

دفترچه
شماره ۱

آزمون شماره (۹)

جمعه

۱۴۰۴/۰۸/۰۹

آزمون‌های سراسر کاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴

یازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۸۰	مدت پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	حسابان ۱	۱۰	۱	۱۰	۴۵ دقیقه
	آمار و احتمال	۱۰	۱۱	۲۰	
	هندسه ۲	۱۰	۲۱	۳۰	
۲	فیزیک	۲۵	۳۱	۵۵	۳۰ دقیقه
۳	شیمی	۲۵	۵۶	۸۰	۲۵ دقیقه

۱- مجموع بیست جمله مشترک ابتدایی در دو دنباله $a_n = 5n - 1$ و $b_n = 3n + 3$ کدام است؟

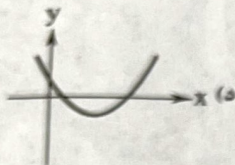
۸۳۳۰ (۴)

۶۴۷۰ (۳)

۴۵۷۰ (۲)

۴۷۸۰ (۱)

۲- در توابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ که در زیر رسم شده است، در چند تابع رابطه $\frac{abc}{\Delta} < 0$ برقرار است؟



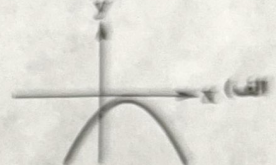
۱ (۴)



۲ (۳)



۳ (۲)



۴ (۱)

۳- به ازای مقدار غیر صحیح a ، معادله $a^3 x^3 + (a^3 + 1)x^2 + 3a^2 x + a - 1 = 0$ دارای ریشه‌ای برابر ۱ است. حاصل ضرب دو ریشه دیگر کدام است؟

۱۲ (۴)

۶ (۳)

-۶ (۲)

-۱۲ (۱)

۴- معادله‌ای درجه چهار با ضرایب صحیح، به صورت $x^4 + ax^2 + b = 0$ دارای ریشه‌ای به صورت $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ است. تعداد جواب‌های

معادله $\sqrt{x+a+13} + \sqrt{3x+b} = 4$ چگونه‌اند؟

۴) یک جواب منفی

۳) یک جواب مثبت

۲) دو جواب مثبت

۱) بدون جواب

۵- در دنباله $a_n = \frac{2n + \sqrt{4n^2 - 1}}{\sqrt{2n+1} + \sqrt{2n-1}}$ ($n \in \mathbb{N}$)، مجموع ۲۴ جمله اول کدام است؟

 $\frac{1}{\sqrt{342}}$ (۴) $\frac{1}{\sqrt{171}}$ (۳)

۳۴۲ (۲)

۱۷۱ (۱)

۶- مجموع n جمله ابتدایی دنباله هندسی a_n ، به صورت $S_n = \frac{3^{2n+1} + a}{2b}$ تعریف شده است. ($n \in \mathbb{N}$) مجموع ده جمله دوم

دنباله $b_n = na + b$ کدام است؟

-۵۱۰ (۴)

-۴۲۰ (۳)

-۳۸۵ (۲)

-۲۷۵ (۱)

۷- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - x = 1$ باشد، مقدار $\alpha^5 + 3\beta + 5$ کدام است؟

۱۲ (۴)

۷ (۳)

۸ (۲)

۱۰ (۱)

۸- معادله $(2 - \frac{5x-13}{x+1})(3 + \frac{16-2x}{x-5}) = \sqrt{x-1} + x - 10$ چند ریشه حقیقی دارد؟

هیچ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

۹- معادله $\sqrt{102x - 3x^2} - 867 + \sqrt{21-x} = 4a - x$ دارای جواب است. نزدیک‌ترین عدد صحیح به a کدام است؟

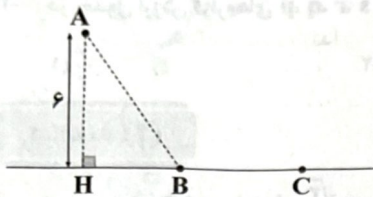
۲ (۴)

-۵ (۳)

۵ (۲)

-۲ (۱)

- ۱۰- مطابق شکل، یک مرغ دریایی (در محل A) برای رسیدن به محل شکار ماهی در دریا (نقطه C) ابتدا از نقطه A در هوا به نقطه B در سطح آب حرکت می‌کند و سپس از نقطه B به نقطه C می‌رسد (AH=6, HC=8). فاصله‌ها برحسب متر است. اگر مرغ دریایی برای طی هر متر در هوا ۱۰ کیلوکالری و برای طی هر متر در سطح آب ۸ کیلوکالری مصرف کند، نقطه B در چه فاصله‌ای از نقطه C باشد تا مرغ دریایی، ۳ درصد بیشتر از حالتی که با پرواز مستقیم از A به C می‌رسد، انرژی مصرف کند؟



۴/۵ (۱)

۳/۵ (۲)

۲/۵ (۳)

(۴) چنین امکانی وجود ندارد.

آمار و احتمال

- ۱۱- اگر از میان تعدادی گزاره، دو گزاره را حذف کنیم، از تعداد سطرهای جدول ارزش گزاره‌ها ۴۸ سطر کم می‌شود. تعداد گزاره‌های اولیه کدام است؟

۷ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

- ۱۲- دامنه متغیر گزاره‌نمای $\sqrt{\Delta x - 1} \leq 7$ اعداد طبیعی است. مجموعه جواب این گزاره‌نما چند عضو دارد؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

- ۱۳- گزاره سوری $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N} : P(x, y)$ با کدام گزاره‌نمای $P(x, y)$ دارای ارزش درست است؟

 $xy = 17$ (۴) $y - x = 17$ (۳) $x - y = 17$ (۲) $x + y = 17$ (۱)

- ۱۴- نقیض گزاره $\forall x \in \mathbb{R}; (\frac{x^3 + 1}{x^2 - x + 1} > 0 \wedge \Delta x - 1 = 0)$ کدام است؟

$$\exists x \in \mathbb{R}; (\frac{x^3 + 1}{x^2 - x + 1} \leq 0 \vee \Delta x - 1 \neq 0) \quad (۲)$$

$$\forall x \in \mathbb{R}; (\frac{x^3 + 1}{x^2 - x + 1} \leq 0 \vee \Delta x - 1 \neq 0) \quad (۱)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; (\frac{x^3 + 1}{x^2 - x + 1} < 0 \vee \Delta x - 1 = 0) \quad (۴)$$

$$\forall x \in \mathbb{R}; (\frac{x^3 + 1}{x^2 - x + 1} < 0 \vee \Delta x - 1 = 0) \quad (۳)$$

- ۱۵- اگر گزاره $p \Rightarrow (\sim p \vee q)$ یک گزاره نادرست باشد، چندتا از گزاره‌های زیر همواره نادرست است؟

$$(p \wedge \sim q) \Rightarrow q \quad (ب)$$

$$p \Leftrightarrow q \quad (الف)$$

$$(p \wedge q) \Rightarrow (q \vee \sim p) \quad (د)$$

$$(p \vee q) \Leftrightarrow q \quad (ج)$$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

- ۱۶- گزاره $(p \Rightarrow \sim q) \Rightarrow (\sim p \vee r)$ نادرست است. ارزش گزاره‌های $(p \wedge q) \vee r$ و $(q \Leftrightarrow r) \vee (p \wedge r)$ به ترتیب کدام است؟

(۴) نادرست - درست

(۳) نادرست - نادرست

(۲) درست - نادرست

(۱) درست - درست

- ۱۷- در چند سطر از جدول ارزش‌گذاری گزاره مرکب $(p \wedge q) \Rightarrow p$ ، همه گزاره‌های در یک سطر جدول هم‌ارزش هستند؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

- ۱۸- در تکمیل جدول ارزش‌گذاری زیر، ارزش گزاره‌های نامشخص از چپ به راست کدام است؟

p	q	$p \Rightarrow q$	$p \vee q$	$p \wedge (p \vee \sim q)$
?	?	ن	?	?

(۱) درست - نادرست - درست - درست

(۲) درست - نادرست - درست - نادرست

(۳) نادرست - درست - درست - نادرست

(۴) نادرست - درست - درست - درست

محل انجام محاسبات

۱۹- گزاره $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim r \wedge p)$ با کدام یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز است؟

$$(p \wedge \sim q) \wedge (r \Rightarrow q) \quad (۲)$$

$$p \vee (q \vee \sim r) \quad (۱)$$

$$p \wedge (\sim q \vee \sim r) \quad (۴)$$

$$(p \Rightarrow q) \wedge r \quad (۳)$$

۲۰- در جدول ارزش گزاره‌های p, q, r, s و t با چه احتمالی تعداد گزاره‌های دارای ارزش درست کم‌تر از تعداد گزاره‌های با ارزش نادرست نیست؟

$$\frac{5}{8} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

هندسه (۲)

۲۱- از دو سر وتر AB که طول آن $\frac{\sqrt{2}}{2}$ قطر دایره است، به مرکز دایره وصل می‌کنیم. مساحت مثلث به وجود آمده چه کسری از مساحت دایره است؟

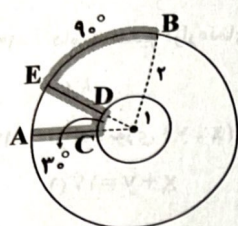
$$\frac{1}{\pi} \quad (۴)$$

$$\pi \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2\pi} \quad (۲)$$

$$2\pi \quad (۱)$$

۲۲- اگر شخصی از نقطه A مطابق مسیر روبه‌رو به نقطه B حرکت کند، طول مسافت طی شده توسط این شخص چقدر است؟



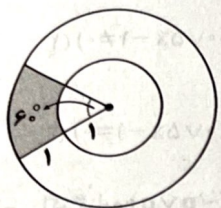
$$4 + \frac{5\pi}{3} \quad (۱)$$

$$3 + \frac{5\pi}{6} \quad (۲)$$

$$4 + \frac{7\pi}{6} \quad (۳)$$

$$3 + \frac{7\pi}{6} \quad (۴)$$

۲۳- در شکل زیر، مساحت قسمت رنگی کدام است؟



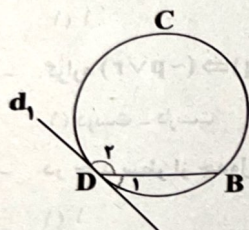
$$\frac{\pi}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{2\pi}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{3\pi}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{4\pi}{3} \quad (۴)$$

۲۴- در شکل زیر، اگر وتر BD برابر شعاع باشد و خط d_1 در نقطه D بر دایره مماس باشد، حاصل $\frac{\widehat{BD}}{\widehat{D_1}}$ کدام است؟



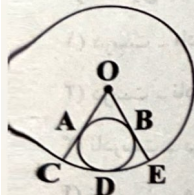
$$2 \quad (۱)$$

$$3 \quad (۲)$$

$$4 \quad (۳)$$

$$5 \quad (۴)$$

۲۵- در شکل زیر، اگر $OC = CE$ باشد، در این صورت اندازه کمان $\widehat{AB}$ چند درجه است؟ (O مرکز دایره است.)



$$90 \quad (۱)$$

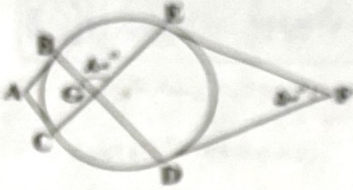
$$100 \quad (۲)$$

$$110 \quad (۳)$$

$$120 \quad (۴)$$

محل انجام محاسبات

۲۶- در شکل زیر، زاویه A چند درجه است؟ AB, AC, FE و FD مماس بر دایره هستند.



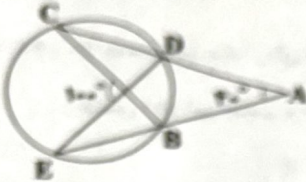
۸۰ (۱)

۹۰ (۲)

۱۰۰ (۳)

۱۱۰ (۴)

۲۷- با توجه به شکل، تفاضل اندازه بزرگترین و کوچکترین زاویه مثلث ABC چند درجه است؟



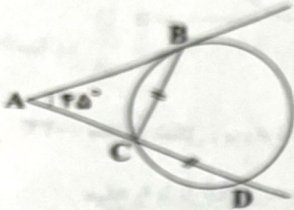
۷۰ (۱)

۸۰ (۲)

۹۰ (۳)

۱۰۰ (۴)

۲۸- در شکل زیر، اگر AB در نقطه B بر دایره مماس باشد، در این صورت اندازه زاویه ABD چند درجه است؟



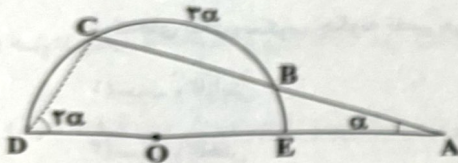
۸۰ (۱)

۹۰ (۲)

۱۰۰ (۳)

۱۰۵ (۴)

۲۹- در شکل زیر، پاره خط DE قطر نیم دایره و $BC = 2\alpha$ است. زاویه A چند درجه است؟



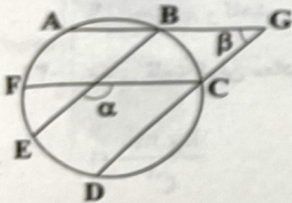
۴۵ (۱)

۳۰ (۲)

$\frac{180}{\alpha}$ (۳)

۳۶ (۴)

۳۰- در شکل زیر، اگر $AB \parallel FC$ ، $CD \parallel BE$ ، $\widehat{AB} = 60^\circ$ ، $\widehat{ABC} = \widehat{CD}$ و $\widehat{EF} = 40^\circ$ باشد، مقدار $\alpha - \beta$ چند درجه است؟



۸۰ (۱)

۸۲/۵ (۲)

۸۵ (۳)

۹۰ (۴)

فیزیک



۳۱- دو گلوله خنثی در اختیار داریم. چند الکترون از گلوله اول جدا کرده و به گلوله دوم منتقل کنیم تا اختلاف بار آن‌ها برابر با $0.6 \mu C$ شود؟

$$(e = 1.6 \times 10^{-19} C)$$

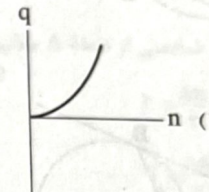
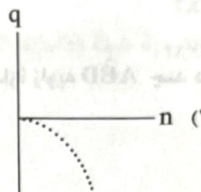
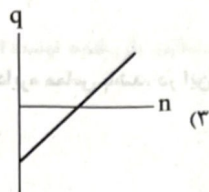
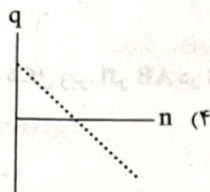
$$3/75 \times 10^{11} (4)$$

$$3/75 \times 10^{12} (3)$$

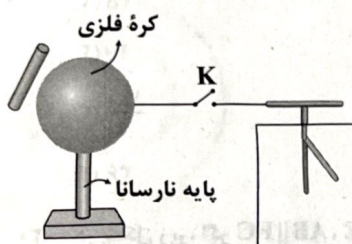
$$1/875 \times 10^{11} (2)$$

$$1/875 \times 10^{12} (1)$$

۳۲- از جسمی در مبدأ زمان بار خالصی با معادله $q = 2 \times 10^{-6} t^2$ (بر حسب SI) گرفته می‌شود. نمودار داده شده در کدام گزینه مربوط به بار خالص (q) این جسم بر حسب تعداد بارهای انتقال یافته (n) از آن باشد؟



۳۳- مطابق شکل زیر، کره فلزی خنثی که بر روی پایه عایق قرار دارد، توسط کلید K به کلاهک الکتروسکوپ با بار مثبت متصل می‌شود. یک میله را با پارچه ابریشمی مالش داده و سپس به کره فلزی نزدیک کرده و کلید K را می‌بندیم. مشاهده می‌شود که ورقه‌های الکتروسکوپ بازتر می‌شوند. با توجه به سری الکتریسیته مالشی زیر، جنس میله از آلومینیم است یا سرب و اگر این میله با کره تماس پیدا کند، زاویه بین ورقه‌های الکتروسکوپ چگونه تغییر می‌کند؟



انتهای مثبت سری
سرب
ابریشم
آلومینیم
انتهای منفی سری

(۱) سرب و افزایش

(۲) سرب و کاهش

(۳) آلومینیم و افزایش

(۴) آلومینیم و کاهش

۳۴- یکای ثابت کولن معادل یکای داده شده در کدام گزینه است؟

$$\frac{Pa \cdot m}{C^2} (4)$$

$$\frac{J \cdot m}{C^2} (3)$$

$$\frac{N \cdot m}{C^2} (2)$$

$$\frac{kg \cdot m^2}{C^2} (1)$$

۳۵- دو کره فلزی که روی پایه‌های عایقی قرار دارند، دارای بار الکتریکی هستند. اندازه نیروی الکتریکی بین این دو کره که در فاصله d از یکدیگر قرار دارند برابر F است. اگر آن دو جسم را به هم تماس داده و دوباره در همان فاصله قرار دهیم، اندازه نیرو F' می‌شود. کدام رابطه بین F و F' برقرار است؟

$$F < F' (2)$$

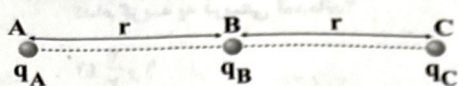
$$F > F' (1)$$

$$F = F' (3)$$

(۴) بسته به شرایط، هر کدام از گزینه‌ها ممکن است صحیح باشند.

