

دفترچه شماره ۱



کد مدرسه

آزمون

۴



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲

تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۷/۲۵

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل ۲	فصل ۴	فصل ۲ (درس ۱)
هندسه	فصل ۴	—	فصل ۲ (درس ۱)
گسسته	فصل ۶ (شمارش)	—	فصل ۱ (درس ۳: همبستگی) (صفحه ۱۸ تا ۳۰)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵

۱- مقدار $A = \frac{\sin \frac{7\pi}{8} + \cos \frac{\pi}{8}}{\sin \frac{\pi}{8} + \cos \frac{7\pi}{8}}$ چه عددی است؟

(۱) $1 + \sqrt{2}$ (۲) $-1 - \sqrt{2}$ (۳) $3 + 2\sqrt{2}$ (۴) $-3 + 2\sqrt{2}$

۲- هرگاه $P(2x, x-1)$ روی دایره مثلثاتی واقع شده باشد و از نقطه P به اندازه $\frac{\pi}{4}$ روی محیط دایره در جهت مثبت دایره مثلثاتی جلو برویم، مختصات نقطه به دست آمده کدام است؟ ($x \neq 0$)

(۱) $A(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$ (۲) $A(-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$

(۳) $A(\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ (۴) $A(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$

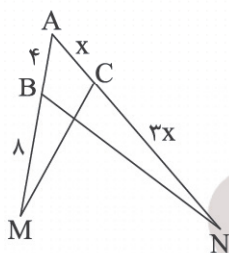
۳- هرگاه مساحت مثلث ABN برابر ۲۴ باشد، مساحت مثلث AMC چه عددی است؟

(۱) ۲۰

(۲) ۲۴

(۳) ۱۲

(۴) ۱۸



۴- حاصل عبارت $A = \frac{\sin 2x}{\cos 10^\circ x \cos 2x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{24}$ چه عددی است؟

(۱) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$ (۲) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$

(۳) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

۵- انتهای کمان مقابل به ۴ رادیان و ۶ رادیان در دایره مثلثاتی، به ترتیب در کدام ناحیه قرار دارد؟

(۱) دوم و چهارم (۲) دوم و سوم

(۳) سوم و چهارم (۴) سوم و اول

۶- اگر $\frac{\pi}{4} < x < \pi$ و $\sin x + \cos x = 1$ ، مقدار $\cos 2x$ چه عددی است؟

(۱) $-\frac{7}{25}$

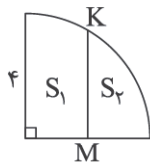
(۲) $-\frac{18}{25}$

(۳) $\frac{7}{25}$

(۴) $\frac{18}{25}$

محل انجام محاسبات

۷- اگر M وسط شعاع ربع دایره باشد، مقدار $S_1 - S_2$ چه عددی است؟



(۱) $2 + \frac{\pi}{3}$

(۲) $2(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3})$

(۳) $4(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3})$

(۴) $2(\sqrt{3} + \frac{\pi}{3})$

۸- اگر $\tan \alpha = 6 \cot \beta$ مقدار $\frac{\cos(\beta - \alpha)}{\cos(\alpha + \beta)}$ چه عددی است؟

(۱) $\frac{5}{7}$

(۲) $-\frac{7}{5}$

(۳) $-\frac{5}{7}$

(۴) $\frac{7}{5}$

۹- هرگاه $\sin x - \cos x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ، مقدار $\sin(\frac{3\pi}{4} - 4x)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{9}$

(۲) $-\frac{1}{9}$

(۳) $\frac{4}{9}$

(۴) $-\frac{4}{9}$

۱۰- اگر $\frac{3\pi}{4} < x < \pi$ و $\cos(x + \frac{3\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{4}$ ، مقدار $\cos(2x)$ چه عددی است؟

(۱) $\frac{\sqrt{7}}{4}$

(۲) $-\frac{\sqrt{7}}{4}$

(۳) $-\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{3}{4}$

۱۱- دوره تناوب تابع $f(x) = (1 - 2\cos 2x)(1 + 2\cos 2x)$ چه عددی است؟

(۱) 4π

(۲) 2π

(۳) π

(۴) $\frac{\pi}{2}$

۱۲- بیشترین مقدار تابع $f(x) = a + 4\sin(\frac{\pi x}{a})$ از دو برابر قرینه کمترین مقدار تابع یک واحد کمتر است. دوره تناوب تابع، چه عددی است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) ۴

۱۳- هرگاه f تابعی متناوب و دوره تناوب تابع $y = 3f(\frac{2x-1}{3})$ برابر ۴ باشد، دوره تناوب $y = 2f(\frac{3-4x}{3})$ چه عددی است؟

(۱) ۲

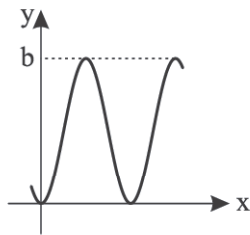
(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) ۴

(۴) $\frac{16}{3}$

محل انجام محاسبات

۱۴- نمودار تابع $f(x) = a - 2 \sin(bx - \frac{3\pi}{4})$ شکل زیر است. مقدار $a + b$ کدام است؟



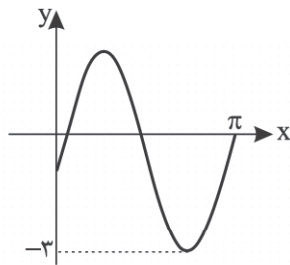
(۱) ۴

(۲) ۶

(۳) ۸

(۴) ۹

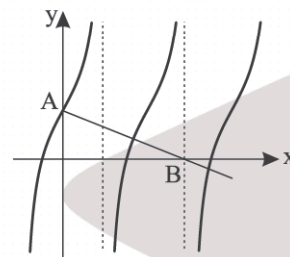
۱۵- بخشی از نمودار تابع $f(x) = a - 2 \sin bx$ شکل زیر است. مقدار $a - b$ کدام است؟

(۱) $\frac{13}{6}$ (۲) $\frac{10}{3}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{7}{6}$

۱۶- دو خط افقی بر نمودار تابع $f(x) = -3 - 4 \sin^2 \frac{\pi}{4} x$ مماس هستند. هرگاه فاصله دو خط افقی همواره ۶ باشد، مقدار مثبت a چه عددی است؟

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۷- بخشی از نمودار تابع $f(x) = a \tan(\frac{\pi x}{3}) + a$ شکل زیر است. اگر شیب پاره خط AB برابر $-\frac{4}{9}$ باشد، مقدار a کدام است؟



(۱) ۴

(۲) ۲

(۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۸- نمودار تابع $f(x) = a \cos^2 \frac{\pi x}{a}$ محور عرض‌ها را در نقطه A و محور طول‌ها را در نقطه M و N قطع می‌کند. حداقل مساحت مثلث AMN چه عددی است؟

(۱) a^2 (۲) $\frac{a^2}{2}$ (۳) $2a^2$ (۴) $\frac{a^2}{4}$

محل انجام محاسبات

۱۹- چند تا از گزاره‌های زیر در فضای سه‌بعدی درست است؟

(الف) فقط یک صفحه عمود بر دو خط متناظر وجود دارد.

(ب) دو خط عمود بر یک خط یا موازی‌اند یا متقاطع.

(ج) دو صفحه متمایز عمود بر یک صفحه یا موازی‌اند یا متقاطع.

(د) اگر خطی با صفحه‌ای موازی باشد با تمام خطوط آن صفحه موازی است.

(۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۲۰- اگر خط d با صفحه P موازی باشد، کدام نادرست است؟

(۱) از خط d فقط یک صفحه می‌توان گذراند که بر صفحه P عمود باشد.

(۲) هر صفحه عمود بر خط d ، بر صفحه P عمود است.

(۳) از خط d فقط یک صفحه می‌توان گذراند که با صفحه P موازی باشد.

(۴) هر خط منطبق بر صفحه P با خط d موازی است.

۲۱- دو خط L و L' موازی‌اند و خط d با آنها متناظر است. اگر صفحه P دو خط d و L' را در نقاط A و B قطع کند. وضعیت نسبی AB و L چگونه است؟

(۲) موازی یا منطبق

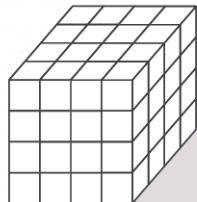
(۱) متقاطع یا متناظر

(۴) موازی یا متقاطع

(۳) متناظر یا موازی

۲۲- تمام وجه‌های مکعب به ابعاد $4 \times 4 \times 4$ شکل زیر به جز کف آن رنگ آمیزی شده است. اگر m تعداد مکعب‌های $1 \times 1 \times 1$ که فقط یک

وجه‌شان رنگ شده و n تعداد مکعب‌های $1 \times 1 \times 1$ که سه وجه‌شان رنگ شده باشد، آنگاه حاصل $1 - \frac{m}{n}$ برابر کدام است؟



(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۷

۲۳- صفحه‌ای در برخورد با کره‌ای به شعاع R ، بیشترین سطح مقطع ممکن را ایجاد کرده است. این صفحه را در راستای عمود بر آن چقدر

جابه‌جا کنیم تا مساحت سطح مقطع حاصل $\frac{1}{4}$ حالت اولیه باشد؟

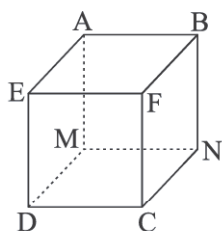
(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2} R$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2} R$

(۲) $\frac{3}{4} R$

(۱) $\frac{1}{2} R$

محل انجام محاسبات



۲۴- با توجه به مکعب شکل زیر کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) صفحه‌ای که از نقاط A و B و C می‌گذرد مکعب را در یک مستطیل برش می‌دهد.
- (۲) نقاط A و B و C رأس‌های یک مثلث قائم‌الزاویه هستند.
- (۳) صفحه‌ی گذرا از نقاط E و M و C مکعب را در یک مثلث متساوی‌الاضلاع برش می‌دهد.
- (۴) نقاط A و E و C رأس‌های یک مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین هستند.

۲۵- در مثلث $\triangle ABC$ ($\hat{A} = 75^\circ$, $\hat{C} = 15^\circ$) اندازه کوچک‌ترین ارتفاع برابر ۲ است. اندازه حجم شکل حاصل از دوران این مثلث حول ضلع AC چقدر است؟ ($\pi \approx 3$)

- | | |
|--------|--------|
| (۱) ۱۶ | (۲) ۲۸ |
| (۳) ۱۴ | (۴) ۳۲ |

۲۶- کدام گزینه همواره درست است؟

- (۱) دو خط d و Δ متقاطع‌اند. از دوران d حول Δ یک سطح مخروطی ایجاد می‌شود.
- (۲) فصل مشترک صفحه عمود بر محور سطح مخروطی، یک دایره است.
- (۳) اگر صفحه‌ای از محور سطح مخروطی عبور کند، مقطع حاصل دو خط متقاطع است.
- (۴) اگر صفحه‌ای موازی مولد سطح مخروطی باشد و از رأس آن عبور کند، مقطع یک سهمی است.

۲۷- مکان هندسی مراکز همه دایره‌هایی با شعاع ثابت R که درون دایره $(O, 2R)$ بوده و بر آن مماس داخل باشند، کدام است؟

- | | |
|------------------|-------------------------|
| (۱) دو خط موازی | (۲) یک دایره به شعاع R |
| (۳) دو خط متقاطع | (۴) یک دایره به شعاع ۳R |

۲۸- نقطه A از خط d به فاصله ۲/۵ قرار دارد. مکان هندسی نقاطی از صفحه که از A به فاصله ۵/۵ و از خط d به فاصله ۳ قرار دارند یک مجموعه سه عضوی است. مساحت مثلثی که با این سه نقطه ایجاد می‌شود، چقدر است؟

- | | |
|------------------|------------------|
| (۱) $4\sqrt{5}$ | (۲) $3\sqrt{30}$ |
| (۳) $6\sqrt{30}$ | (۴) $6\sqrt{5}$ |

۲۹- سه نقطه A، B و C که روی یک خط راست نیستند و خط d در یک صفحه مفروض‌اند. چند نقطه در این صفحه وجود دارد به گونه‌ای که از این سه نقطه به یک فاصله بوده و از خط d به فاصله ۳ واحد باشد؟

- | | | | |
|---------------|---------------|-------------------|--------------------|
| (۱) همواره یک | (۲) صفر یا یک | (۳) یک یا بی‌شمار | (۴) صفر یا بی‌شمار |
|---------------|---------------|-------------------|--------------------|

محل انجام محاسبات

۳۰- مثلث $\triangle ABC$ در صفحه مفروض است به طوری که نقاط A و B ثابت و نقطه C در صفحه به گونه‌ای متغیر است که همواره

$$\widehat{ABC} = 2\widehat{BAC}$$

باشد. مکان هندسی نقطه تلاقی نیمساز زاویه $\widehat{ABC}$ با پاره خط AC کدام است؟

(۱) عمودمنصف AB (۲) خطی موازی با AB

(۳) دایره‌ای به مرکز A (۴) یک نقطه

۳۱- معادله هم‌نهشتی $51x + 17 \equiv a^{21}$ با متغیر x ، در مجموعه اعداد صحیح جواب دارد. کوچک‌ترین مقدار طبیعی سه‌رقمی برای a کدام است؟

(۱) ۱۰۲ (۲) ۱۰۱

(۳) ۱۱۹ (۴) ۱۱۸

۳۲- رقم یکان بزرگ‌ترین عدد طبیعی سه‌رقمی مانند n که در رابطه $9n + 3 \mid 12$ صدق کند، کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۳۳- اگر باقیمانده تقسیم عدد شش‌رقمی $a7a5a2a$ بر ۱۱ برابر ۲ باشد، آنگاه باقیمانده تقسیم آن عدد بر ۹ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۵

(۳) ۸ (۴) ۴

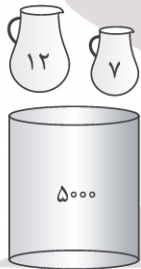
۳۴- معادله سیاله $66x + 84y = 7n + 3$ با متغیرهای x و y در مجموعه اعداد صحیح فاقد جواب است. به جای n چند مقدار طبیعی یک‌رقمی می‌توان قرار داد؟

(۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۵ (۴) ۷

۳۵- اعداد صحیح x و y چنانند که رابطه $17^2 = 187y + 102x$ برقرار است. حاصل $x + y$ کدام می‌تواند باشد؟

(۱) ۲۷ (۲) ۲۶ (۳) ۲۵ (۴) ۲۴

۳۶- برای پر کردن بشکه‌ای ۵۰۰۰ لیتری از آب، باید m بار پیمانه ۷ لیتری و n بار پیمانه ۱۲ لیتری را پر از آب کرده و در بشکه خالی کنیم. برای زوج مرتب (m, n) چند دسته جواب وجود دارد؟



(۱) ۵۹

(۲) ۵۸

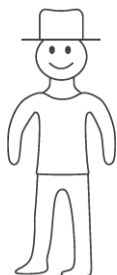
(۳) ۵۷

(۴) ۵۶

محل انجام محاسبات

۳۷- به چند طریق می توان کلاه، بلوز و شلوار عروسک زیر را با یکی از چهار رنگ سبز، زرد، قرمز و آبی رنگ کرد به شرطی که در آن

رنگ آمیزی از رنگ سبز حتماً استفاده شده باشد؟



۶۳ (۱)

۶۱ (۲)

۳۷ (۳)

۴۸ (۴)

۳۸- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۴، ۶ چند عدد چهاررقمی فرد می توان ساخت به طوری که هیچ یک از آن اعداد رقم تکراری نداشته باشند؟

