



کد مدرسه

دفترچه شماره ۱

آزمون

۶



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲

تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۹/۷

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	—	فصل ۵ (تا ابتدای پیوستگی، تا صفحه ۱۴۶)	فصل ۳
هندسه	—	فصل ۱ (درس ۳)	فصل ۲ (درس‌های ۲ و ۳: دایره و بیضی) (صفحه ۴۰ تا ۵۰)
گسسته	فصل ۷ (درس‌های ۲ و ۳: آمار)	فصل ۳ (آمار توصیفی)	فصل ۲ (تا ابتدای احاطه‌گری تا صفحه ۴۳)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴

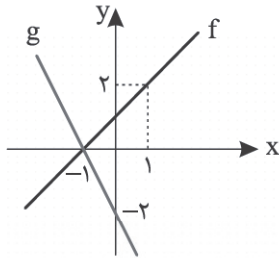
۱- با فرض $f(x) = \frac{2x - [-x]}{x+1}$ حاصل حد راست و حد چپ f در نقطه $x = -1$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- (۱) $+\infty$ و $-\infty$ (۲) $+\infty$ و $+\infty$ (۳) $+\infty$ و $+\infty$ (۴) $-\infty$ و $-\infty$

۲- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{abx+k}{(2x+a)(bx+\lambda)} = -\infty$ باشد، حداقل مقدار $[k]$ کدام است؟

- (۱) -15 (۲) -16 (۳) -31 (۴) -32

۳- نمودار توابع خطی f و g به صورت زیر است. حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|f^{-1}(2x)|}{x+g(x)}$ کدام است؟



(۱) $\frac{2}{3}$

(۲) 2

(۳) $-\frac{2}{3}$

(۴) -2

۴- اگر $f(x) = 2(x-\alpha)^2 + \beta$ و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{3-f(x)} = -\infty$ باشد، مقدار $\alpha\beta$ کدام است؟

- (۱) -8 (۲) -3 (۳) 3 (۴) 6

۵- اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}^+} \frac{f(x)}{2\cos x - 1} = -\infty$ باشد، ضابطه $f(x)$ کدام می تواند باشد؟

(۲) $[-2\sin \frac{x}{2}]$

(۱) $[2\sin \frac{x}{2}]$

(۴) $[-2\cos x]$

(۳) $[2\cos x]$

۶- اگر خط $y = 2$ مجانب تابع $f(x) = \frac{ax^2+bx}{x-3} + 2x$ باشد، نمودار f در مجاورت مجانب افقی خود چگونه است؟



۷- اگر $f(x) = \frac{2x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{x-1}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2f(x) + f(-2x))$ کدام است؟

- (۱) 7 (۲) 3 (۳) 9 (۴) 5

محل انجام محاسبات

۸- نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{x^2+mx+4}$ فقط یک مجانب قائم دارد. نمودار f اطراف مجانب قائم خود کدام نمی‌تواند باشد؟



۹- فرض کنید f و g دو تابع خطی غیر ثابت باشند. اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f}{g} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g}{f^{-1}}$ باشد، مقدار شیب خط g کدام است؟

- (۱) ± 1 (۲) ± 2 (۳) $\pm \frac{1}{2}$ (۴) $\pm \sqrt{2}$

۱۰- اگر $A(-1, 2)$ تنها نقطه برخورد مجانب‌های افقی و قائم تابع $f(x) = \frac{ax^2+1}{bx^2+4x+c}$ باشد، مقدار $\frac{a+b}{c}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

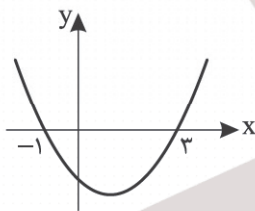
۱۱- تابع $f(x) = \frac{2x-a[x]}{x+[-2x]}$ در نقطه $x=2$ حد دارد. مقدار a کدام است؟

- (۱) -2 (۲) -4 (۳) ۲ (۴) ۴

۱۲- تابع $f(x) = a[x+2] + b[3-x]$ روی $\mathbb{R}$ در تمام نقاط حد دارد. اگر $a \neq 0$ باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow b} \frac{1}{a} f(x)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳- نمودار سهمی f به صورت زیر است. حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f''(x)}{f(1+2x)f(1-2x)}$ کدام است؟



- (۱) ۱

- (۲) ۲

- (۳) ۴

- (۴) $\frac{1}{4}$

۱۴- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax+1-\sqrt{2ax+1}}{x^2} = \frac{1}{18}$ باشد، مقدار $|a|$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۵- تابع $y = x + [2 \sin \frac{x}{2}]$ در $x = \frac{k\pi}{2}$ حد دارد. k کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۹

محل انجام محاسبات

۱۶- اگر $f(x) = \frac{x^3 + 2x + a}{x^2 - 1}$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(b)$ باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) $-2/5$ (۲) $-1/5$ (۳) $1/5$ (۴) $2/5$

۱۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \sqrt{\cos x}}{x^2}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۸- اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sqrt{\tan x}}{\cos^n 2x} = \frac{m}{n}$ باشد، مقدار $m + n$ کدام است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) $2/5$ (۴) $1/5$

۱۹- اگر شش ضلعی شکل زیر محاطی باشد آنگاه اندازه زاویه α چند درجه است؟



(۱) 115°

(۲) 120°

(۳) 125°

(۴) 130°

۲۰- چه تعداد از گزاره‌های زیر نادرست است؟

(الف) چهارضلعی حاصل از اتصال متوالی اوساط اضلاع مستطیل، یک چهارضلعی محیطی است.

(ب) مستطیل یک چهارضلعی محیطی است.

(ج) کایت یک چهارضلعی محیطی است.

(د) دوزنقه متساوی الساقین محاطی است.

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۲۱- یک دوزنقه متساوی الساقین با طول قاعده‌های a و $3a$ ، بر دایره‌ای به مساحت 12π محیط است. محیط این دوزنقه کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۲۴ (۳) ۳۲ (۴) ۴۸

۲۲- در یک مثلث متساوی الاضلاع با مساحت $4\sqrt{3}$ ، فاصله مراکز دوایر محاطی خارجی و محیطی کدام است؟

- (۱) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$

۲۳- مکان هندسی نقاطی از صفحه که مجموع مربعات فواصل آنها از دو نقطه $A(1, -1)$ و $B(2, 0)$ برابر ۱۲ باشد، دایره‌ای به شعاع R است. کدام است R ؟

- (۱) ۴ (۲) $\frac{\sqrt{14}}{2}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $\frac{\sqrt{22}}{2}$

محل انجام محاسبات

۲۴- دایره‌ای به شعاع $3\sqrt{2}$ بر نیمسازهای ناحیه اول و دوم مماس است. این دایره روی خط $x = 3$ و تری با کدام طول ایجاد می‌کند؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۷

۲۵- دایره‌ای به مرکز کانون بیضی و طول قطر فاصله کانونی، بر بیضی مماس است. طول قطر کوچک بیضی چند برابر شعاع دایره است؟

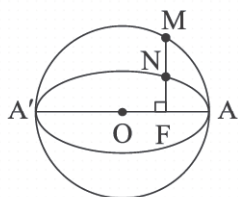
- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $3\sqrt{3}$ (۳) $4\sqrt{3}$ (۴) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

۲۶- نقطه متغیر M روی بیضی با کانون‌های F و F' و قطر کوچک به اندازه ۱۲ قرار دارد. در صورتی که محیط مثلث MFF' برابر ۳۶ باشد، بیشترین مساحت این مثلث برابر کدام است؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۵۶ (۳) ۳۶ (۴) ۴۲