محل انجام محاسبات

۳۶- مطابق شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای مشابه و هم‌اندازه در نقاط A، B و C ثابت شده‌اند. چه کسری از بار q_C برداشته و به بار q_B اضافه کنیم تا برابند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_A از طرف دو بار دیگر ۵۰ درصد افزایش یابد؟



$$\frac{2}{4} \quad (2)$$

$$\frac{5}{6} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$\frac{4}{5} \quad (3)$$

۳۷- دو کره رسانای مشابه باردار با بارهای الکتریکی نقطه‌ای q و $3q$ - در فاصله r از یکدیگر قرار دارند و نیروی الکتریکی به بزرگی F به هم وارد می‌کنند. دو کره را با هم تماس داده و پس از تماس در فاصله $\frac{2}{3}r$ از یکدیگر قرار می‌دهیم. بزرگی نیروی الکتریکی که دو کره به هم وارد می‌کنند، چند برابر F می‌شود؟

$$\frac{27}{16} \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{16}{27} \quad (2)$$

$$\frac{4}{3} \quad (1)$$

۳۸- دو کره کوچک فلزی مشابه دارای بارهای q_1 و q_2 بوده و اختلاف بار آن‌ها $(q_2 - q_1)$ برابر با $30 \mu C$ است. اگر این دو کره را به یکدیگر تماس داده و سپس در فاصله 40 cm از هم قرار دهیم، نیروی الکتریکی به بزرگی $3/6 \text{ N}$ به یکدیگر وارد می‌کنند. نسبت $\frac{q_2}{q_1}$ در کدام

$$\text{گزینه به درستی آمده است؟ } (k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$$

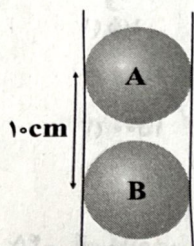
$$(4) \text{ گزینه‌های (۱) و (۲)}$$

$$-0.5 \quad (3)$$

$$-\frac{7}{23} \quad (2)$$

$$-\frac{23}{7} \quad (1)$$

۳۹- مطابق شکل زیر، دو گلوله مشابه A و B به جرم 30 g و بار الکتریکی $2 \mu C$ درون یک لوله نارسای قائم به فاصله 10 cm نسبت به هم ثابت نگه داشته شده‌اند. با رها کردن گلوله B این گلوله با شتاب اولیه $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ شروع به حرکت می‌کند. اندازه نیروی اصطکاک بین گلوله و دیواره لوله چند نیوتون است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$ و اندازه نیروی اصطکاک بین گلوله و دیواره لوله ثابت در نظر گرفته شود.



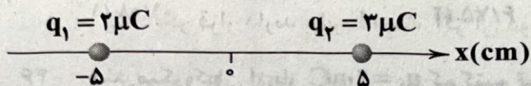
$$6/6 \quad (1)$$

$$3/6 \quad (2)$$

$$3 \quad (3)$$

$$1/8 \quad (4)$$

در شکل زیر، بار الکتریکی $q_3 = 12 \mu C$ در چه مکانی بر حسب سانتی‌متر قرار گیرد تا برابند نیروهای وارد بر بار q_1 از دو طرف دو بار q_2



$$\text{و } q_3 \text{، صفر شود؟ } (k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$$

$$20 \quad (1)$$

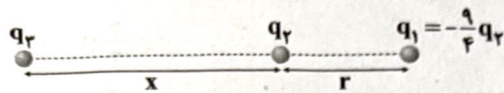
$$-20 \quad (2)$$

$$25 \quad (3)$$

$$-25 \quad (4)$$

جام محاسبات

۴۱- در شکل زیر، برابند نیروهای الکتریکی وارد بر هر یک از بارهای الکتریکی، صفر است. نسبت‌های $\frac{x}{r}$ و $\frac{q_3}{q_2}$ به ترتیب از راست به چپ در



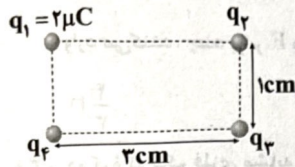
$$-\frac{9}{4} \text{ و } \frac{2}{3}$$

$$-9 \text{ و } 2$$

$$9 \text{ و } \frac{2}{3}$$

$$9 \text{ و } 2$$

۴۲- مطابق شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای q_1, q_2, q_3, q_4 در رئوس یک مستطیل ثابت شده‌اند. اگر برابند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_4 از طرف سه بار دیگر برابر صفر باشد، اندازه بار q_3 چند میکروکولن است؟



$$6$$

$$27$$

$$54$$

$$81$$

۴۳- چه تعداد از عبارات‌های زیر نادرست است؟

(الف) میدان الکتریکی، کمیتی نرده‌ای است.

(ب) مولد وان دوگرافی که بار آن منفی است، شعله شمع را دفع می‌کند.

(ج) نیروی وارد بر یک بار منفی از طرف میدان الکتریکی در یک نقطه در جهت میدان الکتریکی در آن نقطه است.

(د) برای اندازه‌گیری و تعیین جهت میدان الکتریکی در یک نقطه از فضا، از بار کوچک و منفی در آن نقطه به نام بار آزمون استفاده می‌کنیم.

$$4$$

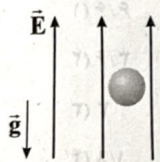
$$3$$

$$2$$

$$1$$

۴۴- در شکل زیر، یک کره رسانای باردار به شعاع ۱ cm در میدان الکتریکی $\vec{E}$ که اندازه و جهت آن در تمامی نقاط یکسان است به صورت معلق قرار

دارد. اگر بار روی کره برابر با $-20 \mu\text{C}$ و بزرگی میدان الکتریکی $\vec{E}$ برابر با $3 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ باشد، چگالی کره چند واحد SI است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \pi = 3)$



$$1/5$$

$$2$$

$$1500$$

$$2000$$

۴۵- اندازه میدان الکتریکی حاصل از هسته اتم روی ($^{65}_{30}\text{Zn}$) در فاصله ۰/۲ سانتی‌متری از آن چند میلی‌نیوتون بر کولن

$$\text{است؟ } (e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}, k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$$

$$67/5$$

$$10/8$$

$$6/75$$

$$1/8$$

۴۶- چند میکروکولن از بار $q_1 = 20 \mu\text{C}$ کم کنیم تا بزرگی میدان الکتریکی حاصل از آن در فاصله ۱ متری از آن برابر با $4/5 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$

$$\text{شود؟ } (k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$$

$$(4) \text{ گزینه‌های (1) و (3)}$$

$$25$$

$$20$$

$$15$$

انجام محاسبات

۴۷- با روشن کردن یک مولد وان دوگراف خنثی در هر میلی ثانیه، 10^{10} الکترون بر روی کلاهک آن ذخیره می شود. پس از چند ثانیه بزرگی میدان الکتریکی ایجاد شده توسط مولد در فاصله 150 سانتی متری از آن برابر با 2 برابر بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه ای $q = 20 \mu C$ در فاصله 30 سانتی متری از آن است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} C$)

۶۲۵ (۴)

۳۱۲/۵ (۳)

۶۲/۵ (۲)

۳۱۲/۵ (۱)

۴۸- چه تعداد از عبارات های زیر نادرست است؟

(الف) با 2 برابر شدن اندازه بار آزمون در یک میدان الکتریکی، اندازه آن میدان الکتریکی، نصف می شود.

(ب) نیروی وارد شده به ذره باردار در میدان الکتریکی، هم جهت با میدان الکتریکی است.

(ج) انحراف شعله شمعی که در فاصله دورتری از مولد وان دوگراف باردار قرار گرفته است، کم تر از انحراف شعله شمعی است که در فاصله کمتری از مولد وان دوگراف قرار گرفته است.

(د) به وسیله ای که با استفاده از تسمه متحرک، بار الکتریکی را بر روی کلاهک توخالی فلزی جمع می کند، ترازوی پیچشی می گویند.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۴۹- بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک کره رسانای باردار در فاصله r از آن برابر با $\frac{N}{C} 500$ است. اگر این کره را با کره رسانای باردار مشابه دیگری که بار آن همنام با بار کره اول و اندازه بار آن نصف اندازه بار کره اول است، تماس دهیم، بزرگی میدان الکتریکی حاصل از کره اول در نقطه ای به فاصله $12 + r$ (بر حسب سانتی متر) از آن، $\frac{N}{C} 440$ نسبت به حالت اول (قبل از تماس کره ها) کاهش می یابد. r چند سانتی متر است؟ (شعاع کره در برابر فاصله نقطه مورد نظر تا کره قابل چشم پوشی است.)

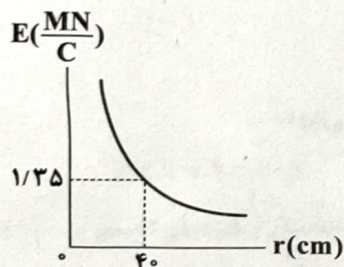
۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

۵۰- نمودار تغییرات بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی مثبت q بر حسب فاصله از آن، مطابق شکل زیر است. اگر بار الکتریکی نقطه ای $q' = 6 \mu C$ را در فاصله 9 سانتی متری از بار q قرار دهیم، در فاصله چند سانتی متری از بار q برابند میدان های الکتریکی حاصل از



دو بار، صفر می شود؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$)

۲ (۱)

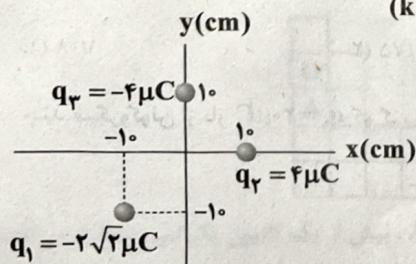
۳ (۲)

۶ (۳)

۸ (۴)

۵۱- مطابق شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه ای q_1 ، q_2 و q_3 در نقاط مشخص شده ثابت شده اند. بردار برابند میدان های الکتریکی حاصل از

سه بار در مبدأ مختصات بر حسب SI در کدام گزینه به درستی آمده است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$)



(۱) $(45\vec{i} - 27\vec{j}) \times 10^5$

(۲) $(-45\vec{i} + 27\vec{j}) \times 10^5$

(۳) $(27\vec{i} - 9\vec{j}) \times 10^5$

(۴) $(-27\vec{i} + 9\vec{j}) \times 10^5$

حل انجام محاسبات

۵۲- چهار بار الکتریکی نقطه‌ای q ، $2q$ ، $3q$ و $4q$ را در دو حالت، طوری روی رئوس یک مربع قرار می‌دهیم، که یک بار برآیند میدان‌های الکتریکی حاصل از آن‌ها در مرکز مربع، بیشینه و بار دیگر برآیند میدان‌های حاصل از آن‌ها در مرکز مربع، کمینه شود. بزرگی بیشینه برآیند میدان‌های الکتریکی حاصل از این چهار بار در مرکز مربع چند برابر بزرگی کمینه مقدار آن است؟

(۱) ۲ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{10}$ (۴) $\sqrt{\frac{13}{2}}$

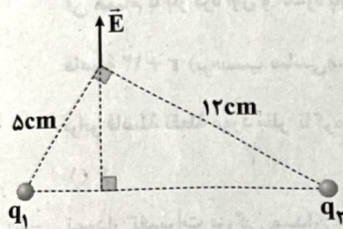
۵۳- دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 45 \mu C$ و $q_2 = -5 \mu C$ در فاصله 10 cm از یک دیگر قرار دارند. در فاصله چند سانتی‌متری از بار q_1 برآیند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار q_1 و q_2 صفر می‌شود؟

(۱) ۵۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۵۰ (۴) ۲۰۰

۵۴- دو بار الکتریکی نقطه‌ای $-Q_1$ و Q_2 در فاصله یک متری از هم قرار دارند. اگر در نقطه‌ای در فاصله 40 سانتی‌متری از بار $-Q_1$ برآیند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار، صفر شود، آن‌گاه نسبت $\frac{|Q_2|}{|Q_1|}$ در کدام گزینه به درستی آمده است؟

(۱) $\frac{4}{49}$ (۲) $\frac{49}{4}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{9}{4}$

۵۵- مطابق شکل زیر، دو ذره باردار در دو رأس یک مثلث قرار دارند. اگر میدان الکتریکی خالص ناشی از این دو ذره در رأس دیگر، مطابق شکل



زیر باشد، نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ در کدام گزینه به درستی آمده است؟

(۱) $\frac{25}{144}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{12}{5}$ (۴) $\frac{144}{25}$

شیمی



$\Delta(\tau)$ $\tau(\tau)$ $\tau(\tau)$ $\tau(\tau)$

10.19 (F) 10.15 (T) 12.18 (T) 10.16 (I)

(۱) افزایش - افزایش (۲) کاهش - کاهش (۳) افزایش - کاهش (۴) کاهش - افزایش

$$\neg a < b \text{ (f)} \qquad \neg b < a \text{ (r)} \qquad a < b \text{ (r)} \qquad b < a \text{ (f)}$$
$$\Delta_0(F) \quad \Delta\Delta(F) \quad F_0(F) \quad F\Delta(F)$$

• از فلز A در ساخت ظروف آشپزخانه استفاده می‌شود.

• E گازی زرد رنگ مایل به سبز است.

$E < X < A < D$ (१) $X < E < A < D$ (२) $E < X < D < A$ (३) $X < E < D < A$ (४)

(۱) هیچ کدام از - اغلب (۲) هیچ کدام از - همواره (۳) اغلب - اغلب (۴) اغلب - همواره

[illegible]

(۲) فلز E برخلاف فلز A ، بیش از یک کاتیون تک اتمی تشکیل می دهد.

(۴) تفاوت شعاع اتمی A و X، بیشتر از تفاوت شعاع اتمی X و G است.

۶۴- کدام مطالب زیر در ارتباط با عنصرهای گروه چهاردهم جدول دوره‌ای درست است؟ (از دوره هفتم چشم‌پوشی کنید).



(آ) اگر عنصری از این گروه، جریان برق را از خود عبور دهد، جریان گرما را نیز عبور می‌دهد.

(ب) سه عنصر نخست این گروه، در واکنش با دیگر اتم‌ها، فقط الکترون به اشتراک می‌گذارند و در ترکیب‌های یونی حضور ندارند.

(پ) رفتار چهارمین و پنجمین عنصر این گروه در برابر ضربه، متفاوت با رفتار دومین و سومین عنصر این گروه در برابر ضربه است.

(ت) شمار نافلزهای این گروه، برابر با شمار نافلزهای گروه اول جدول تناوبی است.

(۱) «آ» و «ب» (۲) «ب» و «ت» (۳) «آ» و «پ» (۴) «ب» و «ت»

۶۵- کدام مطالب زیر در ارتباط با دو عنصر نخست گروه شانزدهم جدول دوره‌ای درست است؟

(آ) نقطه جوش عنصر دوم، بالاتر از نقطه جوش عنصر اول است.