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

۳۹- چند عدد چهاررقمی وجود دارد به طوری که بزرگ ترین رقم هر یک از آنها ۲ باشد؟

۵۴ (۴)

۵۲ (۳)

۴۸ (۲)

۴۶ (۱)

۴۰- در قفسه ای ۷ کتاب متمایز ریاضی و ۶ کتاب متمایز فیزیک وجود دارد. به m طریق می توان ۵ کتاب از آن ۱۳ کتاب چنان انتخاب کرد

که تعداد کتب منتخب فیزیک بیشتر از تعداد کتب منتخب ریاضی باشد. مجموع ارقام عدد m کدام است؟

۹ (۴)

۱۰ (۳)

۱۱ (۲)

۱۲ (۱)

محل انجام محاسبات

دفترچه شماره ۲



کد مدرسه

آزمون

۴



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲

تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۷/۲۵

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۵۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۳۰	۴۱	۷۰	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۲۵	۷۱	۹۵	۲۵ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
فیزیک	فصل ۳	—	فصل ۲ (تا ابتدای تکانه)
شیمی	فصل ۳ (از صفحه ۱۰۰ تا انتهای فصل)	—	فصل ۱ (از صفحه ۲۴ تا انتهای فصل)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵

۴۱- از هواپیمایی که با تندی $100 \frac{m}{s}$ در ارتفاع ۳۰۰ متری از سطح زمین پرواز می‌کند، بسته‌ای به جرم m رها می‌شود. اگر ۲۵ درصد از انرژی

مکانیکی اولیه بسته به گرما تبدیل شود، بسته با تندی چند متر بر ثانیه به زمین می‌رسد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$) (سطح زمین به عنوان سطح صفر

انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته شده است.)

$$20\sqrt{10} \quad (4)$$

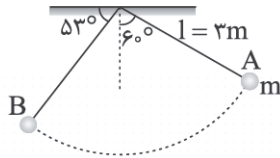
$$20\sqrt{15} \quad (3)$$

$$20\sqrt{30} \quad (2)$$

$$100\sqrt{2} \quad (1)$$

۴۲- مطابق شکل گلوله آونگ به جرم ۵۰ گرم از نقطه A رها می‌شود. تندی گلوله هنگام عبور از نقطه B چند متر بر ثانیه می‌شود؟ (مقاومت

هوا ناچیز فرض شود و $g = 10 \frac{m}{s^2}$ و $\sin 53^\circ = 0.8$)



$$2\sqrt{3} \quad (1)$$

$$2\sqrt{2} \quad (2)$$

$$3\sqrt{3} \quad (3)$$

$$3\sqrt{2} \quad (4)$$

۴۳- گلوله A به جرم m از ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین با تندی اولیه v به طور افقی پرتاب می‌شود و با تندی v به زمین برخورد می‌کند.

گلوله B به جرم $\frac{m}{4}$ از ارتفاع H با تندی اولیه $2v$ در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌شود و با تندی $2v$ به زمین برخورد می‌کند.

ارتفاع H چند متر است؟ (مقاومت هوا ناچیز فرض شود.)

$$80 \quad (4)$$

$$40 \quad (3)$$

$$20 \quad (2)$$

$$10\sqrt{2} \quad (1)$$

۴۴- یک چتر باز با تندی ثابتی در حال پایین آمدن است. چند مورد از جملات زیر درباره آن درست است؟

الف) کار کل انجام شده روی چتر باز منفی است.

ب) انرژی مکانیکی چتر باز ثابت است.

ج) کار نیروی وزن چتر باز منفی است.

$$0 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۴۵- از بالونی که با تندی $1.8 \frac{m}{s}$ در حال حرکت رو به بالاست، کیسه‌ای چهار کیلوگرمی از ارتفاع ۲۵۰ متری زمین رها شده و با تندی $5.2 \frac{m}{s}$

به زمین برخورد می‌کند. کار کل انجام شده روی کیسه در طی این حرکت چند ژول است؟

$$47/6 \quad (4)$$

$$98 \quad (3)$$

$$40/8 \quad (2)$$

$$23/12 \quad (1)$$

۴۶- دو شخص هم جرم A و B از زمین به طبقه چهارم ساختمان می‌روند. شخص A از طریق آسانسور و شخص B از طریق پله‌ها این مسیر

را طی می‌کنند. چه تعداد از جملات زیر در مورد این دو شخص درست است؟

الف) کار نیروی وزن شخص B در این جابه‌جایی بزرگ‌تر از کار نیروی وزن شخص A است.

ب) کار نیروی وزن دو شخص یکسان است و انرژی پتانسیل گرانشی B نسبت به زمین در پایان بیشتر از A است.

ج) کار نیروی وزن هر دو شخص در این جابه‌جایی منفی است.

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

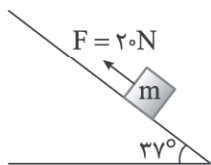
$$1 \quad (2)$$

$$0 \quad (1)$$

محل انجام محاسبات

۴۷- مطابق شکل جعبه‌ای به جرم ۲ کیلوگرم را توسط نیروی $F = ۲۰\text{N}$ روی سطح شیب‌دار بالا می‌بریم. در مدت زمانی که جسم ۶۰ سانتی‌متر جابه‌جا می‌شود، انرژی مکانیکی آن چند ژول تغییر می‌کند؟ (نیروی اصطکاک جنبشی در مقابل حرکت جسم ۸ N است،

$$(g = ۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \sin ۳۷^\circ = ۰/۶)$$



(۱) ۱۲ ژول زیاد می‌شود.

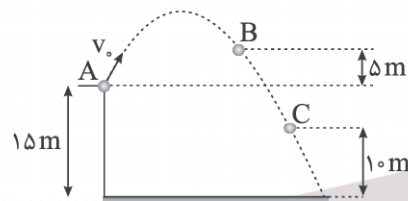
(۲) ۴/۸ ژول کم می‌شود.

(۳) ۷/۲ ژول زیاد می‌شود.

(۴) ۸ ژول کم می‌شود.

۴۸- مطابق شکل گلوله‌ای از نقطه A با تندی اولیه $۳۰ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ پرتاب می‌شود. با چشم‌پوشی از نیروی مقاومت هوا، تندی گلوله در نقطه B چند

برابر تندی آن در نقطه C است؟ ($g = ۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



$$\sqrt{\frac{8}{11}} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{5} \quad (۳)$$

$$\frac{2\sqrt{7}}{7} \quad (۴)$$

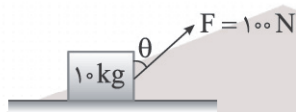
۴۹- ماشین‌های A و B با دریافت انرژی‌های یکسان در مدت زمان t_A و t_B ، کارهای W_A و W_B را انجام می‌دهند. اگر $t_A > t_B$ و توان‌های خروجی (مفید) دو ماشین یکسان باشد، بازده ماشین A ماشین B است. عبارت درست برای پر کردن جای خالی کدام است؟

(۱) بیشتر از (۲) کمتر از (۳) برابر با (۴) بیشتر، کمتر یا برابر با

۵۰- انرژی جنبشی جسمی به جرم m و تندی ۷، برابر انرژی جنبشی جسمی به جرم ۲m و تندی $(۷ + ۵ \frac{\text{m}}{\text{s}})$ است. ۷ چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۴

۵۱- نیروی ثابت F که با راستای قائم زاویه θ می‌سازد ($\cos \theta = ۰/۶$) وزنه را از حال سکون به طرف راست می‌کشد. اگر پس از ۵ متر حرکت، تندی وزنه به $۶ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ برسد، بزرگی نیروی اصطکاک وارد بر وزنه چند نیوتون بوده است؟



(۱) ۴۸

(۲) ۴۴

(۳) ۴۶

(۴) ۴۰

محل انجام محاسبات

۵۲- یک پمپ الکتریکی با توان الکتریکی ۳ کیلووات و بازده ۶۰ درصد در مدت ۵۰ ثانیه چند لیتر مایع به چگالی $\frac{g}{cm^3} 1\frac{2}{3}$ را در یک لوله

با تندی ثابت تا ارتفاع ۳۰ متری بالا می‌برد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۴) ۲۵۰

(۳) ۳۰۰

(۲) ۲۰۰

(۱) ۱۵۰

۵۳- مطابق شکل اتومبیلی با سرعت ثابت در حال حرکت به سمت راست می‌باشد. اگر ناگهان راننده ترمز کند، توپی که روی کف اتومبیل است به کدام طرف اتومبیل می‌غلتد و این پدیده با کدام قانون نیوتون توجیه می‌شود؟



(۱) جلو، سوم

(۲) عقب، سوم

(۳) جلو، اول

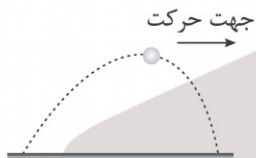
(۴) عقب، اول

۵۴- مطابق شکل زیر، بر جسمی به جرم ۴ kg نیروی افقی به بزرگی ۳۲ N وارد می‌شود. اگر ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین سطح افقی و جسم به ترتیب ۰/۵ و ۰/۳ باشد، اندازه نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

(۱) $8\sqrt{41}$ (۲) $4\sqrt{109}$ (۳) $20\sqrt{5}$

(۴) ۱۲

۵۵- شکل زیر توپی به وزن ۸ N که به طور مایل پرتاب شده است را در بالاترین نقطه مسیرش نشان می‌دهد. اگر نیروی مقاومت هوا در بالاترین نقطه مسیر توپ ۶ N باشد، بزرگی شتاب توپ در این نقطه چند متر بر مجذور ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



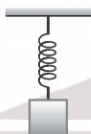
(۱) ۱۴

(۲) ۸/۵

(۳) ۱۰

(۴) ۱۲/۵

۵۶- در شکل زیر، وقتی وزنه ۴ kg را به فنر آویزان می‌کنیم، در حالت تعادل وزنه، طول فنر ۳۲/۵ cm می‌شود و وقتی وزنه ۵ kg را به آن آویزان می‌کنیم، در حالت تعادل وزنه، طول فنر ۳۵ سانتی‌متر می‌شود. طول عادی فنر چند سانتی‌متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



(۱) ۲۵

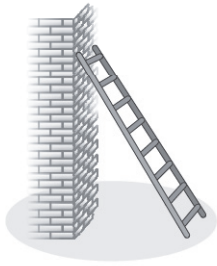
(۲) ۲۰

(۳) ۲۷/۵

(۴) ۲۲/۵

محل انجام محاسبات

۵۷- مطابق شکل زیر، نردبانی به جرم 80 kg به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده است و نردبان در آستانه سر خوردن است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین زمین و پایه نردبان 0.75 باشد، نیرویی که دیوار به نردبان وارد می‌کند، چند برابر نیرویی است که زمین به نردبان وارد می‌کند؟ ($g \approx 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



$$\frac{1}{5} \quad (1)$$

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{7}{9} \quad (3)$$

$$\frac{3}{5} \quad (4)$$

۵۸- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم m تحت اثر دو نیروی هم‌راستا روی سطح افقی بدون اصطکاک بر خط راست حرکت می‌کند. اگر اندازه نیروی F_1 را نصف کنیم، بزرگی شتاب آن $\frac{1}{4}$ برابر شده و جهت آن هم برعکس می‌شود. اندازه نیروی F_2 چند نیوتون است؟



$$12 \quad (1)$$

$$10 \quad (2)$$

$$18 \quad (3)$$

$$16 \quad (4)$$

۵۹- شخصی به جرم 80 kg درون آسانسور ایستاده است. در لحظه‌ای که آسانسور با شتاب ثابت $\frac{2}{5} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و به صورت تندشونده به سمت بالا حرکت می‌کند، اندازه نیرویی که شخص به آسانسور وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

$$1200 \quad (4)$$

$$1000 \quad (3)$$

$$800 \quad (2)$$

$$600 \quad (1)$$

۶۰- یک وزنه توسط یک طناب از سقف یک آسانسور آویخته شده و آسانسور به صورت تندشونده به طرف بالا حرکت می‌کند. واکنش نیروهای وارد بر وزنه بر چند مورد از اجسام زیر وارد نمی‌شود؟

(د) موتور آسانسور

(ج) طناب

(ب) کره زمین

(الف) سقف آسانسور

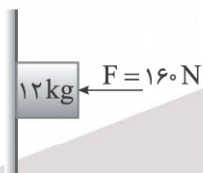
(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۶۱- در شکل زیر، وزنه روی سطح دیوار ساکن است. بزرگی نیروی اصطکاک وارد بر وزنه نیوتون است و اگر بزرگی نیروی F دو برابر شود، اندازه نیروی اصطکاک وارد بر وزنه ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



(۱) ۱۲۰ نیوتون - دو برابر می‌شود.

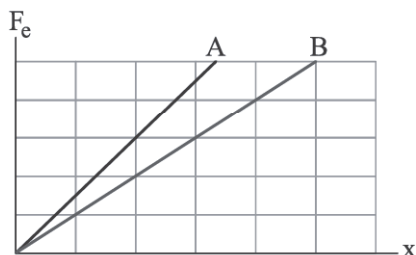
(۲) بیشتر از ۱۲۰ نیوتون - تغییر نمی‌کند.

(۳) ۱۲۰ نیوتون - تغییر نمی‌کند.

(۴) بیشتر از ۱۲۰ نیوتون - دو برابر می‌شود.

محل انجام محاسبات

۶۲- نمودار نیروی کشسانی فنر بر حسب تغییر طول برای دو فنر متفاوت مطابق شکل زیر است. به انتهای فنر A جسمی به جرم m و به انتهای فنر B جسمی به جرم m' آویزان می‌کنیم. اگر بعد از رسیدن به حالت تعادل، افزایش طول فنر A، چهار برابر افزایش طول فنر B باشد، حاصل $\frac{m'}{m}$ کدام است؟



$$\frac{1}{6} \quad (1)$$

$$\frac{3}{8} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{1}{12} \quad (4)$$

۶۳- دو نفر با جرم‌های $m_1 = 80 \text{ kg}$ و $m_2 = 120 \text{ kg}$ روی یک سطح افقی بدون اصطکاک، ساکن ایستاده‌اند و دو سر طنابی با جرم ناچیز را گرفته‌اند. این دو نفر همزمان به مدت ۲ ثانیه طناب را با نیروهای ثابتی می‌کشند و سپس طناب را رها می‌کنند. اگر در طول این دو

ثانیه شتاب اولی $\vec{a}_1 = \left(-\frac{3}{4} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \vec{i}$ باشد، پس از رها کردن طناب، سرعت دومی کدام است؟

$$\vec{v}_2 = \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \vec{i} \quad (2)$$

$$\vec{v}_2 = \left(3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \vec{i} \quad (1)$$

$$\vec{v}_2 = \left(-2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \vec{i} \quad (4)$$

$$\vec{v}_2 = \left(-3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \vec{i} \quad (3)$$

۶۴- به وسیله طنابی با جرم ناچیز و زنه ۴ کیلوگرمی را از سطح زمین با شتاب ثابت $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ در راستای قائم بالا می‌کشیم. سپس مدتی با سرعت ثابت

آن را بالا می‌بریم و در انتها با شتاب ثابت $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ تندی آن را کم می‌کنیم تا متوقف شود. در کل این مدت، بیشترین مقدار نیروی کشش طناب

چند برابر کمترین مقدار آن است؟ $(g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

$$\frac{7}{3} \quad (4)$$

$$\frac{6}{5} \quad (3)$$

$$\frac{5}{4} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

۶۵- یک جعبه را روی سطح افقی به طرف جلو هل می‌دهیم و با تندی $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ رها می‌کنیم. جعبه پس از طی مسافت ۶ متر متوقف می‌شود.

