

آزمون شماره (۹)

جمعه

۱۴۰۴/۰۸/۰۹

دفترچه
شماره ۱آزمون‌های سراسری
گاج

گزینه درسد را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴

دهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۷۰	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال		شماره سؤال		مدت پاسخگویی
		از	تا	از	تا	
۱	ریاضی ۱	۲۰	۱	۲۰	۲۰	۴۵ دقیقه
	هندسه ۱	۱۰	۲۱	۳۰	۳۰	
۲	فیزیک	۲۰	۳۱	۵۰	۵۰	۲۵ دقیقه
۳	شیمی	۲۰	۵۱	۷۰	۷۰	۲۰ دقیقه

ریاضیات



ریاضی (۱)

۱- چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟

الف) اگر A, B و C سه مجموعه ناتهی و $A - (B \cup C)$ و $B - C$ به ترتیب متناهی و نامتناهی باشند، $B \cap C$ می‌تواند متناهی باشد.

ب) می‌توان مجموعه نامتناهی مثال زد که دارای کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو باشد.

ج) متمم یک مجموعه نامتناهی، نامتناهی است.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲- اگر A و B دو مجموعه غیرتهی باشند و $A \cap B' \subseteq A' \cap B$ باشد، متمم عبارت $(B' - A') \cup (A' - B')$ کدام گزینه است؟

(۱) $A \cup B'$ (۲) $A' \cup B$ (۳) $A' - B$ (۴) $A - B'$

۳- اگر مجموعه $A = \left\{ \frac{n^2}{n^2+1} \mid n \in [1, 3] \cap \mathbb{Z} \right\}$ و مجموعه $B_n = \left(0, \frac{n^2}{n^2+1} \right]$ باشند، طول بزرگ‌ترین بازه تشکیل‌دهنده مجموعه $(B_1 \cup B_2 \cup B_3) - A$ کدام گزینه است؟

(۱) $0/1$ (۲) $0/3$ (۳) $0/5$ (۴) $0/2$

۴- فرض کنید $1 < a < b$ و مجموعه‌های $A = (-b, \frac{1}{a}]$ ، $B = (-a, a]$ و $C = (\frac{1}{b}, b)$ باشند، اگر $(A \cap B) - C = (-2, \frac{1}{3}]$ باشد،

مقدار $a^2 + 2b$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۱۰

۵- اگر $A = [-2, 7]$ و $B = [a, b]$ دو مجموعه با اشتراک ناتهی و اجتماع دو مجموعه شامل ۱۲ عدد صحیح باشد، آنگاه حاصل جمع بیشترین مقدار b و کم‌ترین مقدار a کدام است؟ (a و b اعداد صحیح هستند.)

(۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۴

۶- اگر a و b دو عدد صحیح با رابطه $b + 5a = 0$ و بازه $(-3, 2b - 3, a - 1)$ شامل ۸ عدد صحیح باشد، حاصل $a^2 + b^2$ کدام گزینه است؟

(۱) ۵۷ (۲) ۴۶ (۳) ۲۶ (۴) ۳۷

۷- اگر A و B دو مجموعه ناتهی با شرط $n(A \cap B) = 4n(A - B) = n(B - A) = n(A' \cap B')$ و $n(A \cup B) = 180$ باشد، آنگاه تعداد اعضای A که حداکثر در یکی از دو مجموعه A و B قرار دارند، کدام است؟

(۱) ۱۸۰ (۲) ۲۴۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۱۵۰

۸- اگر A و B دو مجموعه ناتهی و $n(A) - n(B) = 17$ ، $n(A) + n(B - A) = 23$ باشند، تعداد اعضای A که فقط در مجموعه A قرار دارند، کدام است؟

(۱) ۲۰ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴) ۱۵

۹- اگر A و B دو مجموعه و $n(A) = 7$ ، $n(A \cup B) = 15$ و $a \leq n(B) \leq b$ باشند، حاصل $a + b$ کدام است؟

(۱) ۲۴ (۲) ۲۳ (۳) ۲۱ (۴) ۲۰

صحیح انجام محاسبات

۱۰- اگر $\frac{2}{3}$ تعداد اعضای مجموعه A با $\frac{4}{5}$ تعداد اعضای مجموعه B مشترک و $n(A \cup B) = 140$ باشد، در این صورت تعداد اعضای مجموعه A کدام است؟

- (۱) ۱۸۰ (۲) ۱۶۰ (۳) ۱۵۰ (۴) ۱۲۰

۱۱- اگر دنباله $12, 24, 40, 60, \dots$ a_n دنباله‌ای درجه دو و دنباله $b_n = n^2 + n + 5$ و $c_n = a_n - b_n$ باشند، حاصل c_1 کدام است؟

- (۱) ۱۳۹ (۲) ۱۴۸ (۳) ۱۴۹ (۴) ۱۵۰

۱۲- اگر $a_n = an + b$ و $a_{n+1} + ca_n = (c-1)n^2 + 5n + 6$ باشد، در این صورت حاصل $a \times b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{45}{8}$ (۲) $\frac{35}{8}$ (۳) $\frac{25}{8}$ (۴) $\frac{15}{8}$

۱۳- اگر دنباله $a_n = \frac{n}{(n+4)(n+16)}$ باشد، بیشترین جمله این دنباله کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{50}$ (۲) $\frac{1}{36}$ (۳) $\frac{1}{18}$ (۴) $\frac{1}{64}$

۱۴- اگر $2n - 6 = a_{n^2 + 3n^2 + 3n}$ باشد، مقدار a_{n-1} کدام گزینه است؟

- (۱) $\sqrt{n} - 6$ (۲) $\sqrt{n} - 8$ (۳) $2\sqrt{n} - 6$ (۴) $2\sqrt{n} - 8$

۱۵- اگر a_n یک دنباله حسابی و $a_{18} \times a_{13} = 100$ و $a_{14} \times a_{17} = 200$ باشند، قدرنسبت دنباله کدام گزینه است؟

- (۱) ± 4 (۲) ± 2 (۳) ± 5 (۴) ± 3

۱۶- بین دو عدد a و b سه واسطه حسابی قرار می‌دهیم. اگر مجموع تمام جملات ۵۰ و مجموع مربعات آن‌ها ۱۰۰۰ باشند، آن‌گاه مربع قدرنسبت

کدام است؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۵۰ (۳) ۶۰ (۴) ۳۰

۱۷- اگر t_n یک دنباله حسابی و $t_3 + t_5 + t_7 = 24$ و $t_6 + t_k = 16$ باشد، مقدار $k^2 + k$ کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۱۴

۱۸- اگر a_n یک دنباله حسابی با جمله اول ۳ و قدرنسبت ۲ باشد، حاصل $\frac{1}{a_1 a_4} + \frac{1}{a_4 a_7} + \frac{1}{a_7 a_{10}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{21}$ (۲) $\frac{2}{21}$ (۳) $\frac{19}{21}$ (۴) $\frac{18}{21}$

۱۹- اگر a_n یک دنباله مثلثی و $b_n = (c-1)n + 7c$ یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۵ باشد، مقدار $b_{10} + 2a_{10}$ کدام است؟

- (۱) ۱۹۶ (۲) ۲۰۴ (۳) ۲۰۸ (۴) ۲۰۲

۲۰- اگر $a_n: 5, 8, 11, \dots$ و $b_n: 1, 3, 5, \dots$ و $c_n = \frac{-2kn+7}{(k-1)n^2+6k}$ سه دنباله حسابی و e_n جملات مشترک دو دنباله a_n و b_n باشند،

حاصل $4c_5 + e_9$ کدام گزینه است؟

- (۱) -۴۸ (۲) -۵۱ (۳) ۵۱ (۴) ۴۸

محل انجام محاسبات

هندسه (۱)

۲۱- اگر بخواهیم پاره خط AB را با کمک رسم عمود منصف به ۴ قسمت مساوی تقسیم کنیم، حداقل به چند کمان احتیاج داریم؟

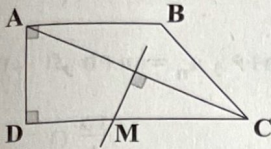
۶ (۴)

۵ (۳)

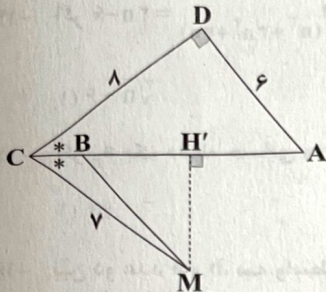
۴ (۲)

۳ (۱)

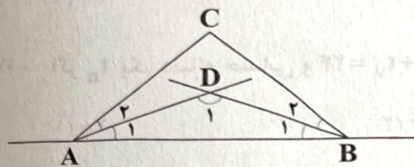
۲۲- در دوزنقه قائم الزاویه زیر، اگر نقطه M روی عمود منصف قطر AC قرار داشته باشد، اندازه پاره خط CM کدام است؟ ($AD=6$ و $CD=8$)

 $\frac{16}{3}$ (۱) $\frac{25}{2}$ (۲) $\frac{16}{9}$ (۳) $\frac{25}{4}$ (۴)

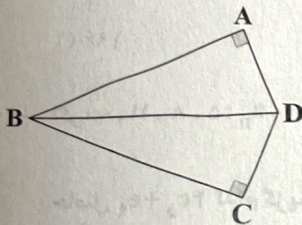
۲۳- در شکل زیر، CA نیمساز زاویه DCM است. اگر M روی عمود منصف پاره خط AB باشد، طول پاره خط BM کدام است؟

 $\sqrt{35}$ (۱) $\sqrt{37}$ (۲) $4\sqrt{3}$ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴)

۲۴- در مثلث ABC ، اگر نیمساز زاویه های داخلی A و B را رسم کنیم تا یک دیگر را در نقطه D قطع کنند، اندازه زاویه D بر حسب زاویه C کدام است؟

 $\hat{C}$ (۱) $90^\circ - \hat{C}$ (۲) $90^\circ + \frac{\hat{C}}{2}$ (۳) $90^\circ - \frac{\hat{C}}{2}$ (۴)

۲۵- چهارضلعی $ABCD$ که در آن $\hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$ و قطر BD نیمساز هر دو زاویه B و D است. اگر $AD = x+1$ ، $BD = 13$ و $BC = 2x+4$ باشند، مساحت چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟



۴۸ (۱)

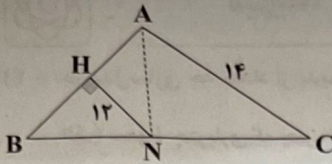
۶۰ (۲)

۳۶ (۳)

۴۲ (۴)

حل انجام محاسبات

۲۶- در شکل زیر، AN نیمساز زاویه A و $AH = 5$ است. طول NC کدام است؟



(۱) ۱۲

(۲) ۹

(۳) ۱۵

(۴) ۱۸

۲۷- پاره خط AB به اندازه 10 واحد در صفحه مختصات را در نظر بگیرید. چهار دایره به مراکز A و B و به شعاع های 4 و 7 واحد رسم می کنیم.

شکل حاصل از اتصال نقاط تلاقی این چهار دایره با یکدیگر دقیقاً کدام چهارضلعی است؟

(۱) مستطیل

(۲) لوزی

(۳) دوزنقه

(۴) متوازی الاضلاع

۲۸- خطی مورب دو خط موازی d_1 و d_2 را قطع می کند. چند نقطه در صفحه گذرنده از این سه خط وجود دارد، که از این سه خط به یک فاصله باشد؟

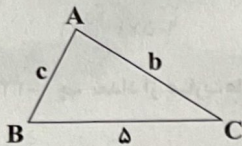
(۱) صفر

(۲) یک

(۳) دو

(۴) بی شمار

۲۹- اگر اندازه بزرگ ترین ضلع یک مثلث 5 باشد، بازه اندازه محیط این مثلث کدام است؟

(۱) $(4, 8)$ (۲) $(2, 10)$ (۳) $(8, 12)$ (۴) $(10, 15)$ 

۳۰- چند مثلث با طول اضلاع متمایز وجود دارد، به طوری که کوچک ترین ضلع آن یک باشد؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

فیزیک



۳۱- در مدل سازی چه تعداد از پدیده های زیر می توان از نیروی مقاومت هوا صرف نظر کرد؟

(الف) سقوط چتر بازی که چتر خود را باز کرده است.

(ب) پرتاب یک توپ بسکتبال به سمت سبد

(ج) برخاستن هلیکوپتر از باند پرواز

(د) هل دادن یک میز روی سطح افقی زمین

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۲- هر سال نوری تقریباً چند متر است؟ (هر سال برابر با ۳۶۵ روز و سرعت نور در خلاء برابر با $3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ است.)

۱ (۱) 9.5×10^{15} ۲ (۲) 9.5×10^{12} ۳ (۳) 9.5×10^9 ۴ (۴) 9.5×10^{11}

۳۳- چه تعداد از عبارت های زیر درست است؟

(الف) کمیت فشار ← نرده ای و اصلی $Pa \equiv \frac{kg}{m.s^2}$

(ب) کمیت انرژی ← نرده ای و فرعی $J \equiv \frac{kg.m^2}{s^3}$

(ج) کمیت توان ← نرده ای و فرعی $W \equiv \frac{kg.m^2}{s^3}$

(د) کمیت نیرو ← برداری و فرعی $N \equiv \frac{kg.m}{s^2}$

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۴- در یک مسابقه دو میدانی چهار دوندۀ پایانی مسابقه به ترتیب با تندیهای $v_A = 162 \frac{km}{h}$ ، $v_B = 30 \frac{m}{s}$ ، $v_C = 1/8 \frac{mile}{min}$

و $v_D = 54 \frac{mile}{h}$ از خط پایان عبور کردند. مقایسه بین تندیهای چهار دونده هنگام عبور از خط پایان در کدام گزینه به درستی آمده

است؟ (هر مایل (mile) برابر ۱۶۰۰m است.)