(ب) دستکم دو ترکیب مولکولی دوتایی متفاوت از آن‌ها، شناخته شده است.

(پ) در دما و فشار اتاق، حالت فیزیکی هر کدام از آن‌ها، با حالت فیزیکی عنصر قبلشان در جدول تناوبی یکسان است.

(ت) هر کدام که شعاع اتمی بزرگ‌تری دارد، واکنش‌پذیرتر است.

(۱) «ب»، «پ» و «ت» (۲) «ب» و «پ» (۳) «آ»، «ب» و «پ» (۴) «آ» و «ت»

۶۶- کدام مطالب در ارتباط با جدول تناوبی عنصرها درست است؟

(آ) شمار عنصرهای میان نخستین شبه‌فلز دوره چهارم و آخرین فلز واسطه دوره پنجم برابر با ۱۶ است.

(ب) تفاوت عدد اتمی قوی‌ترین نافلز جامد دوره سوم با قوی‌ترین نافلز گازی شکل این دوره، برابر با ۲ است.

(پ) تفاوت عدد اتمی قوی‌ترین فلز دوره چهارم با قوی‌ترین نافلز جامد دوره دوم، برابر با ۱۳ است.

(ت) مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های ظرفیت آخرین فلز دوره سوم برابر با ۱۰ است.

(۱) «آ» و «ب» (۲) «آ» و «پ» (۳) «ب» و «ت» (۴) «ب» و «ت»

۶۷- کدام یک از مطالب زیر در ارتباط با فلز اسکاندیم نادرست است؟

(۱) شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم اسکاندیم برابر با شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم آخرین فلز هم‌دروه با آن است.

(۲) در وسایل خانه مانند تلویزیون رنگی و برخی شیشه‌ها وجود دارد.

(۳) برای نام‌گذاری کاتیون آن از عدد رومی استفاده نمی‌شود.

(۴) مجموع شماره دوره و گروه آن، با مجموع شماره دوره و گروه سه عنصر دیگر در جدول دوره‌ای برابر است.

چند فلز در جدول دوره‌ای وجود دارد که عدد اتمی آن برابر با شماره گروه آن در جدول تناوبی است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

کدام مطالب زیر درست است؟

(آ) هر کدام از گازهای نجیب جزو عنصرهای دسته p هستند.

(ب) هر کدام از شبه‌فلزها جزو عنصرهای دسته p هستند.

(پ) نافلزها در هر چهار دسته d, p, s و f حضور دارند.

(ت) فلزها در هر چهار دسته d, p, s و f حضور دارند.

(۱) «آ» و «ب» (۲) «ب» و «ت» (۳) «ب»، «پ» و «ت» (۴) «آ» و «ت»

محاسبات

۷۰. کدام یک از ویژگی‌های زیر را نمی‌توان به طلا نسبت داد؟ (عدد اتمی طلا ۷۹ است).

- (۱) نماد شیمیایی آن همانند نقره با حرف A آغاز می‌شود و هر دو جزو عنصرهای واسطه هستند.
- (۲) کاتیون‌های تک‌اتمی آن، قاعده هشت‌تایی را رعایت نمی‌کند.
- (۳) رسانایی الکتریکی بالایی دارد و با افزایش دما، رسانایی الکتریکی آن زیادتر می‌شود.
- (۴) با گازهای موجود در هواکره حتی اکسیژن، واکنش نمی‌دهد.

۷۱. کدام یک از مطالب زیر در ارتباط با فلزهای قلیایی خاکی، نادرست است؟

- (۱) شمار آن‌ها برابر با شمار فلزهای قلیایی است.
 - (۲) مقایسه شعاع اتمی فلز قلیایی خاکی با فلز قلیایی هم‌دروه، مشابه مقایسه میان واکنش‌پذیری آن‌ها است.
 - (۳) در این گروه همانند گروه ۱۴ از بالا به پایین، خاصیت فلزی افزایش می‌یابد.
 - (۴) اگر لایه ظرفیت اتم عنصری شامل دو الکترون و به صورت ns^2 باشد، آن عنصر به یقین فلز قلیایی خاکی است.
۷۲. اگر شمار الکترون‌های $4d$ در اتم عنصر X، دو برابر شمار الکترون‌های $3p$ در لایه ظرفیت اتم عنصر Z باشد، کدام مورد نادرست است؟
- (۱) تفاوت عدد اتمی دو عنصر X و Z، حداقل برابر با ۹ است.
 - (۲) تفاوت عدد اتمی دو عنصر X و Z، حداکثر برابر با ۱۶ است.
 - (۳) Z به یقین نمی‌تواند شبه‌فلز باشد.
 - (۴) اگر Z در دما و فشار اتاق، گازی شکل باشد، نمی‌توان به قطعیت، عنصر X را معین کرد.

کدام مطلب زیر در ارتباط با نافلزها درست است؟

- (۱) نافلزها به طور عمده در سمت راست و بالای جدول تناوبی چیده شده‌اند.
 - (۲) بیشتر نافلزها در دما و فشار اتاق به حالت جامدند.
 - (۳) اگر اتم عنصری دارای ۸ الکترون ظرفیتی باشد، آن عنصر یک نافلز است.
 - (۴) شمار فلز (های) مایع در دما و فشار اتاق، برابر با شمار نافلز (های) مایع در این شرایط است.
۷۳. کدام یک از روابط با گروه هالوژن‌ها درست است؟
- (۱) حالت فیزیکی عناصر در این گروه از دیگر گروه‌های جدول تناوبی بیشتر است.
 - (۲) تولید لامپ چراغ‌های عقب خودروها از هالوژن‌ها استفاده می‌شود.
 - (۳) شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم هر کدام از هالوژن‌ها، برابر با شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم عنصرهای A و B و C است.
 - (۴) هالوژن‌ها در طبیعت به صورت مولکول‌های دواتمی یافت می‌شوند.

- (۱) دانه و دانه
 - (۲) دانه و دانه
 - (۳) دانه و دانه
 - (۴) دانه و دانه
- کدام یک از روابط با عنصرهای واسطه درست است؟

- (۱) هیچ پنج دوره نخست جدول تناوبی، شمار این عناصر برابر با ۲۰ است.
- (۲) این عناصر فلز بوده و رفتاری شبیه فلزهای دسته‌های B و P دارند.
- (۳) الکترونی اتم هر کدام از آن‌ها به زیر لایه‌ای با $l=2$ ختم می‌شود.
- (۴) هر واسطه در مقایسه با عنصر واسطه قبل از خود، یک الکترون کمتر در زیر لایه d دارد.

- (۱) دانه و دانه
- (۲) دانه و دانه
- (۳) دانه و دانه
- (۴) دانه و دانه

۷-۳۶. در ساخت لباس فشانوردان، لایه نازکی از طلا روی قسمت شیشه‌ای کلاه آن‌ها پوشانده می‌شود. مهم‌ترین دلیل این کار کدام است؟

- (۱) جلوگیری از عبور پرتوهای فرابنفش و فروسرخ خورشید
- (۲) افزایش مقاومت مکانیکی شیشه
- (۳) افزایش رسانایی الکتریکی برای ارتباط بهتر با دستگاه‌های الکترونیکی
- (۴) جلوگیری از واکنش شیشه با ذره‌های موجود در فضا

۷-۳۷. چهار لوله حاوی گاز هیدروژن را به ترتیب با فلوتور (لوله A)، کلر (لوله B)، ید (لوله C) و برم (لوله D) پر می‌کنیم. تحت کدام شرایط

دمایی فقط دو نوع هیدروژن هالید تولید می‌شود؟ (دماها برحسب کلوین است.)

- (۱) ۷۵: A ۳۲۰: B ۵۰۰: C ۶۱۰: D (۲) ۹۰: A ۳۶۰: B ۷۰۰: C ۲۳۰: D
- (۳) ۱۲۵: A ۲۵۰: B ۵۸۰: C ۴۹۰: D (۴) ۱۱۰: A ۳۷۰: B ۴۳۰: C ۶۰۰: D

۷-۳۸. اگر بدانیم با چشم‌پوشی از دوره هفتم جدول تناوبی، شمار فلزهای گروه‌های ۱۳ تا ۱۶، برابر با شمار شبه‌فلزهای این چهار گروه و یک واحد

بیشتر از شمار نافلزهای آن‌ها است، کدام مطلب در ارتباط با این مجموعه ۲۰ عنصری نادرست است؟

- (۱) گروه ۱۶ فاقد عنصر فلزی است.
- (۲) گروه ۱۳ جدول فاقد عنصر نافلزی است.
- (۳) عنصرهای با عدد اتمی ۴۹ و ۸۳ جزو فلزها طبقه‌بندی می‌شوند.
- (۴) دوره پنجم فقط شامل یک نافلز است.

۷-۳۹. کدام یک از مطالب زیر در ارتباط با طلا نادرست است؟

- (۱) فلز طلا مانند اغلب فلزها چکش‌خوار بوده و از سختی بالایی برخوردار است.
- (۲) در فرایند استخراج طلا، پسماند بسیار زیادی تولید می‌شود.
- (۳) طلا در طبیعت به هر دو شکل عنصری و ترکیبی یافت می‌شود.
- (۴) مقدار طلا در معادن آن بسیار کم است.

۷-۴۰. کدام یک از عبارتهای زیر در ارتباط با عنصرهای دسته d نادرست است؟

- (۱) به جز یک عنصر که مایع است، بقیه این عناصر در دما و فشار اتاق به حالت جامدند.
- (۲) اغلب این فلزها در طبیعت به شکل ترکیب‌های یونی هم‌چون اکسیدها، کربنات‌ها و ... یافت می‌شوند.
- (۳) رنگ‌های سنگ‌های گران‌بها مانند زمرد، یاقوت و فیروزه به دلیل وجود برخی ترکیب‌های این عنصرها است.
- (۴) نماد شیمیایی نخستین سری از این عنصرها که در دوره چهارم جدول دارند، تماماً به صورت دو حرفی است.

- (۱) به جز یک عنصر که مایع است، بقیه این عناصر در دما و فشار اتاق به حالت جامدند.
- (۲) اغلب این فلزها در طبیعت به شکل ترکیب‌های یونی هم‌چون اکسیدها، کربنات‌ها و ... یافت می‌شوند.
- (۳) رنگ‌های سنگ‌های گران‌بها مانند زمرد، یاقوت و فیروزه به دلیل وجود برخی ترکیب‌های این عنصرها است.
- (۴) نماد شیمیایی نخستین سری از این عنصرها که در دوره چهارم جدول دارند، تماماً به صورت دو حرفی است.

- (۱) به جز یک عنصر که مایع است، بقیه این عناصر در دما و فشار اتاق به حالت جامدند.
- (۲) اغلب این فلزها در طبیعت به شکل ترکیب‌های یونی هم‌چون اکسیدها، کربنات‌ها و ... یافت می‌شوند.
- (۳) رنگ‌های سنگ‌های گران‌بها مانند زمرد، یاقوت و فیروزه به دلیل وجود برخی ترکیب‌های این عنصرها است.
- (۴) نماد شیمیایی نخستین سری از این عنصرها که در دوره چهارم جدول دارند، تماماً به صورت دو حرفی است.

محاسبات

آزمون شماره (۹)
جمعه
۱۴۰۴/۰۸/۰۹

دفترچه
شماره ۲

آزمون‌های سراسر گاج

گزینه درسی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵
پاسخنامه یازدهم ریاضی
دوره دوم متوسطه



برای ورود به
مدرسه مجازی گاج
اسکن کنید.

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۸۰	مدت پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال از تا	مدت پاسخگویی
۱	حسابان ۱	۱۰	۱	۴۵ دقیقه
	آمار و احتمال	۱۰	۱۱	
	هندسه ۲	۱۰	۲۱	
۲	فیزیک	۲۵	۳۱	۳۰ دقیقه
۳	شیمی	۲۵	۵۶	۲۵ دقیقه

$$\begin{cases} a > 0 \\ x_s = \frac{-b}{2a} > 0 \xrightarrow{a > 0} b < 0 \\ c > 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{abc}{\Delta} < 0$$

$$\begin{cases} a > 0 \\ x_s = \frac{-b}{2a} < 0 \xrightarrow{a > 0} b > 0 \\ c < 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{abc}{\Delta} < 0$$

دورسنامه

در نمودار تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ علامت ضریب a از جهت رو به بالا یا پایین نمودار مشخص می‌شود. (دهانه سهمی رو به بالا $a > 0$ و دهانه سهمی رو به پایین $a < 0$)

علامت ضریب c از محل تقاطع نمودار با محور y ها (عرض از مبدأ) مشخص می‌شود. (عرض از مبدأ مثبت $c > 0$ و عرض از مبدأ منفی $c < 0$) علامت ضریب b از طول رأس سهمی و علامت a مشخص می‌شود.

$$(x_s = \frac{-b}{2a})$$

علامت Δ هم از تعداد ریشه‌های $ax^2 + bx + c = 0$ یا تعداد نقاط تلاقی سهمی با محور x ها مشخص می‌شود.

ریشه معادله در معادله صدق می‌کند:

$$x_1 = 1 \Rightarrow a^3 + (a^3 + 1) + 3a^2 + a - 1 = 0$$

$$\Rightarrow 2a^3 + 3a^2 + a = 0 \Rightarrow a(2a^2 + 3a + 1) = 0$$

$$\Rightarrow a(2a+1)(a+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -1 \xrightarrow{a \notin \mathbb{Z}} a = -\frac{1}{2} \\ a = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

حال معادله را بازنویسی می‌کنیم:

$$-\frac{1}{8}x^3 + (-\frac{1}{8} + 1)x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{3}{4} = 0 \xrightarrow{\times(-8)} x^3 - 7x^2 - 6x + 12 = 0$$

به خاطر وجود ریشه $x_1 = 1$ قطعاً عبارت $x - 1$ بخش‌پذیر است:

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 7x^2 - 6x + 12 & x - 1 \\ -x^3 + x^2 & \\ \hline -6x^2 - 6x + 12 & \\ +6x^2 - 6x & \\ \hline -12x + 12 & \\ +12x - 12 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\Rightarrow (x-1)(x^2 - 6x - 12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x_1=1 \\ x^2 - 6x - 12 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} \\ x_2, x_3 = \frac{c}{a} = \frac{-12}{1} = -12 \end{cases}$$

دورسنامه

در هر معادله $P(x) = 0$ که $P(x)$ چندجمله‌ای است، اگر α ریشه‌ای از معادله باشد، عامل صفرکننده $(x - \alpha)$ در تجزیه عبارت $P(x)$ وجود خواهد داشت و می‌توان از تقسیم چندجمله‌ای به $(x - \alpha)$ ، آن را تجزیه کرد.

ریاضیات

۱

$$\begin{cases} a_n = 6n - 1 \Rightarrow a_n: 5, 11, 17, 23, \dots \Rightarrow d_1 = 6 \\ b_n = 8n + 3 \Rightarrow b_n: 11, 19, 27, \dots \Rightarrow d_2 = 8 \\ d = \text{LCM}(6, 8) = 24 \end{cases}$$

اولین جمله مشترک ۱۱ است و کوچک‌ترین مضرب مشترک ۶ و ۸ برابر ۲۴ است. پس قدرنسبت دنباله مشترک ۲۴ است و مجموع ۲۰ جمله اول برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2} [2c_1 + (n-1)d] = \frac{20}{2} [22 + (20-1) \times 24] = 10 [22 + 456] = 4780$$

دورسنامه

• در دنباله حسابی (خطی) داریم:

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, \dots$$

هر جمله از اضافه شدن عددی ثابت به نام قدرنسبت d به جمله قبلی خود به دست می‌آید، بنابراین:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

اگر a_n و b_n دو دنباله حسابی (درجه اول یا خطی) با قدرنسبت‌های d_1 و d_2 باشند، دنباله جملات مشترک آن‌ها به صورت $C_n = C_1 + (n-1)d$ است که C_1 اولین جمله مشترک و d کوچک‌ترین مضرب مشترک d_1 و d_2 است. $d = [d_1, d_2]$

یعنی C_n هم یک دنباله حسابی (خطی) است.