ضریب اصطکاک جنبشی جعبه با سطح افقی کدام است؟ $(g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

$$0.4 \quad (4)$$

$$0.3 \quad (3)$$

$$0.2 \quad (2)$$

$$0.6 \quad (1)$$

۶۶- گلوله‌ای به جرم ۳۰۰ گرم در هوا به طور عمودی به طرف بالا پرتاب می‌شود. اگر در یک لحظه بزرگی شتاب گلوله برابر $8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ باشد، در این

لحظه گلوله در حال بالا رفتن است یا پایین آمدن و بزرگی نیرویی که هوا بر گلوله وارد می‌کند، در این لحظه چند نیوتون است؟ $(g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

$$(2) \text{ بالا رفتن } - 0.6 \text{ نیوتون}$$

$$(1) \text{ پایین آمدن } - 0.6 \text{ نیوتون}$$

$$(4) \text{ بالا رفتن } - 2.4 \text{ نیوتون}$$

$$(3) \text{ پایین آمدن } - 2.4 \text{ نیوتون}$$

محل انجام محاسبات

۶۷- داخل کابین یک آسانسور، جسمی به جرم 5 kg توسط یک فنر از سقف آویزان است. هنگامی که آسانسور به صورت تندشونده و با

شتاب ثابت $3\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به طرف پایین حرکت می‌کند، طول فنر 95 cm می‌شود و هنگامی که با شتاب ثابت $3\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به صورت تندشونده به

طرف بالا حرکت می‌کند، طول فنر 110 cm می‌شود. ثابت این فنر چند $\frac{\text{N}}{\text{m}}$ است؟ ($g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و جرم فنر ناچیز است).

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۱۵۰ (۴) ۲۵۰

۶۸- در شکل زیر، نیرویی که سطح افقی بر وزنه وارد می‌کند، با راستای قائم زاویه 45° می‌سازد. بزرگی شتاب حرکت وزنه چند متر بر

مجذور ثانیه است؟ ($g \approx 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



- (۱) $2/5$ (۲) ۲

- (۳) ۳ (۴) $1/5$

۶۹- یک چتر باز از یک بالگرد (هلیکوپتر) که در ارتفاع نسبتاً زیادی ساکن است بیرون می‌پرد و از همان ابتدا چتر خود را باز می‌کند.

کدام یک از موارد زیر در مورد آن درست است؟

الف) حرکت ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.

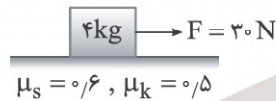
ب) در مدتی که حرکت تندشونده است، بزرگی شتاب در حال افزایش است.

(۱) «الف» و «ب» درست هستند. (۲) «الف» درست است و «ب» نادرست است.

(۳) «الف» نادرست است و «ب» درست است. (۴) «الف» و «ب» نادرست هستند.

۷۰- در شکل زیر، وزنه روی سطح افقی ساکن است. از $t = 0$ تا $t = 6\text{ s}$ نیروی افقی F بر وزنه وارد می‌شود و در $t = 6\text{ s}$ نیروی F حذف

می‌شود (F برابر صفر می‌شود). کل مسافتی که وزنه از شروع حرکت تا توقف طی می‌کند، چند متر است؟ ($g \approx 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

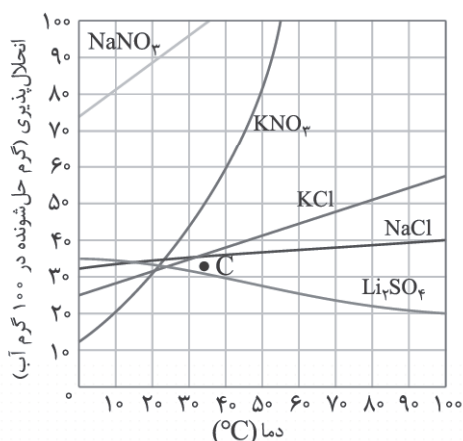


- (۱) $72/5$

- (۲) $67/5$

- (۳) ۷۵

- (۴) ۶۵



۷۱- با توجه به نمودار، عبارت بیان شده در کدام گزینه نادرست است؟

(۱) در محلول سیرشده‌ای از KCl در دمای 75°C ، نسبت جرم حلال به حل‌شونده برابر ۲ است.

(۲) در دمای 0°C ، ترکیب NaNO_3 بیشترین میزان انحلال‌پذیری را در میان سایر نمک‌ها دارد.

(۳) دما بر انحلال‌پذیری نمک‌های سدیم نیترات و سدیم کلرید به ترتیب بیشترین و کمترین تأثیر را دارد.

(۴) نقطه C تنها نسبت به یک ترکیب، محلول فراسیرشده را نشان می‌دهد و نسبت به سایر ترکیب‌ها بیانگر یک محلول سیرنشده است.

۷۲- انحلال‌پذیری پتاسیم کلرید در دمای 60°C برابر ۴۵ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. اگر با سرد کردن 319 گرم محلول سیرشده آن از دمای 60°C تا 20°C ، 30.8 گرم نمک رسوب کند، در معادله انحلال‌پذیری این نمک برحسب دما $(S = a\theta + b)$ ، حاصل $a + b$ برابر کدام است؟

(۱) $24/35$ (۲) $45/52$ (۳) $20/70$ (۴) $31/14$

۷۳- اگر در دمای معین، نسبت درصد جرمی محلول سیرشده KNO_3 به انحلال‌پذیری آن برابر 0.8 باشد، میزان انحلال‌پذیری این نمک در این دما برابر با چند گرم در ۱۰۰ گرم آب است؟

(۱) ۵۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴) ۴۲

۷۴- شمار مول یون‌های موجود در $92/5 \text{ mL}$ از محلول سیرشده NaNO_3 در آب با چگالی $1/5 \text{ g.mL}^{-1}$ در دمای معین برابر با کدام است؟ (انحلال‌پذیری این نمک در این دما برابر با ۸۵ گرم در ۱۰۰ گرم آب است و $\text{Na} = 23$ ، $\text{O} = 16$ ، $\text{N} = 14$: g.mol^{-1})

(۱) 0.75 (۲) ۳ (۳) 1.75 (۴) $1/5$

۷۵- عبارت بیان شده در کدام گزینه نادرست است؟

(۱) مولکول‌های آب از سمت اتم‌های هیدروژن خود جذب میله شیشه‌ای مالش داده‌شده به موی خشک می‌شوند.

(۲) نوع اتم‌های سازنده و ساختار خمیده مولکول آب، نقش تعیین‌کننده‌ای در خواص آن دارد.

(۳) نیروهای بین مولکولی که به طور عمده به میزان قطبی بودن و جرم مولکول‌ها وابسته است، در تعیین حالت فیزیکی و خواص یک ترکیب نقش مهمی دارند.

(۴) مولکول‌هایی که از اتم‌های متفاوت تشکیل شده‌اند، دارای μ بزرگ‌تر از صفر بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

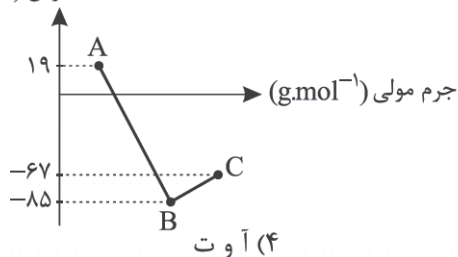
محل انجام محاسبات

۷۶- عبارت بیان شده در کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) نقطه جوش همه مولکول‌هایی که نیروی بین مولکولی در آنها از نوع پیوند هیدروژنی است، عددی بزرگ‌تر از صفر است.
- (۲) اتانول و استون دو ترکیب آلی اکسیژن‌دار هستند که در میان آنها ترکیب دارای جرم مولی بیشتر، نقطه جوش کمتری دارد.
- (۳) اگرچه جرم مولی گازهای N_2 و CO برابر است اما در شرایط یکسان، CO آسان‌تر از N_2 به مایع تبدیل می‌شود.
- (۴) مقایسه نقطه جوش مولکول‌های ناقطبی عناصر گروه ۱۷ به صورت $Cl_2 < Br_2 < I_2$ است.

۷۷- با توجه به نمودار زیر که نقطه جوش ترکیب‌های هیدروژن‌دار سه عنصر نخست از یک گروه جدول دوره‌ای را نشان می‌دهد، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

نقطه جوش ($^{\circ}C$)



- (آ) تفاوت در نقطه جوش دو ترکیب B و C به دلیل تفاوت در قطبیت آنها است.
 (ب) تفاوت نقطه جوش آب و هیدروژن سولفید، از این مقدار برای دو ترکیب A و B بیشتر است.

- (پ) مولکول A برخلاف دو مولکول دیگر قطبی است.
 (ت) نوع نیروهای بین مولکولی در دو ترکیب همانند CO_2 است.

- (۱) آ و ب (۲) ب و پ (۳) ب و ت (۴) آ و ت

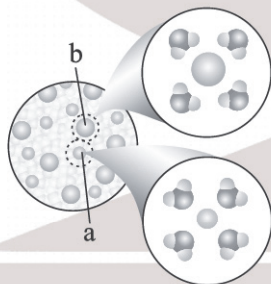
۷۸- عبارت بیان شده در همه گزینه‌های زیر درست است، به جز

- (۱) در مخلوط آب و تینر در دمای اتاق، حالت فیزیکی برخلاف ترکیب شیمیایی، در سرتاسر مخلوط یکسان و یکنواخت است.
- (۲) در همه مخلوط‌های ناهمگن، اجزای مخلوط به میزان ناچیزی در یکدیگر حل می‌شوند اما قابل چشم‌پوشی است.
- (۳) ماده‌ای که به عنوان حلال چربی و رنگ کاربرد دارد، انحلال‌پذیری معینی در آب نداشته و به هر نسبتی در آن حل می‌شود.
- (۴) قدرت پیوند هیدروژنی میان مولکول‌ها در محلول آب و اتانول از میانگین قدرت پیوند هیدروژنی میان مولکول‌های آب خالص و اتانول خالص بیشتر است.

۷۹- اگر با افزودن ماده C به محلول A، دو لایه مجزا تشکیل شود، عبارت بیان شده در کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) A می‌تواند محلول آب و شکر و C می‌تواند هگزان با گشتاور دوقطبی تقریباً صفر باشد.
- (۲) اگر C فراوان‌ترین حلال در صنعت باشد، A می‌تواند بنزین خودرو باشد.
- (۳) C به یقین ماده‌ای است که در حلال مورد استفاده در A نامحلول است.
- (۴) اگر A محلول آبی باشد، ماده C می‌تواند محلول در حلال قطبی استون باشد.

۸۰- با توجه به شکل زیر که مربوط به انحلال ماده X در آب است، عبارت بیان شده در کدام گزینه نادرست است؟



- (۱) در این فرایند انحلال، برخلاف انحلال متانول در آب، ماده حل‌شونده ویژگی‌های ساختاری خود را حفظ نکرده است.

- (۲) a و b به ترتیب می‌توانند کاتیون و آنیون حاصل از انحلال این ترکیب در آب باشند.

- (۳) اگر X ترکیب سدیم سولفید باشد، شمار گونه‌های باردار موجود در محلول سیرشده

حاوی 0.8 مول از آن برابر $10^{22} \times 32/96$ است.

- (۴) میان ذرات حاصل از انحلال ماده X و مولکول‌های موجود در محلول، نیروی جاذبه

یون - دوقطبی برقرار است.

محل انجام محاسبات

۸۱- در دمای 40°C مقدار 0.7 گرم گاز A در 75 گرم آب موجود است. اگر دمای آب را تا 65°C افزایش دهیم، چند میلی‌لیتر از این گاز از آب خارج می‌شود تا محلول سیرشده‌ای از آن حاصل شود؟ (انحلال‌پذیری گاز A در دمای 40°C و 65°C به ترتیب برابر 0.1 و 0.4 گرم می‌باشد و چگالی این گاز برابر با $1/25 \text{ g.L}^{-1}$ است.)

(۱) ۳۲ (۲) ۲۴ (۳) ۲۸ (۴) ۳۵

۸۲- درستی و یا نادرستی عبارت بیان‌شده در کدام گزینه با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

(۱) نوعی ترکیب یونی که به عنوان کود شیمیایی کاربرد دارد، در ساختار آنیون و کاتیون سازنده خود حاوی اتم نیتروژن است.
(۲) اگر به محلول سیرشده‌ای از گاز اکسیژن در آب، m گرم NaCl اضافه کرده و محلول را به هم بزنیم، مقداری از گاز O_2 خارج می‌شود.

(۳) تصفیه آب به هر دو روش اسمز معکوس و صافی کربن، نسبت به روش تقطیر برتری دارد.

(۴) در دما و فشار معین، مقایسه انحلال‌پذیری گازها در آب به صورت: $\text{NO} < \text{N}_2 < \text{O}_2$ است.

۸۳- عبارت کدام گزینه درست است؟

(۱) رنگی که کاغذ pH درون یک محلول به خود می‌گیرد، pH دقیق آن را نشان می‌دهد.

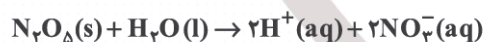
(۲) اگر گل آدریسی در خاکی به رنگ سرخ شکوفا شود، pH این خاک در گستره صفر تا ۷ قرار می‌گیرد.

(۳) در اثر افزودن اسید و باز به آب خالص در دمای اتاق، مجموع شمار مول یون‌های H^+ و OH^- ثابت باقی می‌ماند.

(۴) عدم تغییر رنگ کاغذ pH در محلول‌های آبی بیانگر خنثی بودن آن است.

۸۴- اگر pH محلول حاصل از انحلال m گرم دی‌نیتروژن پنتا اکسید در ۲ لیتر آب با pH محلول ۲ مولار نیترو اسید (HNO_3) با درصد

یونش یک برابر باشد، m کدام است؟ (از تغییر حجم در اثر انحلال چشم‌پوشی کنید و $\text{O} = 16$ ، $\text{N} = 14$: g.mol^{-1})



(۱) ۲/۱۶ (۲) ۱/۰۸ (۳) ۲/۸۶ (۴) ۴/۳۲

۸۵- اگر در دمای 25°C در محلول اسید HA با $K_a = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ ، غلظت مولکول‌های یونیده‌نشده اسید برابر با 0.4 مولار باشد،

نسبت $\frac{[\text{OH}^-]}{[\text{H}^+]}$ در این محلول برابر با کدام است؟

(۱) $2/5 \times 10^{-11}$ (۲) $1/25 \times 10^{-9}$ (۳) 5×10^{-13} (۴) 2×10^{-10}

۸۶- در شرایط یکسان دما و غلظت، pH محلول اسید HA از HB بزرگ‌تر است. کدام نتیجه‌گیری همواره درست است؟

(۱) شمار یون‌های هیدرونیوم در محلول اسید HB از اسید HA بیشتر است.

(۲) نسبت درجه یونش اسید HA به HB عددی بزرگ‌تر از یک است.

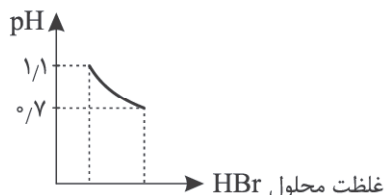
(۳) با صرف‌نظر از مولکول‌های آب، مجموع غلظت گونه‌ها در محلول اسید HA از HB بیشتر است.

(۴) حجم محلول سدیم هیدروکسید یک مولار لازم برای خنثی کردن ۵/۵ لیتر از محلول هر یک از این دو اسید برابر است.

