$$

$$B \begin{vmatrix} -2 \\ 5 \end{vmatrix}, M \begin{vmatrix} -1 \\ 3 \end{vmatrix} \Rightarrow B' \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

پس معادله خط گذرا از نقاط A' و B' را می نویسیم:

$$y - 1 = \frac{5 - 1}{-1 - 0}(x - 0) \Rightarrow y - 1 = -\frac{4}{1}x \Rightarrow 4x + y - 5 = 0$$

۲۳ ۳ پاره خط AC با دوران 120° پادساعتگرد روی AE تصویر می شود و بازتاب AE نسبت به قطر BE پاره خط CE است.

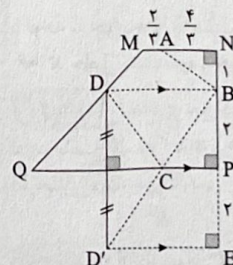


۲۴ ۳

با تجانس مستقیم هیچ گاه نمی توان ۲ دایره متمایز با شعاع مساوی را روی یک دیگر تصویر کرد. ولی با سایر تبدیل های نوشته شده این کار امکان پذیر است.

۲۵ ۴ با توجه به اطلاعات داده شده، $AM = \frac{2}{3}$ و $AN = \frac{4}{3}$ و $BP = 2$ و $NB = 1$ به دست می آید، همچنین طبق عکس قضیه تالس در دوزنقه، BD با قاعده موازی است همچنین:

$$BD = \frac{2MN + PQ}{3} = 3$$



اگر نقطه D را نسبت به PQ بازتاب دهیم تا به D' برسیم، آن گاه نقطه C محل تلاقی BD' و PQ است. همچنین مطابق شکل مثلث BED' در رأس E قائمه است و داریم:

$$ED' = BD = 3, BD' = \sqrt{BE^2 + ED^2} = 5$$

$$AB = \sqrt{1^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \frac{5}{3}$$

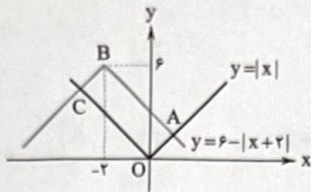
بنابراین طول مسیر شکسته $ABCD$ برابر $\frac{5}{3} + \frac{5}{3} = \frac{10}{3}$ است.

۲۶ ۱ چون MP واسطه هندسی بین AM و BT است داریم:

$$MP^2 = AM \times BT \Rightarrow 6^2 = AM \times 3 \Rightarrow AM = 12$$

از طرفی چون AM واسطه هندسی بین AB و MP است، داریم:

$$AM^2 = AB \times MP \Rightarrow 12^2 = AB \times 6 \Rightarrow AB = \frac{12 \times 12}{6} = 24$$



A نقطه $\begin{cases} y=x \\ y=6-x-2 \end{cases} \Rightarrow y=2 \Rightarrow A \begin{vmatrix} 2 \\ 2 \end{vmatrix}$

چهارضلعی حاصل مستطیلی به عرض OA و طول AB است.

$O \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}, A \begin{vmatrix} 2 \\ 2 \end{vmatrix} \Rightarrow OA = 2\sqrt{2}$

$A \begin{vmatrix} 2 \\ 2 \end{vmatrix}, B \begin{vmatrix} 2 \\ 6 \end{vmatrix} \Rightarrow AB = 4\sqrt{2}$

$\Rightarrow S = OA \times AB = 2\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = 16$

۲ ۳۷

از روی نمودار $f(-5)=0, f(-1)=0, f(3)=0$

$f(2k+5)=0 \Rightarrow (2k+5)=-5 \text{ یا } 2k+5=-1 \text{ یا } 2k+5=3$

$\Rightarrow (k=-5 \text{ یا } k=-3 \text{ یا } k=-1) \Rightarrow$ حاصل ضرب $= -15$

۲ ۳۸

$3 \leq x \leq 5 \Rightarrow 2 \leq x-1 \leq 4$

$\Rightarrow 2 \leq 1 - \frac{x}{2} \leq 4 \Rightarrow 1 \leq \frac{-x}{2} \leq 3 \Rightarrow -6 \leq x \leq -2$

$\Rightarrow D_{\text{جدید}} = [-6, -2]$

$-1 \leq 2f(x) - 3 \leq 3 \Rightarrow 2 \leq 2f(x) \leq 6$

$\Rightarrow 1 \leq f(x) \leq 3 \Rightarrow -9 \leq -2f(x) \leq -3$

$\Rightarrow -12 \leq -2f(x) - 3 \leq -6 \Rightarrow R_{\text{جدید}} = [-12, -6]$

$D_{\text{جدید}} \cup R_{\text{جدید}} = [-12, -2] \Rightarrow b-a=10$

۱ ۳۹

در تابع $g(x) = -2f(2x-1) + 1$ به دلیل ضریب (-2)

وضعیت یکنوایی تابع $g(x)$ برعکس وضعیت تابع $f(x)$ است. یعنی در بازه‌ای که تابع $f(x)$ اکیداً صعودی است در بازه نظیر آن در $g(x)$ تابع اکیداً نزولی است.

تابع $f(x)$ در بازه $[-1, 2]$ اکیداً صعودی است. این بازه در تابع $g(x)$ تبدیل به بازه زیر خواهد شد.

$\left[\frac{-1+1}{2}, \frac{2+1}{2}\right] = \left[0, \frac{3}{2}\right]$

بنابراین تابع $g(x)$ در بازه $\left[0, \frac{3}{2}\right]$ اکیداً نزولی است.

۳ ۴۰

هرگاه تابعی هم صعودی و هم نزولی باشد، آن تابع ثابت است.

پس:

$f(x) = (a-1)x^2 + (b-2)x + a + b \Rightarrow \begin{cases} a-1=0 \Rightarrow a=1 \\ b-2=0 \Rightarrow b=2 \end{cases}$

اکنون $g(x) = x^2 + 2x + 3$ خواهد بود و این تابع در بازه $(-1, +\infty)$ اکیداً صعودی است، پس کم‌ترین مقدار $m = -1$ است.

۲ ۳۶

$P(1)=x, P(2)=\frac{x}{2}, P(3)=\frac{x}{3}, \dots, P(6)=\frac{x}{6}$

۴ ۳۱

$P(1)+P(2)+P(3)+P(4)+P(5)+P(6)=1$

$\Rightarrow x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} + \frac{x}{6} = 1$

$\Rightarrow x = \frac{60}{147}$

$\Rightarrow P(\{3, 4\}) = P(3) + P(4) = \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = \frac{7x}{12} = \frac{7}{12} \times \frac{60}{147} = \frac{5}{21}$

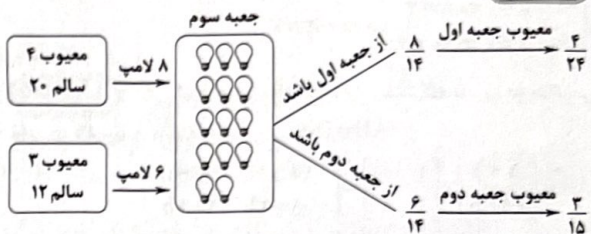
۱ ۳۲

%۶	%۹۴	%۱۰	%۹۰
تجدید	قبولی	تجدید	قبولی
	%۴۵ دختران		%۵۵ پسران

با توجه به قانون احتمال کل داریم:

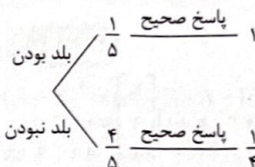
$\frac{94}{100} \times \frac{45}{100} + \frac{90}{100} \times \frac{55}{100} = \frac{4230}{10000} + \frac{4950}{10000} = \frac{9180}{10000} = 0.918 = 91.8\%$

۲ ۳۳



$P(\text{معیوب}) = \frac{4}{14} \times \frac{3}{24} + \frac{6}{14} \times \frac{5}{15} = \frac{19}{105}$

۳ ۳۴ B_1 و B_2 را به ترتیب پیشامد بلد بودن و بلد نبودن و A را پیشامد پاسخ صحیح بگیرد. $P(B_2|A)$ را خواسته است.