• هر دنباله خطی، یک الگوی درجه یک برحسب n است به طوری‌که ضریب n قدرنسبت دنباله را مشخص می‌کند.

• مجموع n جمله اول دنباله حسابی a_n با قدرنسبت d برابر است با:

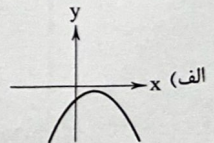
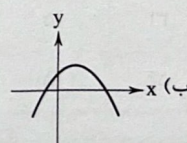
$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

علامت a : رو به بالا یا پایین بودن سهمی

علامت b : طول رأس سهمی

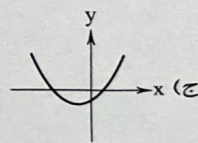
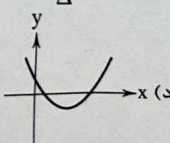
علامت c : عرض از مبدأ

علامت Δ : تعداد ریشه‌ها



$$\begin{cases} a < 0 \\ x_s = -\frac{b}{2a} > 0 \xrightarrow{a < 0} b > 0 \\ c > 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{abc}{\Delta} < 0$$

$$\begin{cases} a < 0 \\ x_s = -\frac{b}{2a} > 0 \xrightarrow{a < 0} b > 0 \\ c < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{abc}{\Delta} < 0$$



۳ مجموع n جمله ابتدایی دنباله هندسی از رابطه $S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$ به دست می‌آید. پس کافی است تا شبیه‌سازی لازم انجام شود:

$$S_n = \frac{r^{2n+1} + a}{r^2 b} = \frac{r^{2n} \times r + a}{r^2 b} = \frac{r(1^{2n} + \frac{a}{r})}{r^2 b} = \frac{1^{2n} + \frac{a}{r}}{rb}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q=1 \\ \frac{a}{r} = -1 \Rightarrow a = -r \\ b = q-1 \Rightarrow b = 0 \end{cases} \Rightarrow b_n = -2n + 8$$

مجموع ده جمله دوم b_n که دنباله‌ای حسابی است، با فرض این‌که b_{11} اولین جمله است پیدا می‌شود.

$$S'_{10} = \frac{1}{2}(2b_{11} + 10d) = \frac{1}{2}(2(-25) + (9)(-2)) = -385$$

دورسنامه

مجموع n جمله اول دنباله هندسی با قدرنسبت q به

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

صورت خواهد بود و مجموع n جمله اول دنباله

حسابی، رابطه‌ای درجه دوم از n است که فاقد عدد ثابت خواهد بود و به

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

۷ ۱ ریشه معادله است، پس در معادله صدق می‌کند، بنابراین داریم:

$$\alpha^7 - \alpha = 1 \Rightarrow \alpha^7 = \alpha + 1 \xrightarrow{\text{توان } 2} \alpha^4 = \alpha^2 + 2\alpha + 1$$

$$\xrightarrow{\alpha^2 = \alpha + 1} \alpha^4 = \alpha + 1 + 2\alpha + 1 = 3\alpha + 2$$

$$\alpha^4 + 2\beta + 5 = 3\alpha + 2 + 2\beta + 5 = 3(\alpha + \beta) + 7 = 3 \times 1 + 7 = 10$$

دورسنامه

در هر معادله درجه دو $ax^2 + bx + c = 0$ اگر α و β ریشه‌های معادله باشند، مجموع (S) و ضرب (P) ریشه‌ها برابر است با:

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \\ P = \alpha\beta = \frac{c}{a} \end{cases}$$

به علاوه α و β در معادله صدق می‌کنند.

۸ ۴ با توجه به دامنه جواب در ابتدا داریم:

$$\begin{cases} x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1 \\ x-5 \neq 0 \Rightarrow x \neq 5 \\ x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \end{cases}$$

حال معادله را حل می‌کنیم:

$$\left(2 - \frac{5x-13}{x+1}\right)\left(3 + \frac{16-2x}{x-5}\right) = \sqrt{x-1} + x - 10$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2x+2-5x+13}{x+1}\right)\left(\frac{3x-15+16-2x}{x-5}\right) = \sqrt{x-1} + x - 10$$

$$\Rightarrow \left(\frac{-3(x-5)}{x+1}\right) \times \left(\frac{x+1}{x-5}\right) = \sqrt{x-1} + x - 10$$

$$\Rightarrow -3 = \sqrt{x-1} + x - 10$$

$$\Rightarrow \sqrt{x-1} = -x + 7 \quad (*)$$

۳ اگر فرض کنیم $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ ریشه معادله دو مجزوری باشد.

$$x^2 = 3 + 2 + 2\sqrt{6} = 5 + 2\sqrt{6} \Rightarrow x^2 - 5 = 2\sqrt{6}$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} (x^2 - 5)^2 = (2\sqrt{6})^2 \Rightarrow x^4 - 10x^2 + 25 = 24$$

$$\Rightarrow x^4 - 10x^2 + 1 = 0$$

معادله‌ای درجه ۴ با ضرایب صحیح ساخته شده است و با مقایسه داریم:

$$\begin{cases} a = -10 \\ b = 1 \end{cases}$$

معادله جدید را حل می‌کنیم:

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1} = 4 \Rightarrow \sqrt{3x+1} = 4 - \sqrt{x+3}$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} 3x+1 = 16 - 8\sqrt{x+3} + x+3 \Rightarrow 8\sqrt{x+3} = -2x+18$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} 4\sqrt{x+3} = -x+9 \xrightarrow{\text{توان } 2} 16(x+3) = x^2 - 18x + 81$$

$$\Rightarrow x^2 - 24x + 23 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-23) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \text{ ق ق} \\ x_2 = 23 \text{ غ ق ق} \end{cases} \quad (\text{در معادله صدق نمی‌کند})$$

بنابراین یک جواب مثبت قابل قبول داریم.

دورسنامه

برای این‌که معادله‌ای با ضریب گویا دارای ریشه‌ای به فرم رادیکالی باشد، کافی است تا دو طرف تساوی را آن قدر به توان برسانیم که اعداد رادیکالی حذف شوند. برای حل معادلات رادیکالی نیز کافی است دو طرف تساوی را تا حد امکان به توان ۲ برسانیم تا رادیکال‌ها از بین بروند. توجه کنید جواب‌های به دست آمده را حتماً در معادله امتحان کنید.

۵ ۱ با توجه به شباهت‌های موجود در صورت و مخرج فرض می‌کنیم:

$$\begin{cases} \sqrt{2n+1} = a \\ \sqrt{2n-1} = b \end{cases} \Rightarrow ab = \sqrt{4n^2 - 1}, a^2 + b^2 = 4n$$

این صورت داریم:

$$a_n = \frac{a^2 + b^2 + ab}{a+b} = \frac{(a^2 + b^2 + ab)(a-b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 - b^2}$$

$$\xrightarrow{a^2 - b^2 = 2} a_n = \frac{a^2 - b^2}{2}$$

$$\begin{cases} n=1: a_1 = \frac{1}{2}(\sqrt{4^2} - \sqrt{1^2}) \\ n=2: a_2 = \frac{1}{2}(\sqrt{5^2} - \sqrt{3^2}) \\ \vdots \\ n=24: a_{24} = \frac{1}{2}(\sqrt{49^2} - \sqrt{47^2}) \end{cases}$$

محلات به صورت یک در میان داریم:

$$S = \frac{1}{2}((\sqrt{49})^2 - (\sqrt{1})^2) = \frac{1}{2}(49 - 1) = \frac{48}{2} = 24$$

دورسنامه

۵ ۱ های محاسبه مجموع n جمله اول در دنباله‌های غیر متعارف طوری جمله عمومی را بازنویسی کنیم تا تفاضل دو عبارت سپس با قرار دادن n های متوالی، به جز جمله اول و آخر، بقیه دو حذف شود.

دروسنامه

اگر کمیتی در محاسبات، a درصد افزایش داشت، کافی است مقدار اولیه را در $\frac{100+a}{100}$ ضرب کنیم تا مقدار ثانویه پیدا شود.

$$x + \frac{a}{100}x = \frac{100+a}{100}x$$

و اگر a درصد کاهش داشت، کافی است مقدار اولیه را در $\frac{100-a}{100}$ ضرب کنیم تا مقدار ثانویه پیدا شود.

$$x - \frac{a}{100}x = \frac{100-a}{100}x$$

۱۱ اگر فرض کنیم تعداد گزاره‌ها n تا است، چنانچه ۲ گزاره حذف کنیم، تعداد گزاره‌ها $(n-2)$ تا می‌شود که داریم:

$$2^n - 2^{n-2} = 48 \Rightarrow 2^n \left(1 - \frac{1}{4}\right) = 48$$

$$\Rightarrow 2^n \times \frac{3}{4} = 48 \Rightarrow 2^n = \frac{48 \times 4}{3} = 64 \Rightarrow 2^n = 2^6 \Rightarrow n = 6$$

دروسنامه

• گزاره: یک جمله خبری است که یا راست و یا دروغ است، بنابراین جملات امری، پرسشی و عاطفی گزاره نیستند. معمولاً گزاره‌ها را با حروف p ، q ، r و ... نمایش می‌دهیم.

• اگر n گزاره داشته باشیم، در جدول ارزش گزاره‌ها 2^n حالت (سطر) وجود دارد.

$$\sqrt{5x-1} \leq 7 \Rightarrow 0 \leq 5x-1 \leq 49 \Rightarrow 1 \leq 5x \leq 50$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5} \leq x \leq 10 \xrightarrow{x \in \mathbb{N}} x \in \{1, 2, 3, \dots, 10\}$$

بنابراین مجموعه جواب این گزاره‌ها دارای ۱۰ عضو است.

دروسنامه

• گزاره‌نما: به هر جمله خبری که شامل یک یا چند متغیر باشد و با جای‌گذاری مقادیری به جای متغیرها به یک گزاره تبدیل شود، گزاره‌نما گوییم. مثل عدد x عدد فرد است، اگر به جای x عدد ۲ قرار دهیم تبدیل به گزاره نادرست می‌شود و اگر به جای x عدد ۳ قرار دهیم تبدیل به گزاره درست می‌شود.

دامنه متغیر: در هر گزاره‌نما به مجموعه مقادیری که می‌توان به جای متغیرهای آن قرارداد تا گزاره‌نما تبدیل به گزاره شود، دامنه متغیر گزاره می‌گویند و آن را با حرف D نمایش می‌دهیم.

مجموعه جواب: در هر گزاره‌نما، به مجموعه عضوهایی از دامنه متغیر که به ازای آن‌ها، گزاره‌نما به گزاره‌ای با ارزش درست تبدیل شود، مجموعه جواب گزاره‌نما می‌گویند و آن را با حرف S نمایش می‌دهند و همواره داریم: $S \subseteq D$.

۱۳ اگر داشته باشیم $y-x=17$ آن‌گاه $y=17+x$ و

چنانچه $x \in \mathbb{N}$ باشد حتماً $y \in \mathbb{N}$ است و تبدیل به گزاره درست می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) $x+y=17 \Rightarrow y=17-x \xrightarrow{\text{مثال } x=20} y=-3 \notin \mathbb{N}$

۲) $x-y=17 \Rightarrow y=x-17 \xrightarrow{\text{مثال } x=10} y=-7 \notin \mathbb{N}$

۴) $xy=17 \Rightarrow y=\frac{17}{x} \xrightarrow{\text{مثال } x=5} y=\frac{17}{5} \notin \mathbb{N}$

$$-x+7 \geq 0 \Rightarrow x \leq 7$$

یعنی برای دامنه جواب داریم:

$$(x-1)(x-10) \geq 0 \Rightarrow x=1 \text{ یا } x=10$$

$$\Rightarrow x^2 - 15x + 50 = 0 \Rightarrow (x-5)(x-10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=5 \text{ (ق. ۱)} \\ x=10 \text{ (ق. ۲)} \end{cases}$$

بنابراین دامنه جواب معادله ریشه ندارد.

دروسنامه

تفاوت گویا: توجه اصلی بایستی به دامنه جواب باشد، یعنی اعدادی که برای صفر می‌کنند، جواب نخواهند بود.

تفاوت گنگ به فرم $\sqrt{p(x)} = q(x)$ ، توجه به دامنه جواب بایستی برای باشد که:

$$\begin{cases} p(x) \geq 0 \\ q(x) \geq 0 \end{cases}$$

۲ ابتدا دامنه جواب را بررسی می‌کنیم:

$$21-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 21$$

$$102x - 3x^2 - 867 \geq 0 \Rightarrow -3(x^2 - 34x + 289) \geq 0$$

$$\Rightarrow -3(x-17)^2 \geq 0 \xrightarrow{\text{تنها امکان}} x=17$$

داده فقط به ازای عدد $x=17$ می‌تواند دارای جواب باشد. با قرار دادن معادله داریم:

$$\Rightarrow \sqrt{0} + \sqrt{4} = 4a - 17 \Rightarrow 4a = 19 \Rightarrow a = \frac{19}{4} = 4.75$$

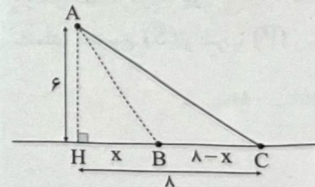
بزرگ‌ترین عدد صحیح به a مقدار ۴ است.

دروسنامه

به زیر رادیکال فرجه زوج، نامثبت است، تنها حالت ممکن برای جواب این است که آن عبارت، صفر باشد.

۱ ابتدا فرض کنیم از A به C پرواز مستقیم می‌کند، در این صورت:

$$AC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$



انرژی در این حالت برابر با $10 \times 10 = 100$ کیلو کالری می‌باشد.

۲ می‌کنیم مسیر A به B و به C را طی کند. اگر فرض

$$AB = \sqrt{x^2 + 6^2} = \sqrt{36 + x^2}$$

توجه داریم:

۳ با در نظر گرفتن ۳ درصد بیشتر، برابر است با:

$$\sqrt{36 + x^2} \times 100 + (8-x) \times 8 = 100 + \frac{3}{100} \times 100$$

$$\Rightarrow 10\sqrt{36 + x^2} = 8x + 29$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 100(36 + x^2) = 64x^2 + 624x + 1521$$

$$\Rightarrow 36x^2 - 624x + 2079 = 0$$

$$\Rightarrow 12x^2 - 208x + 693 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{77}{6} > 8 \\ x_2 = \frac{9}{2} = 4.5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow HB = 4.5 \text{ m} \Rightarrow BC = 8 - 4.5 = 3.5 \text{ m}$$

۱۶/۴ گزاره $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim p \vee q)$ زمانی نادرست است که $(p \Rightarrow q) = F$ و $(\sim p \vee q) = T$ باشد.

$$\begin{aligned} \sim p \vee q = F &\Rightarrow \begin{cases} \sim p = F \Rightarrow p = T \\ q = F \end{cases} \\ (p \Rightarrow \sim q) = T &\Rightarrow \sim q = T \Rightarrow q = F \\ p = T \end{aligned}$$

بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} (q \Rightarrow r) \vee (p \wedge r) &\equiv (F \Rightarrow F) \vee (T \wedge F) = T \vee F = T \\ (p \wedge q) \vee r &\equiv (T \wedge F) \vee F = F \vee F = F \end{aligned}$$

دورسنامه

جدول ارزش ترکیب گزاره‌ها به صورت زیر است.

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
T	T	T	T	T	T
T	F	T	F	F	F
F	T	T	F	T	F
F	F	F	F	T	T

۱۷/۱

p	q	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \Rightarrow p$
د	د	د	د
د	ن	ن	د
ن	د	ن	د
ن	ن	ن	د

فقط در یک سطر همه گزاره‌ها دارای ارزش درست هستند.