۲۷- در شکل زیر قطر بزرگ بیضی بر یکی از قطرهای دایره منطبق است. از کانون F، خطی عمود بر قطر بزرگ بیضی رسم کرده‌ایم به گونه‌ای که بیضی و دایره را به ترتیب در نقاط N و M قطع می‌کند. اگر طول قطرهای کوچک و بزرگ بیضی به ترتیب ۴ و ۱۰ باشد،

طول پاره خط MN کدام است؟

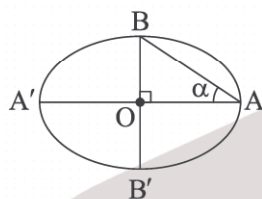


- (۱) ۱
(۲) $1/2$
(۳) $1/4$
(۴) $1/5$

۲۸- در بیضی با طول قطرهای ۸ و $2\sqrt{7}$ ، فاصله نقطه M روی بیضی از مرکز آن برابر ۳ است. فاصله M تا دورترین کانون برابر کدام است؟

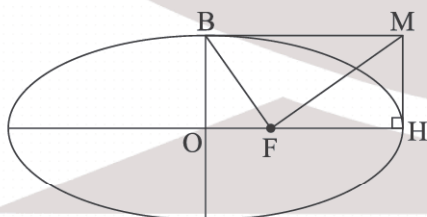
- (۱) $4 + \sqrt{2}$ (۲) $4 + 2\sqrt{2}$ (۳) $4 - \sqrt{2}$ (۴) $4 - 2\sqrt{2}$

۲۹- در شکل زیر، اگر خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{\sqrt{6}}{3}$ باشد، $\tan \alpha$ کدام است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
(۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۳۰- در بیضی شکل زیر، خروج از مرکز برابر $\frac{1}{3}$ است. اگر $FH = 2$ باشد، اندازه BM در مستطیل BMHO چقدر است؟ (F کانون بیضی است.)



- (۱) ۲
(۲) $2/25$
(۳) $2/5$
(۴) ۳

محل انجام محاسبات

۳۱- در گراف زیر اگر i و j دو رأس متمایز از گراف G باشند، آنگاه تعداد اعضای $N_G(i) \cap N_G(j)$ کدام یک از اعداد زیر نمی تواند باشد؟



(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۳۲- مجموع درجه رؤس گراف ساده G برابر ۶۴ و مجموع درجه رؤس مکمل آن گراف برابر ۱۱۸ است. حداکثر مقدار ممکن برای $\delta(\bar{G})$ کدام است؟

(۴) ۹

(۳) ۸

(۲) ۷

(۱) ۶

۳۳- گراف ساده G از مرتبه ۱۱ به صورت ۴-منتظم و ناهمبند است. با اضافه کردن حداکثر چند یال، آن گراف همچنان ناهمبند، باقی می ماند؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

۳۴- در گرافی از مرتبه ۱۰ مقدار δ برابر ۴ است. طول طولانی ترین مسیر ممکن در آن گراف را m می نامیم، حداقل مقدار ممکن برای m کدام است؟

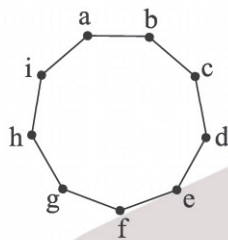
(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳

۳۵- در گراف زیر با رسم دو یال α و β گرافی حاصل می شود که آن گراف فقط دورهایی به طول های ۵، ۶، ۸ و ۹ خواهد داشت. برای $\{\alpha, \beta\}$ چند جواب یافت می شود؟



(۱) ۹

(۲) ۱۸

(۳) ۲۷

(۴) ۳۶

۳۶- کدام یک از گزاره های زیر ارزش درستی ندارد؟

(۱) «علم آمار» همان اعداد و ارقام است.

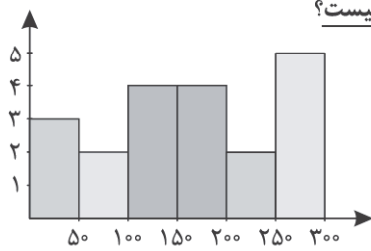
(۲) اولین قدم در استفاده از «علم آمار» جمع آوری داده ها است.

(۳) «نمونه» مجموعه ای است که زیرمجموعه «جامعه» باشد.

(۴) اندازه جامعه می تواند با اندازه نمونه یکسان باشد.

محل انجام محاسبات

۳۷- میزان شاخص کیفیت هوا در شهر تهران در ۲۰ روز اول مهرماه در بافت نگاشت زیر آمده است. اگر محدوده از ۱۵۰ به بالا ناسالم و ۲۵۰ به بالا خطرناک باشند، آنگاه در چند درصد از آن ایام، کیفیت هوا ناسالم بوده ولی خطرناک نیست؟



(۱) ۲۰

(۲) ۲۵

(۳) ۳۰

(۴) ۳۵

۳۸- در داده‌های ۵، ۸، ۹، ۱۲، ۲، m ، ۷، ۵، اگر حاصل $Q_1 + 2Q_2 + 3Q_3$ برابر ۴۷ باشد، آنگاه عدد طبیعی m کدام ویژگی را دارد؟

(۱) مربع کامل (۲) مکعب کامل (۳) عددی اول (۴) بخش‌پذیر بر ۵

۳۹- اگر به هر یک از داده‌های ۲، ۲، ۳، ۵ به اندازه دو برابر همان داده را اضافه کنیم، آنگاه واریانس داده‌های جدید کدام خواهد بود؟

(۱) $1/5$ (۲) ۳ (۳) $4/5$ (۴) $13/5$

۴۰- داده‌های ۱، ۲، ۳، ...، $4k+1$ را در نمودار جعبه‌ای قرار داده‌ایم. اگر ضریب تغییرات داده‌های سمت چپ جعبه ۶ برابر ضریب تغییرات داده‌های سمت راست جعبه باشد، آنگاه k کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

محل انجام محاسبات

دفترچه شماره ۲



کد مدرسه

آزمون

۶



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲

تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۹/۷

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۵۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۳۰	۴۱	۷۰	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۲۵	۷۱	۹۵	۲۵ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
فیزیک	—	فصل ۳	فصل ۳ (تا سرفصل موج)
شیمی	—	فصل ۱ (از صفحه ۲۸ تا انتهای فصل)	فصل ۲ (از صفحه ۵۰ تا انتهای فصل)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵

فیزیک

۴۱- ذره‌ای روی پاره‌خطی به طول 20 cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. به طوری که در هر دقیقه 120 بار طول پاره‌خط را طی می‌کند. اگر در لحظه $t = 0$ ، حرکت از یک سر این پاره‌خط شروع شود، در لحظه $t = \frac{25}{6}\text{ s}$ ، فاصله متحرک از نقطه تعادل چند سانتی‌متر می‌شود؟

- (۱) ۵ (۲) $5\sqrt{3}$ (۳) ۱۰ (۴) $10\sqrt{3}$

۴۲- چند مورد از گزاره‌های زیر نادرست است؟

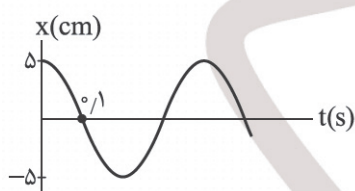
- (الف) هر نوسان دوره‌ای را می‌توان مجموعی از نوسان‌های سینوسی در نظر گرفت.
(ب) دامنه حرکت هماهنگ ساده دو برابر بیشینه فاصله جسم از نقطه تعادل است.
(ج) به نقطه تعادل نوسان اصطلاحاً نقطه بازگشت می‌گویند.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۳- در یک حرکت هماهنگ ساده در مدتی که انرژی پتانسیل سامانه در حال کاهش است چند مورد از کمیت‌های زیر در حال افزایش است؟

- (الف) تندی (ب) فاصله از وضع تعادل (ج) بزرگی شتاب
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۴۴- اگر نمودار مکان-زمان در یک حرکت هماهنگ ساده به صورت شکل زیر باشد، کدام جمله درست است؟



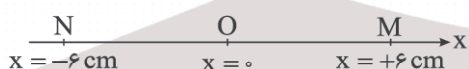
- (الف) بسامد حرکت $\frac{2}{5}$ هرتز است.
(ب) معادله مکان-زمان در SI به صورت $x = 0.5 \cos(10\pi t)$ است.