۲ (۲) $v_C > v_B > v_A > v_D$

۱ (۱) $v_D > v_C > v_B > v_A$

۴ (۴) $v_A > v_B > v_C > v_D$

۳ (۳) $v_C > v_A > v_B > v_D$

۳۵- مقایسه داده شده در کدام گزینه نادرست است؟

۲ (۲) $3/3 mm > 0.38 \times 10^{-3} m$

۱ (۱) $4/6 ds > 1/02 \times 10^2 ms$

۴ (۴) $9/01 mg < 50 \times 10^{-3} g$

۳ (۳) $2/01 cm < 0.4 \times 10^{-3} m$

انجام محاسبات

۳۶- مخزن استوانه‌ای شکل به شعاع قاعده 5 cm و ارتفاع 1 m را به کمک شیر آبی با آهنگ $6 \frac{\text{kg}}{\text{min}}$ پر می‌کنیم. پس از 3 s شیر خروجی مخزن را که آب از آن با آهنگ $3 \frac{\text{kg}}{\text{min}}$ خارج می‌شود، باز می‌کنیم. پس از 3 دقیقه چند سانتی‌متر از ارتفاع مخزن از آب خالی مانده است؟ $(\pi = 3, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$

۲۰ (۴)

۸۰ (۳)

۱۶ (۲)

۸۴ (۱)

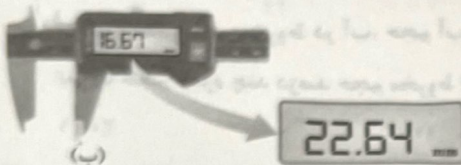
۳۷- فاصله بین دو نقطه A و B که با مترهای دیجیتال متفاوت اندازه‌گیری شده‌اند، به شکل چهار گزینه زیر اعلام شده است. کدام متر دقیق‌تر اندازه‌گیری می‌کند؟

 30.00 mm (۴) 3 dm (۳) 3.0000 km (۲) 3 cm (۱)

۳۸- در شکل زیر دقت اندازه‌گیری گویس چند برابر دقت اندازه‌گیری ریزسنج است؟

۱۰۰ (۱)

۱۰ (۲)

 $\frac{1}{10}$ (۳) $\frac{1}{100}$ (۴)

۳۹- چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

(الف) آب به دلیل داشتن چگالی بیشتر از بنزین برای خاموش کردن آتش ناشی از بنزین مناسب نیست.

(ب) چگالی، کمیتی فرعی و نرده‌ای است.

(ج) اگر حجم آب درون ظرف را نصف کنیم، چگالی آب درون ظرف، ۲ برابر می‌شود.

(د) جرم یک لیتر یخ با جرم یک لیتر آب، برابر است.

۲ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴۰- کدام گزینه رابطه بین واحدهای متداول چگالی را به درستی نشان نمی‌دهد؟

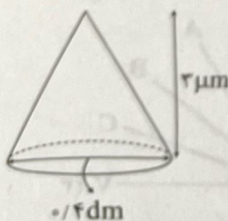
$$1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 10^3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad (۴)$$

$$1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 10^3 \frac{\text{g}}{\text{L}} \quad (۳)$$

$$1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1 \frac{\text{g}}{\text{L}} \quad (۲)$$

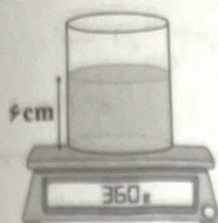
$$1 \frac{\text{kg}}{\text{L}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad (۱)$$

۴۱- اگر چگالی مخروط توپر شکل زیر، برابر با $0.2 \frac{\text{dag}}{\text{nm}^3}$ باشد، جرم این مخروط در واحد SI چقدر است؟

 $8\pi \times 10^{14}$ (۱) $2\pi \times 10^{14}$ (۲) $8\pi \times 10^{18}$ (۳) $2\pi \times 10^{18}$ (۴)

انجام محاسبات

۴۲- مطابق شکل زیر، ظرفی استوانه‌ای شکل به گنجایش 100 cm^3 روی ترازوی فنری قرار دارد و تا ارتفاع 6 cm آن مایعی ریخته شده است. حال گلوله‌ای توپر به چگالی $8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ داخل آن می‌اندازیم. مایع درون ظرف بالا آمده و کل ظرف را پر می‌کند. عددی که ترازوی فنری در



حالت دوم نشان می‌دهد، چند گرم است؟ (مساحت سطح مقطع ظرف برابر با 10 cm^2 و جرم ظرف نیز ناچیز است.)

۵۴۰ (۱)

۶۸۰ (۲)

۷۲۰ (۳)

۹۰۰ (۴)

۴۳- یک قطعه فلز توپر به چگالی $9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ را در ظرفی مکعبی شکل به ضلع 10 cm که کاملاً از مایعی به چگالی $4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ پر است، وارد

می‌کنیم. اگر با این کار 80 g مایع از ظرف بیرون بریزد، جرم قطعه فلز چند گرم است؟

۲۴۰ (۴)

۱۸۰ (۳)

۲/۴ (۲)

۱/۸ (۱)

۴۴- یک مخروط ناقص به جرم 300 g و چگالی $1/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ را درون استوانه مدرجی که تا حجم 400 cm^3 آن آب ریخته‌ایم، می‌اندازیم. بعد از

ته‌نشین شدن این مخروط در آب، حجم آب استوانه مدرج به 640 cm^3 می‌رسد. اگر درون این مخروط ناقص، حفره‌ای وجود داشته باشد،

تقریباً حجم حفره چند درصد حجم مخروط ناقص را تشکیل می‌دهد؟

۳۲ (۴)

۳۵ (۳)

۱۷ (۲)

۲۰ (۱)

۴۵- ارتفاع یک مخروط توپر برابر شعاع قاعده یک استوانه توپر و شعاع قاعده آن نصف ارتفاع استوانه است. اگر جرم مخروط، ۲ برابر جرم

استوانه باشد و هر دو هم‌جنس باشند، نسبت ارتفاع استوانه به ارتفاع مخروط در کدام گزینه به درستی آمده است؟

 $\frac{1}{24}$ (۴) $\frac{1}{12}$ (۳)

۲۴ (۲)

۱۲ (۱)

۴۶- چگالی مایع A، $0/2$ چگالی مایع B است. اگر حجم 3 kg از A برابر با 5 L باشد، جرم 300 cm^3 از مایع B چند گرم است؟

۱۰ (۴)

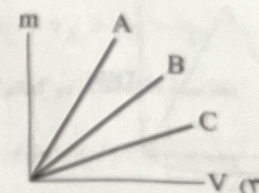
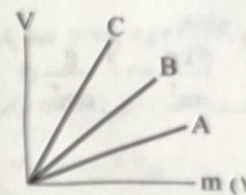
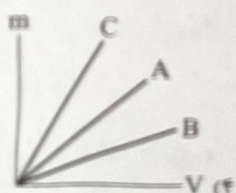
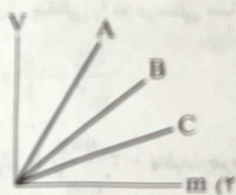
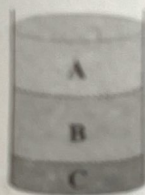
۰/۱ (۳)

۹۰۰ (۲)

۰/۹ (۱)

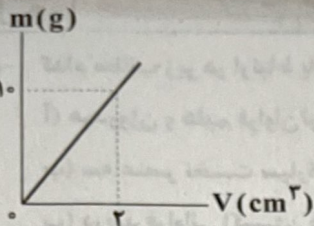
۴۷- سه مایع مخلوط‌نشده‌ای A، B و C که چگالی‌های متفاوتی دارند، درون استوانه‌ای شیشه‌ای ریخته شده‌اند. نمودار داده‌شده در کدام گزینه

در ارتباط با مایع‌های A، B و C درست است؟





۴۸- نمودار جرم برحسب حجم برای یک مایع، مطابق شکل زیر است. 0.2 kg از این مایع چه حجمی برحسب میلی لیتر را اشغال می کند؟



(۱) ۰/۶

(۲) ۶

(۳) ۰/۰۶

(۴) ۶۰

۴۹- لیوانی به جرم m را یک بار پر از آب و بار دیگر پر از روغن می کنیم. اگر جرم لیوان محتوی آب، 30 g بیشتر از جرم لیوان حاوی روغن

باشد، نسبت جرم آب به جرم روغن در کدام گزینه به درستی آمده است؟ $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $\rho_{\text{روغن}} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

(۴) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۱) $\frac{5}{4}$

۵۰- سه مایع با چگالی های ρ_1 و $\rho_2 = 2\rho_1$ و $\rho_3 = \frac{3}{4}\rho_1$ را به ترتیب با جرم های m ، $\frac{m}{2}$ و $2m$ مخلوط می کنیم. چگالی محلول حاصل چند

برابر ρ_1 می شود؟ (از تغییر حجم در طی مخلوط کردن صرف نظر کنید.)

(۴) $\frac{31}{42}$ (۳) $\frac{42}{31}$ (۲) $\frac{10}{18}$ (۱) $\frac{18}{10}$

شیمی



۵۱- کدام مطالب زیر در ارتباط با سیاره‌های زمین و مشتری و ۸ عنصری که بیشترین فراوانی را در هر کدام از این سیاره‌ها دارند، درست است؟

(آ) هیدروژن و هلیوم فراوان‌ترین عنصرهای جهان هستند و هر کدام از این سیاره‌ها دارای درصد بالایی از این دو عنصر هستند.

(ب) سه عنصر نخست سیاره زمین، جامد در حالی که سه عنصر نخست سیاره مشتری، گازی شکل هستند.

(پ) درصد فراوانی اکسیژن همانند درصد فراوانی گوگرد، در زمین بیشتر از مشتری است.

(ت) شمار عنصرهای گازی در زمین و مشتری به ترتیب برابر با ۱ و ۶ عنصر است.

(۴) «پ» و «ت»

(۳) «ب» و «ت»

(۲) «آ» و «پ»

(۱) «آ» و «ب»

۵۲- کدام مورد، درست است؟

(۱) اورانیم طبیعی به طور عمده از ^{235}U تشکیل شده که فراوانی آن کافی نبوده و مقدار آن را برای مصرف در نیروگاه‌ها افزایش می‌دهند.

(۲) غنی‌سازی اورانیم در حال حاضر تنها در راکتورهای تحقیقاتی به کار می‌رود و در تولید برق کاربردی ندارد.

(۳) پسماندهای راکتورهای اتمی در صورت تماس مستقیم، می‌توانند موجب بیماری در انسان شوند.

(۴) ویژگی‌های مشترک پسماندهای راکتورهای اتمی این است که نیم‌عمر همه آن‌ها، کم بوده و پرتوهای حاصل از آن‌ها به سرعت در فضا انتشار می‌یابند.

۵۳- در تصویربرداری غده تیروئید از ایزوتوپ ^{99}Tc در قالب یون TcO_4^- استفاده می‌شود. کدام مورد نقش این یون را در این فرایند به درستی

توضیح می‌دهد؟

(۱) یون TcO_4^- به دلیل اندازه بزرگش توسط سلول‌های تیروئید جذب نمی‌شود و فقط در بافت باقی می‌ماند.

(۲) یون TcO_4^- از نظر بار و اندازه به یون یدید شباهت دارد و توسط ناقل‌های فعال تیروئید جذب می‌شود.

(۳) یون TcO_4^- فقط با آنزیم‌های غده تیروئید واکنش می‌دهد و پس از ورود به غده، به ید تبدیل می‌شود.

(۴) یون TcO_4^- ساختار کاملاً متفاوت با یون‌های طبیعی دارد و فقط در برخی غده‌ها مانند تیروئید جذب می‌شود.

۵۴- کدام گزینه، ترتیب درست رویدادهای کیهانی پس از مه‌بانگ را به درستی نشان می‌دهد؟

(۱) تشکیل اتم‌های هیدروژن و هلیوم ← تشکیل ستارگان ← تشکیل سحابی‌ها ← تشکیل کهکشان‌ها

(۲) تشکیل اتم‌های سبک ← تشکیل سحابی‌ها ← تولد ستارگان ← تشکیل کهکشان‌ها

(۳) تشکیل اتم‌های هیدروژن و هلیوم ← تشکیل کهکشان‌ها ← تشکیل سحابی‌ها ← تولد ستارگان

(۴) تشکیل اتم‌های سبک ← تشکیل سحابی‌ها ← تشکیل کهکشان‌ها ← تولد ستارگان

۵۵- عنصر فرضی M دارای چهار ایزوتوپ ^{54}M ، ^{55}M ، ^{56}M و ^{58}M است. اگر فراوانی سنگین‌ترین ایزوتوپ و ایزوتوپ ^{56}M به ترتیب ۴

و ۸ برابر فراوانی سبک‌ترین ایزوتوپ و جرم اتمی میانگین در این نمونه برابر با $56/425\text{amu}$ باشد، درصد فراوانی ایزوتوپ ^{55}M کدام است؟

(۴) ۳/۵

(۳) ۴

(۲) ۲

(۱) ۲/۵

۵۶- عدد جرمی عنصرهای A و X به ترتیب ۲/۳ و ۲/۶ برابر عدد اتمی آن‌هاست. در این صورت

(۱) A و X به یقین پرتوزا هستند.

(۲) X به یقین پرتوزا بوده ولی A ممکن است پرتوزا نباشد.

(۳) ممکن است A مانند X پرتوزا نباشد.

(۴) X به یقین پرتوزا بوده ولی A به یقین پایدار است.

حل انجام محاسبات

۵۷- چه تعداد از حروف «N, K, I, P, F, D, B, A» نماد شیمیایی عنصرهای جدول تناوبی هستند؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۵۸- کدام مطالب زیر در ارتباط با جدول تناوبی (دوره‌ای) درست است؟

- (آ) با پیمایش هر دوره از این جدول از چپ به راست، خواص عنصرها به طور مشابه تکرار می‌شود.
 (ب) کم‌تر از ۸۰٪ عنصرهای این جدول در طبیعت یافت می‌شوند و بقیه عناصر، ساختگی‌اند.
 (پ) هر ستون از این جدول که گروه نامیده می‌شود، شامل عنصرها با خواص فیزیکی و شیمیایی مشابه است.
 (ت) هر خانه از جدول به یک عنصر معین تعلق دارد و شامل نام، نماد شیمیایی، عدد اتمی و عدد جرمی عنصر مورد نظر است.
- (۱) «آ» و «ب» (۲) «آ» و «پ» (۳) «پ» و «ت» (۴) «ب» و «ت»

۵۹- ۱۰/۵۶ گرم از یک ترکیب آلی اکسیژن‌دار شامل $7/2 \times 10^{23}$ اتم است. کدام یک از فرمول‌های زیر را می‌توان به ترکیب آلی مورد نظر نسبت داد؟

(عدد آووگادرو $= 6 \times 10^{23}$) ($H=1, C=12, O=16: g.mol^{-1}$)

- (۱) $C_6H_{12}O_6$ (۲) $C_6H_{14}O_6$ (۳) $C_6H_8O_6$ (۴) $C_6H_4O_6$

۶۰- کدام مورد نادرست است؟

- (۱) نماد شیمیایی هر کدام از عنصرهای کلسیم، منگنز و سلنیم، دوحرفی است.
 (۲) اتم فلئور در ساختار هر ترکیب شیمیایی به صورت یون فلئورید (F^-) ظاهر می‌شود.
 (۳) از اتم آلومینیم، یون پایدار Al^{3+} شناخته شده است.
 (۴) دقت باسکول‌های تنی تا یک صدم تن و دقت ترازوی زرگری تا یک صدم گرم است.