دورسنامه

نکته: در ترکیب شرطی دو گزاره $p \Rightarrow q$ به p مقدم و به q تالی گوییم داریم:

- ۱) اگر p نادرست باشد، گزاره $p \Rightarrow q$ حتماً درست است. (انتقای مقدم)
- ۲) اگر q درست باشد، گزاره $p \Rightarrow q$ حتماً درست است. (انتقای تالی)

۱۸/۱ $p \Rightarrow q$ زمانی نادرست است که $p = T$ و $q = F$ باشد.

$$p \vee q \equiv T \vee F \equiv T$$

$$p \wedge (p \vee \sim q) \equiv p \equiv T$$

دورسنامه

برای ترکیب‌های عطفی و فصلی دو گزاره داریم:

- | | |
|---|--|
| ۱) $p \vee p \equiv p$ | ۲) $p \vee q \equiv q \vee p$ |
| ۳) $p \wedge q \equiv q \wedge p$ | ۴) $\sim(\sim p) \equiv p$ |
| ۵) $p \vee T \equiv T$ | ۶) $p \vee F \equiv p$ |
| ۷) $p \wedge T \equiv p$ | ۸) $p \wedge F \equiv F$ |
| ۹) $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$ | ۱۰) $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$ |
| ۱۱) $p \vee (p \wedge q) \equiv p$ | ۱۲) $p \wedge (p \vee q) \equiv p$ |

۱۹/۴

$$\begin{aligned} (p \Rightarrow q) &\Rightarrow (\sim r \wedge p) \equiv (\sim p \vee q) \Rightarrow (\sim r \wedge p) \\ &\equiv \sim(\sim p \vee q) \vee (\sim r \wedge p) \\ &\equiv (p \wedge \sim q) \vee (p \wedge \sim r) \equiv p \wedge (\sim q \vee \sim r) \end{aligned}$$

دورسنامه

مسئله: معنی: به معنی «به ازای هر» یا «به ازای همه» مقادیر است و آن را با نشان می‌دهیم و هرگاه همراه متغیر گزاره‌ها بیاید، گزاره‌ها را به یک گزاره کلی تبدیل می‌کند و ارزش گزاره کلی زمانی درست است که مجموعه جواب گزاره‌ها برابر دامنه متغیر آن گزاره‌ها $(D=S)$ باشد. اگر با یک مثال خلاف حکم در این گزاره‌ها ثبت شد، ارزش آن‌ها نادرست است. مسوور وجودی: به معنی «بعضی» یا «بعضی از مقادیر» یا «وجود دارد» یا «حداقل یکی یافت می‌شود» است و آن را با علامت $\exists$ نشان می‌دهیم و هرگاه همراه متغیر گزاره‌ها بیاید، گزاره‌ها را به یک گزاره جزئی تبدیل می‌کند. ارزش آن زمانی درست است که مجموعه جواب گزاره‌ها تهی نباشد. اگر با یک مثال درستی حکم در این گزاره‌ها ثبت شود، ارزش آن‌ها درست است.

۲۰/۲

$$\begin{aligned} &\sim(\forall x \in \mathbb{R}; (\frac{x^2+1}{x^2-x+1} > 0 \wedge \Delta x - 1 = 0)) \\ &\equiv \exists x \in \mathbb{R}; (\frac{x^2+1}{x^2-x+1} \leq 0 \vee \Delta x - 1 \neq 0) \end{aligned}$$

دورسنامه

نکات:

$$\begin{aligned} &\sim(\forall x; P(x)) \equiv \exists x; \sim P(x) \\ &\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \text{ و } \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \end{aligned}$$

۲۱/۳ گزاره $p \Rightarrow (\sim p \vee q)$ زمانی نادرست است که $p = T$ $\sim(p \vee q) = F$ باشد، پس $q = F$. حال به بررسی گزاره‌ها می‌پردازیم:

الف) $p \Leftrightarrow q \equiv T \Leftrightarrow F \equiv F$

ب) $(p \wedge \sim q) \Rightarrow q \equiv (T \wedge T) \Rightarrow F \equiv T \Rightarrow F \equiv F$

ج) $(p \vee q) \Leftrightarrow q \equiv (T \vee F) \Leftrightarrow F \equiv T \Leftrightarrow F \equiv F$

د) $(p \wedge q) \Rightarrow (q \vee \sim p) \equiv (T \wedge F) \Rightarrow (F \vee F) \equiv F \Rightarrow F \equiv T$

دورسنامه

گزاره‌ها: هرگاه بخواهیم دو یا چند گزاره را با هم ترکیب کنیم و یک ترکیب بسازیم به کمک رابطه‌های گزاره‌های ساده را به هم وصل می‌کنیم. رابطه‌ها عبارت‌اند از ترکیب فصلی، عطفی، شرطی و دو شرطی.

فصلی «یا»: چنانچه دو گزاره p و q را با ترکیب فصلی به هم وصل می‌گوییم p یا q و به صورت $p \vee q$ می‌نویسیم. ارزش این گزاره تنها درست است که هر دو گزاره p و q با هم نادرست باشند.

عطفی «و»: چنانچه دو گزاره p و q را با ترکیب عطفی به هم وصل می‌کنیم p و q و به صورت $p \wedge q$ می‌نویسیم. ارزش این گزاره تنها درست است که هر دو گزاره p و q با هم درست باشند.

شرطی: چنانچه دو گزاره p و q را با ترکیب شرطی به هم وصل می‌کنیم $p \Rightarrow q$ می‌نویسیم و به صورت اگر p آن‌گاه q می‌خوانیم که p را تالی گوییم. ارزش این گزاره زمانی نادرست است که p و q (تالی) نادرست باشد.

دو شرطی: ترکیب دو شرطی $p \Leftrightarrow q$ که از ترکیب عطفی $p \wedge q$ و فصلی $\sim p \vee \sim q$ به هم وصل شده است، تنها زمانی درست است که p و q هم ارزش درست یا هر دو نادرست باشند.

$$AC + \widehat{CD} + DE + \widehat{EB}$$

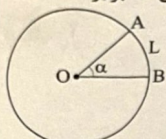
۱ مسافت طی شده برابر است با:

$$\begin{cases} AC = DE = r \\ \widehat{CD} = \frac{\pi(1) \times 30^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi}{6} \\ \widehat{EB} = \frac{\pi(2) \times 90^\circ}{180^\circ} = \frac{2\pi}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow AC + \widehat{CD} + DE + \widehat{EB} = r + \frac{\pi}{6} + r + \frac{2\pi}{2} = 4 + \frac{5\pi}{3}$$

دوستنامه

طول کمان روبه‌رو به زاویه α درجه در یک دایره به شعاع R برابر است با:



$$L = \frac{\pi R}{180^\circ} \times \alpha$$

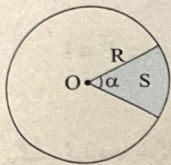
۱ در شکل زیر مساحت قسمت رنگی برابر است با:



$$S_{\text{رنگی}} = S_{\text{کل}} - S_1 = \frac{\pi(2)^2(60^\circ)}{360^\circ} - \frac{\pi(1)^2(60^\circ)}{360^\circ} = \frac{4\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$$

دوستنامه

همواره مساحت یک قطاع از رابطه $S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ}$ به دست می‌آید.

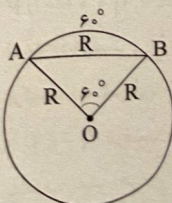


۴ اگر وتر BD برابر شعاع باشد، در این صورت کمان $\widehat{BD} = 60^\circ$ می‌باشد. پس $\hat{D}_1$ یک زاویه ظلی می‌باشد، پس:

$$\begin{aligned} \hat{D}_1 &= \frac{\widehat{BD}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ \Rightarrow \hat{D}_2 = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ \\ \Rightarrow \frac{\hat{D}_2}{\hat{D}_1} &= \frac{150^\circ}{30^\circ} = 5 \end{aligned}$$

دوستنامه

در یک دایره اگر طول یک وتر برابر شعاع باشد، در این صورت اندازه زاویه مرکزی مقابل به آن برابر 60° می‌باشد و کمان نظیر به آن نیز 60° می‌باشد.



دوستنامه

همه‌ی مهم عبارتند از:

$$1) p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

$$2) p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$$

$$3) p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv (p \vee r) \vee q$$

$$4) p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv (p \wedge r) \wedge q$$

$$5) p \wedge (p \vee q) \equiv p$$

$$6) p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

$$7) p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$8) p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$$9) p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

$$10) p \Leftrightarrow q \equiv \sim p \Leftrightarrow \sim q$$

۱ برای ۵ گزاره‌ای که داریم باید تعداد گزاره‌ها با ارزش درست حداقل ۳

$$\text{تعداد حالاتی که ۳ گزاره درست و ۲ گزاره نادرست باشد} = \frac{5!}{3! \times 2!} = 10$$

$$\text{تعداد حالاتی که ۴ گزاره درست و ۱ گزاره نادرست باشد} = \frac{5!}{4! \times 1!} = 5$$

$$\text{تعداد حالاتی که هر ۵ گزاره درست باشد} = \frac{5!}{5!} = 1$$

$$n(A) = 10 + 5 + 1 = 16, \quad n(S) = 2^5 = 32$$

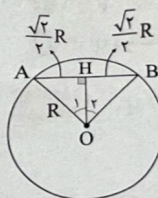
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{16}{32} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{2}$$

۲ اگر گزاره داشته باشیم، در جدول ارزش گزاره‌ها، اگر k گزاره درست

گزاره نادرست باشد، تعداد حالات برابر $\frac{n!}{k! \times (n-k)!}$ است.

$$AB = \frac{\sqrt{2}}{2} (2R) = \sqrt{2} R$$

طبق فرض سؤال داریم:



$$\sin \hat{O}_1 = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} R}{R} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \hat{O}_1 = 45^\circ$$

$$\hat{O}_2 = 90^\circ \text{ می‌باشد، پس زاویه مرکزی } O \text{ برابر } \frac{\pi}{2} \text{ یا همان } 90^\circ$$

$$\frac{S_{\Delta OAB}}{S_{\text{دایره}}} = \frac{\frac{R \times R}{2}}{\pi R^2} = \frac{1}{2\pi}$$

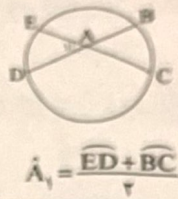
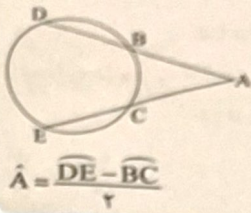
دوستنامه

بر وتر آن وتر را نصف می‌کند و برعکس شعاعی که عمود است.

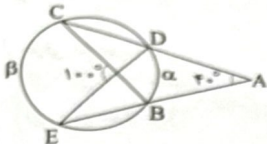
$$\begin{cases} S = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2} \\ S = \frac{\text{حاصل ضرب دو ضلع قائمه}}{2} \end{cases} \text{ می‌باشد.}$$

دایره

هر زاویه خارجی و داخلی در دایره برابر است با:



فرض می کنیم $\widehat{CE} = \beta$ و $\widehat{DB} = \alpha$ ، بنابراین داریم:



$$\begin{cases} 40^\circ = \frac{\beta - \alpha}{2} \Rightarrow \beta - \alpha = 80^\circ \\ 100^\circ = \frac{\beta + \alpha}{2} \Rightarrow \beta + \alpha = 200^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = 140^\circ \\ \alpha = 60^\circ \end{cases}$$

زاویه $\hat{C}$ یک زاویه محاطی برای دایره می باشد. پس:

$$\hat{C} = \frac{\alpha}{2} = 30^\circ$$

$$\Delta ABC: \hat{C} + \hat{B} + \hat{A} = 180^\circ \Rightarrow \hat{CBA} = 110^\circ$$

بنابراین تفاضل اندازه بزرگترین و کوچکترین زاویه مثلث ABC برابر است با:

$$\hat{CBA} - \hat{BCA} = 110^\circ - 30^\circ = 80^\circ$$

وترهای BC و CD و هم اندازه هستند، پس کمان های $\widehat{BC}$

و $\widehat{CD}$ نیز با هم هم اندازه هستند. اگر هر کدام از این کمان ها را 2α در نظر بگیریم، داریم:

$$\widehat{BC} = 2\alpha \Rightarrow \widehat{D}_1 = \frac{\widehat{BC}}{2} = \alpha$$

$$\widehat{CD} = 2\alpha \Rightarrow \widehat{B}_1 = \frac{\widehat{CD}}{2} = \alpha$$

زاویه A یک زاویه خارجی برای دایره می باشد، پس داریم:

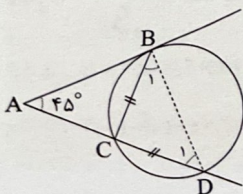
$$\hat{A} = \frac{\widehat{BD} - \widehat{BC}}{2} \Rightarrow 90^\circ = \widehat{BD} - 2\alpha \Rightarrow \widehat{BD} = 90^\circ + 2\alpha$$

کل کمان های دایره برابر 360° درجه می باشد، پس داریم:

$$2\alpha + 2\alpha + 90^\circ + 2\alpha = 360^\circ \Rightarrow 6\alpha = 270^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{270^\circ}{6} = 45^\circ$$

در مثلث ABD داریم:

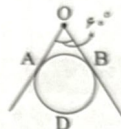
$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow 45^\circ + \hat{B} + 45^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} = 90^\circ$$



اندازه هر زاویه قطبی که یک ضلع آن وتر دایره و ضلع دیگری مماس بر دایره باشد، نصف کمان بین دو ضلع است.



با توجه به آن که طول دو پاره خط $OC = CE$ می باشد، پس مثلث OCE یک مثلث متساوی الاضلاع می باشد، پس $\hat{O} = 60^\circ$ می باشد. در دایره کوچک OA و OB مماس های خارجی هستند، پس داریم:

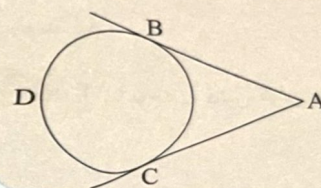


$$\hat{O} = \frac{\widehat{ADB} - \widehat{AB}}{2} \xrightarrow{\hat{O} = 60^\circ} 120^\circ = 360^\circ - \widehat{AB} - \widehat{AB} \Rightarrow 2\widehat{AB} = 240^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 120^\circ$$

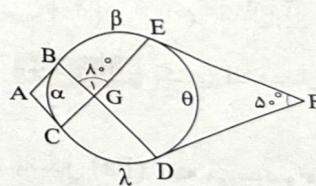
دوستانه

(۱) هر کمانی که وتر متناظر با آن برابر با شعاع دایره باشد، برابر 60° می باشد.

(۲) زاویه بین دو مماس خارجی در دایره برابر است با:



اگر کمان های موجود در شکل را اسم گذاری کنیم، داریم:



$$\hat{G}_1 = \frac{\widehat{BE} + \widehat{CD}}{2} \Rightarrow 80^\circ = \frac{\beta + \lambda}{2} \Rightarrow \beta + \lambda = 160^\circ$$

$$\hat{F} = \frac{\alpha + \beta + \lambda - \theta}{2} \Rightarrow 100^\circ = \alpha + \beta + \lambda - \theta$$

$$\xrightarrow{\beta + \lambda = 160^\circ} 100^\circ = 160^\circ + \alpha - \theta \Rightarrow \theta - \alpha = 60^\circ$$

پس سؤال می رویم:

$$\hat{A} = \frac{\beta + \theta + \lambda - \alpha}{2} \xrightarrow{\beta + \lambda = 160^\circ} \frac{160^\circ + 60^\circ}{2} = \frac{220^\circ}{2}$$

۳۳ با توجه به رابطه $\widehat{CDE} = \widehat{CBE} = \widehat{BE} = \alpha$ و رابطه بین α و β خطی است بنابراین

گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند.

از طرفی α و β گویانده هستند، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند. در سوال گفته نشده که در حالت اولیه جسم باردار است یا خیر و از آن جایی که از جسم بار مثبت گرفته می‌شود، بنابراین نمودار باید نزولی باشد.