$\Rightarrow P(A) = \frac{1}{5} \times 1 + \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{5}$

اکنون طبق قاعده بیز:

$P(B_2|A) = \frac{P(B_2)}{P(A)} \times P(A|B_2) = \frac{4}{2} \times \frac{1}{4} = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2} = 50\%$

۲ ۳۵ اگر احتمال قبولی سعید و حمید در کنکور را به ترتیب A و B فرض کنیم داریم:

$P(A) = 0.7 \quad P(B) = 0.5$

A و B دو پیشامد مستقل هستند، پس داریم:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$
 $= 0.7 + 0.5 - 0.35 = 0.85$

$P(A|(A \cup B)) = \frac{P(A \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} = \frac{P(A)}{P(A \cup B)}$

$= \frac{0.7}{0.85} = \frac{70}{85} = \frac{14}{17}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2m=6 \Rightarrow m=3 \\ 2p=12 \Rightarrow p=6 \Rightarrow m+n+p=19 \\ -n=-12 \Rightarrow n=12 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} a-1 & b \\ 2c & 2d^2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -1=a-1 \Rightarrow a=0 \\ b=-4 \\ 1=2c \Rightarrow c=\frac{1}{2} \\ 2d^2=-2 \Rightarrow d=-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a+d}{b+c} = \frac{0-1}{-4+\frac{1}{2}} = \frac{-1}{-\frac{7}{2}} = \frac{2}{7}$$

ابتدا ماتریس $B \times A$ را به دست می آوریم:

$$B \times A = \begin{bmatrix} -1 & n \\ m & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2-2n & -3+n \\ 2m-8 & 3m+4 \end{bmatrix}$$

برای قطری بودن ماتریس $B \times A$ باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} -3+n=0 \Rightarrow n=3 \\ 2m-8=0 \Rightarrow m=4 \end{cases} \Rightarrow m+n=7$$

زمانی اتحادها در ماتریس برقرار است که ضرب دو ماتریس

خاصیت جابه جایی داشته باشد، یعنی $AB=BA$

$$AB = \begin{bmatrix} a & 3 \\ -9 & b \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a+9 & -a+12 \\ -18+3b & 9+4b \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a & 3 \\ -9 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a+9 & 6-b \\ 3a-36 & 9+4b \end{bmatrix}$$

$$AB=BA \Rightarrow -a+12=6-b \Rightarrow a-b=6 \xrightarrow{+b} \frac{a}{b}-1=\frac{6}{b}$$

$$\Rightarrow \frac{a-6}{b}=1 \Rightarrow \frac{b}{a-6}=1 \Rightarrow \frac{3b}{a-6}=3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+3 & 2x+2 & x+1 \\ x+1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ x \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x + 2x + 3 + x + 1 = x^2 + 6x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow \text{مجموع مربعات ریشه ها} = x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P$$

$$= (-6)^2 - 2(4) = 28$$

۵۰ بنا به رابطه کیلی - همیلتن در ماتریس 2×2 .

$A^2 = \alpha A + \beta I$ است که α برابر مجموع درایه های قطر اصلی است و β برابر قرینه دترمینان است.

$$\alpha = 2+4=6$$

$$(2+\sqrt{3})^2 = 4+3+4\sqrt{3} = 7+4\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \sqrt[4]{7+4\sqrt{3}} = \sqrt[4]{(2+\sqrt{3})^2} = \sqrt{2+\sqrt{3}}$$

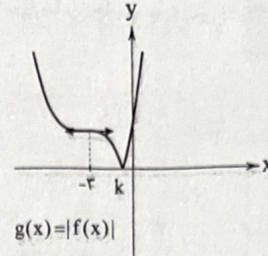
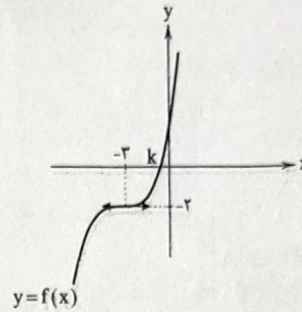
$$(2-\sqrt{3})^2 = 4-3-4\sqrt{3} = 1-4\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \sqrt[4]{1-4\sqrt{3}} = \sqrt[4]{(2-\sqrt{3})^2} = \sqrt{2-\sqrt{3}}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & \sqrt{2-\sqrt{3}} \\ \sqrt{2+\sqrt{3}} & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 8 - (\sqrt{4-3}) = 7 \Rightarrow \beta = -7$$

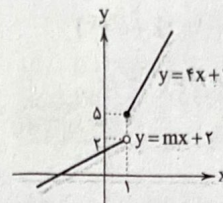
$$\alpha + \beta = 6 - 7 = -1$$

۱ ۴۱



$$f(x) = (x+2)^2 - 2 \xrightarrow{y=0} (k+2)^2 - 2 = 0 \Rightarrow k = \sqrt{2} - 2$$

۲ ۴۲



$$f(x) = \begin{cases} 4x+1 & ; x \geq 1 \Rightarrow \text{شیب} = 4 > 0 \\ mx+2 & ; x < 1 \Rightarrow \text{شیب} = m \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \geq \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \Rightarrow 4(1)+1 \geq m+2 \Rightarrow m \leq 3 \quad (2)$$

$$(2), (1) \Rightarrow 0 \leq m \leq 3 \Rightarrow b-a=3$$

۴۳ تابع $f(x)$ اکیداً صعودی است، بنابراین:

الف) $f(-x)$ و $-f(x)$ اکیداً نزولی هستند، بنابراین $g(x)$ اکیداً نزولی است.

ب) $g(x)$ اکیداً نزولی است، بنابراین $g^{-1}(x)$ نیز اکیداً نزولی است.

برای تعیین دامنه $h(x)$ داریم:

$$g^{-1}(|2x-1|) - g^{-1}(|x+1|) \geq 0 \Rightarrow g^{-1}(|2x-1|) \geq g^{-1}(|x+1|)$$

$$\xrightarrow{\text{گ}^{-1} \text{ اکیداً نزولی}} |2x-1| \leq |x+1|$$

$$\Rightarrow (2x-1+x+1)(2x-1-x-1) \leq 0$$

$$\Rightarrow (3x)(x-2) \leq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 2 \Rightarrow D_{h(x)} = [0, 2]$$

$$\max(b-a) = 2-0=2$$

۴۴ تابع f از انتقال x^2 ساخته شده است.

$$f(x) = x^2 - 6x^2 + 12x - 8 + 8 + m + 1 = (x-2)^2 + 9 + m$$

برای این که $f(x)$ از ناحیه چهارم عبور نکند، باید $f(0) \geq 0$ باشد، بنابراین:

$$f(0) = m+1 \geq 0 \Rightarrow m \geq -1 \Rightarrow \text{Min}(m) = -1$$

۴۵ مرکز تقارن تابع $(k, 4)$ و تابع نزولی است. بنابراین ضابطه

تابع به صورت $y = -(x-k)^2 + 4$ خواهد بود. از طرفی تابع از نقطه

$$(0, 12) \text{ می گذرد و داریم: } 12 = k^2 + 4 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow y = -(x-2)^2 + 4$$

$$\Rightarrow y = -x^2 + 4x^2 - 12x + 12$$

۵۵ ۱

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

اگر $A^2 = I$ باشد، آن گاه داریم:

$$A^n = \begin{cases} A & \text{فرد } n \\ I & \text{زوج } n \end{cases}$$

می‌دانیم $n!$ یک عدد زوج است.

$$A^{57} - A^{71} = A - I = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

 $(A^{57} - A^{71})$ = مجموع درایه‌های ماتریس = ۰

فیزیک

۵۶ ۴ اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری از رابطه $V = \varepsilon - Ir$

به دست می‌آید، بنابراین:

$$\begin{cases} V = \varepsilon - Ir \\ I = \frac{\varepsilon}{R+r} \end{cases} \Rightarrow V = \varepsilon - \frac{\varepsilon r}{R+r} = \frac{\varepsilon R + \varepsilon r - \varepsilon r}{R+r} = \frac{\varepsilon R}{R+r}$$

پس در دو حالت داریم:

$$\text{حالت اول: } V = \frac{R\varepsilon}{R+r} = \frac{20\varepsilon}{20+4} \Rightarrow V = \frac{20}{24}\varepsilon = \frac{5}{6}\varepsilon$$

$$\text{حالت دوم: } V' = \frac{1}{2}V \Rightarrow \frac{5}{12}\varepsilon = \frac{R'\varepsilon}{R'+r} \Rightarrow \frac{5}{12} = \frac{R'}{R'+4}$$

$$\Rightarrow 12R' = 5R' + 20 \Rightarrow 7R' = 20 \Rightarrow R' = -\frac{120}{7}\Omega$$

$$\Delta R = R' - R = \frac{20}{7} - 20 = \frac{20 - 140}{7} = -\frac{120}{7}\Omega$$

در نتیجه:

۵۷ ۱ نیروی محرکه الکتریکی باتری (ε) به مشخصات ساختمانی

آن بستگی داشته و مقاومت الکتریکی مدار روی آن تأثیری ندارد.

$$V_1 = \varepsilon$$

۵۸ ۳ زمانی که کلید K باز است:

$$V_p = \varepsilon - Ir$$

وقتی کلید K بسته می‌شود:از آن جایی که $V_1 = V_p$ است، پس:

$$V_1 = V_p \Rightarrow Ir = 0 \Rightarrow r = 0$$

۵۹ ۲ ولت‌سنج V_1 به صورت متوالی با مدار بسته شده است، از

آن‌جا که مقاومت آن بسیار زیاد است، جریان مدار صفر است. در نتیجه افت

پتانسیل در باتری و مقاومت‌ها صفر است، پس هر دو ولت‌سنج، نیروی محرکه

باتری را نمایش می‌دهند. $V_1 = V_p = \varepsilon$ ۶۰ ۴ به ازای مقادیر R_1 و R_p برای رؤس‌تأ شدت جریان‌های

$$I_p = \frac{\varepsilon}{R_p + r} \text{ و } I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r}$$

مقادیر توان خروجی باتری ($P = \varepsilon I - rI^2$) یکسان باشد، می‌توانیم بنویسیم:

$$P_1 = P_p \Rightarrow \varepsilon I_1 - rI_1^2 = \varepsilon I_p - rI_p^2$$

$$\Rightarrow \varepsilon \times \frac{\varepsilon}{R_1 + r} - r\left(\frac{\varepsilon}{R_1 + r}\right)^2 = \varepsilon \times \frac{\varepsilon}{R_p + r} - r\left(\frac{\varepsilon}{R_p + r}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{\varepsilon^2}{R_1 + r} - \frac{r\varepsilon^2}{(R_1 + r)^2} = \frac{\varepsilon^2}{R_p + r} - \frac{r\varepsilon^2}{(R_p + r)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_1 + r} - \frac{r}{(R_1 + r)^2} = \frac{1}{R_p + r} - \frac{r}{(R_p + r)^2}$$

۵۱ ۴ ابتدا توان‌های A را حساب می‌کنیم.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

⋮

$$A^n = \begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$BA^n = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 4n+1 \\ 3 & 3n+2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 4n+1=50 \Rightarrow n=12 \\ 3n+2=65 \Rightarrow n=21 \end{cases}$$

۵۲ ۴

$$A^2 + 2AB + A + 2B = A(A+2B) + A + 2B$$

$$= (A+2B)(A+I) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 & -3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

$$2AB - BA = 0 \Rightarrow 2AB = BA$$

۵۳ ۳

$$B^T A = B^T (BA) = B^T (2AB) = 2B^T AB = 2B(BA)B$$

$$= 2B(2AB)B = 4(BA)B^T$$

$$= 4(2AB)B^T = 27AB^T \Rightarrow k=27$$

۵۴ ۴ می‌دانیم به‌طور کلی ماتریس‌ها تعویض‌پذیر نیستند بنابراین

اتحادها در آن همیشه برقرار نیست.

$$(A-B)^T = (A-B)(A-B) = A^T - AB - BA + B^T$$

$$\Rightarrow A^T + B^T = A^T - AB - BA + B^T \Rightarrow -AB - BA = 0$$

$$\Rightarrow -AB = BA$$

$$AB = \begin{bmatrix} m & 1 \\ 0 & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -m & n \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m^2 + 1 & mn + 2 \\ n & 2n \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} -m & n \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m & 1 \\ 0 & n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m^2 & -m + n^2 \\ m & 1 + 2n \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} m^2 - 1 = -m^2 \Rightarrow m^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow m = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -AB = BA \Rightarrow \begin{cases} m = -n \Rightarrow n = \mp \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 1 + 2n = -2n \Rightarrow n = -\frac{1}{4} \end{cases} \end{cases}$$

$$\cap \rightarrow m, n \in \emptyset$$

با توجه به این‌که هیچ مقداری برای m, n یافت نمی‌شود، پس تساوی

ماتریس داده شده برقرار نیست.

۶۳ در زمانی که مانند سؤال، مقاومت‌ها به صورت متوالی در مدار بسته شده‌اند، ولتاژ دو سر آن‌ها به نسبت مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، بنابراین:

$$R_F \Rightarrow V$$

$$R_A = 2R_F \Rightarrow 2V$$

$$R_{16} = 4R_F \Rightarrow 4V$$

ولتاژ کل (ولتاژ دو سر باتری) برابر با مجموع ولتاژ هر یک از مقاومت‌ها است، بنابراین:

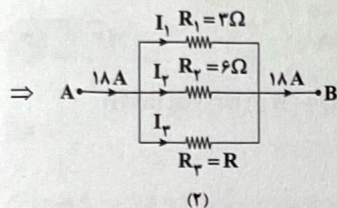
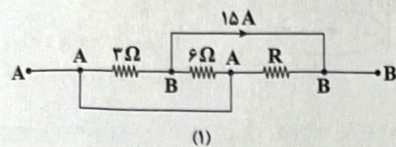
$$V_T = V_F + V_A + V_{16} = V + 2V + 4V = 7V$$

۶۴ با بستن کلید K، لامپ L_P وارد مدار می‌شود و چون با لامپ L_P موازی است، مقاومت کل مدار کاهش می‌یابد، بنابراین:

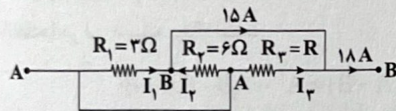
$$I \uparrow = \frac{\varepsilon}{R_{eq} \downarrow + r} \Rightarrow \text{نور لامپ } L_P \text{ افزایش می‌یابد.}$$

از طرفی با وصل کلید K، جریان از دو شاخه موازی می‌گذرد و جریان گذرنده از لامپ L_P کاهش می‌یابد و در نتیجه نور لامپ L_P کم می‌شود.

۶۵ با نامگذاری گره‌ها مدار را ساده می‌کنیم.



با توجه به جهت جریان‌ها در شکل شماره (۲) جهت جریان‌ها را در شکل شماره (۱) مشخص نموده و اندازه آن‌ها را به کمک قاعده انشعاب به دست می‌آوریم:



$$I_1 + I_2 = 15A \quad \begin{cases} R_1 = \frac{1}{2}R_2 \\ I_1 = 2I_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_2 = 5A \\ I_1 = 10A \end{cases}$$

$$15 + I_3 = 18 \Rightarrow I_3 = 3A$$

بنابراین:

مقاومت مجهول R_P با سایر مقاومت‌های مجموعه موازی است بنابراین اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن با اختلاف پتانسیل الکتریکی سایر مقاومت‌های مجموعه برابر است، بنابراین:

$$V_P = V_2 = V_1 = I_2 R_P = I_1 R_1 = 30V$$

با داشتن مقادیر جریان و اختلاف پتانسیل الکتریکی مقاومت R_P ، توان مصرفی آن را به کمک رابطه $P = VI$ به دست می‌آوریم:

$$P_P = I_P V_P = 3 \times 30 = 90W$$

۶۶ چون باتری، آرمانی است، بنابراین اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن با نیروی محرکه‌اش برابر خواهد بود، بنابراین:

$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - Ir \xrightarrow{r=0} V = \varepsilon = 40V$$

مقاومت‌های R_P و R_F متوالی هستند، بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر

$$R_{P,F} = R_P + R_F = 24 + 16 = 40\Omega$$

است با:

$$\xrightarrow{\text{مخرج مشترک می‌گیریم}} \frac{R_1}{(R_1 + r)^2} = \frac{R_2}{(R_2 + r)^2}$$

$$\Rightarrow R_1(R_2 + r)^2 = R_2(R_1 + r)^2$$

$$\Rightarrow R_1(R_2^2 + 2R_2r + r^2) = R_2(R_1^2 + 2R_1r + r^2)$$

$$\Rightarrow R_1R_2^2 - R_2R_1^2 = R_2r^2 - R_1r^2$$

$$\Rightarrow R_1R_2(R_2 - R_1) = r^2(R_2 - R_1) \Rightarrow r = \sqrt{R_1R_2}$$

با توجه به مقادیر ارائه شده در صورت سؤال برای R_1 و R_2 خواهیم داشت:

$$r = \sqrt{0.2 \times 20} = \sqrt{4} = 2\Omega$$

۶۱ می‌دانیم بیشینه جریانی که از باتری می‌توان گرفت مربوط به

حالتی است که تنها مقاومت موجود در مدار که در برابر عبور جریان ایستادگی می‌کند، مقاومت داخلی باتری باشد، یعنی داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{R_{eq}=0} I = I_{\max} \rightarrow I_{\max} = \frac{\varepsilon}{r}$$

$$\xrightarrow{I_{\max}=18A} \varepsilon = 18r \quad (1)$$

بیشینه توان خروجی باتری در این حالت از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$P = VI \xrightarrow{V=\varepsilon-Ir} P = \varepsilon I - Ir^2$$

$$\Rightarrow P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r} \xrightarrow{P_{\max}=64/8W, \varepsilon=18r} \frac{(18r)^2}{4r} = 64/8$$

$$\Rightarrow \frac{324r^2}{4r} = 64/8$$

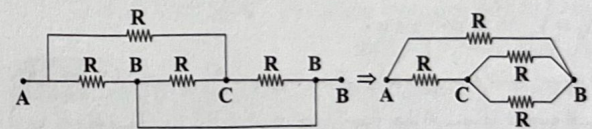
$$\Rightarrow 81r = 64/8 \Rightarrow r = \frac{64/8}{81} = 0.8\Omega \Rightarrow r = 0.8\Omega$$

با جایگذاری مقدار مقاومت داخلی باتری ($r = 0.8\Omega$) در رابطه (۱) داریم:

$$\varepsilon = 18r = 18 \times 0.8 = 14.4V$$

۶۲ ابتدا مدار معادل را با نامگذاری نقاط مدار در حالت کلید بسته

رسم می‌کنیم:

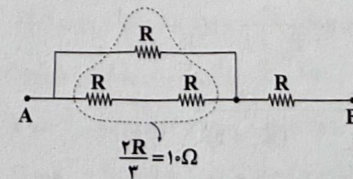


مقاومت معادل شاخه پایین مدار معادل برابر $\frac{3}{4}R$ و مقاومت معادل کل مدار

برابر است با:

$$R_{eq1} = \frac{\frac{3}{4}R \times R}{\frac{3}{4}R + R} = \frac{3}{7}R = 9\Omega \Rightarrow R = 15\Omega$$

حال اگر کلید K باز شود، وضعیت مدار به صورت زیر است و مقاومت معادل برابر است با:



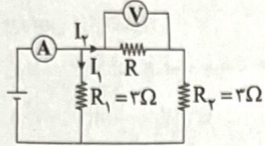
$$R_{eq2} = 10 + 15 = 25\Omega$$

۶۹ ۲ ابتدا مقاومت معادل مقاومت‌های ۴ و ۱۲ اهمی را محاسبه می‌کنیم:

$$R_{4,12} = \frac{4 \times 12}{4+12} = 3\Omega$$

$$I = I_1 + I_2 = 20A \Rightarrow I_1 = 20 - I_2$$

بنابراین چون مقاومت معادل مقاومت‌های R و R_۲ با مقاومت R_۱ موازی هستند، داریم:



$$(R + R_2)I_2 = R_1 I_1$$

$$\Rightarrow (R + 3)I_2 = 3I_1$$

$$\Rightarrow (R + 3)I_2 = 3(20 - I_2)$$

$$\Rightarrow RI_2 + 3I_2 = 60 - 3I_2$$

$$RI_2 = 6V \rightarrow 6 + 3I_2 = 60 - 3I_2 \Rightarrow 6I_2 = 54 \Rightarrow I_2 = 9A$$

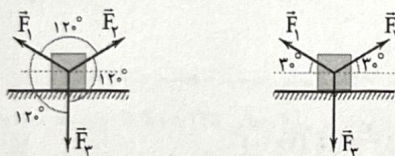
از طرفی:

$$RI_2 = 6 \Rightarrow R = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}\Omega$$

۷۰ ۳ با بسته شدن کلید K یک مقاومت موازی به مدار اضافه شده و مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد، در نتیجه شدت جریان مدار افزایش یافته و آمپرسنج عدد بیشتری را نشان خواهد داد. در عین حال با افزایش جریان گذرنده از مقاومت "R"، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر این مقاومت، افزایش یافته و ولتسنج نیز مقدار بیشتری را نشان می‌دهد.

۷۱ ۳ از آنجا که حرکت در هوا صورت می‌گیرد، به دلیل وجود مقاومت هوا، انرژی مکانیکی جسم به طور مداوم در طول مسیر کاهش می‌یابد.

۷۲ ۱ ابتدا مؤلفه نیروها را در راستای افقی می‌یابیم:



$$\vec{F}_1 \cos 30^\circ - \vec{F}_2 \cos 30^\circ$$

$$F_{\text{خالص}} = F_2 \cos 30^\circ - F_1 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}F - \frac{\sqrt{3}}{2}F = 0$$

$$\Rightarrow W_t = (F_{\text{خالص}} \cos \theta) d = 0$$

۷۳ ۱ تندی ثانویه و انرژی جنبشی ثانویه جسم برابر است با:

$$\begin{cases} v_2 = v_1 + 10 \\ K_2 = K_1 + \frac{125}{100} K_1 = \frac{225}{100} K_1 \end{cases}$$

با استفاده از رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{\text{ثابت } m} \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{225}{100} = \left(\frac{v_1 + 10}{v_1}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \left(\frac{v_1 + 10}{v_1}\right) = \frac{15}{10} \Rightarrow 10v_1 + 100 = 15v_1 \Rightarrow 5v_1 = 100$$

$$\Rightarrow v_1 = 20 \frac{m}{s}$$

پس انرژی جنبشی اولیه جسم برابر است با:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times (20)^2 = 800J$$

شدت جریان گذرنده از آن‌ها برابر با جریان گذرنده از مقاومت معادلشان است،

$$I_{3,4} = \frac{V_{3,4}}{R_{3,4}} = \frac{V_{\text{باتری}}}{R_{3,4}} = \frac{40}{40} = 1A$$

بنابراین:

مقاومت‌های R_۲ و R_۱ متوالی هستند، بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

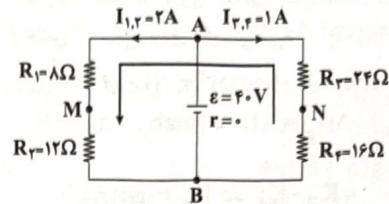
$$R_{1,2} = R_1 + R_2 = 8 + 12 = 20\Omega$$

شدت جریان گذرنده از آن‌ها برابر با جریان گذرنده از مقاومت معادلشان است،

$$I_{1,2} = \frac{V_{1,2}}{R_{1,2}} = \frac{V_{\text{باتری}}}{R_{1,2}} = \frac{40}{20} = 2A$$

بنابراین:

با توجه به قطب‌های باتری جهت جریان گذرنده از مقاومت‌ها را به صورت زیر تعیین کرده و از نقطه N در مسیر نشان داده شده به سمت نقطه M حرکت می‌کنیم تا اختلاف پتانسیل الکتریکی موردنظر به دست آید:



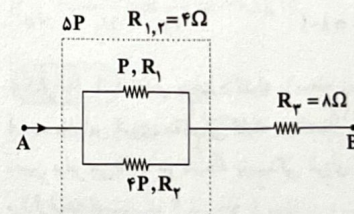
$$V_N + I_{3,4} \times R_3 - I_{1,2} \times R_1 = V_M$$

$$\Rightarrow V_N + 24 - 16 = V_M \Rightarrow V_M - V_N = 8V$$

۶۷ ۲ توان در شاخه‌های موازی با اندازه مقاومت، رابطه عکس دارد، بنابراین به بزرگ‌ترین مقاومت در شاخه موازی توان P را اختصاص می‌دهیم.

اندازه مقاومت ۵۵Ω، $\frac{1}{4}$ مقاومت ۲۰Ω است، بنابراین توان آن ۴ برابر می‌باشد.

مقاومت معادل شاخه‌های موازی برابر $R_{1,2} = \frac{20 \times 5}{20+5} = 4\Omega$ و توان کل مصرفی شاخه‌های موازی برابر $P + 4P = 5P$ است.



در مقاومت‌های متوالی، توان با اندازه مقاومت، رابطه مستقیم دارد، بنابراین توان مقاومت ۸Ω، ۲ برابر توان مقاومت ۴Ω بوده و توان آن برابر ۱۰P می‌باشد.

در بین مقاومت‌های مجموعه مقاومت R_۲ دارای بیشترین توان مصرفی می‌باشد که برای رسیدن به پاسخ سؤال، توان این مقاومت را به مجموع توان مقاومت‌های بین دو نقطه A و B تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{P_{\text{max}}}{P_{\text{مصرفی کل}}} = \frac{10P}{15P} = \frac{2}{3}$$

۶۸ ۴ ابتدا مقدار جریان در مدار را محاسبه می‌کنیم:

$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow 22 = 24 - I \Rightarrow I = 2A$$

از طرفی می‌دانیم که $V = RI$ که در آن R مقاومت معادل مدار است، بنابراین:

$$22 = (2 + \frac{10R}{R+10} + 1) \times 2 \Rightarrow 2 + \frac{10R}{R+10} + 1 = 11 \Rightarrow \frac{10R}{R+10} = 8$$

$$\Rightarrow 10R = 8R + 80 \Rightarrow 2R = 80 \Rightarrow R = 40\Omega$$

۷۸ ۴ به دلیل شرایط خلأ، انرژی مکانیکی گلوله پایسته است. بنابراین انرژی مکانیکی گلوله در تمام نقاط مسیر، ثابت است.

$$E_1 = E_2$$

$$(۲) \bullet v_2 = 0$$

$$(۲) \bullet K_2 = 200J$$

$$(۲) \bullet U_2 = 124J$$

$$(۱) \bullet v_1$$

$$\Rightarrow v_1^2 = \frac{324}{4} = 81 \Rightarrow v_1 = 9 \frac{m}{s}$$

۷۹ ۱ با توجه به نمودار داده شده در سؤال، ابتدا جرم جسم را حساب می‌کنیم:

$$|\Delta U_g| = \Delta K \Rightarrow mgh = 400 \Rightarrow m \times 10 \times 20 = 400 \Rightarrow m = 2kg$$

اکنون برای محاسبه انرژی جنبشی جسم هنگام عبور از وضع تعادل با استفاده از قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$\Delta h = L - L \cos 53^\circ = 2(1 - 0.6) = 0.8m$$

$$|\Delta U_g| = \Delta K \Rightarrow |mgh_B - mgh_A|$$

$$= K_B - K_A \Rightarrow K_B = mg|\Delta h|$$

$$\Rightarrow K_B = 2 \times 10 \times 0.8 = 16J$$

۸۰ ۲ انرژی جنبشی جسم در لحظه برخورد با فنر برابر است با:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times (10)^2 = 100J$$

هنگامی حداکثر انرژی در فنر ذخیره می‌شود که جسم تمام انرژی جنبشی اولیه خود را به فنر بدهد و متوقف شود. از طرفی طبق اطلاعات داده شده در سؤال در هنگام برخورد جسم با فنر، ۲۰ درصد از انرژی جسم تلف می‌شود. در این صورت حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر برابر است با:

$$U_{\text{فنر}} = \frac{80}{100} K_1 = \frac{80}{100} \times 100 = 80J$$

۸۱ ۱ تندی برخورد گلوله با سطح زمین با تندی پرتاب آن برابر است، بنابراین انرژی مکانیکی گلوله در لحظه پرتاب و لحظه برگشت به سطح زمین برابر می‌باشد. در نتیجه پایستگی انرژی مکانیکی در طول حرکت گلوله برقرار بوده است.

پس نیروهای تلف کننده از جمله نیروی مقاومت هوا در طی حرکت برابر صفر بوده است. پس کار نیروی مقاومت هوا در طی مسیر رفت و برگشت، مساوی و برابر صفر می‌باشد.

۸۲ ۲ انرژی مکانیکی گلوله را در سطح زمین E_1 و در ارتفاع E_2 در نظر می‌گیریم، بنابراین با در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ پتانسیل گرانشی داریم:

$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow E_2 - E_1 = -\frac{1}{100} E_1$$

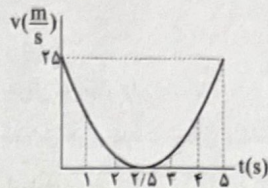
$$\Rightarrow (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) = -\frac{1}{100} (U_1 + K_1)$$

$$\Rightarrow mgh_2 - \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{1}{100} \times \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow mgh_2 = -\frac{1}{100} \times \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow mgh_2 = \frac{45}{100}mv^2$$

$$\Rightarrow h_2 = \frac{45mv^2}{100mg} = \frac{45v^2}{100g}$$

۷۴ ۲ نمودار سرعت - زمان حرکت جسم را رسم می‌کنیم.



بررسی عبارت‌ها:

الف) در ثانیه دوم حرکت، سرعت جسم در حال کاهش است، پس طبق رابطه $W_t = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$ ، کار برابند نیروهای وارد بر جسم در این بازه زمانی، منفی است. (✓)

ب) تندی جسم در لحظه $t = 5s$ با تندی جسم در لحظه شروع حرکت ($t = 0$) برابر است. بنابراین طبق رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ ، در این دو لحظه انرژی جنبشی جسم، یکسان است. (✓)

ج) دو ثانیه دوم حرکت، بین دو لحظه $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 4s$ است. با توجه به نمودار بالا، ابتدا تندی جسم در حال کاهش است، یعنی $W_t < 0$ است و پس از لحظه $t = 2/5s$ تندی جسم تا لحظه $t = 4s$ در حال افزایش است، یعنی $W_t > 0$ است. (✓)

۷۵ ۳ کار خالص انجام شده، همان کار کل یا W_t است و کار در هر مرحله معادل $Fd \cos \theta$ می‌باشد. F بر حسب کیلو نیوتون و d بر حسب دکامتر می‌باشد، بنابراین:

$$W_t = W_A + W_B + W_C$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^4 = (2 \times 10^3 \times 2 \times 10) + (1 \times 10^3 \times 2 \times 10) + W_{F'}$$

$$\Rightarrow W_{F'} = -2 \times 10^4 J$$

$$W_{F'} = -F'd \Rightarrow -2 \times 10^4 = -F'(2 \times 10)$$

$$\Rightarrow F' = 1 \times 10^3 N$$

۷۶ ۱ در حین سقوط، تنها دو نیروی وزن و مقاومت هوا به جسم وارد می‌شوند. نیروی وزن در جهت جابه جایی است، پس کارش مثبت، اما نیروی مقاومت هوا چون در خلاف جهت جابه جایی است، پس کارش منفی است، در نتیجه طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاومت هوا}} = K_2 - K_1$$

$$\Rightarrow 50 - 20 = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{10} v_2^2\right) - \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{10} \times 5^2\right)$$

$$\Rightarrow 30 = \frac{1}{20} v_2^2 - \frac{25}{20} \Rightarrow v_2 = 25 \frac{m}{s}$$

۷۷ ۲ ۵ ثانیه دوم حرکت، یعنی از لحظه $t = 5s$ تا لحظه $t = 10s$ و با توجه به نمودار داده شده در سؤال داریم:

$$t = 5s \Rightarrow v = 10 \frac{m}{s}$$

$$t = 10s \Rightarrow v = 20 \frac{m}{s}$$

پس با توجه به قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 4 \times (20)^2 - \frac{1}{2} \times 4 \times (10)^2 = 600J$$

$$r) \begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = (0)^2 - 2(0) + 2 \Rightarrow x_1 = 2m \Rightarrow \Delta x = +2m \\ t_2 = 1s \Rightarrow x_2 = (1)^2 - 2(1) + 2 \Rightarrow x_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{+2}{1} = +2 \frac{m}{s}$$

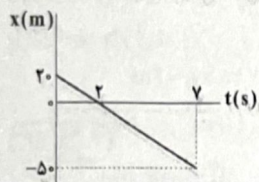
$$r) \begin{cases} t_1 = 1s \Rightarrow x_1 = (1)^2 - 2(1) + 2 \Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow \Delta x = 0 \\ t_2 = 2s \Rightarrow x_2 = (2)^2 - 2(2) + 2 \Rightarrow x_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = 0$$

$$f) \begin{cases} t_1 = 1s \Rightarrow x_1 = (1)^2 - 2(1) + 2 \Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow \Delta x = 2m \\ t_2 = 3s \Rightarrow x_2 = (3)^2 - 2(3) + 2 \Rightarrow x_2 = 2m \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2}{2} = 1 \frac{m}{s}$$

۸۸ ۴ نمودار مکان - زمان متحرک را رسم می‌کنیم. در لحظه $t = 2s$ جسم از مبدأ محور عبور کرده و در مکان‌های منفی قرار می‌گیرد. پس در مدت زمان ۷s، به اندازه ۵s در مکان‌های منفی قرار دارد.



۸۹ ۳ برای تغییر جهت حرکت، شرط لازم، صفر شدن سرعت و شرط کافی تغییر علامت سرعت است (برای حرکت بر روی خط راست). با توجه به شرط لازم و کافی مذکور، متحرک در لحظات $t = 1s$ و $t = 3s$ تغییر جهت داده است.

در جهت مثبت محور x حرکت کند، یعنی سرعت متحرک، مثبت است، با توجه به نمودار سؤال، سرعت متحرک در بازه زمانی $1s \leq t \leq 3s$ مثبت است، یعنی متحرک $1s$ در جهت مثبت محور x حرکت کرده است.

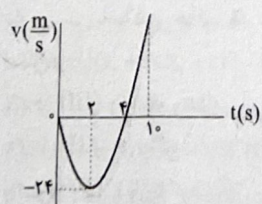
۹۰ ۴ مسافر در ابتدا و انتها روی یک صندلی نشسته است، بنابراین سرعت متوسط مسافر برابر سرعت متوسط صندلی می‌باشد که سرعت صندلی نیز برابر سرعت اتوبوس است، پس سرعت متوسط مسافر همان سرعت اتوبوس، یعنی $30 \frac{m}{s}$ است.

۹۱ ۳ برای تعیین نوع حرکت جسم با توجه به معادله سرعت - زمان، ابتدا نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم:

$$v = 6t^2 - 24t$$

$$t_{\text{رأس}} = -\frac{b}{2a} = -\left(-\frac{24}{12}\right) = 2s$$

$$t = 2s \Rightarrow v = 6(2)^2 - 24(2) = 24 - 48 = -24 \frac{m}{s}$$



با توجه به نمودار مقابل در ۲ ثانیه ابتدایی حرکت و بین دو لحظه $t_1 = 1s$ و $t_2 = 4s$ یعنی ۳s حرکت جسم، تندشونده است.

اگر مقاومت هوا وجود نداشته باشد، داریم:

$$E_p = E_1 \Rightarrow U_p + K_1 = U_1 + K_1 \Rightarrow mgh_p = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow h_p = \frac{mv^2}{2mg} = \frac{v^2}{2g}$$

$$\frac{h_p}{h_1} = \frac{\frac{v^2}{2g}}{\frac{45v^2}{100g}} = \frac{100}{90} = \frac{10}{9}$$

در نتیجه داریم:

۸۳ ۳ از انرژی پتانسیل گرانشی توپ، ۴J کم شده است، بنابراین:

$$\Delta E = E_1 - E_p = 4 \Rightarrow 4 = mgh_1 - mgh_p$$

$$\Rightarrow 4 = (0.2 \times 10 \times 15) - (0.2 \times 10 \times h_p)$$

$$\Rightarrow 4 = 30 - 2h_p \Rightarrow 2h_p = 26 \Rightarrow h_p = 13m$$

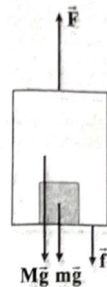
۸۴ ۳ چون تندی حرکت جسم (بالابر)، ثابت است، پس برابند نیروهای وارد بر آن صفر است:

$$F_t = 0 \Rightarrow F = (M+m)g + f$$

$$\Rightarrow F = (30 + 120) \times 10 + 2000 = 1700N$$

در نتیجه توان متوسط موتور بالابر برابر است با:

$$P_{av} = Fv = 1700 \times 3 = 5100W = 5.1kW$$



۸۵ ۱ جرم هر لیتر آب معادل یک کیلوگرم است، بنابراین:

$$W_{\text{مفيد}} = K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 2000 \times 900 = 900000J = 900kJ$$

$$P_{\text{مفيد}} = \frac{W_{\text{مفيد}}}{\Delta t} = \frac{900}{120} = 7.5kW$$

بنابراین:

$$\text{بازده بر حسب درصد} = \frac{P_{\text{مفيد}}}{P_{\text{کل}}} \times 100 \Rightarrow \frac{7.5}{100} = \frac{37.5}{100} \Rightarrow P_{\text{کل}} = 2kW$$

۸۶ ۳ توجه داشته باشید منظور از فاصله ۴ متری، یعنی این‌که

۴m جلوتر یا عقب‌تر از مکان $x = -3m$ باشد، پس متحرک در

مکان‌های $x_1 = -7m$ و $x_2 = +1m$ می‌تواند قرار گیرد، بنابراین:

$$\begin{cases} -7 = t^2 + t - 1 \Rightarrow t^2 + t + 6 = 0 \quad (1) \\ +1 = t^2 + t - 1 \Rightarrow t^2 + t - 2 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

معادله (۱) یک معادله درجه دوم همواره مثبت است (ریشه ندارد) ولی برای

حل معادله (۲) داریم:

$$(t-1)(t+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1s \quad (\checkmark) \\ t = -2 \text{ غ ق} \quad (\times) \end{cases}$$

۸۷ ۲ بررسی گزینه‌ها:

$$1) \begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = (0)^2 - 2(0) + 2 \Rightarrow x_1 = 2m \Rightarrow \Delta x = 0 \\ t_2 = 3s \Rightarrow x_2 = (3)^2 - 2(3) + 2 \Rightarrow x_2 = 2m \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = 0$$

$$\Delta H(\text{هدف}) = (-2\Delta H_{\text{III}}) + (-\Delta H_{\text{I}}) + (-\Delta H_{\text{IV}}) + (\Delta H_{\text{II}})$$

$$= (-2(-78)) + (-34) + (427) + (-43) = 506 \text{ kJ}$$

ΔH به دست آمده به ازای تولید دو مول گاز HCl است. در صورتی که یک مول از این گاز تولید شود، آنتالپی برابر نصف این مقدار (253 kJ) خواهد بود.

ابتدا انرژی موجود در وعده صبحانه را به دست می آوریم:

$$(100 \times 11/5) + (40 \times 20) + (200 \times 3) = 2550 \text{ kJ}$$

$$\text{درصد انرژی روزانه} = \frac{2550 \text{ kJ}}{2800 \text{ kcal} \times \frac{4/184 \text{ J}}{1 \text{ cal}}} \times 100 = 22\%$$

مقایسه میان گرمای حاصل از سوختن یک مول از ترکیب های آلی مورد نظر به صورت زیر است:

استیلن > اتانول > اتیلن > اتان : گرمای سوختن مولی
(۱۳۰۰) (۱۳۶۸) (۱۴۱۰) (۱۵۶۰)

ارزش سوختی پروتئین و کربوهیدرات با هم برابر است.

$$Q = mc\Delta\theta = 1 \text{ kg} \times 4/2 \text{ J.g}^{-1} \cdot \text{C}^{-1} \times (95 - 20)^\circ \text{C} = 315 \text{ kJ}$$

مطابق داده های سؤال مقدار گرمای حاصل از سوختن اتان برابر است با:

$$315 \times \frac{100}{80} = 393/75 \text{ kJ}$$

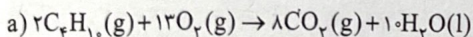
$$? \text{ mol } \text{C}_2\text{H}_6 = 393/75 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ g } \text{C}_2\text{H}_6}{52 \text{ kJ}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } \text{C}_2\text{H}_6}{30 \text{ g } \text{C}_2\text{H}_6} = 0/25 \text{ mol } \text{C}_2\text{H}_6$$

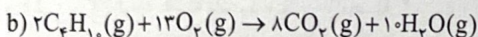
تفاوت فرمول مولکولی CH_4 و C_2H_6 ، دو برابر تفاوت فرمول مولکولی C_2H_6 و C_2H_4 است. بنابراین آنتالپی سوختن $\text{C}_2\text{H}_4(\text{g})$ در

دمای 25°C به طور تقریبی برابر است با:

$$-2230 - \frac{1}{2}(2230 - 890) = -2900 \text{ kJ.mol}^{-1}$$



$$\Delta H = 2(-2900) = -5800 \text{ kJ}$$



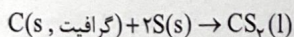
$$\Delta H = ?$$

آنتالپی واکنش (b) بیشتر از آنتالپی واکنش (a) است. زیرا سطح

انرژی $\text{H}_2\text{O}(\text{g})$ بالاتر از $\text{H}_2\text{O}(\text{l})$ است. تفاوت آنتالپی دو واکنش (a)

و (b) به اندازه آنتالپی تبخیر 10° مول آب است:

$$\Delta H_b = -5800 + 10(41) = -5390 \text{ kJ}$$



$$\Delta H(\text{واکنش}) = \left[\begin{array}{c} \text{مجموع آنتالپی} \\ \text{سوختن فراورده ها} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{مجموع آنتالپی سوختن} \\ \text{واکنش دهنده ها} \end{array} \right]$$

$$\Delta H(\text{واکنش}) = [(-394) + 2(-297)] - [(-1075)] = +87 \text{ kJ}$$

شواهد نشان می دهد که آنتالپی واکنش های تولید $\text{CO}(\text{g})$ و $\text{N}_2\text{H}_4(\text{g})$ را نمی توان به روش تجربی تعیین کرد.

سینتیک شیمیایی به جز مورد سوم (مقدار انرژی مبادله شده در واکنش های شیمیایی) سایر موارد را در اختیار ما می گذارد.

مدت زمان کل حرکت را برابر با T در نظر می گیریم، لذا داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{T} \xrightarrow{\Delta x = v \Delta t} v_{av} = \frac{v_1 \Delta t_1 + v_2 \Delta t_2}{T}$$

$$\Rightarrow 16 = \frac{10(\frac{1}{5}T) + v_2(\frac{1}{5}T)}{T} \Rightarrow v_2 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

هر دو متحرک A و B دارای حرکت یکنواخت هستند، بنابراین

از رابطه $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ پیروی می کنند. متحرک A در 3 ثانیه اول حرکتش به اندازه 6m جابه جا شده است، بنابراین سرعت متحرک A برابر است با:

$$v_A = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با توجه به شکل سؤال، دو متحرک در لحظه $t = 9\text{s}$ به یکدیگر رسیده اند، بنابراین:

$$x_A = x_B \Rightarrow v_A t + x_{A_0} = v_B t + x_{B_0}$$

$$\Rightarrow (2 \times 9) + (-6) = 9v_B + 3 \Rightarrow v_B = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

متحرک A در لحظه $t = 3\text{s}$ از مبدأ مکان می گذرد، بنابراین مکان متحرک B در این لحظه برابر است با:

$$x_B = v_B t + x_{B_0} \Rightarrow x_B = (1 \times 3) + 3 \Rightarrow x_B = 6\text{m}$$

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \xrightarrow{\Delta x = vt} v_1 t_1 = v_2 t_2$$

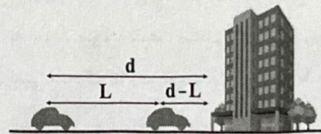
$$\Rightarrow v \times 8 = (v + 3) \times 5 \Rightarrow v = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta x_1 = v_1 t_1 = 5 \times 8 = 40\text{m} = 4000\text{cm}$$

بنابراین:

به نکات زیر دقت کنید:

تندی خودرو ثابت و برابر با $54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ است که معادل با $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است.



با توجه به طرحواره بالا، خودرو بعد از 4s مسافت L متر را طی کرده است. از آنجایی که سرعت خودرو ثابت است، پس می توان نوشت:

$$L = v_{\text{خودرو}} \Delta t = 15 \times 4 = 60\text{m}$$

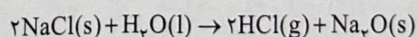
و همچنین در مدت 4s، صوت مسافت $(d-L) + d$ را طی می کند تا به خودرو برسد، بنابراین:

$$2d - L = v_{\text{صوت}} \times \Delta t \Rightarrow 2d - 60 = 320 \times 4 \Rightarrow d = 670\text{m}$$

شیمی



معادله موازنه شده واکنش هدف به صورت زیر است:



برای رسیدن به واکنش هدف، باید تغییرات زیر را بر روی واکنش های کمکی اعمال کرد:

واکنش (III) را وارونه و ضرایب آن را در عدد 2 ضرب کرد.

واکنش (I) را وارونه کرد.

واکنش (IV) را وارونه کرد.

سپس این واکنش ها را با واکنش (II) جمع کرد.

مطابق نکات بالا می توان نوشت:

$$\frac{2/4}{6} \left(\frac{0/209}{6} - \frac{0/209}{6} \right) < \text{فشار گاز } O_2 \text{ در ارتفاع } 2/4 \text{ km}$$

$$0/1642$$

با توجه به گزینه ها فقط عدد ۰/۱۵۴ اتمسفر قابل قبول است.

۱۱۴ ۲ عبارت های «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت های نادرست:

(آ) هواپیماها با خود اتاقکی از گاز اکسیژن حمل می کنند.

(پ) فرسایش سنگ و صخره، زنگ زدن و فساد مواد غذایی جزو واکنش های شیمیایی هستند.

۱۱۵ ۲ استفاده از پیشوندهای یونانی برای ترکیب های مولکولی:

دی نیتروژن تری اکسید: N_2O_3

(البته ترکیب N با O می تواند شکل های مختلفی داشته باشد)

فسفر تری کلرید: PCl_3 نیتروژن تری فلوئورید: NF_3 سیلیسیم تترا برمید: $SiBr_4$

• استفاده از اعداد رومی برای فلزهایی که بیش از یک کاتیون تک اتمی تشکیل می دهند:

آهن (III) کلرید یا آهن (II) کلرید: $FeCl_3$ یا $FeCl_2$ مس (I) سولفید یا مس (II) سولفید: Cu_2S یا CuS کروم (III) اکسید یا کروم (II) اکسید: Cr_2O_3 یا CrO

۱۱۶ ۳ بررسی عبارت های نادرست:

(پ) منابع زمینی هلیوم از هواکره سرشارتر و برای تولید هلیوم در مقیاس صنعتی مناسب ترند.

(ت) هلیوم موجود در گاز طبیعی، بدون مصرف وارد هواکره می شود.

۱۱۷ ۱ شکل داده شده، برهم کنش هواکره با زیست کره را نشان می دهد.

مولکول های A، X، D و E به ترتیب N_2 ، CO_2 ، O_2 و H_2O هستند.

۱۱۸ ۲ بررسی گزینه ها:

(۱) گاز CO بسیار سمی است.

(۲) در ساختار لوویس گاز CO همانند N_2 ، یک پیوند سه گانه و دو جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد:

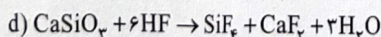
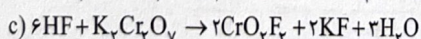
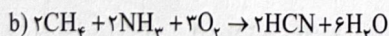
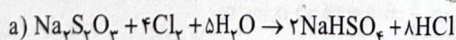
(۳) گاز CO، بی بو است.

(۴) مولکول های CO پس از اتصال به هموگلوبین از رسیدن اکسیژن به بافت های بدن جلوگیری می کنند. این ویژگی باعث مسمومیت می شود و سامانه عصبی را فلج می کند.

۱۱۹ ۳ بوکسیت، سنگ معدن آلومینیم است که شامل Al_2O_3 و

مقادیری ناخالصی است.

۱۲۰ ۲ معادله موازنه شده هر چهار واکنش در زیر آمده است:



۱۰۵ ۴ میزان انرژی مورد نیاز بدن هر فرد به وزن، سن و میزان

فعالیت های روزانه او بستگی دارد.

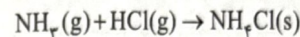
۱۰۶ ۲ گرماسنج لیوانی برای تعیین ΔH فرایندهای انحلال و

واکنش هایی که در حالت محلول انجام می شوند مناسب است.

۱۰۷ ۴ گاز متان به گاز مرداب معروف است زیرا نخستین بار از سطح

مرداب ها جمع آوری شده است.

۱۰۸ ۳ معادله واکنش هدف به صورت زیر است:



برای رسیدن به این واکنش، کافیسیت واکنش (c) را وارونه و ضرایب آن را

در $\frac{1}{4}$ ضرب کرد. واکنش (a) را نیز وارونه و ضرایب آن را در $\frac{1}{4}$ ضرب کرد.برای واکنش (b) نیز فقط ضرایب آن را در $\frac{1}{4}$ ضرب کرد. سپس هر سه واکنش را باهم جمع می کنیم.

$$\Delta H(\text{هدف}) = (-\frac{1}{4}\Delta H_c) + (-\frac{1}{4}\Delta H_a) + (\frac{1}{4}\Delta H_b) = -176/5 \text{ kJ}$$

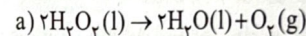
در صورتی که نیم مول NH_3 با نیم مول HCl واکنش دهد، نصف این مقدار یعنی $88/25 \text{ kJ}$ گرما آزاد می شود.

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 88/25 = m \times 4/2 \times (90 - 30)$$

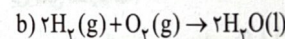
$$\Rightarrow m = 0/35 \text{ kg} \equiv 350 \text{ g } H_2O$$

۱۰۹ ۲ مطابق داده های سؤال ΔH واکنش های تجزیه آب اکسیژنه و

سوختن هیدروژن به صورت زیر به دست می آید:



$$\Delta H = 2 \text{ mol } H_2O_2 \times \frac{24 \text{ g } H_2O_2}{1 \text{ mol } H_2O_2} \times \frac{-4/9 \text{ kJ}}{1/7 \text{ g } H_2O_2} = -196 \text{ kJ}$$



$$\Delta H = 2 \text{ mol } H_2 \times \frac{22/4 \text{ L } H_2}{1 \text{ mol } H_2} \times \frac{-7/5 \text{ kJ}}{5/6 \text{ L } H_2} = -572 \text{ kJ}$$

* برای رسیدن به واکنش هدف، کافیسیت واکنش b را با وارونه واکنش a جمع کرده و حاصل را بر ۲ تقسیم کنیم:

$$\Delta H(\text{هدف}) = \frac{(-572) + (+196)}{2} = -188 \text{ kJ}$$

۱۱۰ ۲ • جرم مولی متان (CH_4) کم تر از متانول (CH_3OH)

بوده و آنتالپی سوختن آن بیشتر (منفی تر) است.

• جرم مولی اتن (C_2H_4) کم تر از اتانول (C_2H_5OH) بوده و آنتالپی سوختن آن بیشتر (منفی تر) است.

در دو مورد دیگر ترکیبی که جرم مولی بیشتری دارد، آنتالپی سوختن آن بیشتر (منفی تر) است.

۱۱۱ ۴ گازهای X، Y و Z به ترتیب همان نیتروژن، آرگون و هلیوم

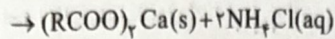
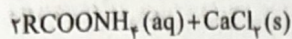
هستند. جداسازی هلیوم از گاز طبیعی در مقایسه با هواکره، مقرون به صرفه تر است.

۱۱۲ ۴ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

۱۱۳ ۲ • فشار گاز اکسیژن در سطح زمین برابر ۰/۲۰۹ اتمسفر است.

• با افزایش ارتفاع از سطح زمین، فشار گاز اکسیژن کاهش می یابد.

• کاهش فشار گاز اکسیژن در ارتفاعات بالاتر، کم تر است.



$$\frac{0.03 \text{ mol}}{1} = \frac{18.06 \text{ g}}{x} \Rightarrow x = 60.2 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$(\text{C}_n\text{H}_{2n-1}\text{COO})_2\text{Ca} : 60.2 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \Rightarrow n = 17$$

مجموع شماره اتم‌های صابون: $\text{C}_{17}\text{H}_{33}\text{COONH}_4$

$$\Rightarrow 17 + 33 + 1 + 2 + 1 + 4 = 58$$

۱۲۹ با رقیق کردن اسید، غلظت و درجه یونش تغییر می‌کند، اما ثابت یونش اسید، ثابت می‌ماند، زیرا فقط به دما وابسته است.

$$K_a = \alpha^2 \cdot M$$

$$\alpha_1^2 \cdot M_1 = \alpha_2^2 \cdot M_2 \xrightarrow{\alpha_2 = 2\alpha_1} \alpha_1^2 \times 0.2 = (2\alpha_1)^2 \times M_2$$

$$\Rightarrow 0.2\alpha_1^2 = 4M_2\alpha_1^2 \Rightarrow M_2 = \frac{0.2}{4}$$

به این ترتیب غلظت محلول نهایی باید $\frac{1}{4}$ محلول اولیه باشد. یعنی حجم محلول نهایی باید ۴ برابر حجم محلول اولیه باشد.

$$\frac{1200}{4} = 300 \text{ mL}$$

۱۳۰ بررسی عبارت‌های نادرست:

(ا) صابون مراغه افزودنی شیمیایی ندارد.

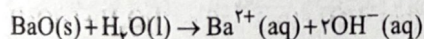
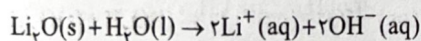
(ب) صابون گوگردار برای از بین بردن جوش صورت و هم‌چنین قارچ‌های پوستی استفاده می‌شود.

۱۳۱ به اسیدی که هر مولکول آن در آب تنها می‌تواند یک یون هیدرونیوم تولید کند، اسید تک پروتون دار می‌گویند.

۱۳۲ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

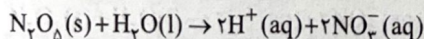
بررسی عبارت‌ها:

• در هر کدام از ظرف‌های حاوی Li_2O و BaO ۲ مول یون OH^- تولید می‌شود:



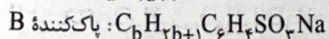
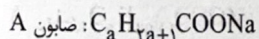
• شمار یون‌های موجود در محلول حاوی Li_2O و در نتیجه رسانایی الکتریکی آن بیشتر از محلول حاوی BaO است.

• در ظرف حاوی N_2O_5 ۲ مول یون هیدرونیوم و در ظرف حاوی SO_3 کم‌تر از ۲ مول یون هیدرونیوم تولید می‌شود. زیرا HNO_3 یک اسید قوی است.



اما یونش مرحله دوم H_2SO_4 برخلاف مرحله اول آن، جزئی و ناقص است.

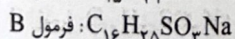
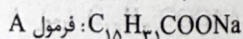
• SO_3 یک ترکیب گازی شکل ولی سه ترکیب دیگر، به حالت جامدند.



مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$a + 1 = b + 6 \Rightarrow a - b = 5$$

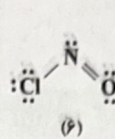
$$(2b + 1 + 4) - (b + 6) = 9 \Rightarrow b = 10 \xrightarrow{a - b = 5} a = 15$$



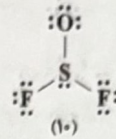
$$\text{B و A جرم} : \left(\frac{1 \times 16}{10} \right) + \left(\frac{1 \times 33}{15} \right) - \left(\frac{6 \times 1}{6} \right) = 42 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

۱۲۱ ساختار لوویس هر دو مولکول و شمار جفت‌الکترون‌های

ناپیوندی آن‌ها در زیر آمده است:



(۶)



(۱۰)

۱۲۲ مطابق داده‌های سؤال، عنصر X متعلق به گروه چهاردهم

جدول دوره‌ای بوده و عدد اتمی آن برابر با ۳۲ است. عنصر A می‌تواند یکی از

عنصرهای ${}_{22}\text{Cr}$ ، ${}_{25}\text{Mn}$ ، ${}_{26}\text{Fe}$ ، ${}_{31}\text{Ga}$ ، ${}_{33}\text{As}$ ، ${}_{35}\text{Br}$ باشد.

${}_{21}\text{Sc}$ و ${}_{27}\text{Co}$ ، ${}_{28}\text{Ni}$.

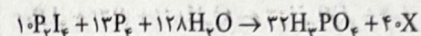
بنابراین تفاوت عدد اتمی X و A برابر با یکی از اعداد ۳، ۱، ۱، ۶، ۷، ۸، ۴، ۵ و ۱۱ خواهد بود.

۱۲۳ گوگرد با شعله آبی‌رنگ می‌سوزد و طی آن گوگرد

دی‌اکسید (SO_2) تولید می‌شود.

۱۲۴ فرمول فسفونیوم یدید را X در نظر می‌گیریم. مطابق داده‌های

سؤال می‌توان نوشت:



$$\text{P موازنه اتم‌های P: } (10 \times 1) + (12 \times 4) = (32 \times 1) + (40 \times P) \Rightarrow P = 1$$

$$\text{H موازنه اتم‌های H: } (128 \times 2) = (32 \times 3) + (40 \times H) \Rightarrow H = 4$$

$$\text{O موازنه اتم‌های O: } (128 \times 1) = (32 \times 4) + (40 \times O) \Rightarrow O = 0$$

$$\text{I موازنه اتم‌های I: } (10 \times 4) = (40 \times I) \Rightarrow I = 1$$

فرمول فسفونیوم یدید به صورت PH_4I بوده و هر واحد فرمولی آن شامل ۶ اتم است.

۱۲۵ هر تغییر شیمیایی می‌تواند شامل یک یا چند واکنش

شیمیایی باشد که هر یک از آن‌ها را با یک معادله نشان می‌دهند.

۱۲۶ عبارت‌های «آ» و «ت» نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

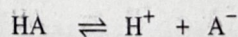
(ا) ذره‌های سازنده کلئیدها، توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت هستند.

(ت) کلئیدها همانند سوسپانسیون، نور را پخش می‌کنند.

۱۲۷ مطابق داده‌های سؤال، مجموع شمار یون‌ها (H^+ ، A^-)

شمار مولکول‌های یونیده‌نشده HA است. به این ترتیب می‌توان نتیجه گرفت

که شمار یون‌های H^+ ، $\frac{1}{3}$ شمار مولکول‌های یونیده نشده HA است.



$$\begin{array}{ccc} \text{آغاز:} & 100 & 0 & 0 \\ \text{تغادل:} & 100 - x & x & x \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{100 - x} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = 25 \Rightarrow \alpha = 0.25$$

$$K_a = \frac{\alpha^2 \cdot M}{1 - \alpha} = \frac{(0.25)^2 \times 0.4}{1 - 0.25} = \frac{0.25 \times 0.1}{0.75}$$

$$= \frac{1}{3} \times 10^{-2} = 3.33 \times 10^{-3}$$

۱۳۴ ۳ بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) در زندگی روزانه با انواع اسیدها سر و کار داریم که برخی قوی و اغلب آن‌ها ضعیف هستند.

(۲) اسیدهای قوی را می‌توان محلولی شامل یون‌های آب پوشیده دانست. به طوری که در آن‌ها تقریباً مولکول‌های یونیده نشده یافت نمی‌شود.

(۴) بازها در سطح پوست همانند صابون، احساس لیزی ایجاد می‌کنند اما به آن نیز آسیب می‌رسانند.

۱۳۵ ۱ برای اسید خیلی ضعیف HA می‌توان نوشت:

$$K_a = \frac{[H^+]}{M}$$

که در آن، M غلظت اولیه اسید است. با توجه به این‌که مقدار K_a ثابت است،

برای این‌که غلظت H^+ به یک چهارم مقدار اولیه برسد، باید غلظت

محل $(\frac{1}{4})^2$ یعنی $\frac{1}{16}$ برابر شود. به عبارتی باید حجم محلول ۱۶ برابر شده

و از ۲۰ میلی‌لیتر به ۳۲۰ میلی‌لیتر برسد. بنابراین باید ۳۰۰ میلی‌لیتر آب خالص به آن اضافه کرد.