۶۱- شمار عنصرهای کدام دو دوره جدول تناوبی با هم برابر است؟

- (آ) اول و دوم (ب) دوم و سوم (پ) سوم و چهارم (ت) چهارم و پنجم
- (۱) «آ» و «پ» (۲) «آ» و «ت» (۳) «ب» و «ت» (۴) «ب» و «پ»

۶۲- با توجه به جدول مقابل که برخی ویژگی‌های ذره‌های زیراتمی را نشان می‌دهد، کدام موارد درست است؟

نام ذره	نماد	بار الکتریکی	جرم (amu)
الکترون	$\frac{x_1}{y_1} e$	-۱	a
پروتون	$\frac{x_2}{y_2} p$	+۱	b
نوترون	$\frac{x_3}{y_3} n$	۰	c

(آ) رابطه $c > b > 1 amu$ برقرار است.

(ب) مقدار a به تقریب برابر با ۰/۰۰۵ amu است.

(پ) یکای بار الکتریکی نشان داده‌شده در جدول، نسبی بوده و بدون یکا است.

(ت) تساوی‌های $x_1 = y_3$ و $x_2 + y_1 = x_3 + y_2$ برقرار است.

- (۱) «آ» و «پ» (۲) «آ» و «ب» (۳) «آ»، «پ» و «ت» (۴) «ب» و «ت»

۶۳- جرم هر مولکول کربن دی‌اکسید (CO_2) به تقریب چند گرم است؟ (جرم هر اتم اکسیژن را ۱۶ amu در نظر بگیرید.)

- (۱) $2/648 \times 10^{-22}$ (۲) $2/648 \times 10^{-23}$ (۳) $7/304 \times 10^{-22}$ (۴) $7/304 \times 10^{-23}$

محل انجام محاسبات

- ۶۴- کدام مطالب زیر در ارتباط با واحد اتمی (amu) درست است؟
 (آ) جرم اتمی میانگین ایزوتوپ‌های طبیعی کربن برابر با ۱۲amu است.
 (ب) amu رایج‌ترین یکای جرم در آزمایشگاه شیمی شناخته می‌شود.
 (پ) جرم اتمی فراوان‌ترین ایزوتوپ طبیعی لیتیم را می‌توان ۷amu در نظر گرفت.
 (ت) با تعریف amu، شیمی‌دان‌ها موفق شدند جرم اتمی دیگر عناصرها و همچنین جرم ذره‌های زیراتمی را اندازه‌گیری کنند.
- (۱) «آ» و «ب» (۲) «پ» و «ت» (۳) «آ» و «پ» (۴) «ب» و «ت»
- ۶۵- برنز آلیاژی از مس و قلع است. اگر نمونه‌ای از این آلیاژ به جرم ۶۳/۲g شامل $5/418 \times 10^{23}$ اتم باشد، چند درصد جرم آلیاژ را مس تشکیل داده است؟ ($\text{Cu} = 64, \text{Sn} = 120; \text{g.mol}^{-1}$)
- (۱) ۶۹ (۲) ۷۴ (۳) ۸۱ (۴) ۸۶
- ۶۶- با توجه به مطالب کتاب درسی، اگر مجموع شمار نوترون‌های موجود در هسته همه ایزوتوپ‌های ناپایدار هیدروژن را با a و مجموع شمار پروتون‌های موجود در هسته همه ایزوتوپ‌های پایدار هیدروژن را با b نشان دهیم، حاصل a-b کدام است؟
- (۱) ۲۲ (۲) ۱۹ (۳) ۱۸ (۴) ۱۶
- ۶۷- در تصویربرداری رادیولوژی دندان، از پوشش سربی استفاده می‌شود، کدام گزینه دلیل اصلی استفاده از سرب را به درستی بیان می‌کند؟
 (۱) سرب یک فلز نرم است و به راحتی به شکل دلخواه درمی‌آید و پوشش راحتی فراهم می‌کند.
 (۲) سرب توانایی جذب بالای پرتوهای پرانرژی را دارد و از نفوذ آن به بافت‌های بدن جلوگیری می‌کند.
 (۳) رسانایی الکتریکی سرب بالا است و با پراکندگی انرژی پرتوها باعث تصویر واضح‌تر می‌شود.
 (۴) سرب خاصیت مغناطیسی دارد و پرتوهای ایکس را به اطراف منحرف می‌کند تا در ناحیه مورد نظر متمرکز شوند.
- ۶۸- کدام مطالب زیر در ارتباط با ${}^4\text{He}$ و ${}^6\text{Li}$ درست است؟
 (آ) تمایل هلیوم به انجام واکنش شیمیایی، بیشتر از تمایل لیتیم است.
 (ب) این دو عنصر در دو دوره مختلف جدول تناوبی جای دارند.
 (پ) مطابق نظریه مه‌بانگ (Big Bang) لیتیم یکی از نخستین عنصرهایی بود که پس از هلیوم با به عرصه جهان گذاشت.
 (ت) تفاوت شماره گروه این دو عنصر در جدول دوره‌ای برابر با یک است.
- (۱) «آ» و «پ» (۲) «آ» و «ت» (۳) «ب» و «پ» (۴) «ب» و «ت»
- ۶۹- بین دو عنصر A و M در جدول دوره‌ای ۱۲ عنصر دیگر وجود دارد. اگر عدد جرمی M، ۳۷ واحد بیشتر از عدد جرمی A باشد، تفاوت نوترون‌ها و الکترون‌ها در یون A^{2+} ، در مقایسه با تفاوت نوترون‌ها و الکترون‌ها در یون M^{-} کدام است؟
- (۱) ۸ واحد کمتر (۲) ۹ واحد کمتر (۳) ۱۱ واحد کمتر (۴) ۱۲ واحد کمتر
- ۷۰- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟
 (۱) اتم‌ها به حدی ریز هستند که نمی‌توان با هیچ دستگاهی و حتی با شمردن تک‌تک آن‌ها، شمار آن‌ها را به دست آورد.
 (۲) نقش N_A در شیمی مانند نقش شانه در شمارش تخم‌مرغ‌ها است با این تفاوت چشمگیر که عدد آووگادرو، عدد بسیار بزرگی است.
 (۳) جرم یک مول ذره برحسب amu، جرم مولی ماده مربوطه نامیده می‌شود.
 (۴) عدد آووگادرو دارای یکا بوده و یکای آن، mol^{-1} است.

محل انجام محاسبات

آزمون شماره (۹)

جمعه

۱۴۰۴/۰۸/۰۹

دفترچه
شماره ۲آزمون‌های سراسر
کاج

گزینه درسته را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴

پاسخنامه دهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

برای ورود به
مدرسه مجازی کاج
اسکن کنید.

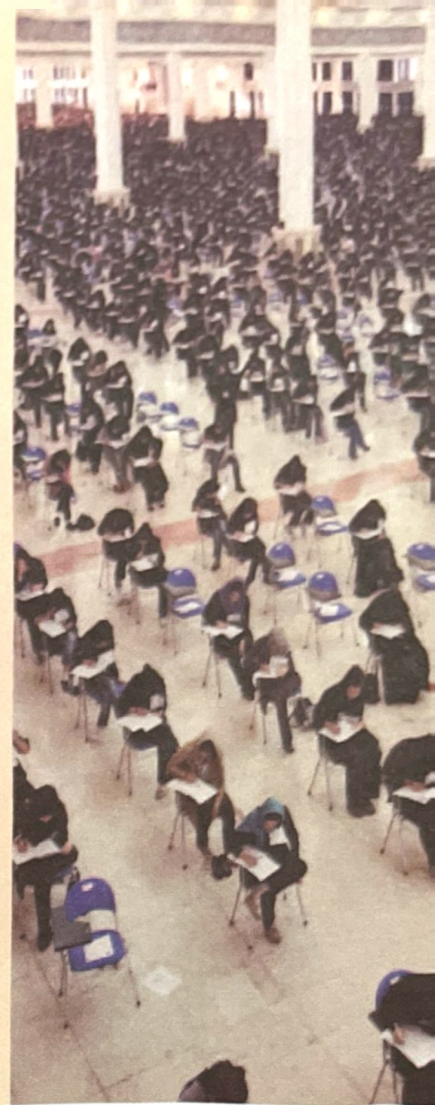
نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۷۰	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال از تا	مدت پاسخگویی
۱	ریاضی ۱	۲۰	۱	۴۵ دقیقه
	هندسه ۱	۱۰	۲۱	
۲	فیزیک	۲۰	۳۱	۲۵ دقیقه
۳	شیمی	۲۰	۵۱	۲۰ دقیقه

آزمون‌های سراسر گاج

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	سیروس نصیری - رضا ماجدی علی غلامی	ندا فرهختی - علی عرب محدثه کارگرفرد مینا نظری - زهرا ساسانی مهدی وارسته
فیزیک	سبحان کاظمی رودسری مروارید شاه‌حسینی	مروارید شاه‌حسینی پویا هدایتی
شیمی	مریم تمدنی	ایمان زارعی - یاسر راش فاطمه عبدالمحانی



گاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب
نیش بازارچه کتاب

اطلاع رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

شانی اینترنتی www.gaj.ir

آماده سازی آزمون
مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی
بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری
برنامه ریزی و هماهنگی: سارا نظری
بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی
ویراستاران فنی: سانا فلاحی - مریم پارسائیان - سپیده سادات شریفی - نوشین تکی
صفحه آرا: فرهاد عبدی
طراح شکل: آرزو گلفر
حروف نگاران: ربابه الطافی - مهناز کاظمی - سحر فاضلی - حدیث فیض الهی - مریم قلی پور - فاطمه میرزایی



دورسنامه

نکته: اگر a و b دو عدد حقیقی هم علامت و $b < a$ باشد، در این صورت $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ و $-a < -b$ است. در حقیقت اگر دو طرف یک نامساوی هم علامت را معکوس یا در عدد منفی ضرب کنیم، جهت نامساوی عوض می شود.

۱/۵ اگر مجموعه B به صورت بازه های $(-1, -5), (-4, 8), (-3, 9), (-2, 10), \dots$ و $(6, 10)$ باشد، ملاحظه می شود کمترین مقدار a برابر -5 و بیشترین مقدار b برابر 10 است. در این صورت حاصل جمع بیشترین مقدار b و کمترین مقدار a برابر 5 است.

دورسنامه

نکته: اگر $[a, b], [c, d]$ دو مجموعه باشند، اشتراک آن ها در صورتی ناتهی است که $d > a$ یا $c < b$ باشد.

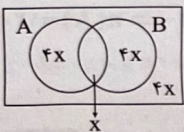
۳/۶ اگر قرار باشد بازه $(-3-2b, -1-a)$ شامل 8 عدد صحیح باشد، در این صورت $8 = -1 - a + 1 - 3 - 2b$ می باشد، پس داریم:

$$\begin{cases} 2b - a = 11 \\ b = -5a \end{cases} \Rightarrow -10a - a = 11 \Rightarrow a = -1, b = 5 \\ \Rightarrow a^2 + b^2 = 26$$

دورسنامه

نکته: اگر a و b اعداد صحیح باشند، تعداد اعداد صحیح بازه (a, b) به صورت $b - a - 1$ به دست می آید.

۲/۷ ابتدا با توجه به شرط داده شده، نمودار ون را برای دو مجموعه A و B رسم می کنیم، در این صورت داریم:



$$n(A \cup B) = 180 \Rightarrow 9x = 180 \Rightarrow x = 20$$

تعداد اعضای که حداکثر در یکی از دو مجموعه هستند برابر است با:

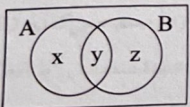
$$4x + 4x + 4x = 12x = 240$$

دورسنامه

نکته: اگر A و B دو مجموعه ناتهی باشند، تعداد اعضای که حداکثر در یکی از دو مجموعه A و B قرار دارند برابر است با:

$$n(A - B) + n(B - A) + n(A' \cap B')$$

۱/۸ با توجه به نمودار ون زیر داریم:



$$\begin{cases} x - z = 17 \\ x + z = 23 \end{cases} \Rightarrow x = 20, z = 3$$

بنابراین تعداد اعضای که فقط در A هستند، 20 تا است.

دورسنامه

نکته: اگر A و B دو مجموعه ناتهی باشند، در این صورت:

تعداد اعضای که فقط در مجموعه A قرار دارند برابر است با $n(A - B)$.

تعداد اعضای که فقط در مجموعه B قرار دارند برابر است با $n(B - A)$.

تعداد اعضای که فقط در یک مجموعه قرار دارند برابر است با $n(A - B) + n(B - A)$.

ریاضیات

۱/۳ به بررسی گزاره ها می پردازیم:

(الف) به دلیل آن که $B - C$ نامتناهی است، B نامتناهی و C می تواند هم متناهی و هم نامتناهی باشد. از طرفی $A - (B \cup C)$ متناهی است پس A و C می توانند متناهی یا نامتناهی باشند در نتیجه گزاره (الف) صحیح است به عنوان مثال اگر $B = \mathbb{N}$ و $C = \{1, 2, 3\}$ و $A = \mathbb{W}$ و مجموعه مرجع $\mathbb{R}$ باشد در شرایط گزاره (الف) برقرار است.

(ب) اگر مجموعه نامتناهی را بازه $[a, b]$ در نظر بگیریم، هم دارای کوچکترین و هم بزرگترین عضو است.

(ج) اگر مجموعه مرجع $\mathbb{W}$ و $A = \mathbb{N}$ باشد، $A' = \{0\}$ متناهی است.

دورسنامه

• مجموعه ای متناهی است که بتوان تعداد اعضای آن را با اعداد حسابی نشان داد.

• اگر مجموعه A نامتناهی باشد، A' می تواند متناهی یا نامتناهی باشد.

۱/۲ از رابطه $A \cap B' \subseteq A' \cap B$ می توان نتیجه گرفت $A \subseteq B$ است، در این صورت داریم:

$$\begin{aligned} ((B' - A') \cup (A' - B'))' & \frac{A \subseteq B}{B' \subseteq A'} (\emptyset \cup (A' \cap B))' \\ & = (A' \cap B)' = A \cup B' \end{aligned}$$

دورسنامه

نکته: اگر A و B دو مجموعه ناتهی باشند، آن گاه داریم:

$$(A')' = A \text{ (الف)}$$

$$A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A' \text{ (ب)}$$

$$(A \cup B)' = A' \cap B', (A \cap B)' = A' \cup B' \text{ (ج)}$$

۳/۳ مجموعه $A = \{\frac{1}{4}, \frac{4}{5}, \frac{9}{10}\}$ و $B_1 = (\frac{1}{5}, \frac{4}{5}]$ و $B_2 = (\frac{1}{5}, \frac{9}{10}]$

و $B_3 = (\frac{1}{5}, \frac{9}{10}]$ می باشند، در این صورت:

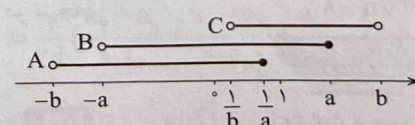
$$(B_1 \cup B_2 \cup B_3) - A = (\frac{1}{5}, \frac{9}{10}] - \{\frac{1}{4}, \frac{4}{5}, \frac{9}{10}\}$$

$$= (\frac{1}{5}, \frac{1}{4}) \cup (\frac{1}{4}, \frac{4}{5}) \cup (\frac{4}{5}, \frac{9}{10}) \Rightarrow \text{طول بزرگترین بازه} = 0/5$$

دورسنامه

نکته: برای به دست آوردن اجتماع دو بازه $[a, b]$ و $[c, d]$ با اشتراک ناتهی، کافی است از بین a و c کوچکترین عدد و از بین b و d بزرگترین عدد را انتخاب کنیم، هم چنین برای به دست آوردن اشتراک این دو بازه کافی است از بین a و c بزرگترین عدد و از بین b و d کوچکترین عدد انتخاب گردد.

۴/۴ هر یک از بازه های صورت سؤال را روی محور مختصات نمایش می دهیم. در این صورت داریم:



$$\Rightarrow (A \cap B) - C = (-a, \frac{1}{b}] = (-2, \frac{1}{3}] \Rightarrow a = 2, b = 3$$

$$\Rightarrow a^2 + 2b = 4 + 6 = 10$$

دوستانه

نکته: اگر $a_1, a_2, a_3, \dots$ جملات یک دنباله درجه ۲ باشد، در این صورت جمله عمومی دنباله به صورت $a_n = an^2 + bn + c$ می‌باشد. برای به دست آوردن ضریب x^2 کافی است هر جمله را از جمله قبلی کم و این کار را در دو مرحله تکرار کنیم، اگر اختلاف جملات در مرحله دوم باشد، در این صورت $a = \frac{m}{2}$ و b و c با جایگذاری جملات دنباله در جمله عمومی به دست می‌آیند.

$$\begin{array}{ccccccc} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & \dots \\ \hline & b_1 & b_2 & b_3 & \dots \\ \hline & & m & m & \dots \end{array}$$

۲ | ۱۲

$$\begin{aligned} a_{n+1} + ca_n &= a(n+1) + b + c(an+b) \\ &= an + a + b + acn + cb = (c+1)n^2 + \Delta n + \epsilon \\ \Rightarrow (a+ac)n + (a+b+cb) &= (c+1)n^2 + \Delta n + \epsilon \quad (*) \\ \Rightarrow c+1 &= 0 \Rightarrow c = -1 \\ \xrightarrow[\text{در } (*)]{\text{جایگذاری}} 2an + a + 2b &= \Delta n + \epsilon \Rightarrow a = \frac{\Delta}{2}, b = \frac{\epsilon}{4} \\ \Rightarrow a \times b &= \frac{25}{8} \end{aligned}$$

دوستانه

جمله عمومی هر دنباله خطی به شکل $c_n = an + b$ است که در آن $c_{n+1} - c_n = a$ می‌باشد.

۲ | ۱۳

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{n}{n^2 + 20n + 64} \Rightarrow a_n = \frac{1}{n + \frac{64}{n} + 20} \\ \Rightarrow a_n &= \frac{1}{(\sqrt{n} - \frac{8}{\sqrt{n}})^2 + 16 + 20} = \frac{1}{(\sqrt{n} - \frac{8}{\sqrt{n}})^2 + 36} \\ \Rightarrow \text{بیشترین جمله} &= \frac{1}{36} \end{aligned}$$

دوستانه

نکته: برای به دست آوردن بیشترین یا کمترین جمله دنباله‌های درجه دو، کافی است دنباله را به فرم مربع کامل نوشته و با توجه به آن بیشترین و کمترین جمله دنباله را به دست آوریم.

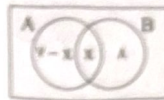
$$\begin{aligned} \text{۴ | ۱۴} \quad \text{واضح است که } a_{((n+1)^3-1)} &= 2n-6 \text{ با در نظر گرفتن } (n+1)^3-1 = t \text{ داریم:} \\ n &= \sqrt[3]{t+1}-1 \\ a_t &= 2\sqrt[3]{t+1}-8 \Rightarrow a_{n-1} = 2\sqrt[3]{n}-8 \end{aligned}$$

در نتیجه:

دوستانه

نکته: اگر a_U (یک عبارت برحسب n) داده شده باشد، برای محاسبه a_n کافی است $U = t$ قرار داده و از این رابطه n را برحسب t محاسبه و دنباله a_U را برحسب t بازنویسی کنیم.

۲ | ابتدا $n(A \cap B) = x$ را در نظر می‌گیریم، در این صورت داریم:

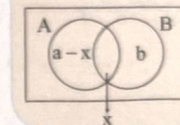


$$\Rightarrow \begin{cases} \text{اگر } x=0 \Rightarrow n(B)=15 \\ \text{اگر } x=1 \Rightarrow n(B)=14 \Rightarrow 14 \leq n(B) \leq 15 \\ \vdots \\ \text{اگر } x=7 \Rightarrow n(B)=8 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\frac{a=8}{b=15}} a+b=8+15=23$$

دوستانه

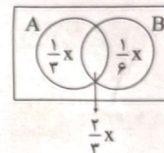
نکته: با توجه به نمودار و شکل زیر، اگر $n(B) > n(A)$ باشد در این صورت داریم:



$$\Rightarrow b \leq n(B) \leq b+a$$

۴ | اگر $n(A) = x$ و $n(B) = y$ در این صورت:

$$n(A \cap B) = \frac{2}{3}x = \frac{4}{5}y \Rightarrow y = \frac{10}{12}x = \frac{5}{6}x$$



$$\Rightarrow |A \cup B| = \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}x + \frac{2}{3}x = \frac{7x}{6} = 140 \Rightarrow x = 120 \Rightarrow n(A) = 120$$

دوستانه

نکته: در حل سؤالات مربوط به تعداد اعضای یک مجموعه کافی است در نمودار و تمام قسمت‌ها برحسب یک متغیر (معمولاً اشتراک) نوشته شوند و با توجه به شرایط مسئله آن متغیر محاسبه و با توجه به آن تعداد اعضای تمام قسمت‌ها به دست می‌آید.

۱۱ | ابتدا جمله عمومی دنباله $a_n = an^2 + bn + c$ را به دست می‌آوریم.

$$\begin{array}{ccccccc} 12, 24, 40, 60, \dots & \xrightarrow{\frac{a=2}{b=6}} & a_n & = & 2n^2 + 6n + c \\ \hline & & 12 & 16 & 20 \\ & & 4 & 4 & \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = 2 + b + c = 12 \\ a_2 = 8 + 2b + c = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b + c = 10 \\ 2b + c = 16 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = 6, c = 4 \Rightarrow a_n = 2n^2 + 6n + 4$$

$$\begin{aligned} c_n &= a_n - b_n = 2n^2 + 6n + 4 - n^2 - n - 5 = n^2 + 5n - 1 \\ \Rightarrow c_{10} &= 100 + 50 - 1 = 149 \end{aligned}$$

دوستنامه

نکته: اگر a_n یک دنباله حسابی باشد، آن‌گاه داریم:

$$\frac{1}{a_n a_{n+1}} = \frac{1}{d} \left(\frac{d}{a_n a_{n+1}} \right) = \frac{1}{d} \left(\frac{a_{n+1} - a_n}{a_n a_{n+1}} \right) = \frac{1}{d} \left(\frac{1}{a_n} - \frac{1}{a_{n+1}} \right)$$

۱۹ **۴** می‌دانیم دنباله مثلی $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ است و چون b_n یک

دنباله حسابی با قدرنسبت ۵ است در این صورت $c-1=5$ در نتیجه $c=6$ است.

$$\Rightarrow b_n = 5n + 42 \Rightarrow b_{10} + 2a_{10} = 92 + 2(55) = 202$$

دوستنامه

نکته: هر دنباله مربعی به شکل $a_n = n^2$ و هر دنباله مثلی به

$$\text{شکل } b_n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ می‌باشد.}$$

۲۰ هر دنباله خطی $a_n = an + b$ نوعی دنباله حسابی است که در آن قدرنسبت برابر a است.

۳

$$\begin{cases} a_n: 5, 8, 11, 14, \dots \\ b_n: 1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots \end{cases}$$

$$\Rightarrow e_n: 5, 11, 17, \dots \Rightarrow \text{جمله عمومی: } e_n = 5 + 6(n-1)$$

$$\Rightarrow e_9 = 5 + 48 = 53$$

از طرفی چون دنباله c_n دنباله حسابی است، پس داریم:

$$k-1=0 \Rightarrow k=1 \Rightarrow c_n = \frac{-2n+7}{6}$$

$$\Rightarrow c_5 = \frac{-10+7}{6} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$$

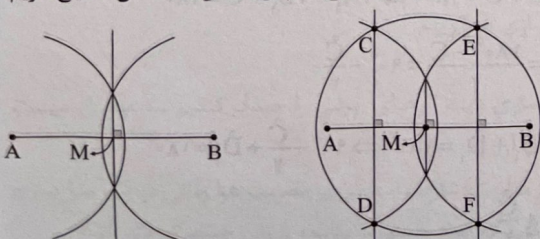
$$\Rightarrow 4c_5 + e_9 = 4\left(-\frac{1}{2}\right) + 53 = -2 + 53 = 51$$

دوستنامه

نکته: اگر a_n یک دنباله حسابی با قدرنسبت d_1 و b_n یک دنباله حسابی با قدرنسبت d_2 باشد، جمله عمومی جملات مشترک دو دنباله برابر است با $c_n = b + (n-1)d$ که در آن b اولین جمله مشترک دو دنباله و d ک.م.م قدرنسبت‌های دو دنباله است $(d = [d_1, d_2])$.

۲۱ ابتدا از دو سر پاره خط AB دو کمان هم‌اندازه رسم می‌کنیم تا

خط عمودمنصف با کمک آن‌ها به وجود آید. محل تلاقی عمودمنصف را با خط AB نقطه M می‌نامیم. حال اگر اندازه کمان را تغییر ندهیم و دایره‌ای به مرکز M بزنیم، دو کمان قبل را در نقاط C, D, E, F قطع می‌کند، و عمودمنصف‌های AM و MB به وجود می‌آید، پس حداقل به ۳ کمان احتیاج داریم.



۱۵ **۳** می‌دانیم جمله n ام دنباله حسابی $a_n = a_1 + (n-1)d$ است،

بنابراین:

$$\begin{cases} (a_1 + 17d)(a_1 + 12d) = 100 \\ (a_1 + 13d)(a_1 + 6d) = 200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 29a_1d + 204d^2 = 100 \\ a_1^2 + 29a_1d + 78d^2 = 200 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(-)} 4d^2 = 100 \Rightarrow d^2 = 25 \Rightarrow d = \pm 5$$

دوستنامه

نکته: اگر a_n یک دنباله حسابی و a_m و a_n دو جمله از این دنباله باشند، آن‌گاه قدرنسبت از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$$

۲

$$a, \underbrace{\quad}_{+d}, \underbrace{\quad}_{+d}, \underbrace{\quad}_{+d}, b \Rightarrow a, a+d, a+2d, a+3d, \underbrace{a+4d}_b$$

$$\Rightarrow \text{مجموع جملات} = a + a + d + a + 2d + a + 3d + a + 4d = 5a + 10d = 50 \Rightarrow a + 2d = 10 \Rightarrow a = 10 - 2d$$

بنابراین جملات دنباله به صورت زیر هستند:

$$10 - 2d, 10 - d, 10, 10 + d, 10 + 2d$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} (10 - 2d)^2 + (10 - d)^2 + 10^2 + (10 + d)^2 + (10 + 2d)^2 \\ = 500 + 10d^2 = 1000 \Rightarrow 10d^2 = 500 \Rightarrow d^2 = 50 \end{aligned}$$

دوستنامه

نکته: اگر بین دو عدد a و b واسطه حسابی قرار دهیم به طوری که $m+2$ عدد تشکیل دنباله حسابی دهند، قدرنسبت برابر $d = \frac{b-a}{m+1}$ می‌باشد. هم‌چنین می‌توان جملات دنباله را به صورت زیر نمایش داد:

$$a, a+d, a+2d, \dots, \underbrace{a+(m+1)d}_b$$

۱۷ **۱** می‌دانیم جمله n ام یک دنباله حسابی با جمله اول t_1 و قدرنسبت

d به صورت $t_n = t_1 + (n-1)d$ است. بنابراین:

$$t_3 + t_5 + t_7 = 3t_1 + 12d = 24 \Rightarrow t_1 + 4d = 8 \Rightarrow t_5 = 8$$

$$\Rightarrow t_6 + t_k = t_5 + t_5 = k = 4 \Rightarrow k^2 + k = 20$$

دوستنامه

نکته: اگر s, r, n, m اعداد طبیعی و $m \pm n = r \pm s$ باشند، در این صورت $a_m \pm a_n = a_r \pm a_s$.

$$\frac{1}{a_1 a_4} + \frac{1}{a_4 a_7} + \frac{1}{a_7 a_{10}} = \frac{1}{3d} \left(\frac{rd}{a_1 a_4} + \frac{rd}{a_4 a_7} + \frac{rd}{a_7 a_{10}} \right)$$

$$= \frac{1}{3d} \left(\frac{a_7 - a_1}{a_1 a_4} + \frac{a_{10} - a_4}{a_4 a_7} + \frac{a_{13} - a_7}{a_7 a_{10}} \right)$$

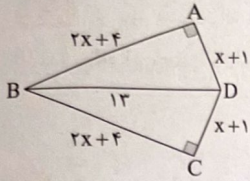
$$= \frac{1}{3d} \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_4} + \frac{1}{a_4} - \frac{1}{a_7} + \frac{1}{a_7} - \frac{1}{a_{10}} \right)$$

$$= \frac{1}{3d} \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_{10}} \right) = \frac{1}{3d} \left(\frac{9d}{a_1 a_{10}} \right) = \frac{3}{3(1+18)} = \frac{1}{21}$$

دورسنامه

همواره نیمسازهای داخلی دو زاویه مانند B و A در مثلث هم دیگر را قطع می کنند و اندازه زاویه به وجود آمده در آن برابر $\hat{D} = 90^\circ + \frac{\hat{C}}{2}$ است.