۳۴ از آن جایی که ورقه‌های الکتروسکوپ بارتر شدن، در نتیجه بار منتقل شده به الکتروسکوپ از سمت کره مثبت بوده است، پس بار کره در سمت الکتروسکوپ مثبت می‌باشد. در نتیجه بار میله نیز مثبت بوده است. با توجه به سری الکتریسیته ماقصی، میله از جنس سرب بوده است. اگر میله با کره تماس پیدا کند، بار بین کره و میله تقسیم می‌شود و زاویه بین ورقه‌های الکتروسکوپ کاهش می‌یابد.

دورستانه

الکتروسکوپ

با نزدیک کردن جسم باردار به کلاهک یک الکتروسکوپ، حالت‌های زیر ممکن است رخ دهد:

- ۱ اگر الکتروسکوپ خنثی باشد، ورقه‌های الکتروسکوپ باز می‌شوند.
 - ۲ اگر بار الکتروسکوپ، همانم یا بار جسم باشد، ورقه‌های الکتروسکوپ از هم فاصله می‌گیرند.
 - ۳ اگر بار الکتروسکوپ، ناهمنام یا بار جسم باشد، ورقه‌های الکتروسکوپ به یکدیگر نزدیک می‌شوند و ممکن است کاملاً بسته شده و دوباره از هم فاصله بگیرند.
- توجه:** در این حالت اگر بعد از بسته شدن ورقه‌های الکتروسکوپ، دوباره ورقه‌ها از هم فاصله بگیرند، بنابراین بار نهایی ورقه‌ها همانم با بار جسم خواهد بود.

۳۴ با توجه به قانون کولن داریم:

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow [k] \equiv \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

$$\frac{[N] \equiv \frac{kg \cdot m}{s^2}}{[k] \equiv \frac{kg \cdot m}{s^2} \times m^2} = \frac{kg \cdot m^3}{s^2 \cdot C^2} = \frac{J \cdot m}{C^2} = \frac{Pa \cdot m^4}{C^2}$$

دقت کنید: یکای SI فشار برابر با $\frac{kg}{m \cdot s^2}$ است که به اختصار

پاسکال (Pa) گفته می‌شود و همچنین یکای SI انرژی برابر با $\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$ است که به اختصار ژول (J) گفته می‌شود.

۳۵ حالت اول: اگر بار دو کره همانم و هم‌اندازه باشد، پس از تماس دو کره، اندازه نیروی الکتریکی بین دو کره تغییر نمی‌کند، زیرا حاصل ضرب $|q_1||q_2|$ تغییری نمی‌کند.

حالت دوم: اگر بار دو کره ناهمنام و هم‌اندازه باشد، پس از تماس دو کره، نیروی الکتریکی بین دو کره برابر صفر می‌شود، زیرا $|q_1'| = |q_2'| = 0$ است، بنابراین $F' < F$ خواهد بود.

حالت سوم: اگر بار دو کره همانم و غیر هم‌اندازه باشد، پس از تماس دو کره، اندازه نیروی الکتریکی بین دو کره افزایش می‌یابد.

با توجه به رابطه $\widehat{CDE} = \widehat{CBE} = \widehat{BE} = \alpha$ و زاویه منفرجه

$$\widehat{A} = \widehat{CD} - \widehat{BE} \Rightarrow \alpha = \widehat{CD} - \alpha \Rightarrow \widehat{CD} = 2\alpha$$

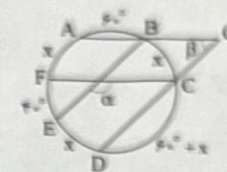
$$\widehat{CD} + \widehat{BC} + \widehat{BE} = 180^\circ \Rightarrow 2\alpha + 4\alpha + \alpha = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 7\alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{180^\circ}{7}$$

۴ با توجه به آن که $AB \parallel FC$ و $BE \parallel CD$ می‌باشد، پس:

$$\widehat{AF} = \widehat{BC} = \widehat{ED} = x$$

$$\widehat{ABC} = \widehat{CD} = 60^\circ + x$$



بدانیم مجموع گمان‌های یک دایره 360° می‌باشد، پس:

$$60^\circ + x + 60^\circ + x + x + x + 40^\circ + x = 360^\circ \Rightarrow 4x = 200^\circ \Rightarrow x = 50^\circ$$

و β یک زاویه خارجی و α یک زاویه داخلی است. پس داریم:

$$\beta = \widehat{AD} - \widehat{BC} = \frac{2x + 40^\circ - x}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

$$\alpha = \frac{\widehat{EDC} + \widehat{FAB}}{2} = \frac{60^\circ + 2x + x + 60^\circ}{2} = \frac{3x + 120^\circ}{2}$$

$$= \frac{150^\circ + 120^\circ}{2} = 135^\circ$$

$$\alpha - \beta = 135^\circ - 45^\circ = 90^\circ$$

فیزیک

۱ با توجه به این که اختلاف بار گلوله‌ها پس از انتقال الکترون‌ها

$0.6 \mu C$ می‌شود، پس بار یکی از گلوله‌ها به اندازه $0.3 \mu C$ کاهش و بار

دیگر به اندازه $0.3 \mu C$ افزایش می‌یابد، بنابراین:

$$q = ne \Rightarrow 0.3 \times 10^{-6} = n \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow n = \frac{0.3 \times 10^{-6}}{1.6 \times 10^{-19}} = 1.875 \times 10^{12}$$

دورستانه

۱ حن اجسام با استفاده از روش مالش، اگر بار نهایی اجسام به q_1 باشد، در این صورت تعداد الکترون‌های جابه‌جاشده بین آن‌ها زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} \Delta q = \frac{|q_2 - q_1|}{2} \\ \Delta q = ne \end{cases} \Rightarrow \frac{|q_2 - q_1|}{2} = ne \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \frac{|q_2 - q_1|}{2e} \quad (e = 1.6 \times 10^{-19} C)$$

اگر $q' = -x\mu C$ باشد داریم:

$$q' = \frac{q_1 + q_2}{2} \Rightarrow x = \frac{q_1 + q_2}{2} \Rightarrow q_1 + q_2 = 16\mu C$$

از طرفی داریم $q_1 - q_2 = 4\mu C$ بنابراین:

$$\begin{cases} q_1 + q_2 = 16\mu C \\ q_1 - q_2 = 4\mu C \end{cases} \Rightarrow q_1 = 10\mu C, q_2 = -2\mu C$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{q_2}{q_1} = -\frac{2}{10}$$

اگر $q' = -x\mu C$ باشد داریم:

$$q' = \frac{q_1 + q_2}{2} \Rightarrow -x = \frac{q_1 + q_2}{2} \Rightarrow q_1 + q_2 = -16\mu C$$

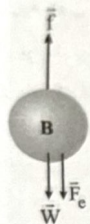
از طرفی داریم $q_1 - q_2 = 4\mu C$ بنابراین:

$$\begin{cases} q_1 + q_2 = -16\mu C \\ q_1 - q_2 = 4\mu C \end{cases} \Rightarrow q_1 = -5\mu C, q_2 = -11\mu C$$

$$\frac{q_2}{q_1} = -\frac{11}{5}$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

۲۹ هنگامی که گلوله B را رها می‌کنیم، به دلیل دافعه بین دو گلوله، گلوله B به سمت پایین شروع به حرکت می‌کند، پس نیروهای وارد بر گلوله B به شکل زیر است:



اندازه نیروهای وارد بر گلوله B برابر است با:

$$F_e = \frac{k|q_A||q_B|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(10 \times 10^{-2})^2} = 3/6 \text{ N}$$

$$W = mg = 0.3 \times 10 = 3 \text{ N}$$

از طرفی با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_T = ma \Rightarrow F_T = \frac{3}{10} \times 10 = 3 \text{ N}$$

$$F_T = F_e + W - f \Rightarrow 3 = 3/6 + 3 - f \Rightarrow f = 3/6 \text{ N}$$

بنابراین:

۲۰ نیروی وارد بر بار q_1 از طرف بار q_2 را رسم کرده و بزرگی آن را با استفاده از قانون کولن به دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_{21}, q_1 = 2\mu C$$

$$F_{21} = \frac{k|q_1||q_2|}{r_{21}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{-6}}{(10 \times 10^{-2})^2} = 5/4 \text{ N}$$

برای این که بار q_1 در حال تعادل باشد باید نیروی $\vec{F}_{31}$ باید هم‌اندازه با نیروی $\vec{F}_{21}$ ولی در خلاف جهت آن باشد:

$$F_{31} = \frac{k|q_1||q_3|}{r_{31}^2} \Rightarrow 5/4 = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 12 \times 10^{-6}}{r_{31}^2}$$

$$\Rightarrow r_{31} = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

با توجه به این که بار q_3 مثبت است و نیروی $\vec{F}_{31}$ به سمت راست است، در نتیجه بار q_3 در مکان $x = -25 \text{ cm}$ قرار می‌گیرد.

۳۰ برای نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_A در حالت اولیه را مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases} F_{CA} = \frac{k|q_A||q_C|}{r^2} \\ F_{BA} = \frac{k|q_A||q_B|}{r^2} \end{cases} \xrightarrow{q_A = q_B = q_C = q} F_T = F_{CA} + F_{BA}$$

$$= \frac{\Delta k|q|^2}{4r^2}$$

پس می‌کنیم به اندازه x از بار q_C برداشته شده و به بار q_B اضافه شده است. برای بزرگی نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_A در این حالت برابر است با:

$$\begin{cases} F'_{CA} = \frac{k|q_A||q'_C|}{r^2} = \frac{k|q| \times (|q| - x)}{r^2} \\ F'_{BA} = \frac{k|q_A||q'_B|}{r^2} = \frac{k|q| \times (|q| + x)}{r^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow F'_T = F'_{CA} + F'_{BA} = \frac{k|q|(|q| - x) + k|q|(|q| + x)}{r^2} = \frac{k|q|(\Delta|q| + 2x)}{r^2}$$

با توجه به صورت سؤال، اندازه نیروی $\vec{F}'_T$ باید ۵۰ درصد بیشتر از اندازه نیروی $\vec{F}_T$ باشد، بنابراین:

$$F'_T = 1/5 F_T \Rightarrow \frac{k|q|(\Delta|q| + 2x)}{r^2} = 1/5 \left(\frac{\Delta k|q|^2}{4r^2} \right)$$

$$\Rightarrow 2x = 2/5 |q| \Rightarrow x = \frac{2/5}{2} |q| \Rightarrow x = \frac{1}{5} |q|$$

۳۷ بار کره‌ها پس از تماس برابر است با:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{-3q + q}{2} = -q$$

توجه به قانون کولن داریم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1|}{|q_1|} \times \frac{|q'_2|}{|q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{1} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{1}{3} \times \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{3}{4}$$

دوستانه

نکات: ۱ اگر دو کره رسانای کاملاً مشابه و هم‌اندازه با بارهای q_1 و q_2 را با یکدیگر تماس دهیم، بار کره‌ها پس از تماس، هم‌اندازه و همنام خواهد بود و بار هر کدام از کره‌ها از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

جواب: در این رابطه بار اجسام با علامت قرار داده می‌شوند.

۲ اگر اندازه بارهای q_1 و q_2 یا فاصله بین بارها (r) در سؤالات تغییر جرای مقایسه اندازه نیروی الکتریکی که دو ذره باردار به یکدیگر در دو حالت وارد می‌کنند، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1|}{|q_1|} \times \frac{|q'_2|}{|q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

چون کره‌ها مشابه هستند، بنابراین پس از تماس، دارای بار یکسان می‌شوند. با توجه به قانون کولن داریم:

$$F = \frac{k|q'|^2}{r^2} \Rightarrow 3/6 = \frac{9 \times 10^9 \times |q'|^2}{(4 \times 10^{-1})^2} \Rightarrow q' = \pm 8\mu C$$

$$\frac{F_{12}}{F_{13}} = \frac{r}{1}$$

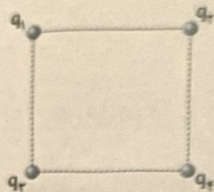
$$\Rightarrow F_{12} = r F_{13} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = r \frac{k|q_1||q_2|}{r_{13}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_2|}{r_{12}^2} = r \frac{|q_1|}{r_{13}^2} \Rightarrow \frac{|q_2|}{1} = r \frac{|q_1|}{1} \Rightarrow |q_2| = r \times 1 \times 1 = 5 \mu C$$

تمرین

تعادل بارهای الکتریکی

۱ زمانی که چهار بار الکتریکی نقطه‌ای بر روی چهار رأس یک مربع ثابت شده‌اند و یکی از بارها برای مثال q_4 در حال تعادل است، داریم:

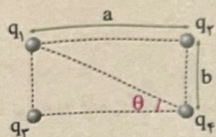


۱- بارهای q_1 و q_2 همنام و هم‌اندازه هستند.

۲- اندازه بار q_1 ، $2\sqrt{2}$ برابر اندازه بارهای q_2 و q_3 است و ناهمنام با این بارها می‌باشد.

۳- بار q_4 هر اندازه و هر علامتی می‌تواند داشته باشد.

۲ زمانی که چهار بار الکتریکی نقطه‌ای بر روی چهار رأس یک مستطیل ثابت شده‌اند و یکی از بارها برای مثال بار q_4 در حال تعادل است، داریم:



۱- بارهای q_1 و q_2 همنام هستند.

۲- نسبت اندازه نیروی $\vec{F}_{14}$ به اندازه نیروی $\vec{F}_{24}$ برابر با نسبت اضلاع مستطیل است.

$$\begin{cases} \tan \theta = \frac{b}{a} \\ \tan \theta = \frac{F_{14}}{F_{24}} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_{14}}{F_{24}} = \frac{b}{a}$$

۳- بار q_1 ناهمنام با بارهای q_2 و q_3 است.

۴- بار q_4 هر اندازه و هر علامتی می‌تواند داشته باشد.

۴۳ تمام عبارت‌های داده‌شده نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) میدان الکتریکی، کمیتی برداری است.

ب) بار شعله شمع، مثبت است، بنابراین مولد وان دوگراف با بار منفی، آن را جذب می‌کند.

ج) نیروی وارد بر بار منفی در یک نقطه در خلاف جهت میدان الکتریکی در آن نقطه است.

د) بار آزمون، مثبت است.

تمرین

الف) از آنکه در ایند نیروهای الکتریکی وارد بر یک بار (q_1) از طرف دو بار دیگر (q_2 و q_3) صفر باشد، سه شرط لازم است.
نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 باید در یک راستا باشند، بنابراین
همانند باید روی خطی که بارهای q_2 و q_3 را به هم متصل می‌کند،
واقع شود.

باید نیروهای $\vec{F}_{12}$ و $\vec{F}_{13}$ هم‌اندازه باشند (یعنی بار q_1 باید به باری که
بزرگتر است، نزدیکتر باشد).

$$F_{12} = F_{13} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = \frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}^2} \Rightarrow \frac{|q_2|}{r_{12}^2} = \frac{|q_3|}{r_{13}^2}$$

باید $\vec{F}_{12}$ و $\vec{F}_{13}$ در خلاف جهت هم باشند.

نکته

در فضایی که دو بار الکتریکی همنام حضور دارند، در نقطه‌ای روی خط
میان و بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر، برآیند نیروهای الکتریکی
صفر می‌شود.

در فضایی که دو بار الکتریکی ناهمنام حضور دارند، در نقطه‌ای روی
خط واصل و خارج از فاصله بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر، برآیند
نیروهای الکتریکی حاصل از دو بار صفر می‌شود.

اگر سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی یک خط قرار داشته باشند و
بزرگ‌ترین هر سه بار الکتریکی در حال تعادل باشند (یا به بیان دیگر،
نیروهای الکتریکی وارد بر هر بار از طرف دو بار دیگر صفر باشد)،
دو بار ابتدا و انتهای خط، همنام و باری که بین دو بار قرار گرفته است،
متنام با دو بار دیگر باشد.



