

تاریخ آزمون
جمعه
۱۴۰۴/۰۶/۱۴

دفترچه
شماره ۱

پایه دوازدهم رشته ریاضی

دوره دوم متوسطه
آزمون شماره (۵)
سال تحصیلی
۱۴۰۴ - ۱۴۰۵

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۵۵	مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

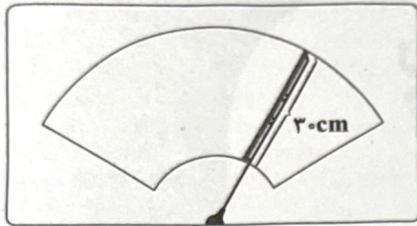
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال از تا	مدت پاسخگویی
۱	حسابان ۱	۱۰	اجباری	۱	۷۰ دقیقه
	ریاضی ۱	۱۰		۱۱	
	هندسه ۲	۵		۲۱	
	هندسه ۱	۵		۲۶	
	آمار و احتمال	۵		۳۱	
	حسابان ۲	۱۰	اختیاری	۳۶	
	هندسه ۳	۱۰	اختیاری	۴۶	

ریاضیات



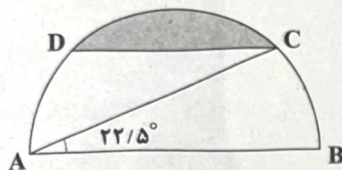
حسابان (۱)

- ۱- طول برف پاک‌کن شیشه عقب یک اتومبیل $\frac{4}{8}$ متر است. اگر زاویه حرکت برف پاک‌کن 15° باشد، محیط قسمتی از شیشه که توسط برف پاک‌کن تمیز می‌شود، چقدر است؟



- (۱) $5(12\pi + 11)$
 (۲) $5(11\pi + 12)$
 (۳) $6(12\pi + 11)$
 (۴) $6(11\pi + 12)$

- ۲- در شکل زیر $AB = 4\sqrt{2}$ قطر نیم‌دایره و موازی وتر DC است. مساحت قسمت رنگی کدام است؟



- (۱) $\pi - 2$
 (۲) $2\pi - 2$
 (۳) $2\pi - 4$
 (۴) $4\pi - 2$

- ۳- مقدار عبارت $A = \frac{\sin(\frac{3\pi}{10}) - \cos(\frac{\pi}{5}) - \sin(\frac{7\pi}{10}) + \cos(\frac{2\pi}{5})}{2\sin(\frac{3\pi}{10}) + 2\cos(\frac{6\pi}{10}) + 3\cos(\frac{2\pi}{5})}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

- ۴- اگر $x + y = \frac{\pi}{2}$ و $\sin(2x + y) = \frac{1}{2}$ باشد، آن‌گاه $\frac{\cos y}{\tan x}$ برابر است با: (x و y حاده‌اند).

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

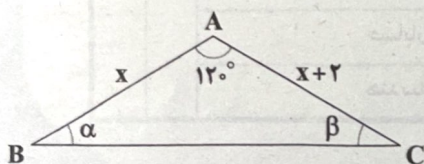
- ۵- با توجه به نمودار تابع $y = |\sin x|$ ، در بازه $[0, 2\pi]$ بر روی محور xها چند عدد مانند x وجود دارد که $|\sin x| = \frac{\sqrt{3}}{4}$ باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

- ۶- نمودار تابع $f(x) = (-1)^{[x]} \cos(\pi x)$ در بازه $(0, 2)$ با افزایش xها به ترتیب در کدام نواحی قرار دارد؟ ([نماد جزء صحیح است].)

- (۱) اول - چهارم - اول (۲) چهارم - اول - چهارم (۳) اول - چهارم - اول - چهارم (۴) چهارم - اول - چهارم - اول

- ۷- در شکل زیر اگر $\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{5}{4}$ باشد، آن‌گاه مقدار $\tan \beta$ کدام است؟



- (۱) $2\sqrt{2} - 2$
 (۲) $5\sqrt{3} - 8$
 (۳) $3\sqrt{3} - 2$
 (۴) $8\sqrt{2} - 5$

حل انجام محاسبات

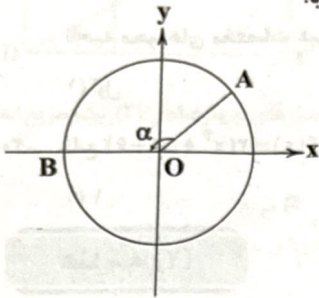
۸- اگر $A = \sqrt{2} \sin 15^\circ - \frac{\sqrt{2}}{\sin 15^\circ}$ و $B = \sqrt{6} \cos 15^\circ - \frac{\sqrt{2}}{\cos 15^\circ}$ حاصل $A - B$ کدام است؟

(۱) $-4\sqrt{2}$ (۲) $4\sqrt{2}$ (۳) ۶ (۴) -6

۹- در مثلث ABC اگر $\cos A = \frac{4}{5}$ و $\cos B = \frac{5}{13}$ ، آن گاه $\sin C$ کدام است؟

(۱) $\frac{61}{65}$ (۲) $\frac{62}{65}$ (۳) $\frac{63}{65}$ (۴) $\frac{64}{65}$

۱۰- اگر نقطه $A(\frac{2}{\sqrt{13}}, k)$ روی دایره مثلثاتی و اندازه زاویه AOB برابر α باشد، آن گاه $\sin 2\alpha$ برابر است با:



(۱) $\frac{12}{13}$

(۲) $-\frac{12}{13}$

(۳) $\frac{6}{13}$

(۴) $-\frac{6}{13}$

ریاضی (۱)

۱۱- چه تعداد از عبارتهای زیر ضابطه یک تابع است؟

(الف) $x^2 - 4x + y^2 - 6y + 13 = 0$

(ب) $1 + \sqrt{x} = \sqrt{y} + \sqrt{xy}$

(ج) $y = \frac{\sin^6 x - \cos^6 x}{\sin^4 x - \cos^4 x} + \sin^2 x \cos^2 x$

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۱۲- مجموع مقادیر x برای آن که برد تابع $f = \{(1, x^2 - 4x), (2, -3), (3, 5)\}$ فقط دو عضو داشته باشد، کدام است؟

(۴) ۸

(۳) ۷

(۲) ۶

(۱) ۹

۱۳- در تابع $f = \{(-1, |m-1|), (4, 2), (5, m^2+m)\}$ رابطه $f(-1) < f(4) < f(5)$ برقرار است. حدود m کدام است؟

(۴) $(-1, 3)$

(۳) $(0, 3)$

(۲) $(1, 3)$

(۱) $(0, 2)$

۱۴- اگر f یک تابع خطی و $f(a+4b)=a$ و $f(4a+b)=b$ و این تابع محور طولها را در نقطه‌ای به طول ۶ قطع کند، با محورهای مختصات چه

مساحتی می‌سازد؟

(۴) ۶

(۳) ۹

(۲) ۱۵

(۱) ۱۲

۱۵- اگر $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ آن گاه حاصل $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ حاصل $f(-1403) + f(-1402) + \dots + f(1402) + f(1403)$ برابر است با

(۴) ۲۸۰۷

(۳) ۲۸۰۶

(۲) ۱۴۰۳/۵

(۱) ۱۴۰۳

۱۶- اگر برد تابع $f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$ بازه $[a, b]$ باشد، آن گاه بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۱

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) $\frac{1}{4}$

محل انجام محاسبات

۱۷- به ازای چه محدوده‌ای از k خط $y = k$ نمودار تابع $f(x) = x^2 - |x| - 2$ را در دو نقطه قطع می‌کند؟

- (۱) $(-2, +\infty) \cup \{-\frac{9}{4}\}$ (۲) $[-2, +\infty) \cup \{-\frac{9}{4}\}$ (۳) $[-\frac{9}{4}, -2]$ (۴) $(-\frac{9}{4}, -2)$

۱۸- اگر f تابعی همانی و $f(a+b+c) = f(3x^2 + 4x - 1) = (2a-1)x^2 + (b+2)x + 7c - 15$ باشد، $f(a+b+c)$ برابر است با:

- (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۴

۱۹- اگر $f(x)$ یک تابع ثابت و داشته باشیم $f^2(x) + f^2(x) + 3f(x) - 5 = 0$ ، آن‌گاه سهمی با رأس $S(2, f(2))$ و گذرا از نقطه $(1, \frac{3}{4})$ از کدام ناحیه محورهای مختصات عبور نمی‌کند؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۲۰- تابع $f(x) = 2(x^2 + 5x + 6)$ را حداقل چند واحد به سمت راست انتقال دهیم تا تابع $g(x) = |x|$ را در نقطه‌ای با طول منفی قطع نکند؟

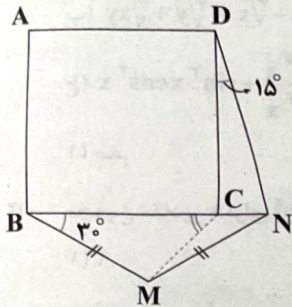
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

هندسه (۲)

۲۱- در مثلثی اندازه یک ضلع برابر ۲ واحد و زاویه روبه‌رو به آن 45° است. مجموع فواصل محل برخورد عمود منصف‌های اضلاع این مثلث تا رئوس آن کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $3\sqrt{2}$

۲۲- در شکل مقابل ABCD مربع و BMN مثلث متساوی‌الساقین است. با توجه به زاویه‌های داده شده زاویه BCM چند درجه است؟



- (۱) ۳۶
(۲) ۴۵
(۳) ۵۴
(۴) ۶۰

۲۳- در شکل زیر مثلث ABC متساوی‌الساقین است ($AB = AC$)، محیط این مثلث کدام است؟



- (۱) $2\sqrt{237} + 24$
(۲) $2\sqrt{235} + 12$
(۳) $2\sqrt{235} - 24$
(۴) $2\sqrt{235} + 24$

۲۴- مجموع مربعات طول میانه‌ها در مثلثی با اضلاع ۴، ۵ و ۷ چقدر است؟

- (۱) ۹۰ (۲) $67/5$ (۳) ۸۱ (۴) $42/5$

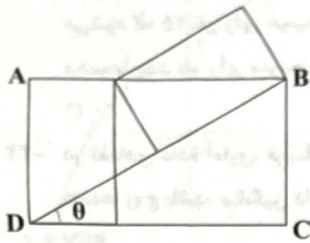
۲۵- مثلثی به اضلاع ۳، ۸ و ۱۰ بزرگ‌ترین زاویه چند برابر زاویه متوسط است؟

- (۱) ۲ (۲) $2/5$ (۳) ۳ (۴) ۴

محاسبات

هندسه (۱)

۲۶- در شکل زیر $ABCD$ مستطیل است و دو مستطیل کوچک تر با هم هم نهشت هستند. زاویه θ چند درجه است؟



(۱) ۳۰

(۲) ۲۲/۵

(۳) ۱۵

(۴) ۳۶

۲۷- چهارضلعی (۲) از به هم وصل کردن وسطهای اضلاع چهارضلعی (۱) به دست آمده است. اگر با رسم نیمسازهای چهارضلعی (۲) یک مربع به وجود آید، آن گاه چهارضلعی (۱) کدام می تواند باشد؟

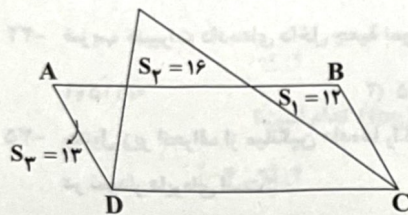
(۴) مربع

(۳) کایت

(۲) دوزنقه متساوی الساقین

(۱) مستطیل

۲۸- در شکل زیر، با توجه به مساحت های داده شده، مساحت متوازی الاضلاع $ABCD$ چقدر است؟



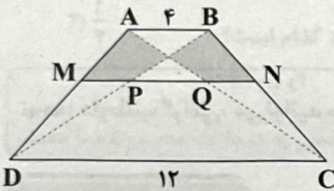
(۱) ۱۱۶

(۲) ۱۰۴

(۳) ۸۶

(۴) ۹۰

۲۹- در دوزنقه ای به قاعده های ۴ و ۱۲، خط میانگین، قطرها را در P و Q قطع کرده است. اگر مساحت دوزنقه ۴۸ واحد مربع باشد، مساحت قسمت رنگی کدام است؟



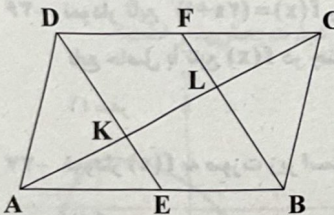
(۱) ۱۲

(۲) ۱۰

(۳) ۱۴

(۴) ۸

۳۰- چهارضلعی $ABCD$ متوازی الاضلاع است. اگر $DF = FC$ ، $AE = EB$ و مساحت چهارضلعی $EBLK$ برابر ۳۶ باشد، آن گاه مساحت متوازی الاضلاع کدام است؟



(۱) ۹۶

(۲) ۱۰۸

(۳) ۱۲۴

(۴) ۱۴۴

محل انجام محاسبات

آمار و احتمال

۳۱- در یک نظرسنجی میزان رضایت با نمودار دایره‌ای با گزینه‌های (خوب، متوسط، بد) زاویه مربوط به خوب 90° است. رأی ۶۰ نفر دیگر گرفته می‌شود که ۲۵ نفر رأی خوب، ۳۰ نفر رأی متوسط داده‌اند. زاویه مربوط به رأی خوب 120° و زاویه رأی بد 90° می‌شود. در این نظرسنجی مجموعاً چند نفر رأی متوسط داده‌اند؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۰ (۳) ۴۵ (۴) ۵۰

۳۲- در تعدادی داده آماری، قرینه میانگین داده‌های کوچک‌تر از میانه، ۶ واحد کوچک‌تر از میانگین داده‌های بزرگ‌تر از میانه است. اگر تعداد داده‌ها زوج باشد، میانگین داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) $4/5$ (۳) ۳ (۴) $1/5$

۳۳- جدول زیر را در نظر بگیرید: اگر A یک عدد صحیح مثبت و واریانس داده‌ها برابر ۱۶۰ باشد، آنگاه مقدار A کدام است؟

x_i	A	2A	3A	4A	5A	6A
f_i	2	1	1	1	1	1

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۳۴- ضریب تغییرات داده‌های داخل جعبه نمونه مقابل تقریباً چقدر است؟ ($\sqrt{\frac{2}{5}} = 0.63$)

۲, ۳, ۳, ۵, ۶, ۶, ۶, ۷, ۹, ۱۰, ۱۰

- (۱) 0.115 (۲) 0.105 (۳) 0.21 (۴) 0.2

۳۵- جدول زیر انحراف از میانگین داده‌ها را ارائه می‌کند. زاویه داده برابر با میانگین در نمودار دایره‌ای چند برابر زاویه داده با بیشترین فراوانی در نمودار دایره‌ای است؟

$x_i - \bar{x}$	-3	-2	0	2	3	4
فراوانی	10	7	2	5	6	5

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{6}$

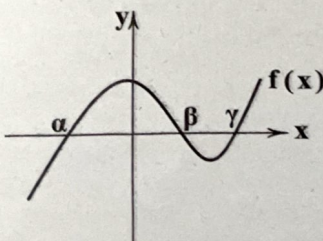
توجه: داوطلب گرامی، می‌توانید به سؤالات ۳۶ تا ۴۵ درس حسابان (۲) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

حسابان (۲)

۳۶- نمودار تابع $f(x) = (2x+1)^2$ را ابتدا نسبت به مبدأ مختصات قرینه می‌کنیم، سپس دو واحد در راستای محور y‌ها به بالا منتقل می‌کنیم. تابع حاصل با تابع $f(x)$ در چند نقطه مشترک‌اند؟

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

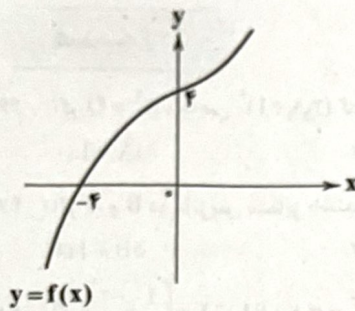
۳۷- نمودار $f(x)$ به صورت زیر است، اگر $\alpha + \beta + \gamma = 1$ باشد، مجموع طول نقاط برخورد تابع $f(\frac{x}{\gamma} - 1)$ با محور x‌ها چقدر است؟



- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۱۰

انجام محاسبات

۳۸- نمودار تابع $y=f(x)$ به صورت شکل زیر است. اگر $h(x)=\begin{cases} 2x & f(-x)\geq 0 \\ f & f(-x)< 0 \end{cases}$ ، آن گاه مساحت محصور بین نمودار تابع $h(x)$ و محور x ها



در فاصله $0 \leq x \leq 5$ چند واحد مربع است؟

(۱) ۵

(۲) ۱۰

(۳) ۱۵

(۴) ۲۰

۳۹- نمودار توابع $f(x)=\cos(\frac{1}{4}x)$ و $g(x)=|x|$ در نقطه از بازه متقاطع اند.

(۱) دو - $(-\pi, 0)$ (۲) دو - $(0, \pi)$ (۳) یک - $(-\pi, \pi)$ (۴) دو - $(-\pi, \pi)$

۴۰- نقطه $A(-1, 3)$ روی نمودار تابع $y=f(x)$ و نقطه متناظر با آن یعنی $A'(a, b)$ روی نمودار تابع $y=3f(2x-5)-7$ قرار دارد. $a+b$ کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۲

(۳) -۴

(۴) -۲

۴۱- اگر $f(x)=2-5x$ و $g(x)=(\frac{1}{4})^{-x+2}$ باشند، جواب نامعادله $(f \circ g)(x^2-x) \geq (f \circ g)(3x+5)$ کدام است؟

(۱) $[-5, 1]$ (۲) $[-1, 5]$ (۳) $[-2, 4]$ (۴) $[-4, 2]$

۴۲- کدام تابع زیر غیر یکنواست؟

(۱) $f(x)=2x+|x|$ (۲) $g(x)=1-\log(1-x)$ (۳) $h(x)=x|x-1|$ (۴) $m(x)=\sqrt{x-1}+x$

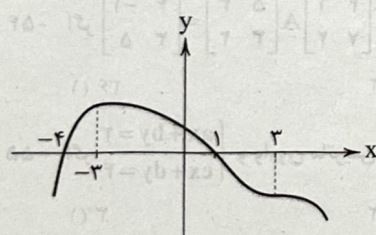
۴۳- اگر باقی مانده تقسیم $f(x-1)$ بر x^2-x-2 برابر $2x+1$ باشد، باقی مانده تقسیم $f(x+1)$ بر x^2+3x کدام است؟

(۱) $-2x+5$ (۲) $-2x-5$ (۳) $2x+5$ (۴) $2x-5$

۴۴- اگر تابع $f(x)=ax^2+bx^2+cx+d$ اکیداً صعودی و گذرنده از مبدأ مختصات و در نقطه $(2, 1)$ بر خطی به موازات محور x ها مماس باشد، ریشه معادله $f(x)+1=0$ کدام است؟

(۱) $1+\sqrt{2}$ (۲) $2+\sqrt{2}$ (۳) $1-\sqrt{2}$ (۴) $2-2\sqrt{2}$

۴۵- اگر نمودار تابع چندجمله‌ای $y=2f(3-\frac{3x}{4})$ به شکل زیر باشد، چندجمله‌ای $-3f(3-2x)$ بر کدام عبارت بخش پذیر است؟

(۱) $16x^2+18x-9$ (۲) $16x^2-18x+9$ (۳) $18x^2+16x+9$ (۴) $18x^2-16x+9$

محل انجام محاسبات

تایید شده و امضا شده

توجه: داوطلب گرامی، می توانید به سؤالات ۴۶ تا ۵۵ درس هندسه (۳) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

هندسه (۳)

۴۶- اگر $A^T = \bar{O}$ ، حاصل $(2A+I)^T$ کدام است؟

- ۱) $8A+I$ ۲) $12A+I$ ۳) $A+12I$ ۴) $8A+I$

۴۷- اگر A و B دو ماتریس متمایز باشند و $AB=A$ و $BA=B$ ، آن گاه ماتریس $(2B^T - B + I)^T$ کدام است؟

- ۱) $5B+I$ ۲) $-2B+I$ ۳) $-5B+I$ ۴) $7B+I$

۴۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ و $A^T = \alpha A + \beta I$ باشد، مقدار $\alpha^T - \beta^T$ کدام است؟

- ۱) 205 ۲) 206 ۳) 208 ۴) 209

۴۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & a \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ b & -3 \end{bmatrix}$ و ماتریس BA قطری باشد، ab کدام است؟

- ۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) 3 ۴) 9

۵۰- اگر دستگاه $\begin{cases} (a-2)x + (b-1)y = 2 \\ ax + 2by = 3 \end{cases}$ بی شمار جواب داشته باشد، $a+b$ کدام است؟

- ۱) 3 ۲) -3 ۳) 6 ۴) -6

۵۱- اگر $B^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ و $2B^{-1}A^{-1} + 3I = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ، حاصل ضرب درایه های قطر اصلی $A^{-1} + B$ کدام است؟

- ۱) 30 ۲) 35 ۳) 20 ۴) 45

۵۲- اگر دستگاه معادلات خطی $\begin{cases} (m-2)x + 2y = 8 \\ 3x + (m+3)y = m \end{cases}$ جوابی نداشته باشد، m کدام است؟

- ۱) 1 ۲) -1 ۳) 3 ۴) -4

۵۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ و X یک ماتریس 3×3 داشته باشیم و $AX + X = 3A^T - 4A - I$ ، آن گاه مجموع درایه های ماتریس X کدام است؟

- ۱) 25 ۲) 21 ۳) 30 ۴) 32

۵۴- اگر $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه های ماتریس A کدام است؟

- ۱) 36 ۲) 42 ۳) 48 ۴) 51

۵۵- اگر $\begin{cases} ax + by = 2 \\ cx + dy = 4 \end{cases}$ و وارون ماتریس ضرایب به صورت $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $-3x + y$ کدام است؟

- ۱) 3 ۲) 2 ۳) 1 ۴) صفر

حل انجام محاسبات

تاریخ آزمون
جمعه
۱۴۰۴/۰۶/۱۴

دفترچه
شماره ۲

پایه دوازدهم رشته ریاضی

دوره دوم متوسطه

آزمون شماره (۵)

سال تحصیلی

۱۴۰۴ - ۱۴۰۵

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۸۰	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال از	شماره سؤال تا	مدت پاسخگویی
۱	فیزیک ۲	۱۵	اجباری	۵۶	۷۰	۵۰ دقیقه
	فیزیک ۱	۱۵		۷۱	۸۵	
	فیزیک ۳	۱۰	اختیاری	۸۶	۹۵	
۲	شیمی ۲	۱۵	اجباری	۹۶	۱۱۰	۴۰ دقیقه
	شیمی ۱	۱۵		۱۱۱	۱۲۵	
	شیمی ۳	۱۰	اختیاری	۱۲۶	۱۳۵	

فیزیک



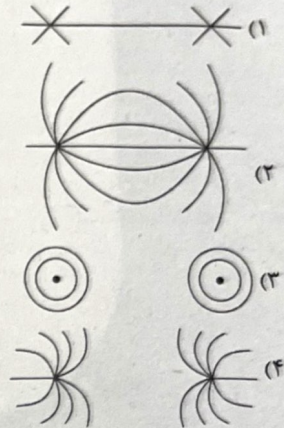
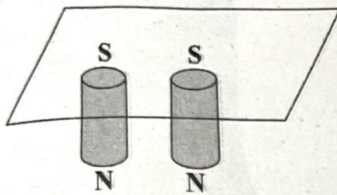
فیزیک (۲)

۵۶- میدان مغناطیسی درون کره زمین با میدان مغناطیسی بیرون کره زمین است و به سمت قطب جغرافیایی می باشد.

(۱) هم جهت - شمال (۲) هم جهت - جنوب (۳) در خلاف جهت - شمال (۴) در خلاف جهت - جنوب

۵۷- مطابق شکل زیر، دو آهنربای میله‌ای را زیر یک صفحه کاغذ افقی قرار داده و روی صفحه براده‌های آهن می‌پاشیم، خطوط میدان

مغناطیسی به صورت کدام یک از شکل‌های زیر در می‌آیند؟



۵۸- ذره باردار با بار $q = 2mC$ با سرعت $\vec{v} = 3 \times 10^5 \vec{i} - 4 \times 10^5 \vec{j}$ (بر حسب SI) وارد میدان مغناطیسی یکنواخت

$\vec{B} = -4 \times 10^{-2} \vec{i} + 3 \times 10^{-2} \vec{j}$ (بر حسب SI) می‌شود. اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره از طرف میدان مغناطیسی چند نیوتون است؟

۱۴ (۴)

۳۲ (۳)

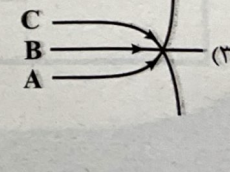
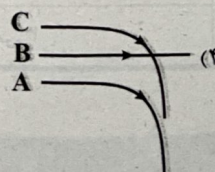
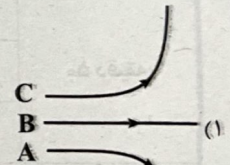
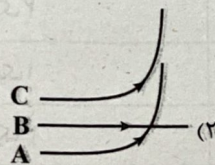
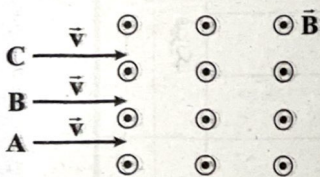
۱۸ (۲)

۵۰ (۱)

۵۹- مطابق شکل زیر، سه ذره A، B و C که به ترتیب دارای بارهای الکتریکی منفی، خنثی و مثبت می‌باشند، به صورت افقی با سرعت $\vec{v}$ وارد

یک میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ می‌شوند. مسیر انحراف این سه ذره در هنگام عبور از میدان در کدام گزینه به درستی آمده است؟ (از

نیروی وزن صرف نظر شود.)



محل انجام محاسبات

۶۰- مطابق شکل زیر، پروتونی با سرعت $10 \frac{m}{s}$ وارد میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی 500 گاوس که عمود بر صفحه کاغذ و درون سو است.

می‌شود. نیروی مغناطیسی وارد بر پروتون از طرف میدان چند نیوتون و به کدام جهت است؟ (بار الکتریکی پروتون $1.6 \times 10^{-19} C$ است).



- (۱) 8×10^{-20}
 (۲) 4×10^{-20}
 (۳) 8×10^{-20}
 (۴) 4×10^{-20}

۶۱- ذره‌ای به جرم $100 mg$ با سرعت $2000 \frac{m}{s}$ به طور عمود وارد میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ به بزرگی $5 mT$ می‌شود. اگر بار الکتریکی

ذره $40 \mu C$ باشد، اندازه شتابی که ذره تحت تأثیر میدان می‌گیرد، چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) 4×10^{-3} (۲) 2×10^{-3} (۳) ۴ (۴) ۲

۶۲- مطابق شکل زیر، یک الکترون در حال چرخش روی محیط یک حلقه رسانا در جهت نشان داده شده است. کدام گزینه جهت خط‌های میدان

مغناطیسی در درون و بیرون این دایره را به درستی نشان می‌دهد؟



- (۱) $\otimes$ $\vec{B}$ $\odot$ $\vec{B}$ (۲) $\otimes$ $\vec{B}$ $\otimes$ $\vec{B}$
 (۳) $\odot$ $\vec{B}$ $\otimes$ $\vec{B}$ (۴) $\odot$ $\vec{B}$ $\odot$ $\vec{B}$

۶۳- کدام گزینه همواره درباره نیروی وارد بر سیم راست حامل جریان از طرف میدان مغناطیسی یکنواخت درست است؟

(۱) با میدان مغناطیسی و جریان الکتریکی، هم‌راستا است.

(۲) بر راستای میدان مغناطیسی، عمود و با جریان الکتریکی، هم‌راستا است.

(۳) بر راستای جریان و میدان مغناطیسی، عمود است.

(۴) بر راستای جریان، عمود و با میدان مغناطیسی، هم‌راستا است.

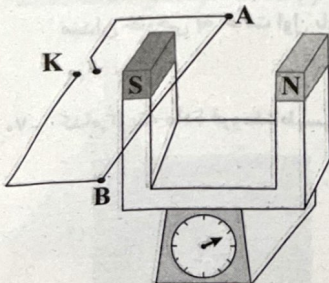
۶۴- در شکل زیر، سیم افقی AB در میدان مغناطیسی یکنواخت آهن‌ربا، بین دو قطب آهن‌ربا معلق است و قبل از بستن کلید K ، ترازو عدد

$10 N$ را نشان می‌دهد. وقتی کلید K بسته شود، از سیم جریان $2 A$ می‌گذرد و ترازو عدد $8 N$ را نشان می‌دهد. اگر طول قسمتی از سیم

AB که در میدان مغناطیسی قرار گرفته برابر با $10 cm$ باشد، اندازه میدان مغناطیسی بر حسب تسلا و جهت جریان در سیم در کدام گزینه

به درستی آمده‌اند؟

- (۱) 0.1 - از A به B
 (۲) 1 - از A به B
 (۳) 1 - از B به A
 (۴) 0.1 - از B به A



۶۵- با سیمی به طول ۷۲m ، سیملوله‌ای آرمانی به طول ۶۰cm که شعاع هر حلقه آن ۲cm است، می‌سازیم و دو سر سیملوله را به یک باتری با نیروی محرکه ۱۲V و مقاومت درونی ۱Ω وصل می‌کنیم. اگر مقاومت الکتریکی سیملوله، ۳Ω باشد، بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملوله چند میلی‌تسلا است؟ $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}, \pi = 3)$

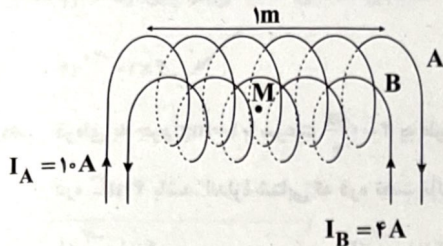
۱/۲۴ (۴)

۲/۷ (۳)

۱۲/۴ (۲)

۳/۶ (۱)

۶۶- در شکل زیر، دو سیملوله آرمانی هم‌محور A و B دارای طول برابر هستند. اگر تعداد دور سیملوله A برابر با ۲۰۰ و تعداد دور سیملوله B برابر ۲۵۰ باشد، بزرگی برآیند میدان‌های مغناطیسی دو سیملوله در نقطه M روی محور اصلی مشترک سیملوله‌ها چند گاوس و در چه جهتی



است؟ $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$

(۱) 4π - راست(۲) 4π - چپ(۳) 12π - چپ(۴) 12π - راست

۶۷- با سیمی به طول L سیملوله‌ای به شعاع ۲cm و طول ۴۰cm می‌سازیم. اگر جریان ۴A از این سیملوله عبور کند، میدان مغناطیسی به بزرگی $2/4 \times 10^{-2} \text{T}$ درون آن برقرار می‌شود. طول این سیم چند متر است؟ $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$ و سیملوله را آرمانی در نظر بگیرید.

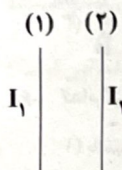
۲۴۰ (۴)

۲۲۰ (۳)

۱۸۰ (۲)

۱۶۰ (۱)

۶۸- مطابق شکل زیر، از دو سیم مستقیم و موازی (۱) و (۲) جریان‌های برابر I_1 و I_2 عبور می‌کند. اگر جهت جریان‌های I_1 و I_2 یکی باشد، دو سیم یک‌دیگر را و اگر جهت جریان‌ها خلاف یک‌دیگر باشد، دو سیم یک‌دیگر را (به ترتیب از راست به چپ)



(۱) جذب می‌کنند - می‌رانند.

(۲) جذب می‌کنند - جذب می‌کنند.

(۳) می‌رانند - می‌رانند.

(۴) می‌رانند - جذب می‌کنند.

۶۹- چه تعداد از عبارات‌های زیر صحیح است؟

(الف) از مس در ساخت آنتن‌های موقت استفاده می‌شود.

(ب) پلاتین و آلومینیم نمونه‌هایی از مواد پارامغناطیسی هستند.

(ج) دوقطبی‌های مغناطیسی در مواد پارامغناطیسی به صورت کاتوره‌ای سمت‌گیری کرده‌اند و این مواد در حضور میدان مغناطیسی خارجی قوی، خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقت پیدا می‌کنند.

(د) حجم حوزه‌های مغناطیسی مواد فرومغناطیسی سخت در حضور یک میدان مغناطیسی خارجی به سختی تغییر می‌کند و پس از حذف میدان خارجی به حالت اول باز نمی‌گردد.

۴ (۴)

۱ (۳)

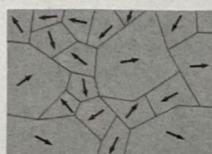
۳ (۲)

۲ (۱)

۷۰- کدام گزینه ماده فرومغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی خارجی ضعیف را به درستی نمایش می‌دهد؟



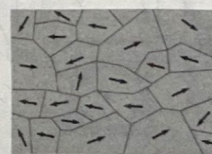
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

محل انجام محاسبات

فیزیک (۱)

۷۱- کمیت دماسنجی

(۱) در SI، کلون است.

(۳) نقطه سه گانه آب است.

۷۲- اگر دمای جسمی برحسب درجه سلسیوس، ۳ برابر شود، دمای آن در یکای فارنهایت ۵۰ درصد افزایش می یابد. دمای این جسم تقریباً چند درجه سلسیوس است؟

(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۸

۷۳- یک دماسنج خراب، نقطه ذوب یخ را ۱۰ و نقطه جوش آب در فشار یک اتمسفر را ۹۰ نشان می دهد. این دماسنج دمای جسمی را که دمای آن 20°C است، چه عددی نشان خواهد داد؟

(۱) ۲۲

(۲) ۲۴

(۳) ۲۶

(۴) ۲۸

۷۴- یک گرمکن ۱۰۰ واتی در مدت ۵۵s دمای یک قطعه فلز ۵۰۰ گرمی را از 20°C به 40°C می رساند. گرمای ویژه فلز در SI با توجه به مقادیر سؤال و از مقدار واقعی گرمای ویژه فلز است.

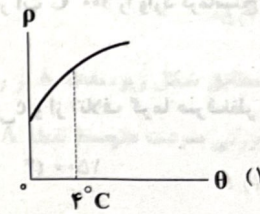
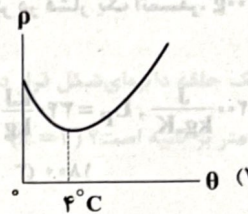
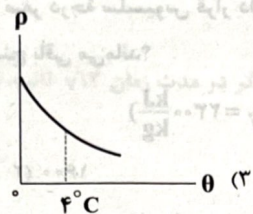
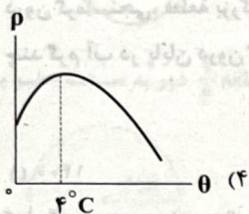
(۱) ۵۵۰ - کم تر

(۲) ۵۵۰ - بیشتر

(۳) ۵۰۰ - کم تر

(۴) ۵۰۰ - بیشتر

۷۵- نمودار تغییرات چگالی آب (خالص) برحسب دما، مشابه نمودار داده شده در کدام گزینه است؟



۷۶- شعاع یک کره فلزی توپر ۱۰cm می باشد و در اثر افزایش دما ۲mm افزایش می یابد. در این صورت چگالی آن تقریباً چند درصد و چگونه تغییر می کند؟

(۱) ۴ - افزایش

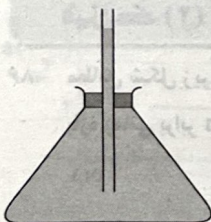
(۲) ۴ - کاهش

(۳) ۶ - افزایش

(۴) ۶ - کاهش

۷۷- اگر دمای یک کره توپر فلزی با حجم V_1 را θ درجه سلسیوس افزایش دهیم، حجم آن به V_2 می رسد و اگر دمای همان کره توپر فلزی با حجم V_2 را θ درجه سلسیوس کاهش دهیم، حجم نهایی آن به V_3 خواهد رسید. کدام گزینه در مورد مقایسه حجم های V_1 و V_3 درست است؟(۱) $V_3 < V_1$ (۲) $V_3 = V_1$ (۳) $V_3 > V_1$ (۴) بدون مشخص بودن مقادیر θ و α نمی توان حجم های V_1 و V_3 را مقایسه نمود.۷۸- مطابق شکل زیر، ارلنی که در دمای 20°C حجمی برابر 400cm^3 دارد را پر از نوعی مایع می کنیم و دمای مجموعه را به 60°C می رسانیم.اگر 8cm^3 مایع از ارلن سرریز شود، ضریب انبساط حجمی مایع برحسب واحد SI در کدام گزینه به درستی آمده است؟

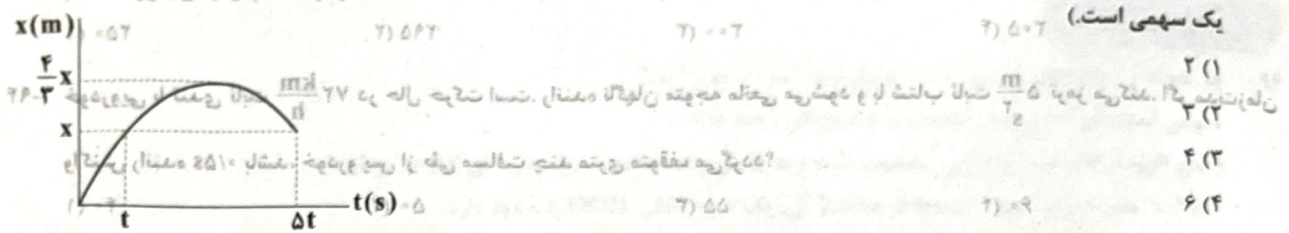
$$\left(\frac{1}{^{\circ}\text{C}} \times 10^{-6} = 9 \times 10^{-6} \text{ شیشه } \alpha\right)$$

(۱) $3/135 \times 10^{-5}$ (۲) 12×10^{-3} (۳) $3/85 \times 10^{-5}$ (۴) $7/7 \times 10^{-5}$ 

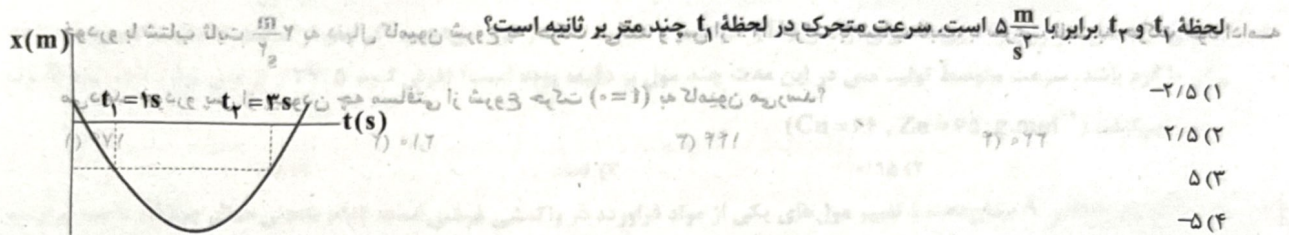
محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur in

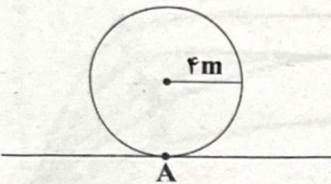
۸۷- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متوسط این متحرک در Δt ثانیه ابتدای حرکتش برابر با $\frac{6}{5} \frac{m}{s}$ باشد، سرعت متوسط متحرک هنگامی که از مکان x به مکان $\frac{4}{3}x$ می‌رود، چند متر بر ثانیه است؟ (نمودار قسمتی از یک سهمی است.)



۸۸- نمودار مکان - زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اندازه شتاب متوسط متحرک بین دو لحظه t_1 و t_2 برابر با $\frac{5}{3} \frac{m}{s^2}$ است. سرعت متحرک در لحظه t_1 چند متر بر ثانیه است؟



۸۹- مطابق شکل زیر، نقطه A بر روی یک حلقه دایره‌ای شکل قرار دارد. اگر در مدت زمان $\sqrt{13}$ ثانیه، این حلقه $\frac{1}{4}$ دور به سمت جلو بگردد، بزرگی سرعت متوسط نقطه A چند متر بر ثانیه است؟ ($\pi = 3$)



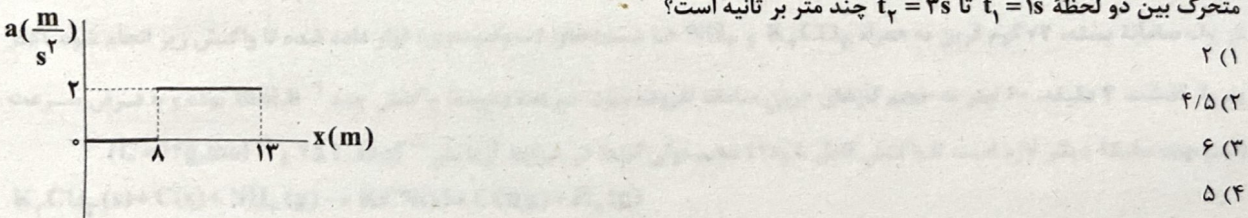
۹۰- متحرکی بر روی محور x ها در حال حرکت است. اگر این متحرک مسافت $40m$ را در مدت زمان $4s$ طی کند، اندازه سرعت متوسط آن در کل مسیر حرکت چند متر بر ثانیه است؟

(۴) هر سه گزینه می‌توانند درست باشند.

۹۱- معادله مکان - زمان یک متحرک که بر روی خط راست حرکت می‌کند، در دستگاه SI به صورت $x = t^2 - 6t + 8$ است. در کدام بازه زمانی سرعت متوسط این متحرک صفر است؟

(۱) ۲ ثانیه اول حرکتش (۲) ۴ ثانیه اول حرکتش (۳) ۲ ثانیه سوم حرکتش (۴) ۶ ثانیه اول حرکتش

۹۲- نمودار شتاب - مکان متحرکی که با سرعت $\vec{v} = +4\left(\frac{m}{s}\right)\hat{i}$ از مبدأ محور شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط این متحرک بین دو لحظه $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 3s$ چند متر بر ثانیه است؟



محل انجام محاسبات

تایید شده و تایید شده

۹۳- اتومبیلی با سرعت $20 \frac{m}{s}$ و شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ وارد یک تونل شده و پس از $10s$ به طور کامل از تونل خارج می شود. اگر طول اتومبیل $5m$ باشد، طول این تونل چند متر بوده است؟

۳۰۵ (۴)

۳۰۰ (۳)

۲۹۵ (۲)

۲۵۰ (۱)

۹۴- خودرویی با تندی ثابت $72 \frac{km}{h}$ در حال حرکت است. راننده ناگهان متوجه مانعی می شود و با شتاب ثابت $5 \frac{m}{s^2}$ ترمز می کند. اگر مدت زمان واکنش راننده $0.5s$ باشد، خودرو پس از طی مسافت چند متری متوقف می گردد؟

۶۰ (۴)

۵۵ (۳)

۵۰ (۲)

۴۰ (۱)

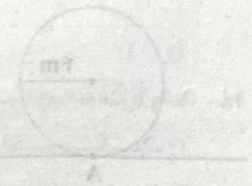
۹۵- در یک مسیر مستقیم، کامیونی با سرعت ثابت $15 \frac{m}{s}$ در حرکت است و در یک لحظه از کنار خودرویی ساکن عبور می کند. ۲ ثانیه بعد، خودرو با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ به دنبال کامیون شروع به حرکت می کند و پس از $12s$ حرکت با شتاب ثابت، با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می دهد. خودرو پس از پیمودن چه مسافتی از شروع حرکت ($t=0$) به کامیون می رسد؟

۳۲۰ (۴)

۱۴۴ (۳)

۲۱۰ (۲)

۱۷۶ (۱)



شیمی



شیمی (۲)

۹۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با بنزوئیک اسید درست است؟

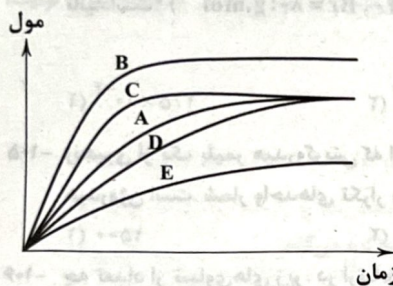
- نوعی اسید آلی است که در تمشک و توت فرنگی وجود دارد.
 - جزو افزودنی‌های صنایع غذایی محسوب شده و به عنوان رنگ‌دهنده به مواد خوراکی افزوده می‌شود.
 - همانند سایر کربوکسیلیک اسیدها در ساختار آن، یک گروه عاملی COOH وجود دارد.
 - نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی مولکول آن برابر با $4/5$ است.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۷- تیغه‌ای از جنس فلز روی را درون محلولی از مس (II) سولفات با غلظت ۲ مولار قرار می‌دهیم، اگر پس از گذشت ۴ دقیقه، تغییر جرم تیغه برابر ۱۰ گرم باشد، سرعت متوسط تولید مس در این مدت چند مول بر دقیقه بوده است؟ (فرض کنید $37/5\%$ از مس تولیدشده، ته ظرف

رسوب می‌کند). ($\text{Cu} = 64, \text{Zn} = 65: \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) ۰/۱۰ (۲) ۰/۱۵ (۳) ۰/۰۶ (۴) ۰/۰۸

۹۸- در نمودار زیر منحنی A نشان‌دهنده تغییر مول‌های یکی از مواد فراورده در واکنشی فرضی است. کدام منحنی‌های چهارگانه به ترتیب نشان‌دهنده افزودن بازدارنده و کدام یک نشان‌دهنده افزودن کاتالیزگر به سامانه واکنش است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)



- (۱) B, E
(۲) B, C
(۳) C, D
(۴) D, C

۹۹- کدام مطالب زیر در ارتباط با لیکوپن درست است؟

- (آ) نوعی هیدروکربن سیرنشده است که در ساختار آن چندین پیوند $\text{C}=\text{C}$ وجود دارد.
- (ب) هندوانه و گوجه‌فرنگی محتوی لیکوپن هستند.

(پ) مصرف مواد خوراکی حاوی لیکوپن باعث می‌شود تولید رادیکال‌ها در بدن کاهش یابد.

(ت) نوعی هیدروکربن شاخه‌دار است که شاخه‌های فرعی آن از نوع متیل و اتیل هستند.

- (۱) «پ» و «ت» (۲) «آ» و «ب» (۳) «آ» و «پ» (۴) «ب» و «ت»

۱۰۰- اگر در بنزوئیک اسید، اتم هیدروژن گروه عاملی کربوکسیل را با گروه متیل جایگزین کنیم، ترکیب A به دست می‌آید. نسبت درصد جرمی

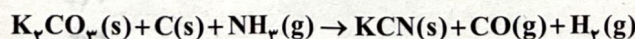
کربن به درصد جرمی هیدروژن در ترکیب A کدام است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۱۰/۶۷

۱۰۱- در یک سامانه بسته، ۷۲ گرم کربن به همراه K_2CO_3 و NH_3 (به نسبت‌های استوکیومتری) قرار داده شده تا واکنش زیر انجام شود. اگر

پس از گذشت ۴ دقیقه، ۶۰ لیتر به حجم گازهای درون سامانه افزوده شود، سرعت متوسط واکنش چند mol.h^{-1} بوده و با فرض سرعت

ثابت، چند دقیقه دیگر لازم است تا واکنش کامل شود؟ (حجم مولی گازها در شرایط آزمایش 25 L.mol^{-1} و 12 g.mol^{-1})



- (۱) ۱۰, ۶ (۲) ۶, ۶ (۳) ۶, ۹ (۴) ۱۰, ۹

حل انجام محاسبات



سیدنا ابوبکرؓ کے ساتھ ہجرت کے بعد حضرت عمرؓ نے کئی عرصے تک حضرت ابوبکرؓ کے ساتھ ہی رہا۔



۱۰۳- یک سرنگ به جرم ۸ گرم که ۷۵٪ جرم آن از نوعی پلیمر هیدروکربنی ساخته شده است در دسترس می‌باشد. چه تعداد مولکول مربوطه

1) 0/10

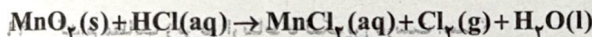
$$1/6 \times 10^{11} \text{ (f)} \quad 1/6 \times 10^{11} \text{ (f)} \quad 1/29 \times 10^{11} \text{ (f)} \quad 1/29 \times 10^{11} \text{ (f)}$$
$$\text{CaBr}_2 + \text{O}_2 \rightarrow \text{CaO} + \text{Br}_2$$
$$2 \times 10^{-F} (F) \quad F \times 10^{-F} (F) \quad 1/25 \times 10^{-F} (F) \quad 2/5 \times 10^{-F} (F)$$

19

هیدروژن است. شمار واحدهای تکرار شونده زنجیر به تقریب کدام است؟

96000 (F) 9600 (3) 15000 (2) 1500 (1)

۱۰۶- چه تعداد از تساوی‌های زیر، در ارتباط با واکنش مقابل پس از موازنه، درست است؟



$$\text{ج) } \frac{-\Delta n(\text{MnO}_2)}{\Delta t} = \frac{\Delta n(\text{Cl}_2)}{\Delta t} = 2 \frac{\Delta n(\text{MnCl}_2)}{\Delta t} = \frac{\Delta n(\text{H}_2\text{O})}{\Delta t}$$

$$\frac{-\Delta[\text{HCl}]}{2\Delta t} = \frac{\Delta[\text{H}_2\text{O}]}{\Delta t}$$
 ب) $\bar{R}_{\text{Cl}_2} = \bar{R}_{\text{MnO}_2}$

۱۰۷- نمودار زیر مربوط به یک واکنش با سه جزء گازی شکل است. با توجه به آن، چه تعداد از عبارتهای پیشنهاد شده درست است؟

• نمودار می تواند مربوط به واکنش گازی $N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3$ باشد.

(1) $\log g; \varphi(t=0), \gamma(t=0), t(H)$

A نتيجه A و B را در رابطه با هم بنویسید

۹) P

[illegible]

۵- اگر این واسطه در عرضی به حجم X اینتر انجام شود، شرکت متوسط تولیدی

پس از ۲۵ ثانیه از آغاز، برابر $1/6 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$ است.

$\gamma \Delta$ P_0 $F(F)$

1) $\chi_{\text{с.о.}}$ 1) $\chi_{\text{с.с}}$ 1) $\chi_{\text{с.н}}$ 1) $\chi_{\text{с.о.}}$

تأليفه و تصنیفه

محل انجام محاسبات

۱۰۸- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با تفلون نادرست است؟
 ۱) مونومر سازنده آن در دما و فشار اتاق، گازی شکل بوده و شمار الکترون‌های لایه‌بندی آن، دو برابر شمار الکترون‌های پیوندی است. (۱)
 ۲) تفلون نام تجاری پلیمری است که نام علمی آن پلی‌تترا فلوروئتان است. (۲)
 ۳) این پلیمر از نظر شیمیایی بی‌اثر بوده و در حلال‌های آلی حل نمی‌شود. (۳)
 ۴) پلانکت و گروه پژوهشی او در حال بررسی و مطالعه انواع حلال‌ها بودند که به طور اتفاقی این پلیمر کشف شد. (۴)

۱۰۹- شمار عنصرهای تشکیل دهنده چه تعداد از مواد زیر با هم برابر است؟
 ۱) کلسترول / سلولز / روغن زیتون / پلی‌استیرن / پلی‌وینیل کلراید (۱)
 ۲) ۳ / ۲ / ۱ / ۴ (۲)
 ۳) اگر مونومر سازنده پلیمری با ساختار زیر، با مقدار کافی برم واکنش دهد به کدام ترکیب تبدیل می‌شود؟ (۳)
 ۴) ۱ / ۲ / ۳ / ۴ (۴)

۱۱۰- متیل هگزان - ۴، ۲، ۳ - دی‌برمو - ۴، ۲، ۳ - متیل هگزان
 ۱) ۲، ۳ - دی‌برمو - ۴، ۲، ۳ - متیل هگزان
 ۲) ۱، ۲ - دی‌برمو - ۳، ۴ - متیل پنتان
 ۳) ۱، ۲ - دی‌برمو - ۳، ۴ - متیل پنتان
 ۴) ۱، ۲ - دی‌برمو - ۳، ۴ - متیل پنتان

۱۱۱- با فرض این که هر کدام از ۶ منبع «گرمای زمین، نفت خام، یاد انرژی خورشید، گاز طبیعی و زغال سنگ» یک کیلووات ساعت برق تولید کنند، کدام عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۱۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با اوزون درست است؟
 ۱) ۲ (۱)
 ۲) ۲ (۲)
 ۳) ۲ (۳)
 ۴) ۲ (۴)

۱۱۳- هنگامی که پرتوهای خورشیدی به سمت زمین تابیده می‌شود، بخش عمده‌ای از این پرتوها به وسیله جذب شده و جذب می‌شود.
 ۱) هواکره - بخش کوچکی از آن به وسیله زمین (۱)
 ۲) هواکره - بقیه آن به وسیله زمین (۲)
 ۳) زمین - بخش کوچکی از آن به وسیله هواکره (۳)
 ۴) زمین - بقیه آن به وسیله هواکره (۴)

۱۱۴- نسبت کدام ویژگی‌های زیر در اوزون در مقایسه با اکسیژن مولکولی برابر با ۳ است؟
 ۱) جرم مولی (۱)
 ۲) شمار جفت الکترون‌های پیوندی (۲)
 ۳) شمار جفت الکترون‌های پیوندی (۳)
 ۴) شمار جفت الکترون‌های پیوندی (۴)

۱۱۵- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۱۶- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۱۷- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۱۸- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۱۹- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۲۰- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۲۱- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۲۲- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۲۳- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۲۴- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۲۵- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۲۶- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۲۷- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۲۸- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۲۹- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۳۰- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۳۱- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۳۲- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۳۳- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۳۴- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۳۵- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۳۶- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۳۷- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۳۸- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۳۹- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۴۰- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۴۱- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۴۲- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۴۳- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۴۴- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۴۵- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۴۶- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۴۷- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۴۸- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با ردپای CO_2 این منابع درست است؟
 ۱) ۲۷ (۱)
 ۲) ۲۷ (۲)
 ۳) ۲۷ (۳)
 ۴) ۲۷ (۴)

۱۱۵- کدام یک از عبارات‌های زیر در ارتباط با گاز NO_p نادرست است؟

- (۱) جزو آلاینده‌هایی است که بر اثر سوختن سوخت خودروها وارد هواکره می‌شود.
- (۲) بر اثر ایجاد رعد و برق، این گاز در هواکره تشکیل می‌شود.
- (۳) اتم نیتروژن در ساختار لوویس آن دارای یک جفت الکترون ناپیوندی است.
- (۴) علت این که هوای آلوده کلان‌شهرها اغلب به رنگ قهوه‌ای روشن دیده می‌شود، وجود همین گاز است.

۱۱۶- کدام یک از عبارات‌های زیر درست است؟

- (۱) اوزون در مقایسه با اکسیژن، واکنش‌پذیرتر بوده و به مقدار بیشتری در آب حل می‌شود.
- (۲) اگر مخلوطی مایع شامل اوزون و اکسیژن را به آرامی گرم کنیم، نخست اوزون از مخلوط جدا می‌شود.
- (۳) هنگامی که تابش فروسرخ به مولکول اوزون می‌رسد به یک اتم اکسیژن و یک مولکول اکسیژن تبدیل می‌شود.
- (۴) از واکنش گاز دی‌نیتروژن مونوکسید با اکسیژن در حضور نور خورشید، اوزون تروپوسفری تولید می‌شود.

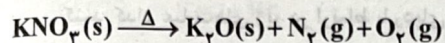
۱۱۷- در دمای 819°C و فشار 3 atm ، 144 گرم از گاز AO_p حجمی معادل $67/2$ لیتر را اشغال می‌کند. جرم مولی A چند گرم بر مول

است؟ ($\text{O} = 16\text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) ۱۲ (۲) ۳۲ (۳) ۱۴ (۴) ۳۵/۵

۱۱۸- واکنش موازنه‌نشده زیر در یک ظرف بدون سرپوش در حال انجام است. اگر پس از گذشت مدت‌زمان معینی، $43/2$ گرم از جرم مواد درون

ظرف کم شود، چند مول گاز اکسیژن در این مدت تولید شده است؟ ($\text{N} = 14, \text{O} = 16, \text{K} = 39\text{ g.mol}^{-1}$)



- (۱) ۱/۲ (۲) ۱ (۳) ۵/۸ (۴) ۱/۶

۱۱۹- کدام یک از عبارات‌های زیر در ارتباط با فرایند هابر درست است؟

- (۱) واکنش‌پذیری هر کدام از واکنش‌دهنده‌های فرایند هابر، ناچیز است و این واکنش در دما و فشار اتاق انجام نمی‌شود.
- (۲) این واکنش در حضور ورقه آهنی به عنوان کاتالیزگر انجام می‌شود.
- (۳) برای جداسازی فراورده واکنش از مخلوط واکنش، از تفاوت چگالی آن با چگالی واکنش‌دهنده‌ها استفاده می‌شود.
- (۴) هابر با استفاده از معادله‌های پیچیده ریاضی توانست شرایط بهینه این واکنش را پیدا کند.

۱۲۰- در محلولی از سدیم سولفات، غلظت آنیون برابر با 2880 ppm است. اگر به 200 گرم از این محلول، 170 میلی‌گرم سدیم نیترات جامد اضافه

کنیم، غلظت یون سدیم در محلول حاصل به تقریب چند ppm است؟ ($\text{N} = 14, \text{O} = 16, \text{Na} = 23, \text{S} = 32\text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) ۱۶۱۰ (۲) ۳۶۸۰ (۳) ۹۲۰ (۴) ۱۸۴۰

۱۲۱- در محلولی از سولفات فلز M ، غلظت نمک برابر 100 ppm است. اگر شمار مول‌های نمک در 600 گرم از محلول برابر $1/5 \times 10^{-4}$ باشد، M

کدام فلز است؟ ($\text{O} = 16, \text{S} = 32\text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) $^{40}_{20}\text{Ca}$ (۲) $^{56}_{26}\text{Fe}$ (۳) $^{112}_{48}\text{Cd}$ (۴) $^{64}_{29}\text{Cu}$

۱۲۲- کدام یک از عبارات‌های زیر درست است؟

- (۱) حلال جزیی از محلول است که جرم آن از دیگر اجزای محلول، بیشتر است.
- (۲) در سرم فیزیولوژی، ضدیخ و گلاب، آب نقش حلال را دارد.
- (۳) زیست‌کره شامل سه سامانه آب‌کره، هواکره و سنگ‌کره است.
- (۴) جانداران آبی سالانه مقادیر زیادی کربن دی‌اکسید موجود در آب‌کره را مصرف می‌کنند.

محل انجام محاسبات

۱۲۳- کدام یک از عبارت‌های زیر در ارتباط با دو ترکیب کلسیم فسفات (a) و باریم سولفات (b) نادرست است؟

(۱) هر دو ترکیب جزو مواد نامحلول در آب هستند.

(۲) نسبت شمار کاتیون‌ها به شمار آنیون‌ها در ترکیب a بزرگ‌تر از همین نسبت در ترکیب b است.

(۳) اتم‌های آنیون سازنده a همانند اتم‌های آنیون سازنده b همگی بر روی یک صفحه، قابل نمایش هستند.

(۴) تفاوت شمار اتم‌های هر واحد فرمولی از a و b، برابر با شمار اتم‌های هر واحد فرمولی از آمونیوم هیدروکسید است.

۱۲۴- با توجه به فرمول شیمیایی ترکیب معدنی آزوریت که به صورت $\text{Cu}_x(\text{CO}_3)_x(\text{OH})_y$ می‌باشد، حاصل $x - y$ کدام است؟ (کاتیون

مس، Cu^{2+} است.)

۱ (۴)

۳ (۳) صفر

۲ (۲)

۳ (۱)

۱۲۵- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) ۷۵ درصد سطح زمین را آب پوشانده است و ۵۰ درصد جمعیت جهان از کم‌آبی رنج می‌برند.

(۲) بیش‌تر آب‌های روی زمین شور است و نمی‌توان از آن‌ها حتی برای مصارف صنعتی استفاده کرد.

(۳) بیش‌تر از ۹۷ درصد حجم آب‌کره را اقیانوس‌ها تشکیل می‌دهند.

(۴) در منابع غیراقیانوسی آب‌های روی زمین، حجم کوه‌های یخ تقریباً برابر با حجم آب‌های زیرزمینی است.

توجه: داوطلب گرامی، می‌توانید به سؤالات ۱۲۶ تا ۱۳۵ درس شیمی (۳) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

شیمی (۳)

۱۲۶- pH محلولی از هیدرویدیک اسید برابر ۲ و pH محلولی از هیدروفلوئوریک اسید با درصد یونش ۲ برابر با ۳/۳ است. نسبت غلظت یون

هیدرونیوم در هیدرویدیک اسید به غلظت یون هیدرونیوم محلول دیگر، به تقریب کدام است؟

۲۰ (۴)

۰/۰۵ (۳)

۴ (۲)

۲/۵ (۱)

۱۲۷- کدام یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

(۱) رنگی که کاغذ pH درون یک محلول به خود می‌گیرد، نشان‌دهنده pH تقریبی آن محلول است.

(۲) باران اسیدی حاوی دو اسید قوی است، در حالی که باران معمولی حاوی یک اسید ضعیف است.

(۳) آب آشامیدنی به دلیل وجود برخی یون‌ها رسانایی الکتریکی ناچیزی دارد، در حالی که آب خالص فاقد رسانایی الکتریکی است.

(۴) در محلول ۰/۰۱ مولار هیدروسیانیک اسید، مجموع غلظت مولی یون‌های هیدرونیوم و سیانید بسیار کم‌تر از غلظت مولی اسید است.

۱۲۸- به چهار لیتر محلول هیدروکلریک اسید با $\text{pH} = 1$ ، مقدار ۰/۰۵ مول از اسید ضعیف HX اضافه می‌کنیم. غلظت مولی اسید ضعیف پس از

برقراری تعادل به تقریب چند مول بر لیتر می‌شود؟ ($K_a(\text{HX}) = 4 \times 10^{-4}$)

$1/12 \times 10^{-2}$ (۴)

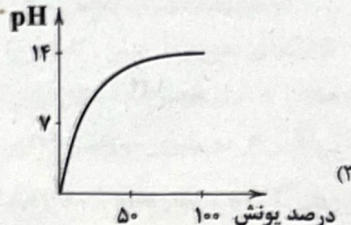
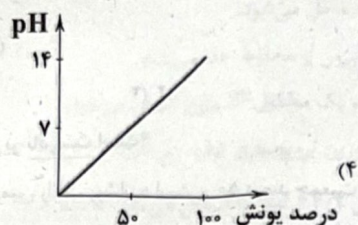
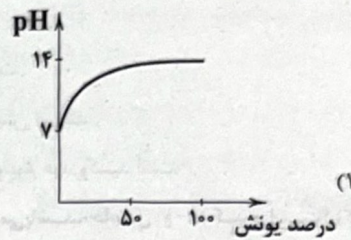
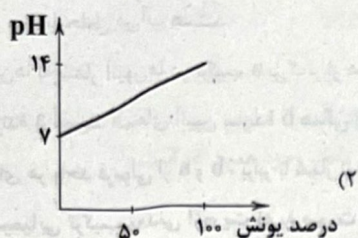
$1/18 \times 10^{-2}$ (۳)

$1/24 \times 10^{-2}$ (۲)

$1/14 \times 10^{-2}$ (۱)

محل انجام محاسبات

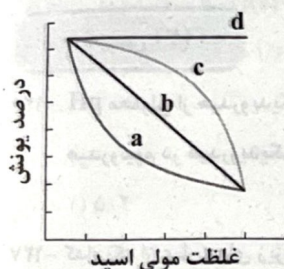
۱۲۹- نمودار وابستگی pH محلول یک مولار باز BOH نسبت به درصد یونش آن به کدام صورت است؟ (دما 25°C است).



۱۳۰- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) در ساختار پاک‌کننده غیرصابونی چهار نوع پیوند کووالانسی ساده (یگانه) وجود دارد.
- (۲) پاک‌کنندگی صابون را می‌توان به واکنش میان بخش‌های قطبی و ناقطبی آن با آب و چربی نسبت داد.
- (۳) با فرض کاتیون‌های یکسان، نسبت شمار کاتیون‌ها به شمار آنیون‌ها در صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی یکسان است.
- (۴) کلویدها جزو مخلوط‌های پایدار طبقه‌بندی می‌شوند.

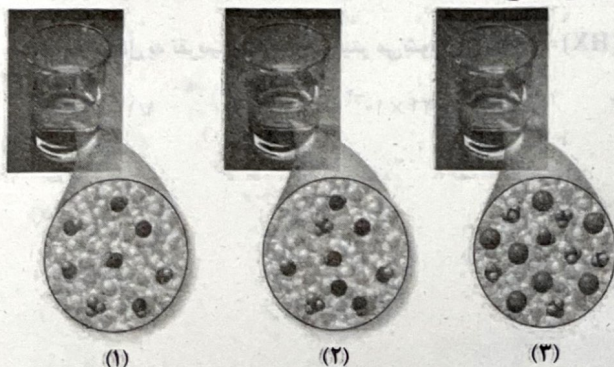
۱۳۱- کدام یک از نمودارهای زیر را می‌توان به یونش نیترواسید در یک دمای معین نسبت داد؟



- a (۱)
- b (۲)
- c (۳)
- d (۴)

۱۳۲- با توجه به شکل‌های زیر که نمای ذره‌ای سه محلول اسیدی را در دما و غلظت یکسان نشان می‌دهد، کدام عبارت‌های زیر درست است؟

- (آ) اگر ثابت یونش محلول (۱) برابر $4/9 \times 10^{-10}$ باشد، ثابت یونش محلول (۳) می‌تواند $1/8 \times 10^{-5}$ باشد.
- (ب) محلول‌های (۲) و (۳) می‌توانند اسیدهای موجود در باران اسیدی باشند.
- (پ) اگر محلول (۱) هیدروسیانیک اسید باشد، محلول (۲) می‌تواند استیک اسید باشد.
- (ت) رسانایی الکتریکی هر کدام از این محلول‌ها بیشتر از محلول آبی ضدیخ است.



- (۱) «آ» و «ب»
- (۲) «پ» و «ت»
- (۳) «آ» و «پ»
- (۴) «ب» و «ت»

محل انجام محاسبات

۱۳۳- غلظت اولیه اسید ضعیف HA برابر ۰/۱۸ مولار و تفاوت غلظت تعادلی اسید با یون هیدرونیوم حاصل از یونش آن برابر ۰/۱۲ مولار است. ثابت یونش اسید HA کدام است؟

- (۱) 6×10^{-3} (۲) 9×10^{-4} (۳) $1/35 \times 10^{-2}$ (۴) 5×10^{-2}

۱۳۴- با فرض این که در هر مورد، دما ثابت باشد، چه تعداد از مقایسه‌های زیر در ارتباط با رسانایی الکتریکی محلول‌ها درست است؟ (حجم هر کدام از محلول‌ها ۱L است.)

- متانویک اسید (۱M) < استیک اسید (۱M)
- نیتریک اسید (pH=۲) < سود سوزآور (۰/۰۲M)
- هیدروفلوئوریک اسید ($K_a = 5 \times 10^{-4}$, $1/25M$) < نیترو اسید ($\alpha = 0/02$, $0/4M$)
- اتیلن گلیکول (۲M) < اتانول (۱M)

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۳۵- به ۱۲/۵ لیتر آب خالص (در دمای اتاق)، چند مول اسید HX اضافه کنیم تا pH=۴/۷ شود؟ ($K_a(HX) = 4 \times 10^{-6}$)

- (۱) $1/5 \times 10^{-2}$ (۲) $1/5 \times 10^{-3}$ (۳) $1/25 \times 10^{-2}$ (۴) $1/25 \times 10^{-3}$

تاریخ آزمون
جمعه
۱۴۰۴/۰۶/۱۴

دفترچه
شماره ۳

پاسخنامه پایه دوازدهم رشته ریاضی

دوره دوم متوسطه

سال تحصیلی ۱۴۰۵ - ۱۴۰۴

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۱۳۵	مدت پاسخگویی: ۱۶۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال از	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۱۰	اجباری	۱	۷۰ دقیقه
		۱۰		۱۱	
		۵		۲۱	
		۵		۲۶	
		۵		۳۱	
		۱۰	اختیاری	۳۶	
		۱۰	اختیاری	۴۶	
۲	فیزیک	۱۵	اجباری	۵۶	۵۰ دقیقه
		۱۵		۷۱	
		۱۰	اختیاری	۸۶	
۳	شیمی	۱۵	اجباری	۹۶	۴۰ دقیقه
		۱۵		۱۱۱	
		۱۰	اختیاری	۱۲۶	

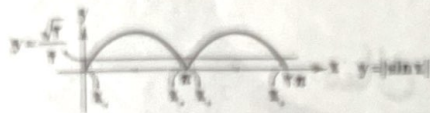
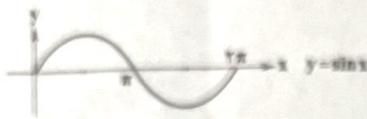
بنابراین برای عبارت A خواهیم داشت:

$$A = \frac{\cos \frac{\pi}{5} - \cos \frac{\pi}{5} + \sin \frac{\pi}{5} + \sin \frac{\pi}{5}}{r \cos \frac{\pi}{5} - r \cos \frac{\pi}{5} - r \sin \frac{\pi}{5}} = \frac{2 \sin \frac{\pi}{5}}{-2 \sin \frac{\pi}{5}} = -\frac{r}{r} = -1$$

$$\sin(rx+y) = \frac{1}{r} \Rightarrow \sin(x+x+y) = \frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{r} + x\right) = \frac{1}{r} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{r} \xrightarrow{\text{حالا } x} x = \frac{\pi}{r}$$

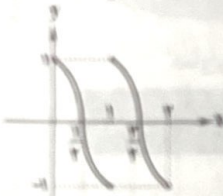
$$\begin{aligned} x+y &= \frac{\pi}{r} \Rightarrow y = \frac{\pi}{r} - x \\ \cos y &= \cos \frac{\pi}{r} = \frac{\sqrt{r}}{r} = \frac{1}{\sqrt{r}} \\ \tan x &= \tan \frac{\pi}{r} = \frac{1}{\sqrt{r}} \end{aligned}$$



بنابراین گزینه (۴) درست است.

$$f(x) = (-1)^{\lfloor x \rfloor} \cos(\pi x) = \begin{cases} (-1)^0 \cos(\pi x) & 0 \leq x < 1 \\ (-1)^1 \cos(\pi x) & 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} \cos(\pi x) & 0 \leq x < 1 \\ -\cos(\pi x) & 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

۲ ابتدا توجه کنید که $\hat{B} > \hat{C}$, $\hat{B} + \hat{C} = 60^\circ$ پس $60^\circ < \hat{B} < 90^\circ$ است و در نتیجه $\frac{1}{\sqrt{r}} > \tan \hat{B} > \frac{1}{\sqrt{r}}$ است از طرفی

$$\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{2}{r} \Rightarrow r \tan^2 \alpha + r = 2 \tan \alpha$$

$$\Rightarrow r \tan^2 \alpha - 2 \tan \alpha + r = 0 \Rightarrow (r \tan \alpha - 1)(\tan \alpha - r) = 0$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{r} \text{ یا } r \xrightarrow{\sqrt{r} > \tan \alpha > \frac{1}{\sqrt{r}}} \tan \alpha = \frac{1}{r}$$

بنابراین داریم:

$$\tan \beta = \tan(180^\circ - 120^\circ - \alpha) = \tan(60^\circ - \alpha) = \frac{\tan 60^\circ - \tan \alpha}{1 + \tan 60^\circ \tan \alpha}$$

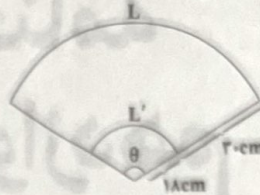
که با توجه به $\tan \alpha = \frac{1}{r}$ داریم:

$$\tan \beta = \frac{\sqrt{3} - \frac{1}{r}}{1 + \frac{\sqrt{3}}{r}} = \frac{r\sqrt{3} - 1}{r + \sqrt{3}} = (r\sqrt{3} - 1)(r - \sqrt{3}) = 5\sqrt{3} - 8$$

ریاضیات

۱ می‌دانیم در یک قطاع اگر زاویه قطاع بر حسب رادیان برابر θ و شعاع قطاع را R بنامیم و طول کمان را L فرض کنیم، داریم:

$$L = R\theta$$

در شکل زیر شعاع قطاع کوچک ۱۸cm و شعاع قطاع بزرگ ۴۸cm است. اگر طول کمان در قطاع بزرگ را L و طول کمان در قطاع کوچک را L' فرض کنیم، داریم:

$$\theta = 15^\circ = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$$

$$L = 48\theta = 48 \times \frac{5\pi}{6} = 40\pi \text{ cm}$$

$$L' = 18\theta = 18 \times \frac{5\pi}{6} = 15\pi \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{محیط قسمت پاک‌شده} &= 2(20) + L + L' = 60 + 40\pi + 15\pi \\ &= 60 + 55\pi = 5(12 + 11\pi) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \widehat{A} = 22.5^\circ &\Rightarrow \widehat{BC} = 45^\circ \xrightarrow{DC \parallel AB} \widehat{AD} = \widehat{BC} = 45^\circ \\ \Rightarrow \widehat{DC} = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ &= 45^\circ \\ \text{قطر } AB = 4\sqrt{2} &\Rightarrow \text{شعاع} = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$



$$\text{مساحت قطاع } DOC = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ} = \frac{\pi (2\sqrt{2})^2 \times 45^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{4} \times 8\pi = 2\pi$$

$$\text{مساحت مثلث } DOC = \frac{1}{2} (2\sqrt{2})(2\sqrt{2}) = 4$$

$$\text{مساحت سطح رنگی} = 2\pi - 4$$

۳ برای هر یک از نسبت‌های مثلثاتی به کار رفته در صورت و مخرج کسر داریم:

$$\sin\left(\frac{7\pi}{10}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{5}\right) = \cos \frac{\pi}{5}$$

$$\sin\left(\frac{7\pi}{10}\right) = \sin\left(7\pi + \frac{\pi}{10}\right) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{10}\right) = -\sin \frac{\pi}{10}$$

$$\cos\left(\frac{7\pi}{10}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{5}\right) = \sin \frac{\pi}{5}$$

$$\sin\left(\frac{7\pi}{10}\right) = \sin\left(6\pi + \frac{\pi}{10}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{10}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{5}\right) = \cos \frac{\pi}{5}$$

$$\cos\left(\frac{7\pi}{10}\right) = \cos\left(7\pi - \frac{\pi}{10}\right) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{10}\right) = -\cos \frac{\pi}{10}$$

$$\cos\left(\frac{7\pi}{10}\right) = \cos\left(5\pi - \frac{\pi}{10}\right) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{10}\right)$$

$$= -\cos \frac{\pi}{10} = -\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{5}\right) = -\sin \frac{\pi}{5}$$

۴ ۱۲

$$\begin{cases} x^2 - 4x = -3 \\ x^2 - 4x = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = 1, 3 \\ x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow x = -1, 5 \end{cases}$$

مجموع xهای به دست آمده برابر ۸ است.

۲ ۱۳

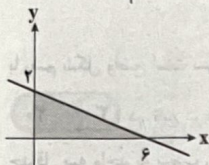
$$\begin{aligned} f(-1) < f(4) &\Rightarrow |m-1| < 2 \Rightarrow -1 < m < 3 \quad (1) \\ f(4) < f(5) &\Rightarrow m^2 + m > 2 \Rightarrow m > 1 \vee m < -2 \quad (2) \\ (1) \cap (2) &: 1 < m < 3 \end{aligned}$$

۴ ۱۴

$$\begin{aligned} f(4a+b) &= b \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{a-b}{a+4b-(4a+b)} = \frac{a-b}{-3a+3b} \\ f(a+4b) &= a \Rightarrow m = \frac{a-b}{-3(a-b)} = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x + h \xrightarrow{A(6,0)} 0 = -\frac{1}{3}(6) + h \Rightarrow h = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x + 2$$



$$S = \frac{2 \times 6}{2} = 6$$

$$\frac{1}{1+2^{-x}} + \frac{1}{1+2^x} = 1 \Rightarrow f(x) + f(-x) = 1 \quad \text{اولاً داریم:}$$

۲ ۱۵

بنابراین:

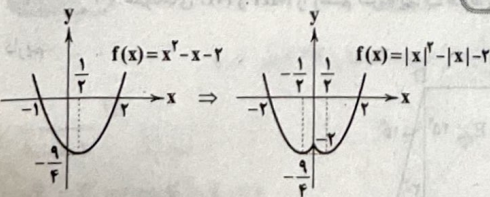
$$\left. \begin{aligned} f(-1403) + f(1403) &= 1 \\ f(-1402) + f(1402) &= 1 \\ \vdots \\ f(-1) + f(1) &= 1 \\ f(0) &= \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{جمع می‌کنیم}} \text{با هم}$$

$$\text{حاصل عبارت خواسته شده} = 1403 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1403 \frac{1}{2}$$

۱ ۱۶

$$\begin{aligned} f(x) &= 1 - \cos^2 x + \cos^2 x = (\cos^2 x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} \\ 0 \leq \cos^2 x \leq 1 &\Rightarrow -\frac{1}{2} \leq \cos^2 x - \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 0 \leq (\cos^2 x - \frac{1}{2})^2 \leq \frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} \leq f(x) \leq 1 &\Rightarrow R_f = [\frac{3}{4}, 1] \Rightarrow b-a = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

۱ ۱۷



اگر $k \in (-2, +\infty) \cup \{-\frac{9}{4}\}$ انتخاب شود، خط $y = k$ نمودار $f(x)$ را در دو نقطه قطع می‌کند.

۴ ۸

$$\begin{aligned} A-B &= \sqrt{2} \sin 15^\circ - \sqrt{6} \cos 15^\circ + \sqrt{2} \left(\frac{1}{\cos 15^\circ} - \frac{1}{\sin 15^\circ} \right) \\ &= 2\sqrt{2} \left(\frac{1}{2} \sin 15^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 15^\circ \right) + \sqrt{2} \left(\frac{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ}{\sin 15^\circ \cos 15^\circ} \right) \\ &= 2\sqrt{2} (\cos 60^\circ \sin 15^\circ - \sin 60^\circ \cos 15^\circ) + \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2} \sin(15^\circ - 45^\circ)}{\frac{1}{2} \sin 30^\circ} \right) \\ &= 2\sqrt{2} \sin(15^\circ - 60^\circ) + \frac{4 \sin(-30^\circ)}{\sin 30^\circ} \\ &= 2\sqrt{2} \sin(-45^\circ) - 4 = 2\sqrt{2} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) - 4 = -2 - 4 = -6 \end{aligned}$$

تذکره: در حل این سؤال از اتحادهای زیر استفاده شده است:

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$$

$$\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2} \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

در مثلث ABC، زوایای A و B مثبت است:

۳ ۹

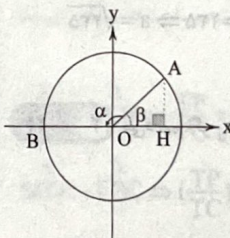
$$\cos \hat{A} = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{3}{5}, \cos \hat{B} = \frac{5}{13} \Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{12}{13}$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \sin \hat{C} = \sin(180^\circ - (A+B)) = \sin(\hat{A} + \hat{B})$$

$$\Rightarrow \sin \hat{C} = \sin \hat{A} \cos \hat{B} + \cos \hat{A} \sin \hat{B} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{13} + \frac{4}{5} \times \frac{12}{13}$$

$$\Rightarrow \sin \hat{C} = \frac{63}{65}$$

۲ ۱۰



$$A\left(\frac{2}{\sqrt{13}}, k\right) \in \text{دایره مثلثاتی} \Rightarrow \left(\frac{2}{\sqrt{13}}\right)^2 + (k)^2 = 1 \Rightarrow k = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

$$\Delta OAH: \sin \beta = \frac{2}{\sqrt{13}}, \cos \beta = \frac{3}{\sqrt{13}} \xrightarrow{\alpha + \beta = 180^\circ}$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{13}}, \cos \alpha = -\frac{2}{\sqrt{13}}, \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{12}{13}$$

بررسی عبارت‌ها: ۳ ۱۱

$$\text{الف)} \quad (x-2)^2 + (y-3)^2 = 0 \Rightarrow x=2, y=3 \Rightarrow \{(2, 3)\}$$

ب) با قرار دادن $x = -1$ بی‌شمار y در رابطه صدق می‌کند.

$$\text{ج)} \quad y = \frac{(\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x + \sin^2 x \cos^2 x)}{(\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x)}$$

$$+ \sin^2 x \cos^2 x$$

$$= (1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x + \sin^2 x \cos^2 x) + \sin^2 x \cos^2 x$$

$$= 1 \Rightarrow \text{تابع ثابت}$$

$$\frac{S_{ABNM}}{S_{MNCD}} = \frac{2(4)+12}{2(12)+4} = \frac{24}{40} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow S_{MNCD} = 5S, S_{ABNM} = 3S$$

$$S_{ABCD} = S_{ABNM} + S_{MNCD} \Rightarrow 48 = 3S + 5S = 8S$$

$$\Rightarrow S = 6 \Rightarrow S_{ABNM} = 18$$

$$S_{ABCD} = \frac{AB+DC}{2} \times h \Rightarrow 48 = \frac{4+12}{2} \times h \Rightarrow h = 6$$

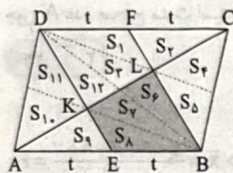
$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{h_1+h_2}{h_2} = \frac{4}{12} + 1 \Rightarrow \frac{h_1+6}{6} = \frac{4}{12} + 1 \Rightarrow h_1 = \frac{2}{3} \times 6 = 4$$

$$PQ = \frac{DC-AB}{2} = \frac{12-4}{2} = 4$$

چون $AB=PQ$ است، پس دو مثلث AOB و POQ هم مساحت هستند.

$$S_{AOB} + S_{POQ} = 2\left(\frac{1}{2} \times 4 \times 6\right) = 12$$

$$S_{رنجی} = S_{ABNM} - (S_{AOB} + S_{POQ}) = 18 - 12 = 6$$



$$S_1 + S_2 + \dots + S_{12} = S$$

$$S_1 = S_2 = \dots = S_{12} = \frac{S}{12}$$

$$S_{EBLK} = 36 \Rightarrow 3S' = 36 \Rightarrow S' = 12$$

$$S_{ABCD} = 12S' = 12 \times 12 = 144$$

۳۱ فراوانی خوب با f_1 و فراوانی متوسط با f_2 و فراوانی بد با f_3 نمایش می‌دهیم.

$$\begin{cases} \frac{f_1}{n} = \frac{90}{360} = \frac{1}{4} \Rightarrow n = 4f_1 \\ \frac{f_1 + 25}{n + 60} = \frac{120}{360} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3f_1 + 75 = n + 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_1 = 15 \\ n = 60 \end{cases}$$

در ۶۰ نفر دوم ۵ نفر رأی بد داده‌اند:

$$\frac{f_3 + 5}{n + 60} = \frac{90}{360} = \frac{1}{4} \Rightarrow f_3 = 25$$

و چون $n = f_1 + f_2 + f_3 = 60$ است، پس $f_2 = 20$ و کل افراد دارای رأی

متوسط $20 + 30 = 50$ است.

۳۲ اگر تعداد داده‌ها را $2n$ فرض کنیم:

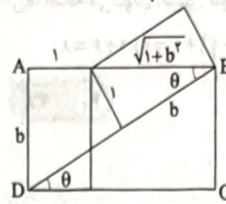
$$\begin{aligned} \overline{x_1} &: \text{عدد } n & \overline{x_2} &: \text{عدد } n \\ -\overline{x_1} &= \overline{x_2} - 6 \Rightarrow \overline{x_1} + \overline{x_2} = 6 \\ \overline{x} &= \frac{n_1 \overline{x_1} + n_2 \overline{x_2}}{n_1 + n_2} = \frac{n \overline{x_1} + n \overline{x_2}}{2n} = \frac{\overline{x_1} + \overline{x_2}}{2} = 3 \end{aligned}$$

۲۶ در مستطیل کوچک‌تر عرض را برابر ۱ و طول را برابر b در نظر

می‌گیریم.

با توجه به زاویه θ در دو مستطیل داریم:

$$\tan \theta = \frac{1}{b} = \frac{b}{1 + \sqrt{1+b^2}} \Rightarrow b^2 = 1 + \sqrt{1+b^2}$$



$$\Rightarrow b^2 - 1 = \sqrt{1+b^2}$$

$$\Rightarrow b^4 - 2b^2 + 1 = 1 + b^2$$

$$\Rightarrow b^4 - 3b^2 = 0 \Rightarrow b^2 = 3 \Rightarrow b = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{1}{b} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

۲۷ می‌دانیم با رسم نیمسازهای مستطیل، یک مربع به دست

می‌آید، پس چهارضلعی (۲) مستطیل است. هم‌چنین می‌دانیم اگر قطرهای یک چهارضلعی عمود برهم باشند، از به هم وصل کردن وسط‌های اضلاع در آن چهارضلعی، مستطیل به دست می‌آید. پس چهارضلعی (۱) می‌تواند کایت باشد.

توجه کنید که اگر چهارضلعی (۱) مربع باشد، چهارضلعی (۲) هم مربع می‌شود و از رسم نیمسازهای آن، یک نقطه به دست می‌آید که غیرقابل قبول است.

۲۸ از نقطه C خطی موازی با DM رسم می‌کنیم، تا امتداد AB

را در N قطع کند، $CDMN$ متوازی‌الاضلاع است و داریم:

$$S_{BCN} = S_{ADM} = 13$$

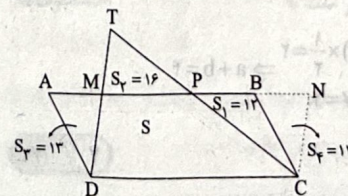
دو مثلث MTP و PCN متشابهند. پس نسبت مساحت‌ها مجذور نسبت اضلاع است:

$$\Delta MTP \sim \Delta PCN \Rightarrow \frac{TP}{PC} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\Delta MTP \sim \Delta TDC \Rightarrow \left(\frac{TP}{TC}\right)^2 = \frac{S_T}{S + S_T} \Rightarrow \left(\frac{4}{9}\right)^2 = \frac{16}{S + 16} \Rightarrow S = 65$$

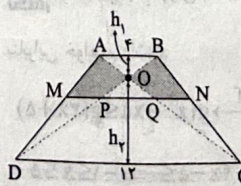
بنابراین مساحت متوازی‌الاضلاع $ABCD$ به صورت زیر به دست می‌آید.

$$S_{ABCD} = S + S_1 + S_2 = 65 + 12 + 13 = 90$$



۲۹ اگر قاعده‌های دوزنق‌های a و b باشد و خط میانگین را در دوزنقه

رسم کنیم، نسبت مساحت‌های دو دوزنقه تشکیل شده برابر $\frac{3a+b}{3b+a}$ است.



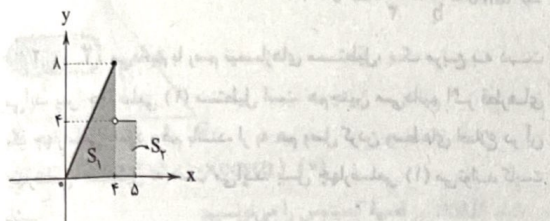
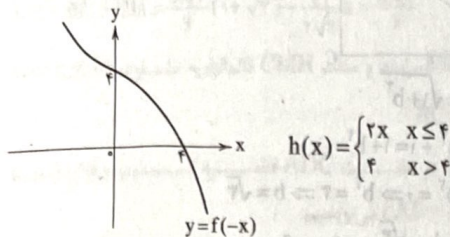
۳۷ ۲ مراحل تبدیل تابع به صورت زیر است:

$$f(x) \xrightarrow[\text{به سمت راست}]{\text{یک واحد انتقال طولی}} f(x-1) \xrightarrow[\text{دو برابر}]{\text{طول نقاط}} f\left(\frac{x}{2}-1\right)$$

پس نقاط برخورد نیز با دو مرحله بالا تغییر می‌کند یعنی یک واحد به طول آن‌ها اضافه می‌شود و سپس طول آن‌ها دو برابر می‌شود.

$$2(\alpha+1)+2(\beta+1)+2(\gamma+1)=2(\alpha+\beta+\gamma)+6=2 \times 1+6=8$$

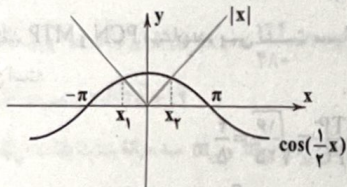
۳۸ ۴



$$S_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 16, S_2 = 1 \times 4 = 4 \Rightarrow S = 16 + 4 = 20$$

۳۹ ۴ نمودار $\cos\left(\frac{1}{4}x\right)$ از دو برابر شدن دامنه تابع $\cos x$ به

دست می‌آید نمودار آن را ببینید:



ملاحظه می‌کنید که دو تابع در دو نقطه با طول‌های x_1 و x_2 در محدوده $(-\pi, \pi)$ برخورد دارند.

۴۰ ۱

$$A \begin{vmatrix} -1 \\ 2 \end{vmatrix} \Rightarrow A \begin{vmatrix} a = (-1+5) \times \frac{1}{2} = 2 \\ b = 2 \times 2 - 7 = 2 \end{vmatrix} \Rightarrow a+b=4$$

۴۱ ۲

f تابع اکیدا نزولی و g تابع اکیدا صعودی است ($g(x)=2^{x-2}$)

اگر $f(m) \leq f(n) \Rightarrow m \leq n$ داریم
اگر $f(m) \leq f(n) \Rightarrow m \geq n$ داریم

نکته:

بنابراین خواهیم داشت:

$$f(g(x^2-x)) \geq f(g(3x+5)) \xrightarrow{\text{نزولی}} g(x^2-x) \leq g(3x+5)$$

$$\xrightarrow{\text{صعودی}} x^2-x \leq 3x+5 \Rightarrow x^2-4x-5 \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 5$$

۳۲ ۲

x_i	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
A	2	2A	2A ²
2A	1	2A	4A ²
3A	1	3A	9A ²
4A	1	4A	16A ²
5A	1	5A	25A ²
6A	1	6A	36A ²
جمع	7	22A	92A ²

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \left(\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} \right)^2 \Rightarrow 160 = \frac{92A^2}{7} - \left(\frac{22A}{7} \right)^2 \\ \Rightarrow 160 &= \frac{92A^2}{7} - \frac{484A^2}{49} \Rightarrow 160 = \frac{92A^2 \times 7 - 484A^2}{49} \\ \Rightarrow 160 \times 49 &= 644A^2 - 484A^2 \Rightarrow 160A^2 = 160 \times 49 \\ \Rightarrow A^2 &= 49 \Rightarrow A = \pm 7 \end{aligned}$$

چون A عدد صحیح مثبت است، پس $A=7$.

$$\begin{matrix} 2, 3, 3, 5, 6, 6, 6, 7, 9, 10, 10 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ Q_1 \quad Q_2 \quad Q_3 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \text{داده‌های داخل جعبه} \Rightarrow \{5, 6, 6, 6, 7\} \Rightarrow \bar{x} = \frac{5+6+6+6+7}{5} = 6$$

$$\sigma^2 = \frac{1+0+0+0+1}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{2}{5}} = 0.63$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{\frac{2}{5}}}{6} = \frac{0.63}{6} = 0.105$$

$$\text{می‌دانیم} \Rightarrow \sum f_i \times (x_i - \bar{x}) = 0$$

$$\Rightarrow 10 \times (-3) + 7 \times (-2) + 2 \times (0) + 6 \times 2 + 6 \times 3 + 5 \times 4 = -30 - 14 + 0 + 12 + 18 + 20 = 0 \Rightarrow x = 3$$

می‌دانیم داده‌ای که مقدار آن برابر میانگین است، انحراف آن از میانگین برابر صفر است پس زاویه مرکزی آن در نمودار دایره‌ای برابر:

$$\frac{\alpha}{360} = \frac{2}{33} \Rightarrow \alpha = \frac{72^\circ}{33}$$

از طرفی زاویه مرکزی در نمودار دایره‌ای مربوط به داده با بیشترین فراوانی برابر است با:

$$\frac{\beta}{360} = \frac{360^\circ}{33} \Rightarrow \beta = \frac{360^\circ}{33}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} = \frac{1}{5}$$

۳۶ ۲

قرینه نسبت به مبدأ

$$-f(-x) + 2 = f(x) \Rightarrow (2x+1)^2 = -(-2x+1)^2 + 2$$

انتقال ۲ واحد به بالا

$$\Rightarrow 4x^2 + 4x + 1 + 4x^2 - 4x + 1 = 2 \Rightarrow 8x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

دو تابع در $x=0$ مشترک هستند.

۴۵ ۱ صفرهای تابع $y = 2f(3 - \frac{3x}{4})$ اعداد $x = 1$ و $x = -4$ هستند.

بنابراین صفرهای تابع $y = f(x)$ را به صورت زیر به دست می آوریم:

$$\begin{cases} 3 - \frac{3}{4}(-4) = 3 + 3 = 6 \\ 3 - \frac{3}{4}(1) = \frac{9}{4} \end{cases}$$

بنابراین صفرهای تابع $-3f(3-2x)$ به صورت زیر خواهند بود.

$$\begin{cases} \frac{6-3}{-2} = -\frac{3}{2} \\ \frac{9-3}{-2} = -\frac{3}{2} = \frac{3}{\lambda} \end{cases}$$

بنابراین تابع $-3f(3-2x)$ بر $x + \frac{3}{\lambda}$ و $x - \frac{3}{\lambda}$ بخش پذیر است. یعنی

تابع $-3f(3-2x)$ بر عبارت های $2x+3$ و $8x-3$ و در نتیجه بر عبارت $16x^2 - 9 = (4x+3)(4x-3)$ بخش پذیر خواهد بود.

۴۶ ۲ اگر $A^T = O$ آن گاه اگر $n \geq 2$ باشد، $A^n = O$ (ماتریس پوچ توان)

$$(2A+I)^T = 9A^T + 6A + I^T = 6A + I$$

$$(2A+I)^T = (6A+I)^T = 36A^T + 12A + I^T = 12A + I$$

$$B^T = B \times B = (BA)B = B(AB) = BA = B \quad 47 \quad 4$$

اگر $B^T = B$ باشد، به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ داریم $B^n = B$

$$(2B^T - B + I)^T = (2B - B + I)^T = (B + I)^T$$

$$= B^T + 2B^T + 2B + I = 7B + I$$

۴۸ ۴ روش اول:

نکته: در ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ رابطه $A^T = (a+d)A - (ad-bc)I$ برقرار است، بنابراین:

$$A^T = -4A - I \xrightarrow{-A} A^T = -4A^T - A$$

$$\Rightarrow A^T = -4(-4A - I) - A = 16A + 4I - A = 15A + 4I$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 15 \\ \beta = 4 \end{cases} \Rightarrow \alpha^T - \beta^T = 15^T - 4^T = 209$$

روش دوم:

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 8 \\ -12 & 19 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} -5 & 8 \\ -12 & 19 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & -30 \\ 45 & -71 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\alpha A + \beta I = \begin{bmatrix} \alpha & -2\alpha \\ 3\alpha & -5\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha + \beta & -2\alpha \\ 3\alpha & -5\alpha + \beta \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \alpha = 15, \beta = 4 \Rightarrow \alpha^T - \beta^T = 209$$

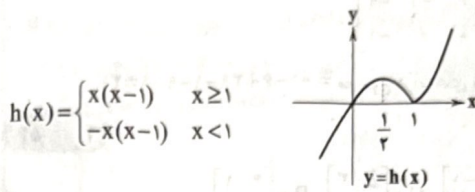
۴۹ ۲

$$BA = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ b & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & a \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3a+2 \\ 2b+3 & ab-9 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{قطری}} \begin{cases} 3a+2=0 \Rightarrow a=-\frac{2}{3} \\ 2b+3=0 \Rightarrow b=-\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow ab = \frac{3}{2}$$

۴۲ ۳ تابع $h(x)$ غیر یکنواست، نمودار آن را ببینید:



بررسی سایر گزینه ها:

$$1) f(x) = \begin{cases} 3x & x \geq 0 \\ x & x < 0 \end{cases}$$



$$2) g(x) = -\log(1-x) + 1$$

چون تابع لگاریتم یکنواست، انتقال و تبدیل آن نیز یکنواست.

$$4) m(x) = \sqrt[3]{x-1} + x$$

هر دو تابع $y = x$ و $y = \sqrt[3]{x-1}$ صعودی اند، پس $m(x)$ هم صعودی است.

۴۳ ۳ اگر خارج قسمت تقسیم $f(x-1)$ بر $x^2 - x - 2$ را $Q(x)$ بنامیم، رابطه تقسیم را بدین صورت می نویسیم:

$$f(x-1) = (x^2 - x - 2)Q(x) + 2x + 1$$

ریشه های معادله $x^2 - x - 2 = 0$ یعنی $x = 2$ و $x = -1$ را در رابطه تقسیم جایگذاری می کنیم.

$$x = -1 \Rightarrow f(-2) = -1$$

$$x = 2 \Rightarrow f(1) = 5$$

باقی مانده تقسیم $f(x+1)$ بر $x^2 + 3x$ را $r(x) = ax + b$ و خارج قسمت $q(x)$ فرض می کنیم. داریم:

$$f(x+1) = (x^2 + 3x)q(x) + ax + b$$

ریشه های معادله $x^2 + 3x = 0$ یعنی $x = 0$ و $x = -3$ را در این رابطه جایگذاری می کنیم.

$$x = 0 \Rightarrow f(1) = b \Rightarrow b = 5$$

$$x = -3 \Rightarrow f(-2) = -3a + b \Rightarrow -3a + 5 = -1 \Rightarrow a = 2$$

بنابراین باقی مانده تقسیم برابر است با:

$$r(x) = ax + b = 2x + 5$$

۴۴ ۴ تابع درجه سوم که اکیداً صعودی بوده و در نقطه $A(\alpha, \beta)$ بر خطی به موازات محور x مماس باشد به صورت

$$f(x) = a(x-\alpha)^3 + \beta$$

می باشد، پس:

$$f(x) = a(x-2)^3 + 1 \xrightarrow{\text{از مبدأ می گذرد}} 0 = a(-2)^3 + 1 \Rightarrow a = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{8}(x-2)^3 + 1$$

اکنون برای یافتن ریشه های معادله $f(x) + 1 = 0$ داریم:

$$\frac{1}{8}(x-2)^3 + 1 + 1 = 0 \Rightarrow (x-2)^3 = -16$$

$$\Rightarrow x-2 = -2\sqrt[3]{2} \Rightarrow x = 2-2\sqrt[3]{2}$$

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} -1 & -6 & 39 \\ 0 & -1 & -9 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$X \text{ مجموع درایه های ماتریس } = -1 - 6 + 39 - 1 - 9 - 1 = 21$$

۴ ۵۴

$$D = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$$

$$|B| = 8 - 7 = 1 \Rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{bmatrix}$$

$$|C| = 10 - 6 = 4 \Rightarrow C^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A = B^{-1}DC^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -16 & 27 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 31 & -50 \\ -113 & 183 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه های } A = 51$$

۲ ۵۵

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 20 \end{bmatrix} \Rightarrow -3x + y = 2$$

فیزیک



۴ ۵۶ جهت میدان مغناطیسی درون یک آهن ربا خلاف جهت میدان مغناطیسی در خارج آهن ربا است، بنابراین جهت میدان مغناطیسی درون کره زمین خلاف جهت میدان مغناطیسی در خارج آن است. قطب شمال مغناطیسی (N) زمین در جنوب جغرافیایی آن قرار دارد، بنابراین در خارج کره زمین جهت میدان مغناطیسی به سمت شمال جغرافیایی و درون آن به سمت جنوب جغرافیایی (قطب جنوب) می باشد.

۴ ۵۷ هنگامی که قطب های همنام در مجاورت هم قرار می گیرند، خطوط هم را می رانند؛ بنابراین خطوط میدان به شکل گزینۀ (۴) در می آیند.

۴ ۵۸ با توجه به رابطه بزرگی نیروی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی یکنواخت داریم:

$$F = |q|vB\sin\theta \Rightarrow$$

$$F_1 = |q|v_1B_1\sin 90^\circ = 2 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^5 \times 3 \times 10^{-2} \times 1 = 18 \text{ N}$$

$$F_2 = |q|v_2B_2\sin 90^\circ = 2 \times 10^{-2} \times 4 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-2} = 32 \text{ N}$$

$$\Rightarrow F_T = F_2 - F_1 = 32 - 18 = 14 \text{ N}$$

۵۰ ۱ شرط آن که دستگاه بی شمار جواب داشته باشد:

$$\frac{a-2}{a} = \frac{b-1}{2b} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{a-2}{a} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3a - 6 = 2a \Rightarrow a = 6$$

$$\frac{b-1}{2b} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3b = 4b - 2 \Rightarrow b = -2$$

$$a + b = 6 - 2 = 4$$

۲ ۵۱

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow B = (B^{-1})^{-1} = \frac{1}{9-8} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$2B^{-1}A^{-1} + 2I = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow 2B^{-1}A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\times \frac{1}{2}} B^{-1}A^{-1} = \begin{bmatrix} 0.5 & 2 \\ 1 & 0.5 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{طرفین از چپ } B \times}$$

$$\frac{BB^{-1}A^{-1}}{I} = B \begin{bmatrix} 0.5 & 2 \\ 1 & 0.5 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 1.5 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 1.5 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} + B = \begin{bmatrix} 4.5 & 8 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.5 & 8 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{حاصل ضرب درایه های قطر اصلی} = 4 \times 4 = 16$$

۳ ۵۲

$$(*) \frac{m-2}{3} = \frac{2}{m+3} \neq \frac{1}{m}$$

$$m^2 + m - 6 = 6$$

$$m^2 + m - 12 = 0 \Rightarrow (m+4)(m-3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -4 \\ m = 3 \end{cases} \text{ (با توجه به تساوی } (*) \text{ غرضی قق)}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

۲ ۵۳

$$A^T = A^T \times A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \vec{0} \Rightarrow A^T + I = I$$

$$\Rightarrow (A+I)(A^T - A + I) = I \quad (*)$$

$$AX + X = 2A^T - 4A - I$$

$$\Rightarrow (A+I).X = 2A^T - 4A - I \xrightarrow{\times (A^T - A + I)}$$

$$\frac{(A^T - A + I)(A+I)X}{I} = \frac{(A^T - A + I)(2A^T - 4A - I)}{I}$$

$$\xrightarrow{(*)} X = \frac{2A^T}{\vec{0}} - \frac{4A^T}{\vec{0}} - \frac{A^T}{\vec{0}} + \frac{4A^T}{\vec{0}} + \frac{A}{\vec{0}} + \frac{2A^T}{\vec{0}} - \frac{4A}{\vec{0}} - \frac{I}{\vec{0}}$$

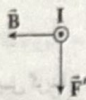
$$\Rightarrow X = 6A^T - 2A - I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 36 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -6 & -2 \\ 0 & 0 & -9 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$F = I B \sin \alpha$$

$$F = 2N, I = 20A \rightarrow 2 = 20 \times 0.1 \times B \times \sin 90^\circ \Rightarrow B = 1T$$

$$\alpha = 90^\circ, \ell = 0.1m$$

با استفاده از قاعده دست راست، جهت جریان به صورت زیر به دست می آید:



بنابراین جریان از A به B است.

۶۵ ابتدا تعداد دورهای سیمولوله را به دست می آوریم:

$$N = \frac{L}{2\pi r} \quad L = 72m, r = 0.07m \rightarrow N = \frac{72}{2 \times 3.14 \times 0.07} \Rightarrow N = 600$$

شدت جریان عبوری از سیمولوله برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{12}{2 + 1} = 2A$$

و در نهایت بزرگی میدان مغناطیسی درون سیمولوله برابر است با:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{\ell} \Rightarrow B = \frac{1.25 \times 10^{-6} \times 600 \times 2}{0.6} = 2.5 \times 10^{-4} T$$

$$\Rightarrow B = 2.5mT$$

۶۶ ابتدا به کمک رابطه $B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$ بزرگی میدان مغناطیسی را

روی محور اصلی هر یک از سیمولوله‌ها به طور جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$B_A = \mu_0 \frac{N_A}{\ell} I_A = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{200 \times 10}{1} = 4\pi \times 10^{-7} \times 2 \times 10^3$$

$$\Rightarrow B_A = 8\pi \times 10^{-4} T = 8\pi G$$

$$B_B = \mu_0 \frac{N_B}{\ell} I_B = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{250 \times 4}{1} = 4\pi \times 10^{-7} \times 10^3$$

$$\Rightarrow B_B = 4\pi \times 10^{-4} T = 4\pi G$$

به کمک قاعده دست راست، جهت میدان سیمولوله‌ها را تعیین می‌کنیم. با توجه به جهت جریان‌ها جهت میدان سیمولوله‌های A و B به ترتیب به سمت راست و چپ می‌باشد. چون شدت میدان سیمولوله A بیشتر است، بنابراین میدان مغناطیسی برآیند نیز هم‌جهت با میدان سیمولوله A یعنی به سمت راست می‌باشد، بنابراین بزرگی برآیند میدان‌های مغناطیسی برابر است با:

$$B_T = B_A - B_B = 8\pi - 4\pi = 4\pi G$$

۶۷ از رابطه سیمولوله تعداد دورهای آن را محاسبه می‌کنیم:

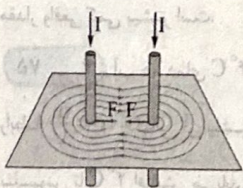
$$B = \frac{\mu_0 N I}{\ell} \Rightarrow 2/4 \times 10^{-2} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times N \times 4}{0.4}$$

$$\Rightarrow N = \frac{0.4 \times 2/4 \times 10^{-2}}{4\pi \times 10^{-7} \times 4} \Rightarrow N = \frac{6000}{\pi}$$

چون سیمولوله آرمانی است، طول سیم برابر است با:

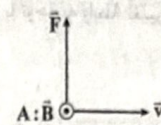
$$N = \frac{L}{2\pi r} \Rightarrow L = N(2\pi r) \Rightarrow L = \frac{6000}{\pi} \times 2\pi \times 0.02 \Rightarrow L = 240m$$

۶۸ اگر جریان‌ها هم‌جهت باشند:



۵۹ ذرات در جهت نیروی مغناطیسی که به آن‌ها وارد می‌شود،

منحرف می‌شوند. طبق رابطه $F = |q| v B \sin \theta$ چون بار الکتریکی ذره B صفر است، پس نیرویی به آن وارد نمی‌شود و بدون انحراف از میدان عبور می‌کند. جهت نیروی وارد بر ذرات A و C را به کمک قاعده دست راست تعیین می‌کنیم:



همان‌طور که مشاهده می‌کنیم ذره A به

سمت بالا و ذره C به سمت پایین منحرف

می‌شود:



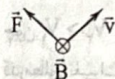
۶۰ بردار سرعت پروتون متطبق بر صفحه است و میدان عمود بر

صفحه می‌باشد، پس زاویه بین $\vec{v}$ و $\vec{B}$ برابر با 90° است:

$$F = |q| v B \sin \theta \Rightarrow F = 1.6 \times 10^{-19} \times 10 \times 500 \times 10^{-3} \times \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow F = 8 \times 10^{-20} N$$

برای تعیین جهت نیرو از قاعده دست راست استفاده می‌کنیم:



۶۱ ابتدا اندازه نیرویی که از طرف میدان مغناطیسی به ذره باردار

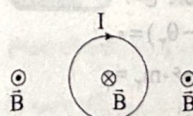
متحرک وارد می‌شود را محاسبه کرده و بعد با استفاده از قانون دوم نیوتون شتاب ذره را به دست می‌آوریم، بنابراین:

$$\begin{cases} F = |q| v B \sin \theta \\ F = ma \end{cases} \Rightarrow ma = |q| v B \sin \theta \Rightarrow a = \frac{|q| v B \sin \theta}{m}$$

$$\frac{\theta = 90^\circ}{\sin 90^\circ = 1} \Rightarrow a = \frac{40 \times 10^{-6} \times 2000 \times 5 \times 10^{-3}}{100 \times 10^{-6}} \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

۶۲ جهت جریان، هم‌جهت با حرکت فرضی بارهای مثبت و مخالف

جهت حرکت الکترون است، پس جریان در حلقه ساعتگرد است، پس طبق قاعده دست راست داریم:



۶۳ زاویه میان راستای میدان

مغناطیسی و سیم حامل جریان، هر مقداری

می‌تواند داشته باشد، ولی نیرو همواره بر

میدان مغناطیسی و راستای سیم حامل

جریان، عمود است.

۶۴ پس از بستن کلید K، ترازو عدد کم‌تری را نشان می‌دهد،

بنابراین از طرف سیم حامل جریان به مجموعه آهنربا به سمت بالا نیروی $\vec{F}$ وارد می‌شود و اندازه این نیرو برابر با اختلاف وزنی می‌باشد که ترازو در حالت

$$F = W_1 - W_2 = 10 - 8 = 2N$$

اول و دوم نشان می‌دهد، بنابراین:

واکنش این نیرو به سمت پایین از طرف میدان مغناطیسی به سیم وارد می‌شود. اگر این واکنش را با $\vec{F}'$ نشان دهیم، داریم:

$$|\vec{F}'| = |\vec{F}| = 2N$$

۷۶ ۴ با توجه به رابطه انبساط طولی برای افزایش شعاع کره داریم:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta \Rightarrow 2 \times 10^{-1} = 100 \times \alpha \Delta \theta$$

$$\Rightarrow \alpha \Delta \theta = \frac{2}{100} (*)$$

با توجه به رابطه تغییرات چگالی برحسب افزایش دما داریم:

$$\rho_r = \rho_l (1 - \beta \Delta \theta) \Rightarrow \Delta \rho = -\rho_l \beta \Delta \theta$$

$$\xrightarrow{\beta = 3\alpha} \Delta \rho = -\rho_l 3\alpha \Delta \theta$$

$$\xrightarrow{(*)} \Delta \rho = -\rho_l \times 3 \times \frac{2}{100} \Rightarrow \Delta \rho = -\frac{6}{100} \rho_l$$

بنابراین درصد تغییرات چگالی کره برابر است با:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_l} \times 100 = -\frac{6}{100} \times 100 = -6\%$$

بنابراین چگالی کره ۶ درصد کاهش می‌یابد.

۷۷ ۱ طبق رابطه $\Delta V = V_0 3\alpha \Delta \theta$ ، اندازه تغییر حجم با حجم

اولیه نیز متناسب است، بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta V = V_r - V_l \quad \text{وقتی دما } \theta \text{ درجه سلسیوس افزایش می‌یابد.}$$

$$\Rightarrow \Delta V = V_l 3\alpha \theta$$

$$\Delta V' = V_r - V_p \quad \text{وقتی دما } \theta \text{ درجه سلسیوس کاهش می‌یابد.}$$

$$\Rightarrow \Delta V' = V_p 3\alpha (-\theta) \Rightarrow |\Delta V'| = V_p 3\alpha \theta$$

چون $V_p > V_l$ است، بنابراین قدرمطلق تغییرات حجم در حالت دوم، بزرگ‌تر از قدرمطلق تغییرات حجم در حالت اول است و این نشان می‌دهد که میزان کاهش

حجم در حالت دوم، بیشتر از افزایش حجم در حالت اول است، بنابراین: $V_p < V_l$

۷۸ ۴ انبساط ظرف برابر است با:

$$\Delta V_{\text{ظرف}} = V_l 3\alpha \Delta \theta = 400 \times 3 \times 9 \times 10^{-6} \times (60 - 20) = 4/32 \times 10^{-1} \text{ cm}^3$$

انبساط مایع برابر است با:

$$\Delta V_{\text{مایع}} = V_l \beta \Delta \theta \Rightarrow \Delta V_{\text{مایع}} = 400 \times \beta \times (60 - 20) = 16000 \beta$$

حجم مایع سرریز شده برابر است با:

$$\Delta V_{\text{مایع}} - \Delta V_{\text{ظرف}} = 16000 \beta - 4/32 \times 10^{-1} = 0/8 \Rightarrow 16000 \beta = 1/222$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{1/222}{16000} = 7/7 \times 10^{-5} \frac{1}{K}$$

۷۹ ۳ جمع جبری گرمای مبادله شده باید صفر باشد، بنابراین:

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1 c_1 (\theta_c - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta_c - \theta_2) = 0$$

$$\Rightarrow m_1 (20 - 18) + m_2 (20 - 10) = 0 \Rightarrow 12m_1 - 60m_2 = 0$$

$$\Rightarrow 12m_1 = 60m_2 \Rightarrow m_1 = 5m_2$$

$$m_1 + m_2 = 102 \Rightarrow 5m_2 + m_2 = 102 \Rightarrow 6m_2 = 102$$

$$\Rightarrow m_2 = 17g \Rightarrow m_1 = 85g$$

۸۰ ۳ مقدار گرمای لازم برای آن که آب موردنظر به دمای $100^\circ C$

تبدیل شود برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 2 \times 4200 \times (100 - 20) = 672000 J$$

۲۰٪ اتلاف انرژی داریم، یعنی بازده کتری برقی 80% درصد است، در نتیجه داریم:

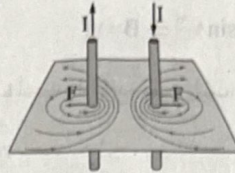
$$\frac{Q_{\text{مفید}}}{Q_{\text{کل}}} \times 100 = 80 \Rightarrow \frac{672000}{Q_{\text{کل}}} \times 100 = 80$$

$$\Rightarrow Q_{\text{کل}} = 840000 J$$

با توجه به رابطه توان داریم:

$$Q_{\text{کل}} = P \Delta t \Rightarrow 840000 = 800 \times \Delta t = 1050 s = 17/5 \text{ min}$$

اگر جریان‌ها خلاف جهت هم باشند:



پس گزینه (۱) درست است.

۶۹ ۲ به جز عبارت «الف» بقیه عبارت‌ها صحیح هستند. مس یک

ماده دیامغناطیسی است، در حالی که برای ساخت آهن‌ربای موقت از مواد فرومغناطیسی نرم مانند آهن استفاده می‌شود.

۷۰ ۱ مواد فرومغناطیسی را می‌توان با قرار دادن در یک میدان

مغناطیسی آهن‌ربا کرد. اثر میدان مغناطیسی خارجی بر حوزه‌های مغناطیسی باعث می‌شود که دوقطبی‌های مغناطیسی هر حوزه تحت تأثیر میدان مغناطیسی قرار گیرند و جهت آن‌ها به جهت میدان خارجی متمایل شود. به این ترتیب، حوزه‌هایی که نسبت به میدان همسو هستند، رشد می‌کنند و حجم‌شان زیاد می‌شود. از سوی دیگر حجم حوزه‌هایی که سمت‌گیری آن‌ها در راستای میدان نیست، کم می‌شود.

با توضیحات بالا مشخص است که تنها گزینه‌های (۱) و (۳) مواد فرومغناطیسی را در حضور میدان مغناطیسی خارجی نمایش می‌دهند و واضح است که در گزینه (۱) میدان مغناطیسی، ضعیف است و در گزینه (۳) میدان مغناطیسی، قوی می‌باشد.

۷۱ ۴ طبق متن کتاب درسی، هر مشخصه قابل اندازه‌گیری که با

دما تغییر کند، کمیت دماسنجی نامیده می‌شود.

۷۲ ۳ طبق اطلاعات داده شده در سؤال و رابطه بین مقیاس‌های

فازنهایت و سلسیوس داریم:

$$F_r = F_l + \frac{5}{9} F_l \Rightarrow F_r = \frac{15}{9} F_l$$

$$\xrightarrow{F_l = \frac{9}{5} \theta + 32} \xrightarrow{\theta_r = 3\theta_l} \frac{9}{5} (3\theta_l) + 32 = \frac{15}{9} \left(\frac{9}{5} \theta_l + 32 \right) \Rightarrow \theta_l = 6^\circ C$$

۷۳ ۳ برای پاسخ به این سؤال فرض

می‌کنیم که یک دماسنج به دو شیوه

تقسیم‌بندی شده است:

$$\begin{aligned} B \quad x \quad 20^\circ C \quad B' \\ C \quad 10^\circ C \quad C' \end{aligned} \quad \frac{BC}{AC} = \frac{B'C'}{A'C'} \Rightarrow \frac{x-10}{90-10} = \frac{20-10}{100-10}$$

$$\Rightarrow \frac{x-10}{80} = \frac{20}{90} \Rightarrow x-10 = 16 \Rightarrow x = 26$$

۷۴ ۲

$$\begin{cases} Q = Pt \\ Q = mc\Delta\theta \end{cases} \Rightarrow Pt = mc_{\text{فلز}} \Delta\theta \Rightarrow c_{\text{فلز}} = \frac{Pt}{m\Delta\theta}$$

$$\Rightarrow c_{\text{فلز}} = \frac{100 \times 55}{0/5 \times 20} = \frac{5500}{10} = 550 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$$

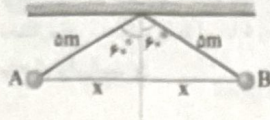
چون بخشی از گرمای گرمکن تلف می‌شود، بنابراین مقدار به دست آمده از مقدار واقعی کمی بیشتر است.

۷۵ ۴ آب در دمای $4^\circ C$ حجمش کمینه است و در نتیجه طبق

رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ ، چگالی آن بیشینه است، پس چگالی آب از صفر درجه

سلسیوس تا $4^\circ C$ افزایش می‌یابد و از $4^\circ C$ به بالا کاهش پیدا می‌کند.

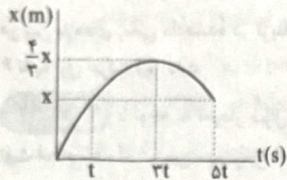
بنابراین جابه‌جایی آونگ در این بازه زمانی برابر است با:



$$\sin 60^\circ = \frac{x}{l} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{l} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2} l$$

$$\text{بنابراین: } \text{جابه‌جایی} = 2x = \sqrt{3} l$$

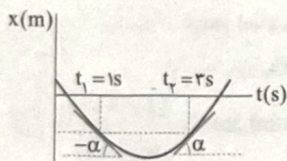
۸۷ با استفاده از خواص سهمی داریم:



$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{\frac{x}{2} + x}{4t - 0} = \frac{\frac{3x}{2}}{4t} = \frac{3x}{8t} \Rightarrow \frac{x}{t} = \frac{8}{3} s$$

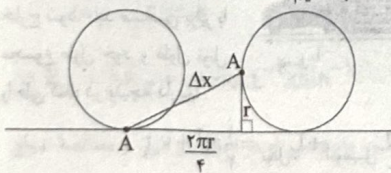
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{3x}{2} - x}{4t - t} = \frac{\frac{x}{2}}{3t} = \frac{x}{6t} \Rightarrow v_{av} = \frac{1}{6} \frac{x}{t} = \frac{1}{6} \times \frac{8}{3} = \frac{4}{9} \frac{m}{s}$$

۸۸ مقدار شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در لحظه t_1 و t_2 با هم برابر است. یعنی سرعت در لحظه‌های t_1 و t_2 با هم برابر بوده و قرینه یکدیگر هستند. در این صورت با استفاده از رابطه محاسبه شتاب متوسط می‌توان نوشت:



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow |a| = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow v_1 = -a(t_2 - t_1) = -a(3 - 1) = -2a$$

۸۹ با غلتیدن حلقه به اندازه $\frac{1}{4}$ دور، حلقه به اندازه $\frac{1}{4}$ محیطش جلو رفته و نقطه A مطابق شکل زیر به مکان ثانویه‌اش منتقل می‌شود که می‌توانیم جابه‌جایی آن را محاسبه کنیم:



$$|\Delta x| = \sqrt{\left(\frac{\pi r}{2}\right)^2 + r^2} = \sqrt{\frac{\pi^2 r^2}{4} + r^2} = \frac{\sqrt{\pi^2 + 4}}{2} r = \frac{\sqrt{13}}{2} r = \frac{\sqrt{13}}{2} \times 4m = 2\sqrt{13}m$$

$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{2\sqrt{13}}{\sqrt{13}} = 2 \frac{m}{s}$$

بنابراین:

۹۰ مسافت طی شده ۴۰m است، ولی جابه‌جایی متحرک می‌تواند از ۴۰m تا ۴۰m هر مقداری داشته باشد، بنابراین سرعت متوسط می‌تواند هر مقداری باشد.

$$\begin{cases} d = +40m \Rightarrow v_{av} = \frac{40}{4} = 10 \frac{m}{s} \\ d = -40m \Rightarrow v_{av} = \frac{-40}{4} = -10 \frac{m}{s} \\ d = 0 \Rightarrow v_{av} = 0 \end{cases}$$

۸۱ گرمای نهان تبخیر آب (L_v) با افزایش دمای آب کاهش می‌یابد.

۸۲ ابتدا مقدار گرمایی که آب ۸۰۰g آب ۱۰°C باید از دست بدهد تا به آب ۰°C تبدیل شود را به دست می‌آوریم.

$$|Q_1| = |mc\Delta\theta| = 0.8 \times 4200 \times (0 - 10) = -33600 J = -33.6 kJ$$

$$100/4 - 33.6 = 66.4 kJ$$

بنابراین:

حال باید ببینیم گرفتن ۶۶/۸kJ گرما از آب ۰°C سبب انجماد چند گرم آب می‌شود، در نتیجه داریم:

$$|Q_2| = m' L_F \Rightarrow 66.8 \times 1000 = m' \times 334000$$

$$\Rightarrow m = \frac{668000}{334000} = 2 kg = 2000g$$

$$\frac{2000}{1000} \times 100 = 20\%$$

بنابراین:

۸۳ با توجه به گرمای مبادله‌شده می‌توان جرم یخ ذوب‌شده را حساب کرد:

$$m L_v + mc\Delta T = m' L_F$$

$$\Rightarrow 0.2 \times 23 \times 10^5 + 0.2 \times 4200 \times 100 = m' \times 3/4 \times 10^5$$

$$\Rightarrow 4/6 \times 10^5 + 8/4 \times 10^4 = m' \times 3/4 \times 10^5$$

$$\Rightarrow 5/4 \times 10^5 = m' \times 3/4 \times 10^5 \Rightarrow m' = 1/6 kg$$

در این صورت جرم آب موجود در گرماسنج برابر است با:

$$m_T = 1600 + 200 = 1800g$$

۸۴ رادیومتر وسیله‌ای برای مقایسه شدت نور می‌باشد نه شدت گرمای ساطع‌شده!

۸۵ آب در دمای ۱۰۰°C با گرفتن گرما از مس، شروع به بخار شدن می‌کند. در این صورت می‌توان نوشت:

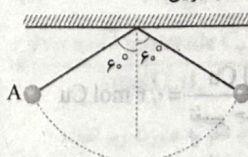
$$Q_V = Q_{ms} \Rightarrow m L_v = mc\Delta\theta \Rightarrow 10 \times 2256 = 564 \times 0/4 \times \Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = 100^\circ C \Rightarrow \theta_f - \theta = -100 \Rightarrow \theta = 200^\circ C$$

اکنون برای تبدیل دما به درجه فارنهایت می‌توان نوشت:

$$F = 1/80 + 32 = 1/8 \times 200 + 32 = 392^\circ F$$

۸۶ با توجه به شکل زیر می‌بینیم که آونگ بر روی یک دایره به شعاعی برابر با طول آونگ حرکت می‌کند. در جابه‌جایی از نقطه A تا نقطه B آونگ کمان ۱۲۰° را طی کرده است، یعنی مسافت طی‌شده توسط آونگ بر روی محیط دایره برابر با ثلث محیط دایره است، بنابراین:



(محیط): $\frac{1}{3}$ مسافت طی‌شده

$$\Rightarrow 10 = \frac{1}{3} (2\pi r) = \frac{1}{3} (2 \times \frac{\pi}{3} \times r)$$

$$\Rightarrow 2r = 10 \Rightarrow r = 5m$$

۹۵ ۴ جابه جایی و سرعت خودرو را پس از ۱۲۵ حساب می کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times (12)^2 = 144 \text{ m}$$

$$v = at + v_0 = 2 \times 12 = 24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

کامیون ۲۵ پیش از لحظه ای که خودرو حرکت کرده است با سرعت ثابت از کنار آن گذشته است. در این صورت داریم:

$$\Delta x' = v\Delta t = 15 \times 14 = 210 \text{ m}$$

بنابراین در مدت زمان حرکت با شتاب ثابت خودرو، کامیون و خودرو یکدیگر را ملاقات نکرده اند.

پس از حرکت خودرو با سرعت ثابت داریم:

$$\begin{cases} x_1 = 24t + 144 \\ x_2 = 15t + 210 \Rightarrow 24t + 144 = 15t + 210 \Rightarrow 9t = 66 \Rightarrow t = \frac{22}{3} \text{ s} \\ x_1 = x_2 \end{cases}$$

در این صورت مکان به هم رسیدن آن ها برابر است با:

$$x_2 = 15 \times \left(\frac{22}{3}\right) + 210 = 320 \text{ m}$$

شیمی

۹۶ ۱ فقط عبارت نخست درست است.

بررسی عبارت های نادرست:

• بنزوئیک اسید جزو افزودنی های صنایع غذایی محسوب می شود اما به عنوان نگه دارنده به مواد خوراکی افزوده می شود.

• در ساختار شماری از کربوکسیلیک اسیدها، بیش از یک گروه عاملی COOH وجود دارد.

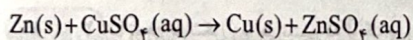
• نسبت شمار جفت الکترون های پیوندی به شمار جفت الکترون های ناپیوندی مولکول بنزوئیک اسید (C_6H_5COOH) برابر با $4/75$ است:

$$\text{شمار جفت الکترون های پیوندی} = \frac{7(4) + 6(1) + 2(2)}{2} = 19$$

$$= 2(2) = 4 \quad (\text{شمار اتم های اکسیژن}) = \text{شمار جفت الکترون های ناپیوندی}$$

$$\Rightarrow \frac{19}{4} = 4/75$$

۹۷ ۱



به ازای مصرف یک مول فلز روی (65 g Zn)، یک مول فلز مس (64 g Cu) تولید شده و یک گرم از جرم تیغه کاسته می شود. حال اگر فقط $62/5\%$ از مس تولید شده بر سطح تیغه بنشیند، تغییر جرم تیغه برابر است با:

$$(65) - \left(\frac{62/5}{100} \times 64\right) = 25 \text{ g}$$

$$? \text{ mol Cu} = 10 \text{ g جرم} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{25 \text{ g جرم تغییر}} = 0/4 \text{ mol Cu}$$

$$\bar{R}_{Cu} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{0/4 \text{ mol}}{4 \text{ min}} = 0/1 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

۹۸ ۳ افزودن کاتالیزگر و یا بازدارنده به سامانه واکنش، مقدار نهایی

فراورده را تغییر نمی دهد. بنابراین منحنی های B و E نمی توانند درست باشند. کاتالیزگر، شیب منحنی را افزایش و بازدارنده، شیب منحنی را کاهش می دهد.

۹۱ ۴ اگر سرعت متوسط متحرکی در یک بازه زمانی صفر باشد،

لحظه توقف متحرک، وسط این بازه زمانی قرار می گیرد. بنابراین لحظه توقف متحرک برابر است با:

$$\begin{cases} x = t^2 - 6t + 8 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow v = -6 \frac{\text{m}}{\text{s}}, a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

بنابراین:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 6 \xrightarrow{v=0} 2t - 6 = 0 \Rightarrow t = 3 \text{ s}$$

در بین بازه های زمانی داده شده، لحظه $t = 3 \text{ s}$ در وسط بازه زمانی ۶ ثانیه اول حرکت قرار دارد.

۹۲ ۲ با توجه به نمودار سؤال، در ۸ متر ابتدایی، حرکت با سرعت ثابت انجام شده است، پس مدت زمان انجام این حرکت برابر است با:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 4 = \frac{8}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 2 \text{ s}$$

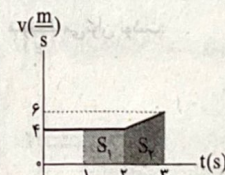
قسمت دوم حرکت، با شتاب ثابت انجام شده است. در این صورت می توان نوشت:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v_2^2 - (4)^2 = 2 \times 2 \times 5 \Rightarrow v_2^2 = 36 \Rightarrow v_2 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون مدت زمان حرکت با شتاب ثابت را به دست می آوریم:

$$v_2 = at + v_1 \Rightarrow 6 = 2t + 4 \Rightarrow t = 1 \text{ s}$$

برای محاسبه تندی متوسط متحرک در مدت زمان داده شده، نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می کنیم:



$$\begin{cases} S_1 = l_1 = 4 \times 2 = 8 \text{ m} \\ S_2 = l_2 = \frac{1}{2} \times (4 + 6) \times 1 = 5 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{9}{3} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۹۳ ۲ برای این که اتومبیل به طور کامل از تونل خارج شود، باید مسافتی برابر با مجموع طول خود و طول تونل را طی کند، در نتیجه داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow L_{\text{تونل}} + L_{\text{اتومبیل}} = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 5 + L_{\text{تونل}} = \frac{1}{2} \times 2 \times (10)^2 + (20 \times 10) \Rightarrow L_{\text{تونل}} = 295 \text{ m}$$

۹۴ ۲ مدت زمان واکنش راننده $0/5 \text{ s}$ است. بنابراین در این مدت زمان خودرو با تندی ثابت حرکت کرده است.

$$\Delta x_{\text{واکنش}} = v\Delta t = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{0/5 \text{ s}}{3600} \rightarrow \Delta x = 20 \times 0/5 = 10 \text{ m}$$

حال راننده با شتاب ثابت $5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ اقدام به کاهش تندی خودرو کرده است تا آن را متوقف کند.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 400 = 2 \times (-5) \times \Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x = 40 \text{ m}$$

بنابراین مسافت طی شده برای این که خودرو متوقف گردد برابر با 50 m است.

۱۰۵ ۲ پلیمر مورد نظر پلی استیرن $\{C_8H_8\}_n$ است.

$$2 \times 10^{-11} \text{ mol H} \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ atom H}}{1 \text{ mol H}} = 12000 \text{ atom H}$$

از آن جا که هر واحد تکرار شونده شامل ۸ اتم هیدروژن است، شمار واحدهای تکرار شونده برابر است با:

$$n = \frac{12000}{8} = 1500$$

۱۰۶ ۲ به جز تساوی «پ»، سایر تساوی ها درست هستند.

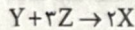
معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



غلظت مواد جامد مانند MnO_2 و مایع خالص مانند H_2O ثابت است و نمی توان سرعت را بر مبنای تغییرات غلظت آن ها تعریف و یا اندازه گیری کرد.

۱۰۷ ۳ به جز عبارت دوم سایر عبارت ها درست هستند.

مطابق نمودار، اندازه تغییرات شمار مول های X ، Y و Z به ترتیب برابر با ۲، ۴ و ۶ است. با توجه به این که فقط X به صورت صعودی (فراورده) است، می توان معادله زیر را برای این واکنش در نظر گرفت:



بررسی عبارت ها:

• به توضیحات بالا دقت کنید.

• سرعت متوسط واکنش برابر با سرعت متوسط مصرف Y است.

سرعت متوسط مصرف Z در ۴۰ ثانیه آغازی برابر است با:

$$\bar{R}_Z = \frac{|2-9| \text{ mol}}{\left(\frac{40}{60}\right) \text{ min}} = 9 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

با توجه به این که سرعت با گذشت زمان کاهش می یابد، سرعت متوسط مصرف Z در ۲۰ ثانیه آغازی بیشتر از ۹ مول بر دقیقه است.

مطابق نمودار سرعت متوسط مصرف Z پس از ۲۵ ثانیه برابر است با:

$$\bar{R}_Z = \frac{|5-9| \text{ mol}}{4 \text{ L} \times \left(\frac{25}{60}\right) \text{ min}} = 2/4 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_X = \frac{2}{3} \bar{R}_Z = 1/6 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

۱۰۸ ۴ بلانکت و گروه پژوهشی او در حال بررسی و مطالعه انواع

سردکننده ها بودند که به طور اتفاقی، تفلون کشف شد.

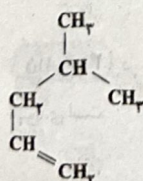
۱۰۹ ۳ • کلسترول، سلولز و روغن زیتون از سه عنصر C ، H و O

تشکیل شده اند.

• پلی استیرن یک هیدروکربن است.

• پلی وینیل کلرید از سه عنصر C ، H و Cl تشکیل شده است.

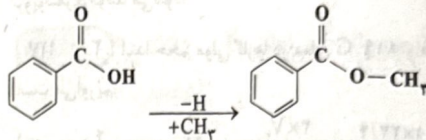
۱۱۰ ۴ مونومرهای سازنده پلیمر داده شده ۴- متیل -۱- پنتن نام دارد:



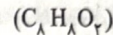
۹۹ ۲ عبارت های «ا» و «ب» درست هستند.

بررسی عبارت های نادرست:

ب) در بین ما به دلیل انجام واکنش های متنوع و پیچیده، رادیکال ها به وجود می آیند. مصرف مواد خوراکی حاوی لیکوپن، فعالیت رادیکال ها را کاهش می دهد.
ت) تمام شاخه های لیکوپن از نوع متیل هستند.

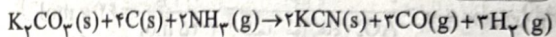


بنزواتیک اسید



$$\frac{\%C}{\%H} = \frac{8(12)}{8(1)} = 12$$

۱۰۱ ۳ معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



به ازای مصرف ۲ مول واکنش دهنده گازی شکل، ۶ مول فراورده گازی شکل تولید شده و ۴ مول گاز بر شمار مول های گازی درون سامانه افزوده می شود که معادل $4 \times 25 = 100$ لیتر است.

افزایش حجم (L) مول NH_3

$$\begin{bmatrix} 2 & 100 \\ x & 60 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 1/2 \text{ mol } NH_3$$

$$\bar{R}_{NH_3} = \frac{|\Delta n|}{\Delta t} = \frac{1/2 \text{ mol}}{\left(\frac{4}{60}\right) h} = 18 \text{ mol} \cdot h^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{1}{2} \bar{R}_{NH_3} = \frac{1}{2} \times 18 = 9 \text{ mol} \cdot h^{-1}$$

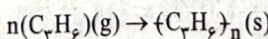
$$\bar{R}_C = 2 \bar{R}_{NH_3} = 2(18) = 36 \text{ mol} \cdot h^{-1}$$

$$36 \frac{\text{mol}}{h} = \frac{12 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{12 \text{ g}}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{6} h \equiv 10 \text{ min}$$

مدت زمان برای کامل شدن واکنش از آغاز برابر ۱۰ min بوده که پس از گذشت ۴ دقیقه، به ۶ دقیقه دیگر نیاز است.

۱۰۲ ۳ تمامی شکل ها مربوط به کاربردهای پلی اتن است. به جز کیسه

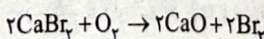
پلاستیکی که شفاف بوده و مربوط به پلی اتن شاخه دار است، سایر شکل ها مربوط به پلی اتن بدون شاخه می باشد.



$$\frac{75}{100} \times 8 \text{ g PP} \times \frac{1 \text{ mol PP}}{42 \text{ g PP}} \times \frac{n \text{ mol } C_7H_6}{1 \text{ mol PP}}$$

$$\times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ molecule } C_7H_6}{1 \text{ mol } C_7H_6} = 8/6 \times 10^{22} \text{ molecule}$$

۱۰۴ ۲ معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



$$\bar{R}_{CaBr_2} = \frac{|\Delta n|}{\Delta t} = \frac{12 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{200 \text{ g}}}{(4 \times 60) s} = 2/5 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot s^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{1}{2} \bar{R}_{CaBr_2} = 1/25 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot s^{-1}$$

۱۱۶ بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۲) اگر مخلوطی مایع شامل اوزون و اکسیژن را به آرامی گرم کنیم، نخست اکسیژن از مخلوط جدا می‌شود، زیرا نقطه جوش آن پایین‌تر است.
- (۳) هنگامی که تابش فرابنفش به مولکول O_3 می‌رسد به یک اتم O و یک مولکول O_2 تبدیل می‌شود.
- (۴) از واکنش گاز نیتروژن دی‌اکسید با اکسیژن در حضور نور خورشید، اوزون تروپوسفری تولید می‌شود.

۱۱۷ ابتدا حجم مولی گازها در دمای $819^\circ C$ و فشار 3 atm را به دست می‌آوریم:

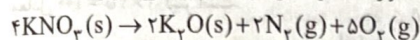
$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1 \times 22/4}{273} = \frac{3 \times V_2}{(819 + 273)} \Rightarrow V_2 = 22/4 \times \frac{3}{3} \text{ L.mol}^{-1}$$

$$? \text{ mol } AO_2 = 67/2 \text{ L } AO_2 \times \frac{1 \text{ mol } AO_2}{22/4 \times \frac{3}{3} \text{ L } AO_2} = 2/25 \text{ mol } AO_2$$

$$AO_2 \text{ جرم مولی} = \frac{AO_2 \text{ جرم}}{AO_2 \text{ شمار مول‌های}} = \frac{144 \text{ g}}{2/25 \text{ mol}} = 64 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$A + 2(16) = 64 \Rightarrow A = 32 \text{ g.mol}^{-1}$$

۱۱۸ معادله موازنه‌شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



کاهش جرم مواد درون ظرف مربوط به خروج گازهای N_2 و O_2 از ظرف واکنش است:

$$? \text{ mol } O_2 = 43/2 \text{ g (کاهش جرم)} \times \frac{5 \text{ mol } O_2}{(2 \times 28) + (5 \times 32) \text{ g (کاهش جرم)}} \times \frac{N_2}{O_2}$$

$$= 1 \text{ mol } O_2$$

۱۱۹ بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) گاز هیدروژن واکنش‌پذیری زیادی دارد و به همین دلیل به حالت آزاد در طبیعت یافت نمی‌شود.
- (۳) برای جداسازی NH_3 از مخلوط واکنش از تفاوت نقطه جوش آن با نقطه جوش واکنش‌دهنده‌ها استفاده می‌شود.
- (۴) هابر واکنش میان گازهای H_2 و N_2 را بارها در دماها و فشارهای گوناگون انجام داد تا بتواند شرایط بهینه آن را پیدا کند.

$$Na_2SO_4 : \frac{\text{جرم سدیم}}{\text{جرم سولفات}} = \frac{\text{غلظت سدیم (ppm)}}{\text{غلظت سولفات (ppm)}}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{288} = \frac{2 \times 22}{96} \Rightarrow x = 138$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 138 = \frac{y}{200} \times 10^6$$

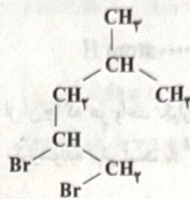
$$\Rightarrow y = 0.276 \text{ g } Na^+$$

$$NaNO_3 : ? \text{ g } Na^+ = 170 \times 10^{-3} \text{ g } NaNO_3 \times \frac{1 \text{ mol } NaNO_3}{85 \text{ g } NaNO_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } Na^+}{1 \text{ mol } NaNO_3} \times \frac{23 \text{ g } Na^+}{1 \text{ mol } Na^+} = 0.46 \text{ g } Na^+$$

$$\text{ppm} = \frac{(0.276 + 0.46)}{(200 + 0.17)} \times 10^6 = 1610$$

در صورتی که این ترکیب با مقدار کافی برم واکنش دهد، ترکیب زیر به دست می‌آید:



۱ و ۲-دی‌برمو - ۴-متیل پنتان

۱۱۱ عبارت‌های «آ» و «ب» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- (پ) حتی در تولید برق توسط گرمای زمین در مقایسه با انرژی خورشید، کربن دی‌اکسید کم‌تری وارد هواگره می‌کند.

۱۱۲ عبارت‌های «ب» و «پ» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- (آ) اوزون در لایه‌های بالایی هواگره (استراتوسفر) مانند پوششی کره زمین را احاطه کرده است.
- (ت) مدل فضاپرکن اوزون به شکل مقابل است:

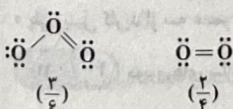


۱۱۳ شکل زیر رفتار زمین در برابر پرتوهای خورشیدی را نشان می‌دهد:



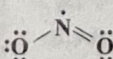
۱۱۴ • جرم مولی اوزون (O_3) به طور واضح $\frac{3}{4}$ برابر جرم مولی اکسیژن مولکولی (O_2) است.

- ساختار لوویس مولکول‌های اوزون و اکسیژن به همراه نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی آن‌ها در زیر آمده است:



۱۱۵ در ساختار لوویس NO_2 ، اتم نیتروژن دارای یک تک الکترون

ناپیوندی است:



$$K_a(HX) = \frac{[H^+][X^-]}{[HX]} = \frac{\left(\frac{0.04+x}{4}\right)\left(\frac{x}{4}\right)}{\left(\frac{0.05-x}{4}\right)}$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^{-4} = \frac{0.01x}{(0.05-x)} \Rightarrow x = 1.99 \times 10^{-4}$$

$$[HX]_{\text{تعادلی}} = \frac{(0.05 - 1.99 \times 10^{-4}) \text{ mol}}{4L} = 1.24 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

۱۲۹ با توجه به این که pH یک تابع لگاریتمی است، نمودار مورد نظر نمی تواند خطی باشد (حذف گزینه های (۲) و (۴) از طرفی pH محلول بازی در دمای اتاق، نمی تواند کم تر از ۷ باشد. (حذف گزینه (۳))

۱۳۰ صابون از طریق بخش های قطبی و ناقطبی خود با آب و چربی جاذبه برقرار می کند، اما با آن ها واکنش نمی دهد.

۱۳۱ با افزایش غلظت اسیدهای ضعیف، درصد یونش آن ها کم می شود. این ارتباط از نوع خطی نیست (حذف گزینه های (۲) و (۴))

$K_a = \alpha \cdot M$
↓
ثابت
با توجه به ارتباط میان غلظت اسید (M) و درجه یونش آن (α)، نمودار c نیز نمی تواند درست باشد.

۱۳۲ از آن جا که یونش اسید (۳) به طور کامل انجام شده، یک اسید قوی محسوب می شود. یونش جزئی اسیدهای (۱) و (۲) نیز نشان می دهد که این دو اسید جزو اسیدهای ضعیف هستند. البته اسید (۱) در مقایسه با اسید (۲) ضعیف تر است.

عبارت های «پ» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت ها:

آ محلول (۳) یک اسید قوی است و ثابت یونش آن باید بسیار بزرگ باشد.
ب اسیدهای موجود در باران اسیدی (HNO_3 ، H_2SO_4) جزو اسیدهای قوی هستند.

پ هیدروسیانیک اسید همانند استیک اسید جزو اسیدهای ضعیف بوده و ثابت یونش HCN در مقایسه با CH_3COOH کوچک تر است.

ت محلول آبی ضدیخ (اتیلن گلیکول در آب) غیرالکترولیت بوده و فاقد رسانایی الکتریکی است.

۱۳۳ مطابق داده های سؤال خواهیم داشت:

$HA \rightleftharpoons H^+ + A^-$			
غلظت اولیه	۰/۱۸	۰	۰
غلظت تعادلی	۰/۱۸-x	x	x

$$(0.18 - x) - x = 0.12 \Rightarrow 0.18 - 2x = 0.12 \Rightarrow x = 0.03$$

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} = \frac{(x)(x)}{(0.18-x)} = \frac{(0.03)(0.03)}{(0.15)} = 6 \times 10^{-3}$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 100 = \frac{x}{600g} \times 10^6$$

$$\Rightarrow x = 0.06g \text{ نمک}$$

$$\text{جرم مولی نمک} = \frac{0.06g}{1.5 \times 10^{-4} \text{ mol}} = 400g.mol^{-1}$$

بررسی گزینه ها:

۱) $CaSO_4 : 136g.mol^{-1}$

۲) $FeSO_4 : 152g.mol^{-1}$ ، $Fe_2(SO_4)_3 : 400g.mol^{-1}$

۳) $CdSO_4 : 208g.mol^{-1}$

۴) $CuSO_4 : 160g.mol^{-1}$ ، $Cu_2SO_4 : 224g.mol^{-1}$

۲ بررسی سایر گزینه ها:

۱) حلال جزئی از محلول است که حل شونده را در خود حل می کند و شمار مول های آن بیشتر است.

۳ زیست کره یک بخش مستقل از آب کره، هوا کره و سنگ کره است.
۴ جانداران آبی سالانه میلیاردها تن CO_2 را وارد هوا کره و مقدار بسیار زیادی از گاز O_2 محلول در آب را مصرف می کنند.

۱۲۲ ۳ فرمول شیمیایی ترکیب های کلسیم فسفات و باریم سولفات به ترتیب به صورت $Ca_3(PO_4)_2$ و $BaSO_4$ است.

اتم های آتیون های فسفات (PO_4^{3-}) و سولفات (SO_4^{2-}) بر روی یک صفحه قابل نمایش نیستند. زیرا شکل فضایی آن ها، سه بعد را اشغال می کند.

۱۲۴ ۳ با توجه به خنثی بودن آزوریت می توان نوشت:

$$2(+2) + x(-2) + y(-1) = 0 \Rightarrow 6 = 2x + y$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ Cu^{2+} & CO_3^{2-} & OH^- \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} x, y > 0 \\ \rightarrow \end{matrix} \begin{cases} x=2, y=2 \Rightarrow x-y=0 \\ x=1, y=4 \Rightarrow x-y=-3 \end{cases}$$

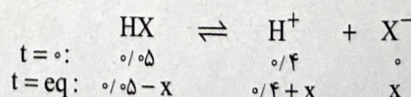
۱۲۵ ۴ حجم کوه های یخ، بیش از ۳ برابر حجم آب های زیرزمینی است.

۱۲۶ ۴ از آن جا که pH محلول HI به میزان ۱/۳ نسبت به pH محلول HF کم تر است، می توان نتیجه گرفت که غلظت H^+ محلول HI به میزان $10^{1/3} = 2.0$ برابر غلظت H^+ محلول HF است. درصد یونش HF نیز نقشی در محاسبات ندارد.

۱۲۷ ۳ آزمایش های دقیق نشان می دهند که آب خالص رسانایی الکتریکی ناچیزی دارد. این ویژگی بیانگر وجود مقدار بسیار کمی از یون های H_3O^+ و OH^- است. در واقع در یک نمونه از آب خالص شمار بسیار ناچیزی از مولکول های H_2O به یون های $H^+(aq)$ و $OH^-(aq)$ یونیده می شوند.

$$HCl : pH = 1 \Rightarrow [H^+] = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow ? \text{ mol } H^+ = 4L \times 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1} = 4 \times 10^{-1} \text{ mol } H^+$$



۱۳۴ ۳ موارد اول و سوم درست مقایسه شده‌اند.

رسانایی الکتریکی محلول‌ها به فراوانی یون‌های موجود در محلول بستگی دارد.

بررسی موارد:

• از آن‌جا که HCOOH در مقایسه با CH_3COOH ، اسید قوی‌تری است، بیشتر یونیده شده و این مقایسه درست است.

• غلظت HNO_3 را به دست می‌آوریم:

$$\text{pH} = 2 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-2} \text{ M} \Rightarrow [\text{NO}_3^-] = 10^{-2} \text{ M}$$

مجموع غلظت مولی یون‌ها در نیتریک اسید برابر $2 \times 10^{-2} \text{ M}$ و در سدیم هیدروکسید برابر $2 \times 10^{-2} \text{ M}$ است. بنابراین این مقایسه نادرست است.

• غلظت H^+ در هر کدام از اسیدها را به دست آورده و با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\text{HNO}_3: [\text{H}^+] = \alpha \text{ M} = 0.02 \times 0.4 = 8 \times 10^{-3} \text{ M}$$

$$\text{HF}: [\text{H}^+] = \sqrt{MK_a} = \sqrt{1/25 \times 5 \times 10^{-4}} = 2/5 \times 10^{-2} \text{ M}$$

محاسبات بالا نشان می‌دهد این مقایسه درست است.

• اتیلن گلیکول همانند اتانول، غیرالکترولیت بوده و فاقد رسانایی الکتریکی است.

۱۳۵ ۲

$$\text{pH} = 4.7 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-4.7} = 10^{-5.25} = 2 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{X}^-]}{[\text{HX}]} \Rightarrow 4 \times 10^{-6} = \frac{(2 \times 10^{-5})(2 \times 10^{-5})}{[\text{HX}]}$$

$$\Rightarrow [\text{HX}] = 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{HX}]_{\text{اولیه}} = 10^{-4} + (2 \times 10^{-5}) = 1.2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$? \text{ mol HX} = 1.2 \times 10^{-4} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 12.5 \text{ L} = 1.5 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

نیاز داریم به (۱) و (۲) را در مقیاس را به دست آوریم. به سبب رقیق شدن (۱) و (۲) نسبت به (۱) غنی‌تر است. نسبت به (۱) غنی‌تر است. نسبت به (۱) غنی‌تر است.

نسبت به (۱) غنی‌تر است.

نسبت به (۱) غنی‌تر است.

نسبت به (۱) غنی‌تر است.

نسبت به (۱) غنی‌تر است.

نسبت به (۱) غنی‌تر است.

نسبت به (۱) غنی‌تر است.

نسبت به (۱) غنی‌تر است.

نسبت به (۱) غنی‌تر است.

نسبت به (۱) غنی‌تر است.

نسبت به (۱) غنی‌تر است.

$\text{A} + \text{H}^+ \rightleftharpoons \text{AH}$		
۱	۰	A/A
۰	۱	A/A
۰	۰	A/A