۲۵ با توجه به آن که BD نیمساز زاویه D است، پس: $BA = BC$
از طرفی BD نیمساز زاویه B است، پس: $DA = DC$
بنابراین داریم:



$$\Delta ABD: 13^2 = (2x+4)^2 + (x+1)^2$$

$$\Rightarrow 169 = 4x^2 + 16x + 16 + x^2 + 2x + 1$$

$$\Rightarrow 5x^2 + 18x - 152 = 0 \xrightarrow{\Delta = 58^2} \begin{cases} x_1 = \frac{-18 + 58}{10} = \frac{40}{10} = 4 \\ x_2 = \frac{-18 - 58}{10} = \frac{-76}{10} \end{cases}$$

غقق

$$S_{ABCD} = 2S_{ABD} = 2 \times \frac{AB \times AD}{2} = 12 \times 5 = 60$$

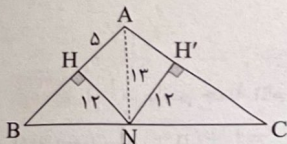
دورسنامه

• تعریف نیمساز: نیمساز مکان هندسی نقاطی است که از دو ضلع زاویه به یک فاصله باشند، پس زوایای به وجود آمده توسط نیمساز نیز با هم برابر می باشند.

۳ ۲۶

$$\Delta AHN: AN^2 = NH^2 + AH^2 \Rightarrow AN^2 = 12^2 + 5^2 \Rightarrow AN = 13$$

پس با توجه به آن که N روی نیمساز زاویه A است، پس:



$$\Rightarrow NH = NH' = 12$$

$$\Delta ANH': AH' = 5$$

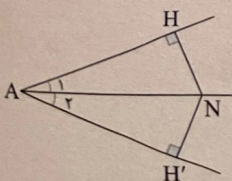
$$H'C = AC - AH' = 14 - 5 = 9$$

$$\Delta NH'C: NC^2 = NH'^2 + H'C^2 = 12^2 + 9^2$$

$$\Rightarrow NC^2 = 144 + 81 = 225 \Rightarrow NC = 15$$

دورسنامه

تعریف نیمساز: هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع زاویه به یک فاصله می باشد و بالعکس.

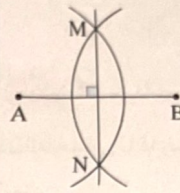


$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Leftrightarrow \begin{cases} NH = NH' \\ AH = AH' \end{cases}$$

زیرا دو مثلث قائم الزاویه ایجاد شده با هم هم نهشت می باشند.

دورسنامه

برای رسم عمودمنصف پاره خط AB باید از دو نقطه A و B دو کمان هم اندازه بزنیم.



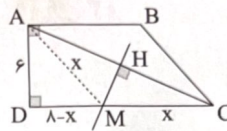
نکته: نقاط روی عمودمنصف از دو سر پاره خط به یک فاصله می باشند.

۲۲ ۴ نقطه M روی عمودمنصف پاره خط AC است، پس فاصله M تا دو سر پاره خط AC به یک اندازه است، بنابراین داریم:

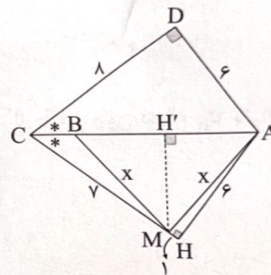
$$MA = MC = x \Rightarrow DM = 8 - x$$

$$\Delta ADM: x^2 = 6^2 + (8-x)^2 \Rightarrow x^2 = 36 + 64 - 16x + x^2$$

$$\Rightarrow 16x = 100 \Rightarrow x = \frac{100}{16} = \frac{25}{4}$$



۲ ۲۳



$$AB \text{ عمودمنصف } MH' \Rightarrow AM = BM$$

$$DCM \text{ نیمساز } AC \Rightarrow AH = AD = 6$$

$$\Delta ACD: AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow AC = 10$$

$$\Delta AHC: CH^2 = AC^2 - AH^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow CH = 8$$

$$\Rightarrow MH = 8 - 7 = 1$$

$$\Delta AMH: AM^2 = AH^2 + MH^2 = 36 + 1 = 37$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{37} \Rightarrow BM = \sqrt{37}$$

۳ اگر AD و BD نیمسازهای زوایای A و B باشند، در این صورت

$$\Delta ABC: \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 2\hat{A}_1 + 2\hat{B}_1 + \hat{C} = 180^\circ$$

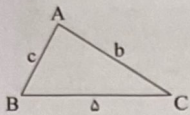
$$\Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{B}_1 = \frac{180^\circ - \hat{C}}{2} = 90^\circ - \frac{\hat{C}}{2}$$

$$\Delta ABD: \hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{D}_1 = 180^\circ \Rightarrow 90^\circ - \frac{\hat{C}}{2} + \hat{D}_1 = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{D}_1 = 90^\circ + \frac{\hat{C}}{2}$$

۴ ۲۹

۱ ۲۷



$$\frac{\text{محیط}}{۳} < ۵ < \frac{\text{محیط}}{۲} \Rightarrow \begin{cases} \text{محیط} < ۱۵ \\ \text{محیط} > ۱۰ \end{cases} \Rightarrow ۱۰ < \text{محیط} < ۱۵$$

پس مقدار محیط عددی بین ۱۰ و ۱۵ می‌باشد.

دورسنامه

اگر بزرگ‌ترین ضلع یک مثلث را برابر a فرض کنیم، طبق قضیه نامساوی مثلث داریم:

$$a < b + c \xrightarrow{+a} ۲a < a + b + c \Rightarrow a < \frac{\text{محیط}}{۳}$$

از طرفی با توجه به آن که a بزرگ‌ترین ضلع است، پس داریم:

$$\begin{cases} b < a \\ c < a \end{cases} \xrightarrow{+} b + c < ۲a \xrightarrow{+a} a + b + c < ۳a \Rightarrow \frac{\text{محیط}}{۳} < a$$

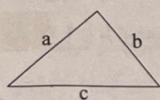
پس بزرگ‌ترین ضلع مثلث همواره بین $\frac{\text{محیط}}{۳}$ و $\frac{\text{محیط}}{۲}$ است.

$$\frac{P}{۳} < \text{بزرگ‌ترین ضلع مثلث} < \frac{P}{۲}$$

۱ ۳۰ اگر طول کوچک‌ترین ضلع را برابر یک در نظر بگیریم، در این صورت با توجه به نامساوی مثلثی هر ضلع باید از تفاضل دو ضلع دیگر بزرگ‌تر باشد، پس هیچ مثلثی با اضلاع متمایز به وجود نمی‌آید. زیرا هیچ دو عدد متمایزی تفاضلشان کوچک‌تر از یک نیست.

دورسنامه

در هر مثلث هر ضلع از مجموع دو ضلع دیگر کوچک‌تر و از قدرمطلق تفاضل آن دو باید بزرگ‌تر باشد.



$$\begin{cases} |b - c| < a < b + c \\ |a - c| < b < a + c \\ |b - a| < c < b + a \end{cases}$$

فیزیک

۲ ۳۱ در پدیده‌هایی که ابعاد جسم، بزرگ باشد، نمی‌توان از نیروی مقاومت هوا در مدل‌سازی، صرف‌نظر کرد.

فقط در موارد «ب» و «د» می‌توان از نیروی مقاومت هوا صرف‌نظر کرد.

دورسنامه

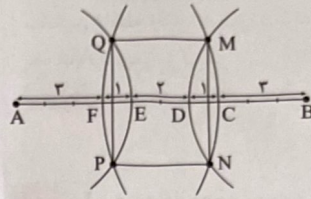
مدل‌سازی در فیزیک

ساده کردن یک پدیده فیزیکی تا حدی که امکان بررسی و تحلیل آن فراهم شود را مدل‌سازی می‌گوییم.

نکات:

۱ در مدل‌سازی باید اثرهای جزئی را حذف کنیم نه عوامل مهم و تعیین‌کننده در آن پدیده را.

۲ از نیروی مقاومت شاره، مانند نیروی مقاومت هوا زمانی در یک مدل‌سازی صرف‌نظر می‌کنیم که ابعاد جسم در مقایسه با وزن جسم، کوچک باشد.



$$\begin{cases} AC = BF = ۷ \\ AE = BD = ۴ \end{cases}$$

$$\begin{aligned} MB = NB &\Rightarrow MN \text{ عمود منصف } AB \\ AQ = AP &\Rightarrow PQ \text{ عمود منصف } AB \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} PQ \parallel MN \\ PQ = MN \end{cases}$$

پس $MNPQ$ متوازی‌الاضلاع است و به دلیل تقارن $PM = QN$ ، لذا چهارضلعی مستطیل است.

دورسنامه

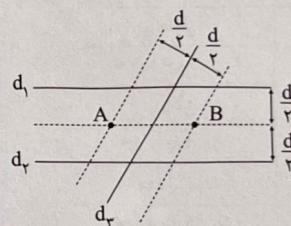
مستطیل چهارضلعی است که اضلاع آن دو به دو موازیند و حداقل یک زاویه قائمه دارد.

لوزی چهارضلعی است که قطرهای عمود منصف یکدیگرند و اضلاع باهم برابرند.

دوزنقه چهارضلعی است که حداقل دو ضلع موازی دارد.

متوازی‌الاضلاع چهارضلعی است که اضلاع روبه‌رو دوتایی موازیند.

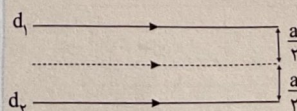
۳ ۲۸ اگر دو خط موازی d_1 و d_2 به فاصله d از هم باشند، نقاطی که از این دو خط به یک فاصله باشند، تشکیل خطی موازی آن‌ها با فاصله $\frac{d}{۲}$ در وسط آن‌ها می‌دهد.



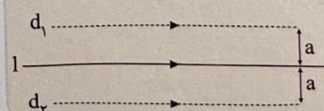
و نقاطی که از خط d_2 به فاصله $\frac{d}{۲}$ باشند، تشکیل دو خط موازی به فاصله $\frac{d}{۲}$ از آن می‌دهد که با d_2 موازی می‌باشند. پس محل تلاقی خطوط به وجود آمده نقاط A و B می‌باشند.

دورسنامه

مجموعه تمامی نقاطی که از دو خط موازی d_1 و d_2 به یک فاصله می‌باشند، یک خط موازی با خطوط d_1 و d_2 و در وسط آن‌ها است.



مجموعه تمامی نقاطی از صفحه که از خط l به فاصله مشخص a باشند، دو خط موازی با خط اولیه l و به فاصله a از طرفین l می‌باشد.



یکای نجومی (AU)

میانگین فاصله زمین تا خورشید که حدوداً برابر با $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ است را یک AU تعریف می‌کنند.

توجه: یکای نجومی، یکای کمیت طول است.

$$1 \text{ AU} = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$$

۳۳ ۲ عبارات های «ج» و «د» درست هستند.

بررسی عبارات های نادرست:

الف) فشار، یک کمیت فرعی دارد.

ب) یکای کمیت انرژی براساس یکای کمیت های اصلی برابر با $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$ است.

دروسنامه**کمیت**

در فیزیک به هر چیزی که قابل اندازه گیری باشد، کمیت می‌گویند.

یکای (واحد)

مقدار معین و قراردادی از یک کمیت را یکا یا واحد آن می‌نامند.

یکای یک کمیت باید دو ویژگی داشته باشد:

۱- تغییر نکند ۲- قابلیت بازتولید در مکان های مختلف را داشته باشد.

کمیت های اصلی

کمیت هایی هستند که مستقل از سایر کمیت ها می باشند و برای تعریف یکای آن ها نیازی به سایر یکاها نداریم.

توجه: تعداد این کمیت ها ۷ تا است.

کمیت های اصلی و یکاهای اصلی دستگاه بین المللی (SI)

کمیت	نام یکا	نماد یکا
طول	متر	m
جرم	کیلوگرم	kg
زمان	ثانیه	s
دما	کلوین	K
مقدار ماده	مول	mol
جریان الکتریکی	آمپر	A
شدت روشنایی	کندلا (شمع)	cd

کمیت های فرعی

کمیت هایی هستند که به کمیت های دیگر وابسته هستند و برای تعریف یکای آن ها از سایر یکاها استفاده می کنیم.

چند مثال از یکاهای فرعی دستگاه بین المللی (SI)

تندی و سرعت	متر بر ثانیه ($\frac{\text{m}}{\text{s}}$)	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$
شتاب	متر بر مربع ثانیه ($\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
نیرو	نیوتون (N)	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$
فشار	پاسکال (Pa)	$\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$
انرژی	ژول (J)	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$
توان	وات (W)	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3}$

۳۳ به مدل سازی های مهم زیر با توجه به کتاب درسی توجه کنید:

هل دادن گمد بزرگ

واقعیت	مدل سازی
نیروی دست که جسم را رو به جلو، به حرکت در می آورد. شخصی در حال هل دادن یک جسم نسبتاً بزرگ. نیروی اصطکاک که بر خلاف جهت حرکت جسم وارد می شود.	جسم را به صورت یک ذره در نظر می گیریم. نیروی دست. نیروی اصطکاک.

حرکت توپ بسکتبال

واقعیت	مدل سازی
توپ بسکتبال می چرخد. جهت حرکت توپ. مقاومت هوا و باد نیروهای به توپ وارد می کنند. نیروی گرانشی وارد بر توپ به ارتفاع بستگی دارد.	توپ بسکتبال به صورت یک جسم نقطه ای (ذره) در نظر گرفته می شود. نیروی گرانشی وارد بر توپ، ثابت است.

سقوط برگ درخت از حالت سکون به طرف زمین

واقعیت	مدل سازی
برگ ها در حال سقوط هستند.	نیروی مقاومت هوا. وزن برگ.

۳۳ ۱ با توجه به رابطه تندی داریم:

$$\begin{cases} \text{زمان} \times \text{تندی} = \text{مسافت} \\ \text{زمان} = 1 \text{ year} \times \frac{365 \text{ day}}{1 \text{ year}} \times \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ day}} \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 31536000 \text{ s} \\ \text{تندی} = c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مسافت} = 3 \times 10^8 \times 31536000 = 94608000 \times 10^8 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \text{مسافت} = 94608 \times 10^{15} \text{ m} = 9.46 \times 10^{15} \text{ m}$$

دروسنامه**سال نوری (ly)**

هر یک سال نوری، مسافتی است که نور با تندی ثابت $3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ مدت زمان یک سال در خلأ طی می کند.

هر یک سال نوری برابر است با:

$$1 \text{ ly} = (365 \times 24 \times 3600 \text{ s}) \times (3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}) \approx 9.46 \times 10^{15} \text{ m}$$

توجه: سال نوری، یکای کمیت طول است.