۴ برای صفر شدن برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 ، بارهای q_2
د همنام باشند و از طرفی برای صفر شدن برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر
های q_2 و q_3 باید ناهمنام باشند. برای بار q_3 داریم:

$$F_{23} = F_{13} \Rightarrow \frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2} = \frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_2|}{x^2} = \frac{|q_1|}{(x+r)^2} \Rightarrow \sqrt{\frac{|q_1|}{|q_2|}} = \frac{x+r}{x} \Rightarrow \frac{r}{2} = \frac{x+r}{x}$$

$$\Rightarrow x = 2r \Rightarrow \frac{x}{r} = 2$$

$$F_{21} = F_{31} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_2|}{(x+r)^2} = \frac{k|q_1||q_3|}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} = \left(\frac{x+r}{r}\right)^2 \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} = 9 \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = -9$$

۵ که بارهای q_1 و q_2 همنام باشند و بار q_3 ناهمنام با
صفر شدن برآیند نیروهای وارد بر بار q_3 وجود دارد.

۶ وای حاصل از بارهای q_1 و q_2 باید روی قطر مستطیل
شدن آن به وسیله نیروی حاصل از بار q_3 وجود داشته

۷ برابر با نسبت اضلاع مستطیل باشد، در نتیجه:

در نتیجه بارهای $+4.5\mu\text{C}$ و $-2\mu\text{C}$ را می‌تواند میدان الکتریکی با این بزرگی ایجاد کنند. بنابراین:

$$\Delta q = q_2 - q_1 \Rightarrow \begin{cases} 4.5 - 2 = 2.5\mu\text{C} \\ 4.5 - (-2) = 6.5\mu\text{C} \end{cases}$$

دروسنامه

میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار

بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای q در نقطه‌ای به فاصله r از آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E = \frac{k|q|}{r^2}$$

توجه: k ثابت کولن است که برابر با $9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$ می‌باشد.

نکته: بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار q با اندازه بار q رابطه مستقیم و با مجذور فاصله از بار، رابطه عکس دارد.

توجه: در رابطه $E = \frac{k|q|}{r^2}$ ، q بار ذره‌ای است که میدان الکتریکی را ایجاد کرده است. بنابراین بزرگی میدان الکتریکی به اندازه بار q بستگی دارد.

۴۷ ۴ با توجه به اطلاعات داده‌شده در سؤال داریم:

$$\begin{aligned} E_1 &= 2E_2 \\ \Rightarrow \frac{k|q_1|}{r_1^2} &= 2 \frac{k|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{r_1^2} = 2 \frac{|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{(1/5)^2} = 2 \times \frac{(2 \times 10^{-6})}{(0.3)^2} \\ \Rightarrow |q_1| &= 10 \times 10^{-6} \text{C} = 10^{-5} \text{C} \end{aligned}$$

با توجه به اصل کوانتیده بودن بار الکتریکی داریم:

$$|q_1| = ne \Rightarrow 1 \times 10^{-5} = n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = \frac{10^{-5}}{1.6 \times 10^{-19}}$$

$$\Rightarrow n = 6.25 \times 10^{13}$$

$$t = \frac{6.25 \times 10^{13}}{10^{10}} = 6.25 \times 10^3 \text{ms} = 6250 \text{s}$$

بنابراین:

۲۸ ۲ عبارتهای «الف»، «ب» و «د» نادرست هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

(الف) بار آزمون، به وجودآورنده میدان الکتریکی نیست، پس با تغییر آن، بزرگی میدان الکتریکی تغییری نمی‌کند.

(ب) نیروی الکتریکی واردشده به ذره باردار منفی، درخلاف جهت میدان الکتریکی و نیروی الکتریکی واردشده به ذره باردار مثبت، هم‌جهت با میدان الکتریکی است.

(د) به این وسیله مولد وان دوگراف می‌گویند.

۴۹ ۲ بار کره‌ها پس از تماس برابر است با:

$$q' = \frac{q + q}{2} = \frac{3q}{2}$$

بزرگی میدان الکتریکی حاصل از کره اول در حالت نهایی برابر است با:

$$E' = E - \Delta E \Rightarrow E' = 500 - 440 = 60 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

۳ کره در میدان الکتریکی، متعلق است، بنابراین نباید نیروهای وارد و متعادل است در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} F_g &= W \Rightarrow E|q| = mg \Rightarrow 3 \times 10^{-7} \times 2 \times 10^{-6} = m \times 10 \\ \Rightarrow m &= 6 \times 10^{-13} \text{kg} = 6 \text{g} \end{aligned}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 10^{-1} = 4 \text{cm}^3$$

و کره برابر است با

چند به رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{6}{4} = 1.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

دروسنامه

میدان الکتریکی ($\vec{E}$)

بار الکتریکی در فضای اطراف خود خاصیتی ایجاد می‌کند که به آن **میدان الکتریکی** می‌گویند که به موجب همین خاصیت، می‌تواند از راه دور بون تماس به ذرات باردار دیگر نیرو وارد کند.

جهت: میدان الکتریکی، کمیتی برداری است.

محاسبه اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار q در نقطه A ، بار آزمون q_0 را در نقطه A قرار می‌دهیم و اندازه نیروی الکتریکی وارد بر آن بار q_0 را اندازه می‌گیریم. بنابراین میدان الکتریکی حاصل از بار q است با:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

ن اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار q برابر است با:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{|q_0|}$$

یکای SI میدان الکتریکی برابر با نیوتون بر کولن ($\frac{\text{N}}{\text{C}}$) است.

بار آزمون (q_0)، مثبت باشد، $\vec{F}$ در جهت $\vec{E}$ و اگر بار آزمون منفی باشد، $\vec{F}$ در خلاف جهت $\vec{E}$ است.

و اندازه میدان الکتریکی، مستقل از اندازه و نوع باری است که در آن می‌گیرد، یعنی با تغییر اندازه و نوع بار آزمون (q_0) در یک نقطه از یک، اندازه و جهت میدان الکتریکی در آن نقطه تغییر نمی‌کند.

هسته اتم روی، 30 پروتون وجود دارد، بنابراین:

$$E = \frac{k|q|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 30 \times 1.6 \times 10^{-19}}{(2 \times 10^{-3})^2} = 10.8 \times 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

دروسنامه

حاصل پروتون‌های هسته است و بار آن برابر است با:

$$q = +ne \xrightarrow[n=Z]{\text{عدد اتمی: } Z} q = +Ze \quad (e = 1.6 \times 10^{-19})$$

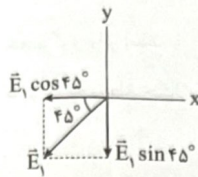
۱ از رابطه بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار داریم:

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow 4/5 \times 10^4 = \frac{9 \times 10^9 \times |q|}{1^2} \Rightarrow |q| = 5$$

بزرگی میدان $\vec{E}_1$ برابر است با:

$$E_1 = \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2\sqrt{2} \times 10^{-6}}{(10\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 9\sqrt{2} \times 10^5 \frac{N}{C}$$

با توجه به شکل زیر داریم:



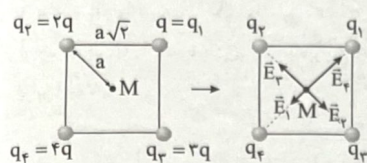
$$\vec{E}_1 = -9 \times 10^5 \vec{i} - 9 \times 10^5 \vec{j} \left(\frac{N}{C} \right)$$

بنابراین:

$$\vec{E} = (-9 \times 10^5 \vec{i} - 36 \times 10^5 \vec{j}) + (-9 \times 10^5 \vec{j} + 36 \times 10^5 \vec{j})$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -45 \times 10^5 \vec{i} + 27 \times 10^5 \vec{j} \left(\frac{N}{C} \right)$$

برای این که برآیند میدان های الکتریکی حاصل از چهار بار در مرکز مربع، بیشینه شود، داریم:

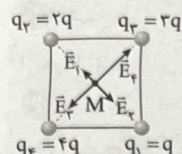


در این شکل اندازه بردارها به این صورت باشد.

$$\begin{cases} E_{1,2} = E_2 - E_1 = \frac{E_2 = 2E}{E_1 = E} \rightarrow E_{1,2} = 2E - E = E \\ E_{1,4} = E_4 - E_1 = \frac{E_4 = E}{E_1 = E} \rightarrow E_{1,4} = E - E = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow E_T = \sqrt{E_{1,2}^2 + E_{1,4}^2} = \sqrt{E^2 + 0} = E$$

برای این که برآیند میدان های الکتریکی حاصل از چهار بار در مرکز مربع، کمینه شود، داریم.



$$\begin{cases} E_{1,2} = E_2 - E_1 = \frac{E_2 = 2E}{E_1 = E} \rightarrow E_{1,2} = 2E - E = E \\ E_{1,4} = E_4 - E_1 = \frac{E_4 = 2E}{E_1 = E} \rightarrow E_{1,4} = 2E - E = E \end{cases}$$

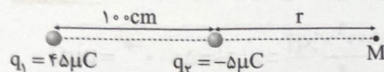
$$\Rightarrow E_T = \sqrt{E_{1,2}^2 + E_{1,4}^2} = \sqrt{E^2 + E^2} = \sqrt{2}E$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{E_T}{E_T'} = \frac{\sqrt{2}E}{\sqrt{2}E} = \sqrt{2}$$

چون دو بار q_1 و q_2 ناهم نام هستند، پس در مکانی خارج از

فاصله بین دو بار و نزدیک به بار کوچک تر، برآیند میدان ها صفر می شود.



با توجه به رابطه بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار داریم:

$$\frac{E'}{E} = \frac{|q'|}{|q|} \times \left(\frac{r}{r'} \right)^2$$

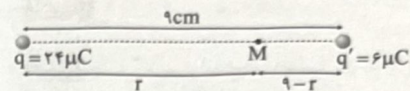
$$\Rightarrow \frac{60}{500} = \frac{4}{q} \times \left(\frac{r}{r+12} \right)^2 \Rightarrow \frac{3}{25} = \frac{4}{q} \times \left(\frac{r}{r+12} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{r}{r+12} \Rightarrow r = 18 \text{ cm}$$

ابتدا با توجه به نمودار داده شده در سؤال، بار q را به دست می آوریم:

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow 1/35 \times 10^6 = \frac{9 \times 10^9 \times |q|}{(0.4)^2} \Rightarrow |q| = 24 \mu C$$

از آن جایی که هر دو بار، مثبت هستند، پس میدان الکتریکی در جایی بین دو بار و نزدیک به بار کوچک تر، صفر می شود.



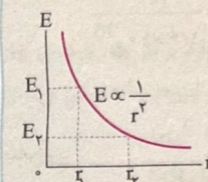
$$E = E' \Rightarrow \frac{k|q|}{r^2} = \frac{k|q'|}{(9-r)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{24}{r^2} = \frac{6}{(9-r)^2} \Rightarrow \frac{4}{r^2} = \frac{1}{(9-r)^2}$$

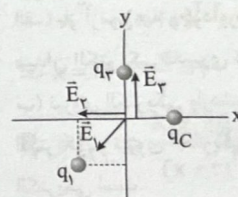
$$\Rightarrow \frac{2}{r} = \frac{1}{9-r} \Rightarrow 18 - 2r = r \Rightarrow r = 6 \text{ cm}$$

دوستانم

بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار در یک نقطه با مربع فاصله آن نقطه تا بار، رابطه عکس دارد، بنابراین با فاصله گرفتن از یک بار الکتریکی، میدان الکتریکی حاصل از آن ضعیف تر می شود. نمودار بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار برحسب فاصله از آن مطابق شکل زیر است:



بردار میدان الکتریکی حاصل از هر بار را در مبدأ مختصات رسم می کنیم.



با توجه به هم اندازه بودن بارهای q_1 و q_2 و همچنین با توجه به این که فاصله بارهای q_1 و q_2 تا مبدأ مختصات، یکسان است، داریم:

$$E_1 = E_2 = \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{(10 \times 10^{-2})^2} = 36 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_1 = -36 \times 10^5 \vec{i} \left(\frac{N}{C} \right)$$

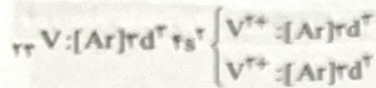
$$\vec{E}_2 = 36 \times 10^5 \vec{j} \left(\frac{N}{C} \right)$$

شیمی

۵۶ شمار عنصرهای جامد دوره سوم برابر با ۶ است
 $_{11}\text{Na}, _{12}\text{Mg}, _{13}\text{Al}, _{14}\text{Si}, _{15}\text{P}, _{16}\text{S}$

سطح چهار عنصر نخست این دوره، صیقلی است.

۵۷ نخستین عنصر گروه پنجم جدول تناوبی، V است که دو کاتیون V^{3+} و V^{2+} تشکیل می‌دهد:



$$3d^2: (n+1) = 2(3+2) = 10$$

$$3d^3: (n+1) = 2(3+2) = 10$$

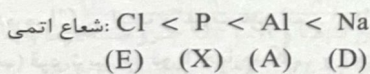
۵۸ در گروه هالوژن‌ها از بالا به پایین با افزایش عدد اتمی، واکنش‌پذیری این عناصر، کاهش و نقطه جوش آن‌ها همانند شعاع اتمی، افزایش می‌یابد.

۵۹ پیش‌بینی می‌شود که در سال ۲۰۳۰ به تقریب ۴۲ میلیارد تن مواد معدنی و در مجموع ۳۰ میلیارد تن از فلزها و سوخت‌های فسیلی، در جهان استخراج و مصرف شود.

۶۰ در مجموعه مورد نظر، عنصر با عدد اتمی ۳۰ و ده عنصر با عددهای اتمی ۳۹ تا ۴۸، جزو عنصرهای واسطه (دسته d) بوده و ۹ عنصر دیگر، اصلی محسوب می‌شوند:

$$\frac{9}{20} \times 100 = 45\%$$

۶۱ عنصرهای A, D, E و X به ترتیب $_{17}\text{Cl}, _{11}\text{Na}, _{13}\text{Al}$ و $_{15}\text{P}$ هستند. در یک دوره از چپ به راست، با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی کاهش می‌یابد:



۶۲ اتم برخی از فلزهای واسطه مانند اسکندیم با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب می‌رسند. کاتیون حاصل از برخی از فلزهای اصلی مانند قلع و سرب به آرایش گاز نجیب دست نمی‌یابند.

۶۳ عنصرهای D, G, X, A, L و E به ترتیب $_{11}\text{Na}, _3\text{Li}, _{14}\text{Si}, _{17}\text{Cl}, _{26}\text{Fe}$ و $_{30}\text{Zn}$ هستند.

فلز روی ($_{30}\text{Zn}$) تنها یک کاتیون تک‌اتمی با فرمول Zn^{2+} تشکیل می‌دهد.

۶۴ با چشم‌پوشی از دوره هفتم جدول تناوبی، گروه ۱۴ شامل ۵ عنصر C, Si, Ge, Sn و Pb است.

بررسی عبارات‌ها:

(آ) گرافیت (C) جریان گرما را از خود عبور نمی‌دهد، اما رسانای الکتریسیته است.

(ب) هرچند C, Si و Ge در واکنش با دیگر اتم‌ها، فقط الکترون به اشتراک می‌گذارند و یون تک‌اتمی تشکیل نمی‌دهند، اما هر کدام از این عناصر در ترکیب‌های یونی شامل آنیون‌های چنداتمی CO_3^{2-} ، SiO_4^{4-} و... حضور دارند.

(پ) فلزهای Sn و Pb در برابر ضربه تغییر شکل می‌دهند، اما شبه‌فلزهای Si و Ge در اثر ضربه خرد می‌شوند.

(ت) در گروه اول فقط هیدروژن، نافلز است و در این گروه نیز، کربن، تنها نافلز گروه به شمار می‌رود.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{k|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{r_1^2} = \frac{|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{25}{(100+r)^2} = \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{r}{100+r} = \frac{1}{5} \Rightarrow r = 25 \text{ cm}$$

فاصله نقطه M از بار q_1 برابر است با:

$$r = 100 + 25 = 125 \text{ cm}$$

در مسأله

۱. شدن برآیند میدان‌های الکتریکی در یک نقطه

دو بار الکتریکی نقطه‌ای در فاصله معینی از یک‌دیگر ثابت شده باشند. میدان‌های الکتریکی حاصل از این دو بار در یک نقطه صفر می‌شود. اگر در این نقطه، یک بار آزمون قرار داده شود، نیروی الکتریکی بر بار آزمون از طرف برآیند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار الکتریکی، برابر صفر است.