محل انجام محاسبات

۸۷- اگر در دمای 25°C به 500 میلی لیتر محلول هیدروبرمیک اسید، x لیتر گاز هیدروژن برمید با چگالی $3/24 \text{ g.L}^{-1}$ اضافه شود و

تغییرات pH محلول به صورت زیر باشد، x برابر کدام است؟ (از تغییر حجم محلول صرف نظر کنید و $\text{Br} = 80$, $\text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)



(۱) ۲/۲

(۲) ۱/۵

(۳) ۱/۳

(۴) ۲/۵

۸۸- عبارت بیان شده در کدام گزینه نادرست است؟

(۱) pH محلول یک مولار اسید قوی HI در دمای اتاق برابر صفر است.

(۲) اگر pH محلول دو اسید HCl و CH_3COOH برابر باشد، غلظت اولیه استیک اسید مصرفی نسبت به هیدروکلریک اسید بیشتر است.

(۳) در محلول یک مولار اسیدهای متفاوت در دمای اتاق، مقدار pH محلول با درصد یونش اسید رابطه مستقیم دارد.

(۴) انحلال گاز هیدروژن سیانید در محلول سولفوریک اسید، سبب کاهش pH محلول می شود.

۸۹- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

(آ) اگر با افزودن آب به محلول یک اسید قوی، حجم آن ۴ برابر شود، pH آن $0/6$ واحد افزایش می یابد.

(ب) در اثر رقیق کردن محلول باز قوی AOH در دمای ثابت، غلظت همه گونه های موجود در محلول، با صرف نظر کردن از مولکول های آب کاهش می یابد.

(پ) اگر رنگ کاغذ pH در محلول A(aq) به رنگ آبی در آید، ماده A به یقین در ساختار خود یون هیدروکسید (OH^-) دارد.

(ت) در دما و غلظت یکسان، شدت روشنایی لامپ در محلول بازهای یک ظرفیتی، با قدرت باز رابطه مستقیم دارد.

(۱) آ و ت (۲) ب و ت (۳) آ و پ (۴) ب و پ

۹۰- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

● در دمای ثابت با افزایش pH یک محلول اسیدی، نسبت غلظت یون هیدروکسید به غلظت یون هیدرونیوم در آن افزایش می یابد.

● کمتر بودن pH اسید HX نسبت به اسید HY بیانگر این است که HX قدرت اسیدی بیشتری دارد.

● اگر حاصل ضرب غلظت یون های هیدرونیوم در هیدروکسید در محلول آبی باز BOH تغییر کند، به یقین دمای محلول تغییر کرده است.

● با اضافه کردن باز قوی NaOH به محلول اسید HCOOH در دمای اتاق، pH محلول نهایی در بازه ۷ تا ۱۴ قرار می گیرد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۱- اگر pH محلول حاصل از افزودن 300 گرم باز ضعیف BOH به $2/5$ لیتر آب در دمای اتاق برابر با $12/7$ باشد، درصد یونش این باز

برابر کدام است؟ (انحلال پذیری این باز در آب و در دمای اتاق برابر 10 گرم است؛ از تغییر حجم آب بر اثر انحلال باز صرف نظر کنید.

($\text{BOH} = 125 \text{ g.mol}^{-1}$, $d_{\text{H}_2\text{O}} = 1 \text{ g.mL}^{-1}$)

(۱) $5/20$ (۲) $6/25$ (۳) $8/15$ (۴) $3/12$

محل انجام محاسبات

۹۲- اگر ثابت یونش محلول‌های بازی $\text{AOH}(\text{aq})$ و $\text{A}'\text{OH}(\text{aq})$ در دمای معین به ترتیب برابر با $2/3 \times 10^{-5}$ و $5/4 \times 10^{-6}$ باشد، عبارت بیان‌شده در کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) در دمای اتاق، pH محلول مولار این دو باز به یقین از ۱۴ کمتر است.
 - (۲) در دمای یکسان، باز AOH قوی‌تر است، زیرا ثابت یونش (K_b) بزرگ‌تری دارد.
 - (۳) در یک دمای معین، محلول باز AOH نسبت به محلول باز $\text{A}'\text{OH}$ ، pH بزرگ‌تری دارد.
 - (۴) در محلول باز AOH رابطه $[\text{AOH}] > [\text{OH}^-]$ و در محلول باز $\text{A}'\text{OH}$ رابطه $[\text{A}'^+] > [\text{H}^+]$ برقرار است.
- ۹۳- عبارت بیان‌شده در کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) واکنش: $\text{H}^+(\text{aq}) + \text{OH}^-(\text{aq}) \rightarrow \text{H}_2\text{O}(\text{l})$ ، مبنایی برای کاربرد شوینده‌ها و پاک‌کننده‌ها است.
 - (۲) نسبت شمار آنیون به کاتیون در فراورده حاصل از واکنش لوله بازکن با اسیدهای چرب برابر یک است.
 - (۳) کاتیون و آنیون نمک حاصل از واکنش میان اسیدها و بازها به ترتیب متعلق به اسید و باز است.
 - (۴) در واکنش خنثی شدن اسید و باز، برخی یون‌ها در انجام واکنش نقش نداشته و دست‌نخورده باقی می‌مانند.
- ۹۴- به $1/2$ لیتر آب خالص با pH برابر ۷، ابتدا $5/5$ لیتر محلول $0/2$ مولار هیدروکلریک اسید و سپس $0/3$ لیتر محلول سدیم هیدروکسید با $\text{pH} = 13/3$ می‌افزاییم، pH محلول نهایی برابر با کدام است؟

- (۱) $1/7$ (۲) $11/7$ (۳) $1/3$ (۴) $11/3$

۹۵- عبارت بیان‌شده در همه گزینه‌ها درست است، به جز

- (۱) یکی از رایج‌ترین ضداسیدها که به شکل سوسپانسیون مصرف می‌شود، شامل منیزیم هیدروکسید است.
- (۲) برای افزایش قدرت پاک کردن چربی‌ها، به شوینده‌ها جوش شیرین می‌افزایند.
- (۳) نسبت pH معده در زمان استراحت به pH آن در زمان فعالیت عددی بزرگ‌تر از یک است.
- (۴) ترکیب $\text{Al}(\text{OH})_3$ می‌تواند به تنهایی به عنوان داروی ضداسید مورد استفاده قرار گیرد.



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۴
۲۵ مهر ۱۴۰۴



پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان		
۲	هندسه	مهريار راشدي	امير حسين ابومحبوب - احمد رضا فلاح حسن محمدبيگي	مهديار شريف - مهدي حسيني
۳	گسسته	رسول حاجي زاده	رسول حاجي زاده - نيما مهندس	دريوش اميري - مهديار شريف
۴	فيزيك	علي نعيمی	مهدي داداشي - امير حسين رستگار - علي مجيدي مرتضي ميرخاني - علي نعيمی	محمدرضا خادمي - مهديار شريف
۵	شیمی	مسعود جعفري	محبوبه بيگ محمدی - هادي مهدي زاده	پرهام اميري - علي باباخاني

واحد فني (به ترتيب حروف الفبا)
زهرا احدي - امير علي الماسي - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - پریا رحیمی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



حسابان

۱. گزینه ۲ صحیح است.

صورت مثبت و مخرج منفی است پس $A < 0$. با این فرض A^2 را به دست می آوریم:

$$A = \frac{\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}}{\sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12}}$$

$$A^2 = \frac{1 + 2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}}{1 - 2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}} = \frac{1 + \sin \frac{\pi}{6}}{1 - \sin \frac{\pi}{6}}$$

$$A^2 = \frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \frac{(2 + \sqrt{2})^2}{4 - 2} = \frac{6 + 4\sqrt{2}}{2}$$

$$A^2 = 3 + 2\sqrt{2} \Rightarrow A^2 = (1 + \sqrt{2})^2 \Rightarrow |A| = 1 + \sqrt{2}$$

$$A < 0 \Rightarrow A = -1 - \sqrt{2}$$

روش دیگر: صورت مخرج را در عبارت صورت ضرب می کنیم:

$$A = \frac{(\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12})^2}{\sin^2 \frac{\pi}{12} - \cos^2 \frac{\pi}{12}} = \frac{1 + \sin \frac{\pi}{6}}{-\cos \frac{\pi}{6}} = \frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{-\frac{\sqrt{2}}{2}} = -\sqrt{2} - 1$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۱۰۰ و ۱۱۲)

۲. گزینه ۳ صحیح است.

چون P روی دایره مثلثاتی واقع شده است پس:

$$\begin{aligned} P \begin{cases} x = \cos \theta \\ x - 1 = \sin \theta \end{cases} \\ \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \\ \Rightarrow 4x^2 + x^2 - 2x + 1 = 1 \Rightarrow 5x^2 = 2x \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2}{5} \Rightarrow P \begin{cases} \frac{4}{5} = \cos \theta \\ -\frac{3}{5} = \sin \theta \end{cases} \end{cases}$$

فرض کنیم $\frac{\pi}{4}$ جلو رفته ایم و به نقطه A رسیده ایم:

$$A \begin{cases} \cos(\theta + \frac{\pi}{4}) \\ \sin(\theta + \frac{\pi}{4}) \end{cases} \Rightarrow A \begin{cases} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{cases} \Rightarrow A \begin{cases} \frac{3}{5} \\ \frac{4}{5} \end{cases}$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۹۳ و ۹۴)

۳. گزینه ۴ صحیح است.

می دانیم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} (AB)(AC) \sin A$$

پس:

$$S_{ABN} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4x \times \sin A = 24$$

$$\Rightarrow 8x \sin A = 24 \Rightarrow x \sin A = 3$$

از طرفی:

$$S_{ACM} = \frac{1}{2} \times x \times 12 \sin A = 6x \sin A = 6 \times 3 = 18$$

(ریاضی دهم، صفحه ۳۳)

۴. گزینه ۳ صحیح است.

$$A = \frac{\sin \frac{\pi}{12}}{\cos \frac{\Delta \pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}}$$

با توجه به آنکه $\sin \frac{\pi}{12} = \cos \frac{\Delta \pi}{12}$ پس $\frac{\pi}{12} + \frac{\Delta \pi}{12} = \frac{\pi}{2}$

$$A = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{12}}$$

$$\cos \frac{\pi}{12} = \cos(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$A = \frac{4}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} = \sqrt{6} - \sqrt{2}$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۱۰۲ و ۱۱۱)

۵. گزینه ۳ صحیح است.

اگر هر رادیان را 57° در نظر بگیریم، ۴ رادیان معادل 228° و ۶ رادیان معادل 342° است. پس به ترتیب در ناحیه سوم و چهارم قرار دارند.

(حسابان یازدهم، صفحه ۹۵)

۶. گزینه ۱ صحیح است.

عبارت داده شده را به توان ۲ می رسانیم و داریم:

$$4 \sin^2 x + \cos^2 x + 4 \sin x \cos x = 1$$

به جای عدد ۱ قرار می دهیم $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ و داریم:

$$4 \sin^2 x + \cos^2 x + 4 \sin x \cos x = \sin^2 x + \cos^2 x$$

$$3 \sin^2 x + 4 \sin x \cos x = 0$$

$$\sin x (3 \sin x + 4 \cos x) = 0$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ 3 \sin x = -4 \cos x \Rightarrow \tan x = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\tan x = -\frac{4}{3}, \frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{4}{5} \\ \cos x = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

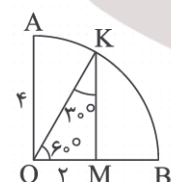
$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = 2 \times \frac{9}{25} - 1 = -\frac{7}{25}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۱۲)

۷. گزینه ۳ صحیح است.

مساحت مثلث OMK برابر:

$$S = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 \times \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$$



مساحت قطاع روبه رو به کمان KB برابر:

$$S = \frac{1}{2} \times 4^2 \times \frac{\pi}{3}$$

$$S = \frac{8\pi}{3} \Rightarrow S_r = \frac{8\pi}{3} - 2\sqrt{3}$$

$$S = \frac{1}{4} \pi R^2 = \frac{1}{4} \pi \times 16 = 4\pi$$

$$S_1 = 4\pi - S_r = 4\pi - (\frac{8\pi}{3} - 2\sqrt{3}) = \frac{4\pi}{3} + 2\sqrt{3}$$

$$S_1 - S_r = \frac{4\pi}{3} + 2\sqrt{3} - \frac{8\pi}{3} + 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} - \frac{4\pi}{3} = 4(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3})$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۹۶)

۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$\frac{\cos(\beta - \alpha)}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta}$$

در ابتدا داریم:

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\cos \beta}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \alpha \sin \beta = \cos \alpha \cos \beta$$

اما:

$$\frac{\cos(\beta - \alpha)}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{\cos \alpha \cos \beta + \cos \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta - \cos \alpha \cos \beta} = -\frac{\gamma}{\delta}$$

پس:

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۱۱)



$$f(0) = 0 \Rightarrow a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$\max = a + 2 = 4 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow a + b = 6$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۳)

گزینه ۴ صحیح است.

اولاً:

$$\min f = -3 \Rightarrow a - 2 = -3 \Rightarrow a = -1$$

ثانیاً:

$$f(\pi) = 0 \Rightarrow -1 - 2 \sin b \pi = 0 \Rightarrow \sin b \pi = -\frac{1}{2}$$

البته دقت کنید $b < 0$ زیرا تابع برای همسایگی راست $x = 0$ صعودی اکید است، پس:

$$b\pi = -\frac{\pi}{6}, -\frac{5\pi}{6}, -\frac{13\pi}{6} \Rightarrow$$

با توجه به آنکه π در سومین نقطه تلاقی با محور طولها قرار گرفته پس:

$$\begin{cases} b = -\frac{13}{6} \\ a = -1 \end{cases} \Rightarrow a - b = \frac{7}{6}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۳)

گزینه ۳ صحیح است.

$$f(x) = -3 - 4a \sin^2 \frac{\pi}{4} x$$

$$0 \leq \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} x \right) \leq 1 \Rightarrow \max(f) - \min(f) = |4a|$$

$$|4a| = 6 \Rightarrow |a| = \frac{3}{2} \xrightarrow{a > 0} a = \frac{3}{2}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۵)

گزینه ۲ صحیح است.

$$f(0) = a \Rightarrow A \Big|_a^0$$

تابع $y = \tan \frac{\pi x}{3}$ به شرطی تعریف نشده است که:

$$\frac{\pi x}{3} = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$k = 0 \Rightarrow \frac{x\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

پس:

اولین نقطه تعریف نشده

$$k = 1 \Rightarrow \frac{\pi x}{3} = \pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi x}{3} = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{9}{2}$$

$$m_{AB} = -\frac{a}{\frac{9}{2}} = -\frac{2a}{9}$$

پس $B(4/5, 0)$ به این ترتیب:

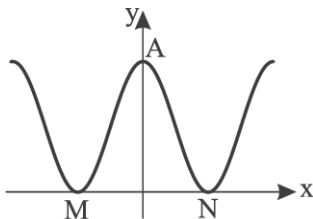
$$-\frac{2a}{9} = -\frac{4}{9} \Rightarrow a = 2$$

پس:

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۲)

گزینه ۲ صحیح است.

با فرض $a > 0$ می توان نقاط M و N را به صورت زیر در نظر گرفت.



با توجه به آنکه $MN = T = \frac{\pi}{a}$ از طرفی $y_A = f(0) = a$

$$S_{AMN} = \frac{1}{2} \times a \times a = \frac{a^2}{2}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۳)

گزینه ۲ صحیح است.

$$\sin\left(\frac{3\pi}{4} - 4x\right) = -\cos 4x$$

پس باید $\cos 4x$ را به دست آوریم. ابتدا فرض را به توان ۲ می رسانیم:

$$\sin x - \cos x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x = \frac{1}{3}$$

$$1 - \sin 2x = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin 2x = \frac{2}{3}$$

$$\cos 4x = 1 - 2 \sin^2 2x = 1 - 2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1 - 2 \times \frac{4}{9} = +\frac{1}{9}$$

پس جواب نهایی $-\frac{1}{9}$ است.

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۱۲)

گزینه ۱ صحیح است.

در ابتدا داریم:

$$\cos\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\Rightarrow \cos x \cos \frac{3\pi}{4} - \sin x \sin \frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\Rightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} (\sin x + \cos x) = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \sin x + \cos x = -\frac{1}{2}$$

$$\sin x + \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 1 + \sin 2x = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} \sin 2x = -\frac{3}{4} \\ \cos 2x = \pm \frac{\sqrt{7}}{4} \end{cases}$$

$$\frac{3\pi}{2} < 2x < 2\pi \Rightarrow \cos 2x > 0 \Rightarrow \cos 2x = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۱۱)

گزینه ۴ صحیح است.

$$f(x) = 1 - 4 \cos^2 2x = 1 - 2(1 + \cos 4x)$$

$$f(x) = -2 \cos 4x - 1 \Rightarrow T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۲۴ و ۲۵)

گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{cases} \max = a + 4 \Rightarrow a + 4 = -2(a - 4) - 1 \\ \min = a - 4 \end{cases}$$

$$a + 4 = -2a + 8 - 1 \Rightarrow 3a = 3 \Rightarrow a = 1$$

$$f(x) = 1 + 4 \sin \pi x \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\pi} = 2$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۷)

گزینه ۱ صحیح است.

فرض کنیم دوره تناوب تابع f برابر T باشد، آنگاه:

$$y = 3f\left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}\right)$$

$$T_1 = \frac{T}{3} = 4 \Rightarrow T = \frac{4}{3}$$

یعنی دوره تناوب تابع f برابر $T = \frac{4}{3}$ است.

$$y = 2f\left(1 - \frac{4}{3}x\right) \Rightarrow T_2 = \frac{T}{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{4}{3}} = 2$$

یعنی دوره تناوب تابع موردنظر ۲ است.

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۲۴ و ۲۵)

گزینه ۲ صحیح است.

$$f(x) = a - 2 \sin\left(bx - \frac{3\pi}{4}\right) = a - 2 \cos bx$$



هندسه

۱۹. گزینه ۴ صحیح است.

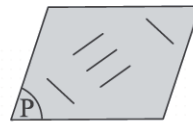
به بررسی گزاره‌ها می‌پردازیم:

(الف) نادرست، صفحه عمود بر دو خط متنافر وجود ندارد زیرا دو خط عمود بر یک صفحه موازی هستند پس نمی‌توانند متنافر باشند.

(ب) نادرست، دو خط عمود بر یک خط در فضای سه‌بعدی می‌توانند متنافر هم باشند.

(ج) درست، دو صفحه متمایز عمود بر یک صفحه یا موازی‌اند یا متقاطع‌اند.

(د) نادرست، اگر خط d با صفحه P موازی باشد، آنگاه d با بی‌شمار از خطوط صفحه P موازی با بی‌شمار خطوط صفحه P متنافر است.

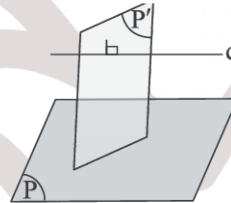


(هندسه دهم، صفحه ۱۴)

۲۰. گزینه ۴ صحیح است.

(۱) درست، صفحه شامل خط d و عمود بر صفحه P منحصر به فرد است.

(۲) درست، به شکل دقت کنید!



$$\left. \begin{array}{l} d \parallel P \\ d \perp P' \end{array} \right\} \Rightarrow P' \perp P$$

(۳) درست، اگر خط d با صفحه P موازی نباشد، هر صفحه‌ای که بر این خط بگذرد، با صفحه P متقاطع است و چنانچه خط d موازی صفحه P باشد، فقط یک صفحه گذرا از d و موازی P وجود دارد.

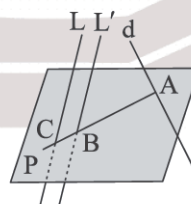
(۴) نادرست، هر خط صفحه P یا با خط d موازی و یا متنافر است.

(هندسه دهم، صفحه ۱۰)

۲۱. گزینه ۱ صحیح است.

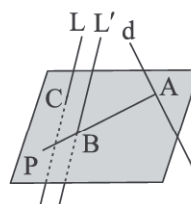
می‌دانیم اگر صفحه‌ای یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را هم قطع می‌کند. چون خط L' صفحه P را قطع می‌کند. پس خط L هم این صفحه را در نقطه‌ای مانند C قطع خواهد کرد.

اکنون اگر امتداد AB از نقطه C عبور کند (شکل ۱) L و AB متقاطع خواهند شد.



(شکل ۱)

و در صورتی که امتداد AB از نقطه C عبور نکند (شکل ۲) L و AB متنافر خواهند بود.

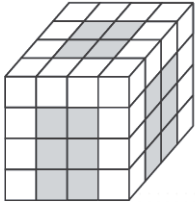


(شکل ۲)

(هندسه دهم، صفحه ۷۹)

۲۲. گزینه ۳ صحیح است.

این مکعب از ۶۴ مکعب کوچک $1 \times 1 \times 1$ تشکیل شده است. مکعب‌های کوچکی که فقط یک وجه آنها رنگ شده است روی وجه‌های مکعب اصلی هستند به جز مکعب‌های کوچکی که روی یال‌های آن هستند به استثنای کف آن که رنگ نشده (به غیر از مکعب‌های کوچک روی چهار یال کف و به جز رأس‌های آنها). پس در واقع داریم:



$$m = 5 \times 4 + 4 \times 2 = 28$$

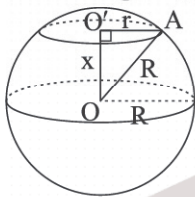
از طرف دیگر تعداد مکعب‌های $1 \times 1 \times 1$ که سه وجه رنگی دارند، فقط در چهار گوشه بالای مکعب اصلی واقع‌اند یعنی $n = 4$ است. بنابراین:

$$\frac{m}{n} - 1 = \frac{28}{4} - 1 = 6$$

(هندسه دهم، صفحه ۹۰)

۲۳. گزینه ۴ صحیح است.

در صورتی سطح مقطع حاصل از برخورد یک صفحه با کره بیشترین مقدار ممکن را دارد که صفحه از مرکز کره عبور کند. حال فرض کنید صفحه را به اندازه x واحد در راستای عمود بر آن جابه‌جا کنیم. در این حالت مطابق شکل، سطح مقطع حاصل، دایره‌ای به شعاع r است.



مطابق فرض داریم:

$$S' = \frac{1}{4}S \Rightarrow \pi r^2 = \frac{1}{4}\pi R^2 \Rightarrow r^2 = \frac{1}{4}R^2$$

حال طبق قضیه فیثاغورس در مثلث $OO'A$ داریم:

$$OO'^2 = OA^2 - O'A^2 \Rightarrow x^2 = R^2 - r^2 = R^2 - \frac{1}{4}R^2 = \frac{3}{4}R^2$$

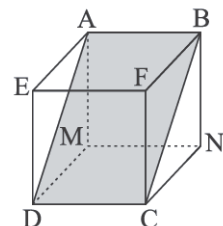
$$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2}R$$

(هندسه دهم، صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۲۴. گزینه ۴ صحیح است.

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم.

(۱) درست، صفحه‌ای که از نقاط A و B و C عبور می‌کند، از نقطه D نیز می‌گذرد. پس مکعب را در مستطیل $ABCD$ برش می‌دهد.



(۲) درست، یال AB بر وجه $BNCF$ عمود است پس AB بر BC

عمود است پس مثلث ABC قائم‌الزاویه است.

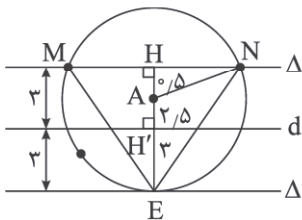
(۳) درست، زیرا هر سه پاره‌خط EM و EC و MC قطرهای وجه مکعب

هستند پس مساوی‌اند. پس مثلث EMC مثلث متساوی‌الاضلاع است.



۲۸. گزینه ۳ صحیح است.

نقطه A از خط d به فاصله ۲/۵ است. پس طول عمود AH' برابر ۲/۵ است.



از طرف دیگر مکان هندسی نقاطی از صفحه که از A به فاصله ۵/۵ هستند، دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۵/۵ است و مکان هندسی نقاطی که از d به فاصله ۳ قرار دارند دو خط موازی d در طرفین آن می‌باشد. با توجه به شکل AE = ۵/۵ پس H'E = ۳ و در نتیجه دایره بر یکی از دو خط موازی با d مماس و دیگری را در دو نقطه قطع می‌کند. یعنی در شکل نقاط M و N و E نقاط موردنظر این سؤال هستند.

مسئله ۶ = EH = ۳ + ۳ ارتفاع مثلث MNE است و در مثلث قائم الزاویه ANH می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \Delta ANH : NH^2 &= AN^2 - AH^2 \xrightarrow{AN=5/5} NH^2 = 5/5^2 - 2/5^2 \\ &= (5/5 - 2/5)(5/5 + 2/5) = 3/5 \times 7/5 = 21/25 \Rightarrow NH = \sqrt{21}/5 \Rightarrow MN = 2\sqrt{30} \end{aligned}$$

بنابراین:

$$S_{\Delta MNE} = \frac{1}{2} EH \times MN = \frac{1}{2} (6) (2\sqrt{30}) = 6\sqrt{30}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۷)

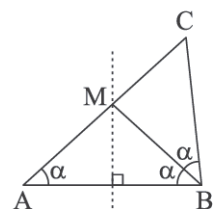
۲۹. گزینه ۲ صحیح است.

سه نقطه A، B و C روی یک خط راست قرار ندارند، پس یک مثلث تشکیل می‌دهند. محل تلاقی عمودمنصف‌های ABC، نقطه‌ای است که از نقاط A، B و C به یک فاصله قرار دارد. از طرفی مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ۳ واحد باشند، دو خط موازی با d و در طرفین آن هستند. حال در صورتی که یکی از این دو خط موازی از نقطه تلاقی عمودمنصف‌های مثلث ABC عبور کند، مسئله یک جواب دارد و در غیر این صورت فاقد جواب است.

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۳۰. گزینه ۱ صحیح است.

مطابق شکل فرض کنید $\angle BAC = \alpha$ و $\angle ABC = 2\alpha$ باشد.



نیمساز زاویه $\angle ABC$ را رسم می‌کنیم تا پاره خط AC را در نقطه M قطع کند. در این صورت $\angle ABM = \alpha$ بوده و مثلث ABM متساوی‌الساقین است، یعنی $MA = MB$. نقطه M از دو سر پاره خط AB به یک فاصله است، پس M روی عمودمنصف پاره خط AB قرار دارد.

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۴) نادرست، زاویه $\angle AEC$ قائمه است ولی مثلث قائم‌الزاویه $\triangle AEC$ متساوی‌الساقین نیست. توجه کنید! AE یال و EC قطر وجه مکعب بوده پس برابر نیستند.

(هندسه دهم، صفحه ۹۴)

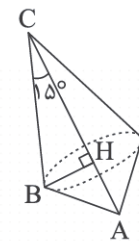
۲۵. گزینه ۴ صحیح است.

در مثلث ABC اندازه زاویه $\hat{B}$ برابر است با:

$$\hat{B} = 180^\circ - (75^\circ + 15^\circ) = 90^\circ$$

پس این مثلث قائم‌الزاویه است. در نتیجه کوچک‌ترین ارتفاع این مثلث ارتفاع BH وارد بر وتر AC است.

از آنجا که $\hat{C} = 15^\circ$ پس $BH = \frac{1}{4} AC$ و در نتیجه $AC = 8$ است.



اکنون مثلث ABC را حول وتر AC دوران می‌دهیم. در این صورت دو مخروط با شعاع قاعده BH و ارتفاع‌های AH و CH به وجود می‌آید، داریم:

$$\begin{aligned} \text{حجم شکل} &= \frac{1}{3} \pi (BH)^2 (AH) + \frac{1}{3} \pi (BH)^2 (CH) \\ &= \frac{1}{3} \pi (BH)^2 (AH + CH) = \frac{1}{3} \pi (BH)^2 (AC) = \frac{1}{3} \pi (2)^2 (8) = 32 \end{aligned}$$

(هندسه دهم، صفحه ۹۶)

۲۶. گزینه ۳ صحیح است.

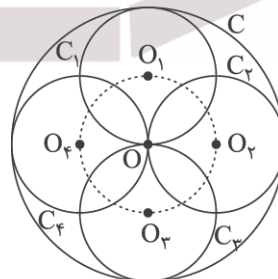
به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

- ۱) نادرست، اگر d بر Δ عمود باشد، از دوران d حول Δ سطح مخروطی به وجود نمی‌آید.
- ۲) نادرست، زیرا صفحه عمود بر محور سطح مخروطی که از رأس سطح مخروطی عبور کند، مقطع نقطه می‌شود نه دایره.
- ۳) درست
- ۴) نادرست، صفحه گذرا از رأس سطح مخروطی و موازی مولد آن، شامل مولد سطح مخروطی است پس یک خط ایجاد می‌شود نه سهمی.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۵)

۲۷. گزینه ۲ صحیح است.

مطابق شکل فرض کنید دایره $C_1(O_1, R)$ بر دایره $C(O, 2R)$ مماس داخل باشد. در این صورت مطابق شکل داریم:



$$OO_1 = |2R - R| \Rightarrow OO_1 = 2R - R = R$$

فاصله نقطه O_1 از نقطه O برابر R است. به طور مشابه فاصله مرکز هر دایره دیگری که درون دایره C بوده و بر آن مماس داخل باشد، از نقطه O برابر R است، پس مکان هندسی موردنظر دایره‌ای به مرکز O و شعاع R است.

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)



ریاضیات گسسته

۳۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{aligned} 51x &\equiv a-17 \\ (51, 21) \mid (a-17) &\Rightarrow 3 \mid (a-17) \\ \Rightarrow a-17 &= 3k \Rightarrow a = 3k+17 \end{aligned}$$

به‌ازای $k=28$ مقدار a برابر 101 به دست می‌آید.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۵)

۳۲. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{aligned} 12 \mid 9n+3 &\Rightarrow 9n+3 \equiv 0 \Rightarrow 9n \equiv -3 \Rightarrow 3n \equiv -1 \Rightarrow 3n \equiv 2 \\ \Rightarrow n &\equiv 4 \Rightarrow n = 4k+1 \end{aligned}$$

بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی به فرم $4k+1$ عدد 997 است.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۵)

۳۳. گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{aligned} A &\equiv 2 \Rightarrow 7-a+5-a+2-a \equiv 2 \Rightarrow 14-3a \equiv 2 \\ \Rightarrow 3a &\equiv 12 \Rightarrow a \equiv 4 \Rightarrow a = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow A &= 424547 \Rightarrow A \equiv 7+4+5+4+2+4 \equiv 26 \equiv 8 \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۳ و ۲۵)

۳۴. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{aligned} 6 \mid 7n+3 &\Rightarrow 7n+3 \equiv 0 \Rightarrow 7n \equiv -3 \Rightarrow 7n \equiv 6 \Rightarrow n \equiv 6k+3 \\ \Rightarrow n &= 6k+3 \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۶)

۳۵. گزینه ۱ صحیح است.

طرفین معادله را به 17 تقسیم می‌کنیم:

$$6x+11y=17 \quad x_0=1 \text{ و } y_0=1$$

جوابی از معادله‌اند، بنابراین:

$$\begin{cases} x=11k+1 \\ y=-6k+1 \end{cases} \Rightarrow x+y=5k+2$$

در بین گزینه‌ها فقط 27 به فرم $5k+2$ است.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۷)

۳۶. گزینه ۱ صحیح است.

$$\begin{aligned} 7m+12n &= 5000 \\ 12n &\equiv 5000 \Rightarrow 5n \equiv 5000 \Rightarrow n \equiv 1000 \equiv 6 \\ n_0 &= 6 \Rightarrow m_0 = 704 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \begin{cases} n=7k+6 \\ m=-12k+704 \end{cases} \\ n \geq 0 &\Rightarrow k \geq 0 \\ m \geq 0 &\Rightarrow -12k \geq -704 \Rightarrow k \leq 58 \\ \Rightarrow k &\in \{0, 1, 2, 3, \dots, 58\} \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۸)

۳۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{aligned} 4 \times 4 \times 4 &= 64 \text{ تعداد کل حالات} \\ 3 \times 3 \times 3 &= 27 \text{ تعداد حالاتی که رنگ سبز به کار نمی‌رود} \\ 64 - 27 &= 37 \text{ تعداد حالات مطلوب} \end{aligned}$$

(ریاضی دهم، صفحه ۱۲۴)

۳۸. گزینه ۴ صحیح است.

خانه اول از سمت راست یک حالت، رقم سمت چپ سه حالت (هر رقمی به غیر از ۰ و ۱) و بالاخره دو خانه دیگر به ترتیب ۳ و ۲ حالت خواهند داشت.

$$\square \square \square \square$$

$$? = 1 \times 3 \times 3 \times 2 = 18$$

پس:

(ریاضی دهم، صفحه ۱۲۳)

۳۹. گزینه ۱ صحیح است.

راه‌حل اول: اگر عدد موردنظر دقیقاً یک رقم ۲ داشته باشد، بستگی به اینکه آن رقم در هزارگان باشد یا نه، به ترتیب ۸ و ۱۲ عدد ساخته می‌شود. اگر عدد موردنظر دقیقاً دو رقم ۲ داشته باشد، بستگی به اینکه یکی از آن دو رقم در هزارگان باشد یا نه، به ترتیب ۱۲ و ۶ عدد ساخته می‌شود. اگر عدد موردنظر دقیقاً سه رقم ۲ داشته باشد، بستگی به اینکه یکی از آن سه رقم در هزارگان باشد یا نه، به ترتیب ۶ و ۱ عدد ساخته می‌شود. اگر عدد موردنظر دقیقاً چهار رقم ۲ داشته باشد، دقیقاً ۱ عدد به دست می‌آید. پس:

$$? = (1) + (6+1) + (12+6) + (12+1) = 46$$

راه‌حل دوم: تعداد کل اعدادی که از سه رقم ۰، ۱، ۲ مجاز به استفاده باشد را شمرده و اعدادی که ۲ ندارند (فقط ۰ و ۱ دارند) را کم می‌کنیم:

$$46 - 8 = 38 \quad \square \square \square \square - \square \square \square \square = 46 - 8 = 38$$

(ریاضی دهم، صفحه ۱۳۱)

۴۰. گزینه ۴ صحیح است.

۳ فیزیک ۲ ریاضی یا ۴ فیزیک ۱ ریاضی یا ۵ فیزیک صفر ریاضی = مطلوب

$$= \binom{6}{5} \binom{7}{0} + \binom{6}{4} \binom{7}{1} + \binom{6}{3} \binom{7}{2} = 6 + 105 + 420 = 531$$

(ریاضی دهم، صفحه ۱۳۸)

فیزیک

۴۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$E_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = m\left(\frac{100 \times 100}{2} + 10 \times 300\right) = 8000 \text{ m}$$

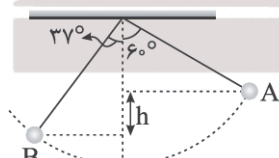
$$E_2 = \frac{75}{100} E_1 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 + 0 = \frac{3}{4} \times 8000 \text{ m} \Rightarrow v_2^2 = 12000$$

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{12000} = 20\sqrt{30} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۱۸۰)

۴۲. گزینه ۴ صحیح است.

نیروی طناب در امتداد خود طناب است، پس بر مسیر حرکت عمود است و روی گلوله کار انجام نمی‌دهد. پس تنها نیرویی که روی گلوله کار انجام می‌دهد، وزن آن است.



$$W_{\text{کل}} = \Delta K$$

$$W_{\text{mg}} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B^2 = 2gh$$

$$h = l \cos 37^\circ - l \cos 60^\circ = l(\cos 37^\circ - \cos 60^\circ)$$

$$h = 2(0.8 - \frac{1}{2}) = 0.9 \text{ m}$$

$$v_B^2 = 2 \times 10 \times 0.9 = 18 \Rightarrow v_B = 3\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۱، ۶۲ و ۸۱)

۴۳. گزینه ۳ صحیح است.

$$\Delta K = W_t = W_{\text{mg}}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh$$



$$= m \times 10 \times 5 + \frac{1}{2} m \times v_B^2 \Rightarrow v_B = 10 \sqrt{10} \frac{m}{s}$$

$$U_A + K_A = U_C + K_C \Rightarrow 0 + \frac{1}{2} m \times 30^2$$

$$= m \times 10 \times (-5) + \frac{1}{2} m \times v_C^2 \Rightarrow v_C = 10 \sqrt{10} \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \frac{v_B}{v_C} = \sqrt{\frac{10}{10}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۱۰)

۴۹. گزینه ۱ صحیح است.

$$P = \frac{W}{t}, P_A = P_B \Rightarrow \frac{W_A}{t_A} = \frac{W_B}{t_B}$$

$$\xrightarrow{t_A > t_B} W_A > W_B$$

$$Ra = \frac{W}{E_{\text{ورودی}}} \xrightarrow{\frac{E_A = E_B}{W_A > W_B}} Ra_A > Ra_B$$

(فیزیک دهم، صفحه های ۷۱۳ و ۷۵)

۵۰. گزینه ۱ صحیح است.

$$\begin{cases} K = \frac{1}{2} mv^2 \\ \Delta K = \frac{1}{2} \times 2m \times (v + \Delta)^2 \end{cases} \Rightarrow \Delta = \frac{2(v + \Delta)^2}{v^2}$$

$$\Rightarrow 4v^2 = (v + \Delta)^2 \Rightarrow 2v = v + \Delta \Rightarrow v = \Delta \frac{m}{s}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۵۴)

۵۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_f = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$Fd \cos(90^\circ - \theta) - f_k \cdot d = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$\Rightarrow 100 \times 5 \times \frac{1}{2} - 5 f_k = \frac{1}{2} \times 10 \times 36 \Rightarrow 400 - 5 f_k = 180$$

$$\Rightarrow f_k = \frac{220}{5} = 44 N$$

(فیزیک دهم، صفحه های ۵۸، ۵۹ و ۶۱)

۵۲. گزینه ۴ صحیح است.

پمپ روی مایع کار انجام می دهد و انرژی مکانیکی آن را افزایش می دهد. از آنجا که تندی مایع ثابت فرض می شود، تمام این افزایش انرژی مکانیکی به صورت افزایش انرژی پتانسیل گرانشی است.

$$W = mg\Delta h \Rightarrow P_{\text{خروجی}} \Delta t = mg\Delta h$$

$$\Rightarrow Ra \times P_{\text{ورودی}} \times \Delta t = mg\Delta h$$

$$\Rightarrow 0.6 \times 3 \times 10^3 \times 50 = m \times 10 \times 30$$

$$\Rightarrow m = \frac{6 \times 3 \times 5 \times 10^3}{300} = 300 \text{ kg}$$

$$m = \rho \cdot V \Rightarrow 300 = 1.2 V \Rightarrow V = 250 L$$

(فیزیک دهم، صفحه های ۶۵، ۷۳ و ۷۵)

۵۳. گزینه ۳ صحیح است.

اصطکاک توپ با کف ماشین خیلی کم است و تقریباً نیروی خالص وارد بر توپ صفر است. بنابراین طبق قانون اول نیوتون، توپ به حرکت خود ادامه می دهد و به طرف جلوی ماشین می غلتد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۲۹ و ۳۰)

۵۴. گزینه ۲ صحیح است.

با مقایسه بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی ($f_{s \max}$) با نیروی اعمال شده بر جسم، بررسی می کنیم که جسم حرکت کرده یا نکرده:

$$f_{s \max} = F_N \cdot \mu_s \xrightarrow{F_N = mg} f_{s \max} = mg \cdot \mu_s$$

$$\xrightarrow{\frac{m = 4 \text{ kg}}{g = 10}} f_{s \max} = 0.5 \times 4 \times 10 = 20 N$$

$$\mu_s = 0.5$$

حالت اول:

$$v = \sqrt{v_i^2 + 2gh}$$

حالت دوم:

$$2v = \sqrt{4v_i^2 + 2gH}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{v_i^2 + 2gh} = \sqrt{4v_i^2 + 2gH} \Rightarrow H = 4h = 4 \times 10 = 40 m$$

توجه کنید مسئله مستقل از جرم جسم و جهت سرعت اولیه است.

(فیزیک دهم، صفحه های ۶۸ تا ۷۰)

۴۴. گزینه ۴ صحیح است.

الف) نادرست، کار کل انجام شده روی جسم برابر است با تغییر انرژی جنبشی جسم که در اینجا صفر است.

ب) نادرست، چتر باز پایین می آید؛ پس انرژی پتانسیل گرانشی آن کم می شود. انرژی جنبشی هم که ثابت است.

$$(U = mgh, K = \frac{1}{2} mv^2)$$

پس انرژی مکانیکی که حاصل جمع انرژی های جنبشی و پتانسیل است در حال کاهش است.

ج) نادرست، وقتی یک جسم پایین می آید، کار نیروی وزن آن مثبت است.

(فیزیک دهم، صفحه های ۶۱ و ۶۵)

۴۵. گزینه ۴ صحیح است.

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی، کار کل انجام شده روی یک جسم برابر با تغییرات انرژی جنبشی آن است.

$$W_t = K_f - K_i = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$\Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 4 \times (5^2 - 1^2) = 47.6 J$$

(فیزیک دهم، صفحه ۶۲)

۴۶. گزینه ۲ صحیح است.

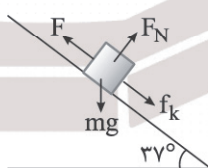
کار نیروی وزن در یک جابه جایی قائم (Δh) برابر $W_{mg} = -mg\Delta h$ بوده و تغییر انرژی پتانسیل گرانشی نیز برابر $\Delta U_g = mg\Delta h$ و هر دو مستقل از مسیر حرکت هستند.

پس برای هر دو شخص، کار نیروی وزن و تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی یکسان است. (یعنی جملات الف) و ب) نادرست هستند.) از طرفی چون جابه جایی انجام شده در خلاف جهت نیروی وزن است، کار نیروی وزن هر دو شخص منفی است. (یعنی جمله ج) درست است.)

(فیزیک دهم، صفحه ۷۹)

۴۷. گزینه ۳ صحیح است.

بر طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:



$$W_F + W_{mg} + W_{f_k} + W_{F_N} = \Delta K$$

$W_{F_N} = 0$ است زیرا نیروی عمودی سطح عمود بر مسیر حرکت است.

$$\Delta U_g = -W_{mg} \Rightarrow W_{mg} = -\Delta U_g$$

$$W_F + W_{f_k} = \Delta K + \Delta U_g$$

$$\Rightarrow \Delta E = W_F + W_{f_k}$$

$$\Delta E = (20 \times 0.6) + (-8 \times 0.6) = 7.2 J$$

(فیزیک دهم، صفحه ۷۱)

۴۸. گزینه ۳ صحیح است.

به دلیل عدم وجود مقاومت هوا، انرژی مکانیکی پایستگی دارد (نقطه A را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض می کنیم).

$$U_A + K_A = U_B + K_B \Rightarrow 0 + \frac{1}{2} m \times 30^2$$



۵۸. گزینه ۳ صحیح است.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 30 - F_y = ma$$

حالت اول:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_y - 15 = \frac{1}{4} ma$$

حالت دوم:

$$\Rightarrow F_y - 15 = \frac{1}{4} (30 - F_y) \Rightarrow 5F_y = 90 \Rightarrow F_y = 18 \text{ N}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۴۲)

۵۹. گزینه ۳ صحیح است.

$$F_N - mg = ma \Rightarrow F_N = m(g + a) = 80(10 + 2/5)$$

$$\Rightarrow F_N = 1000 \text{ N}$$

طبق قانون سوم نیوتون، همان اندازه نیرویی که شخص به آسانسور وارد می‌کند، آسانسور به شخص وارد می‌کند و بنابراین برابر با ۱۰۰۰ N است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۳۶)

۶۰. گزینه ۲ صحیح است.

نیروهای وارد بر وزنه عبارتند از کشش طناب و وزن آن و به مقدار بسیار کمی هم هوا بر وزنه نیرو وارد می‌کند که واکنش آنها به ترتیب بر طناب، کره زمین و هوا وارد می‌شود.

دقت کنید که موتور آسانسور و یا سقف آسانسور بر وزنه نیرو وارد نمی‌کنند.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۳۴)

۶۱. گزینه ۳ صحیح است.

وزنه ساکن است پس نیروی خالص وارد بر آن صفر است.

$$\{ f_s = W \Rightarrow f_s = 120 \text{ N}$$

$$\{ F_N = F$$

با زیاد شدن F مقدار F_N هم زیاد می‌شود ولی f_s تغییر نمی‌کند و همان ۱۲۰ نیوتون می‌ماند.

(فیزیک دوازدهم، تمرین ۱۵ صفحه ۵۹)

۶۲. گزینه ۱ صحیح است.

از نمودار A و B دو نقطه با مختصات زیر را در نظر بگیرید:

$$A: x = 2, F = 3 \quad B: x = 4, F = 4$$

$$\frac{F_{eB}}{F_{eA}} = \frac{k_B}{k_A} \times \frac{x_B}{x_A} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{k_B}{k_A} \times \frac{4}{2} \Rightarrow \frac{k_B}{k_A} = \frac{2}{3}$$

$$\left. \begin{aligned} F_A = mg = k_A \cdot x \\ F_B = m'g = k_B \cdot \frac{x}{4} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{m'}{m} = \frac{k_B}{k_A} \times \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{m'}{m} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۶۳. گزینه ۲ صحیح است.

نیروی کششی طناب در دو سر آن هم‌اندازه است یعنی طناب بر این دو نفر نیروی هم‌اندازه وارد می‌کند.

ضمناً با توجه به اینکه اصطکاک ناچیز فرض شده است، نیروی خالص وارد بر هر کدام از این دو نفر، همان نیرویی است که طناب بر او وارد می‌کند.

$$-\vec{F}_{\text{net}_1} = \vec{F}_{\text{net}_2} \Rightarrow -m_1 \vec{a}_1 = m_2 \vec{a}_2 \Rightarrow -80 \times \left(-\frac{3}{4}\right) \vec{i} = 120 \vec{a}_2$$

$$\Rightarrow \vec{a}_2 = \left(1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \vec{i}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow \vec{v}_2 = 2 \times (1) \vec{i} = \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \vec{i}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۶۴. گزینه ۱ صحیح است.

حالت اول: چون جعبه از حالت سکون به حرکت درآمده است، حرکت جعبه تندشونده و رو به بالا است:

$$F_{\text{net}_y} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T - 40 = 8 \Rightarrow T = 48 \text{ N}$$

حالت دوم: چون با سرعت ثابت حرکت می‌کند،

$$F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow T = mg = 40 \text{ N}$$

چون $F > f_{s \text{ max}}$ پس جسم حرکت می‌کند و اصطکاک از نوع جنبشی خواهد بود. پس می‌توان گفت:

$$f_k = F_N \cdot \mu_k \xrightarrow{F_N = mg} f_k = mg \cdot \mu_k$$

$$\xrightarrow{\frac{\mu_k = 0.2}{m = 4 \text{ kg}}} f_k = 0.2 \times 4 \times 10 = 8 \text{ N}$$

سطح بر جسم، دو نیروی عمودی سطح و اصطکاک جنبشی وارد می‌کند که برآیند آنها برابر است با:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} \Rightarrow R = \sqrt{40^2 + 8^2} \Rightarrow R = 4\sqrt{109} \text{ N}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۵۵. گزینه ۴ صحیح است.

نیروی مقاومت هوا مماس بر مسیر حرکت و در خلاف جهت حرکت است.

پس در بالاترین نقطه مسیر $\vec{W}$ و $\vec{f}_D$ بر هم عمود هستند.

$$\begin{aligned} f_D &= 6 \text{ N} \\ W &= 8 \text{ N} \end{aligned}$$

$$F_{\text{net}} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ N}$$

حالا از روی وزن جسم، جرم آن را حساب می‌کنیم.

$$W = mg \Rightarrow 8 = 10m \Rightarrow m = 0.8 \text{ kg}$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow a = \frac{10}{0.8} = 12.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۳۴)

۵۶. گزینه ۴ صحیح است.

وقتی وزنه در حال تعادل باشد، بزرگی نیروی فنر برابر وزن وزنه می‌شود.

$$\text{حالت اول: } F_e = 40 \text{ N}, \ell = 32/5 \text{ cm}$$

$$\text{حالت دوم: } F_e = 50 \text{ N}, \ell = 35 \text{ cm}$$

پس برای ۱۰ نیوتون افزایش نیرو، طول فنر ۲/۵ سانتی‌متر زیاد شده است. بین تغییر طول فنر و نیروی کششی آن تناسب مستقیم وجود دارد.

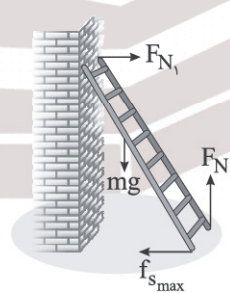
$$\frac{10 \text{ N}}{40 \text{ N}} \mid \frac{2/5}{x} \Rightarrow x = 10 \text{ cm}$$

یعنی در حالت اول فنر ۱۰ cm کشیده شده است.

$$32/5 - \ell_0 = 10 \Rightarrow \ell_0 = 22/5$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۳۹)

۵۷. گزینه ۴ صحیح است.



$$\begin{cases} F_{N_2} = mg \\ F_{N_1} = f_{s \text{ max}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{N_2} = 800 \text{ N} \\ F_{N_1} = \mu_s mg = 0.75 \times 800 = 600 \text{ N} \end{cases}$$

نیرویی که زمین به نردبان وارد می‌کند R است، پس:

$$R = \sqrt{f_{s \text{ max}}^2 + F_{N_2}^2} = \sqrt{600^2 + 800^2} = 1000 \text{ N}$$

نیرویی که دیوار به نردبان وارد می‌کند همان $F_{N_1} = 600 \text{ N}$ است، پس در نهایت داریم:

$$\frac{F_{N_1}}{R} = \frac{600}{1000} = \frac{3}{5}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۵ و ۴۶)



$$\begin{cases} \theta = 45^\circ \Rightarrow f_k = F_N \\ F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow F_N = W = 100 \text{ N} \Rightarrow f_k = 100 \text{ N} \end{cases}$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 120 - 100 = 10a \Rightarrow a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۲، ۴۳ و ۴۶)

۶۹. گزینه ۴ صحیح است.

در ابتدا تندی کم است و f_D هم کم است، پس حرکت تندشونده است.

$$a = \frac{W - f_D}{m}$$

با زیاد شدن تندی، f_D هم زیاد می‌شود، پس a کم می‌شود. این وضعیت ادامه دارد تا زمانی که f_D با W هم‌اندازه شود و از آن زمان به بعد تندی ثابت است.

پس هر دو جمله (الف) و (ب) نادرست هستند.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

۷۰. گزینه ۲ صحیح است.

جسم در راستای قائم ساکن است پس F_{net} در راستای قائم صفر است.

$$F_N - W = 0 \Rightarrow F_N = mg = 40 \text{ N}$$

$$f_{s \text{ max}} = \mu_s F_N = 0.6 \times 40 = 24 \text{ N}$$

اصطکاک وارد بر جسم f_k است. $\Rightarrow$ جسم حرکت می‌کند. $F > f_{s \text{ max}}$

$$f_k = \mu_k F_N = 0.5 \times 40 = 20 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 30 - 20 = 4a \Rightarrow a = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

در مدت $t = 0$ تا $t = 6$ جسم با این شتاب حرکت می‌کند.

$$\begin{cases} v = at + v_0 = 6 \times 2.5 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t = \frac{15 + 0}{2} \times 6 = 45 \text{ m} \end{cases}$$

در قسمت دوم F حذف شده پس فقط اصطکاک بر جسم اثر می‌کند.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 0 - 20 = 4a \Rightarrow a = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 15^2 = 2 \times (-5) \times \Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{15 \times 15}{10} = 22.5 \text{ m}$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = 22.5 + 45 = 67.5 \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۲ و ۴۲)

شیمی

۷۱. گزینه ۳ صحیح است.

شیب نمودار انحلال پذیری - دما برای نمک‌های KNO_3 و NaCl به ترتیب دارای بیشترین و کمترین اندازه است؛ در نتیجه دما بر انحلال‌پذیری نمک‌های KNO_3 و NaCl به ترتیب بیشترین و کمترین اثر را دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) در دمای 75°C انحلال‌پذیری این نمک برابر با 50 گرم در 100 گرم آب است؛ پس نسبت جرم حلال به حل‌شونده در محلول سیرشده آن برابر ۲ است.

(۲) درست

(۴) نقطه C بالای نمودار انحلال‌پذیری - دما برای ترکیب Li_2SO_4 قرار دارد و یک محلول فراسیرشده از آن را نشان می‌دهد در حالی که این نقطه برای سایر نمک‌ها، زیر نمودار انحلال‌پذیری - دما قرار داشته و محلول سیرنشده‌ای از آنها را نشان می‌دهد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

حالت سوم: چون جعبه در حالت توقف است، پس حرکت کندشونده و رو به بالا است:

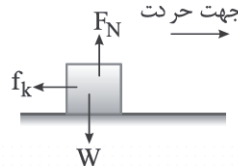
$$F_{\text{net}_y} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T - 40 = -8 \Rightarrow T = 32 \text{ N}$$

$$\frac{T_{\text{max}}}{T_{\text{min}}} = \frac{48}{32} = \frac{3}{2}$$

در نهایت داریم:

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۴۴)

۶۵. گزینه ۳ صحیح است.



$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 36 = 2a \times 6 \Rightarrow a = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -f_k = ma$$

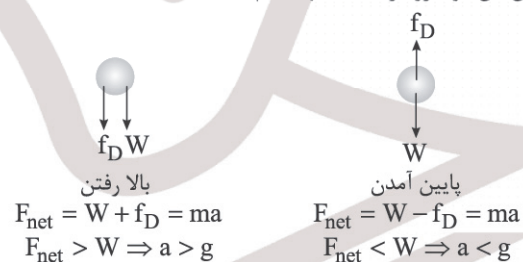
$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg \Rightarrow -\mu_k mg = ma$$

$$\Rightarrow a = -g\mu_k \Rightarrow -3 = -10\mu_k \Rightarrow \mu_k = 0.3$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۳۳)

۶۶. گزینه ۱ صحیح است.

بر گلوله دو نیرو وارد می‌شود، یکی وزن و یکی مقاومت هوا. وزن همیشه رو به پایین است و مقاومت هوا در خلاف جهت حرکت است، پس در هنگام بالا رفتن این دو نیرو هم‌جهت هستند و در هنگام پایین آمدن این دو نیرو در خلاف جهت هم هستند.



در اینجا شتاب $\frac{8}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ کمتر از $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است پس مربوط به حالت پایین آمدن است.

$$W - f_D = ma \Rightarrow 3 - f_D = 0.3 \times 8 \Rightarrow f_D = 0.6 \text{ N}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۳ و ۳۶)

۶۷. گزینه ۲ صحیح است.

با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$\text{وقتی آسانسور تندشونده پایین می‌آید} \quad mg - F_{e1} = ma_1$$

$$\Rightarrow F_{e1} = m(g - a_1) \Rightarrow F_{e1} = 5(g - 3)$$

$$\text{وقتی آسانسور تندشونده بالا می‌رود} \quad F_{e2} - mg = ma_2$$

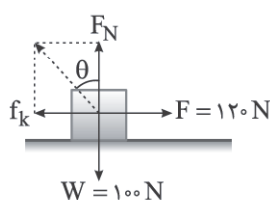
$$\Rightarrow F_{e2} = m(g + a_2) \Rightarrow F_{e2} = 5(g + 3)$$

اختلاف F_{e1} و F_{e2} برابر 30 نیوتون است و این 30 نیوتون اختلاف

باعث 15 سانتی‌متر تغییر طول فنر شده است. $k = \frac{30}{0.15} = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۸، ۴۳ و ۴۴)

۶۸. گزینه ۲ صحیح است.





۷۲. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا باید انحلال پذیری این نمک در دمای 20°C را محاسبه کنیم:

$$14\text{ g} = \frac{20/8\text{ g رسوب}}{319\text{ g محلول}} \times 145\text{ g محلول} = 6.3\text{ g رسوب}$$

پس با سرد کردن 145 g گرم محلول سیرشده (45°C گرم نمک و 100°C گرم آب) از دمای 60°C تا 20°C ، جرم رسوب حاصل برابر 14 g گرم است؛ پس داریم:

20°C H_2O $100\text{ g} / 31\text{ g} = 14 - 45 = 31$ انحلال پذیری در دمای
اکنون با داشتن انحلال پذیری نمک در دو دما می توان معادله انحلال پذیری - دما را برای آن به دست آورد:

$$S - S_1 = \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1} (\theta - \theta_1) \Rightarrow S - 31 = \frac{45 - 31}{60 - 20} (\theta - 20)$$

$$\Rightarrow S - 31 = 0.35 (\theta - 20) \Rightarrow S = 0.35\theta + 24$$

پس حاصل $a + b$ برابر است با: $a + b = 0.35 + 24 = 24.35$
(شیمی دهم، صفحه های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۷۳. گزینه ۲ صحیح است.

اگر انحلال پذیری این نمک برابر S گرم در 100 گرم آب باشد، درصد جرمی محلول سیرشده آن از رابطه زیر به دست می آید:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{S}{S + 100} \times 100$$

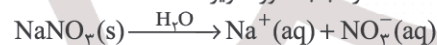
اکنون با توجه به اطلاعات سؤال داریم:

$$\frac{S \times 100}{S + 100} = \frac{100}{S + 100} = 0.8 \Rightarrow S = 25\text{ g} / 100\text{ g H}_2\text{O}$$

(شیمی دهم، صفحه های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۷۴. گزینه ۴ صحیح است.

معادله انحلال NaNO_3 در آب به صورت زیر است:



شمار مول یون های موجود در محلول برابر است با:

$$\begin{aligned} \text{محلول } 185\text{ g NaNO}_3 & \times \frac{1\text{ g محلول}}{1\text{ mL محلول}} \times \frac{92.5\text{ mL محلول}}{1000\text{ mL}} = 17.0\text{ molion} \\ & \times \frac{1\text{ mol NaNO}_3}{185\text{ g NaNO}_3} \times \frac{2\text{ molion}}{1\text{ mol NaNO}_3} = 17.0\text{ molion} \end{aligned}$$

(شیمی دهم، صفحه های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۷۵. گزینه ۴ صحیح است.

ممکن است مولکولی از اتم های متفاوت تشکیل شده باشد، اما ناقطبی باشد؛ مانند CH_4 و CO_2 که مولکول هایی ناقطبی با $\mu = 0$ هستند.

بررسی سایر گزینه ها:

(۱) درست، میله شیشه ای مالش داده شده به موی خشک دارای بار منفی است و از طرفی اتم های هیدروژن، سر مثبت مولکول های آب را تشکیل می دهند.

(۲) درست

(۳) درست

(شیمی دهم، صفحه های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

۷۶. گزینه ۱ صحیح است.

این عبارت همواره صحیح نیست؛ به عنوان مثال اگرچه نیروی بین مولکولی در NH_3 از نوع پیوند هیدروژنی است، اما نقطه جوش این ماده برابر با -33°C است.

بررسی سایر گزینه ها:

(۲) استون ($\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$) نسبت به اتانول ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$) جرم مولی بیشتری دارد، اما نقطه جوش اتانول به دلیل تشکیل پیوندهای هیدروژنی از استون بیشتر است.

(۳) CO برخلاف N_2 دارای مولکول های قطبی است و از این رو نقطه جوش بالاتری دارد.

(۴) نقطه جوش مولکول های ناقطبی با جرم مولی آنها رابطه مستقیم دارد.
(شیمی دهم، صفحه های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۷۷. گزینه ۳ صحیح است.

این نمودار مربوط به ترکیب های هیدروژن دار عنصرهای گروه ۱۷ است. نقاط A، B و C به ترتیب مربوط به HCl ، HF و HBr است. بنابراین عبارت های (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت ها:

(آ) هر دو ترکیب B و C قطبی هستند و تفاوت در نقطه جوش آنها به علت تفاوت در جرم مولی آنها است.

(ب) نقطه جوش H_2O و H_2S به ترتیب برابر 100°C و -60°C است که تفاوت آنها برابر 160°C می باشد در حالی که تفاوت نقطه جوش دو ترکیب A و B برابر 104°C است.

(پ) هر سه مولکول قطبی هستند.

(ت) نیروی بین مولکولی در ترکیب های B و C همانند CO_2 از نوع وان دروالسی است در حالی که نیروی بین مولکولی در ترکیب A از نوع هیدروژنی است.

(شیمی دهم، صفحه های ۱۰۴ تا ۱۰۷)

۷۸. گزینه ۲ صحیح است.

در مخلوط های ناهمگن به حالت مایع، اجزای مخلوط به میزان ناچیزی در یکدیگر حل می شوند.

بررسی سایر گزینه ها:

(۱) آب و تینر (هگزان) هر دو مایع هستند اما از آنجا که آب برخلاف هگزان قطبی است، این دو ماده در یکدیگر حل نشده و ترکیب شیمیایی در سرتاسر آن یکسان نیست.

(۳) استون به هر نسبتی در آب حل می شود.

(۴) با توجه به اینکه اتانول محلول در آب است، این مورد صحیح است.
(شیمی دهم، صفحه های ۱۰۹ تا ۱۱۱)

۷۹. گزینه ۳ صحیح است.

ممکن است A، محلول سیرشده ای از ماده C باشد و با افزودن C بیشتر به آن، لایه ای رسوب تشکیل شود.

بررسی سایر گزینه ها:

(۱) هگزان ناقطبی بوده و در آب حل نمی شود، بنابراین دو لایه مجزا تشکیل می شود.

(۲) آب فراوان ترین حلال در صنعت است که در بنزین خودرو که یک محلول غیرآبی است، حل نمی شود.

(۴) ماده C می تواند چربی باشد که در آب نامحلول است اما در استون حل می شود.

(شیمی دهم، صفحه های ۱۰۹ تا ۱۱۱)

۸۰. گزینه ۳ صحیح است.

در اثر انحلال هر مول Na_2S در آب، ۳ مول یون تولید می شود، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} ?\text{ion} &= 0.8\text{ mol Li}_2\text{S} \times \frac{2\text{ molion}}{1\text{ mol Li}_2\text{S}} \times \frac{6 \times 10^{23}\text{ ion}}{1\text{ molion}} \\ &= 144.48 \times 10^{22} \end{aligned}$$

بررسی سایر گزینه ها:

(۱) در انحلال یونی برخلاف انحلال مولکولی، ماده حل شونده ویژگی های ساختاری خود را حفظ نمی کند.

(۲) کاتیون های ترکیب از سمت سر منفی مولکول های آب (اتم های اکسیژن) احاطه شده و آنیون ها نیز از سر مثبت مولکول های آب (اتم های هیدروژن) احاطه می شوند.

(۴) میان یون های حاصل و مولکول های آب، نیروی جاذبه یون - دوقطبی برقرار است.

(شیمی دهم، صفحه ۱۱۲)

۸۱. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا جرم گازی را که در دمای 65°C در 75 g گرم آب حل می شود، به دست می آوریم:

$$\text{گاز } A = 75\text{ g آب} \times \frac{0.4\text{ g A}}{100\text{ g آب}} = 0.3\text{ g A}$$



۸۶. گزینه ۴ صحیح است.

در محلول اسیدها، pH با $[H^+]$ رابطه معکوس دارد، پس داریم:
 $[H^+]_{HA} < [H^+]_{HB}$ و از طرفی با توجه به اینکه مولاریته اولیه محلول دو اسید برابر است، پس درجه یونش اسید HB نیز از اسید HA بزرگتر است.
 بررسی گزینه‌ها:

- (۱) بدون داشتن حجم محلول‌ها، نمی‌توان راجع به شمار یون‌های H^+ موجود در محلول اظهار نظر کرد.
- (۲) نسبت درجه یونش اسید HB به اسید HA عددی بزرگتر از یک است.
- (۳) اگر غلظت اولیه اسید را برابر M مولار در نظر بگیریم، مجموع غلظت گونه‌ها (یون‌ها و مولکول‌های یونیده نشده) در محلول هر اسید از رابطه: $M + M\alpha$ به دست می‌آید. با توجه به برابری مولاریته اولیه دو اسید و اینکه $\alpha_{HB} < \alpha_{HA}$ است، مجموع غلظت گونه‌ها در محلول اسید HB از HA بیشتر است.
- (۴) با توجه به اینکه حجم و مولاریته اولیه محلول هر دو اسید برابر است، مقدار NaOH لازم برای خنثی کردن آنها نیز برابر است.
 (شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴، ۲۵ و ۳۲)

۸۷. گزینه ۲ صحیح است.

با اضافه کردن گاز HBr و افزایش خاصیت اسیدی محلول، pH آن کاهش می‌یابد. با توجه به مقدار اولیه و ثانویه pH محلول داریم:
 $pH_1 = 1 \Rightarrow [H^+]_1 = 10^{-pH_1} = 10^{-1} = 10^{-2+0.9}$
 $= 10^{-2} \times (10^{0.9})^3 = 8 \times 10^{-2} \text{ mol L}^{-1} = M_1$
 $pH_2 = 0.7 \Rightarrow [H^+]_2 = 10^{-pH_2} = 10^{-0.7} = 10^{-1+0.3}$
 $= 2 \times 10^{-1} \text{ mol L}^{-1} = M_2$
 پس شمار مول‌های HBr اضافه شده برابر است با:

$$? \text{ mol HBr} = 0.5 \text{ L محلول} \times \frac{(0.2 - 0.08)}{1 \text{ L محلول}} = 6 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

اکنون می‌توان با توجه به اطلاعات داده شده، مقدار X را محاسبه نمود:

$$x \text{ L} = 0.06 \text{ mol HBr} \times \frac{1 \text{ g HBr}}{1 \text{ mol HBr}} \times \frac{1 \text{ L HBr}}{3.24 \text{ g HBr}} = 1.5$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

۸۸. گزینه ۳ صحیح است.

با افزایش درصد یونش اسید، $[H^+]$ در محلول اسید افزایش یافته و در نتیجه pH محلول کاهش می‌یابد.
 بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) $[H^+]$ در این محلول برابر یک مولار است و داریم:
 $pH = -\log[H^+] = -\log 1 = 0$
- (۲) برابری pH محلول دو اسید به معنای برابری $[H^+]$ در محلول آنها است. از آنجا که HCl یک اسید قوی و CH_3COOH یک اسید ضعیف است، برای اینکه $[H^+]$ در محلول آنها برابر شود، محلول اولیه CH_3COOH باید غلظت بیشتری نسبت به HCl داشته باشد.
- (۴) با انحلال گاز HCN در محلول، خاصیت اسیدی محلول ($[H^+]$) افزایش یافته و در نتیجه pH محلول کاهش می‌یابد.
 (شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶ و ۲۸)

۸۹. گزینه ۱ صحیح است.

عبارت‌های (آ) و (ت) درست هستند.
 بررسی عبارت‌ها:
 (آ) با n برابر شدن حجم محلول یک اسید قوی، pH آن به اندازه $\log n$ افزایش می‌یابد؛ پس داریم:
 $\log n = \log 4 = 2 \log 2 = 2(0.3) = 0.6$

پس ۰/۰۴ گرم گاز از محلول خارج می‌شود:

با توجه به چگالی گاز، می‌توان حجم گاز خروجی را محاسبه کرد:

$$? \text{ mL} = 0.04 \text{ g گاز} \times \frac{1 \text{ L}}{1.25 \text{ g گاز}} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} = 32 \text{ mL}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۵)

۸۲. گزینه ۴ صحیح است.

عبارت بیان شده در گزینه ۴ برخلاف سایر گزینه‌ها نادرست است.
 مقایسه صحیح به صورت: $NO < O_2 < N_2$ است زیرا O_2 نسبت به N_2 جرم مولی بیشتری دارد.
 بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) آمونیوم نیترات (NH_4NO_3) به عنوان کود شیمیایی کاربرد دارد.
- (۲) وجود نمک در آب، سبب کاهش انحلال پذیری گازها در آب می‌شود.
- (۳) آب تصفیه شده به روش تقطیر دارای ترکیب‌های آلی فرار و میکروپها است در حالی که آب تصفیه شده به روش‌های اسمز معکوس و صافی کربن تنها دارای میکروپها است.
 (شیمی دهم، صفحه‌های ۱۱۵، ۱۱۹، ۱۲۱ و ۱۲۲)

۸۳. گزینه ۴ صحیح است.

اگر کاغذ pH در محلولی تغییر رنگ ندهد، یعنی در محلول مورد نظر $[H^+] = [OH^-]$ بوده و محلول خنثی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) رنگی که کاغذ pH درون یک محلول به خود می‌گیرد، pH تقریبی آن را نشان می‌دهد.
- (۲) گل آدریسی در خاک اسیدی و بازی به ترتیب به رنگ آبی و سرخ شکوفا می‌شود.
- (۳) در اثر افزودن اسید و یا باز به آب خالص در دمای اتاق، حاصل $[H^+] \times [OH^-]$ ثابت باقی می‌ماند اما مجموع شمار مول یون‌های H^+ و OH^- تغییر می‌کند.
 (شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶ و ۳۴)

۸۴. گزینه ۱ صحیح است.

برابر بودن pH دو محلول به معنی برابر بودن $[H^+]$ در آنها است.
 ابتدا $[H^+]$ در محلول HNO_3 را محاسبه می‌کنیم:
 $[H^+] = M\alpha = 2 \times 10^{-2} \text{ mol L}^{-1}$
 پس $[H^+]$ در محلول حاصل از انحلال N_2O_5 در آب نیز برابر با 2×10^{-2} مولار بوده و m برابر است با:

$$m = 2 \text{ L} \times \frac{2 \times 10^{-2} \text{ mol H}^+}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol N}_2\text{O}_5}{2 \text{ mol H}^+} \times \frac{108 \text{ g N}_2\text{O}_5}{1 \text{ mol N}_2\text{O}_5}$$

$$= 216 \text{ g}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴، ۲۵ و ۲۸)

۸۵. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به رابطه K_a اسید داریم:

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{[HA]} \Rightarrow [H^+] = \sqrt{K_a \cdot [HA]} = \sqrt{10^{-3} \times 0.4}$$

$$= 2 \times 10^{-2} \text{ mol L}^{-1}$$

از طرفی در دمای اتاق داریم:

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{2 \times 10^{-2}} = 5 \times 10^{-13} \text{ mol L}^{-1}$$

پس نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{[OH^-]}{[H^+]} = \frac{5 \times 10^{-13}}{2 \times 10^{-2}} = 2.5 \times 10^{-11}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۲۶)



بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) هر دو باز ضعیف هستند، پس $[OH^-]$ در محلول یک مولار آنها به یقین از یک مولار کمتر است. پس pH آنها از ۱۴ کوچک‌تر است.
 (۲) در دمای یکسان، قدرت بازی با K_b رابطه مستقیم دارد.
 (۴) AOH یک باز بسیار ضعیف است؛ پس در محلول آن، غلظت مولکول‌های یونیده‌نشده از غلظت یون‌های حاصل بیشتر است و از طرفی در محلول باز A'OH نیز داریم:

$$[A'^+] = [OH^-] > [H^+]$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۸، ۲۹ و ۳۶)

۹۳. گزینه ۳ صحیح است.

- کاتیون و آنیون نمک حاصل از واکنش میان اسیدها و بازها به ترتیب متعلق به باز و اسید است.
 بررسی سایر گزینه‌ها:
 (۱) واکنش خنثی شدن اسید و باز مبنایی برای کاربرد شوینده‌ها و پاک‌کننده‌ها است.
 (۲) در اثر واکنش محلول لوله بازکن $(NaOH(aq))$ با اسیدهای چرب $(RCOOH)$ صابون جامد با فرمول شیمیایی $RCOO^-Na^+$ به دست می‌آید که شمار کاتیون و آنیون در آن برابر یک است.
 (۴) به عنوان مثال در واکنش خنثی شدن HCl با $NaOH$ ، یون‌های Cl^- و Na^+ به صورت دست‌نخورده باقی می‌مانند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۹۴. گزینه ۱ صحیح است.

شمار مول H^+ اسید برابر است با:

$$[H^+] = M = 0.2 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{mol } H^+ = 0.5 \text{ L} \times \frac{0.2 \text{ mol } H^+}{1 \text{ L}} = 0.1 \text{ mol}$$

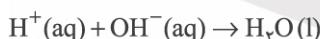
شمار مول OH^- باز برابر است با:

$$pH = 13.3 \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-13.3} = 10^{-14+0.7} = 5 \times 10^{-14} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{5 \times 10^{-14}} = 0.2 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$\text{mol } OH^- = 0.3 \text{ L} \times \frac{0.2 \text{ mol } OH^-}{1 \text{ L}} = 0.06 \text{ mol}$$

با توجه به واکنش خنثی شدن اسید و باز:



۰.۰۶ مول از H^+ توسط OH^- خنثی شده و $[H^+]$ در محلول نهایی برابر است با:

$$[H^+] = \frac{\text{mol}(H^+)}{V(L)} = \frac{0.1 - 0.06}{1.2 + 0.5 + 0.3} = \frac{0.04}{2} = 2 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

پس pH محلول نهایی برابر است با:

$$pH = -\log[H^+] = -\log 2 \times 10^{-2} = -(\log 2 + \log 10^{-2}) = -(\log 2 - 2) = 1.7$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶ و ۳۲)

۹۵. گزینه ۴ صحیح است.

$Al(OH)_3$ در ترکیب با $Mg(OH)_2$ و یا در ترکیب با $NaHCO_3$ به عنوان ضد اسید به کار می‌رود.
 بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) شیر منیزی یکی از رایج‌ترین ضداسیدها است که شامل منیزیم هیدروکسید است. این دارو به شکل سوسپانسیون مصرف می‌شود.
 (۲) با توجه به اینکه جوش شیرین خاصیت بازی دارد، می‌توان برای افزایش قدرت پاک کردن چربی‌ها به شوینده‌ها جوش شیرین افزود.
 (۳) در زمان استراحت میزان $[H^+]$ در اسید معده کمتر بوده و در نتیجه pH آن بیشتر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

(ب) با رقیق کردن محلول باز قوی AOH، غلظت یون‌های A^+ و OH^- کاهش می‌یابد اما دقت کنید که چون حاصل $[H^+] \times [OH^-]$ عددی ثابت است و تنها به دما بستگی دارد، با کاهش $[OH^-]$ ، غلظت یون هیدرونیوم $([H^+])$ افزایش می‌یابد.
 (پ) کاغذ pH در محلول‌های بازی به رنگ آبی درمی‌آید اما ممکن است ماده بازی در ساختار خود فاقد یون OH^- باشد، به عنوان مثال آمونیاک (NH_3) یک باز آرنیوس است اما در ساختار خود یون OH^- ندارد.

(ت) در دما و غلظت یکسان، هر چه باز قوی‌تر باشد، غلظت یون‌ها در محلول آن بیشتر بوده و در نتیجه رسانایی الکتریکی محلول حاصل نیز بیشتر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۵، ۲۶، ۲۸ و ۲۹)

۹۰. گزینه ۲ صحیح است.

موارد اول و سوم درست هستند.
 بررسی موارد:

مورد اول: با افزایش pH محلول اسیدی، $[H^+]$ کاهش یافته و در نتیجه $[OH^-]$ موجود در محلول افزایش می‌یابد؛ پس حاصل $\frac{[OH^-]}{[H^+]}$ نیز افزایش می‌یابد.

مورد دوم: کمتر بودن pH اسید HX نسبت به اسید HY بیانگر این است که محلول HX خاصیت اسیدی بیشتری دارد. دقت کنید که بدون دانستن غلظت اولیه دو اسید، نمی‌توان در مورد مقایسه قدرت اسیدی آنها اظهار نظر کرد.

مورد سوم: حاصل $[H^+] \times [OH^-]$ در محلول‌های آبی تنها به دما وابسته است.

مورد چهارم: ممکن است مقدار باز اضافه‌شده به اندازه‌ای نباشد که اسید را به طور کامل خنثی کند و در این صورت pH محلول نهایی کمتر از ۷ خواهد بود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۵، ۲۶ و ۳۲)

۹۱. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به مقدار pH این باز داریم:

$$pH = 12.7 \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-12.7} = 10^{-13+0.3} = 10^{-13} \times 10^{0.3} = 2 \times 10^{-13} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{2 \times 10^{-13}} = 5 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

سیس باید با توجه به مقدار انحلال پذیری این باز، جرم باز اولیه حل‌شده در آب و غلظت اولیه آن را محاسبه کنیم:

$$? g BOH = 2.5 \times 10^{-3} \text{ mL آب} \times \frac{1 g \text{ آب}}{1 \text{ mL آب}} \times \frac{10 g BOH}{100 g \text{ آب}} = 250 g$$

$$M = \frac{n(\text{mol})}{V(L)} = \frac{250 g BOH \times \frac{1 \text{ mol BOH}}{125 g BOH}}{2.5 L} = 0.8 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

اکنون می‌توان درصد یونش این باز را محاسبه نمود:

$$[OH^-] = M\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{[OH^-]}{M} = \frac{5 \times 10^{-2}}{0.8} = 0.0625$$

$$\Rightarrow \% \alpha = \alpha \times 100 = 6.25\%$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۹۲. گزینه ۳ صحیح است.

باز AOH نسبت به باز A'OH قوی‌تر است، زیرا K_b بزرگ‌تری دارد. اما بدون دانستن غلظت این محلول‌های بازی، نمی‌توان در مورد $[OH^-]$ و pH آنها اظهار نظر نمود.