۳۶ حجم آبی که در مدت زمان ۳۵ وارد مخزن می‌شود، برابر است با:

$$m_{\text{آب}} = 6 \frac{\text{kg}}{\text{min}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \times 35 = 3.5 \text{ kg}$$

$$V_1 = \frac{m_{\text{آب}}}{\rho_{\text{آب}}} \Rightarrow V_1 = \frac{3.5}{1 \times 10^3} = 3.5 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 3.5 \text{ cm}^3$$

بنابراین ارتفاع آب داخل مخزن قبل از باز کردن شیر خروجی برابر است با:

$$h_1 = \frac{V_1}{A} = \frac{3.5}{5 \times 5 \times 3} = 4 \text{ cm}$$

پس از ۳۵، آب با آهنگ $6 \frac{\text{kg}}{\text{min}}$ وارد مخزن و با آهنگ $3 \frac{\text{kg}}{\text{min}}$ از مخزن

خارج می‌شود، پس آب با آهنگ $3 \frac{\text{kg}}{\text{min}}$ در مخزن باقی می‌ماند، بنابراین:

$$m_2 = 3 \frac{\text{kg}}{\text{min}} \times 2 \text{ min} = 6 \text{ kg}$$

$$V_2 = \frac{m_2}{\rho_{\text{آب}}} = \frac{6}{1 \times 10^3} = 6 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 6 \times 10^3 \text{ cm}^3$$

بنابراین ارتفاع آب اضافه‌شده به مخزن از لحظه ۳۵ به بعد، برابر است با:

$$h_2 = \frac{V_2}{A} = \frac{6 \times 10^3}{5 \times 5 \times 3} = 80 \text{ cm}$$

بنابراین کل ارتفاع آب موجود در مخزن برابر است با:

$$h' = h_1 + h_2 = 4 + 80 = 84 \text{ cm}$$

بنابراین ارتفاعی از مخزن که از آب خالی مانده است، برابر است با:

$$h'' = h - h' = 100 - 84 = 16 \text{ cm}$$

۳۷ بررسی گزینه‌ها:

۱) دقت اندازه‌گیری $1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$

۲) دقت اندازه‌گیری $0.0001 \text{ km} = 10^{-1} \text{ m}$

۳) دقت اندازه‌گیری $1 \text{ dm} \times \frac{10^{-1} \text{ m}}{1 \text{ dm}} = 10^{-1} \text{ m}$

۴) دقت اندازه‌گیری $1 \text{ mm} \times \frac{10^{-3} \text{ m}}{1 \text{ mm}} = 10^{-3} \text{ m}$

بنابراین با توجه به این که عدد به دست آمده برای دقت اندازه‌گیری در گزینه (۴) کوچک‌تر از سایر گزینه‌ها است، بنابراین متر استفاده‌شده در این گزینه دقیق‌تر از سایر گزینه‌ها است.

درست‌نامه

دقت وسیله اندازه‌گیری

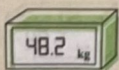
کم‌ترین مقداری که یک وسیله می‌تواند اندازه‌گیری کند را دقت اندازه‌گیری آن وسیله می‌گویند.

نکته: هر چه وسیله اندازه‌گیری بتواند مقادیر کوچک‌تری را اندازه بگیرد (عدد به دست آمده برای دقت اندازه‌گیری، کوچک‌تر باشد)، آن وسیله دقیق‌تر است.

دقت اندازه‌گیری ابزار اندازه‌گیری دیجیتال (رقمی)

برابر با یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند.

به بیان دیگر می‌توان گفت، دقت اندازه‌گیری در ابزار رقمی (دیجیتال)، برابر کوچک‌ترین ارزش مکانی رقم گزارش شده توسط آن ابزار است.



$$0.1 \text{ kg} = \text{دقت اندازه‌گیری} \Rightarrow 48.2 \text{ kg} \Rightarrow \text{عدد ترازو}$$

آخرین رقمی که ترازو نشان می‌دهد.

نکته: بسیاری از کمیت‌های فیزیکی مستقل از یکدیگر نیستند و توسط

رابطه‌ها و تعریف‌های فیزیکی به یکدیگر وابسته‌اند.

نکته: برای به دست آوردن یکای کمیت فرعی، ابتدا فرمول فیزیکی مناسبی را که کمیت مورد نظر در آن وجود دارد، می‌نویسیم و به جای کمیت‌ها، یکاهای آن‌ها را قرار می‌دهیم.

کمیت‌های نرده‌ای

کمیت‌هایی که برای بیان آن‌ها صرفاً یک عدد و یکای مناسب کافی است و این کمیت‌ها از قواعد جمع جبری پیروی می‌کنند. مانند جرم، مسافت، تندی، زمان، دما، حجم، جریان الکتریکی، انرژی، فشار، کار و ...

کمیت‌های برداری

کمیت‌هایی هستند که برای بیان آن از یک عدد، یکای مناسب و جهت استفاده می‌شود و این کمیت‌ها از قواعد جمع برداری پیروی می‌کنند. مانند سرعت، جابه‌جایی، شتاب، انواع نیروها، گشتاور نیرو، میدان گرانشی، میدان الکتریکی، میدان مغناطیسی و ...

۳۲ ابتدا تندی هر چهار دوندۀ را برحسب متر بر ثانیه به دست

می‌آوریم:

$$\begin{cases} v_A = 162 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 45 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_B = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_C = 178 \frac{\text{mile}}{\text{min}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \times \frac{1600 \text{ m}}{1 \text{ mile}} = 48 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_D = 54 \frac{\text{mile}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \times \frac{1600 \text{ m}}{1 \text{ mile}} = 24 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_D < v_B < v_A < v_C$$

۳۵ بررسی گزینه‌ها:

$$1) \begin{cases} 4/6 \text{ ds} \times \frac{10^{-1} \text{ s}}{1 \text{ ds}} = 4/6 \times 10^{-1} \text{ s} \\ 1/0.2 \times 10^2 \text{ ms} \times \frac{10^{-3} \text{ s}}{1 \text{ ms}} = 1/0.2 \times 10^{-1} \text{ s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4/6 \text{ ds} > 1/0.2 \times 10^2 \text{ ms} \quad (\checkmark)$$

$$2) \begin{cases} 3/3 \text{ mm} \times \frac{10^{-3} \text{ m}}{1 \text{ mm}} = 3/3 \times 10^{-3} \text{ m} \\ 0/38 \times 10^{-3} \text{ m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3/3 \text{ mm} > 0/38 \times 10^{-3} \text{ m} \quad (\checkmark)$$

$$3) \begin{cases} 2/0.1 \text{ cm} \times \frac{10^{-2} \text{ m}}{1 \text{ cm}} = 2/0.1 \times 10^{-2} \text{ m} \\ 0/4 \times 10^{-2} \text{ m} = 0/4 \times 10^{-2} \text{ m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2/0.1 \text{ cm} > 0/4 \times 10^{-2} \text{ m} \quad (*)$$

$$4) \begin{cases} 9/0.1 \text{ mg} \times \frac{10^{-3} \text{ g}}{1 \text{ mg}} = 9/0.1 \times 10^{-3} \text{ g} \\ 50 \times 10^{-3} \text{ g} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 50 \times 10^{-3} \text{ g} > 9/0.1 \times 10^{-3} \text{ g} \quad (\checkmark)$$

۲۱ ابتدا چگالی مخروط را بر حسب SI به دست می آوریم:

$$\rho = 0.2 \frac{\text{dag}}{\text{nm}^3} \times \frac{1 \text{ nm}^3}{10^{-27} \text{ m}^3} \times \frac{10^{-3} \text{ dag}}{1 \text{ dag}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} = 2 \times 10^{-24} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

حجم مخروط برابر است با:

$$\begin{cases} h = 2 \mu\text{m} \times \frac{10^{-6} \text{ m}}{1 \mu\text{m}} = 2 \times 10^{-6} \text{ m} \\ r = 0.2 \text{ dm} \times \frac{10^{-1} \text{ m}}{1 \text{ dm}} = 2 \times 10^{-2} \text{ m} \\ V = \frac{1}{3} \pi r^2 h \end{cases}$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \times \pi \times 4 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^{-6} = 4\pi \times 10^{-10} \text{ m}^3$$

با توجه به رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 2 \times 10^{-24} = \frac{m}{4\pi \times 10^{-10}} \Rightarrow m = 8\pi \times 10^{-14} \text{ kg}$$

دورسنامه

چگالی

جرم واحد حجم یک ماده را چگالی می نامند و با ρ نشان می دهند.

چگالی ماده همگنی به جرم m و حجم V از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ به دست می آید.

نکات:

۱. یکای SI چگالی برابر با کیلوگرم بر مترمکعب $(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$ است.

۲. چگالی یک ماده به جرم و حجم آن بستگی ندارد و فقط به دما و جنس ماده وابسته است.

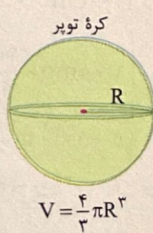
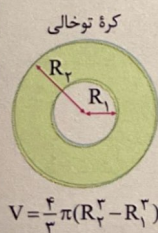
توجه: اگر در اثر گرم یک ماده، حجم آن افزایش یابد، چگالی آن کاهش می یابد. زیرا در اثر گرم کردن یک جسم، جرم آن ثابت می ماند و حجم آن

افزایش می یابد، بنابراین طبق رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ ، چگالی کاهش می یابد.

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow[\text{جرم: ثابت}]{\text{اگر دما تغییر کند}} \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2}$$

۳. اگر جسم جامد، شکل هندسی منظمی داشته باشد، با اندازه گیری دقیق ابعاد و با استفاده از فرمول های هندسی محاسبه حجم، می توانید حجم جسم را محاسبه کنید.

توجه: برای یادآوری، چند نمونه از این جسم ها و نحوه به دست آوردن حجم آن ها را در زیر می بینید:



۲۸ شکل «الف» نشان دهنده ریزسنج و شکل «ب» نشان دهنده کولیس است.

دقت اندازه گیری ریزسنج = 0.01 mm

دقت اندازه گیری کولیس = 0.01 mm

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{\text{دقت اندازه گیری کولیس}}{\text{دقت اندازه گیری ریزسنج}} = \frac{0.01}{0.01} = 1$$

دورسنامه

در بسیاری از کارگاه های صنعتی و آزمایشگاه ها، اندازه گیری طول با ابزارهای دقیق تر از خطکش میلی متری انجام می شود. این ابزارها کولیس و ریزسنج نام دارند که به دو صورت مدرج و رقمی (دیجیتال) ساخته می شوند.



کولیس



ریزسنج

۲۹ عبارت های «الف» و «ب» درست هستند.

بررسی عبارت های نادرست:

ج) با تغییر حجم یک ماده، چگالی آن تغییر نمی کند.

د) با توجه به این که چگالی یخ، کم تر از چگالی آب است، بنابراین طبق رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ ، جرم یک لیتر یخ، کم تر از جرم یک لیتر آب است.

دورسنامه

نکات:

۱. چگالی یخ، کم تر از چگالی آب است، به همین دلیل است که یخ روی سطح آب، شناور می شود.

۲. هنگام یخ زدن آب، حجم آب افزایش می یابد. (جرم، ثابت است.)

۳. اگر مخلوط آب و یخ داشته باشیم، در اثر ذوب یخ، حجم مخلوط کاهش می یابد.

۴۰

بررسی گزینه ها:

$$۱) 1 \frac{\text{kg}}{\text{L}} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ L}}{10^3 \text{ cm}^3} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad (\checkmark)$$

$$۲) 1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^3 \text{ L}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{L}} \quad (\checkmark)$$

$$۳) 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{10^3 \text{ cm}^3}{1 \text{ L}} = 10^3 \frac{\text{g}}{\text{L}} \quad (\checkmark)$$

$$۴) 1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ cm}^3} = 10^{-3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad (\times)$$

دورسنامه

SI چگالی برابر با کیلوگرم بر متر مکعب $(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$ است.

ی متداول چگالی و رابطه بین آن ها به صورت زیر است:

$$1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 10^3 \frac{\text{g}}{\text{L}} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{L}}$$

۲۳ / ۳ حجم مایع بیرون ریخته شده از ظرف که برابر با حجم قطعه فلز است را به دست می آوریم:

$$V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V = \frac{180}{0.4} = 450 \text{ cm}^3$$

با توجه به رابطه چگالی داریم:

$$\rho_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}} \Rightarrow 0.9 = \frac{m_{\text{فلز}}}{450} \Rightarrow m_{\text{فلز}} = 405 \text{ g}$$

۲۴ / ۲ تغییرات حجم آب استوانه مدرج، برابر با حجم ظاهری مخروط ناقص است. بنابراین:

$$V_{\text{ظاهری}} = 640 - 400 = 240 \text{ cm}^3$$

با استفاده از رابطه چگالی، حجم واقعی مخروط ناقص برابر است با:

$$\rho = \frac{m}{V_{\text{واقعی}}} \Rightarrow 1/5 = \frac{300}{V_{\text{واقعی}}} \Rightarrow V_{\text{واقعی}} = 200 \text{ cm}^3$$

بنابراین حجم حفره برابر است با:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}} = 240 - 200 = 40 \text{ cm}^3$$

در نتیجه:

$$\frac{V_{\text{حفره}}}{V_{\text{ظاهری}}} \times 100 = \frac{40}{240} \times 100 = 16.7\%$$

دروسنامه

چگالی جسم حفره دار

چگالی یک جسم که درون آن حفره ای وجود دارد، از رابطه زیر به دست می آید:

$$\rho = \frac{m}{V_{\text{توپر}}}$$

اگر حجم ظاهری جسم را برابر با حجمی بگیریم که برای اجسام منظم با استفاده از روابط ریاضی حجم به دست می آید و برای اجسامی که شکل منظمی ندارند، با استفاده از استوانه مدرج به دست می آید، آن گاه داریم:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{توپر}}$$

۴۵ / ۲ استوانه و مخروط هر دو هم جنس هستند، پس چگالی آن ها برابر است، در نتیجه داریم: (اطلاعات مربوط به استوانه را با اندیس (۱) و اطلاعات مربوط به مخروط را با اندیس (۲) نشان می دهیم.)

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{V_2}{V_1} = \frac{\rho_2 = \rho_1}{V_2 = \frac{1}{3} \pi r_2^2 h_2, V_1 = \frac{1}{3} \pi r_1^2 h_1} \rightarrow$$

$$1 = \frac{m_1}{m_2} \times \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \times \left(\frac{h_2}{h_1}\right) \times \frac{1}{3}$$

$$\frac{m_2 = 2m_1}{h_2 = r_1, r_2 = \frac{1}{2}} \rightarrow 1 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \times \left(\frac{r_1}{2r_2}\right) \times \frac{1}{3} \Rightarrow 6 = \frac{r_2}{2r_1} \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = 12 (*)$$

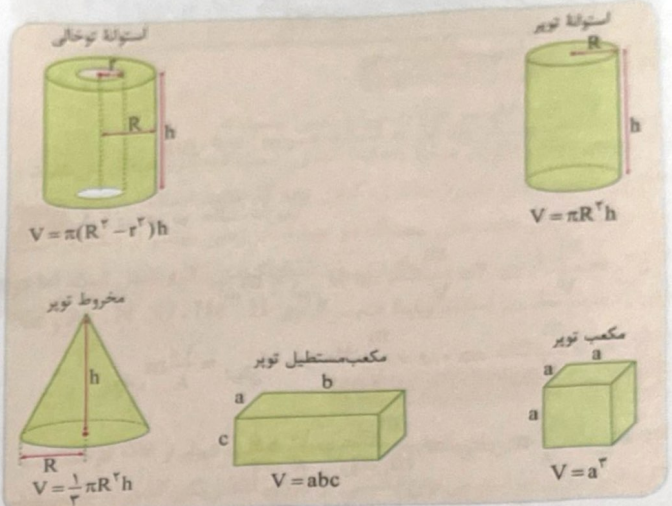
بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$x = \frac{h_1}{h_2} = \frac{h_1 = 2r_2}{h_2 = r_1} \rightarrow x = \frac{2r_2}{r_1} \xrightarrow{(*)} x = 2 \times 12 = 24$$

دروسنامه

برای مقایسه چگالی دو ماده (جسم) به صورت زیر عمل می کنیم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A}$$



۲۲ / ۲ حجم مایع برابر است با:

$$V_{\text{مایع}} = A \times h_{\text{مایع}} = 10 \times 6 = 60 \text{ cm}^3$$

حجم گلوله برابر با اختلاف حجم مایع در دو حالت است، بنابراین:

$$V_{\text{گلوله}} = 100 - 60 = 40 \text{ cm}^3$$

بنابراین جرم گلوله برابر است با:

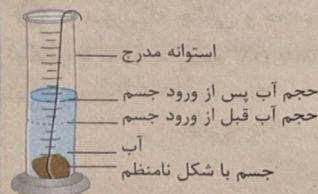
$$\rho_{\text{گلوله}} = \frac{m_{\text{گلوله}}}{V_{\text{گلوله}}} \Rightarrow 8 = \frac{m_{\text{گلوله}}}{40} \Rightarrow m_{\text{گلوله}} = 320 \text{ g}$$

بنابراین عددی که ترازو نشان می دهد، برابر است با:

$$m_{\text{کل}} = m_{\text{مایع}} + m_{\text{گلوله}} = 360 + 320 = 680 \text{ g}$$

دروسنامه

نکته: اگر جسم جامد، شکل هندسی منظمی نداشته باشد، (یا ابعاد آن برای ما مشخص نباشد.) با استفاده از استوانه (ظرف) مدرج حاوی یک مایع، می توانید حجم جسم را اندازه گیری کنید. به این صورت که مقداری آب (مایع)، درون استوانه مدرج بریزید و عدد حجم را مشخص کنید، سپس جسم مورد نظر را داخل آب (مایع) قرار دهید، به طوری که کل جسم، زیر سطح آب (مایع) قرار گیرد و سپس عدد حجم را از روی استوانه مدرج مشخص کنید. اختلاف دو عدد نشان داده شده توسط استوانه مدرج، برابر با حجم جسم مورد نظر است.



توجه: اگر ظرف یا استوانه مدرج، لبریز از آب (مایع) باشد و جسم را به آرامی داخل آن فرو ببریم، به اندازه حجم جسم، آب از ظرف یا استوانه مدرج بیرون می ریزد.

توجه: اگر پس از انداختن جسم درون استوانه، ارتفاع آب (مایع) به مقدار Δh تغییر کند، با مشخص بودن سطح مقطع استوانه (A) و تغییر ارتفاع آب (Δh) می توان حجم جسم را از رابطه $V_{\text{جسم}} = (\Delta V)_{\text{آب}} = A \Delta h$ به دست آورد.

۴۸ ۴ با توجه به رابطه چگالی و نمودار داده شده در سؤال داریم:

$$\rho_1 = \frac{m_1}{V_1} \times \frac{V_2}{V_1} = \rho_2 = \rho_1 \rightarrow$$

$$1 = \frac{1}{0.3 \times 10^{-3}} \times \frac{V_2}{2} \Rightarrow V_2 = \frac{600}{10} = 60 \text{ cm}^3 = 60 \text{ mL}$$

۴۹ ۱ در هر دو حالت داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} \rho_{\text{اب}} &= \frac{m_{\text{اب}}}{V_{\text{اب}}} \Rightarrow 1 = \frac{m_{\text{اب}}}{V_{\text{لیوان}}} \Rightarrow m_{\text{اب}} = V_{\text{لیوان}} \\ \rho_{\text{روغن}} &= \frac{m_{\text{روغن}}}{V_{\text{روغن}}} \Rightarrow 0.8 = \frac{m_{\text{روغن}}}{V_{\text{لیوان}}} \Rightarrow V_{\text{لیوان}} = \frac{1}{8} m_{\text{روغن}} \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow m_{\text{اب}} = \frac{1}{8} m_{\text{روغن}} \Rightarrow \frac{m_{\text{اب}}}{m_{\text{روغن}}} = \frac{1}{8} = \frac{5}{4}$$

۵۰ ۳ با توجه به رابطه چگالی مخلوط داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{V_1 + V_2 + V_3} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} + \frac{m_3}{\rho_3}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m + \frac{m}{2} + 2m}{\frac{m}{\rho_1} + \frac{m}{4\rho_1} + \frac{2m}{3\rho_1}} = \frac{2m + m + 4m}{\frac{12m + 3m + 16m}{12\rho_1}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{7m}{\frac{29m}{12\rho_1}} = \frac{7m \times 12\rho_1}{29m} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{42}{29}\rho_1$$

درسنامه

چگالی مخلوط چند ماده (آلیاژ)

۱ برای پیدا کردن چگالی مخلوط چند ماده، کافی است از تعریف کلی چگالی استفاده کنیم و به سادگی به رابطه زیر برسیم (البته به شرطی که کاهش حجم نداشته باشیم):

$$\rho_{\text{کل}} = \frac{\text{مجموع جرم مواد}}{\text{مجموع حجم مواد}} = \frac{m_{\text{کل}}}{V_{\text{کل}}} = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{aligned} &\text{جرم ماده اول: } m_1, \text{ } V_1 \\ &\text{جرم ماده دوم: } m_2, \text{ } V_2 \\ &\vdots \end{aligned} \right.$$

۲ در صورتی که چگالی و حجم مواد به کاررفته در مخلوط را داشته باشیم، با توجه به رابطه $m = \rho V$ ، رابطه اصلی به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\rho_{\text{کل}} = \frac{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$$

۳ در صورتی که چگالی و جرم مواد به کاررفته در مخلوط را داشته باشیم، با توجه به رابطه $V = \frac{m}{\rho}$ ، رابطه اصلی به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\rho_{\text{کل}} = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{\left(\frac{m_1}{\rho_1}\right) + \left(\frac{m_2}{\rho_2}\right) + \dots}$$

۴۶ ۲ با توجه به رابطه چگالی داریم:

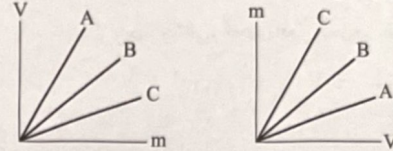
$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \Rightarrow \frac{0.7\rho_B}{\rho_B} = \frac{3}{m_B} \times \frac{300}{5 \times 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{10} = \frac{3}{m_B} \times \frac{3 \times 10^{-1}}{5} \Rightarrow m_B = 0.9 \text{ kg} = 900 \text{ g}$$

۴۷ ۲ هر چه یک مایع، چگالی بیشتری داشته باشد، در داخل ظرف،

پایین تر قرار می گیرد، بنابراین $\rho_C > \rho_B > \rho_A$ است.

هم چنین می دانیم شیب نمودار $m-V$ برابر با چگالی و شیب نمودار $V-m$ برابر با عکس چگالی است.



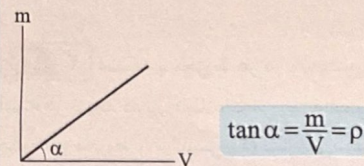
درسنامه

نکات:

- اگر چند مایع مخلوط نشدنی را درون یک ظرف بریزیم، هر مایعی که چگالی بیشتری داشته باشد، پایین تر قرار می گیرد.
- اگر چگالی جسم جامد کم تر از چگالی مایع باشد، جسم جامد، روی سطح مایع، شناور می شود.
- اگر چگالی جسم جامد، بیشتر از چگالی مایع باشد، جسم جامد در مایع، ته نشین می شود.
- اگر چگالی جسم جامد برابر با چگالی مایع باشد، جسم جامد درون مایع، غوطه ور می شود.

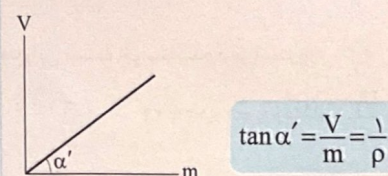
نمودارهای مربوط به چگالی

نمودار جرم بر حسب حجم یک ماده: شیب خط نمودار $m-V$ برابر با چگالی ماده است.



توجه: در نمودار $m-V$ هر چه شیب خط نمودار، بیشتر باشد، چگالی ماده بیشتر است.

نمودار حجم بر حسب جرم یک ماده: شیب خط نمودار $V-m$ برابر با معکوس چگالی ماده است.



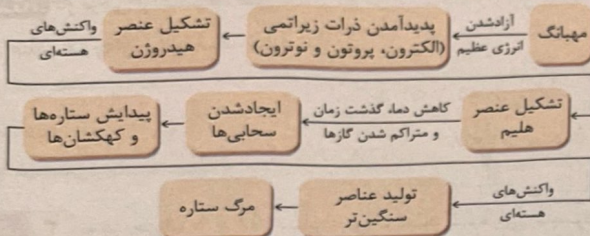
توجه: در نمودار $V-m$ هر چه شیب خط نمودار، بیشتر باشد، چگالی ماده کم تر است.

^{99}Tc یکی از پرکاربردترین ایزوتوپ‌ها در تصویربرداری پزشکی هسته‌ای است. از این ایزوتوپ تکنسیم در عکس‌برداری از غده پروانه‌ای شکل (تیروئید) استفاده می‌شود؛ زیرا یون یدید با یونی که حاوی ^{99}Tc است، اندازه مشابهی دارد و غده تیروئید هنگام جذب یدید، این یون را نیز جذب می‌کند. با افزایش مقدار این یون در غده تیروئید، امکان تصویربرداری فراهم می‌شود.

۵۴/۲ عنصرها به صورت ناهمگون در جهان هستی توزیع شده‌اند. این یافته‌ها باعث شد تا دانشمندان بتوانند چگونگی پیدایش عنصرها را توضیح دهند به طوری که برخی از آن‌ها بر این باورند که سرآغاز کیهان با انفجاری مهیب (مهبانگ) همراه بوده که طی آن انرژی عظیمی آزاد شده است. در آن شرایط پس از پدید آمدن ذره‌های زیراتمی مانند الکترون، پروتون و نوترون، عنصرهای هیدروژن و هلیوم با به عرصه جهان گذاشتند. با گذشت زمان و کاهش دما، گازهای هیدروژن و هلیوم تولیدشده، متراکم شد و مجموعه‌های گازی به نام سحابی ایجاد کرد. بعدها این سحابی‌ها سبب پیدایش ستاره‌ها و کهکشان شد.

دوستنامه

روند پیدایش عناصر



۵۵/۱ مطابق داده‌های سؤال، درصد فراوانی ایزوتوپ‌های ^{54}M ، ^{55}M ، ^{56}M و ^{58}M را به ترتیب با f ، x ، f و $4f$ نشان می‌دهیم.

$$f + x + 4f + 4f = 100 \Rightarrow x + 13f = 100 \quad (\text{I})$$

از طرفی می‌توان نوشت:

$$56/425 = 54 + \frac{x}{100}(55 - 54) + \frac{4f}{100}(56 - 54) + \frac{4f}{100}(58 - 54)$$

$$\Rightarrow 2/425 = \frac{x + 16f + 16f}{100} \Rightarrow 242/5 = 32f + x \quad (\text{II})$$

از حل معادله‌های (I) و (II) مقادیر x و f به دست می‌آید:

$$f = 7/5, x = 2/5$$

دوستنامه

جرم اتمی میانگین

برای بیان جرم اتمی یک عنصر باید براساس درصد فراوانی و جرم اتمی ایزوتوپ‌های آن، جرم اتمی میانگین آن عنصر را محاسبه کرد.

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{M_1F_1 + M_2F_2 + M_3F_3 + \dots}{F_1 + F_2 + F_3 + \dots}$$

M_1 : جرم ایزوتوپ اول F_1 : فراوانی ایزوتوپ اول

M_2 : جرم ایزوتوپ دوم F_2 : فراوانی ایزوتوپ دوم

M_3 : جرم ایزوتوپ سوم F_3 : فراوانی ایزوتوپ سوم

یکای جرم اتمی میانگین برحسب amu بیان می‌شود.

روش دیگری برای محاسبه جرم اتمی میانگین:

$$\bar{M} = M_1 + \frac{F_2}{100} \times (M_2 - M_1) + \frac{F_3}{100} \times (M_3 - M_1) + \dots$$

شیمی

۵۱/۴ بررسی عبارت‌ها:

(ا) H و He جزو ۸ عنصر فراوان سیاره زمین نیستند.
(ب) دومین عنصر فراوان سیاره زمین، اکسیژن است که گازی شکل می‌باشد و سومین عنصر فراوان سیاره مشتری، کربن بوده که جامد است.
(پ) درصد فراوانی عنصرهای مشترک دو سیاره، در زمین بیشتر از مشتری است.
(ت) در بین ۸ عنصر نخست سیاره زمین، فقط اکسیژن گازی شکل است، اما در بین ۸ عنصر نخست مشتری، ۶ عنصر گازی H ، He ، O ، N ، Ar و Ne دیده می‌شود.

۵۲/۳ بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) مقدار ^{235}U در مخلوط طبیعی ایزوتوپ‌های اورانیم، کم‌تر از ۷/۰ درصد است.
(۲) با غنی‌سازی اورانیم می‌توان بخشی از انرژی الکتریکی کشور را تأمین کرد.
(۴) نیم‌عمر برخی از پسماند‌های راکتورهای اتمی در حد چند هزار سال است و به همین دلیل، خطرناک هستند و تهدیدی برای انسان و محیط زیست به شمار می‌روند.

دوستنامه

اورانیم

اورانیم عنصر فلزی سنگین با عدد اتمی ۹۲، نقره‌ای‌رنگ و رادیواکتیو (پرتوزا) است. اورانیم چندین ایزوتوپ دارد که مهم‌ترین آن‌ها ^{238}U (بیشترین مقدار با فراوانی حدود ۹۹/۳٪) و ^{235}U (با فراوانی کم‌تر از ۷/۰٪، مهم برای شکافت هسته‌ای) هستند. از کاربردهای این عنصر می‌توان به تولید انرژی الکتریکی اشاره کرد. در شکافت هسته‌ای، اورانیم - ۲۳۵ شکافته می‌شود و انرژی زیادی آزاد می‌کند که این انرژی برای تولید برق و به عنوان سوخت در نیروگاه‌های هسته‌ای استفاده می‌شود. پسماند راکتورهای اتمی هنوز خاصیت پرتوزایی دارند و خطرناک هستند؛ از این رو دفع آن‌ها از جمله چالش‌های صنایع هسته‌ای به شمار می‌آید.

غنی‌سازی ایزوتوپی: افزایش نسبت فراوانی یک ایزوتوپ خاص در یک نمونه را غنی‌سازی ایزوتوپی می‌گویند.
افزایش فراوانی ایزوتوپ اورانیم - ۲۳۵ برای تهیه سوخت هسته‌ای، نمونه‌ای از غنی‌سازی ایزوتوپی است.

۵۳/۲ از تکنسیم (^{99}Tc) برای تصویربرداری غده تیروئید استفاده

می‌شود، زیرا یون یدید با یونی که حاوی ^{99}Tc است، اندازه مشابهی دارد و غده تیروئید هنگام جذب یدید، این یون را نیز جذب می‌کند. با افزایش مقدار این یون در غده تیروئید، امکان تصویربرداری فراهم می‌شود.

دوستنامه

تکنسیم

نماد شیمیایی: Tc

عدد اتمی: ۴۳

موقعیت در جدول تناوبی: گروه ۷، دوره ۵ (از عناصر دسته d)

پایداری ایزوتوپ‌ها: همه ایزوتوپ‌های تکنسیم ناپایدار و پرتوزا (رادیواکتیو) هستند. تکنسیم اولین عنصری بود که به‌طور مصنوعی و از طریق واکنش‌های هسته‌ای در راکتور (واکنشگاه) هسته‌ای تولید شد.

۵۶ / ۲ هر کدام از ترکیب‌های آلی موجود در گزینه‌ها شامل ۴ اتم کربن است. اگر شمار اتم‌های هیدروژن و اکسیژن را به ترتیب با a و b نشان دهیم، جرم مولی ترکیب مورد نظر برابر خواهد بود با:

$$P(12) + a(1) + b(16) = (72 + a + 16b) \text{ g mol}^{-1}$$

از طرفی شمار اتم‌های هر مول از این ترکیب برابر است با:

$$(P + a + b) \times 6 \times 10^{23}$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$\frac{1000P}{P \times 6 \times 10^{23}} = \frac{72 + a + 16b}{6 \times 10^{23} (P + a + b)} \Rightarrow \frac{P \times 1000}{P} = \frac{72 + a + 16b}{P + a + b}$$

$$\Rightarrow \frac{1000}{6} = \frac{72 + a + 16b}{P + a + b} \Rightarrow 166.67 = \frac{72 + a + 16b}{P + a + b}$$

$$\Rightarrow 166.67(P + a + b) = 72 + a + 16b \Rightarrow 166.67P + 166.67a + 166.67b = 72 + a + 16b$$

با توجه به گزینه‌ها، این تساوی فقط برای $b=6$ و $a=6$ برقرار است.

۵۷ / ۲ اتم فلز در ترکیب با فلز به صورت یون فلزید (F^-) ظاهر می‌شود. اما در ترکیب با فلز به صورت یون نیوت و به یون شار الکتریکی است.

۵۸ / ۲ جرم‌های اتمی از Na تا Cl به ترتیب شامل $23, 24, 25, 26, 27, 28, 29$ و 30 است.

۵۹ / ۱ جدول زو برخی ویژگی‌های ترکیباتی زو اتمی را نشان می‌دهد.

با توجه به این جدول، ترکیبی عبارت‌شده از Na و Cl به بدین است:

نام اتم	نوع	بار الکتریکی	جرم (amu)
فلز	Na	$+1$	23×10^{-27}
فلز	Cl	-1	35×10^{-27}
فلز	Cl	-1	35×10^{-27}

بررسی عبارت‌های ترکیبی:

با جدول Na به ترتیب برابر با 23×10^{-27} است.

با جدول عبارت‌های $NaCl$ و $NaCl_2$ و Na_2Cl و Na_2Cl_2 به ترتیب برابر با 58 و 90 است.

۶۰ / ۲ جرم هر مولکول CO_2 برابر است با:

$$12 + 2(16) = 44 \text{ amu}$$

$$1 \text{ g} = 44 \text{ amu} \times \frac{1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}}{1 \text{ amu}} = 7.264 \times 10^{-26} \text{ kg}$$

۶۱ / ۲ بررسی عبارت‌ها:

ا) جرم اتمی بالاترین ایزوتوپ کربن (^{13}C) برابر با 13 amu است.

با گروه راجع به نگی جرم در آزمایشگاه شیمی شناخته می‌شود.

با جرم اتمی فراوان‌ترین ایزوتوپ طبیعی اکسیژن (^{16}O) را می‌توان 16 amu در نظر گرفت.

تا با تعریف 1 amu شیمی‌دان‌ها موفق شدند جرم اتمی دیگر عناصر و همچنین جرم ترکیباتی را اندازه‌گیری کنند.

۵۶ / ۲ اقلب هسته‌هایی که نسبت عدد جرمی به عدد اتمی آن‌ها برابر با بیش از $2/5$ باشد، ناپایدارند و با گذشت زمان متلاشی می‌شوند. در واقع ممکن است عدد جرمی یک عنصر بیش از $2/5$ برابر عدد اتمی آن باشد، اما پروتوزا نبوده و ایزوتوپ پایدار آن عنصر باشد. به همین ترتیب ممکن است نسبت عدد جرمی یک عنصر به عدد اتمی آن کوچک‌تر از $2/5$ باشد، اما آن ایزوتوپ ناپایدار بوده و رادیوایزوتوپ محسوب شود.

در ادامه:

پرتوایی

برای دانستن این‌که ایزوتوپ یک اتم پروتوزا است یا خیر، می‌توان موارد زیر را بررسی کرد:

۱ نسبت $\frac{Z}{P}$ در اقلب هسته‌هایی که نسبت شمار نوترون به پروتون برابر با بیشتر از $2/5$ باشد، آن اتم ناپایدار بوده و پروتوزا است.

این نسبت برای عدد جرمی به عدد اتمی برابر با $2/5$ است: $\frac{Z}{P} \geq 2/5$

۲ عدد اتمی $2 \times 5 = 10$ ، اگر عنصری عدد اتمی برابر با بیشتر از 10 داشته باشد، می‌توان آن را پروتوزا در نظر گرفت.

نکته: در برخی از عناصر، هیچ‌کدام از دو مورد گفته‌شده برقرار نیست اما آن عنصر همچنان پروتوزا است. مانند ^{22}Na .

$$\frac{Z}{P} = \frac{11-11}{11} = 10/11 < 2/5$$

$$11 < 2 \times 5 = 10$$

۵۷ / ۲ به جز خروار A و D ، سایر خروارها تعداد شیمیایی مشخصی

جدول تطبیق هستند:

E به K پتاسیم، N نیترژن، B بور، F فلوئور، P فسفر

در ادامه:

از $11A$ عنصر جدول دوره‌ای، آنها 14 عنصر تمام شیمیایی تک‌خرواری دارند. گسه عبارتند از: هیدروژن (H)، سبور (B)، کربن (C)، نیترژن (N)، اکسیژن (O)، فلوئور (F)، فسفر (P)، گوگرد (S)، پتاسیم (K)، اورانیوم (U)، وانادیوم (V)، نیکلین (W)، لانتان (Y) و ید (I).

به طور کلی نسبت شمار عناصری با تمام شیمیایی تک‌خرواری به کل عناصر جدول دوره‌ای برابر است با:

$$\frac{14}{118} \approx 11.8\% \approx 12\%$$

۶۰ / ۲ بررسی عبارت‌ها:

ا) با پیشانی هر دوره از چپ به راست، عناصر به طور متناوب متغیر می‌شوند. از این رو چنین جدولی را جدول دوره‌ای (تطبیق) عناصر می‌نامند. با جدول دوره‌ای 118 عنصر وجود دارد که فقط 94 عنصر در طبیعت یافت می‌شوند.

$$\frac{94}{118} \approx 79.6\% \approx 80\%$$

با هر سالی از این جدول که گروه تعیین می‌شود شامل عناصر با شیمیایی مشابه است.

تا هر خانه از جدول به یک عنصر معین تعلق دارد و شامل تمام تمام شیمیایی، عدد اتمی و جرم اتمی میانگین عنصر مورد نظر است.

۳/۶۸ بررسی عبارت‌ها:

آ) هلیوم عنصری است که تمایل به انجام واکنش شیمیایی ندارد.

ب) ${}^4\text{He}$ و ${}^7\text{Li}$ به ترتیب در دوره‌های اول و دوم جدول تناوبی جای دارند. (پ) مطابق نظریهٔ مه‌بانگ، پس از این‌که H و He پا به عرصهٔ جهان گذاشتند، عنصرهای سبک مانند Li و C جزو نخستین عنصرهای تشکیل‌شده در جهان هستند.

ت) ${}^4\text{He}$ و ${}^7\text{Li}$ به ترتیب در گروه‌های ۱۸ و ۱ جدول دوره‌ای جای دارند.

۱/۶۹ مطابق داده‌های سؤال اگر عدد اتمی و عدد جرمی A را به ترتیب با x و y نشان دهیم، عدد اتمی و عدد جرمی M برابر با $x+13$ و $y+37$ است.

$$\begin{cases} p=x \\ e=x-2 \\ n=y-x \end{cases} \Rightarrow n-e=(y-x)-(x-2)=y-2x+2$$

$$\begin{cases} p=x+13 \\ e=x+13+1=x+14 \\ n=(y+37)-(x+13)=y-x+24 \end{cases}$$

$$\Rightarrow n-e=(y-x+24)-(x+14)=y-2x+10$$

واضح است که مقدار « $y-2x+2$ » در مقایسه با « $y-2x+10$ »، به اندازهٔ ۸ واحد کم‌تر است.

۳/۷۰ نقش N_A در شیمی مانند نقش شانه در شمارش تخم‌مرغ‌هاست با این تفاوت چشمگیر که عدد آووگادرو، عدد بسیار بزرگی است. شیمی‌دان‌ها به 6.02×10^{23} از هر ذره، یک مول از آن ذره می‌گویند؛ به طوری‌که جرم یک مول ذره برحسب گرم، جرم مولی آن نامیده می‌شود.

۳/۶۵ شمار مول‌های Cu و Sn در این آلیاژ را به ترتیب با a و b نشان می‌دهیم:

$$64a+120b=63/2(I)$$

در ادامه $5/418 \times 10^{23}$ اتم را به مول تبدیل می‌کنیم:

$$5/418 \times 10^{23} \text{ atom} \times \frac{1 \text{ mol}}{6.02 \times 10^{23} \text{ atom}} = 0.9 \text{ mol}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$a+b=0.9(II)$$

از حل معادله‌های (I) و (II) مقادیر a و b به دست می‌آید:

$$a=0.8, b=0.1$$

$$\text{درصد مس در آلیاژ} = \frac{0.8 \times 64}{63/2} \times 100 \approx 81\%$$

۳/۶۶ مطابق مطالب کتاب درسی، هیدروژن دارای ۵ ایزوتوپ ناپایدار ${}^3\text{H}$ ، ${}^4\text{H}$ ، ${}^5\text{H}$ ، ${}^6\text{H}$ و ${}^7\text{H}$ است که مجموع شمار نوترون‌های هستهٔ آن‌ها برابر است با:

$$2+3+4+5+6=20$$

از طرفی هیدروژن دارای دو ایزوتوپ پایدار ${}^1\text{H}$ و ${}^2\text{H}$ است که مجموع شمار پروتون‌های هستهٔ اتم آن‌ها برابر با $1+1=2$ است. به این ترتیب حاصل عبارت مورد نظر برابر است با:

$$20-2=18$$

دروستنامه

ایزوتوپ‌های هیدروژن

هیدروژن ۷ ایزوتوپ دارد که از این تعداد، ۳ ایزوتوپ، طبیعی و ۴ ایزوتوپ، ساختگی هستند.

♦ **پایداری:** ترتیب پایداری این ایزوتوپ‌ها به صورت زیر است:

$${}^1\text{H} > {}^2\text{H} > {}^3\text{H} > {}^4\text{H} > {}^5\text{H} > {}^6\text{H} > {}^7\text{H}$$

♦ **درصد فراوانی:** ایزوتوپ طبیعی ${}^1\text{H}$ فراوان‌ترین ایزوتوپ این عنصر است. رتبهٔ دوم فراوانی به ${}^2\text{H}$ (دوتریم) می‌رسد و دیگر ایزوتوپ طبیعی هیدروژن یعنی ${}^3\text{H}$ ، فراوانی ناچیزی دارد.

پایدارترین ایزوتوپ ساختگی هیدروژن، ${}^5\text{H}$ است.

♦ **رادیوایزوتوپ‌های هیدروژن:** ایزوتوپ‌های ${}^3\text{H}$ تا ${}^7\text{H}$ همگی پرتوزا و ناپایدار هستند.

♦ **یادآوری (۱):** هستهٔ ایزوتوپ‌های ناپایدار، ماندگار نیست و با گذشت زمان، متلاشی می‌شود و اغلب بر اثر تلاشی، ذرات پرنرزی و مقدار زیادی انرژی هم آزاد می‌کنند.

♦ **یادآوری (۲):** اغلب هسته‌هایی که نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌های آن‌ها برابر یا بیش از ۱/۵ باشد، ناپایدارند و با گذشت زمان، متلاشی می‌شوند.

۲/۶۷ هنگام عکس‌برداری از دندان‌ها در رادیولوژی باید با استفاده از پوشش‌های سربی از غدهٔ تیروئید در برابر پرتوهای پرنرزی و خطرناک محافظت کرد.