اگر دو بار الکتریکی همنام باشند: برآیند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار روی خط واصل دو بار، بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر، صفر می‌شود.

اگر دو بار الکتریکی ناهمنام باشند: در وسط خط واصل بین دو بار برآیند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار صفر می‌شود.

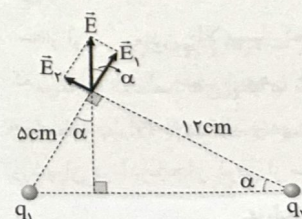
اگر دو بار الکتریکی، ناهمنام باشند: برآیند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار بر روی خط واصل دو بار، خارج از دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر، صفر می‌شود.

اگر دو بار همنام و هم‌اندازه باشند، هیچ نقطه‌ای روی خط واصل وجود ندارد که برآیند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار، صفر شود.

۲ با توجه به این‌که بارها ناهمنام هستند، بنابراین نقطه مورد نظر از فاصله بین دو بار قرار دارد، در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} & \text{M} \quad \text{---} 40 \text{ cm} \quad \text{---} 100 \text{ cm} \quad \text{---} \text{Q}_2 \\ & E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{k|Q_1|}{r_1^2} = \frac{k|Q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{|Q_1|}{(40)^2} = \frac{|Q_2|}{(140)^2} \\ & \Rightarrow \frac{|Q_1|}{|Q_2|} = \frac{40 \times 40}{140 \times 140} \Rightarrow \frac{|Q_2|}{|Q_1|} = \frac{49}{4} \end{aligned}$$

۳ ابتدا بردار $\vec{E}$ را تجزیه کنیم. با توجه به جهت $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ مشخص می‌شود که دو بار q_1 و q_2 مثبت هستند.



$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{k|q_2|}{r_2^2}}{\frac{k|q_1|}{r_1^2}} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{5}{12}\right)^2 \\ \tan \alpha &= \frac{5}{12} \\ \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{5}{12}\right)^2 &= \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} = \frac{12}{5} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{5}{12} \end{aligned}$$

۷۰ ۳ طلا، رسانایی الکتریکی بالایی دارد و آن را در شرایط دمایی گوناگون حفظ می‌کند. با افزایش دما رسانایی الکتریکی فلزها کم می‌شود که در مورد طلا، کاهش رسانایی الکتریکی با افزایش دما بسیار کمتر از اغلب فلزهای دیگر است.

دوستانه

طلا، فلزی گران بها

طلا با نماد Au و عدد اتمی ۷۹ در دوره ششم و گروه ۱۱ جدول تناوبی قرار داشته و یکی از فلزات واسطه است که از گذشته‌های دور به خاطر زیبایی، کمیابی و خواص منحصر به فرد مورد توجه بشر بوده است. رنگ: زرد براق

چگالی: زیاد (حدود 19.3 g.cm^{-3})

حالت فلز: جامد

دسته‌بندی: عنصر فلزی از دسته فلزهای واسطه (دسته d)

♦ خواص فیزیکی و شیمیایی طلا

رسانایی: طلا رسانایی الکتریکی و گرمایی بالایی دارد و در شرایط دمایی گوناگون می‌تواند رسانایی الکتریکی خود را حفظ کند.

چکش‌خواری: به اندازه‌ای چکش‌خوار و نرم است که چند گرم از آن را می‌توان با چکش‌کاری به صفحه‌ای با مساحت چند متر مربع تبدیل کرد. خوردگی و اکسید شدن: در برابر اکسید شدن و رطوبت مقاوم است و دچار خوردگی نمی‌شود.

برخلاف بعضی فلزات دیگر، در اسیدها به سختی حل می‌شود. واکنش‌پذیری: طلا فلز کم‌فعالیتی است و از نظر واکنش‌پذیری در فلزات، خیلی پایین‌تر از فلزاتی مثل سدیم یا آهن جای می‌گیرد.

♦ کاربردهای طلا

زینر آلات و جواهرات، الکترونیک (چون رسانایی بالایی داشته و زنگ نمی‌زند)، پزشکی، صنعت فضایی (در کلاه فضانوردان) و ...

♦ استخراج طلا

طلا در طبیعت بیشتر به شکل فلزی و عنصری خود وجود دارد. این فلز معمولاً از سنگ‌های معدنی یا رسوبات رودخانه‌ای استخراج می‌شود. طلا می‌تواند به صورت کلوخه‌ها یا رگه‌های زرد لا به لای خاک یافت شود. مقدار آن در معادن طلا بسیار کم است. به طوری که برای استخراج مقدار کمی از آن باید از حجم انبوهی خاک معدن استفاده کرد. به همین دلیل پسماند بسیار زیادی تولید می‌شود. مجتمع طلای موه در اصفهان و زرشوران در آذربایجان غربی از منابع استخراج طلا در ایران هستند.

۷۱ ۴ آرایش الکترونی اتم گاز نجیب هلیوم به صورت $1s^2$ بوده و لایه ظرفیت آن شامل دو الکترون است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- در جدول تناوبی ۶ فلز قلیایی و ۶ فلز قلیایی خاکی وجود دارد.
- هر فلز قلیایی خاکی در مقایسه با فلز قلیایی هم‌دوره، واکنش‌پذیری کم‌تر و شعاع اتمی کوچک‌تری دارد.
- خصلت فلزی در یک گروه از بالا به پایین افزایش می‌یابد.

عنصرهای مورد نظر O و S هستند.

توضیحات:

تئوری گوگرد جامد بالاتر از نقطه جوش اکسیژن گازی شکل است. مولکولی SO_2 و SO_3 از این عناصر ساخته شده است. فسفر P به حالت جامد و O همانند N به حالت گازی است. آن که واکنش‌پذیرتر از گوگرد است شعاع اتمی کوچک‌تری دارد.

دوستانه

۸ عنصرهای اکسیژن و گوگرد

ویژگی	اکسیژن (O)	گوگرد (S)
حالت فیزیکی	گاز	جامد
فلز / نافلز	نافلز	نافلز
رسانایی الکتریکی	x	x
رسانایی گرما	x	x
چکش‌خواری	x	x
رفتار شیمیایی	تمایل به گرفتن و اشتراک الکترون	تمایل به گرفتن و اشتراک الکترون
نوع پیوند	پیوند یونی و پیوند کووالانسی	اغلب پیوند کووالانسی و پیوند یونی

۳ بررسی عبارت‌ها:

ستین شبه‌فلز دوره چهارم، Ge و آخرین فلز واسطه دوره Cd است. تفاوت عدد اتمی این دو عنصر برابر با ۱۶ بوده و بنابراین ۱۵ عنصر وجود دارد. بی‌ترین نافلز جامد دوره سوم، S و قوی‌ترین نافلز گازی شکل این C است و تفاوت عدد اتمی آن‌ها برابر با ۱ است. بی‌ترین فلز دوره چهارم، K و قوی‌ترین نافلز جامد دوره دوم، C تفاوت عدد اتمی آن‌ها برابر با ۱۳ است. $Al: [Ne] 3s^2 3p^1$ همان Al است. و ۱ الکترون‌های ظرفیت اتم آن برابر است با: $2(3+0) + 1(3+1) = 6 + 4 = 10$

۱ بررسی گزینه‌ها:

دوره چهارم (Ga) همانند اسکندیم (Sc) که نخستین d چهارم است، دارای ۳ الکترون ظرفیتی است.

ط یک کاتیون تک‌اتمی (Sc^{3+}) تشکیل می‌دهد و برای حد رومی استفاده نمی‌شود.

دوره (۴) و گروه (۳) اسکندیم همانند دو عنصر دیگر و گروه ۱، Sr : دوره ۵ و گروه ۲ برابر با ۷ است.

صم (Al) تنها فلزی است که عدد اتمی آن، همانند حول تناوبی برابر با ۱۳ است.

عبارت‌های نادرست:

F جزو عنصرهای دسته s است. f و حضور ندارند. عناصر این دو دسته، همگی فلزند.

یکی از ویژگی‌های فلزات بازتاب زیاد پرتوهای خورشیدی است. لایه بسیار نازک فلزات پرتوهای فرابنفش (UV) و فروسرخ (IR) را بازتاب می‌کند و از چشم و پوست قضاوت‌رسان در برابر آسیب پرتوها محافظت می‌کند.

شرایط دمایی واکنش هالوژن‌ها با گاز هیدروژن به صورت زیر است:

F₂: حتی در دمای ۲۳K به سرعت واکنش می‌دهد.

Cl₂: در دمای ۲۹۸K به آرامی واکنش می‌دهد.

Br₂: در دمای ۴۷۳K واکنش می‌دهد.

I₂: در دمای بالاتر از ۶۷۳K واکنش می‌دهد.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) سه هیدروژن هالید HF، HCl و HBr تشکیل می‌شود.

(۲) سه هیدروژن هالید HF، HCl و HI تشکیل می‌شود.

(۳) دو هیدروژن هالید HF و HBr تشکیل می‌شود.

(۴) سه هیدروژن هالید HF، HCl و HBr تشکیل می‌شود.

مطابق داده‌های سؤال، مجموعه مورد نظر به صورت زیر است:

شبه‌فلزها: ۷ عنصر

فلزها: ۷ عنصر

نافلزها: ۶ عنصر

گروه / دوره	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
۲	B	C	N	O
۳	Al	Si	P	S
۴	Ga	Ge	As	Se
۵	In	Sn	Sb	Te
۶	Tl	Pb	Bi	Po

با توجه به این‌که Al، Sn و Pb جزو فلزها و Si و Ge جزو شبه‌فلزها و با توجه به این نکته که شبه‌فلزها همانند مرزی بین فلزها و نافلزها قرار دارند، می‌توان این ۲۰ عنصر را دسته‌بندی کرد.

شبه‌فلزها: B، Si، Ge، As، Sb، Te و Po

فلزها: Al، Ga، In، Sn، Pb و Bi

نافلزها: C، N، O، P، S و Se

بررسی گزینه‌ها:

(۱) گروه ۱۶ شامل ۳ نافلز و ۲ شبه‌فلز است.

(۲) گروه ۱۳ شامل ۱ شبه‌فلز و ۴ فلز است.

(۳) In و Bi جزو فلزها هستند.

(۴) دوره پنجم شامل ۲ فلز و ۲ شبه‌فلز است.

فلز طلا به اندازه‌ای چکش‌خوار و نرم است که چند گرم از آن را می‌توان با چکش‌کاری به صفحه‌ای با مساحت چند متر مربع تبدیل کرد.

نخستین سری از عنصرهای دسته d (فلزهای واسطه) که در دوره چهارم جدول جای دارند، در زیر نشان داده شده است.

۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn

نماد شیمیایی وانادیوم (V) به صورت تک‌حرفی است.

فلزهای خاکی

فلزهای خاکی در گروه دوم جدول تناوبی قرار دارند. این فلزها شامل: (Be)، منیزیم (Mg)، کلسیم (Ca)، استرانسیم (Sr)، باریم (Ba) و رادیم (Ra) هستند.

فلزها «فلزهای خاکی» می‌گویند زیرا این فلزها و اکسید آن‌ها است فلزایی (بازی) دارند و واژه‌ی خاکی به دلیل این‌که بعضی از آن‌ها (Ca و Mg) در ترکیبات طبیعی خاک یافت می‌شوند.

ویژگی‌های فلزهای خاکی

ویژگی	توضیح
حالت فیزیکی	در دمای اتاق جامد
واکنش‌پذیری	کم‌تر از فلزهای قلیایی (گروه ۱)
تعداد الکترون در لایه ظرفیت	۲ الکترون در لایه ظرفیت
آرایش الکترونی لایه ظرفیت	ns^2

• شمار الکترون‌های ۳d در اتم عنصر X باید عددی زوج باشد و توان حالت‌های ۲، ۶، ۸ و ۱۰ الکترون را در نظر گرفت:

${}_{22}Ti$ ، ${}_{26}Fe$ ، ${}_{28}Ni$ ، ${}_{29}Cu$ ، ${}_{30}Zn$

این ترتیب شمار الکترون‌های ۳p در لایه ظرفیت اتم عنصر Z باید برابر ی از اعداد ۱، ۳، ۴ و ۵ باشد:

${}_{13}Al$ ، ${}_{15}P$ ، ${}_{16}S$ ، ${}_{17}Cl$

بررسی گزینه‌ها:

ناوت عدد اتمی X و Z، حداقل برابر با $22-13=9$ است.

ناوت عدد اتمی X و Z، حداکثر برابر با $30-17=13$ است.

یا فلز Al و یا یکی از نافلزهای S، P و Cl است.

Z گاز کربن باشد، X می‌تواند یکی از دو فلز Cu و Zn باشد.

بررسی عبارت‌های نادرست:

شتر نافلزها در دما و فشار اتاق، گازی شکل هستند.

فلزهای واسطه‌ای که در گروه هشتم جای دارند نیز همانند گازهای بی‌جز (He) دارای ۸ الکترون ظرفیتی است.

بررسی عبارت‌ها:

هالوژن‌ها، هر سه حالت فیزیکی از عنصرها وجود دارد.

ید لامپ چراغ‌های جلوی خودروها، از هالوژن‌ها استفاده می‌شود.

کدام از هالوژن‌ها همانند عنصرهای A و M، شامل ۷ فیتی است.

در طبیعت به حالت آزاد وجود ندارند.

بررسی عبارت‌ها:

نست جدول تناوبی فاقد عنصرهای واسطه بوده و هر کدام از و پنجم شامل ۱۰ عنصر واسطه هستند.

عنصرهای واسطه، فلز هستند.

خی اتم هر کدام از آن‌ها به زیرلایه‌ای با $l=0$ ختم می‌شود.

های زیرلایه d اتم جفت عنصر ${}_{24}Cr$ و ${}_{25}Mn$ همانند

و ${}_{30}Zn$ با هم برابر است.

فلزات واسطه

فلزات واسطه

فلزات واسطه در بخش میانی جدول تناوبی، یعنی دسته ۸، بین گروههای ۱۰ قرار دارند. در این عناصر، الکترون‌ها در زیرلایه d جای می‌گیرند.

ویژگی‌های اصلی فلزات واسطه

ویژگی	توضیح
رسانایی	گرمای و برق را به خوبی هدایت می‌کنند
چکش‌خواری	چکش‌خوار و انعطاف‌پذیر هستند
نقطه ذوب و جوش	نقطه ذوب و جوش بالایی دارند
چگالی	معمولاً سنگین و دارای چگالی بالایی هستند
سختی	اغلب سخت و مقاوم در برابر خراش هستند

تفاوت فلزات گروه اصلی

در مقایسه با فلزهای اصلی (دسته ۱) تعداد کاتیون‌های بیشتری به وجود می‌آورند:

کاتیون‌های دسته ۱: X^+ و X^{2+}

کاتیون‌های دسته ۸: $X^+, X^{2+}, X^{3+}, X^{4+}, X^{5+}, X^{6+}$

آهن: Fe^{2+} و Fe^{3+}

مس: Cu^+ و Cu^{2+}

کروم: Cr^{2+}, Cr^{3+} و Cr^{6+}

اغلب فلزهای واسطه برخلاف اکثر فلزهای اصلی که بی‌رنگ هستند، رنگی بوده و از آن‌ها برای کاربردهای گوناگونی استفاده می‌شود. برای مثال اسکندیم که در وسایل خانه مانند تلویزیون رنگی و برخی شیشه‌ها وجود دارد.

رنگی بودن ترکیبات

ترکیبات یونی فلزات واسطه معمولاً رنگی هستند، به دلیل:

۱ وجود الکترون‌های ناپایدار در زیرلایه d

۲ جذب نور و جهش الکترون‌ها در مدارهای انرژی

محلول Cu^{2+} ← آبی‌رنگ

محلول Fe^{3+} ← زرد مایل به قهوه‌ای

محلول Cr^{3+} ← سبز

مثال: