



آزمون تابستان «۳۱ مرداد ۱۴۰۴» دفترچه اول اختصاصی دوازدهم ریاضی (ریاضیات)

دفترچه سوال

مدت زمان کل پاسخ گویی سوالات: ۱۲۰ دقیقه

تعداد کل سوالات: ۸۰ سؤال

(۳۰ سوال اجباری + ۵۰ سوال اختیاری)

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخگویی
اجباری	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۴۱-۵۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۷۱-۸۰	۱۵'
جمع کل	۸۰	۱-۸۰	۱۲۰'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	کاظم اجلالی-مسعود برملا-محمد رضا توجه-سعید جعفری-ایمان چینی-فروشان-مهدی حاجی-نژادیان-عادل حسینی-محمد حمیدی-افشین خاصه-خان-محمد امین روانبخش-جواد زنگنه-قاسم آبادی-علی سلامت-علی شهبازی-پویان طهرانیان-سجاد عظمی-حمید علیزاده-احسان غنی-زاده-افشین گلستانی-سید سپهر متولیان-علی مرشد-محمد مصطفی پور-جهانبخش نیکنام-محمد هجری
هندسه	امیر حسین ابومحبوب-سامان اسپهر-محبوبه بهادری-حسین حاجیلو-محمد حمیدی-افشین خاصه-خان-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-کیوان دارابی-سوگند روشنی-علی ساوچی-شایان عباچی-رضا عباسی-اصل-امیر محمد کریمی-محمد گودرزی-امیر مال میر-مجید محمدی-نویسی-بهزاد نظام-هاشمی-امیر وفاتی-سرژ یقیا-زریان تبریزی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب-علی ایمانی-افشین خاصه-خان-کیوان دارابی-یاسین سپهر-علیرضا شریف-خطیبی-ندا صالح-پور-محمد صحت کار-رضا عباسی-اصل-عزیزاله علی-اصغری-فرشاد فرامرزی-امیر محمد کریمی-مهرداد ملوندی-میلاد منصوری-نیلوفر مهدوی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته
گزینشگر	سید سپهر متولیان	امیر محمد کریمی	امیر محمد کریمی
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب یاسین کشاورزی مهرداد ملوندی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی
مسئول درس	سید سپهر متولیان	امیر محمد کریمی	امیر محمد کریمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی
ویراستاران (مستند سازی)	معصومه صنعت کار-مهسا محمدنیا-احسان میرزینلی-سجاد سلیمی-فرشته کمرانی		

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی-زاده
گروه مستند سازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف نگار	فرزانه فتح اله-زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۱: توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۱ تا ۹۰

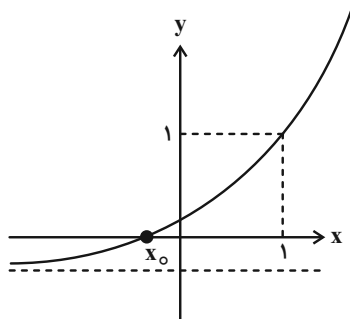
پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱- فاصله نقطه برخورد دو تابع $f(x) = 15 - 3^x$ و $g(x) = \sqrt{3^{x+2}} - 3$ از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) $2\sqrt{10}$ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴) ۶

۲- اگر نیمه عمر یک ماده رادیواکتیو ۱۵ ثانیه باشد، بعد از یک دقیقه تقریباً چند درصد جرم این ماده به انرژی تبدیل می‌شود؟

- (۱) ۸۸ (۲) ۹۱ (۳) ۹۴ (۴) ۹۸

۳- نمودار تابع $f(x) = a \times 3^{bx} - 1$ در شکل زیر رسم شده است. اگر $x_0 = \log_3 \frac{3}{4}$ باشد، حاصل ab کدام است؟

(۱) ۳

(۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$ ۴- اگر $2^x - 2^{-x} = \frac{3}{2}$ ، حاصل $\frac{3x}{x + \log_3(2x+7)}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\log_3 2$ (۴) $\frac{2}{3}$

۵- اگر $5 = 10^{0.699}$ ، آن گاه $\log_5 \sqrt{\frac{25}{8}}$ کدام است؟

- (۱) ۰/۱ (۲) ۰/۱۱ (۳) ۰/۰۹۸ (۴) ۰/۰۹۹

۶- نمودار تابع $f(x) = \log_4(2^{x+2} - 4)$ نیمساز ربع اول را در نقطه‌ای با طول α قطع می‌کند. مقدار $f^{-1}(\frac{\alpha}{4})$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۶ (۳) $\log_4 \frac{3}{2}$ (۴) $\log_4 6$

۷- تعداد جواب‌های معادله $\log_5(x^2 - 6x) = \log_5(2x - 15)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۸- حاصل ضرب جواب‌های معادله $\log_6^x + \frac{7}{4} \log_6^{36} = 8$ کدام است؟

- (۱) 6^8 (۲) 6^7 (۳) ۷ (۴) ۶

۹- اگر a و b ریشه‌های معادله درجه دوم $\frac{1}{4}x^2 - 50x + 5 = 0$ باشند، حاصل $\log a + \log(a+b) + \log b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۳

۱۰- نمودار تابع $f(x) = \log_a(ax - 6)$ از دو نقطه $(5, 2)$ و $(11, 3)$ می‌گذرد. وارون این تابع خط $y = 3$ را با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $1 + \log_3 2$ (۴) ۱



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

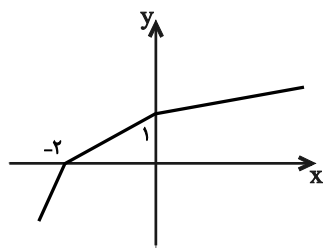
حسابان ۲: تابع: صفحه‌های ۱ تا ۲۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۱- اگر $f(x) = \sqrt{5-x} - \sqrt{x}$ باشد، دامنه تابع $g(x) = \sqrt{f(2x+3)} - f(-5x+2)$ بازه $[\alpha, \beta]$ است. حاصل $\alpha + \beta$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{26}{35}$ (۲) $-\frac{5}{14}$ (۳) $-\frac{6}{35}$ (۴) $-\frac{17}{14}$

۱۲- اگر نمودار تابع $g(x) = f(x+k) + k$ به صورت زیر باشد و نمودار تابع $f(x)$ از مبدأ مختصات عبور کند، مقدار k کدام است؟



- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) -1 (۴) 1

۱۳- فرض کنید $f(x) = 5^{-x}$ و $g = \{(1,6), (4,2), (2,k), (3,4)\}$ باشد. اگر تابع $f \circ g$ صعودی باشد، حداقل مقدار k کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۴- تابع f روی $\mathbb{R}$ اکیداً صعودی و همواره مثبت است. کدام تابع الزاماً اکیداً نزولی است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

(۱) $g(x) = \log x \cdot f(x)$ (۲) $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - f(x)$

(۳) $k(x) = f([-x])$ (۴) $p(x) = f(x) - x^5$

۱۵- اگر تابع پیوسته $y = f(x)$ با دامنه $\mathbb{R}$ اکیداً نزولی باشد و داشته باشیم: $f(3) = 0$ ؛ دامنه $g(x) = \sqrt[3]{(x-3)^2 f(2-x)}$ کدام است؟

- (۱) $[-1, 2]$ (۲) $[3, +\infty)$ (۳) $\mathbb{R}$ (۴) $[-1, +\infty)$

۱۶- باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x) = x^3 - ax + 1$ بر $x - 2$ برابر ۳ است. مقدار a کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) صفر

۱۷- اگر چندجمله‌ای $x^3 + ax^2 + bx + 6$ بر $(x-1)$ و $(x-2)$ بخش‌پذیر باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) -۷ (۳) ۵ (۴) -۵

۱۸- باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x) = x^3 + ax^2 - b$ بر چندجمله‌ای $x^2 + x - 2$ عدد حقیقی r است. مقدار a کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) $-\frac{7}{3}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{7}{3}$

۱۹- $p(x)$ یک چندجمله‌ای است به طوری که باقی‌مانده تقسیم $p(x)$ بر $x - x^3$ برابر $3x + 1$ شده است. باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x) - xp(1-x)$ بر $x^2 - x$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}$

۲۰- در تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x^2 - x - 10$ و $2x^2 - x - 2$ ، باقی‌مانده‌ها به ترتیب $2x + 6$ و $x + 10$ هستند. اگر باقی‌مانده تقسیم $f(x)$ بر $x^2 - 4$ برابر با $r(x)$ باشد، جواب معادله $r(x) = -8$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۶ (۳) ۴ (۴) ۶

مشابه سؤال‌هایی که با آیگون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی ۱: معادله‌ها و نامعادله‌ها + تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۱۰۸

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۲۱- در حل معادله درجه دوم $2x^2 - 13x + 20 = 0$ به روش مربع کامل، به تساوی $(x - \frac{a}{4})^2 = \frac{b}{4}$ می‌رسیم. حاصل ab کدام است؟

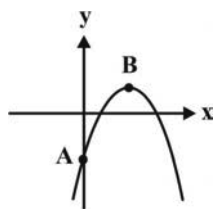
- (۱) $\frac{39}{4}$ (۲) ۳۹ (۳) $\frac{117}{4}$ (۴) ۱۱۷

۲۲- نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ و محور x ها را در دو نقطه به طول‌های ۱- و ۳ قطع می‌کند.

عرض رأس این سهمی کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) -۴

۲۳- در سهمی روبه‌رو با ضابطه $f(x) = -2x^2 + 12x - 12$ ، شیب خط گذرنده از نقاط A و B کدام است؟



(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) ۸

۲۴- جواب نامعادله $x^2 + 1 < |2x - 1|$ به کدام صورت است؟

- (۱) $(-\infty, -2] \cup [0, +\infty)$ (۲) $(-2, -1) \cup (0, +\infty)$

- (۳) $(-2, 0)$ (۴) $\mathbb{R} - [-2, 0]$

۲۵- جدول تعیین علامت $p(x) = \frac{x^3 - ax^2 + (a+3)x - 4}{x^2 - 2bx + b}$ به صورت زیر است. حاصل $a + b + c$ کدام است؟

x	۱	c
p(x)	-	+

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۳



۲۶- اگر رابطه $f = \{(-2, -m), (m^2 - n, -2), (-2, m^2 - 2m), (-n, -1), (-n + 1, -n)\}$ یک تابع باشد و داشته باشیم: $\frac{2m}{n} = \frac{k-1}{3}$

آنگاه حاصل عددی $(k - 3n)^2$ کدام است؟

۱ (۲) ۱۶ (۱)

۳۶ (۴) ۴ (۳)

۲۷- با فرض $A = \{x, y, z\}$ و $B = \{a, b, c, d\}$ ، چند تابع از A به B می‌توان نوشت که شامل زوج مرتب (x, a) باشد؟

۳۲ (۲) ۱۶ (۱)

۶۴ (۴) ۴۸ (۳)

۲۸- دامنه تابع خطی f به صورت $[1, 4]$ و برد آن $[-1, 5]$ است. کدام یک از نقاط زیر روی نمودار تابع f نمی‌تواند باشد؟

(۲, ۱) (۲) $(\frac{3}{2}, 4)$ (۱)

$(\frac{5}{2}, 2)$ (۴) (۳, ۲) (۳)

۲۹- اگر f یک تابع خطی باشد به طوری که $f(x+1) + f(1-x) = 2$ و $f(2) = 3$ ، آنگاه مساحت ناحیه محدود به نمودار تابع f و

محورهای مختصات کدام است؟

۲ (۲) ۱ (۱)

$\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳)

۳۰- اگر $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & ; x^2 \geq |x| \\ 2x^4 + c & ; x^2 \leq |x| \end{cases}$ تابع باشد، مقدار a کدام است؟

۲ (۲) ۱ (۱)

-۲ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳)



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: تبدیل‌های هندسی و کاربردها (تا پایان دوران): صفحه‌های ۳۱ تا ۴۳

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۳۱- در بازتاب پاره خط AB نسبت به خط d ، در چه تعداد از حالت‌های زیر، شیب این پاره خط الزاماً حفظ نمی‌شود؟(الف) پاره خط AB بر خط d عمود باشد.(ب) نقاط A و B روی خط d باشند.(پ) نقاط A و B از خط d به یک فاصله باشند.

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

۳۲- مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) را حول رأس A و به اندازه 90° در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران می‌دهیم. اگر $AB = 6$ ، $AC = 6\sqrt{3}$ و M وسط BC باشد، فاصله نقطه M از تصویر آن تحت این دوران کدام است؟(۱) ۶ (۲) $6\sqrt{3}$ (۳) $6\sqrt{2}$ (۴) ۹

۳۳- یک مثلث به محیط ۴۸ را تحت برداری که ابتدای آن یک رأس مثلث و انتهای آن محل هم‌رسی میانه‌های مثلث است، انتقال

می‌دهیم. محیط ناحیه مشترک بین مثلث و تصویرش تحت این انتقال کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۶

(۳) ۹ (۴) ۲۴

۳۴- دایره $C'(O', R')$ انتقال یافته دایره $C(O, r)$ با بردار $\vec{v}$ به طول ۶ است. وضعیت نسبی این دو دایره کدام است؟

(۱) مماس خارج (۲) متقاطع

(۳) متخرج (۴) نامعلوم

۳۵- مساحت دوزنقه $ABCD$ برابر ۲۲۵ و طول قاعده‌های آن $AB = 6$ و $CD = 9$ است. نیمسازهای دو زاویه A و B ، یکدیگر را درنقطه M درون دوزنقه قطع می‌کنند. اگر M' بازتاب M نسبت به AB و M'' بازتاب M' نسبت به CD باشد، طولپاره خط MM'' کدام است؟

(۱) ۶۰ (۲) ۵۴

(۳) ۴۸ (۴) ۳۰



۳۶- کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

(۱) هر انتقال را می‌توان با دو بازتاب معادل کرد.

(۲) ترکیب دو بازتاب نسبت به دو خط متقاطع، یک دوران است.

(۳) همه بردارهایی که هر نقطه در صفحه را به تصویر آن تحت یک انتقال نظیر می‌کنند، دارای طول برابر و جهت یکسان هستند.

(۴) انتقال یافته یک خط بر آن خط منطبق نیست اگر و تنها اگر بردار انتقال، بردار صفر نباشد.

۳۷- کدام یک از توابع زیر در صفحه شامل محورهای مختصات، یک تبدیل نیست؟

(۱) تابعی که هر نقطه را بر روی قرینه آن نقطه نسبت به مبدأ مختصات تصویر می‌کند.

(۲) تابعی که هر نقطه را بر روی قرینه آن نسبت به محور x ها تصویر می‌کند.

(۳) تابعی که هر نقطه را 2 واحد در راستای عمودی به طرف بالا منتقل می‌کند.

(۴) تابعی که هر نقطه را بر روی پای عمود رسم شده از آن نقطه بر خط $x + y = 0$ تصویر می‌کند.

۳۸- نقاط $A(4, 5)$ و $B(-1, 1)$ در صفحه مفروض‌اند. نقطه B را با برداری موازی نیمساز ربع اول و سوم به نقطه B' در ناحیه اول

مختصات انتقال داده‌ایم. اگر B' دوران یافته نقطه A به مرکز $(1, 1)$ و زاویه θ باشد، طول بردار انتقال کدام است؟

$$(1) \sqrt{2} + \sqrt{3} \quad (2) 2\sqrt{3}$$

$$(3) \sqrt{2} + \sqrt{23} \quad (4) \sqrt{6} + 1$$

۳۹- دو دایره $C(O, 1)$ و $C'(O', 2)$ با طول خط‌المركزین $OO' = 8$ مفروض‌اند. دوران یافته دایره C حول نقطه O' تحت زاویه

90° را دایره C'' می‌نامیم. اندازه قطر کوچک‌ترین دایره‌ای که بر هر دو دایره C و C'' مماس باشد، کدام است؟

$$(1) 8\sqrt{2} - 2 \quad (2) 4\sqrt{2} - 1 \quad (3) 6\sqrt{2} - 3 \quad (4) 4\sqrt{3} - 1$$

۴۰- نقطه A به فاصله ۳ از خط d قرار دارد. تصویر نقطه A را تحت بازتاب نسبت به خط d ، نقطه A' می‌نامیم. اگر نقطه A را

حول نقطه A' به اندازه 120° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران دهیم تا نقطه A'' حاصل شود، آنگاه طول پاره‌خط

AA'' کدام است؟

$$(1) 6\sqrt{2} \quad (2) 6\sqrt{3}$$

$$(3) 9\sqrt{3} \quad (4) 9\sqrt{2}$$



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها (تا پایان وارون ماتریس‌ها): صفحه‌های ۹ تا ۲۳

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۴۱- دو ماتریس $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ با تعریف $a_{ij} = \begin{cases} i+j, & i=j \\ j-i, & i \neq j \end{cases}$ و $B = \begin{bmatrix} a-1 & -b \\ c+1 & 1 \end{bmatrix}$ مفروض‌اند. اگر $A \times B$ یک ماتریس اسکالر

باشد، مقدار c کدام است؟

$$-\frac{1}{2} \quad (۴)$$

$$-\frac{3}{10} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{5} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۱)$$

۴۲- اگر $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ ، $a_{ij} = \begin{cases} 2i & ; i > j \\ |i-j| & ; i \leq j \end{cases}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل جمع درایه‌های $A \times B$ چقدر است؟

$$12 \quad (۴)$$

$$10 \quad (۳)$$

$$8 \quad (۲)$$

$$6 \quad (۱)$$

۴۳- اگر $\begin{bmatrix} x-y & 10 \\ 7 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 10 \\ x+y & z+2 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $x+2y+z$ چقدر است؟

$$13 \quad (۲)$$

$$11 \quad (۱)$$

$$16 \quad (۴)$$

$$15 \quad (۳)$$

۴۴- در ماتریس $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ ، اگر $a_{ij} = \begin{cases} 2 & ; i \neq j \\ 1 & ; i = j \end{cases}$ باشد، ماتریس $A^2 - 4A$ برابر کدام است؟

$$5A \quad (۲)$$

$$3A \quad (۱)$$

$$5I \quad (۴)$$

$$3I \quad (۳)$$

۴۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل جمع درایه‌های قطر اصلی $A^{-1} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ است؟

$$-3 \quad (۲)$$

$$3 \quad (۱)$$

$$1 \quad (۴)$$

$$-1 \quad (۳)$$

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۴۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $A^3 + (A^{-1})^3$ کدام است؟

(۲) $\bar{O}$

(۱) I

(۴) A

(۳) $-2I$

۴۷- ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} a+4 & 4 \\ -1 & a \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ a & a \end{bmatrix}$ مفروض‌اند. اگر ماتریس A وارون‌پذیر نباشد، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس B^{-1} کدام است؟

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۱) $\frac{1}{2}$

(۴) $-\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{3}{2}$

۴۸- اگر $A^2 = A$ و $A - B = I$ باشد، حاصل B^{10} کدام است؟

(۲) $1024I$

(۱) $A - I$

(۴) $-1024I$

(۳) $I - A$

۴۹- اگر A و B دو ماتریس مربعی از مرتبه ۲ باشند به طوری که $A^{-1} + 2B^{-1} = I$ ، آنگاه کدام رابطه همواره صحیح است؟

(۲) $A + 2B = AB$

(۱) $A + 2B = I$

(۴) $2A + B = AB$

(۳) $2A + B = I$

۵۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan \alpha \\ \tan \alpha & 0 \end{bmatrix}$ و I ماتریس همانی مرتبه ۲ باشد، سطر اول ماتریس $(I - A)^{-1}(I + A)$ کدام است؟

(۲) $[\cos 2\alpha \quad \sin 2\alpha]$

(۱) $[\cos 2\alpha \quad -\sin 2\alpha]$

(۴) $[-\sin 2\alpha \quad \cos 2\alpha]$

(۳) $[\sin 2\alpha \quad \cos 2\alpha]$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن + چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۴۵ تا ۶۴

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

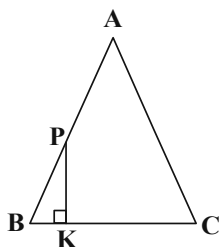
۵۱- مثلثی به طول اضلاع ۸، ۱۶ و $۸\sqrt{3}$ با مثلثی که طول یکی از اضلاع آن $۲\sqrt{3}$ است، متشابه می‌باشد. بیشترین مقدار برای مساحت مثلث دوم کدام است؟

- (۱) $۲\sqrt{3}$ (۲) $۶\sqrt{3}$ (۳) ۱۲ (۴) ۱۸

۵۲- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، $AB = ۵$ و $AC = ۱۲$ است. اگر M و N به ترتیب وسط اضلاع AB و AC بوده و K پای ارتفاع وارد بر وتر باشد، آنگاه مساحت مثلث MNK کدام است؟

- (۱) $۷/۲$ (۲) $۷/۵$ (۳) ۶ (۴) ۸

۵۳- در مثلث متساوی الساقین ABC شکل زیر ($AB = AC$)، اگر $AB = ۴BP$ باشد، آنگاه مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث BPK است؟

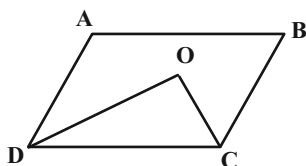


- (۱) ۱۲
(۲) ۱۶
(۳) ۲۴
(۴) ۳۲

۵۴- مثلث ABC به اضلاع ۶، ۵ و ۵ با مثلث $A'B'C'$ متشابه است. اگر محیط مثلث $A'B'C'$ برابر ۳۲ باشد، مجموع اندازه‌های ارتفاع‌های مثلث $A'B'C'$ آن کدام است؟

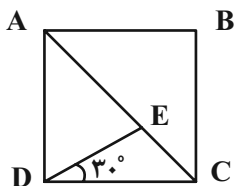
- (۱) $۲۲/۴$ (۲) $۲۷/۲$ (۳) $۲۴/۸$ (۴) $۲۹/۶$

۵۵- در متوازی‌الاضلاع شکل زیر $AB = ۳۶$ ، $BC = ۲۰$ و $\hat{B} = 30^\circ$ است. اگر CO و DO نیمسازهای دو زاویه C و D باشند، مساحت مثلث COD کدام است؟



- (۱) ۱۶۲
(۲) ۱۴۸
(۳) ۱۴۴
(۴) ۱۶۴

۵۶- در شکل زیر چهارضلعی ABCD مربع و $\widehat{CDE} = 30^\circ$ است. مساحت مثلث DEC چه کسری از مساحت مربع است؟



$$(1) \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

$$(2) \frac{\sqrt{2}-1}{4}$$

$$(3) \frac{\sqrt{3}-1}{4}$$

$$(4) \frac{2-\sqrt{2}}{4}$$

۵۷- یک n ضلعی منتظم دارای ۱۷۰ قطر است. در این n ضلعی، کوچک ترین زاویه بین یک قطر و یک ضلع، در رأس آن، چند درجه است؟

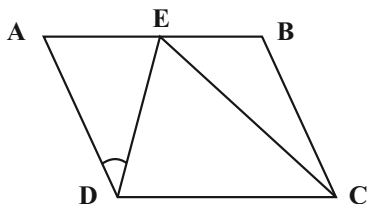
$$(2) 9$$

$$(1) 8$$

$$(4) 12$$

$$(3) 10$$

۵۸- در متوازی الاضلاع شکل زیر، $BE = AD$ ، $CE = CD$ و $\widehat{ADE} = 30^\circ$ است. اندازه زاویه $\widehat{BCE}$ چند درجه است؟



$$(1) 50$$

$$(2) 45$$

$$(3) 40$$

$$(4) 35$$

۵۹- در مثلث قائم الزاویه ABC، طول وتر برابر ۲۰ و اندازه یکی از زوایا 15° است. فاصله پای ارتفاع وارد بر وتر از وسط وتر کدام است؟

$$(2) 5$$

$$(1) 2/5$$

$$(4) 5\sqrt{3}$$

$$(3) 5\sqrt{2}$$

۶۰- یک n ضلعی محدب دارای دو زاویه 120° است و سایر زوایای آن همگی برابر 150° هستند. این n ضلعی محدب، چند قطر دارد؟

$$(2) 44$$

$$(1) 35$$

$$(4) 65$$

$$(3) 54$$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: احتمال: صفحه‌های ۴۸ تا ۶۸

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۶۱- احتمال این که دانش‌آموزی در یک آزمون به سوالات اختصاصی و عمومی به صورت صحیح جواب دهد به ترتیب $\frac{5}{10}$ و $\frac{8}{10}$ است. اگر سوالی از بین ۱۰ سوال اختصاصی و n سوال عمومی انتخاب شود و احتمال آن که دانش‌آموز به این سوال پاسخ صحیح دهد برابر ۷۰ درصد باشد، آنگاه مقدار n کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۲۵ (۳) ۲۰ (۴) ۱۰

۶۲- تیم فوتسال یک کلاس، ۱۰ بازیکن با قدهای مختلف دارد. دو بازیکن از این تیم به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر قد بازیکن اول بیشتر از بازیکن دوم باشد، احتمال اینکه بازیکن اول بلندقدترین بازیکن تیم باشد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{1}{10}$

۶۳- دسته‌ای کارت شامل ۲ کارت دو رو سفید، ۴ کارت دو رو مشکی و ۴ کارت یک رو سفید و یک رو مشکی داریم. کارتی به تصادف از این دسته کارت انتخاب می‌کنیم و فقط یک روی آن را مشاهده می‌کنیم. اگر روی مشاهده شده مشکی باشد، احتمال آنکه روی دیگر این کارت مشکی نباشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{11}$ (۲) $\frac{4}{11}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۶۴- دو عضو از مجموعه $D = \{k \in \mathbb{N}, k < 8\}$ را پشت سرهم و به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر مجموع دو عدد انتخاب شده فرد باشد، با چه احتمالی عدد انتخابی اول، عددی اول بوده است؟

- (۱) $\frac{13}{24}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{5}{16}$

۶۵- یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد زوج، ۲ برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. در دو بار پرتاب این تاس، احتمال آنکه مجموع دو عدد رو شده برابر ۵ باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{2}{9}$ (۳) $\frac{8}{81}$ (۴) $\frac{16}{81}$

۶۶- اگر A و B دو پیشامد مستقل از هم، $P(B - A) = 0/1$ و $P(A \cap B) = 0/3$ باشند، حاصل $P(A')$ کدام است؟

۰/۱۵ (۴)

۰/۲۵ (۳)

۰/۳ (۲)

۰/۴ (۱)

۶۷- اگر $P(B|A) = \frac{2}{5}$ ، $P(A|B) = \frac{3}{10}$ و $P(B) - P(A) = \frac{1}{18}$ باشد، حاصل $P(A \cup B)$ کدام است؟

$\frac{29}{90}$ (۴)

$\frac{9}{10}$ (۳)

$\frac{43}{51}$ (۲)

$\frac{11}{35}$ (۱)

۶۸- در جعبه‌ای ۶ لامپ وجود دارد که ۴ تا از آن‌ها سالم است. اگر به تصادف و بدون جای‌گذاری ۳ لامپ از این جعبه خارج کنیم،

چقدر احتمال دارد لامپ اول سالم و لامپ‌های دوم و سوم هر دو معیوب باشد؟

$\frac{1}{15}$ (۴)

$\frac{2}{15}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{2}{5}$ (۱)

۶۹- دو ظرف داریم که در ظرف اول، ۲ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و در ظرف دوم، ۶ مهره سفید و ۳ مهره سیاه موجود است. از اولی ۲

مهره و از دومی ۳ مهره به تصادف برداشته و در ظرف جدیدی می‌ریزیم. سپس از ظرف جدید یک مهره بیرون می‌آوریم و

مشاهده می‌کنیم که سفید است. با کدام احتمال این مهره متعلق به ظرف اول بوده است؟

$\frac{5}{12}$ (۴)

$\frac{1}{12}$ (۳)

$\frac{1}{8}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

۷۰- محصولات یک کارخانه توسط سه ماشین A ، B و C تولید می‌شود که به ترتیب ۴۰، ۳۰ و ۳۰ درصد محصولات را تولید

می‌کنند. می‌دانیم ۳ درصد از محصولات A و ۳ درصد از محصولات C معیوب هستند و اگر یکی از محصولات این کارخانه را

به تصادف انتخاب کنیم با احتمال ۶ درصد معیوب می‌باشد، چند درصد از محصولات تولیدی ماشین B معیوب است؟

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

۱۳ (۱)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد (تا پایان ویژگی ۷ هم‌نهمی): صفحه‌های ۱ تا ۲۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۷۱- کدام یک از گزاره‌های شرطی زیر نادرست می‌باشد؟

(۱) اگر $x^2 - 5x + 6 = 0$ ، آنگاه $x = 2$ یا $x = 3$.

(۲) اگر x و y دو عدد طبیعی باشند، آنگاه $x + 2y > 2\sqrt{2}\sqrt{xy}$.

(۳) اگر $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ ، آنگاه $|x + \frac{1}{x}| \geq 2$.

(۴) اگر $x \in \mathbb{R}$ باشد، آنگاه عبارت $x^2 - x + 3$ همواره مثبت است.

۷۲- اگر باقی‌مانده تقسیم اعداد a و b بر ۲۳ به ترتیب ۴ و ۱۱ باشد، در این صورت باقی‌مانده تقسیم عدد $(3a - 7b)$ بر ۲۳ چقدر است؟

(۴) ۱۹

(۳) ۱۴

(۲) ۹

(۱) ۴

۷۳- باقی‌مانده تقسیم 3^{58} بر عدد ۱۳ کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۱

(۲) ۹

(۱) ۷

۷۴- در یک تقسیم، باقی‌مانده بیشترین مقدار خود را دارد. اگر در این تقسیم به مقسوم و مقسوم‌علیه هر کدام یک واحد اضافه کنیم،

به خارج قسمت و باقی‌مانده نیز هر کدام یک واحد اضافه می‌شود. مقسوم جدید کدام عدد می‌تواند باشد؟

(۴) -۱۶۲

(۳) ۲۰۰

(۲) -۸۱

(۱) ۱۰۰

۷۵- اگر $(b, 9) = (a, 9) = 3$ ، کدام رابطه زیر همواره درست است؟

(۲) $(ab, 9) = 9$

(۱) $(a + b, 9) = 3$

(۴) $(ab, 9) = 3$

(۳) $(a + b, 9) = 9$

۷۶- اگر $A_i = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 100\}$ باشد، آنگاه A_4 چند عضو دارد؟ $([r]_m)$ دسته هم‌نهمی r به پیمانه m است.

(۴) ۴

(۳) ۵

(۲) ۶

(۱) ۷

۷۷- اگر $d = (4a + 4, 2a - 5)$ و $d \neq 1$ باشد، رقم دهگان $(d + 1)^d$ کدام است؟

(۴) ۶

(۳) صفر

(۲) ۲

(۱) ۵

۷۸- اگر باقی‌مانده‌های تقسیم اعداد a, b و c بر ۱۱ به ترتیب ۱۰، ۹ و ۸ باشند، آنگاه باقی‌مانده تقسیم $a^2 b^3 c^4$ بر ۱۱ کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۱

(۲) ۸

(۱) ۳

۷۹- چند عدد طبیعی دو رقمی n وجود دارد به طوری که باقی‌مانده تقسیم n^6 بر ۳۲، برابر ۱ باشد؟

(۴) ۱۴

(۳) ۱۲

(۲) ۱۰

(۱) ۸

۸۰- اگر x و y دو عدد حقیقی و متمایز مثبت باشند، آنگاه کم‌ترین مقدار صحیح ممکن برای عبارت $A = \left(\frac{3x}{y} + 2\right)\left(\frac{3y}{x} + 2\right)$ کدام است؟

(۴) ۱۶

(۳) ۲۴

(۲) ۲۵

(۱) ۲۶

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.



آزمون تابستان «۳۱ مرداد ۱۴۰۴» دفترچه دوم اختصاصی دوازدهم ریاضی (فیزیک و شیمی)

دفترچه سوال

مدت زمان کل پاسخ گویی سوالات: ۷۵ دقیقه

تعداد کل سوالات: ۶۰ سؤال

(۲۰ سوال اجباری + ۴۰ سوال اختیاری)

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخگویی
اجباری	۲	۱۰	۱۵'
اختیاری	۳	۱۰	۱۵'
اختیاری	۱	۱۰	۱۵'
اجباری	۲	۱۰	۱۰'
اختیاری	۳	۱۰	۱۰'
اختیاری	۱	۱۰	۱۰'
جمع کل	۶۰	۸۱-۱۴۰	۷۵'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
فیزیک	خسرو ارغوانی فرد-بابک اسلامی-عبدالرضا امینی نسب-احسان ایرانی-مهدی آذرنسب-زهره آقامحمدی-حامد ترحمی-مجتبی خلیل ارجمندی-میثم دشتیان-محمدعلی راست پیمان-علیرضا رستمزاده-پنهام رستمی-امیر ستارزاده-رامین شادلوپی-سعید طاهری بروجنی-محمد عیدوی-عرفان عسکریان چایچان-محمد عظیم پور-محمدجواد غلامی-مسعود قره خانی-مصطفی کیانی-حسین مخدومی-سیدعلی میرنوری-شادمان ویسی
شیمی	امیرعلی برخورداریون-محمد رضا پور جاوید-جواد جدیدی-اسامه جوشن-امیرحاتمیان-حسن رحمتی کوکند-مبینا شرافتی پور-محمد عظیمیان زواره-میکائیل غراوی-حسن لشکری-سعید محسن زاده-محمدحسن محمدزاده مقدم-امیرحسین مسلمی-دانیال مهرعلی-سیدرحیم هاشمی دهکردی-محمد وزیری

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسام نادری	آرش ظریف
گروه ویراستاری	سینا صالحی حسین بصیرتر کمپور زهره آقامحمدی	یاسر راش مجتبی محبوب فرزاد حلاج مقدم احسان پنجه شاهی
مسئول درس	حسام نادری	آرش ظریف
مستند سازی	علیرضا همایون خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	مهدی صالحی پرهام مهرآرا	محسن دستجردی عرفان قره مشک آتیلا ذاکری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

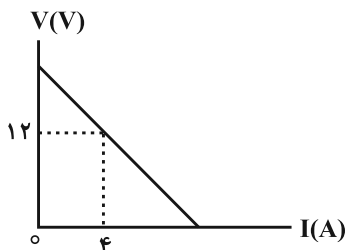


وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۸۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۸۱- نمودار اختلاف پتانسیل دو سر یک باتری بر حسب جریان الکتریکی عبوری از آن، مطابق شکل زیر است. اگر مقاومت درونی

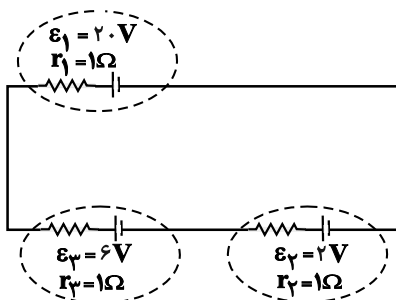
باتری برابر با 0.5Ω باشد، نیروی محرکه باتری چند ولت است؟

(۱) ۱۶

(۲) ۱۴

(۳) ۱۰

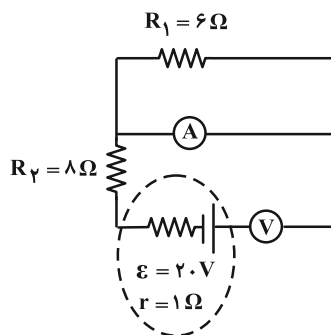
(۴) ۴

۸۲- در مدار شکل زیر، توان ورودی باتری $\mathcal{E}_3$ چند برابر توان خروجی باتری $\mathcal{E}_1$ است؟(۱) $1/6$ (۲) $\frac{5}{8}$

(۳) ۱۲

(۴) $\frac{1}{8}$

۸۳- در مدار شکل زیر، ولت‌سنج و آمپرسنج آرمانی به ترتیب از راست به چپ، چه اعدادی را بر حسب ولت و آمپر نشان می‌دهند؟



(۱) صفر - ۲

(۲) ۱۰ - ۲

(۳) ۲۰ - صفر

(۴) صفر - صفر

محل انجام محاسبات



۸۴- بر روی سه وسیله الکتریکی به ترتیب اعداد $(220V, 440W)$ ، $(110V, 242W)$ و $(220V, 242W)$ نوشته شده است. اگر این سه

وسیله به صورت متوالی به هم وصل شوند، توان مصرفی مجموعه مقاومت‌های وسایل $1440W$ می‌شود، جریان گذرنده از هر

کدام از آن‌ها چند آمپر است؟ (دما ثابت است).

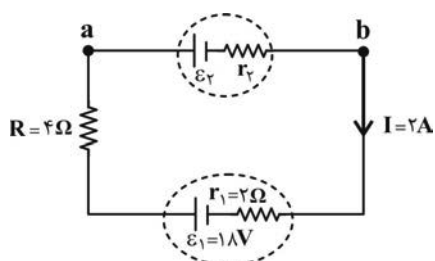
۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۴ (۱)

۸۵- با توجه به مدار شکل زیر، اندازه اختلاف پتانسیل الکتریکی دو نقطه a و b چند ولت است؟



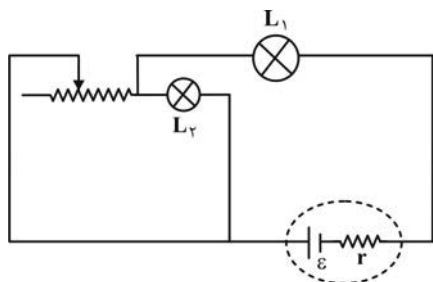
۴ (۱)

۸ (۲)

۶ (۳)

۱۰ (۴)

۸۶- در مدار شکل زیر، اگر لغزنده رئوسا به سمت راست حرکت کند، نور لامپ‌های L_1 و L_2 به ترتیب از راست به چپ، چگونه تغییر می‌کند؟



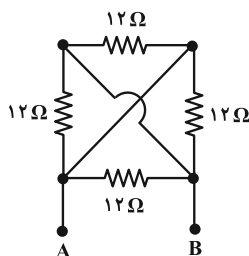
(۱) افزایش - افزایش

(۲) افزایش - کاهش

(۳) کاهش - افزایش

(۴) کاهش - کاهش

۸۷- با توجه به مدار شکل زیر، مقاومت معادل بین دو نقطه A و B چند اهم است؟



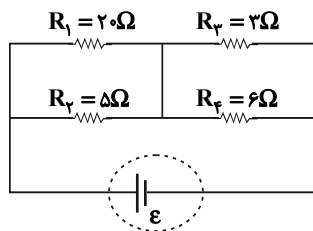
۱۲ (۱)

۴۸ (۲)

۶ (۳)

۳ (۴)

۸۸- در مدار شکل زیر، اگر ولتاژ دو سر مقاومتی که کمترین توان را مصرف می‌کند، $18V$ باشد، جریان عبوری از باتری چند آمپر است؟



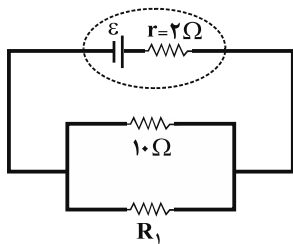
(۱) ۹

(۲) $1/8$

(۳) ۳

(۴) ۸

۸۹- در مدار شکل زیر، مقاومت R_1 چند اهم باشد تا افت پتانسیل درون باتری برابر نیروی محرکه آن گردد؟



(۱) ۱۰

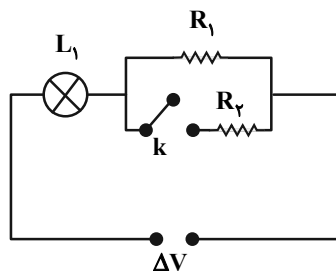
(۲) ۵

(۳) ۲

(۴) صفر

۹۰- در مدار شکل زیر، اختلاف پتانسیل ΔV مقدار ثابتی است. با بستن کلید k ، توان مصرفی مقاومت R_1 و شدت روشنایی لامپ

L_1 ، به ترتیب از راست به چپ، چگونه تغییر می‌کنند؟



(۱) کاهش، کاهش

(۲) افزایش، افزایش

(۳) کاهش، افزایش

(۴) افزایش، کاهش



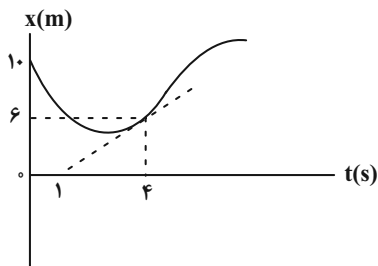
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱ تا ۲۸

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۹۱- نمودار مکان - زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر خط مماس بر منحنی در

لحظه $t = 4s$ به صورت خط چین رسم شده باشد، بزرگی سرعت متوسط متحرک در چهار ثانیه اول حرکت چند برابر سرعت آن

در لحظه $t = 4s$ است؟

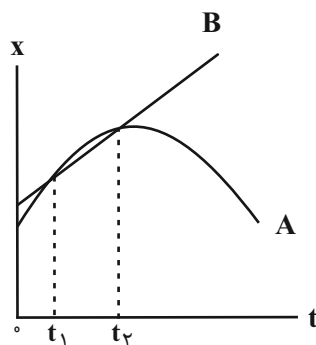
۱ (۱)

 $\frac{1}{2}$ (۲)

۲ (۳)

 $\frac{1}{4}$ (۴)

۹۲- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که بر روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر در یک دستگاه رسم شده است.



کدام گزینه در مورد آن‌ها نادرست است؟

(۱) جابه‌جایی دو متحرک در بازه t_1 تا t_2 برابر است.(۲) مسافت طی شده A در بازه t_1 تا t_2 از مسافت طی شده B بیشتر است.(۳) اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط دو متحرک در بازه t_1 تا t_2 یکسان است.(۴) اندازه سرعت متحرک B در لحظه t_1 از اندازه سرعت متحرک A در این لحظه کمتر است.

۹۳- دو متحرک (۱) و (۲) با سرعت‌های ثابت $v_1 = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ و $v_2 = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ از دو شهر A و B در یک مسیر مستقیم به سمت یکدیگر

شروع به حرکت می‌کنند. اگر بعد از ۱۵ دقیقه، فاصله دو متحرک از هم برای دومین بار به ۵km برسد، متحرک (۱) فاصله بین

دو شهر را در چند دقیقه طی می‌کند؟

۴۵ (۲)

۱۸ (۱)

۶۰ (۴)

۲۴ (۳)

مشابه سؤالی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.



۹۴- شخصی وسط اتوبان، خودرویی را در فاصله ۱۹ متری خود می بیند که به سمت او می آید. اگر اندازه سرعت خودرو $۷۲ \frac{km}{h}$ باشد

و به محض دیدن شخص، راننده خودرو با شتاب ثابتی به بزرگی $۲ \frac{m}{s^2}$ در یک مسیر مستقیم متوقف شود، شخص حداکثر چند

ثانیه زمان دارد تا خود را از جلوی خودرو دور کند؟

۰/۷۵ (۴)

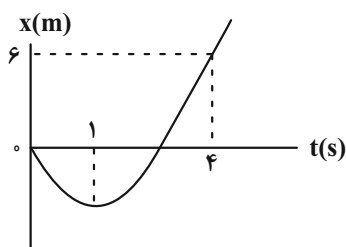
۱ (۳)

۰/۵ (۲)

۰/۲۵ (۱)

۹۵- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت در امتداد محور x حرکت می کند، به صورت شکل زیر است. تندی متوسط متحرک

در چهارثانیه اول حرکتش چند متر بر ثانیه بیشتر از بزرگی سرعت متوسط آن در همین مدت زمان است؟



$\frac{3}{2}$ (۱)

$\frac{3}{8}$ (۲)

$\frac{15}{8}$ (۳)

$\frac{15}{4}$ (۴)

۹۶- در شرایط خلأ، گلوله ای از ارتفاع h از سطح زمین رها می شود. اگر اندازه سرعت متوسط آن در ۲ ثانیه آخر حرکتش $۲۹/۴ \frac{m}{s}$

باشد، اندازه سرعت آن در لحظه برخورد با زمین چند متر بر ثانیه است؟ ($g = ۹/۸ m/s^2$)

۹/۸ (۴)

۱۹/۶ (۳)

۴۹ (۲)

۳۹/۲ (۱)

۹۷- هنگام سقوط آزاد در شرایط خلأ، اگر اندازه جابه جایی جسمی بر حسب متر، در ۲t ثانیه اول سقوط برابر با y_1 و در t ثانیه سوم

برابر با y_3 باشد، $|y_3 - y_1|$ کدام است؟

$۲gt^2$ (۴)

$۰/۵gt^2$ (۳)

$۲/۵gt^2$ (۲)

$۳gt^2$ (۱)

۹۸- در شرایط خلأ، دو گلوله با فاصله زمانی ۲ ثانیه، از یک نقطه بالای سطح زمین و از حال سکون رها می شوند. چند ثانیه پس از رها

شدن گلوله دوم، فاصله دو گلوله ۱۴۰ متر می شود؟ ($g = ۱۰ \frac{m}{s^2}$ و ارتفاع به اندازه کافی بلند است).

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۹۹- در شرایط خلأ، گلوله ای از ارتفاع h از سطح زمین رها شده و با تندی v به سطح زمین می رسد. اگر اندازه سرعت متوسط گلوله

در بازه زمانی که تندی آن از صفر به $\frac{2}{3}v$ می رسد، برابر با $۲۰ \frac{m}{s}$ باشد، h چند متر است؟ ($g = ۱۰ \frac{m}{s^2}$)

۱۸۰ (۴)

۸۰ (۳)

۱۰۰ (۲)

۲۴۰ (۱)

۱۰۰- در شرایط خلأ، سنگی را از ارتفاع h از سطح زمین رها می کنیم. اگر سنگ در ۳ ثانیه آخر حرکتش، سه برابر ۳ ثانیه اول حرکتش

جابه جا شده باشد، تندی سنگ هنگام برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ ($g = ۱۰ \frac{m}{s^2}$)

$۱۰\sqrt{۴۷}$ (۴)

۶۰ (۳)

۴۵ (۲)

$۲۰\sqrt{۱۵}$ (۱)



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۳ تا ۸۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۰۱- جسمی به جرم 2kg با تندی ثابت بر روی مسیری مستقیم در حال حرکت است. اگر 25% به تندی آن بیفزاییم، انرژی جنبشی‌اش نسبت به حالت قبل 900J افزایش می‌یابد. تندی اولیه جسم چند کیلومتر بر ساعت بوده است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۴۰ (۳) ۱۸۰ (۴) ۱۴۴

۱۰۲- در یک جابه‌جایی معین، تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی الزاماً برابر با کدام یک از عبارات زیر است؟

(۱) منفی تغییرات انرژی جنبشی جسم در آن جابه‌جایی

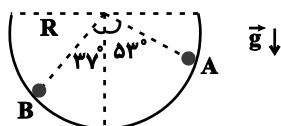
(۲) تغییرات انرژی جنبشی جسم در آن جابه‌جایی

(۳) منفی کار نیروی گرانشی در آن جابه‌جایی

(۴) کار نیروی گرانشی در آن جابه‌جایی

۱۰۳- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم m درون مسیر نیم‌کره‌ای بدون اصطکاکی به شعاع R از نقطه A تا نقطه B می‌لغزد. کار نیروی

وزن جسم طی این جابه‌جایی کدام است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)



(۱) $0 / 2mgR$

(۲) $-0 / 2mgR$

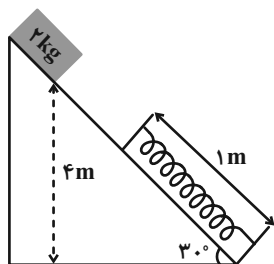
(۳) $0 / 4mgR$

(۴) $-0 / 4mgR$

۱۰۴- مطابق شکل زیر، جسمی را از بالای سطح شیب‌داری رها می‌کنیم تا به فنری به جرم ناچیز و طول 1m برخورد کند. اگر حداکثر

انرژی ذخیره شده در فنر 75J باشد، در این لحظه نسبت تغییرات طول فنر به ارتفاع مکان جسم از سطح زمین چقدر است؟

($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و از اتلاف انرژی و اصطکاک صرف‌نظر شود و توجه کنید که در فنر فشرده شده، انرژی پتانسیل ذخیره می‌شود.)



(۱) ۲

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۴) ۴

۱۰۵- جسمی از ارتفاع h نسبت به سطح زمین رها شده و پس از 10 متر سقوط، انرژی پتانسیل گرانشی آن، 20% درصد کاهش

می‌یابد. h چند متر است؟ (سطح زمین مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ است.)

(۴) ۵۰

(۳) ۱۰۰

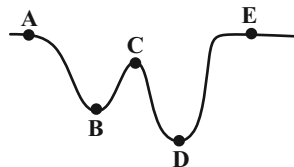
(۲) ۱۵۰

(۱) ۲۰۰

محل انجام محاسبات



۱۰۶- گلوله‌ای به جرم 450g از نقطه A و از حالت سکون، در مسیر بدون اصطکاک زیر شروع به حرکت می‌کند. کدام گزینه تندی



گلوله در نقاط مسیر را به درستی مقایسه می‌کند؟ (از اتلاف انرژی صرف نظر کنید).

$$v_B > v_C > v_D > v_E \quad (1)$$

$$v_D > v_B > v_C > v_E \quad (2)$$

$$v_E > v_C > v_B > v_D \quad (3)$$

(۴) باید ارتفاع دقیق نقاط را دانست.

۱۰۷- در کدام یک از موارد زیر، کار نیروی ذکر شده برابر با صفر است؟

(الف) کار نیروی وزن در جابه‌جایی افقی

(ب) کار نیروی کشش نخ در حرکت آونگ (گلوله متصل به نخ آویزان از سقف)

(پ) کار نیروی عمودی سطح در جابه‌جایی روی یک سطح شیب‌دار

(ت) کار نیروی برابند در حرکت با سرعت ثابت

(۱) الف، پ و ت (۲) الف و ت (۳) ب و ت (۴) همه موارد

۱۰۸- گلوله‌ای به جرم 100g را از سطح زمین با تندی اولیه $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌کنیم. اگر نیروی مقاومت هوا

در مقابل گلوله ناچیز باشد، انرژی مکانیکی گلوله در ارتفاع ۲۴ متری از سطح زمین چند ژول است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و سطح

زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته شود).

(۱) ۱۰ (۲) ۴۵ (۳) ۹۰ (۴) ۳۰

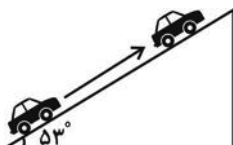
۱۰۹- پمپ آبی در هر ثانیه ۴۰ لیتر آب را با تندی ثابت از سطح زمین تا ارتفاع ۱۰ متری بالا می‌برد. اگر این پمپ در هر ۳ ثانیه، 15kJ

انرژی الکتریکی مصرف کند، بازده آن چند درصد است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۱) ۷۵ (۲) ۸۰ (۳) ۱۶/۷ (۴) ۲۶/۶

۱۱۰- اتومبیلی به جرم ۱۰۰۰ کیلوگرم روی سطح شیب‌داری که با افق زاویه ۵۳ درجه می‌سازد، با تندی ثابت $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ بالا می‌رود. اگر بزرگی

نیروی اصطکاک جنبشی سطح ثابت و برابر ۳۰۰ نیوتون باشد، توان خروجی موتور اتومبیل تقریباً چند اسب بخار (hp) است؟



$$(1\text{hp} = 750\text{W} \text{ و } \sin 53^\circ = 4/5 \text{ و } g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

(۱) ۳۸۵۰۰ (۲) ۴۱۵۰۰

(۳) ۵۱/۳۴ (۴) ۵۵/۳۳

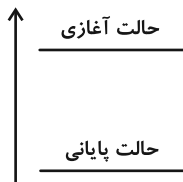


وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: در پی غذای سالم (تابندای غذای سالم): صفحه‌های ۵۱ تا ۷۷

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱۱۱- کدام گزینه در مورد فرایندی با نمودار انرژی روبه‌رو نادرست است؟



(۱) در این فرایند انرژی از سامانه گرفته می‌شود.

(۲) این فرایند می‌تواند مربوط به واکنش فتوسنتز باشد.

(۳) در انتهای فرایند، فراورده پایدارتر از واکنش‌دهنده خواهد بود.

(۴) علامت Q در این فرایند مشابه علامت آن در فرایندهای سوخت و ساز بدن است.

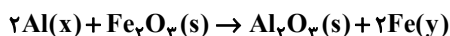
۱۱۲- کدام گزینه نادرست است؟ (H = ۱, C = ۱۲ : g.mol⁻¹)(۱) در نام‌گذاری عامل کربونیل میخک با فرمول شیمیایی C₇H₁₄O باید از عدد نیز استفاده کرد.

(۲) در ترکیبی که باعث طعم و بوی بادام و رازیانه است، حلقه بنزن وجود داشته و ترکیباتی آروماتیک هستند.

(۳) از گاز مرداب می‌توان به عنوان سوخت استفاده کرد که ارزش سوختی آن ۸۹۰ کیلوژول بر گرم می‌باشد.

(۴) اگر معادله واکنشی را بتوان از جمع معادله دو یا چند واکنش دیگر به دست آورد، ΔH آن نیز از جمع جبری ΔH همان واکنش‌ها به دست می‌آید.

۱۱۳- در کدامیک از حالت‌های فیزیکی نوشته شده، ΔH واکنش حداقل خواهد شد؟



(۱) Al : مایع ، Fe : مایع (۲) Al : جامد ، Fe : مایع (۳) Al : جامد ، Fe : جامد (۴) Al : مایع ، Fe : جامد

۱۱۴- با توجه به واکنش: $\Delta H = -260 \text{ kJ}$ و $2\text{C}_2\text{H}_2(g) + 5\text{O}_2(g) \rightarrow 4\text{CO}_2(g) + 2\text{H}_2\text{O}(l)$ ، اگر مخلوطی از گازهای اتین و

اکسیژن به حجم ۳۱/۳۶ لیتر (در شرایط STP) با هم به طور کامل واکنش دهند (چیزی از آن‌ها باقی نماند)، چند کیلوژول

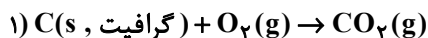
گرما آزاد می‌شود؟

۷۸۰ (۴)

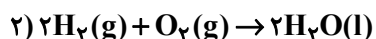
۵۲۰ (۳)

۱۰۴۰ (۲)

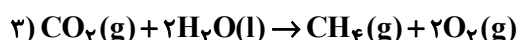
۶۵۰ (۱)

۱۱۵- با توجه به واکنش‌های داده شده، آنتالپی واکنش $\text{CH}_4(g) + 2\text{H}_2(g) \rightarrow \text{C}(s) + 2\text{H}_2\text{O}(l)$ (گرافیت، C(s)) بر حسب کیلوژول کدام است؟

$$\Delta H = -393 / 5 \text{ kJ}$$



$$\Delta H = -572 \text{ kJ}$$



$$\Delta H = +890 \text{ kJ}$$

-۶۷۵ (۴)

+۷۱۱/۵ (۳)

+۱۰۶۸/۵ (۲)

-۷۵/۵ (۱)

محل انجام محاسبات



۱۱۶- اگر ۴۲ گرم کربن مونوکسید با مقدار اضافی گاز اکسیژن واکنش داده و ۴۲۴/۵ کیلوژول گرما آزاد شود، میانگین آنتالپی پیوند

موجود در کربن مونوکسید چند کیلوژول بر مول است؟ ($C = ۱۲, O = ۱۶ : g.mol^{-1}$)

O = O	C = O	پیوند
۴۹۴	۷۹۹	آنتالپی پیوند ($kJ.mol^{-1}$)

۸۵۴ (۴)

۸۰۱ (۳)

۱۲۲۸ (۲)

۱۰۶۸ (۱)

۱۱۷- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

(۱) بخش عمده انرژی موجود در شیر داغ هنگام فرایند هم‌دم شدن شیر با دمای بدن جذب می‌شود.

(۲) مواد غذایی پس از گوارش، انرژی لازم برای سوخت و ساز یاخته‌ها را در بدن تأمین می‌کنند.

(۳) در واکنش‌هایی که در دمای ثابت انجام می‌شوند مقدار گرمای آزاد شده ناشی از تفاوت انرژی گرمایی در مواد واکنش‌دهنده و فراورده است.

(۴) در برخی واکنش‌های شیمیایی هیچ گرمایی با محیط پیرامون مبادله نمی‌شود.

۱۱۸- کدام گزینه صحیح است؟

(۱) دارچین و بادام هر دو دارای گروه عاملی کتون می‌باشد.

(۲) میخک دارای ۲- هپتانون است که فرمول مولکولی آن $C_7H_{14}O$ می‌باشد.

(۳) دارچین دارای ماده‌ای است که در ساختار خود یک حلقه آروماتیک و یک گروه آلدهیدی دارد.

(۴) ترکیب موجود در رازیانه امکان تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را دارد.

۱۱۹- ۱۰۰ mL محلول سدیم هیدروکسید با غلظت معین با ۵۰ mL محلول $HCl(aq)$ با غلظت $۵ mol.L^{-1}$ ، در یک گرماسنج، در

دمای $25^{\circ}C$ مخلوط شده‌اند تا به‌طور کامل با هم واکنش دهند. اگر دمای پایانی $27^{\circ}C$ باشد، ΔH واکنش

$NaOH(aq) + HCl(aq) \rightarrow NaCl(aq) + H_2O(l)$ به تقریب چند کیلوژول است؟ (چگالی محلول‌های آغازی و پایانی به

تقریب برابر $1g.mL^{-1}$ و گرمای ویژه محلول‌های آغازی و پایانی به تقریب برابر $4.2 J.g^{-1}.^{\circ}C^{-1}$ است.)

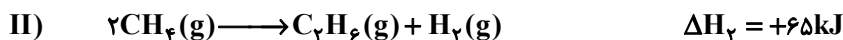
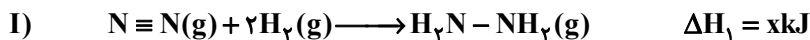
+۵۰/۴ (۴)

-۵۰/۴ (۳)

۵۶/۷ (۲)

-۵۶/۷ (۱)

۱۲۰- با توجه به واکنش‌های زیر و آنتالپی پیوندهای داده شده، مقدار x کدام است؟



N - N	N - H	$N \equiv N$	C - C	C - H	نوع پیوند
۱۶۳	۳۹۱	۹۴۵	۳۴۸	۴۱۵	میانگین آنتالپی پیوند ($kJ.mol^{-1}$)

-۶۳ (۴)

+۶۳ (۳)

-۵۲ (۲)

+۵۲ (۱)

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی + تاریخچه صابون تا انتهای رسانایی الکتریکی: صفحه‌های ۱ تا ۱۹ وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۲۱- اگر در یک لیتر محلول ۰/۱ مولار CH_3COOH ، $1/35 \times 10^{-3}$ مول یون هیدرونیوم وجود داشته باشد، درجه یونش استیک اسید چقدر است؟

- (۱) 1×10^{-1} (۲) $1/35$ (۳) $1/35 \times 10^{-2}$ (۴) 10

۱۲۲- چند مورد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

- (الف) ماده حل شونده در ضدیخ قابلیت تشکیل پیوند هیدروژنی با آب را دارد.
 (ب) قدرت پاک‌کنندگی صابون برای پاک کردن لکه چربی یکسان از پارچه پلی‌استر، بیش‌تر از پارچه نخی است.
 (پ) قدرت پاک‌کنندگی صابون در آب دریا بیشتر از آب چشمه است.
 (ت) قیمت مناسب‌تر و کارایی بالاتر از مزیت‌های استفاده از پاک‌کننده‌های غیرصابونی در مقایسه با صابون‌ها است.
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۲۳- در صابون جامدی با جرم مولی 418 g.mol^{-1} اگر بخش ناقطبی فاقد پیوندهای دوگانه یا حلقه باشد، دارای اتم هیدروژن بوده و پاک‌کننده غیرصابونی با گروه کربنی سیرشده و جرم مولی مشابه آن (شامل حلقه بنزنی) اتم

کربن در ساختار خود دارد. ($\text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{H} = 1, \text{Na} = 23, \text{S} = 32 : \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) ۲۳، ۵۱ (۲) ۱۷، ۵۱ (۳) ۲۳، ۵۳ (۴) ۱۷، ۴۳

۱۲۴- کدام یک از عبارت‌های زیر درست است؟

- (۱) کلئیدها، مخلوط‌های همگن هستند که نور را پخش می‌کنند.
 (۲) صابون ماده‌ای است که اگر به یک سوسپانسیون اضافه شود، توانایی تبدیل آن به کلئید را دارد.
 (۳) برای افزایش میزان اسیدی بودن خاک به آن آهک می‌افزایند.
 (۴) محلول ۰/۲ مولار هیدروکلریک اسید، الکترولیت قوی‌تری از محلول ۰/۱۵ مولار کلسیم هیدروکسید است.

۱۲۵- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) صابون‌های جامد را نمی‌توان از گرم کردن روغن‌های گوناگون مثل روغنی با فرمول مولکولی $\text{C}_{27}\text{H}_{54}\text{O}_6$ با سدیم هیدروکسید تهیه کرد.
 (۲) غلظت یون هیدروکسید در محلول ۰/۰۵ مولار کلسیم هیدروکسید در دمای اتاق برابر 10^{-1} مول بر لیتر است.
 (۳) صابون جامد، نمک سدیم اسیدهای چرب و صابون مایع، نمک پتاسیم یا آمونیوم اسیدهای چرب است.
 (۴) لکه‌های حاصل از آب قند را می‌توان هم با آب و هم با صابون شست و لباس‌ها را تمیز کرد.

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۱۲۶- مخلوطی به جرم ۱۲۶/۴ گرم از $C_{17}H_{35}COONa$ و $C_{18}H_{39}SO_3Na$ را در ۲۰۰ میلی لیتر محلول ۱ مولار کلسیم کلرید وارد می کنیم. با

فرض مصرف کامل یون های کلسیم و یکی از صابون ها در این واکنش، درصد جرمی پاک کننده غیر صابونی در مخلوط اولیه به تقریب کدام است؟

$$(Na = 23, O = 16, S = 32, C = 12, H = 1: g.mol^{-1})$$

$$1/58 \quad (4)$$

$$5/7 \quad (3)$$

$$3/16 \quad (2)$$

$$0/79 \quad (1)$$

۱۲۷- کدام گزینه درست است؟

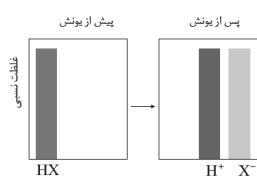
(۱) از $LiOH(s)$ می توان برای کاهش میزان اسیدی بودن آب استفاده کرد.

(۲) از نظر آرنیوس گاز هیدروژن کلرید یک اسید به شمار می رود، زیرا در ساختار آن اتم هیدروژن وجود دارد.

(۳) رنگ کاغذ pH در دمای اتاق برای محلول یک مولار استیک اسید و آمونیاک مشابه است.

(۴) CO_2 و NH_3 در آب حل شده و رنگ کاغذ pH در محلول آن ها به ترتیب آبی و سرخ می شود.

۱۲۸- با توجه به شکل های زیر، چه تعداد از عبارات زیر نادرست است؟



(۳)



(۲)



(۱)

* شکل (۱)، مربوط به انحلال اکسیدی فلزی در آب است که باعث می شود محیط آب اسیدی شود.

* اگر محلولی از HF در شکل (۲) قرار دهیم، روشنایی لامپ بیشتر از زمانی است که محلول HCl با غلظت مشابه را قرار دهیم.

* شکل (۳)، یونش اسیدی را نشان می دهد که درجه یونش آن ۱ می باشد.

* شکل (۳) می تواند مربوط به محلول نیتریک اسید یا هیدروبرمیک اسید باشد.

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۱۲۹- اگر در محلول ۰/۵ مولار اسید ضعیف HA به ازای هر ۲۴ مولکول یونیده شده، ۱۰۸ مولکول یونیده نشده وجود داشته باشد،

درصد یونش آن به تقریب کدام است؟

$$18/2 \quad (4)$$

$$20 \quad (3)$$

$$27/3 \quad (2)$$

$$13/64 \quad (1)$$

۱۳۰- رسانایی الکتریکی کدام محلول بیشتر است؟

(۱) محلول 2×10^{-4} مولار نیتریک اسید

(۲) محلول ۰/۵ مولار هیدروفلوئوریک اسید با درصد یونش ۲/۴

(۳) محلول 10^{-4} مولار هیدروکلریک اسید

(۴) محلول 6×10^{-4} مولار HA با درجه یونش ۱



وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۴۷ تا ۶۹

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۳۱- کدام گزینه درست است؟

(۱) ترکیب بوکسیت به رنگ قهوه‌ای بوده و از آلومینیم اکسید خالص تشکیل شده است.

(۲) سیلیسیم به صورت خالص و کریستال مانند در طبیعت یافت می‌شود.

(۳) در مخلوط هوای مایع، کربن دی‌اکسید مایع نیز وجود دارد.

(۴) از آرگون به عنوان محیط بی‌اثر برای جوشکاری استفاده می‌شود.

۱۳۲- چه تعداد از موارد زیر از کاربردهای گاز هلیوم می‌باشد؟

* نگهداری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی

* پر کردن بالن‌های هواشناسی

* جوشکاری

* بسته‌بندی برخی مواد خوراکی

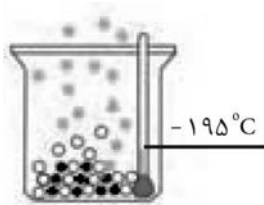
* خنک کردن قطعات دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۳۳- با توجه به شکل زیر که جدا شدن برخی گازها از هوای مایع را نشان می‌دهد، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) گوی‌های سفید نشان‌دهنده گازی است که در ساخت لامپ‌های رشته‌ای به کار می‌رود.

(۲) گوی‌های خاکستری، گازی را نشان می‌دهند که جانداران ذره‌بینی به منظور مصرف گیاهان آن را تثبیت می‌کنند.

(۳) گوی‌های مشکی حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را تشکیل می‌دهند.

(۴) گوی‌های سفید را در پتروشیمی از تقطیر جزء به جزء هوای مایع با خلوص بسیار زیاد تهیه می‌کنند.

۱۳۴- شمار الکترون‌های پیوندی در ساختار کدام ترکیب متفاوت از سایر ترکیب‌ها است؟

 NH_3 (۴) CH_4O (۳) PCl_3 (۲) CO (۱)

۱۳۵- در بین گونه‌های زیر، نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در و با یکدیگر برابر بوده و شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در برابر با است.

 $(^{12}_6\text{C}, ^{14}_7\text{N}, ^{16}_8\text{O}, ^{32}_{16}\text{S}, ^{35}_{17}\text{Cl}, ^{80}_{35}\text{Br})$ $\text{SCO}, \text{NO}_2\text{Cl}, \text{COBr}_2, \text{ClO}_3^-, \text{NO}^+$ ۶ - $\text{NO}_2\text{Cl} - \text{ClO}_3^- - \text{SCO}$ (۲)۳ - $\text{NO}^+ - \text{NO}_2\text{Cl} - \text{COBr}_2$ (۱)۷ - $\text{COBr}_2 - \text{ClO}_3^- - \text{SCO}$ (۴)۱۰ - $\text{ClO}_3^- - \text{NO}_2\text{Cl} - \text{COBr}_2$ (۳)



۱۳۶- دما در ابتدای لایه استراتوسفر ($h_0 = 10 \text{ km}$) در حدود -60°C است. اگر در این لایه، با افزایش ارتفاع به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع، دما در حدود $2/1^\circ \text{C}$ افزایش یابد، دما در ارتفاع ۴۰ کیلومتری از سطح زمین در این لایه چند کلوین خواهد بود؟ (تغییرات دما با ارتفاع را به صورت خطی در نظر بگیرید.)

(۱) $+10$ (۲) -3 (۳) 183 (۴) 276

۱۳۷- با توجه به این که در دو گونه زیر همه اتمها از قاعده هشت تایی پیروی می کنند، مقادیر q_1 و q_2 به ترتیب کدامند؟



۱۳۸- در چه تعداد از موارد زیر، توضیحات ارائه شده در مورد هر یک از نمادها نادرست است؟

(الف) $\xrightarrow{\Delta}$: واکنش با گرفتن گرما همراه است.

(ب) $\xrightarrow{850^\circ \text{C}}$: با انجام واکنش دما به 850°C درجه سلسیوس می رسد.

(پ) $\xrightarrow{200 \text{ atm}}$: واکنش در فشار ۲۰۰ اتمسفر انجام می شود.

(ت) $\xrightarrow{\text{Pd (s)}}$: برای انجام واکنش از فلز پلاتین به عنوان کاتالیزگر استفاده می شود.

(۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) صفر

۱۳۹- کدام گزینه درست است؟

(۱) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد واکنش دهنده در معادله $\text{C}_3\text{H}_8(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{CO}_2(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{g})$ پس از موازنه برابر ۶ می باشد.

(۲) نسبت شمار جفت الکترون های ناپیوندی به شمار جفت الکترون های پیوندی در هر یک از مولکول های اکسیژن و اوزون برابر $\frac{1}{4}$ است.

(۳) درصد حجمی گاز آرگون در هوای پاک و خشک، از درصد حجمی گاز کربن دی اکسید کمتر است.

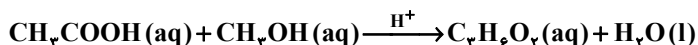
(۴) کربن مونوکسید، گازی بی رنگ، بد بو و بسیار سمی است و چگالی این گاز کمتر از هوا و قابلیت انتشار آن در محیط بسیار زیاد است.

۱۴۰- همه گزینه های زیر نادرست هستند، به جز

(۱) در شرایط یکسان دما و فشار، کربن مونوکسید از کربن دی اکسید ناپایدارتر بوده و چگالی بیشتری نیز دارد.

(۲) نور سفید خیره کننده در هنگام سوختن گرد Fe، حاکی از انجام یک واکنش شیمیایی است.

(۳) در معادله نمادی زیر، نماد H^+ در بالای فلش نشان می دهد برای تولید فرآورده آلی با حالت فیزیکی مایع، کاتالیزگر اسیدی مورد نیاز است.



(۴) پس از انجام موازنه، شمار مولکول ها در دو سمت معادله واکنش ممکن است برابر نشود.



دفترچه سؤال

آزمون هوش و استعداد
(دوره دوم)
۳۱ مرداد

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان‌زاده اصفهانی	مسئول آزمون
فاطمه راسخ	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون‌خواه	مسئول درس مستندسازی
حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، حامد کریمی، فرزاد شیرمحمدلی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف‌چینی و صفحه‌آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

برای مشاهده پاسخ‌ها، به صفحه شخصی خود در سایت کانون مراجعه کنید.

۳۰ دقیقه

استعداد تحلیلی

۲۵۱- ابیات زیر سازنده یک حکایت کوتاه‌اند، اما ترتیب آن‌ها به هم ریخته است. اگر ابیات را به شکل درست خود درآوریم، کدام بیت در جایگاه چهارم قرار می‌گیرد؟

(الف) کیک چون ماجرای پشه شنف / زیر لب خنده‌ای زد آن‌گه گفت

(ب) تو چنانی و من چنین ز چه روی؟ / تو طربناک و من غمین ز چه روی؟

(ج) ای پسر رو خموش باش چو کیک / تا نخواندت کسی، مزن لبیک

(د) من به هنگام کار خاموشم / بسته لب پای تابه سر گوشم

(ه) ای عجب من بدین سیه‌رختی / تو بدان فرهی و خوشبختی

(و) آن شنیدم که گفت پشه به کیک / بامدادان پس از سلام علیک

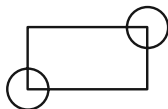
(۴) د

(۳) ج

(۲) ب

(۱) الف

۲۵۲- نمودار زیر، ارتباط کدام دسته‌ها را نشان می‌دهد؟



(۱) گوشواره‌ها - النگوها - طلاها

(۲) مثلث‌های قائم‌الزاویه - مثلث‌های متساوی‌الاضلاع - مثلث‌ها

(۳) سرماخوردگی‌ها - تب‌ها - بیماری‌ها

(۴) نوشابه‌ها - آب‌ها - نوشیدنی‌ها

۲۵۳- رابطه ساختاری بین دو واژه کدام گزینه متفاوت است؟

(۲) پرستنده - پرستار

(۱) بینا - دیدنی

(۴) رونده - رفتار

(۳) گویا - گفتنی

* در سه سؤال بعدی با استدلالی درست تعیین کنید کدام گزینه متن را بهتر ادامه می‌دهد.

۲۵۴- آن منتقدین ادبی معتقد به مفهوم «آرکی‌تایپ» که نخستین بار کارل گوستاو یونگ و مکتب مردم‌شناسی تطبیقی دانشگاه شیکاگو آن را مطرح کرده‌اند، ضمن مطرح کردن مباحثی از قبیل آنیما و آنیموس، سایه، نقاب، مادر کبیر، پیرمرد خردمند، آب، خورشید، دایره، اعداد و ... به کندوکاو تأثیر آن‌چه از ضمیر ناخودآگاه جمعی به ضمیر ناخودآگاه خالق اثر آن راه یافته است می‌پردازند و اثر ادبی را با آن تحلیل و نقد و بررسی می‌کنند. رنگ‌ها که در زندگی انسان تأثیر شگرف و جایگاه ویژه‌ای دارند و در برخی از تمدن‌های کهن، هر کدام نماد مفاهیمی خاص بوده‌اند، مثلاً بعضی رنگ‌ها، نشاط‌انگیز و آرام‌بخش و برخی دیگر مایهٔ سرزندگی و برانگیزنده بوده‌اند، ...

(۱) از آنجا که در فرهنگ‌های مختلف، نماد مفاهیمی متفاوت‌اند، شایستگی اتکا در بحث‌های آرکی‌تایپ ادبی را ندارند.

(۲) در بحث‌های ادبی ضمیر ناخودآگاه جمعی، جایگاه درخور ندارند چرا که به ابزارهای جسمی درک آدمی وابسته‌اند.

(۳) علی‌رغم آن که در ضمیر ناخودآگاه هنرمندند، تا پیش از ظهور مفهوم آرکی‌تایپ، در خلق آثار ادبی بررسی نشده بودند.

(۴) ارتباط عمیقی با ضمیر ناخودآگاه جمعی یافته‌اند و در نقدهای ادبی متکی بر مفهوم آرکی‌تایپ می‌توان به آن‌ها اشاره کرد.

۲۵۵- منظور از «جهانی‌های معنایی»، قواعدی هستند که ساختار واژگان را در همهٔ زبان‌ها تعیین می‌کنند. در نگاه نخست، سخن‌گفتن از جهانی‌های معنایی ممکن است عجیب نظر برسد: هر کس که به مطالعهٔ یک زبان خارجی پرداخته باشد می‌داند که واژه‌های دو زبان تا چه حد ممکن است متفاوت باشند. برخی از مفاهیم که در یک زبان با واژه‌ای ساده بیان می‌شوند، ممکن است در زبانی دیگر نیاز به یک جمله داشته باشند. مثلاً در زبان فارسی واژهٔ انگلیسی commuter را معمولاً با یک جمله بیان می‌کنیم: «کسی که هر شب برای استراحت به حومهٔ شهر می‌رود و روزها برای کار به شهر برمی‌گردد.» و یا در زبان انگلیسی بعید به نظر می‌رسد واژه‌ای معادل «ناز» با همهٔ سایه‌روشن‌های معنایی آن در زبان فارسی وجود داشته باشد. ولی ...

(۱) توجه بیش از اندازه به تفاوت‌های معنایی و کاربردی واژه‌ها، باعث دوری اهالی زبان‌های متفاوت از یکدیگر می‌شود.

(۲) علی‌رغم وجود این تفاوت‌ها، اکثر زبان‌ها در حوزه‌های بنیادین از قواعد جهانی پیروی می‌کنند.

(۳) نمی‌توان زبان‌های مختلف را در طبقه‌بندی‌های مشخص دارای ویژگی‌های مشابه صرفی و نحوی دانست.

(۴) کلمه‌هایی هم هست که بین همهٔ زبان‌ها مشترک است، علی‌رغم آن که تلفظ‌های این واژه‌ها متفاوت است.

۲۵۶- ابونصر فراهی در کتاب نصاب‌الصبيان خود، فقط هشت حرف یعنی «ث، ح، ص، ض، ط، ظ، ع، ق» را عربی شمرده است. البته درستی این گفته‌ها یقینی نیست، اما جالب توجه است که «ذ» را صرفاً حرف عربی قرار نداده و قطعهٔ زیر را برای تفریق میان «د» و «ذ» درج کرده‌است:

در زبان فارسی فرقی میان دال و ذال / بشنو این راه و فصاحت را بدین منوال دان

آن‌که ماقبلش بود با حرف عله ساکنی / همچو بوذ و باذ و بیذ و فاذ، آن را «ذال» خوان

آنکه ماقبلش بود بی حرف عله ساکنی / همچو مرد و درد و زرد و برد، آن را «دال» خوان

بر این اساس، معلوم است که ...

(۱) علم به وجود حروف عله مربوط به دوران متأخر است و در دوران قدیم تمایزی میان آن و دیگر حروف نبوده است.

(۲) کلماتی نظیر «بیهوده» و «آورده» از آغاز با «د» نوشته شده‌اند نه «ذ»، چرا که «د» حرف انتهایی این واژه‌ها نیست.

(۳) آن کلمات زبان فارسی که به حرف «د» ختم می‌شوند، در واقع همگی به «ذ» ختم می‌شده‌اند و امروزه تغییر داشته‌اند.

(۴) حروف «و، ا، ی» از حروف عله‌اند. فراهی تمییز بین «د» و «ذ» را از شروط فصاحت دانسته است.

۲۵۷- کدام گزینه با عبارت «هر سخن جایی و هر نکته مکانی دارد» هم‌مفهوم نیست؟

(۱) جابه‌جا کنعبد و جابه‌جا کنستعین

(۲) جای آینه سر بخاری، جای کفش دم در

(۳) خر رُ تو تالار نمی‌برن

(۴) روی هر خری می‌شه پالون گذاشت

* در سه پرسش بعدی اگر «الف» بزرگ‌تر از «ب» بود گزینه «۱» و اگر «ب» بزرگ‌تر از «الف» بود گزینه «۲» را انتخاب کنید. اگر دو داده مساوی بودند،

گزینه «۳» پاسخ است و اگر امکان مقایسه بین «الف» و «ب» وجود نداشت، گزینه «۴».

۲۵۸- دو سال پیش سنّ علی سه برابر مجموع سنّ میلاد و داریوش بود. دو سال بعد سنّ علی هشت برابر اختلاف سنّ میلاد و داریوش خواهد شد.

می‌دانیم اعداد سن داریوش و میلاد اعداد طبیعی یک‌رقمی هستند و میلاد بزرگ‌تر از داریوش است.

الف) اختلاف سنّ علی و میلاد

ب) اختلاف سنّ میلاد و داریوش

۲۵۹- با طنابی با طول ثابت، «یک مستطیل غیرمربع» و «یک مربع» ساخته‌ایم.

الف) مساحت مستطیل

ب) مساحت مربع

۲۶۰- علی و محمود کاری را در ۱۲ ساعت، محمود و حسن همان کار را در ۱۶ ساعت و حسن به تنهایی آن کار را در ۲۴ ساعت انجام می‌دهد.

الف) مدت زمان موردنیاز محمود برای انجام آن کار، به تنهایی

ب) مدت زمان موردنیاز علی برای انجام آن کار، به تنهایی

* باید یک عدد طبیعی چهاررقمی را حدس بزنیم. می‌دانیم این چهار رقم متفاوت‌اند و عددهای ۵ و ۷ در بین آن‌ها نیستند. بر این اساس به سه

پرسش بعدی پاسخ دهید.

۲۶۱- اگر رقم‌های دهگان و صدگان هشت واحد و رقم‌های صدگان و هزارگان دو واحد اختلاف داشته باشند و عدد مضرب پنج باشد، چند عدد ممکن

است پاسخ باشند؟

(۲) دو عدد

(۱) یک عدد

۲۶۲- اگر حاصل ضرب رقم‌های یکان و هزارگان، شش برابر حاصل ضرب رقم‌های دهگان و صدگان باشد، کدام گزینه درباره این عدد حتماً درست است؟

(۱) عددهای ۲ و ۴ هر دو قطعاً در این عدد هستند.

(۲) دست کم یکی از عددهای صفر و یک قطعاً در این عدد هست.

(۳) با فرض‌های ارائه شده، عددی ساخته نمی‌شود.

(۴) وجود حداقل یکی از عددهای ۳ و ۶ الزامی است.

۲۶۳- اگر بدانیم هیچ‌یک از ارقام عدد، ۱ و ۸ نیست ولی صفر و چهار قطعاً در عدد هست و عدد بر ۹ بخشپذیر است، دو عدد بزرگتر ارقام این عدد، چند

واحد اختلاف دارند؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۶

۲۶۴- در یک ساعت عقربه‌ای بیست و چهار ساعته، زاویه کوچک‌تر بین دو عقربه ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار در ساعت $۲۰:۲۰$ چند درجه است؟ دقت

کنید عقربه دقیقه‌شمار در هر ساعت، یک دور کامل در صفحه می‌چرخد.

(۱) ۸۵°

(۲) ۹۰°

(۳) ۱۷۰°

(۴) ۱۷۵°

۲۶۵- یکی از وسایل «گوشی، روپوش، خودکار، دفتر، کتاب» نو نیست و همان تنها دروغگوی جمع است. گوشی می‌گوید «روپوش» کهنه

است، روپوش می‌گوید «خودکار» نو است، خودکار می‌گوید «دفتر» نو است، کتاب و دفتر هم می‌گویند «کتاب» نو است. وسیله دروغگو

کدام است؟

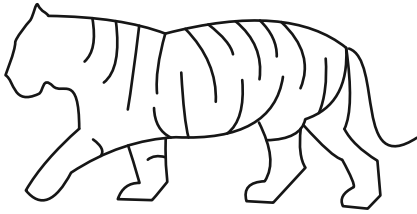
(۱) گوشی

(۲) روپوش

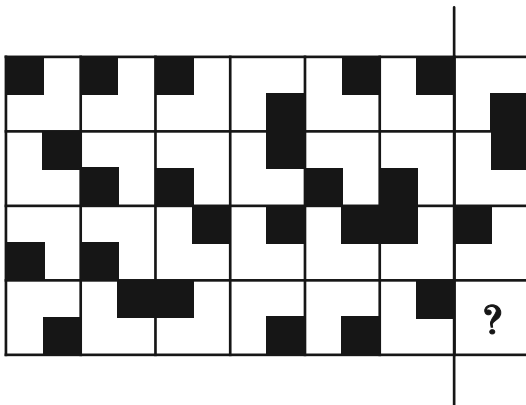
(۳) خودکار

(۴) دفتر

۲۶۶- کدام گزینه بخشی از تصویر زیر نیست؟

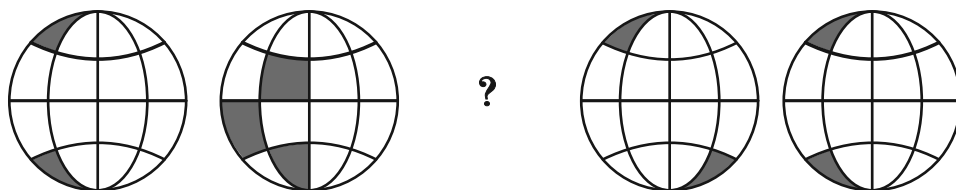


* در دو پرسش بعدی، شکل جایگزین علامت سؤال الگو را تعیین کنید.

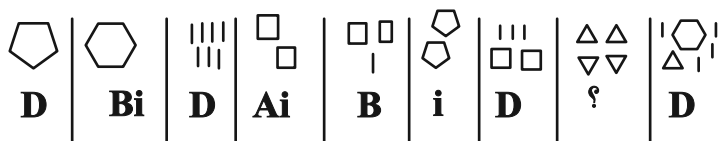


۲۶۷-





۲۶۹- در کدگذاری زیر، کدام گزینه به جای علامت سؤال قرار می گیرد؟



BD (۲)

BAi (۱)

ADi (۴)

Ai (۳)

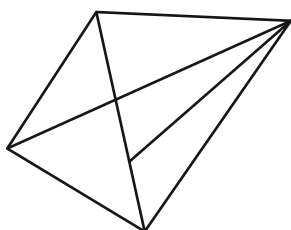
۲۷۰- در شکل زیر چند مثلث هست؟

(۱) ۹

(۲) ۱۰

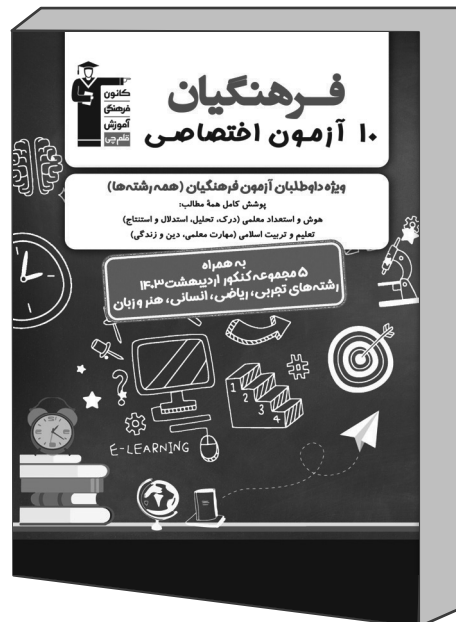
(۳) ۱۱

(۴) ۱۲



منابع مناسب هوش و استعداد

دوره دوم





آزمون ۳۱ مرداد ۱۴۰۴

اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

پدید آورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلائی-مسعود برملا-محمد رضا توجه-سعید جعفری-ایمان چینی-فروشان-مهدی حاجی-نژادیان-عادل حسینی-محمد حمیدی-افشین خاصه-خان-محمد امین روانبخش-جواد زنگنه-قاسم آبادی-علی سلامت-علی شهربابی-پویان طهرانیان-سجاد عظمتی-حمید علیزاده-احسان غنی-زاده-افشین گلستانی-سید سپهر متولیان-علی مرشد-محمد مصطفی پور-جهانبخش نیکنام-محمد هجری
هندسه	امیر حسین ابومحبوب-سلیمان اسپهرم-محبوبه بهادری-حسین حاجیلو-محمد حمیدی-افشین خاصه-خان-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-کیوان دارابی-سوگند روشنی-علی ساوجی-شایان عیاجی-رضا عباسی-اصل-امیر محمد کریمی-محمد گودرزی-امیر مالیر-مجید محمدی-نویسی-بهزاد نظام-هاشمی-امیر وفائی-سرژ یقیا-زاربان-تبریزی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب-علی ایمانی-افشین خاصه-خان-کیوان دارابی-یاسین سپهر-علیرضا شریف-خطیبی-ندا صالح-پور-محمد صحت-کار-رضا عباسی-اصل-عزیزاله علی-اصغری-فرشاد فرامرزی-امیر محمد کریمی-مهرداد ملوندی-میلاد منصوری-نیلوفر مهدوی
فیزیک	خسرو ارغوانی-فرد-بابک اسلامی-عبدالرضا امینی-نسب-احسان ایرانی-مهدی آذرنسب-زهره آقامحمدی-حامد ترحمی-مجتبی خلیل-ارجمندی-میثم دشتیان-محمد علی راست-پیمان-علیرضا رستم-زاده-بهنام رستمی-امیر ستار-زاده-رامین شادلوپی-سعید طاهری-پروچنی-محمد عبدوی-عرفان عسکریان-چایجان-محمد عظیم-پور-محمد جواد غلامی-مسعود قره-خانی-مصطفی کیانی-حسین مخدومی-سید علی میرنوری-شادمان ویسی
شیمی	امیر علی برخورداریون-محمد رضا پور-جاوید-جواد جدیدی-اسامه جوشن-امیر حاتمیان-حسن رحمتی-کوکنده-مینا شرافتی-پور-محمد عظیمیان-زواره-میکائیل غراوی-حسن لشکری-سعید محسن-زاده-محمد حسن-محمد زاده-مقدم-امیر حسین مسلمی-دانیال مهر علی-سید رحیم هاشمی-دهکردی-محمد وزیری

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سید سپهر متولیان	امیر محمد کریمی	امیر محمد کریمی	حسام نادری	آرش ظریف
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب یاسین کشاورزی مهرداد ملوندی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیر تر-کمپور زهره آقامحمدی	یاسر راش مجتبی محبوب فرزاد حلاج-مقدم احسان پنجه-شاهی
مسئول درس	سید سپهر متولیان	امیر محمد کریمی	امیر محمد کریمی	حسام نادری	آرش ظریف
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	علیرضا همایون-خواه	امیر حسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	معصومه صنعت-کار-مهسا محمدنیا-احسان میرزینلی-سجاد سلیمی-فرشته کمبرانی		مهدی صالحی پرهام مهرآرا	محسن دستجردی عرفان قره-مشک آتیلا ذاکری	

گروه هی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی-زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	فرزانه فتح اله-زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب پل صبا - تهران - ۳۱ مرداد ۱۴۰۴ - تلفن: ۰۲۱-۶۶۶۳

Telegram: @konkur_in



حسابان ۱

گزینه ۲

(علی شیرایی)

ابتدا ضابطه‌های دو تابع را برابر قرار می‌دهیم تا طول نقطه برخوردشان بدست آید:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow 15 - 3^x = \sqrt{3^{x+2}} - 3$$

$$\Rightarrow 3^x + \sqrt{3^{x+2}} - 18 = 0 \Rightarrow 3^x + 3 \times 3^{\frac{x}{2}} - 18 = 0$$

با تغییر متغیر $3^{\frac{x}{2}} = t$ ، معادله را حل می‌کنیم:

$$t^2 + 3t - 18 = 0 \Rightarrow (t+6)(t-3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -6 \Rightarrow 3^{\frac{x}{2}} = -6 : \text{غقیق} \\ t = 3 \Rightarrow 3^{\frac{x}{2}} = 3 \Rightarrow x = 2 \end{cases}$$

حالا عرض نقطه برخورد را حساب می‌کنیم:

$$f(2) = 15 - 3^2 = 6$$

پس نقطه برخورد دو تابع $A(2, 6)$ است. حال فاصله A از نقطه $O(0, 0)$

$$OA = \sqrt{(2-0)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

را پیدا می‌کنیم:

(حسابان ۱- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۹)

گزینه ۳

(معمدرضا تویه)

می‌دانیم اگر جرم یک ماده رادیواکتیو m_0 و نیمه‌عمر آن T باشد، جرم ماده

$$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

باقی‌مانده (m) پس از طی شدن زمان t از رابطه

$$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{15}} \Rightarrow m(60) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{60}{15}} = \frac{m_0}{16}$$

جرم ماده باقی‌مانده $\frac{1}{16}$ جرم ماده اولیه است، یعنی جرم ماده‌ای که بهانرژی تبدیل شده است، $\frac{15}{16}$ جرم ماده اولیه است:

$$\Rightarrow m_0 - \frac{m_0}{16} = \frac{15}{16} m_0 \approx 0.94 m_0$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

گزینه ۳

(عادل مسینی)

$$x_0 = \log_3 \frac{3}{4} \text{ صفر تابع است:}$$

$$\Rightarrow a \times 3^{b \log_3 \frac{3}{4}} - 1 = a \left(3^{\log_3 \frac{3}{4}}\right)^b - 1 = 0$$

طبق ویژگی $m^{\log_n n} = n$ داریم:

$$3^{\log_3 \frac{3}{4}} = \frac{3}{4} \Rightarrow a \left(\frac{3}{4}\right)^b - 1 = 0 \Rightarrow a = \left(\frac{4}{3}\right)^b \quad (*)$$

مختصات نقطه $(1, 1)$ هم در ضابطه تابع صدق می‌کند:

$$\Rightarrow a(3^b) - 1 = 1 \xrightarrow{*} \left(\frac{4}{3}\right)^b \times 3^b = 2$$

$$\Rightarrow 4^b = 2 \Rightarrow b = \frac{1}{2} \xrightarrow{*} a = \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$ab = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \text{در نهایت داریم:}$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹ و ۸۶)

گزینه ۱

(سپار عظمتی)

ابتدا معادله نمایی مورد نظر را حل می‌کنیم:

$$2^x - 2^{-x} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2^x - \frac{3}{2} - 2^{-x} = 0$$

$$\xrightarrow{\times 2^x} (2^x)^2 - \frac{3}{2} \times 2^x - 1 = 0$$

با تغییر متغیر $2^x = t$ داریم:

$$t^2 - \frac{3}{2}t - 1 = 0 \Rightarrow (t-2)\left(t+\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2^x = -\frac{1}{2} \quad \text{غقیق} \\ t = 2 \Rightarrow 2^x = 2 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

حال حاصل عبارت خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{3^x}{x + \log_3(2x+7)} = \frac{3}{1 + \log_3 9} = \frac{3}{1+2} = \frac{3}{3} = 1$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۸)



۵- گزینه «۴»

(ممنوع همپیری)

$$10^{0.699} = 5 \xrightarrow{\text{از طرفین } \log \text{ در مبنای } 10 \text{ می‌گیریم}} \log 10^{0.699} = \log 5$$

$$\Rightarrow 0.699 \log 10 = \log 5 \Rightarrow \log 5 = 0.699$$

از طرفی دیگر داریم:

$$\log \sqrt{\frac{25}{8}} = \log \left(\frac{25}{8} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log \frac{25}{8} = \frac{1}{2} (\log 25 - \log 8)$$

$$= \frac{1}{2} (\log 5^2 - \log 2^3) = \frac{1}{2} (2 \log 5 - 3 \log 2)$$

$$\xrightarrow{\log 2 = 1 - \log 5} \frac{1}{2} (2 \log 5 - 3(1 - \log 5))$$

$$= \frac{1}{2} (5 \log 5 - 3) = \log 5 - \frac{3}{2} = 0.699 - 0.5 = 0.199$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۶- گزینه «۳»

(کلاطم ابلالی)

 α جواب معادله $f(x) = x$ است. پس داریم:

$$\log_4^{(2^{\alpha+2}-4)} = \alpha \Rightarrow 2^{\alpha+2} - 4 = 4^\alpha$$

$$\Rightarrow 4^\alpha - 4 \times 2^\alpha + 4 = 0 \Rightarrow (2^\alpha - 2)^2 = 0 \Rightarrow 2^\alpha = 2 \Rightarrow \alpha = 1$$

حال اگر فرض کنیم $\beta = f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ ، آن‌گاه $f(\beta) = \frac{1}{2}$ است و در نتیجه:

$$\log_4^{(2^{\beta+2}-4)} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2^{\beta+2} - 4 = 4^{\frac{1}{2}} = 2$$

$$\Rightarrow 2^{\beta+2} = 6 \Rightarrow \beta + 2 = \log_2 6 \Rightarrow \beta = \log_2 6 - 2 = \log_2 6 - \log_2 4 = \log_2 \frac{6}{4}$$

$$\Rightarrow \beta = \log_2 \frac{6}{4} = \log_2 \frac{3}{2}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۷- گزینه «۴»

(پوار زنگنه قاسم آباری)

$$\log_k^A = \log_k^B \Rightarrow A = B$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x = 2x - 15 \Rightarrow x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x-5) = 0$$

معادله جواب ندارد. در دامنه صدق نمی‌کنند $\rightarrow x = 3, 5$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۰ تا ۹۰)

۸- گزینه «۱»

(پوار زنگنه قاسم آباری)

$$\log_6^x + \frac{y}{y} \log_6^{2x} = 8 \Rightarrow \log_6^x + \log_6^x = 8$$

$$\Rightarrow \log_6^x + \log_6^x = 8 \xrightarrow{\log_6^x = t} t + t = 8$$

$$\Rightarrow t^2 - 8t + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 = \log_6^x \Rightarrow x_1 = 6 \\ t = 7 = \log_6^x \Rightarrow x_2 = 6^7 \end{cases}$$

حاصل ضرب جواب‌ها: $6 \times 6^7 = 6^8$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۹- گزینه «۴»

(ممنوع مصطفی پور)

$$\frac{1}{2}x^2 - 50x + 50 = 0 \Rightarrow a + b = -\frac{-50}{\frac{1}{2}} = 100, ab = \frac{50}{\frac{1}{2}} = 100$$

$$\log a + \log b + \log(a+b) = \log ab + \log(a+b)$$

$$= \log 100 + \log 100 = 1 + 2 = 3$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱۰- گزینه «۴»

(ممنوع امین روانپوش)

ابتدا نقطه $(5, 2)$ را در تابع صدق می‌دهیم:

$$\log_a^{(5a-6)} = 2 \Rightarrow a^2 = 5a - 6 \Rightarrow a^2 - 5a + 6 = 0$$

$$(a-2)(a-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = 3 \end{cases} \text{ غلط}$$

اگر $a = 2$ باشد، ضابطه تابع به صورت $f(x) = \log_2^{(2x-6)}$ است که نقطه $(1, 3)$ در آن صدق نمی‌کند. ولی برای $a = 3$ این گونه نیست. حال داریم:

$$a = 3 \Rightarrow f(x) = \log_3^{(3x-6)}$$

$$f^{-1}(x) = 3 \Rightarrow x = f(3) = \log_3^{(3 \times 3 - 6)} = 1$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)



حسابان ۲

گزینه ۱۱

(پهنایش نیکلام)

تابع $y = -\sqrt{x}$ با دامنه $[0, +\infty)$ و $y = \sqrt{5-x}$ با دامنه $(-\infty, 5]$ هر دو اکیداً نزولی هستند. پس تابع f نیز اکیداً نزولی است و دامنه آن بازه $[0, 5]$ است.

حال برای دامنه تابع g داریم:

$$f(2x+3) - f(-5x+2) \geq 0 \Rightarrow f(2x+3) \geq f(-5x+2)$$

تابع f اکیداً نزولی است؛ با لحاظ کردن این نکته و همچنین دامنه f ، باید نامعادله زیر را حل کنیم:

$$\begin{cases} 2x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{3}{2} \\ 2x+3 \leq -5x+2 \Rightarrow x \leq -\frac{1}{7} \\ -5x+2 \leq 5 \Rightarrow x \geq -\frac{3}{5} \end{cases}$$

اشتراک سه جواب بالا بازه $[-\frac{3}{5}, -\frac{1}{7}]$ است؛

$$\Rightarrow D_g = [-\frac{3}{5}, -\frac{1}{7}] \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -\frac{3}{5} \\ \beta = -\frac{1}{7} \end{cases} \Rightarrow \alpha + \beta = -\frac{26}{35}$$

(حسابان ۲- مرتبط با تمرین ۹ (الف) صفحه ۲۲)

گزینه ۱۲

(سیر سپهر متولیان)

نمودار تابع $f(x)$ از مبدأ مختصات عبور می‌کند، بنابراین $f(0) = 0$ خواهیم داشت:

$$g(-k) = f(-k+k) + k = f(0) + k = k$$

بنابراین باید نقطه‌ای به فرم $(-k, k)$ روی $g(x)$ پیدا کنیم. به این منظور باید $g(x)$ را با $y = -x$ قطع کنیم:

$$\frac{1}{3}x + 1 = -x \Rightarrow x = -\frac{3}{4} \Rightarrow -k = -\frac{3}{4} \Rightarrow k = \frac{3}{4}$$

توجه: نمودار $g(x)$ تنها در ربع دوم با $y = -x$ برخورد دارد، که ضابطهآن در بازه $[-2, 0]$ به صورت $y = \frac{1}{3}x + 1$ می‌شود.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه ۱۳

(پویان طهرانیان)

تابع f اکیداً نزولی است، پس برای اینکه fg صعودی باشد، لازم است تابع g نزولی باشد:

$$g = \{(1, 6), (2, k), (3, 4), (4, 2)\} \xrightarrow{g \text{ نزولی است}} 4 \leq k \leq 6$$

کم‌ترین مقدار k برابر ۴ است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

گزینه ۱۴

(علی سلامت)

اگر f ، تابعی اکیداً صعودی و مثبت باشد، تابع $-f$ اکیداً نزولی و $-\frac{1}{f}$

اکیداً صعودی است. بنابراین در گزینه «۲»، توابع $y = (\frac{1}{x})^x$ و $-f$ اکیداً نزولی هستند. بنابراین مجموع آن‌ها یعنی تابع h اکیداً نزولی است.

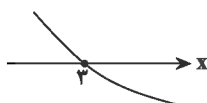
تابع g اکیداً صعودی، تابع k نزولی و وضعیت تابع p نیز نامشخص است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

گزینه ۱۵

(افشین گلستانی)

چون f یک تابع اکیداً نزولی و پیوسته با دامنه $\mathbb{R}$ و $f(3) = 0$ است، پس می‌توان نمودار زیر را برای f فرض کرد.



دقت شود که نمودار تابع f الزاماً به شکل بالا نیست، ولی می‌توان برای تصور f از نمودار بالا استفاده کرد.

حال باید دامنه تابع داده شده را پیدا کنیم:

 $\geq$ زیر رادیکال با فرجه زوج

$$\Rightarrow (x-3)^2 f(2-x) \geq 0 \Rightarrow (x-3)^2 = 0 \quad \text{یا} \quad f(2-x) \geq 0$$

$$\begin{cases} (x-3)^2 = 0 \Rightarrow x = 3 \\ f(2-x) \geq 0 \xrightarrow{\substack{f \text{ اکیداً نزولی} \\ f(3)=0}} 2-x \leq 3 \Rightarrow x \geq -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_g = [-1, +\infty) \text{ اشتراک جواب‌ها؛}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)



۱۶- گزینه «۳»

(عادل حسینی)

باقی مانده تقسیم برابر $f(2)$ است:

$$\Rightarrow f(2) = 2^3 - 2a + 1 = 9 - 2a = 3 \Rightarrow a = 3$$

(مسایان ۲- مشابه تمرین ۶ صفحه ۲۲)

۱۷- گزینه «۱»

(سعید بعفری)

چون چندجمله‌ای مورد نظر بر $x-1$ بخش پذیر است، لذا:

$$p(x) = x^3 + ax^2 + bx + 6$$

$$x-1=0 \Rightarrow x=1$$

$$p(1) = 0 \Rightarrow 1 + a + b + 6 = 0 \quad (1)$$

$$x-2=0 \Rightarrow x=2$$

$$\Rightarrow p(2) = 0 \Rightarrow 8 + 4a + 2b + 6 = 0 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} a+b=-7 \\ 2a+b=-8 \end{cases} \Rightarrow a=0, b=-7 \Rightarrow a-b=7$$

(مسایان ۲- مشابه تمرین ۷ صفحه ۲۲)

۱۸- گزینه «۳»

(افشین خاضه‌فان)

قضیه تقسیم را می‌نویسیم: $x^3 + ax^2 - b = (x-1)(x+2)q(x) + r$ $x=1$ و $x=-2$ را جای گذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} 1+a-b=r \\ -8+4a-b=r \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 3a=9 \Rightarrow a=3$$

(مسایان ۲- صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۱۹- گزینه «۴»

(عمیر علیزاده)

رابطه تقسیم را برای تقسیم $(x+2)p(x)$ بر $x^3 - x$ می‌نویسیم:

$$(x+2)p(x) = x(x-1)(x+1)q_1(x) + 3x + 1$$

مقادیر $x=0$, $x=1$ و $x=-1$ را در رابطه بالا جای گذاری می‌کنیم:

$$2p(0) = 1 \Rightarrow p(0) = \frac{1}{2}$$

$$3p(1) = 4 \Rightarrow p(1) = \frac{4}{3}$$

$$p(-1) = -2$$

حال رابطه تقسیم دوم را می‌نویسیم:

$$p(x) - xp(1-x) = x(x-1)q_2(x) + \alpha x + \beta$$

در اینجا باقی‌مانده را درجه یک و به صورت $\alpha x + \beta$ در نظر گرفته‌ایم.حال مقادیر $x=0$ و $x=1$ را در رابطه بالا جای گذاری می‌کنیم:

$$x=0: p(0) = \beta \Rightarrow \beta = \frac{1}{2}$$

$$x=1: p(1) - p(0) = \alpha + \beta \Rightarrow \frac{4}{3} - \frac{1}{2} = \alpha + \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{3}$$

پس باقی مانده تقسیم $\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}$ است.

(مسایان ۲- صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۲۰- گزینه «۲»

(علی شهرابی)

باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x^2 - x - 1$ برابر با $2x + 6$ است:

$$f(x) = (2x^2 - x - 1)q_1(x) + 2x + 6 \xrightarrow{x=-2} f(-2) = 2$$

باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x^2 - x - 2$ برابر با $x + 1$ است:

$$f(x) = (x^2 - x - 2)q_2(x) + x + 1 \xrightarrow{x=2} f(2) = 12$$

باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x^2 - 4$ را به صورت

$$r(x) = ax + b \text{ در نظر می‌گیریم، داریم:}$$

$$f(x) = (x^2 - 4)q_3(x) + ax + b$$

در تساوی بالا، یک بار $x=2$ و یک بار هم $x=-2$ را قرار می‌دهیم:

$$\left. \begin{aligned} f(2) = 12 &\Rightarrow 2a + b = 12 \\ f(-2) = 2 &\Rightarrow -2a + b = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = \frac{5}{2}, b = 7$$

پس باقی‌مانده برابر با $r(x) = \frac{5}{2}x + 7$ است.

$$r(x) = \frac{5}{2}x + 7 = -8 \Rightarrow x = -6 \text{ حال معادله را حل می‌کنیم:}$$

(مسایان ۲- صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)



ریاضی ۱

۲۱- گزینه «۳»

(مسعود برملا)

$$\begin{aligned} 2x^2 - 13x + 20 = 0 &\Rightarrow 2\left(x^2 - \frac{13}{2}x + 10\right) = 0 \\ \Rightarrow x^2 - \frac{13}{2}x + 10 = 0 &\Rightarrow \left(x - \frac{13}{4}\right)^2 - \frac{169}{16} + 10 = 0 \\ \Rightarrow \left(x - \frac{13}{4}\right)^2 = \frac{9}{16} &\Rightarrow \begin{cases} a = 13 \\ b = \frac{9}{4} \end{cases}, a.b = \frac{117}{4} \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۲۲- گزینه «۲»

(عارل مسینی)

نقطه (۳, ۰) بر روی سهمی قرار دارد، بنابراین:

$$\begin{aligned} y = ax^2 + bx + c &\Rightarrow 3 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow c = 3 \\ \text{همچنین } x = -1 \text{ و } x = 3 \text{ ریشه‌های معادله } ax^2 + bx + c = 0 \text{ است، در نتیجه:} \\ a(-1)^2 + b(-1) + 3 &= 0 \Rightarrow a - b = -3 \\ a(3)^2 + b(3) + 3 &= 0 \Rightarrow 9a + 3b = -3 \\ \Rightarrow \begin{cases} a - b = -3 \\ 3a + b = -1 \end{cases} &\Rightarrow 4a = -4 \Rightarrow a = -1 \\ a - b = -3 \xrightarrow{a=-1} -1 - b = -3 &\Rightarrow b = 2 \\ y = ax^2 + bx + c &= -x^2 + 2x + 3 = 4 - (x-1)^2 \end{aligned}$$

عرض رأس این سهمی برابر ۴ است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۲۳- گزینه «۳»

(محمدر هیری)

$$\begin{aligned} f(x) &= -2x^2 + 12x - 12 = -2(x^2 - 6x + 9) + 6 \\ &= -2(x-3)^2 + 6 \\ \Rightarrow \begin{cases} x_B = 3 \\ y_B = 6 \end{cases}, \begin{cases} x_A = 0 \\ y_A = -2(-3)^2 + 6 = -12 \end{cases} \\ m_{AB} &= \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{6 - (-12)}{3 - 0} = 6 \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۲۴- گزینه «۴»

(علی مرشد)

نکته: از $|u| < a$ نتیجه می‌شود $-a < u < a$ ($a > 0$).می‌دانیم که به ازای هر x ، مقدار $x^2 + 1$ مثبت است:

$$|2x-1| < x^2+1 \Rightarrow -x^2-1 < 2x-1 < x^2+1$$

$$1) -x^2 - 1 < 2x - 1 \Rightarrow x^2 + 2x > 0$$

x	-2	0	$+$	$-$	$+$
عبارت	$+$	0	$-$	0	$+$

$$\Rightarrow x \in (-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$$

$$2) 2x - 1 < x^2 + 1 \Rightarrow x^2 - 2x + 2 > 0 \xrightarrow[\Delta < 0]{\Delta = -4 < 0}$$

بنابراین جواب نامعادله به صورت $(-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$ خواهد بود.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۲۵- گزینه «۱»

(عارل مسینی)

با توجه به جدول تعیین علامت و عبارت $p(x)$ ، نتیجه می‌شود $x = c$ ریشه صورت و از مرتبه زوج است و $x = 1$ ریشه مخرج (و شاید مشترک با صورت) و از مرتبه فرد است، تنها حالت زیر برای $p(x)$ قابل قبول است:

$$\begin{aligned} p(x) &= \frac{(x-1)(x-c)^2}{(x-1)^2} = \frac{(x-1)(x^2 - 2cx + c^2)}{x^2 - 2x + 1} \\ &\Rightarrow \frac{x^3 - ax^2 + (a+2)x - 4}{x^2 - 2bx + b} \\ &= \frac{x^3 - (2c+1)x^2 + (c^2+2c)x - c^2}{x^2 - 2x + 1} \\ &\Rightarrow \begin{cases} b = 1 \\ c^2 = 4 \end{cases} \xrightarrow{c>1} c = 2 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow a + b + c = 8 \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۷)

۲۶- گزینه «۳»

(معدی عابدی نژادریان)

برای اینکه رابطه f تابع باشد داریم:

$$(-2, -m) = (-2, m^2 - 2m) \quad \text{آنگاه:} \quad m^2 - 2m = -m \Rightarrow m^2 - m = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

مقادیر m را بررسی می‌کنیم:

$$\begin{cases} m = 0 \Rightarrow f = \{(-2, 0), (-n, -2), (-2, 0), (-n, -1), (-n+1, -n)\} \\ m = 1 \Rightarrow f = \{(-2, -1), (1-n, -2), (-2, -1), (-n, -1), (-n+1, -n)\} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*)} (1-n, -2) = (-n+1, -n) \Rightarrow n = 2$$

$$\begin{cases} n = 2 \\ m = 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{ym}{n} = \frac{k-1}{3} \Rightarrow \frac{2}{2} = \frac{k-1}{3} \Rightarrow k = 4$$

$$\Rightarrow (k-3n)^2 = (4-3 \times 2)^2 = (-2)^2 = 4$$

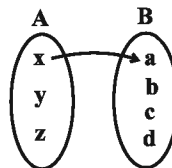
(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)



۲۷- گزینه «۱»

(ممید علیزاده)

اگر زوج مرتب (x, a) را در نظر بگیریم برای y و همین طور برای z .
چهار انتخاب a, b, c, d داریم یعنی تعداد کل توابع $4 \times 4 = 16$ تابع می باشد.

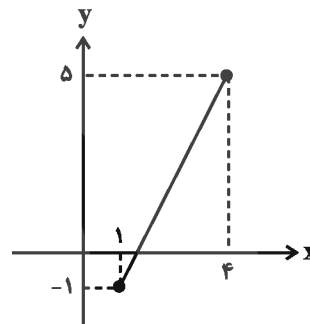


(ریاضی ۱- تابع: صفحه های ۹۵ تا ۱۰۰)

۲۸- گزینه «۳»

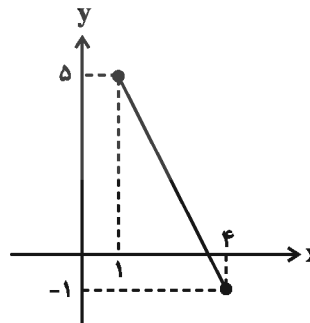
(ایمان پینی فروشان)

تابع f خطی است و با توجه به دامنه و بردش، نمودار آن به یکی از دو صورت زیر است:



$$y - 5 = \frac{5 - (-1)}{4 - 1}(x - 4) \Rightarrow y = 2x - 3$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x - 3 \Rightarrow f(2) = 1, f(3) = 3$$



$$y - 5 = \frac{-1 - 5}{4 - 1}(x - 1) \Rightarrow y = -2x + 7$$

$$\Rightarrow f(x) = -2x + 7 \Rightarrow f\left(\frac{3}{2}\right) = 4, f\left(\frac{5}{2}\right) = 2, f(3) = 1$$

همانطور که دیده می شود نقطه $(2, 3)$ به هیچ وجه نمی تواند روی نمودارتابع f قرار گیرد.

(ریاضی ۱- تابع: صفحه های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

۲۹- گزینه «۴»

(امسان غنی زاده)

برای حل کافی است عدد ۲ را برابر با یکی از مقادیر $(1-x)$ یا $(x+1)$ قرار دهیم تا x جدید حاصل شود، پس داریم:

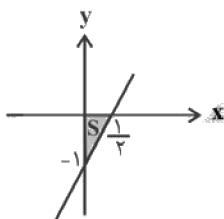
$$f(x+1) + f(1-x) = 2 \xrightarrow{x=1} f(2) + f(0) = 2$$

$$\xrightarrow{f(2)=3} 3 + f(0) = 2 \Rightarrow \begin{cases} f(0) = -1 \\ f(2) = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow m_{\text{شیب خط}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 + 1}{2 - 0} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y + 1 = 2(x - 0) \Rightarrow y = 2x - 1$$

$$S = \frac{1}{2} \times \text{ارتفاع} \times \text{قاعده} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{4}$$



(ریاضی ۱- تابع: صفحه های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

۳۰- گزینه «۲»

(کلاطم ایلائی)

با توجه به مجموعه جواب های نامعادله $|x| \geq x^2$ و $|x| \leq x^2$,

ضابطه های f را به صورت زیر می توان نوشت:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & ; x \in \{0\} \cup (-\infty, -1] \cup [1, +\infty) \\ 2x^2 + c & ; x \in [-1, 1] \end{cases}$$

برای این که f تابع باشد مقادیر دو ضابطه به ازای $\{1, -1, 0\}$ باید برابر باشند:

$$f(0) = 0 + 0 + c \Rightarrow c = 0$$

$$\begin{cases} f(1) = a + b = 2 + c \Rightarrow a + b = 2 \\ f(-1) = a - b = 2 + c \Rightarrow a - b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \end{cases}$$

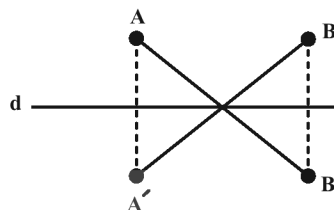
(ریاضی ۱- تابع: صفحه های ۹۵ تا ۱۰۰)



هندسه ۲

۳۱- گزینه «۲»

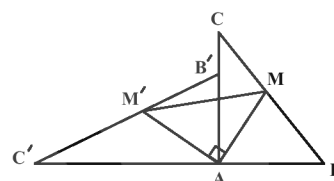
(افشین فاضله‌فان)

در حالت‌های «الف» و «ب» شیب پاره‌خط AB الزاماً حفظ می‌شود.در حالت «پ» اگر نقاط A و B در طرفین خط d قرار داشته باشند، شیبپاره‌خط AB الزاماً حفظ نمی‌شود. (شکل زیر)

(هندسه ۲- صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

۳۲- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومحبوب)

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = (6)^2 + (6\sqrt{3})^2 \Rightarrow BC = 12$$

 AM میانه وارد بر وتر در مثلث ABC است و اندازه آن برابر نصف

اندازه وتر یعنی برابر ۶ می‌باشد که با توجه به طولی بودن دوران، اندازه

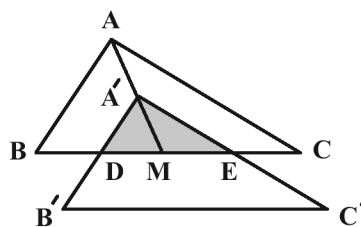
 AM' نیز برابر ۶ است.زاویه بین AM و AM' برابر زاویه دوران یعنی 90° است، پس درمثلث قائم‌الزاویه AMM' داریم:

$$MM'^2 = AM^2 + AM'^2 = 6^2 + 6^2 = 72 \Rightarrow MM' = 6\sqrt{2}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۳۳- گزینه «۲»

(رضا عباسی اصل)

مطابق شکل تصویر مثلث ABC در انتقال با بردار $\overrightarrow{AA'}$ (محلهمرسی میانه‌های مثلث ABC می‌باشد)، مثلث $A'B'C'$ است. ناحیهمشترک بین این دو مثلث، مثلث $A'DE$ است. تصویر یک پاره‌خط در یک

انتقال با آن پاره‌خط موازی است، پس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} A'B' \parallel AB \Rightarrow A'D \parallel AB \\ A'C' \parallel AC \Rightarrow A'E \parallel AC \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle A'DE \sim \triangle ABC$$

نسبت میانه‌ها در دو مثلث متشابه، برابر نسبت تشابه است. پس داریم:

$$\frac{\text{محیط } \triangle A'DE}{\text{محیط } \triangle ABC} = \frac{A'M}{AM} = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{محیط } \triangle A'DE = \frac{1}{3}$$

توجه: طبق تعمیم قضیه تالس در دو مثلث ABM و ACM داریم:

$$\frac{A'D}{AB} = \frac{DM}{BM} = \frac{EM}{CM} = \frac{A'E}{AC} = \frac{A'M}{AM} = \frac{1}{3}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۳۴- گزینه «۲»

(شایان عیابی)

انتقال تبدیلی طولی است، پس شعاع دایره در انتقال تغییری نمی‌کند و

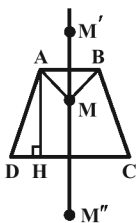
 $R' = 4$ است. نقطه O (مرکز دایره C) در این انتقال بر نقطه O' (مرکزدایره C') تصویر می‌شود، پس طول خط‌المركزین دو دایره برابر طول بردارانتقال است، یعنی $OO' = 6$ بوده و در نتیجه داریم:

$$|R - R'| < OO' < R + R' \Rightarrow \text{دو دایره متقاطع‌اند}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۳۵- گزینه «۱»

(امیر وفائی)



$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AH(AB + CD)$$

$$\Rightarrow 225 = \frac{1}{2} AH(6 + 9)$$

$$\Rightarrow AH = 30$$

می‌دانیم ترکیب دو بازتاب نسبت به دو خط موازی معادل یک انتقال با

بردارى به‌طول دو برابر فاصله این دو خط است، بنابراین داریم:

$$MM' = 2AH = 2 \times 30 = 60$$

(هندسه ۲- مشابه تمرین ۴ صفحه ۴۲)

۳۶- گزینه «۴»

(سرژ یقین‌آریان تبریزی)

اگر بردار انتقال با یک خط موازی باشد، آن‌گاه انتقال یافته آن خط برخوردش

منطبق می‌شود، بنابراین گزینه «۴» نادرست است.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۳۶ تا ۳۷)

۳۷- گزینه «۴»

(سوگند روشنی)

تبدیل T در صفحه P ، تابعی است که به هر نقطه A از صفحه P ، دقیقاًیک نقطه مانند A' را از همان صفحه نظیر می‌کند و برعکس، هر نقطه A' از صفحه P ، تصویر دقیقاً یک نقطه A از همان صفحه است. اما در گزینه«۴» نقاط A و B (روی خط $y = x$) هر دو بر مبدأ مختصات تصویر



دوران تبدیلی طولی است، بنابراین $OO'' = OO' = 8$ است. طبق قضیه فیثاغورس در مثلث $OO'O''$ داریم:

$$OO''^2 = 8^2 + 8^2 = 2 \times 8^2 \Rightarrow OO'' = 8\sqrt{2}$$

مطابق شکل، C_1 کوچک‌ترین دایره‌ای است که بر هر دو دایره C و C'' مماس است. شعاع دایره‌های C و C'' برابر یکدیگر است، بنابراین داریم:

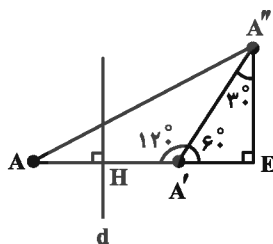
$$AB = OO'' - (OA + O''B) = 8\sqrt{2} - (1+1)$$

$$\Rightarrow 2R_1 = 8\sqrt{2} - 2$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

(مممر فندان)

۴۰- گزینه «۲»



مطابق شکل $AH = 3$ است، پس $AA' = A'A'' = 6$ می‌باشد. اگر از A'' بر امتداد AA' عمود رسم کنیم، در مثلث قائم‌الزاویه $A'EA''$ ، $\hat{A}' = 60^\circ$ و $\hat{A}'' = 30^\circ$ است. با توجه به این که در مثلث قائم‌الزاویه، طول اضلاع روبه رو

به زاویه‌های 30° و 60° به ترتیب $\frac{1}{2}$ و $\frac{\sqrt{3}}{2}$ طول وتر است، داریم:

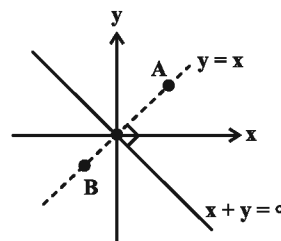
$$A'E = \frac{A'A''}{2} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow AE = 6 + 3 = 9$$

$$A''E = \frac{\sqrt{3}}{2} A'A'' = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$$

$$\Delta AEA'': AA''^2 = AE^2 + A''E^2 = (9)^2 + (3\sqrt{3})^2 = 108$$

$$\Rightarrow AA'' = 6\sqrt{3}$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۳۵ تا ۴۲)



(هنر سه ۲- صفحه ۳۴)

۳۸- گزینه «۳»

(مضوبه بوارری)

هر بردار انتقالی که موازی نیمساز ربع اول دستگاه مختصات (خط $y = x$) باشد را می‌توان به صورت $\vec{v} = (a, a)$ نمایش داد. بنابراین مختصات نقطه B' به صورت $B'(-1+a, 1+a)$ خواهد بود. دوران تبدیلی طولی است، در نتیجه اگر B' دوران یافته A به مرکز $P(1, 1)$ و زاویه θ باشد، آنگاه داریم:

$$\begin{aligned} PB' = PA &\Rightarrow \sqrt{(-1+a-1)^2 + (1+a-1)^2} \\ &= \sqrt{(4-1)^2 + (5-1)^2} = 5 \rightarrow (a-2)^2 + a^2 = 25 \\ &\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{2+\sqrt{46}}{2} & \text{ق ق} \\ a = \frac{2-\sqrt{46}}{2} & \text{غ ق ق} \end{cases} \end{aligned}$$

طول بردار انتقال برابر است با $\sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$ که برابر می‌شود با:

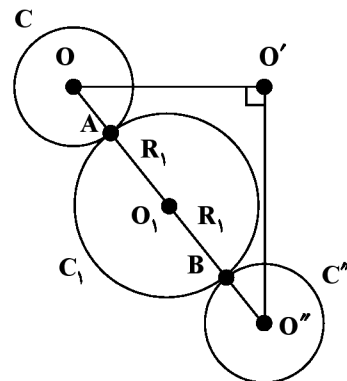
$$\sqrt{2} \times \left(\frac{2+\sqrt{46}}{2}\right) = \sqrt{2} + \sqrt{23}$$

توجه: طبق فرض، نقطه B' در ناحیه اول مختصات است، پس باید $x_{B'} = -1+a > 0$ باشد، یعنی $a > 1$ است.

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۳۸ تا ۴۲)

۳۹- گزینه «۱»

(فرزانه شاکباش)





هندسه ۳

۴۱- گزینه «۴»

(افشین فاضله‌نارن)

طبق فرض داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A \times B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a-1 & -b \\ c+1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2a+c-1 & -2b+1 \\ -a+4c+5 & b+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} -2b+1=0 \Rightarrow b=\frac{1}{2} \\ -a+4c+5=0 \Rightarrow -a+4c=-5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b+\frac{1}{2}=m \xrightarrow{b=\frac{1}{2}} m=\frac{9}{2} \\ 2a+c-1=m=\frac{9}{2} \Rightarrow 2a+c=\frac{11}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a+4c=-5 \xrightarrow{\times 2} -2a+8c=-10 \\ 2a+c=\frac{11}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} 9c=-\frac{9}{2} \Rightarrow c=-\frac{1}{2}$$

(هنر سه - صفحه‌های ۱۲ تا ۱۹)

۴۲- گزینه «۴»

(امیرمحمدر کریمی)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

با توجه به تعریف داریم:

$$A \times B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$$

پس داریم:

پس حاصل جمع درایه‌های $A \times B$ برابر است با: $0+1+3+8=12$

(هنر سه - مشابه کار در کلاس صفحه ۱۸)

۴۳- گزینه «۲»

(امیرمحمدر کریمی)

$$\begin{bmatrix} x-y & 10 \\ y & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 10 \\ x+y & z+2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-y=3 \\ x+y=7 \end{cases} \Rightarrow x=5, y=2$$

$$z+2=6 \Rightarrow z=4$$

$$\Rightarrow x+2y+z=5+4+4=13$$

(هنر سه - مشابه تمرین ۲ صفحه ۲۰)

۴۴- گزینه «۴»

(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۹۴)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^2 - 4A = A(A - 4I)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} = 5I$$

(هنر سه - صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

۴۵- گزینه «۳»

(امیرمحمدر کریمی)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 9 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 1 \times 9 - 2 \times 5 = -1$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} 9 & -2 \\ -5 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 9 & -2 \\ -5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & 2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & 2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 & -18 \\ 6 & 10 \end{bmatrix}$$

پس حاصل جمع درایه‌های قطر اصلی ماتریس فوق برابر است با:

$$-11+10=-1$$

(هنر سه - مرتبط با مثال صفحه ۲۳)

۴۶- گزینه «۳»

(محمدر کورری)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A \times A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I \quad (1)$$

$$A^{-1} = \frac{1}{0-(-1)} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A^{-1})^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A^{-1})^3 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow A^3 + (A^{-1})^3 = -I + (-I) = -2I$$

(هنر سه - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)



$$\Rightarrow (AA^{-1} + \gamma AB^{-1})B = AB \Rightarrow (I + \gamma AB^{-1})B = AB$$

$$\Rightarrow B + \gamma A \underbrace{B^{-1}B}_I = AB$$

$$\Rightarrow B + \gamma A = AB$$

(هنر سه - صفحه های ۲۲ و ۲۳)

(سراسری ریاضی - ۹۲)

۵۰. گزینه «۱»

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan \alpha \\ \tan \alpha & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow I + A = \begin{bmatrix} 1 & -\tan \alpha \\ \tan \alpha & 1 \end{bmatrix}$$

$$, I - A = \begin{bmatrix} 1 & +\tan \alpha \\ -\tan \alpha & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (I - A)^{-1} = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} \begin{bmatrix} 1 & -\tan \alpha \\ \tan \alpha & 1 \end{bmatrix}$$

$$(I - A)^{-1}(I + A) = \quad \text{در نتیجه داریم:}$$

$$\frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} \begin{bmatrix} 1 & -\tan \alpha \\ \tan \alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\tan \alpha \\ \tan \alpha & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} \begin{bmatrix} 1 - \tan^2 \alpha & -2 \tan \alpha \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} & \frac{-2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos 2\alpha & -\sin 2\alpha \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

(هنر سه - صفحه های ۱۷ تا ۲۳)

(امیر حسین ابومصوب)

۴۷. گزینه «۲»

ماتریس A وارون پذیر نیست، پس دترمینان آن برابر صفر است:

$$|A| = 0 \Rightarrow a(a + 4) - 4(-1) = 0 \Rightarrow a^2 + 4a + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (a + 2)^2 = 0 \Rightarrow a + 2 = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{2(-2) - (-2)} \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = \text{مجموع درایه های } B^{-1} = 1 + \frac{1}{2} - 1 - 1 = -\frac{1}{2}$$

(هنر سه - صفحه های ۲۲ و ۲۳)

(مپیر ممردی نویسی)

۴۸. گزینه «۳»

دو ماتریس A و I تعویض پذیر هستند، بنابراین داریم:

$$B = A - I \Rightarrow B^T = (A - I)^T = A^T - \gamma A + I \xrightarrow{A^T = A} B^T = -A + I = -B$$

$$B^T = -A + I = -B$$

$$B^n = \begin{cases} B & , n = \text{فرد} \\ -B & , n = \text{زوج} \end{cases} \quad \text{بنابراین می توان نتیجه گرفت:}$$

$$\text{لذا } B^{10} = -B = I - A$$

(هنر سه - صفحه های ۱۷ تا ۲۱)

(کیوان دارابی)

۴۹. گزینه «۴»

عبارت $A^{-1} + \gamma B^{-1} = I$ را از سمت چپ در ماتریس A و از سمت

راست در ماتریس B ضرب می کنیم، داریم:

$$A^{-1} + \gamma B^{-1} = I \Rightarrow A(A^{-1} + \gamma B^{-1})B = AIB$$



هندسه ۱

۵۱- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومیبوب)

مثلثی به طول اضلاع ۸، ۱۶ و $۸\sqrt{3}$ ، مثلث قائم الزاویه است، چون طول اضلاع آن در قضیه فیثاغورس صدق می کنند:

$$۸^2 + (۸\sqrt{3})^2 = ۱۶^2$$

بنابراین مساحت این مثلث برابر است با: $S_1 = \frac{1}{2} \times ۸ \times ۸\sqrt{3} = ۳۲\sqrt{3}$

مساحت مثلث دوم در صورتی بیشترین مقدار ممکن را دارد که ضلع به طول

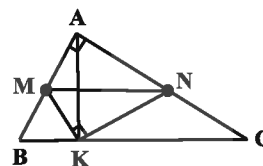
$۲\sqrt{3}$ متناظر با کوچک ترین ضلع مثلث اول باشد. در این صورت داریم:

$$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{۲\sqrt{3}}{۸} \right)^2 \Rightarrow \frac{S_2}{۳۲\sqrt{3}} = \frac{۱۲}{۶۴} = \frac{۳}{۱۶} \Rightarrow S_2 = ۶\sqrt{3}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه های ۴۵ تا ۴۷)

۵۲- گزینه «۲»

(علی ساوپی)



در مثلث قائم الزاویه، طول میانه وارد بر وتر نصف وتر است پس:

$$MK = \frac{AB}{۲}, \quad KN = \frac{AC}{۲}$$

از طرفی طبق عکس قضیه تالس نتیجه می شود که MN موازی BC و اندازه اش

نصف BC است. پس $\triangle ABC \sim \triangle MNK$ و نسبت مساحت هایشان مجذور

$$\left(\frac{MN}{BC} \right)^2 = \left(\frac{1}{۲} \right)^2 = \frac{1}{۴}$$

نسبت تشابه است که برابر می شود با:

$$S_{MNK} = \frac{1}{۴} S_{ABC} = \frac{1}{۴} \times \frac{۵ \times ۱۲}{۲} = ۷/۵$$

حال داریم:

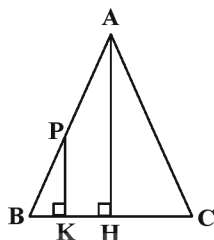
(هنرسه ۱- ترکیبی، صفحه های ۴۵ تا ۴۷ و ۶۰)

۵۳- گزینه «۴»

(بهزار نظام هاشمی)

از رأس A عمود AH را بر ضلع BC رسم می کنیم. چون $AH \parallel PK$ ، پس

مثلث های AHB و PKB متشابه هستند و داریم:



$$k = \frac{BH}{BK} = \frac{AB}{BP} = \frac{AH}{PK} = ۴$$

(نسبت تشابه)

$$\frac{S_{ABH}}{S_{PBK}} = k^2 \Rightarrow S_{ABH} = ۱۶ S_{PBK}$$

از طرفی می دانیم در هر مثلث متساوی الساقین، ارتفاع و میانه وارد بر قاعده

$$S_{ABH} = S_{AHC} = \frac{1}{۲} S_{ABC}$$

بر هم منطبق اند، پس داریم:

$$S_{ABH} = ۱۶ S_{PBK} \Rightarrow \frac{1}{۲} S_{ABC} = ۱۶ S_{PBK} \Rightarrow S_{ABC} = ۳۲ S_{PBK}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه های ۴۵ تا ۴۷)

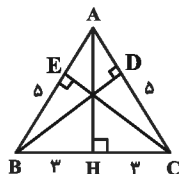
۵۴- گزینه «۲»

(سامان اسپهرم)

کافی است طول ارتفاع ها را در مثلث ABC به دست آوریم و سپس با

استفاده از نسبت تشابه دو مثلث، مجموع طول های ارتفاع ها را در مثلث

$A'B'C'$ پیدا کنیم، مطابق شکل داریم:



$$\triangle ABH : AH^2 = AB^2 - BH^2 = ۵^2 - ۳^2 = ۱۶ \Rightarrow AH = ۴$$

حال داریم:

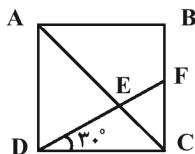
$$AH \cdot BC = BD \cdot AC = CE \cdot AB \Rightarrow CE = BD = \frac{۴ \times ۶}{۵} = ۴/۸$$



(افشین فاضله خان)

۵۶- گزینه «۳»

پاره خط DE را امتداد می‌دهیم تا ضلع BC را در نقطه F قطع کند.



در مثلث قائم‌الزاویه DCF ، ضلع FC روبه‌رو به زاویه 30° می‌باشد و در نتیجه

نصف ضلع DF است. اگر طول ضلع مربع را برابر a فرض کنیم، آن‌گاه داریم:

$$DF^2 = FC^2 + DC^2 \Rightarrow (2FC)^2 = FC^2 + a^2 \Rightarrow 3FC^2 = a^2$$

$$\Rightarrow FC^2 = \frac{a^2}{3} \Rightarrow FC = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

دو مثلث ADE و CFE به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{FC}{AD} = \frac{CE}{AE} \Rightarrow \frac{\frac{a}{\sqrt{3}}}{a} = \frac{CE}{AE} \Rightarrow \frac{CE}{AE} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{CE}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}+1} \times \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

حال داریم:

$$\left. \begin{aligned} S_{DEC} &= \frac{CE}{AC} \cdot S_{ADC} \\ S_{ADC} &= \frac{1}{2} S_{ABCD} \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_{DEC} = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \times \frac{1}{2} S_{ABCD}$$

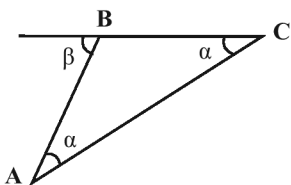
$$\Rightarrow \frac{S_{DEC}}{S_{ABCD}} = \frac{\sqrt{3}-1}{4}$$

(هنر سه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۶۴)

(مهمرب شمیری)

۵۷- گزینه «۲»

طبق رابطه تعداد قطرهای در یک n ضلعی محدب داریم:



نسبت ارتفاع‌ها در دو مثلث متشابه، برابر نسبت تشابه دو مثلث است. از

طرفی نسبت محیط‌ها در دو مثلث متشابه نیز با همین نسبت برابر است. با

توجه به این‌که محیط مثلث ABC برابر $16 = 5 + 5 + 6$ است، داریم:

$$\frac{BD}{B'D'} = \frac{CE}{C'E'} = \frac{AH}{A'H'} = \frac{\Delta_{ABC} \text{ محیط}}{\Delta_{A'B'C'} \text{ محیط}} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow A'H' = 8, \quad C'E' = B'D' = 9/6$$

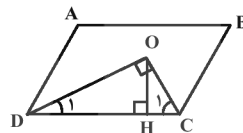
$$A'H' + C'E' + B'D' = 8 + 9/6 + 9/6 = 27/2 \quad \text{در نتیجه:}$$

(هنر سه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۵۵- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومصوب)

در متوازی‌الاضلاع هر دو زاویه مجاور مکمل یکدیگرند، بنابراین داریم:



$$\widehat{C} + \widehat{D} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{C}_1 + \widehat{D}_1 = 90^\circ \Rightarrow \widehat{O} = 90^\circ$$

همچنین در هر متوازی‌الاضلاع، زوایای مقابل با هم برابرند، پس داریم:

$$\widehat{D}_1 = \frac{\widehat{D}}{2} = \frac{\widehat{B}}{2} = 15^\circ$$

در مثلث قائم‌الزاویه COD ، یکی از زوایای حاده برابر 15° است، پس

طول ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{1}{4}$ طول وتر است و در نتیجه داریم:

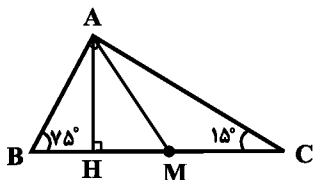
$$S_{COD} = \frac{1}{2} OH \times CD = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} CD \times CD = \frac{1}{2} \times 9 \times 36 = 162$$

(هنر سه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹ و ۶۴)



(مسیر مایلو)

۵۹- گزینه «۴»



مطابق شکل فرض کنید $\hat{A} = 90^\circ$ و $\hat{C} = 15^\circ$ باشد. در این صورت طبق

فرض $BC = 20$ است. می‌دانیم طول میانه وارد بر وتر، نصف طول وتر

است. از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یک زاویه 15° دارد، طول ارتفاع

وارد بر وتر، $\frac{1}{4}$ طول وتر است، پس داریم:

$$AM = \frac{1}{2} BC = 10, \quad AH = \frac{1}{4} BC = 5$$

$$\triangle AMH : MH^2 = AM^2 - AH^2 = 10^2 - 5^2 = 75$$

$$\Rightarrow MH = 5\sqrt{3}$$

(هنر سه ۱- پتر ضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۰ و ۶۴)

(فرزانه کاکاپاش)

۶۰- گزینه «۱»

مجموع زوایای هر n ضلعی محدب برابر $(n-2) \times 180^\circ$ است، بنابراین داریم:

$$2 \times 120^\circ + (n-2) \times 150^\circ = (n-2) \times 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2 \times 120^\circ = (n-2) \times (180^\circ - 150^\circ)$$

$$\Rightarrow (n-2) \times 30^\circ = 240^\circ \Rightarrow n-2 = 8 \Rightarrow n = 10$$

$$\frac{10 \times 7}{2} = 35 \text{ ضلعی برابر است با } 35$$

(هنر سه ۱- پتر ضلعی‌ها؛ صفحه ۵۵)

$$\frac{n(n-3)}{2} = 170 \Rightarrow n(n-3) = 340 = 20 \times 17 \Rightarrow n = 20$$

فرض کنید مطابق شکل، A, B و C سه رأس متوالی این ضلعی منتظم

باشند. در این صورت $AB = BC$ و β (زاویه خارجی نظیر رأس B)

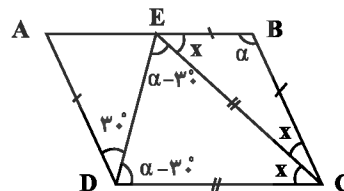
برابر است با:

$$\beta = 2\alpha \Rightarrow \frac{360^\circ}{n} = 2\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{180^\circ}{n} \xrightarrow{n=20} \alpha = 9^\circ$$

(هنر سه ۱- پتر ضلعی‌ها؛ صفحه ۵۵)

(امیر مالمیر)

۵۸- گزینه «۳»



فرض کنید $\hat{B} = \alpha$ و $\hat{BEC} = x$ باشد. داریم:

$$BE = AD \xrightarrow{AD=BC} BE = BC$$

$$\Rightarrow \triangle BEC \text{ متساوی‌الساقین است} \Rightarrow \hat{BEC} = \hat{BCE} = x$$

$$BE \parallel CD, \text{ مورب } CE \Rightarrow \hat{DCE} = \hat{BEC} = x$$

$$\hat{B} = \hat{D} \Rightarrow \alpha = 30^\circ + \hat{CDE} \Rightarrow \hat{CDE} = \alpha - 30^\circ$$

بنابراین در دو مثلث BEC و DEC داریم:

$$\begin{cases} \alpha + 2x = 180^\circ \\ 2(\alpha - 30^\circ) + x = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha + 2x = 180^\circ \\ 2\alpha + x = 240^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 100^\circ \\ x = 40^\circ \end{cases}$$

بنابراین $\hat{BCE} = x = 40^\circ$ است.

(هنر سه ۱- پتر ضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

آمار و احتمال

۶۱- گزینه «۳»

(یاسین سپهر)

طبق فرمول احتمال کل و نمودار درختی داریم:

$$\begin{array}{l} \frac{10}{n+10} \left\{ \begin{array}{l} \text{درست پاسخ دهد.} \quad \frac{5}{10} \\ \text{درست پاسخ دهد.} \quad \frac{8}{10} \\ \text{عمومی} \end{array} \right. \end{array}$$

$$P(\text{پاسخ گویی درست}) = \frac{70}{100} = \frac{10}{n+10} \times \frac{5}{10} + \frac{n}{n+10} \times \frac{8}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{n+10} + \frac{4n}{5(n+10)} = \frac{70}{100} \Rightarrow \frac{25+4n}{5(n+10)} = \frac{70}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{25+4n}{n+10} = \frac{7}{2} \Rightarrow 50+8n=7n+70 \Rightarrow n=20$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۶۲- گزینه «۲»

(علیرضا شریف‌فطیپی)

فرض کنید پیشامدهای A و B به ترتیب به صورت «بازیکن اول قبل‌بندتر

از بازیکن دوم باشد.» و «بازیکن اول بلندقدترین بازیکن تیم باشد.» تعریف

شوند. در این صورت داریم:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(B)}{P(A)} = \frac{1/5}{1/2} = \frac{1}{5}$$

تذکر: $P(A) = \frac{1}{2}$ است، چون بین دو بازیکن اول و دوم، احتمال بلندقدتر

بودن یک بازیکن برابر دیگری است. همچنین پیشامد B، زیرمجموعه

پیشامد A است، بنابراین $A \cap B = B$ است.

(آمار و احتمال - مشابه مثال صفحه ۵۱)

۶۳- گزینه «۴»

(علیرضا شریف‌فطیپی)

اگر پیشامد A را مشکی بودن روی مشاهده شده کارت و پیشامدهای B،

C و D را به ترتیب انتخاب کارت دو رو سفید، انتخاب کارت دو رو مشکی

و انتخاب کارت یک رو مشکی و یک رو سفید در نظر بگیریم، آنگاه طبق

قانون احتمال کل و قانون بیز داریم:

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(C)P(A|C) + P(D)P(A|D)$$

$$= \frac{2}{10} \times 0 + \frac{4}{10} \times 1 + \frac{4}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{10} \times \frac{3}{2}$$

$$P(D|A) = \frac{P(D)P(A|D)}{P(A)} = \frac{\frac{4}{10} \times \frac{1}{2}}{\frac{4}{10} \times \frac{3}{2}} = \frac{1}{3}$$

(آمار و احتمال - مشابه مثال صفحه ۵۸)

۶۴- گزینه «۱»

(رضا عباسی اصل)

$$D = \{1, 2, \dots, 7\}$$

۴ عضو از D فرد و ۳ عضو دیگر آن زوج هستند. می‌دانیم مجموع دو عدد

صحیح زمانی فرد است که یکی از آن‌ها فرد و دیگری زوج باشد، بنابراین

فضای نمونه‌ای کاهش یافته شامل حالت‌هایی است که یکی فرد و دیگری

زوج است.

$$n(S) = 4 \times 3 + 3 \times 4 = 24$$

تعداد اعضای پیشامد A که در آن اولی عددی اول باشد برابر است با:

$$\frac{3}{\text{عدد اول فرد}} \times \frac{3}{\text{عدد زوج}} + \frac{1}{\text{عدد ۲}} \times \frac{4}{\text{عدد فرد}} = \frac{13}{24}$$

بنابراین احتمال وقوع این پیشامد برابر $P(A) = \frac{13}{24}$ است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۶۵- گزینه «۳»

(میلاد منصوری)

اگر احتمال وقوع هر عدد فرد را با x نمایش دهیم، آنگاه احتمال وقوع هر

عدد زوج برابر ۲x است. داریم:

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$\Rightarrow x + 2x + x + 2x + x + 2x = 1 \Rightarrow 9x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{9}$$

حالت‌هایی که مجموع اعداد رو شده دو تاس، برابر ۵ باشد، عبارتند از

(۴،۱)، (۱،۴)، (۳،۲)، (۲،۳)

$$P(\{(4,1), (1,4), (3,2), (2,3)\})$$

$$= P(\{(4,1)\}) + P(\{(1,4)\}) + P(\{(3,2)\}) + P(\{(2,3)\})$$

$$= P(4) \times P(1) + P(1) \times P(4) + P(3) \times P(2) + P(2) \times P(3)$$



(علی ایمانی)

گزینه «۴» - ۶۸

اگر A_1, A_2, A_3 و پیشامدهای سالم بودن لامپ‌های اول تا سوم باشند، داریم:

$$P(A_1 \cap A_2' \cap A_3') = P(A_1)P(A_2' | A_1)P(A_3' | (A_1 \cap A_2'))$$

$$= \frac{4}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{15}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

(فرشاد فرامرزی)

گزینه «۱» - ۶۹

با استفاده از قاعدهٔ بیز داریم:

$$P(\text{ظرف اول} | \text{سفید بودن}) = \frac{P(\text{ظرف اول}) \times P(\text{سفید بودن} | \text{ظرف اول})}{P(\text{سفید بودن})}$$

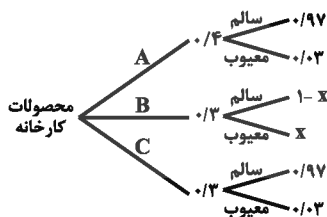
$$= \frac{\frac{2}{5} \times \frac{2}{6}}{\frac{2}{5} \times \frac{2}{6} + \frac{3}{5} \times \frac{6}{9}} = \frac{\frac{4}{30}}{\frac{4}{30} + \frac{12}{30}} = \frac{1}{4}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۷ تا ۶۰)

(نرا صالح‌پور)

گزینه «۱» - ۷۰

ابتدا نمودار درختی را رسم می‌کنیم:



طبق قانون احتمال کل داریم:

$$P(\text{معیوب بودن}) = 0.4 \times 0.03 + 0.3 \times x + 0.3 \times 0.03$$

$$\Rightarrow 0.06 = 0.021 + 0.3x$$

$$\Rightarrow 0.3x = 0.039 \Rightarrow x = 0.13 \quad (13 \text{ درصد})$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

$$= \frac{2}{9} \times \frac{1}{9} + \frac{1}{9} \times \frac{2}{9} + \frac{1}{9} \times \frac{2}{9} + \frac{2}{9} \times \frac{1}{9} = \frac{8}{81}$$

توجه: نتایج پرتاب‌های یک تاس مستقل از هم هستند.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

(عزیزاله علی‌امغری)

گزینه «۳» - ۶۶

نکته: اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، آن‌گاه هر یک از دو پیشامد

A' و B' نسبت به هر یک از دو پیشامد B و B' مستقل از هم خواهند بود.

$$P(B - A) = P(B \cap A') = P(B)P(A') \quad (1)$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow 0.1 = P(B) - 0.3$$

$$\Rightarrow P(B) = 0.4 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 0.1 = 0.4 \times P(A') \Rightarrow P(A') = 0.25$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

(نیلوفر معروی)

گزینه «۴» - ۶۷

طبق قانون احتمال شرطی داریم:

$$P(B | A) = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{2}{5} \Rightarrow P(A) = \frac{5}{2} P(A \cap B)$$

$$P(A | B) = \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{3}{10} \Rightarrow P(B) = \frac{10}{3} P(A \cap B)$$

$$P(B) - P(A) = \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{10}{3} P(A \cap B) - \frac{5}{2} P(A \cap B) = \frac{1}{18}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{6} P(A \cap B) = \frac{1}{18} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{15}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{5}{2} P(A \cap B) + \frac{10}{3} P(A \cap B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{29}{6} P(A \cap B) = \frac{29}{6} \times \frac{1}{15} = \frac{29}{90}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)



ریاضیات گسسته

۷۱- گزینه «۲»

(امیرمحمدر کریمی)

برای گزینه «۲»، مثال نقض $x=2$ و $y=1$ وجود دارد.

$$2+2 > 2\sqrt{2}\sqrt{2 \times 1} = 4 \quad (\text{نادرست})$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸)

۷۲- گزینه «۱»

(امیرمحمدر کریمی)

طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} a = 23q_1 + 4 \\ b = 23q_2 + 11 \end{cases} \Rightarrow 3a - 7b = 3(23q_1 + 4) - 7(23q_2 + 11)$$

$$\Rightarrow 3a - 7b = 23(\underbrace{3q_1 - 7q_2}_q) - 65 = 23q - 65 + 69 - 69$$

$$\Rightarrow 3a - 7b = 23(q - 3) + 4$$

باقی‌مانده مورد نظر برابر ۴ است.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

(مشابه مثال صفحه ۱۴)

۷۳- گزینه «۴»

(معمردار ملونری)

$$3^3 \equiv 27 \equiv 1 \pmod{19} \rightarrow 3^{57} \equiv 1 \pmod{19} \xrightarrow{\times 3^1} 3^{58} \equiv 3 \pmod{19}$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

(مشابه مثال صفحه ۲۱)

۷۴- گزینه «۲»

(کیوان دارابی)

طبق فرض داریم:

$$a = bq + r \quad (1)$$

$$a+1 = (b+1)(q+1) + (r+1) \Rightarrow a+1 = bq + b + q + 1 + r + 1$$

$$\xrightarrow{(1)} bq + r + 1 = (bq + r + 1) + (b + q + 1)$$

$$\Rightarrow b + q + 1 = 0 \Rightarrow q = -b - 1 \xrightarrow{(1)} a = b(-b - 1) + r$$

$$r = r_{\max} = b - 1$$

از طرفی:

$$a = -b^2 - b + b - 1 = -b^2 - 1 \Rightarrow a + 1 = -b^2$$

پس مقسوم جدید قرینه یک عدد مربع کامل است.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۷۵- گزینه «۲»

(امیرمحمدر کریمی)

طبق فرض داریم:

$$(a, 9) = 3 \Rightarrow 3 \mid a \Rightarrow a = 3k$$

$$(b, 9) = 3 \Rightarrow 3 \mid b \Rightarrow b = 3k'$$

که در آن‌ها k و k' نسبت به ۳ اول هستند.

$$(ab, 9) = (9kk', 9) = 9(kk', 1) = 9 \times 1 = 9$$

مثال نقض گزینه‌های «۱» و «۳»:

$$\text{گزینه «۱»}: a = 6, b = 3 \Rightarrow (a+b, 9) = (9, 9) = 9$$

$$\text{گزینه «۳»}: a = 3, b = 12 \Rightarrow (a+b, 9) = (15, 9) = 3$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

۷۶- گزینه «۲»

(امیرمسین ایوبیوب)

خواسته سوال اعداد به فرم $x = 17k + 4$ است که $1 \leq x \leq 100$ ، پس

$$1 \leq 17k + 4 \leq 100$$

داریم:

$$\Rightarrow -3 \leq 17k \leq 96 \Rightarrow 0 \leq k \leq 5 \Rightarrow \text{عدد } 6$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

(مرتبط با فعالیت صفحه ۱۸)

۷۷- گزینه «۱»

(افشین خالصه شان)

می‌دانیم ب. م. دو عدد، هر دوی آن‌ها را عاد می‌کند، پس:

$$\left. \begin{array}{l} d \mid 2a - 5 \xrightarrow{\times 2} d \mid 4a - 10 \\ d \mid 4a + 4 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d \mid 14$$

$$\Rightarrow 2k(2k+2) \equiv 0 \Rightarrow 4k(k+1) \equiv 0$$

$$\Rightarrow 32 \mid 4k(k+1) \Rightarrow 8 \mid k(k+1)$$

پس حاصل ضرب دو عدد صحیح متوالی k و $k+1$ مضرب ۸ است و در صورتی

این اتفاق می افتد که $k = 8k'$ یا $k = 8k' - 1$ و در آن صورت داریم:

$$10 \leq n = 2(8k') + 1 \leq 99 \Rightarrow 1 \leq k' \leq 6 \Rightarrow 6 \text{ تا } 6$$

$$10 \leq n = 2(8k' - 1) + 1 \leq 99 \Rightarrow 1 \leq k' \leq 6 \Rightarrow 6 \text{ تا } 6$$

پس مجموعاً ۱۲ جواب داریم.

(ریاضیات گسسته - صفحه های ۱۸ تا ۲۲)

(امیرمسین ابومویب)

۸۰- گزینه «۱»

$$A = \left(\frac{3x}{y} + 2 \right) \left(\frac{2y}{x} + 2 \right) = 9 + \frac{6x}{y} + \frac{6y}{x} + 4 = 6 \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) + 13$$

با استفاده از اثبات بازگشتی می توان نشان داد که به ازای دو عدد حقیقی مثبت

x و y ، عبارت $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ همواره بزرگ تر یا مساوی ۲ است:

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2 \xrightarrow{\times(xy)} x^2 + y^2 \geq 2xy \Leftrightarrow x^2 - 2xy + y^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-y)^2 \geq 0$$

بنابراین $A \geq 25$ است، اما حالت تساوی تنها به ازای تساوی x و y حاصل

می شود و چون x و y دو عدد متمایز هستند، پس $A > 25$ و کم ترین مقدار

صحیح برای این عبارت برابر ۲۶ است.

(ریاضیات گسسته - صفحه های ۶ تا ۸)

با توجه به اینکه $5 - 2a$ عددی فرد است، پس d قطعاً فرد بوده و چون

$d \neq 1$ ، پس $d = 7$ است. طبق صورت سوال باید رقم دهگان 8^7 را به

$$8^3 \equiv 512 \equiv 12 \xrightarrow{\text{توان } 2} 8^6 \equiv 12^2 \equiv 44 \text{ دست آوریم:}$$

$$\xrightarrow{\times 8} 8^7 \equiv 44 \times 8 \equiv 352$$

پس رقم دهگان برابر ۵ است.

(ریاضیات گسسته - صفحه های ۹ تا ۱۴ و ۱۸ تا ۲۱)

(مفسر صفت کار)

۷۸- گزینه «۳»

$$\left. \begin{array}{l} a \equiv 10 \equiv -1 \Rightarrow a^2 \equiv 1 \\ b \equiv 9 \equiv -2 \Rightarrow b^3 \equiv -8 \\ c \equiv 8 \equiv -3 \Rightarrow c^4 \equiv 81 \equiv 4 \end{array} \right\} \Rightarrow a^2 b^3 c^4 \equiv -32 \equiv 1$$

(ریاضیات گسسته - صفحه های ۱۸ تا ۲۱)

(امیرمفسر کریمی)

۷۹- گزینه «۳»

$$n^6 \equiv 1 \Rightarrow n^6 - 1 \equiv 0 \Rightarrow (n^2 - 1)(n^4 + n^2 + 1) \equiv 0$$

$$n^4 + n^2 + 1 = \underbrace{n^2(n^2 + 1) + 1}_{2k} = 2k + 1$$

اما از طرفی داریم:

$$n^2 - 1 \equiv 0 \text{، حال چون } n^2 - 1 = (n-1)(n+1) \text{ حاصل ضرب دو}$$

صحیح با اختلاف ۲ واحد است، پس دو عدد $n-1$ و $n+1$ دو عدد زوج

$$n-1 = 2k, \quad n+1 = 2k+2$$

متوالی اند و داریم:

فیزیک ۲

۸۱- گزینه «۲»

(عبدالرضا امینی نسب)

با توجه به رابطه اختلاف پتانسیل دو سر یک باتری برحسب جریان عبوری از

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow 12 = \varepsilon - 4 \times 0.5 \Rightarrow \varepsilon = 14V$$

آن، داریم:

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۴)

۸۲- گزینه «۲»

(رامین شادلوپی)

با استفاده از رابطه جریان در مدار تک حلقه، داریم:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - (\varepsilon_2 + \varepsilon_3)}{R_{eq} + r_1 + r_2 + r_3} \Rightarrow I = \frac{20 - (2 + 6)}{0 + 1 + 1 + 1} = 4A$$

حال با توجه به رابطه توان خروجی و مصرفی در باتری‌ها، داریم:

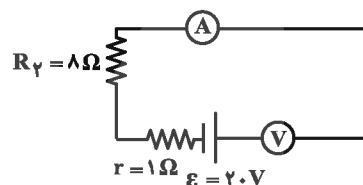
$$\frac{P_{ورودی}}{P_{خروجی}} = \frac{\varepsilon_1 I + r_3 I^2}{\varepsilon_1 I - r_1 I^2} = \frac{6(4) + 1(4)^2}{20(4) - 1(4)^2} = \frac{40}{64} = \frac{5}{8}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۷۰)

۸۳- گزینه «۳»

(محمدرضا غلامی)

مقاومت الکتریکی آمپرسنج آرمانی صفر است، در نتیجه مقاومت 6Ω اتصال کوتاه شده و مدار به صورت زیر ساده می‌شود. از طرفی چون مقاومت ولت‌سنج آرمانی بسیار زیاد است، جریانی در مدار برقرار نمی‌شود و آمپرسنج عدد صفر و ولت‌سنج مقدار ε را که برابر $20V$ است، نمایش می‌دهد.



(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۸۴- گزینه «۳»

(سعید طاهری بروجنی)

ابتدا با استفاده از داده‌های هر وسیله، (توان اسمی و ولتاژ اسمی) مقاومت الکتریکی آن را حساب می‌کنیم:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V^2}{P} \Rightarrow R_1 = \frac{(220)^2}{440} = 110\Omega,$$

$$R_2 = \frac{(110)^2}{242} = 50\Omega, \quad R_3 = \frac{(220)^2}{242} = 200\Omega$$

مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 = 110 + 50 + 200 = 360\Omega$$

با استفاده از توان مصرفی کل، می‌توانیم جریان گذرنده از مقاومت‌ها را بیابیم:

$$P = RI^2 \Rightarrow P_t = R_{eq} \times I^2 \Rightarrow I^2 = \frac{P_t}{R_{eq}} = \frac{1440}{360} = 4$$

$$\Rightarrow I = 2A$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۸۵- گزینه «۳»

(پیمان رستمی)

کافی است با حرکت از نقطه b تا a پتانسیل‌نویسی کنیم:

$$V_b - r_1 I + \varepsilon_1 - RI = V_a \quad \begin{matrix} r_1 = 2\Omega, \varepsilon_1 = 18V \\ R = 4\Omega, I = 2A \end{matrix} \rightarrow$$

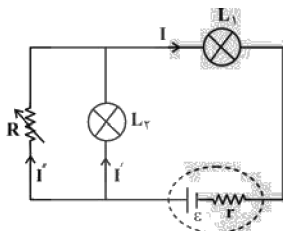
$$V_b - 2 \times 2 + 18 - 4 \times 2 = V_a \Rightarrow |V_b - V_a| = 6V$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۷۰)

۸۶- گزینه «۲»

(زهره آقاممیری)

وقتی لغزنده به سمت راست حرکت می‌کند، طول کمتری از رئوستا در مدار قرار می‌گیرد و مقاومت آن کاهش می‌یابد. نحوه قرارگیری لامپ‌ها و مقاومت به صورت زیر می‌باشد:



وقتی مقاومت رئوستا کاهش می‌یابد، مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد و جریان شاخه اصلی مدار زیاد می‌شود. با این حساب، توان مصرفی لامپ L_1 زیاد شده و پر نورتر می‌شود. ($P_1 = R_1 I^2$)

اختلاف پتانسیل دو سر لامپ L_1 نیز زیاد می‌شود. ($V_1 = IR_1$)

اختلاف پتانسیل دو سر باتری نیز با توجه به افزایش جریان، کاهش می‌یابد

$$(V = \varepsilon - Ir), \text{ پس با توجه به رابطه زیر، ولتاژ دو سر } L_2 \text{ باید کاهش}$$

یابد و در نتیجه توان مصرفی آن کمتر شده و نور آن کمتر می‌شود.

$$\downarrow V = \varepsilon - Ir \uparrow$$

$$\downarrow V = V_1 \uparrow + V_2 \Rightarrow V_2 \downarrow$$

$$P_2 \downarrow = \frac{V_2^2}{R} \downarrow \quad (R \text{ ثابت})$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۹)



۸۷- گزینه «۴»

(امیر ستارزاده)

با توجه به اتصال مقاومت‌ها، درمی‌یابیم هر چهار مقاومت با هم موازی‌اند، چون دو سر همه آن‌ها به هم وصل است. پس داریم:

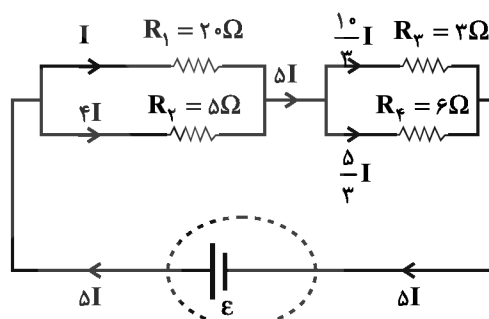
$$R_{eq} = \frac{R}{n} = \frac{12}{4} = 3\Omega$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۹)

۸۸- گزینه «۱»

(عبدالرضا امینی نسب)

با توجه به مدار، مقاومت‌های R_1 و R_2 با هم و مقاومت‌های R_3 و R_4 نیز با هم موازی‌اند. اگر فرض کنیم جریان عبوری از بزرگترین مقاومت یعنی R_1 برابر با I باشد، با توجه به موازی بودن مقاومت‌ها، جریان عبوری از هر کدام از مقاومت‌ها مطابق شکل زیر خواهد بود.



حال توان مصرفی هریک از مقاومت‌ها را می‌یابیم. داریم:

$$P_1 = R_1 I_1^2 = 20 I^2$$

$$P_2 = R_2 I_2^2 = 5 (\Delta I)^2 = 80 I^2$$

$$P_3 = R_3 I_3^2 = 3 \left(\frac{1}{3} I\right)^2 = \frac{100}{3} I^2$$

$$P_4 = R_4 I_4^2 = 6 \left(\frac{5}{3} I\right)^2 = \frac{50}{3} I^2$$

بنابراین کمترین توان مصرفی را مقاومت R_4 خواهد داشت که طبق صورت سؤال، ولتاژ دو سر آن برابر با ۱۸V است. داریم:

$$V_4 = R_4 I_4 \Rightarrow 18 = 6 \times \frac{5}{3} I \Rightarrow \Delta I = 9A$$

بنابراین جریان عبوری از باتری که همان جریان شاخه اصلی مدار است،

$$I_T = \Delta I = 9A$$

برابر است با:

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۸۹- گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

بنا به رابطه $V = \mathcal{E} - rI$ ، اگر افت پتانسیل درون باتری (یعنی rI) برابر با نیروی محرکه آن شود، اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر صفر می‌شود.

$$V = \mathcal{E} - rI \xrightarrow{rI=\mathcal{E}} V = \mathcal{E} - \mathcal{E} \Rightarrow V = 0$$

از طرف دیگر، چون اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی است، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی صفر می‌باشد. در این حالت، بنا به رابطه $V = R_{eq} I$ ، مقاومت معادل مقاومت‌های R_1 و 10Ω نیز صفر خواهد بود.

$$V = R_{eq} I \xrightarrow{V=0} 0 = R_{eq} I \xrightarrow{I \neq 0} R_{eq} = 0$$

با صفر شدن مقاومت معادل، الزاماً باید یکی از این دو مقاومت صفر باشد. چون 10Ω نمی‌تواند صفر باشد، لذا $R_1 = 0$ است.

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{10} \xrightarrow{R_{eq}=0} \frac{1}{0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{10} \Rightarrow \infty = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_1} = \infty \Rightarrow R_1 = 0$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۹۰- گزینه «۳»

(مسین مفرومی)

با بستن کلید k ، مقاومت R_2 وارد مدار شده و موازی مقاومت R_1 می‌شود و در نتیجه مقاومت معادل R_1 و R_2 کاهش می‌یابد و در نتیجه مقاومت

معادل کل مدار نیز کاهش می‌یابد. با توجه به رابطه $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r}$ ، با ثابت

ماندن $\mathcal{E}$ و r ، جریان الکتریکی مدار زیاد می‌شود. با توجه به ثابت بودن

مقاومت لامپ (R_L)، طبق رابطه $P = R_L I^2$ ، توان مصرفی لامپ افزایش و نور آن زیاد می‌شود. از طرفی اختلاف پتانسیل دو سر لامپ طبق رابطه $V_L = R_L I$ با افزایش جریان، افزایش می‌یابد و با توجه به ثابت بودن اختلاف پتانسیل باتری، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_1 باید کاهش یابد و

در نتیجه طبق رابطه $P_1 = \frac{V_1^2}{R_1}$ ، توان مصرفی آن کم می‌شود.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)



$$\Delta x = v_1 \Delta t \rightarrow 24 = 80 \times \Delta t$$

$$v_1 = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{3}{10} \text{h} = 18 \text{min}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(مبشی قلیل ارجمندی)

۹۴ - گزینه «۳»

ابتدا سرعت اتومبیل را به متر بر ثانیه تبدیل می‌کنیم:

$$72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{h}}{3600 \text{s}} \times \frac{1000 \text{m}}{1 \text{km}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حال با استفاده از رابطه $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$ ، زمان برخورد احتمالی را پیدا می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \rightarrow 19 = -t^2 + 20t$$

$$a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow t^2 - 20t + 19 = 0 \Rightarrow (t-1)(t-19) = 0 \begin{cases} \text{قق } t = 1\text{s} \\ \text{غقق } t = 19\text{s} \end{cases}$$

پس شخص حداکثر ۱۹ ثانیه برای گریز از تصادف دارد.

دقت کنید $t = 19\text{s}$ به این دلیل غیرقابل قبول است که خودرو در $t = 10\text{s}$ متوقف شده است.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -2t + 20 = 0 \Rightarrow t = 10\text{s}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(سیرعلی میرنوری)

۹۵ - گزینه «۲»

در ابتدا معادله حرکت را می‌نویسیم. با توجه به این که نمودار داده شده قسمتی از یک سهمی است، در $t = 2\text{s}$ ، $x = 0$ است. در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{x_0=0} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

$$\begin{cases} \frac{t=2\text{s}}{x=0} \rightarrow 0 = 2a + 2v_0 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{t=4\text{s}}{x=6\text{m}} \rightarrow 6 = 8a + 4v_0 & (2) \end{cases}$$

با حل دستگاه معادلات به دست آمده، شتاب و سرعت اولیه متحرک مشخص می‌شود.

$$\xrightarrow{(1), (2)} a = \frac{3}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, v_0 = -\frac{3}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حال مکان متحرک را در لحظه $t = 1\text{s}$ ، به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{3}{2}t^2 - \frac{3}{2}t \xrightarrow{t=1\text{s}} x_{t=1\text{s}} = -\frac{3}{4}\text{m}$$

و در نهایت داریم:

$$\ell = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + 6 \Rightarrow \ell = 7.5\text{m}$$

فیزیک ۳

۹۱ - گزینه «۲»

(سیرعلی میرنوری)

ابتدا با استفاده از شیب خط مماس بر منحنی، سرعت متحرک را در لحظه

$$v_{t=4\text{s}} = \text{شیب خط مماس} = \frac{6-0}{4-1} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}; \text{ می‌یابیم: } t = 4\text{s}$$

و برای تعیین بزرگی سرعت متوسط در چهارثانیه اول داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad x_1 = 10\text{m}, x_2 = 6\text{m}$$

$$t_1 = 0, t_2 = 4\text{s}$$

$$v_{av} = \frac{6-10}{4-0} = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow |v_{av}| = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

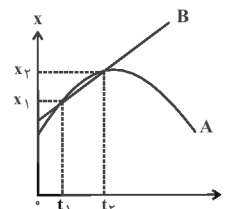
در نهایت نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{|v_{av}|}{v_{t=4\text{s}}} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک ۳ - مشابه تمرین ۱-۳ صفحه ۱۰ کتاب درسی)

(فسرو ارغوانی فرد)

۹۲ - گزینه «۲»



در بازه زمانی داده شده هر دو متحرک به اندازه $(x_2 - x_1)$ جابه‌جا شده‌اند و چون در این بازه زمانی هر دو متحرک تغییر جهت نداده‌اند، پس جابه‌جایی آن‌ها با مسافت طی شده‌شان برابر است و در نتیجه تندی متوسط دو متحرک یکسان می‌باشد و اندازه تندی و سرعت متوسط دو متحرک برابر است.

در ضمن، شیب خط مماس بر منحنی A در لحظه t_1 بیشتر از شیب نمودار B می‌باشد و در نتیجه سرعت A در این لحظه بیشتر است.

بنابراین گزینه «۲» نادرست است.

(فیزیک ۳ - مشابه سوال ۱۰ پرسش‌های آفر فصل صفحه ۲۶)

(افسان ایرانی)

۹۳ - گزینه «۱»

ابتدا جابه‌جایی هر کدام از متحرک‌ها را در مدت زمان $15\text{min} = \frac{1}{4}\text{h}$

محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x_1 = v_1 \Delta t = 80 \times \frac{1}{4} = 20\text{km}$$

$$\Delta x_2 = v_2 \Delta t = 36 \times \frac{1}{4} = 9\text{km}$$

وقتی دو متحرک برای دومین بار به فاصله 5km از هم می‌رسند یعنی در مدت زمان 15min به هم رسیده‌اند و به اندازه 5km هم از هم دور شده‌اند. با توجه به اینکه در مدت زمان 15min دو متحرک 29km را طی کرده‌اند، یعنی فاصله اولیه دو متحرک (فاصله دو شهر A و B) از هم 24km بوده است. مدت زمانی که طول می‌کشد که متحرک ۱ فاصله 24km بین دو شهر را طی کند از رابطه $\Delta x = v \Delta t$ به دست می‌آید:



۹۸- گزینه «۳»

(یعنایم رستمی)

گلوله اول ۲ ثانیه بیش‌تر از گلوله دوم در حرکت است. داریم: (جهت رو به پایین را مثبت در نظر می‌گیریم).

$$y_1 = \frac{1}{2}g(t+2)^2 = 5(t+2)^2 \Rightarrow y_1 = 5t^2 + 20t + 20 \quad (1)$$

$$y_2 = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2 \quad (2)$$

$$y_1 - y_2 = 140 \text{ m}$$

$$\xrightarrow{(1)-(2)} 5t^2 + 20t + 20 - 5t^2 = 140 \Rightarrow t = 6 \text{ s}$$

(فیزیک ۳- مشابه سوال ۲۴ پرسش‌های آخر فصل صفحه ۲۸)

۹۹- گزینه «۴»

(بابک اسلامی)

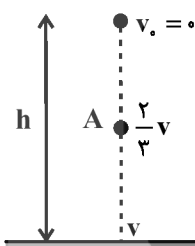
برای سرعت متوسط گلوله بین دو لحظه شروع حرکت تا رسیدن گلوله به

نقطه A که تندی آن برابر با $\frac{2}{3}v$ است، می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{v_A + v_o}{2} \Rightarrow 20 = \frac{\frac{2}{3}v + 0}{2} \Rightarrow v = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

تندی گلوله‌ای که در شرایط خلأ از حال سکون رها می‌شود، پس از طی

مسافت h از رابطه $v^2 = 2gh$ به دست می‌آید. بنابراین داریم:



$$v^2 = 2gh \Rightarrow 60^2 = 2 \times 10 \times h \Rightarrow h = 180 \text{ m}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۰۰- گزینه «۳»

(مسعود قره‌فانی)

محل رها شدن سنگ را مبدأ مکان و جهت مثبت را به سمت پایین در نظر می‌گیریم. اگر کل زمان سقوط سنگ تا رسیدن به زمین برابر با t ثانیه باشد، با استفاده از رابطه مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta y_{(t-3)-t} = 3\Delta y_o - 3$$

$$\Rightarrow \frac{v_{t-3} + v_t}{2} \times 3 = 3 \times \frac{v_o + v_3}{2} \times 3 \xrightarrow{v=gt+v_o}$$

$$\Rightarrow g(t-3) + gt = 3 \times 3g \Rightarrow t = 6 \text{ s}$$

بنابراین تندی سنگ در لحظه رسیدن به زمین برابر است با:

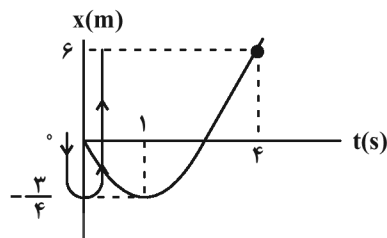
$$v = gt + v_o = 10 \times 6 + 0 = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{7/5}{4} = \frac{15}{8} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_o}{4-0} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow s_{av} - v_{av} = \frac{15}{8} - \frac{3}{2} = \frac{3}{8} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳ و ۱۵ تا ۲۱)

۹۶- گزینه «۱»

(زهرا آقاممیری)

با استفاده از تعریف سرعت متوسط داریم:

$$\Delta y = v_{av} \Delta t \Rightarrow \Delta y = 29/4 \times 2 = 58/8 \text{ m} \quad (1)$$

اگر محل رها شدن گلوله را مبدا مکان و جهت رو به پایین را مثبت فرض کنیم، داریم:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \\ y_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 \end{cases} \Rightarrow y_2 - y_1 = \frac{1}{2}g(t_2^2 - t_1^2)$$

$$\Rightarrow y_2 - y_1 = \frac{1}{2}g(t_2 - t_1)(t_2 + t_1)$$

$$\Rightarrow 58/8 = \frac{1}{2} \times 9/8 \times 2 \times (t_2 + t_1)$$

$$\Rightarrow (t_2 + t_1) = 6 \text{ s} \quad (2)$$

از طرفی $(t_2 - t_1) = 2 \text{ s}$ است. با حل هم‌زمان این معادله‌ها داریم:

$$\begin{cases} t_1 = 2 \text{ s} \\ t_2 = 4 \text{ s} \end{cases}$$

$$v = gt \Rightarrow v = 9/8 \times 4 = 39/2 \text{ m/s}$$

در نتیجه:

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۹۷- گزینه «۳»

(مهمعلی راست‌پیمان)

جابه‌جایی در ۲t ثانیه اول حرکت برابر است با:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y_1 = \frac{1}{2}g(2t)^2 = 2gt^2$$

جابه‌جایی در t ثانیه سوم حرکت، یعنی در بازه ۲t تا ۳t ثانیه برابر است با:

$$y_2 = \left[\frac{1}{2}g(3t)^2 \right] - \left[\frac{1}{2}g(2t)^2 \right] = \Delta \left(\frac{1}{2}gt^2 \right) = 2/5gt^2$$

$$y_2 - y_1 = 2/5gt^2 - 2gt^2 = 0/5gt^2$$

بنابراین:

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)



فیزیک ۱

گزینه «۴» - ۱۰۱

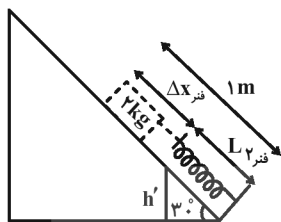
(عرغان عسکریان پایپان)

$$\Rightarrow 2 \times 10 \times 4 = 2 \times 10 \times h' + 75 \Rightarrow h' = 0.25 \text{ m}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{h'}{L_{\text{فنر}}} \Rightarrow L_{\text{فنر}} = \frac{h'}{\sin 30^\circ} \Rightarrow L_{\text{فنر}} = \frac{0.25}{0.5} = 0.5 \text{ m}$$

از طرفی:

$$\Delta x_{\text{فنر}} = 1 - L_{\text{فنر}} \Rightarrow \Delta x_{\text{فنر}} = 0.5 \text{ m} \Rightarrow \frac{\Delta x_{\text{فنر}}}{h'} = \frac{0.5}{0.25} = 2$$



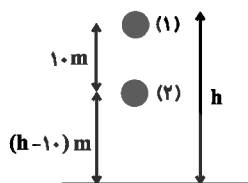
(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

گزینه «۴» - ۱۰۵

(معمری آرنسب)

انرژی پتانسیل گرانشی جسم در ارتفاع h را U_1 و انرژی پتانسیل گرانشی آن در ارتفاع $(h-10)$ را U_2 نامگذاری می‌کنیم. از آنجایی که انرژی پتانسیل گرانشی دو حالت با نسبت ارتفاع از سطح زمین در دو حالت نسبت مستقیم دارد، بنابراین:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{h_2}{h_1} \rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{h-10}{h} \rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{h-10}{h} \rightarrow \frac{4}{5} = \frac{h-10}{h} \Rightarrow h = 50 \text{ m}$$



(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸)

گزینه «۲» - ۱۰۶

(معمر عظیم‌پور)

بنابر اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_2 + U_2 = K_1 + U_1$$

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 = m g (h_A - h)$$

بنابراین هر چه $h_A - h$ بزرگتر باشد، اختلاف انرژی پتانسیل گرانشی و در نتیجه انرژی جنبشی نهایی بیشتر است. اگر نقاط را از پایین‌ترین به بالاترین مرتب کنیم، به توالی مقایسه تندی‌ها می‌رسیم. در نتیجه مقایسه تندی این ۴ نقطه به این صورت است:

$$v_D > v_B > v_C > v_E$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

گزینه «۳» - ۱۰۲

(مینم دشتیان)

مطابق با قضیه کار و انرژی پتانسیل گرانشی، در یک جابه‌جایی معین، تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی برابر با منفی کار نیروی وزن در آن جابه‌جایی معین است.

توجه داشته باشید که در حالات خاصی، تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی می‌تواند با منفی تغییرات انرژی جنبشی نیز برابر باشد اما این تساوی همواره در هر شرایطی برقرار نیست.

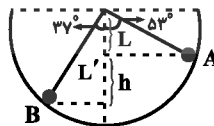
(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸)

گزینه «۱» - ۱۰۳

(علیرضا رستم‌زاده)

برای محاسبه کار نیروی وزن، تنها تغییر ارتفاع جسم در راستای قائم (h) را در نظر می‌گیریم:

$$h = L' - L = R \cos 37^\circ - R \cos 53^\circ = 0.8R - 0.6R = 0.2R$$



پس کار نیروی وزن جسم برابر است با:

$$W_{mg} = mgh = mg \times 0.2R = 0.2mgR$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۵۵ تا ۵۹)

گزینه «۱» - ۱۰۴

(شامد ترمیمی)

سطح زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، در نظر می‌گیریم. حداکثر انرژی ذخیره شده در فنر زمانی رخ می‌دهد که جسم تا حد توان فنر را فشرده کرده و متوقف شود. طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، می‌توان نوشت:

$$E_k + E_p = mgh = mgh' + \Delta U_{\text{فنر}}$$



$$\Rightarrow Ra = \frac{mgh}{\frac{t_1}{W_{\text{ورودی}}}} \times 100$$

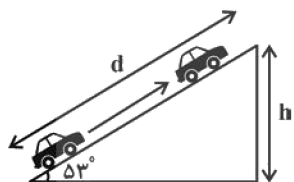
$$V = 40 \text{ L} \Rightarrow m = \rho V = 1000 \times 0.04 = 40 \text{ kg}$$

$$Ra = \frac{40 \times 10 \times 10}{\frac{15000}{3}} \times 100 = \frac{4000}{5000} \times 100 = 80\%$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

(مهم عبروی)

۱۱۰- گزینه «۴»



اتومبیل با تندی ثابت $\frac{m}{s}$ در حال حرکت است، پس در هر ثانیه، Δ متر

روی سطح شیب‌دار حرکت می‌کند. در مدت زمان $\Delta t = 1 \text{ s}$ و با توجه به

$$\sin 33^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{h}{\Delta} \Rightarrow h = 4 \text{ m}$$

تعریف سینوس داریم؛

با توجه به اینکه جابه‌جایی به سمت بالا است، کار نیروی وزن منفی است:

$$W_{mg} = -mgh = -10^3 \times 10 \times 4 = -4 \times 10^4 \text{ J}$$

نیروی اصطکاک جنبشی سطح در خلاف جهت حرکت است، پس:

$$W_{fk} = f_k d \cos \theta = f_k d \cos 18^\circ = 300 \times 5 \times -1 = -1500 \text{ J}$$

با توجه به قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{\Delta K=0} W_F + W_{mg} + W_{fk} = 0$$

$$\Rightarrow W_F = -W_{mg} - W_{fk} = 4 \times 10^4 + 1500 = 41500 \text{ J}$$

حال با توجه به رابطه توان (در مدت زمان $\Delta t = 1 \text{ s}$) داریم:

$$P = \frac{W_F}{\Delta t} = \frac{41500}{1} = 41500 \text{ W}$$

در نهایت، چون هر اسب بخار برابر با ۷۵۰ وات می‌باشد، داریم:

$$P = 41500 \text{ W} \times \frac{1 \text{ hp}}{750 \text{ W}} \approx 55.33 \text{ hp}$$

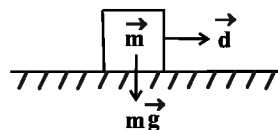
(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

(شارمان ویسی)

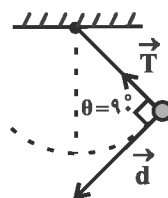
۱۰۷- گزینه «۴»

بنا به رابطه $W = Fd \cos \theta$ ، در صورتی کار برابر با صفر می‌شود که یکی از کمیت‌های d ، F یا $\cos \theta$ برابر با صفر باشد.

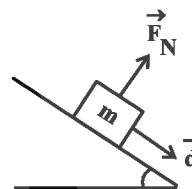
الف) $W = 0$ است. زیرا $\theta = 90^\circ$ و در نتیجه $W = Fd \cos 90^\circ = 0$ است.



ب) $W = 0$ است. زیرا در تمام لحظه‌ها نیروی کشش نخ بر جابه‌جایی عمود است.



پ) $W = 0$ است. طبق استدلال مورد الف، نیروی عمودی سطح و جابه‌جایی بر هم عموداند.



ت) $W = 0$ است. زیرا طبق قضیه کار-انرژی جنبشی $W_t = \Delta K = 0$ می‌باشد.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

(مصطفی کبابی)

۱۰۸- گزینه «۲»

چون نیروی مقاومت هوا وجود ندارد، انرژی مکانیکی گلوله پایسته می‌ماند و در تمام نقاط، مقدار آن ثابت است. بنابراین، کافی است انرژی مکانیکی اولیه گلوله را بیابیم:

$$E_1 = U_1 + K_1 \xrightarrow{U_1=0} E_1 = 0 + \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$\xrightarrow{\frac{m=100 \text{ g}=0.1 \text{ kg}}{v_1=30 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} E_1 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{10} \times 900 \Rightarrow E_1 = E_2 = 45 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(مسعود قره‌ذانی)

۱۰۹- گزینه «۲»

طبق رابطه بازده داریم:

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow Ra = \frac{t_1}{\frac{W_{\text{ورودی}}}{t_2}} \times 100$$



شیمی ۲

۱۱۱- گزینه ۲»

(میبنا شرافتی پور)

نمودار انرژی، مربوط به فرایندی گرماده ($Q < 0$) است. فرایندهای سوخت و ساز فرایندهایی گرماده ($Q < 0$) می باشند. در فرایندهای گرماده، انرژی به محیط داده می شود. فرایند فتوسنتز نیز فرایند گرماگیر می باشد. در فرایندهای گرماده فراورده ها سطح انرژی پایین تری نسبت به واکنش دهنده ها دارند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه های ۶۱ و ۶۶)

۱۱۲- گزینه ۳»

(معمرفسن معمرفاره مقدم)

بررسی گزینه ها:

(۱) نام علمی گروه عاملی موجود در میخک، ۲- هپتانول می باشد.

(۲) طبق صفحه ۷۱ کتاب درسی درست می باشد.

(۳) گاز مرداب نام دیگر متان می باشد که آنتالپی سوختن آن، -۸۹۰ کیلوژول بر مول بوده و ارزش سوختن آن $۵۵/۶۲۵$ کیلوژول بر گرم می باشد.

(۴) مطابق متن صفحه ۷۵ کتاب درسی درست می باشد.

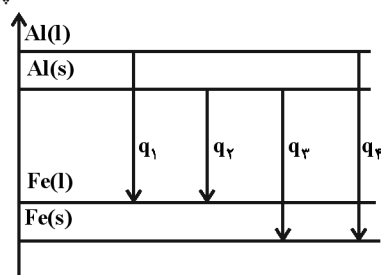
(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه های ۷۱ تا ۷۵)

۱۱۳- گزینه ۲»

(معمرفشا پوریاوید)

با توجه به سطح انرژی مواد، میزان گرمای حاصل از انجام واکنش در هریک از شرایط گفته شده عبارت است از:

آنتالپی



(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه های ۶۵ و ۶۶)

۱۱۴- گزینه ۳»

(کتاب آبی)

اگر مخلوط اتین و اکسیژن را با A نشان دهیم:

روش استوکیومتری:

$$? \text{ kJ} = 31 / 26 \text{ L A} \times \frac{1 \text{ mol A}}{22 / 4 \text{ L A}} \times \frac{-2600 \text{ kJ}}{1 \text{ mol A}} = -520 \text{ kJ}$$

روش تناسب: انرژی آزاد شده (kJ) حجم گاز (A)

۳۱ / ۲۶	x
۲۲ / ۴ × ۷	۲۶۰۰

$$\Rightarrow x = 2600 \times \frac{31 / 26}{22 / 4 \times 7} = 520 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه های ۷۲ و ۷۳)

۱۱۵- گزینه ۱»

(سیدرستم هاشمی دهکردی)

مطابق متن کتاب درسی صفحه ۷۵

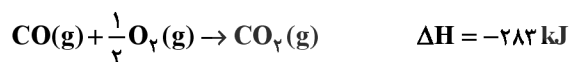
(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه های ۷۴ تا ۷۷)

۱۱۶- گزینه ۱»

(میبنا شرافتی پور)

ابتدا آنتالپی واکنش مورد نظر را برحسب یک مول محاسبه می کنیم:

$$\frac{42 \text{ g CO}}{28 \text{ g CO}} \left| \frac{-424 / 5 \text{ kJ}}{x \text{ kJ}} \right| \Rightarrow x = \frac{28 \times 424 / 5}{42} = -283 \text{ kJ}$$

برای به دست آوردن میانگین آنتالپی پیوند $[\text{C} \equiv \text{O}]$:

$$\Delta H(\text{C} \equiv \text{O}) + 0 / 5 \Delta H(\text{O} = \text{O}) - 2 \Delta H(\text{C} = \text{O}) = -283$$

$$\Rightarrow \Delta H(\text{C} \equiv \text{O}) = -283 - 0 / 5 (494) + 2(799) = 1068 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه های ۶۷، ۶۸ و ۷۴ تا ۷۷)

۱۱۷- گزینه ۲»

(امیر فاطمیان)

بررسی گزینه ها:

(۱) نادرست - بخش عمده انرژی موجود در شیر داغ، هنگام فرآیند گوارش و

سوخت و ساز به بدن می رسد.

(۲) درست - متن صفحه ۶۱ کتاب درسی

$$Q = m \times c \times \Delta\theta$$

$$\Rightarrow ((100 + 50) \text{ mL} \times \frac{1 \text{ g}}{1 \text{ mL}}) \times 4 / 2 \times (27 - 25) = 1260 \text{ J}$$

حال گرمای آزاد شده در واکنش را به ازای ۱ مول HCl محاسبه می‌نماییم.

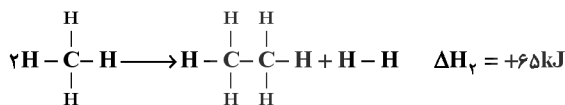
$$|? \text{ kJ}| = 1 \text{ mol HCl} \times \frac{1 \text{ L HCl}}{50 / 5 \text{ mol HCl}} \times \frac{1000 \text{ mL HCl}}{1 \text{ L HCl}} \\ \times \frac{1260 \text{ J}}{50 \text{ mL HCl}} \times \frac{1 \text{ kJ}}{1000 \text{ J}} = 50 / 4 \text{ kJ} \Rightarrow \Delta H = -50 / 4 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸ و ۷۲)

(حسن رحمتی/کوکنره)

۱۲۰- گزینه «۱»

ابتدا به کمک واکنش (II)، آنتالپی پیوند $\text{H}-\text{H}$ را تعیین می‌کنیم:



$$\Delta H = \left[\text{مجموع آنتالپی‌های پیوند در مواد واکنش‌دهنده} \right]$$

$$- \left[\text{مجموع آنتالپی‌های پیوند در مواد فراورده} \right]$$

$$= [2 \times 4 \Delta H(\text{C}-\text{H})] - \left[6 \Delta H(\text{C}-\text{H}) + \Delta H(\text{C}-\text{C}) + \overbrace{\Delta H(\text{H}-\text{H})}^y \right]$$

$$\Rightarrow +65 = 2(415) - 348 - y \Rightarrow y = 417 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

در واکنش (I) داریم:

$$x = [\Delta H(\text{N} \equiv \text{N}) + 2\Delta H(\text{H}-\text{H})] - [4\Delta H(\text{N}-\text{H}) + \Delta H(\text{N}-\text{N})]$$

$$\Rightarrow x = [945 + 2(417)] - [4(391) + (163)] \Rightarrow x = 52 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۷، ۶۸ و ۷۳ تا ۷۷)

۳) نادرست - مقدار گرمای آزاد شده در واکنش‌ها در دمای ثابت ناشی از

تفاوت انرژی گرمایی در مواد واکنش‌دهنده و فرآورده نیست! زیرا در دمای

ثابت تفاوت چشمگیری میان انرژی گرمایی آن‌ها وجود ندارد.

۴) نادرست - هر واکنش شیمیایی ممکن است با تغییر رنگ، تولید رسوب،

آزاد شدن گاز و ایجاد نور و صدا همراه باشد اما یک ویژگی بنیادی در همه

آن‌ها داد و ستد گرما با محیط پیرامون است. از این رو، هر واکنش شیمیایی

ممکن است گرماده یا گرماگیر باشد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(کتاب آبی)

۱۱۸- گزینه «۳»

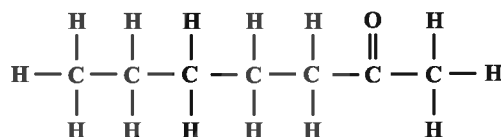
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: بنزآلدهید و ترکیب عامل طعم و بوی دارچین، دارای گروه

عاملی آلدهیدی می‌باشند، نه کتونی!

گزینه «۲»: ۲- هپتانون با ساختار زیر دارای فرمول مولکولی $\text{C}_7\text{H}_{14}\text{O}$

است.



گزینه «۴»: ترکیب موجود در رازیانه دارای گروه عاملی اتری است که

اکسیژن متصل به هیدروژن ندارد، پس توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی با

مولکول‌های خود را ندارد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

(کتاب آبی)

۱۱۹- گزینه «۳»

ابتدا اقدام به محاسبه گرمای آزاد شده در واکنش می‌نماییم، با توجه به این

که گرمای ویژه محلول آغازی و پایانی تقریباً یکسان فرض شده است، پس

می‌توان برای محاسبه گرمای آزاد شده یک محلول را در نظر گرفت که

دمای آن از 25°C به 27°C می‌رسد.

شیمی ۳

۱۲۱- گزینه «۳»

(ممنوع وزیری)

استیک اسید اسیدی ضعیف است که در آب، هم به صورت یونی و هم به صورت مولکولی حل می شود. با توجه به داشتن غلظت یون هیدرونیوم درجه یونش برابر است با:

$$\alpha = \frac{[\text{H}^+]}{\text{غلظت اولیه اسید}} = \frac{1/35 \times 10^{-3}}{0/1} = 1/35 \times 10^{-2}$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه ۱۹)

(مطابق فور را ببازماید صفحه ۱۹ کتاب درسی)

۱۲۲- گزینه «۳»

(امیرعلی برفور داریون)

فقط عبارت «الف» و «ت» درست است.

بررسی عبارت ها:

الف) ماده حل شونده در ضدیخ، اتیلن گلیکول بوده و به دلیل بر خورداری از گروه هیدروکسیل می تواند با مولکول های آب پیوند هیدروژنی برقرار کند.
ب) قدرت پاک کنندگی صابون برای پارچه نخی بیشتر از پارچه پلی استر است.
پ) در آب دریا به دلیل وجود یون های Ca^{2+} و Mg^{2+} ، قدرت پاک کنندگی صابون، کمتر از آب چشمه است.

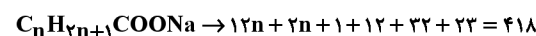
ت) این جمله با توجه به متن کتاب درسی درست است.

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه های ۴، ۹ و ۱۰)

۱۲۳- گزینه «۱»

(امیرعلی برفور داریون)

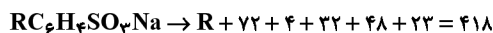
فرمول عمومی صابون های جامد به صورت RCOONa می باشد و از آنجایی که گفته شده بخش ناقصی زنجیره سیر شده است، می توان تعداد اتم های هیدروژن در ساختار صابون را به صورت زیر محاسبه کرد:



$$\rightarrow n = 25$$

$$\rightarrow H = 2 \times 25 + 1 = 51$$

فرمول عمومی پاک کننده های غیرصابونی به صورت $\text{RC}_6\text{H}_4\text{SO}_3\text{Na}$ است و با توجه به اینکه جرم مولی آن 418 g.mol^{-1} ذکر شده است، می توان تعداد اتم های کربن آن را به صورت زیر محاسبه کرد:



$$\rightarrow R = 239$$

زنجیر کربنی سیر شده (R) را به صورت $\text{C}_g\text{H}_{2g+1}$ در نظر بگیریم:

$$\rightarrow 239 = 12g + 2g + 1 \rightarrow g = 17$$

$$\rightarrow C = 17 + 6 = 23$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه های ۵ تا ۱۱)

۱۲۴- گزینه «۲»

(پوار جردی)

گزینه «۱»: نادرست. کلوئیدها، مخلوط های ناهمگن محسوب می شوند.

گزینه «۲»: درست. ترکیب آب و روغن اگر به آن صابون اضافه شود، کلوئید حاصل می شود.

گزینه «۳»: نادرست. برای کاهش میزان اسیدی بودن آهک می زنند.

گزینه «۴»: نادرست. غلظت یون ها در دو محلول را محاسبه می کنیم:

$$\text{یون } \frac{\text{mol}}{\text{L}} \text{Ca(OH)}_2 \times \frac{2 \text{ mol یون}}{1 \text{ mol Ca(OH)}_2} = 0/45 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{یون } \frac{\text{mol}}{\text{L}} \text{HCl} \times \frac{2 \text{ mol یون}}{1 \text{ mol HCl}} = 0/4 \text{ mol.L}^{-1}$$

غلظت یون موجود در محلول ۰/۱۵ مولار کلسیم هیدروکسید بیشتر است، پس الکترولیت قوی تری است.

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه های ۴، ۷، ۱۴ و ۱۷)

۱۲۵- گزینه «۱»

(دانیال مهرعلی)

یکی از انواع روغن ها با فرمول مولکولی $\text{C}_{57}\text{H}_{110}\text{O}_6$ ، روغن زیتون است که از جمله موادی است که می تواند در واکنش با سدیم هیدروکسید، صابون جامد را تولید کند.

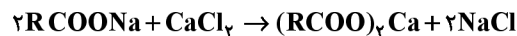
(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه های ۵ و ۶)



۱۲۶- گزینه «۲»

(اسامه پوشن)

باید دقت داشت که تنها پاک کننده صابونی در این واکنش شرکت می کند:



$$200\text{ mL CaCl}_2 \times \frac{1\text{ L CaCl}_2}{1000\text{ mL CaCl}_2} \times \frac{1\text{ mol CaCl}_2}{1\text{ L CaCl}_2}$$

$$\times \frac{2\text{ mol RCOONa}}{1\text{ mol CaCl}_2} \times \frac{306\text{ g RCOONa}}{1\text{ mol RCOONa}} = 122 / 4\text{ g RCOONa}$$

با توجه به اینکه جرم مخلوط اولیه ۱۲۶ / ۴ گرم است، داریم:

$$\text{جرم پاک کننده غیر صابونی} = 126 / 4 - 122 / 4 = 4\text{ g}$$

$$\text{جرم پاک کننده غیر صابونی} = \frac{\text{جرم جرمی پاک کننده غیر صابونی در مخلوط اولیه}}{\text{جرم مخلوط اولیه}} \times 100$$

$$\Rightarrow \frac{4}{126 / 4} \times 100 = 3 / 16\%$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی: صفحه های ۹ و ۱۱)

۱۲۷- گزینه «۱»

(فسن لشکری)

LiOH یک اکسید بازی بوده و در آب غلظت $[\text{OH}^-]$ را افزایش می دهد.

بررسی گزینه های نادرست:

(۲) HCl(g) اسید آرنیوس است، زیرا هنگام حل شدن در آب غلظت یون

هیدرونیوم را افزایش می دهد.

(۳) رنگ کاغذ pH ، در محیط اسیدی قرمز و در محیط بازی آبی رنگ است.

(۴) محلول CO_3 در آب و $\text{NH}_3(\text{g})$ در آب به ترتیب کاغذ pH را به

رنگ سرخ و آبی تغییر می دهند.

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی: صفحه های ۱۴ تا ۱۹)

(مطابق با هم بینریشیم صفحه های ۱۴ و ۱۵ کتاب درسی)

۱۲۸- گزینه «۲»

(سعید مسن زاده)

شکل (۱) انحلال اکسیدی نافلزی در آب است که باعث می شود محیط آب

اسیدی شود.

شکل (۲) HCl یک اسید قوی و HF یک اسید ضعیف است بنابراین

محلول HF روشنایی کمتری دارد.

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی: صفحه ۱۸)

(مطابق با هم بینریشیم صفحه ۱۸ کتاب درسی)

۱۲۹- گزینه «۴»

(محمدرضا پوریاویر)

با توجه به تعریف درصد یونش خواهیم داشت:

$$\text{درصد یونش} = \frac{\text{شمار مولکول های یونیده شده}}{\text{شمار مولکول های حل شده}} \times 100 = \frac{24}{108 + 24} \times 100 \approx 18 / 2\%$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی: صفحه ۱۹)

۱۳۰- گزینه «۲»

(محمدر وزیری)

از آنجا که محلول موجود در تمام گزینه ها، اسیدی بوده و اسیدهای مربوطه

همگی اسیدهای تک پروتون دار هستند، می توان گفت هرچه غلظت یون

هیدرونیوم در محلولی بیشتر باشد، شمار یون های موجود در محلول بیشتر بوده

و در نتیجه رسانایی الکتریکی آن بیشتر است.

گزینه «۱»: نیتریک اسید (HNO_3)، یک اسید قوی تک پروتون دار است.

بنابراین غلظت یون هیدرونیوم در آن برابر 2×10^{-4} مولار می باشد.

$$\text{گزینه «۲»}: \frac{2}{4} = \frac{[\text{H}^+]}{0.05} \times 100 \Rightarrow [\text{H}^+] = 12 \times 10^{-4} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

گزینه «۳»: هیدروکلریک اسید (HCl)، یک اسید قوی تک پروتون دار

می باشد، بنابراین غلظت یون هیدرونیوم برابر غلظت محلول اولیه می باشد.

$$\text{گزینه «۴»}: 1 = \frac{[\text{H}^+]}{6 \times 10^{-4}} \Rightarrow [\text{H}^+] = 6 \times 10^{-4} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی: صفحه های ۱۶ تا ۱۹)



شیمی ۱

۱۳۱- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: فلز آلومینیم به صورت بوکسیت (Al_2O_3) به همراه ناخالصی در طبیعت یافت می‌شود.

گزینه «۲»: سیلیس (SiO_2) در طبیعت به صورت کریستال مانند یافت می‌شود.

گزینه «۳»: برای به دست آمدن هوای مایع کربن دی‌اکسید را در دمای -78°C به صورت جامد جدا می‌کنند.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۵۲، ۵۵ و ۵۶)

۱۳۲- گزینه «۳»

(میکائیل غراوی)

از گاز هلیوم، برای پر کردن بالن‌های هواشناسی، جوشکاری، کپسول غواصی و خنک کردن قطعات دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI استفاده می‌شود. برای بسته‌بندی برخی مواد خوراکی و نگهداری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی از گاز نیتروژن استفاده می‌شود.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه ۵۳)

۱۳۳- گزینه «۳»

(مبینا شرافتی‌پور)

گوی‌های سفید گاز آرگون، گوی‌های خاکستری گاز نیتروژن و گوی‌های مشکی گاز اکسیژن را نشان می‌دهند.

گاز هلیوم حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد. اما گوی‌های مشکی مربوط به گاز اکسیژن است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۲)

۱۳۴- گزینه «۳»

(امیرمسین مسلمی)

۱) $\text{CO} \rightarrow \text{C} \equiv \text{O}$ = ۶ شمار الکترون‌های پیوندی

۲) $\text{PCl}_3 \rightarrow \text{Cl} - \text{P}(\text{Cl})_2$ = ۶ شمار الکترون‌های پیوندی

۳) $\text{CH}_3\text{O} \rightarrow \text{H} - \text{C}(\text{H})_3 - \text{O}$ = ۸ شمار الکترون‌های پیوندی

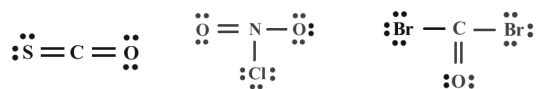
۴) $\text{NH}_3 \rightarrow \text{H} - \text{N}(\text{H})_3$ = ۶ شمار الکترون‌های پیوندی

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۵۷ و ۵۸)

۱۳۵- گزینه «۳»

(محمدرضا پورفاویر)

ساختار لوویس گونه‌های داده شده به صورت زیر است:



نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی

در COBr_2 و NO_2Cl برابر $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$ و شمار جفت الکترون‌های

ناپیوندی ClO_3^- برابر ۱۰ می‌باشد.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۶۴ و ۶۵)

۱۳۶- گزینه «۴»

(محمدرسین محمدرزاه‌مقدم)

$$\frac{\Delta T}{\Delta h} = 2/1 \frac{^\circ\text{C}}{\text{km}}$$

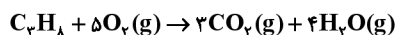
$$T - T_0 = \frac{\Delta T}{\Delta h}(h - h_0)$$

ت: $\rightarrow \text{Pd(s)}$ ؛ برای انجام شدن واکنش، از فلز پالادیم (نه پلاتین) به عنوان کاتالیزگر استفاده می‌شود.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

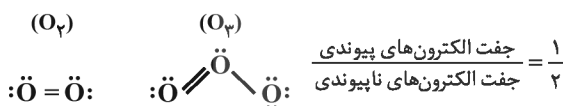
(مهمر عظیمیان/زواره)

۱۳۹- گزینه «۱»



مجموع ضرایب استوکیومتری مواد واکنش‌دهنده برابر ۶ می‌باشد.

بررسی گزینه «۲»:



بررسی گزینه «۳»: درصد حجمی گاز آرگون ۰/۹۲۸ و درصد حجمی گاز کربن دی‌اکسید ۰/۳۸۵ است.

بررسی گزینه «۴»: کربن مونوکسید بی‌بو است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۹، ۵۴، ۵۸ تا ۶۰)

(امیرعلی برفورداریون)

۱۴۰- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: در شرایط یکسان، نسبت چگالی به جرم مولی گازها یکسان است. بدین ترتیب CO_2 از CO چگالی بیشتری دارد.

گزینه «۲»: در هنگام سوختن گرد آهن، نور سفید آزاد نمی‌شود بلکه نور نارنجی رنگ پدید می‌آید.

گزینه «۳»: فرآورده آلی این واکنش محلول در آب است نه مایع!

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۶۰)

$$T_0 = 273 - 60 = 213\text{K}$$

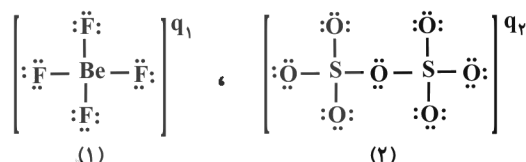
$$\Rightarrow T - 213 = 2/1(40 - 10) \Rightarrow T = 276\text{K}$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

(کتاب آبی)

۱۳۷- گزینه «۱»

برای به دست آوردن q_1 و q_2 کافیست پس از هشت تایی کردن اتم‌ها بار هر یک از اتم‌ها را در هر کدام از ترکیبات تعیین کنید که حاصل جمع بار همه اتم‌های موجود در یک ترکیب برابر بار آن ترکیب یعنی q_1 و q_2 است.



در ترکیب (۱) اتم F از گروه ۱۷ بوده و ۷ الکترون در لایه ظرفیت خود دارد. اتم Be از گروه ۲ بوده و ۲ الکترون در لایه ظرفیت خود دارد اما در اطراف خود ۴ الکترون دارد پس ۲ الکترون اضافی دارد و q_1 برابر (-۲) است. در ترکیب (۲)، اتم‌های O و S هر دو از گروه ۱۶ بوده و ۶ الکترون در لایه ظرفیت خود دارند اما اتم‌های S هر کدام ۲ الکترون کم‌تر از لایه ظرفیت خود دارند یعنی مجموعاً ((۴+)) و اتم‌های O به جز اتم O وسطی، هر کدام یک الکترون بیش‌تر از لایه ظرفیت خود دارند یعنی مجموعاً ((۶-)) پس q_2 برابر (-۲) خواهد بود.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۷ و ۵۸)

(کتاب آبی)

۱۳۸- گزینه «۳»

بررسی موارد نادرست:

الف: $\rightarrow \Delta$ ؛ واکنش‌دهنده‌ها بر اثر گرم شدن واکنش می‌دهند.

ب: $\rightarrow 85^\circ\text{C}$ ؛ واکنش در دمای ۸۵ درجه سلسیوس انجام می‌شود.



دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد

(دوره دوم)

۳۱ مرداد

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰

زمان پاسخ گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان زاده اصفهانی	مسئول آزمون
فاطمه راسخ	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون خواه	مسئول درس مستندسازی
حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، حامد کریمی، فرزاد شیرمحمدلی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف چینی و صفحه آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

استعداد تحلیلی

۲۵۱- گزینه ۱

(عامل کرمی)

شکل درست ابیات:

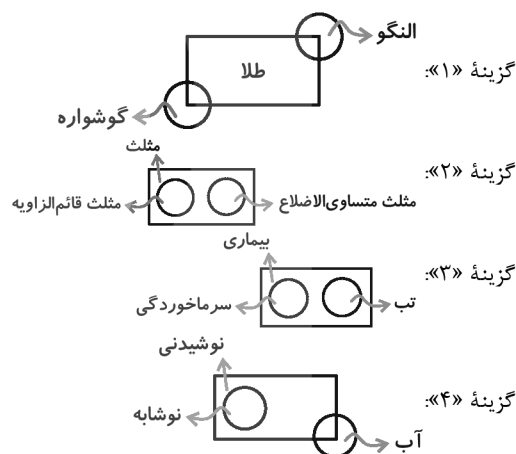
- (و) آن شنیدم که گفت پشه به کیک / بامدادان پس از سلام علیک
 (ه) ای عجب من بدین سیه رختی / تو بدان فرهی و خوشبختی
 (ب) تو چنانی و من چنین ز چه روی؟ / تو طربناک و من غمین ز چه روی؟
 (الف) کیک چون ماجرای پشه شنف / زیر لب خنده ای زد آن گه گفت
 (د) من به هنگام کار خاموشم / بسته لب پای تابه سر گوشم
 (ج) ای پسر رو خاموش باش چو کیک / تا نخواندت کسی، مزین لبیک

(ترتیب جملات، هوش کلامی)

۲۵۲- گزینه ۱

(کتاب استعداد تحلیلی هوش کلامی)

برخی گوشواره‌ها و برخی انگوها از طلا هستند و برخی هم نه. همچنین هر طلایی، انگو یا گوشواره نیست. پس رابطه بین این واژه‌ها مثل شکل صورت سؤال است.
 رابطه بین واژه‌ها در دیگر گزینه‌ها نیز با شکل‌های جداگانه‌ای نشان داده می‌شود:



(انساب اربعه، هوش کلامی)

۲۵۳- گزینه ۲

(کتاب استعداد تحلیلی هوش کلامی)

در همه گزینه‌ها، یکی از کلمه‌ها از ریشه فعل گذشته و دیگری از ریشه فعل حال تشکیل شده است، به جز گزینه ۲:

- بینا: بین (ریشه فعل حال) + ا - دیدنی: دید (ریشه فعل گذشته) + نی
 پرستنده: پرست (ریشه فعل حال) + نده - پرستار: پرست (ریشه فعل حال) + ار
 گویا: گوی (ریشه فعل حال) + ا - گفتنی: گفت (ریشه فعل گذشته) + نی
 رونده: رو (ریشه فعل حال) + نده - رفتار: رفت (ریشه فعل گذشته) + ار
 (ساقتمان واژه‌ها، هوش کلامی)

۲۵۴- گزینه ۴

(ضمیر اصفهانی)

متن از چند مشخصه بررسی‌های مبتنی بر آرکی تایپ سخن می‌گوید که رنگ هم از آن‌هاست، پس در نقدهای ادبی متکی بر مفهوم آرکی تایپ می‌توان آن‌ها را نیز بررسی کرد.

متن نمی‌گوید نمادها باید در همه فرهنگ‌ها و در همه ادراک‌ها یکسان باشد تا در ضمیر ناخودآگاه جمعی قرار گیرد. همچنین بحث از «ضمیر ناخودآگاه شخصی» با بحث از «ضمیر ناخودآگاه جمعی» متفاوت است، پس نمی‌توان گفت یونگ و مکتب او در بررسی ضمیر ناخودآگاه در آثار ادبی، از اولین‌ها بوده‌اند.

(تکمیل متن، استدلال هوش کلامی)

۲۵۵- گزینه ۲

(ضمیر اصفهانی)

متن از «جهانی‌های معنایی» صحبت می‌کند که قواعدی هستند که ساختار واژگان را در همه زبان‌ها تعیین می‌کنند. در انتهای متن، از تفاوت‌های زبان‌ها سخن گفته شده است اما پس از کلمه «ولی» باید مطلبی باشد که وجود این شباهت‌های قواعدی را در زبان‌ها نشان دهد. تنها گزینه ۲ است که چنین معنایی دارد.

(تکمیل متن، استدلال، هوش کلامی)

۲۵۶- گزینه ۴

(ضمیر اصفهانی)

قطعه ابونصر فراهی، از وجود حروف عله می‌گوید که با مثال‌های آن می‌توان فهمید این حروف «و، ا، ی» است. از همان بیت نخست نیز مشخص است که فراهی، شناخت «دال» و «ذال» را از شروط فصاحت دانسته است. معلوم است که علم به وجود حروف عله مربوط به دوران متأخر نیست، از «دال» و «ذال» غیرپایانی صحبت نشده است، و واژه‌هایی هست که «دال» در حرف پایانی آن‌هاست و تغییر یافته از «ذال» نیست.

(تکمیل متن، استدلال، هوش کلامی)

۲۵۷- گزینه ۴

(کتاب استعداد تحلیلی هوش کلامی)

عبارت گزینه ۴ «با نگاهی ناخوشایند، همه را به یک چشم می‌بیند و می‌گوید هر کسی را می‌توان به شکلی برای انجام کاری تطمیع کرد و از آن بهره برد. دیگر عبارت‌ها می‌گویند هر چیزی جای مخصوص به خود را دارد و نباید آن‌ها را به جای هم به کار برد.

(قربابت معنایی، هوش کلامی)

۲۵۸- گزینه ۱

(فرزاد شیرمهرلی)

سنّ علی، میلاد و داریوش را به ترتیب A، M و D در نظر می‌گیریم:

$$(A - 2) = 3(M - 2 + D - 2) \Rightarrow A = 3M + 3D - 10$$

$$(A + 2) = 8((M + 2) - (D + 2)) \Rightarrow A = 8M - 8D - 2$$



(فاطمه راسخ)

۲۶۲- گزینه «۴»

عددهای ممکن با شرایط گفته شده، یکی از حالات زیر هستند که در آنها دست کم ۳ یا ۶ وجود دارد. دقت کنید که می‌توان جای یکان و هزارگان را با هم و جای دهگان و صدگان را با هم عوض کرد.

۳۱۲۴/۲۱۳۹/۳۱۴۸/۴۱۶۹/۴۲۳۹/۸۲۴۶/۹۲۶۸/۹۳۴۸

(حقیقت‌یابی، یکان، بخش‌پذیری، هوش منطقی ریاضی)

(فاطمه راسخ)

۲۶۳- گزینه «۱»

عددهای ۱ و ۵ و ۷ و ۸ در عدد نیستند. عددهای صفر و چهار نیز قطعاً در عدد هستند. پس باید دو رقم دیگر را با دو تا از اعداد ۲، ۳، ۶ و ۹ کامل کنیم. می‌دانیم مجموع ارقام عددی که بر ۹ بخش‌پذیر است، مضرب ۹ است. اکنون مجموع دو رقم معلوم است: $4 + 4 = 8$. تنها حالت ممکن آن است که دو عدد دیگر ۲ و ۳ باشد.

$$4 - 3 = 1 \Rightarrow 4 - 3 + 2 + 3 + 4 = 9$$

(حقیقت‌یابی، یکان، بخش‌پذیری، هوش منطقی ریاضی)

(ممیر کنی)

۲۶۴- گزینه «۴»

در ساعت $2:20$ ، عقربه دقیقه‌شمار به اندازه $\frac{1}{3} = \frac{20}{60}$ از صفحه را چرخیده است. کل صفحه 360° است پس عقربه دقیقه‌شمار $120^\circ = \left(\frac{360}{3}\right)$ از خط قائم دور شده است. فاصله بین دو عدد در این ساعت، $15^\circ = \left(\frac{360}{24}\right)$ است. عقربه ساعت‌شمار بیست دقیقه پس از ساعت بیست، به اندازه $5^\circ = \left(\frac{2}{6} \times 15^\circ\right)$ از ساعت 20 دور شده است. فاصله ساعت 20 تا خط قائم، $60^\circ = 4 \times 15^\circ$ است. پس فاصله عقربه ساعت‌شمار تا خط قائم، $55^\circ = (60 - 5)$ است. پس زاویه بین دو عقربه $175^\circ = 55 + 120$ است.



(ساعت، هوش منطقی ریاضی)

$$\Rightarrow 3M + 3D - 10 = 8M - 8D - 2 \Rightarrow 11D = 5M + 8$$

حال M را حدس می‌زنیم، تا جایی که $\frac{5M+8}{11}$ عدد طبیعی بک‌رقمی شود. اگر $M = 5$ باشد، $D = 3$ و در نتیجه $A = 14$ است. در نتیجه:

$$\text{الف: } A - M = 9$$

$$\text{ب: } M - D = 2$$

(کفایت داده، هوش منطقی ریاضی)

(ممیر اصفهانی)

۲۵۹- گزینه «۲»

فرض کنید طول طناب a باشد. در مربع، محیط a ، پس طول ضلع‌ها هر کدام $\frac{a}{4}$ و مساحت $\frac{a^2}{16}$ خواهد بود. حال فرض کنید مستطیلی بسازیم. اگر این مستطیل، عرضی داشته باشد که x واحد از ضلع مربع کوچک‌تر باشد و طولی داشته باشد که به همین اندازه از ضلع مربع بزرگ‌تر باشد، عرض و طول آن $\left(\frac{a}{4} - x\right)$ و $\left(\frac{a}{4} + x\right)$ خواهد بود و مساحت آن به اندازه x^2 واحد کم‌تر از مربع خواهد بود:

$$\left(\frac{a}{4} + x\right)\left(\frac{a}{4} - x\right) = \frac{a^2}{16} - x^2$$

(کفایت داده، هوش منطقی ریاضی)

(ممیر کنی)

۲۶۰- گزینه «۱»

حسن به تنهایی در هر ساعت $\frac{1}{24}$ از کار را انجام می‌دهد: $\frac{1}{24} + x = \frac{1}{16} \Rightarrow x = \frac{1}{16} - \frac{1}{24} = \frac{1}{48}$ پس محمود به تنهایی در هر ساعت $\frac{1}{48}$ از کار را انجام می‌دهد، یعنی کل کار را در ۴۸ ساعت. $\frac{1}{48} + y = \frac{1}{12} \Rightarrow y = \frac{1}{12} - \frac{1}{48} = \frac{3}{48} = \frac{1}{16}$ پس علی به تنهایی در هر ساعت $\frac{1}{16}$ کار را انجام می‌دهد، یعنی کل کار در ۱۶ ساعت.

(کفایت داده هوش منطقی ریاضی)

(فاطمه راسخ)

۲۶۱- گزینه «۱»

عدد مضرب پنج است، پس یکان صفر است. دقت کنید عدد ۵ را نداریم. اگر رقم‌های دهگان و صدگان هشت واحد اختلاف داشته باشند، قطعاً یک و نه هستند. بسته به جایگاه این دو عدد، هزارگان ممکن است سه یا هفت باشد، اما عدد ۷ ممکن نیست. پس فقط ۳۱۹۰ ممکن است.

(حقیقت‌یابی، یکان، بخش‌پذیری، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۵- گزینه ۱

(فرزاد شیرمهرلی)

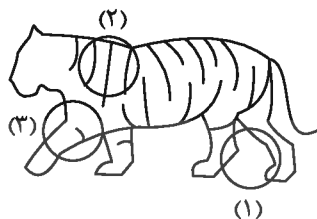
دفتر و کتاب هر دو یک حرف را می‌زنند و چون یک دروغگو داریم، قطعاً دروغ نمی‌گویند هر دو نو هستند، پس خودکار هم راست می‌گوید و نو است، پس روپوش هم راست می‌گوید و نو است و گوشی دروغگو است.

(حقیقت‌یابی، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۶- گزینه ۴

(فاطمه راسخ)

دیگر گزینه‌ها در شکل صورت سؤال:



(جزء‌یابی، هوش غیرکلامی)

۲۶۷- گزینه ۴

(فاطمه راسخ)

در سمت چپ خط عمودی هر ردیف از الگوی صورت سؤال، هر شکلی که کم‌تر آمده است در سمت راست خط عمودی هم تکرار شده است. در ردیف پایینی نیز سه بار، دو بار و فقط یک بار آمده است.

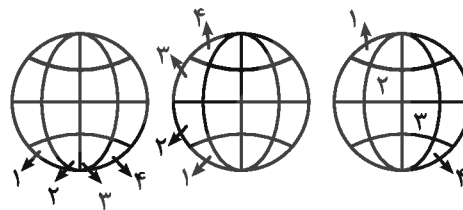
پس این شکل آخر را در سمت راست خط عمودی تکرار می‌کنیم.

(الگوی فطی، هوش غیرکلامی)

۲۶۸- گزینه ۴

(فاطمه راسخ)

سه طرح در شکل صورت سؤال در حرکتند و در شکل پنجم به جای نخست خود برمی‌گردند.



(الگوی فطی، هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینه ۱

(ممیرکنی)

از تکرار کدها می‌فهمیم که تعداد ضلع‌ها یا پاره‌خط‌ها مهم است:

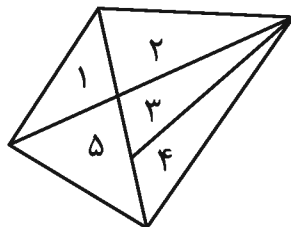
$$\left. \begin{array}{l} i \Rightarrow \text{عددهای زوج} \\ B \Rightarrow \text{عددهای مضرب ۳} \\ A \Rightarrow \text{عددهای مضرب ۴} \\ D \Rightarrow \text{عددهای اول} \end{array} \right\} \Rightarrow 12 = BAi$$

(کرکزاری، هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینه ۳

(فرزاد شیرمهرلی)

مثلث‌های شکل:



(۱), (۲), (۳), (۴), (۵), (۱, ۲), (۱, ۵), (۲, ۳), (۳, ۴)

(۲, ۳, ۴), (۳, ۴, ۵)

(شمارش، هوش غیرکلامی)