- (۱) فقط الف (۲) فقط ب (۳) الف و ب (۴) هیچ کدام

۴۵- وزنه‌ای به جرم 2 kg به انتهای یک فنر به ثابت $20 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$ بسته شده روی سطح افقی با اصطکاک ناچیز نوسان می‌کند. اگر بیشترین و کمترین طول فنر 55 cm و 47 cm باشد، معادله مکان-زمان متحرک در SI کدام است؟ ($\pi \approx \sqrt{10}$)

- (۱) $x = 0.8 \cos(5\pi t)$ (۲) $x = 0.4 \cos(5\pi t)$
(۳) $x = 0.8 \cos(10\pi t)$ (۴) $x = 0.4 \cos(10\pi t)$

۴۶- در یک حرکت هماهنگ ساده، مسیر حرکت پاره خط MN شکل زیر است. اگر متحرک در $t = 0$ از نقطه M شروع به حرکت کند و در $t = 0.12\text{ s}$ برای دومین بار از O عبور کند، در کدامیک از زمان‌های زیر حرکت کندشونده است؟



- (۱) $t = 0.1\text{ s}$
(۲) $t = 0.18\text{ s}$
(۳) $t = 0.06\text{ s}$
(۴) $t = 0.08\text{ s}$

محل انجام محاسبات

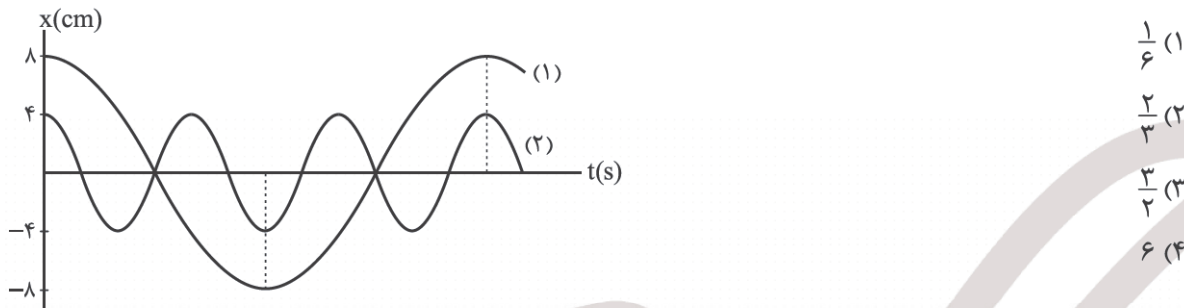
۴۷- در یک حرکت هماهنگ ساده وزنه - فنر، متحرک در هر دوره ۴۰ سانتی متر مسافت طی می کند و بیشترین مقدار انرژی پتانسیل کشسانی ۵ ژول است. اگر جرم وزنه ۲۵۰ گرم باشد، دوره حرکت چند میلی ثانیه است؟ ($\pi \approx \sqrt{10}$)

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۵۰ (۴) ۲۵۰

۴۸- گلوله یک آونگ ساده در هر دقیقه ۴۸ مرتبه از نقطه تعادل عبور می کند. طول این آونگ تقریباً چند سانتی متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$, $\pi \approx \sqrt{10}$)

- (۱) ۱۸۶ (۲) ۱۵۰ (۳) ۱۵۶ (۴) ۱۸۰

۴۹- نمودار مکان - زمان برای دو حرکت هماهنگ ساده به شکل زیر است. بیشینه تندی متحرک (۱) چند برابر بیشینه تندی متحرک (۲) است؟



- (۱) $\frac{1}{6}$
(۲) $\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{3}{2}$
(۴) ۶

۵۰- معادله مکان - زمان یک حرکت هماهنگ ساده در SI به صورت $x = 0.06 \cos(\frac{2\pi}{3}t)$ است. متحرک در مدت $t = \frac{1}{10}$ s تا $t = \frac{3}{10}$ s چند سانتی متر مسافت طی می کند؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۱۵

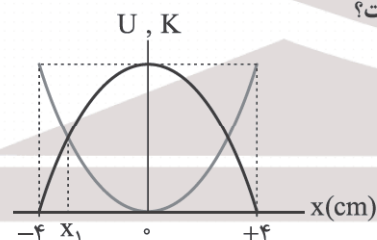
۵۱- نوسانگری روی پاره خطی به طول ۲۰ cm حرکت هماهنگ ساده انجام می دهد و در هر دقیقه ۲۰ مرتبه سرعتش صفر می شود. اندازه شتاب نوسانگر در لحظاتی که فاصله نوسانگر تا یک انتهای مسیر ۱ cm است، چند متر بر مجذور ثانیه می شود؟ ($\pi^2 \approx 10$)

- (۱) $\frac{1}{10}$ (۲) $\frac{1}{20}$ (۳) $\frac{3}{20}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۵۲- در یک حرکت هماهنگ ساده، تندی در نقطه تعادل $\frac{2\pi}{5}$ متر بر ثانیه و بزرگی شتاب در هر یک از دو انتهای مسیر $4\pi^2$ متر بر مجذور ثانیه است. در مدت ۱۰ ثانیه، متحرک چند متر مسافت طی می کند؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۶ (۴) ۸

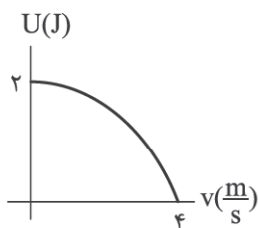
۵۳- در یک حرکت هماهنگ ساده، نوسانگر در هر ۸ ثانیه چهار نوسان انجام می دهد. نمودار انرژی های جنبشی و پتانسیل این نوسانگر بر حسب مکان به شکل زیر است. تندی نوسانگر در مکان $x = x_1$ چند سانتی متر بر ثانیه است؟



- (۱) 3π
(۲) 2π
(۳) $3\pi\sqrt{2}$
(۴) $2\pi\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات

۵۴- نمودار انرژی پتانسیل کشسانی بر حسب تندی وزنه در یک حرکت هماهنگ ساده وزنه - فنر به صورت زیر است. اگر دامنه حرکت سانتی متر باشد، جرم وزنه چند گرم و ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟



$$k = 1600 \frac{N}{m}, m = 250g \quad (1)$$

$$k = 1600 \frac{N}{m}, m = 500g \quad (2)$$

$$k = 800 \frac{N}{m}, m = 250g \quad (3)$$

$$k = 800 \frac{N}{m}, m = 500g \quad (4)$$

۵۵- اگر طول آونگ ساده ای را ۱۷ سانتی متر تغییر دهیم، تعداد نوسان های آن در هر دقیقه $\frac{9}{8}$ برابر می شود. قبل از تغییر طول آونگ،

بسامد نوسان آونگ چند هرتز بوده است؟ ($\pi^2 \approx g$)

$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$\frac{5}{3} \quad (3)$$

$$\frac{5}{9} \quad (2)$$

$$\frac{1}{9} \quad (1)$$

۵۶- معادله مکان - زمان نوسانگر وزنه - فنری در SI به صورت $x = 0.2 \cos(\frac{\pi}{4}t)$ است. در لحظه ای که انرژی جنبشی وزنه با انرژی

پتانسیل کشسانی برابر می شود، تندی وزنه چند سانتی متر بر ثانیه است؟ ($\pi \approx \sqrt{10}$)

$$5\sqrt{5} \quad (4)$$

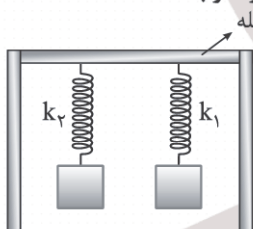
$$10\sqrt{10} \quad (3)$$

$$5\sqrt{10} \quad (2)$$

$$10\sqrt{5} \quad (1)$$

۵۷- در شکل زیر $m_1 = 1200g$, $m_2 = 2100g$ و $k_1 = 240 \frac{N}{m}$ است. برای آنکه در اثر نوسان یکی از سامانه های وزنه - فنر، دیگری هم به

نوسان در آید و دامنه نوسان بزرگی پیدا کند، بهترین حالت این است که ثابت فنر دوم (k_2) چند نیوتون بر متر باشد؟



$$330 \quad (1)$$

$$390 \quad (2)$$

$$420 \quad (3)$$

$$480 \quad (4)$$

۵۸- معادله مکان - زمان یک حرکت هماهنگ ساده در SI به صورت $x = 0.4 \cos(\frac{1}{3}\pi t)$ است. این نوسانگر در هر دقیقه چند متر

مسافت طی می کند؟

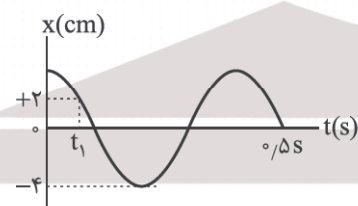
$$18 \quad (4)$$

$$16 \quad (3)$$

$$14 \quad (2)$$

$$12 \quad (1)$$

۵۹- نمودار مکان - زمان نوسانگری مطابق شکل زیر است. بزرگی شتاب نوسانگر در لحظه $t = t_1$ چند متر بر مربع ثانیه است؟ ($\pi^2 \approx 10$)



$$2 \quad (1)$$

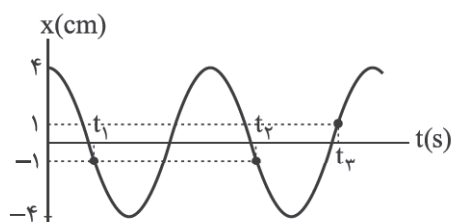
$$3 \quad (2)$$

$$4 \quad (3)$$

$$5 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

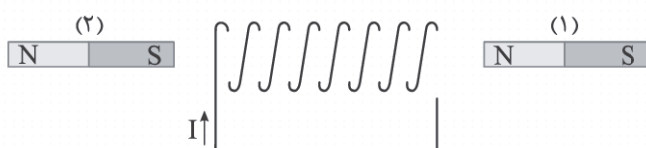
۶۰- نمودار مکان - زمان یک حرکت هماهنگ ساده به شکل زیر است. تندی متوسط در مدت t_1 تا t_3 چند برابر تندی متوسط در مدت t_1 تا t_2 است؟



(۱) ۱

(۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۶۱- اگر جریان الکتریکی مطابق شکل از سیملوله عبور کند، سیملوله آهنربای (۱) را و آهنربای (۲) را می کند.



(۱) جذب، دفع

(۲) جذب، جذب

(۳) دفع، دفع

(۴) دفع، جذب

۶۲- چه تعداد از جملات زیر درست هستند؟

(الف) مواد دیامغناطیسی به طور ذاتی فاقد دوقطبی های مغناطیسی اند.

(ب) مس و نقره از جمله مواد پارامغناطیسی هستند.

(ج) از نیکل و آهن در ساخت آهنرباهای الکتریکی استفاده می شود.

(د) میدان مغناطیسی خارجی باعث تغییر حجم حوزه های یک ماده فرومغناطیس می شود.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۶۳- چه تعداد از جملات زیر صحیح است؟

(الف) قطب S مغناطیسی زمین در شمال کره زمین قرار دارد ولی فاصله نسبتاً زیادی با قطب شمال جغرافیایی دارد.

(ب) اگر یک آهنربای میله ای را از طول به ۴ قسمت مساوی تقسیم کنیم، دوتا آهنربای میله ای و دوتا میله آهنی که آهنربا نیستند خواهیم داشت.

(ج) در آهنربای میله ای به شکل S-N تمامی خطوط میدان مغناطیسی واقع در صفحه شکل در جهت پادساعتگرد هستند.

(د) اگر آهنربای میله ای را از وسط آن با یک نخ آویزان کنیم، پس از مدتی کوتاه در راستای دقیق شمال - جنوب جغرافیایی قرار می گیرد.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۶۴- از سیمی به طول ۱۰۰m پیچۀ مسطحی به قطر ۸cm ساخته ایم. اگر از این پیچه جریان الکتریکی ۰/۰۶A عبور کند، اندازه میدان مغناطیسی در مرکز پیچه چند گاوس خواهد شد؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$)

(۴) ۳/۷۵

(۳) ۴/۲۵

(۲) ۴/۷۵

(۱) ۵/۲۵

محل انجام محاسبات

۶۵- میلهٔ رسانایی به جرم 2kg و طول 150 سانتی متر به صورت افقی از سقف اتاق آویخته شده و جریان 5 آمپر به طرف شرق از آن می‌گذرد. اگر در این محل، میدان مغناطیسی یکنواخت 8mT به صورت افقی و به طرف جنوب برقرار باشد بزرگی نیروی کشش هر یک از دو نخ که میله به آنها آویخته شده است چند نیوتون خواهد بود؟ ($g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و نیروی کشش نخ‌ها هم‌اندازه است).



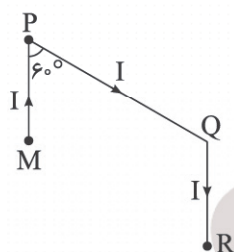
(۱) ۱۵

(۲) ۸

(۳) ۷

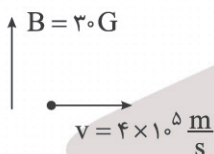
(۴) ۱۳

۶۶- مطابق شکل از سیم $MPQR$ جریان 4A در جهت نشان داده شده عبور می‌کند. اگر در این محل میدان مغناطیسی یکنواخت $2/5 \times 10^{-3}$ تسلا به صورت عمود بر صفحه کاغذ و درون سو ($\otimes$) برقرار باشد، بزرگی نیروی وارد بر کل سیم $MPQR$ چند نیوتون می‌شود؟ ($RQ = MP = 80\text{cm}$, $PQ = 200\text{cm}$)

(۱) $2\sqrt{3} \times 10^{-3}$ (۲) $\sqrt{3} \times 10^{-3}$ (۳) 2×10^{-3}

(۴) صفر

۶۷- یک ذرهٔ باردار با بار q در محلی که میدان مغناطیسی یکنواخت 30G مطابق شکل برقرار است با تندی $4 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در جهت نشان داده شده پرتاب می‌شود. اگر بخواهیم به وسیلهٔ یک میدان الکتریکی، اثر میدان مغناطیسی بر این ذره را خنثی کنیم جهت این میدان باید به چه صورت باشد و بزرگی آن چند ولت بر متر است؟

(۱) 7500 (۱)(۲) 7500 (۲)(۳) 1200 (۳)(۴) 1200 (۴)

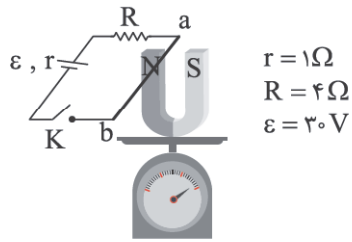
۶۸- سیم‌لوله‌ای شامل 250 حلقه است که دور یک لولهٔ پلاستیکی توخالی به طول 1 متر پیچیده شده است. اگر جریان گذرنده از سیم‌لوله 8A باشد، اندازهٔ میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله چند گاوس است؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$)

(۲) 4π (۱) 2π (۴) 12π (۳) 8π

محل انجام محاسبات

۶۹- در شکل زیر، طول بخشی از سیم که تحت تأثیر میدان مغناطیسی آهنربا قرار می‌گیرد (قطعه سیم ab) ۲۵ سانتی‌متر است و میدان مغناطیسی آهنربا را در این محل یکنواخت و عمود بر قطعه سیم ab با بزرگی $۱/۰$ تسلا در نظر می‌گیریم. با بستن کلید، عددی که

ترازو (نیروسنج) نشان می‌دهد چند نیوتون تغییر می‌کند؟



(۱) $۱۵N$ کم می‌شود

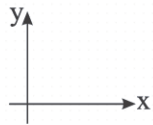
(۲) $۱۵N$ کم می‌شود

(۳) $۱۵N$ زیاد می‌شود

(۴) $۱۵N$ زیاد می‌شود

۷۰- اگر ذره‌ای با بار (-۴۰) نانوکولن در میدان مغناطیسی $\vec{B} = (۰/۳T)\vec{i}$ پرتاب شود و بر آن از طرف میدان مغناطیسی نیروی

$(۶ \times 10^{-5} N)$ در جهت $\otimes$ (عمود بر صفحه کاغذ و درون سو) وارد شود، بردار سرعت ذره کدام می‌تواند باشد؟



(۱) $\vec{v} = (۵ \times 10^{-4} \frac{m}{s})\vec{i}$

(۲) $\vec{v} = (۴ \times 10^{-4} \frac{m}{s})\vec{i}$

(۳) $\vec{v} = (-۵ \times 10^{-4} \frac{m}{s})\vec{j}$

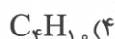
(۴) $\vec{v} = (-۴ \times 10^{-4} \frac{m}{s})\vec{j}$

۷۱- عبارت بیان شده در همه گزینه‌های زیر درست است، به جز

- (۱) عنصر اصلی سازنده نفت خام از طریق به اشتراک گذاشتن الکترون‌های لایه ظرفیت خود به آرایش هشت‌تایی می‌رسد.
- (۲) بیش از ۹۰ درصد نفت خام در نقش نخست آن یعنی تأمین انرژی مورد استفاده قرار می‌گیرد.
- (۳) نفت خام در تولید الیاف، شوینده‌ها، مواد آرایشی و بهداشتی، رنگ و پلاستیک به کار می‌رود.
- (۴) اتم‌های کربن می‌توانند به سایر اتم‌ها به روش‌های گوناگونی متصل شوند و دگرشکل‌های متفاوتی تولید کنند.

۷۲- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) شمار پیوندهای اشتراکی $C-H$ در ۴-اتیل - ۲، ۳-دی‌متیل هگزان و سیکلوآلکان دارای یازده اتم کربن برابر است.
 - (۲) نام آیوپاک آلکان $(CH_3)_2CH(CH_2)_3CH(C_2H_5)(CH_2)_2CH_3$ به صورت: ۶-اتیل - ۲-متیل نونان است.
 - (۳) اختلاف میان نقطه جوش وازلین و آلکان بعدی آن از اختلاف نقطه جوش میان هپتان و اوکتان بیشتر است.
 - (۴) در آلکان‌های راست‌زنجیر برخلاف آلکان‌های شاخه‌دار، هر اتم کربن حداکثر به دو اتم کربن دیگر متصل است.
- ۷۳- ۱/۲۵ لیتر از یک هیدروکربن گازی در شرایطی که حجم مولی گازها برابر با $25 L \cdot mol^{-1}$ است، ۲/۱ گرم جرم دارد؛ فرمول مولکولی این ترکیب در کدام گزینه به درستی آمده است؟ ($C = 12, H = 1: g \cdot mol^{-1}$)



۷۴- اگر در واکنش سوختن کامل آلکانی، نسبت ضریب استوکیومتری کربن دی‌اکسید به آب تولیدی برابر ۸/۰ باشد، شمار پیوندهای اشتراکی در این آلکان برابر با کدام است؟

۱۱ (۴)

۱۳ (۳)

۱۲ (۲)

۱۴ (۱)

۷۵- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟ ($C = 12, H = 1: g \cdot mol^{-1}$)

- (آ) ترکیبی با فرمول مولکولی C_nH_{2n} سیر نشده بوده و با گاز هیدروژن (H_2) واکنش می‌دهد.
- (ب) در واکنش تولید هگزان از ۱-هگزن، واکنش‌دهنده و فراورده مایع هر دو بی‌رنگ بوده و کاتالیزگر مصرفی فلز Ni است.
- (پ) تفاوت جرم مولی هر آلکان با آلکن هم‌کربن خود برابر با $2 g \cdot mol^{-1}$ است.
- (ت) درصد جرمی کربن در ترکیب زیر و ۲-هگزن یکسان است.



(۴) پ و ت

(۳) آ و ت

(۲) آ و ب

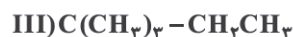
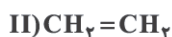
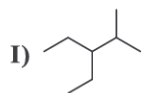
(۱) ب و پ

۷۶- مقایسه انجام شده در کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) شمار اتم‌های کربن نخستین آلکانی که در دما و فشار اتاق مایع است با شمار پیوندهای اشتراکی نخستین عضو خانواده آلکین‌ها برابر است.
- (۲) شمار خطوط موجود در فرمول پیوند - خط آلکانی با فرمول مولکولی C_nH_{2n+2} برابر n است.
- (۳) شمار اتم‌های هیدروژن در ساده‌ترین و نخستین عضو خانواده آلکان‌ها و گازی که به عنوان عمل‌آورنده در کشاورزی کاربرد دارد، برابر است.
- (۴) تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن و کربن در سوخت فندک با شمار اتم‌های کربن ترکیبی که سرگروه هیدروکربن‌های آروماتیک است، برابر است.

محل انجام محاسبات

۷۷- با توجه به ساختار هیدروکربن‌های زیر، عبارت بیان شده در کدام گزینه درست است؟



۱) گشتاور دوقطبی ترکیب I) برخلاف ترکیب III) در حدود صفر است و می‌توان از آن برای حفاظت از فلزها در برابر خوردگی استفاده کرد.

۲) تمایل هیدروکربن III) برای تبدیل شدن به حالت گاز نسبت به هیدروکربن I) بیشتر است.

۳) نام فراورده حاصل از واکنش هیدروکربن II) با مقدار کافی برم مایع، ۱، ۲-دی‌برومواتن است.

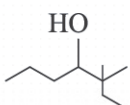
۴) مجموع اعداد به کار رفته در نام‌گذاری آلکان‌های I) و III) با یکدیگر برابر است.

۷۸- جرم مولی یک آلکن چهار برابر شمار اتم‌های موجود در فرمول مولکولی آلکان هم‌کربن آن است؛ از واکنش ۵٪ مول از این آلکن با

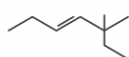
مقدار کافی گاز کلر (Cl_2)، چند گرم فراورده با بازده ۸۰ درصد به دست می‌آید؟ ($\text{Cl} = 35.5$, $\text{C} = 12$, $\text{H} = 1$: g.mol^{-1})

۱) ۶۳/۵ (۲) ۷۹/۴ (۲) ۵۵/۲ (۳) ۵۰/۸ (۴)

۷۹- در اثر واکنش آلکن A با ماده B ترکیب زیر به دست آمده است. با توجه به آن عبارت بیان شده در کدام گزینه نادرست است؟



۱) ماده B، آب (H_2O) بوده و کاتالیزگر این واکنش یکی از فرآورده‌های صنایع پتروشیمی می‌باشد.

۲) تنها ساختاری که می‌توان برای آلکن مورد استفاده در نظر گرفت، به صورت  است.

۳) در این واکنش مولکول B به اتم‌های کربن پیوند دوگانه در آلکن A اضافه شده و هیدروکربنی سیر شده تولید شده است.

۴) اگر در این واکنش به جای آلکن A از گاز اتن استفاده شود، فراورده تولیدی نوعی حلال صنعتی بی‌رنگ و فرار است.

۸۰- از واکنش کامل نوعی آلکین با ۳۲ گرم برم مایع، ۴۰٪ گرم فراورده سیر شده به دست آمده است. تفاوت جرم مولی این آلکین و

پنجمین عضو خانواده آلکن‌ها برابر کدام است؟ ($\text{Br} = 80$, $\text{C} = 12$, $\text{H} = 1$: g.mol^{-1})

۱) ۱۰ (۱) ۲ (۲) ۱۲ (۳) ۴ (۴)

۸۱- عبارت بیان شده در همه گزینه‌های زیر درست است، به جز ($\text{C} = 12$, $\text{H} = 1$: g.mol^{-1})

۱) در اثر واکنش کامل نفتالن با مقدار کافی گاز هیدروژن، ترکیبی به دست می‌آید که شمار اتم‌های هیدروژن آن با شمار اتم‌های کربن گریس برابر است.

۲) نسبت جرم اتم‌های کربن به هیدروژن در همه سیکلوآلکان‌ها یکسان و برابر ۶ است.

۳) در ساختار ۱- بوتن و ۲- بوتن هر سه نوع گروه CH_3 ، CH_2 و CH وجود دارد.

۴) اگر به جای نیمی از اتم‌های هیدروژن در ساختار دومین عضو خانواده آلکین‌ها گروه متیل قرار گیرد، جرم مولی آن ۷۰ درصد افزایش می‌یابد.

۸۲- عبارت بیان شده در کدام گزینه نادرست است؟

۱) فرایند پالایش نفت خام پس از جداکردن نمک‌ها، اسیدها و آب موجود در آن انجام می‌شود.

۲) مواد پتروشیمیایی از جمله مولکول‌های سبک و فرار موجود در نفت خام هستند که از قسمت‌های بالایی برج تقطیر خارج می‌شوند.

۳) هیدروکربن‌های موجود در نفت خام به صورت مخلوط‌هایی با نقطه جوش نزدیک به یکدیگر جداسازی می‌شوند.

۴) جایگزینی نفت با زغال سنگ سبب ورود آلاینده‌های SO_2 و NO_2 به جای آلاینده CO_2 به هواکره می‌شود.

محل انجام محاسبات

۸۳- اکسایش گاز هیدروژن در سلول سوختی بازدهی نزدیک به درصد دارد و یکی از چالش‌ها در استفاده از سلول سوختی هیدروژن = اکسیژن، تأمین گاز مصرفی در آنها است.

(۱) $H_2 - 20$ (۲) $H_2 - 60$ (۳) $O_2 - 20$ (۴) $O_2 - 60$

۸۴- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) اتم کربن در ترکیب $KHCO_3$ فقط می‌تواند در نقش اکسنده در واکنش‌های اکسایش - کاهش شرکت کند.
 (۲) جمع جبری عدد اکسایش اتم‌های اکسیژن در OF_2 و H_2O_2 برابر (۲-) است.
 (۳) عدد اکسایش اتم مرکزی در یون نیترات (NO_3^-) و یون آمونیوم (NH_4^+) متفاوت است.
 (۴) در تبدیل یون ClO_2^- به ClO_4^- ، عدد اکسایش اتم کلر، ۴ واحد افزایش می‌یابد.
 ۸۵- پس از موازنه معادله واکنش اکسایش - کاهش زیر، نسبت مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها به فراورده‌ها برابر کدام است و اختلاف جرم مولی گونه اکسنده و کاهنده مصرفی در این واکنش برابر با چند گرم بر مول است؟

($Pb = 207$, $S = 32$, $O = 16$, $H = 1$: $g \cdot mol^{-1}$)

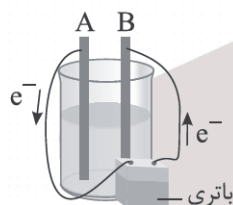


(۱) $32 - 2$ (۲) $16 - 1/5$ (۳) $16 - 2$ (۴) $32 - 1/5$

۸۶- کدام گزینه جمله زیر را به درستی تکمیل نمی‌کند؟

«در سلول‌های الکترولیتی،»

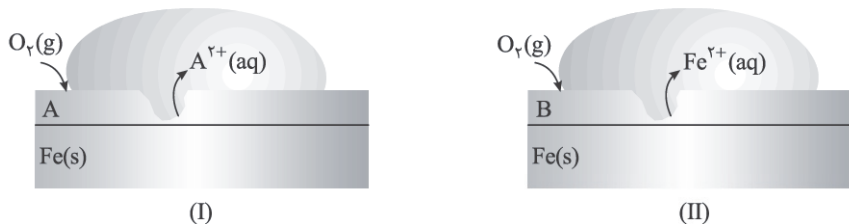
- (۱) دو الکتروود که اغلب گرافیتی هستند، درون یک الکترولیت قرار دارند.
 (۲) الکترولیت مصرفی یک محلول یونی یا یک ترکیب یونی مذاب است.
 (۳) همانند سلول‌های گالوانی، جهت حرکت الکترون در مدار بیرونی از آند به کاتد است.
 (۴) در نیم‌واکنش انجام شده در سطح الکتروودی که به قطب مثبت باتری متصل است، الکترون مصرف می‌شود.
 ۸۷- با توجه به شکل زیر که مربوط به فرایند برقکافت آب است، عبارت بیان شده در کدام گزینه نادرست است؟



- (۱) نیم‌واکنش انجام شده در A معکوس نیم‌واکنش انجام شده در کاتد سلول سوختی هیدروژن = اکسیژن است.
 (۲) الکترولیت مصرفی در این فرایند می‌تواند محلول رقیق $NaCl$ در آب باشد.
 (۳) در معادله کلی واکنش انجام شده، همه گونه‌های شرکت‌کننده در واکنش مولکول خنثی بوده و شمار الکترون‌های ظرفیت اتم‌ها در واکنش تغییر نمی‌کند.
 (۴) در شرایط یکسان، مجموع حجم گازهای تولیدی در قسمت‌های A و B، سه برابر حجم گاز تولیدی در قسمت B است.
 ۸۸- در ارتباط با فرایند برقکافت سدیم کلرید مذاب همه گزینه‌های زیر درست هستند، به جز
 (۱) نسبت شمار مول‌های فراورده کاتدی به شمار مول‌های فراورده آندی برابر ۲ است.
 (۲) افزودن مقداری $CaCl_2$ به سدیم کلرید مصرفی، سبب کاهش دمای ذوب آن می‌شود.
 (۳) جهت حرکت آنیون‌ها از درون الکترولیت مذاب با جهت حرکت الکترون‌ها از طریق مدار بیرونی یکسان است.
 (۴) فراورده تولیدی در قطب مثبت این سلول و سلول الکترولیتی مورد استفاده در تهیه فلز منیزیم از آب دریا یکسان است.

محل انجام محاسبات

۸۹- با توجه به شکل‌های زیر که ورقه آهنی پوشیده شده با فلزهای A و B را نشان می‌دهد، عبارت بیان شده در کدام گزینه نادرست است؟



(۱) emf فرایند انجام شده در محل خراش در شکل (II) نسبت به شکل (I) بیشتر است.

(۲) در شکل (I) برخلاف شکل (II) حفاظت کاتدی از فلز آهن انجام می‌شود.

(۳) در شکل (II) گاز O₂ در حضور مولکول H₂O در سطح فلز B الکترون دریافت می‌کند.

(۴) از ورقه آهنی نشان داده شده در شکل (I) و (II) به ترتیب در ساخت تانکر آب و قوطی روغن نباتی استفاده می‌شود.

۹۰- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

(آ) در نمودار زیر، X می‌تواند جرم تیغه آندی در برقکافت سدیم کلرید مذاب و یا $[Ag^+]$

در فرایند آبکاری یک قاشق فولادی با تیغه‌ای از فلز نقره و محلول $AgNO_3$ باشد.



(ب) در فرایند هال همانند آبکاری فلزها، جهت حرکت الکترون‌ها از قطب مثبت به سمت قطب منفی سلول است.

(پ) برای انجام فرایند آبکاری با فلز طلا، E° وسیله فلزی حتماً باید بیشتر از E° طلا باشد.

(ت) در فرایند هال، آلومینیم که فلزی مقاوم در برابر خوردگی است، در بخش آندی و به صورت مذاب تولید می‌شود.

(۱) آ و ت (۲) ب و پ (۳) پ و ت (۴) آ و ب

۹۱- اگر انرژی الکتریکی حاصل از سلول سوختی هیدروژن در فرایند هال استفاده شود، در این فرایند جرم تیغه‌های آندی ۶۰ درصد

کاهش یابد، مجموع جرم واکنش دهنده‌های مصرفی در سلول سوختی با بازدهی ۸۰ درصد برحسب کیلوگرم برابر کدام است؟ (سلول

الکترولیتی مورد استفاده در فرایند هال دارای ۱۰ الکتروگرافیتی است که جرم اولیه هر یک از آنها برابر ۴۰۰ گرم است و

($C = 12, O = 16, H = 1: g.mol^{-1}$)

(۱) ۷/۲ (۲) ۹ (۳) ۱۵ (۴) ۱۲/۴

۹۲- جرم فلز نقره تولیدی به ازای مصرف ۴۶/۴ گرم گونه اکسند در باتری‌های دگمه‌ای روی-نقره $Zn(s) + Ag_2O(s) \rightarrow ZnO(s) + 2Ag(s)$ ،

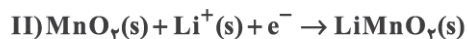
با جرم الکتروگرافیتی در فرایند آبکاری یک وسیله فلزی برابر است. به ازای مبادله 3×10^{22} الکترون در فرایند آبکاری، جرم تیغه آندی چند

درصد کاهش می‌یابد؟ ($Ag = 108, Zn = 65, O = 16: g.mol^{-1}$)

(۱) ۱۲/۵ (۲) ۱۸ (۳) ۳۲ (۴) ۲۵/۵

محل انجام محاسبات

۹۳- اگر کاتد نوعی باتری لیتیومی که در تلفن همراه به کار می‌رود، حاوی $\text{MnO}_2(\text{s})$ باشد، نیم‌واکنش‌های انجام‌شده به شکل زیر خواهند بود:



با توجه به آن، همه گزینه‌های زیر درست هستند، به جز

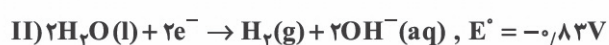
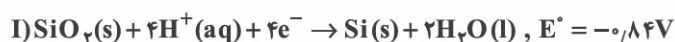
(۱) اندازه تغییر عدد اکسایش گونه کاهنده و اکسنده در این باتری برابر است.

(۲) در فرایند تولید انرژی در این باتری، یون‌های Li^+ و الکترون‌ها از آند به کاتد مهاجرت می‌کنند.

(۳) هنگام شارژ کردن باتری، فلز لیتیم در بخش آندی تشکیل می‌شود.

(۴) هنگامی که تلفن یا رایانه همراه روشن است، باتری نقش سلول گالوانی را دارد.

۹۴- با توجه به نیم‌واکنش‌های زیر، کدام گزینه در ارتباط با سلول نور الکتروشیمیایی نادرست است؟



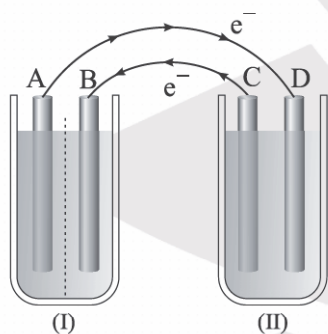
(۱) نیم‌واکنش کاتدی انجام‌شده در این سلول همانند نیم‌واکنش کاتدی انجام‌شده در فرایند برقکافت آب است.

(۲) در بخش آندی این سلول همانند سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن، یون هیدرونیوم تولید می‌شود.

(۳) شمار الکترون‌های مبادله‌شده به ازای مصرف هر مول گونه کاهنده، در این فرایند و در سلول سوختی متان - اکسیژن برابر است.

(۴) در واکنش انجام‌شده در این سلول، افزون بر گاز هیدروژن، ترکیب SiO_2 نیز تولید می‌شود.

۹۵- با توجه به شکل زیر که اتصال یک سلول گالوانی و یک سلول الکتrolیتی را به یکدیگر نشان می‌دهد، کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟



(آ) اگر سلول (I)، سلول روی - مس باشد، یون‌های Zn^{2+} با گذر از دیواره متخلخل به سمت الکترود B حرکت می‌کنند.

(ب) الکترود C، آند و الکترود A، قطب مثبت سلول است.

(پ) اگر الکترولیت سلول (II) ترکیب LiBr(l) باشد، اطراف الکترود D، Br_2 تولید می‌شود.

(ت) در الکترود B همانند الکترود D، نیم‌واکنش کاهش انجام می‌شود.

- | | |
|-----------|-----------|
| (۱) آ و ت | (۲) ب و پ |
| (۳) آ و پ | (۴) ب و ت |



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۶
۷ آذر ۱۴۰۴



پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان	حسین شفیع زاده – مهرداد کیوان		ابوالفضل فروغی – مهدیار شریف
۲	هندسه	مهریار راشدی	امیر حسین ابومحبوب – احمد رضا فلاح حسن محمدبیگی	داریوش امیری – مهدیار شریف
۳	گسسته	رسول حاجی زاده	رسول حاجی زاده – محمد جمال صادقی	داریوش امیری – پارسا رضایی
۴	فیزیک	علی نعیمی	علی پیمانی – فرهنگ رضائیا – علی نعیمی	مهدیار شریف – هادی یزدیان
۵	شیمی	مسعود جعفری	محبوبه بیگ محمدی – هادی مهدی زاده	پرهام امیری – حسن تاشلی پور

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b - 6 = 2 \Rightarrow b = 8$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{2x}{x-3} = 2 + \frac{6}{x-3}$$

$$\begin{cases} x \rightarrow +\infty : f(x) > 2 \\ x \rightarrow -\infty : f(x) < 2 \end{cases}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۸)

۷. گزینه ۴ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(-2x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x + \sqrt{4x^2 - 2x + 1}}{-2x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x - 2x}{-2x} = 3$$

$$\Rightarrow 2 \times 1 + 3 = 5$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

۸. گزینه ۴ صحیح است.

حالت اول: یکی از ریشه‌های مخرج، پس $x = -1$ است، پس $m = 5$

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2 + 5x + 4} = \frac{x+1}{(x+1)(x+4)} = \frac{1}{x+4}$$

حالت دوم: مخرج ریشه مضاعف دارد، پس $m = \pm 4$ است.

$$f(x) = \frac{x+1}{(x+2)^2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty$$

$$f(x) = \frac{x+1}{(x-2)^2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۵)

۹. گزینه ۱ صحیح است.

فرض کنید $f(x) = ax + b$ و $g(x) = cx + d$ باشد، در این صورت

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x - \frac{b}{a}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f}{g} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + b}{cx + d} = \frac{a}{c}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g}{f^{-1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{cx + d}{\frac{1}{a}x - \frac{b}{a}} = \frac{c}{\frac{1}{a}} = ac$$

$$\Rightarrow \frac{a}{c} = ac \xrightarrow{a \neq 0} c = \pm 1$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

۱۰. گزینه ۲ صحیح است.

مخرج کسر تنها دارای ریشه مضاعف $x = -1$ است، پس:

$$bx^2 + 4x + c = b(x+1)^2 \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ c = 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{a}{b} = \frac{a}{2} = 2 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow \frac{a+b}{c} = 3$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۹)

حسابان

۱. گزینه ۱ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x}{x+1} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-1}{x+1} = \frac{-3}{0^-} = +\infty$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۵)

۲. گزینه ۴ صحیح است.

در هر دو طرف $x = 2$ حاصل حد برابر $-\infty$ است. پس $x = 2$ ریشه مضاعف مخرج است.

$$\begin{cases} 2x + a = 0 \\ bx + 8 = 0 \end{cases} \xrightarrow{x=2} \begin{cases} a = -4 \\ b = -4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{16x + k}{(2x-4)(-4x+8)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{16x + k}{-8(x-2)^2}$$

$$= \frac{32 + k}{0} = -\infty \Rightarrow 32 + k > 0 \Rightarrow k > -32 \Rightarrow [k] \geq -32$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۱)

۳. گزینه ۲ صحیح است.

معادلات f و g را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} f(x) = x+1 \\ g(x) = -2x-2 \end{cases} \Rightarrow f^{-1}(x) = x-1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|f^{-1}(2x)|}{x+g(x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|2x-1|}{x-2x-2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{-x-2} = 2$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۶)

۴. گزینه ۳ صحیح است.

نمودار مخرج در مجاورت $x = 1$ به صورت زیر است:



$$y = 3 - f(x) = 3 - \beta - 2(x - \alpha)^2 \Rightarrow \begin{cases} 3 - \beta = 0 \Rightarrow \beta = 3 \\ \alpha = 1 \end{cases}$$

پس $\alpha\beta = 3$ است.

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۴۹ و ۵۱)

۵. گزینه ۱ صحیح است.

در همسایگی راست $\frac{\pi}{3}$ ، مخرج کسر منفی است، پس $f(x)$ باید مثبت باشد.

بررسی گزینه‌ها:

$$۱) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}^+} [2 \sin \frac{x}{2}] = [1^+] = 1 \quad \checkmark$$

$$۲) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}^+} [-2 \sin \frac{x}{2}] = [-1^-] = -2 \quad \times$$

$$۳) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}^+} [2 \cos x] = [1^-] = 0 \quad \times$$

$$۴) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}^+} [-2 \cos x] = [-1^+] = -1 \quad \times$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۶. گزینه ۳ صحیح است.

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + 2x^2 - 6x}{x-3}$$

صورت نباید درجه ۲ باشد، پس $a = -2$ است.

$$f(x) = \frac{(b-6)x}{x-3}$$



۱۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{4-2a}{2-5} = \frac{2a-4}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \frac{4-a}{2-4} = \frac{a-4}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2a-4}{3} = \frac{a-4}{2} \Rightarrow 4a-8 = 3a-12 \Rightarrow a = -4$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۲۶)

۱۲. گزینه ۴ صحیح است.

نکته: تابع $y = k([x] + [-x])$ در تمام نقاط حد دارد.

$$f(x) = a[x] + 2a + 3b + b[-x]$$

$$\Rightarrow a = b \Rightarrow f(x) = a([x] + [-x]) + 5a$$

$$\lim_{x \rightarrow b} \frac{1}{a} f(x) = \frac{1}{a} (-a + 5a) = 4$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۱۲۶ و ۱۲۹)

۱۳. گزینه ۴ صحیح است.

ضابطه f را می‌نویسیم:

$$f(x) = a(x+1)(x-3)$$

$$f(1+2x) = a(2+2x)(2x-2)$$

$$f(1-2x) = a(2-2x)(-2x-2)$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{a^2(x+1)^2(x-3)^2}{a^2(2+2x)(-2x-2)(2x-2)(-2x-2)}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{a^2(x+1)^2(x-3)^2}{16a^2(x+1)^2(x-1)^2} = \frac{16}{16 \times 4} = \frac{1}{4}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۲۶)

۱۴. گزینه ۳ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(ax+1-\sqrt{2ax+1})(ax+1+\sqrt{2ax+1})}{x^2(ax+1+\sqrt{2ax+1})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(ax+1)^2 - 2ax - 1}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^2x^2}{2x^2} = \frac{a^2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{2} = \frac{1}{18} \Rightarrow a^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow |a| = \frac{1}{3}$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۱۴۲ و ۱۴۴)

۱۵. گزینه ۴ صحیح است.

اگر عبارت داخل براکت صحیح شود آنگاه تابع حد ندارد. (به جز ماکزیمم و مینییم)

نقطه‌ای که حد دارد و داخل براکت صحیح می‌شود:

$$2 \sin \frac{x}{2} = \pm 2$$

$$\Rightarrow \sin \frac{k\pi}{6} = \pm 1 \Rightarrow \frac{k\pi}{6} = n\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow k = 6n + 3$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۲۷)

۱۶. گزینه ۱ صحیح است.

به شرطی f در $x=1$ حد دارد که صورت کسر برابر صفر باشد، پس $a = -3$ است.

$$f(x) = \frac{x^3 + 2x - 3}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)(x^2 + x + 3)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2 + x + 3}{x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{5}{2} = f(b) = \frac{b^2 + b + 3}{b+1}$$

$$\Rightarrow 2b^2 - 3b + 1 = 0 \Rightarrow b = \frac{1}{2} \Rightarrow a + b = -\frac{5}{2}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۲۴)

۱۷. گزینه ۲ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x - \sqrt{\cos x})(\cos x + \sqrt{\cos x})}{x^2(\cos x + \sqrt{\cos x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \cos x}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\cos x(1 - \cos x)}{2x^2}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\cos x \times \frac{x^2}{2}}{2x^2} = -\frac{1}{4}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۴۴)

۱۸. گزینه ۴ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(1 - \sqrt{\tan x})(1 + \sqrt{\tan x})}{(\cos^2 x - \sin^2 x)^n(1 + \sqrt{\tan x})}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \tan x}{2(\cos^2 x - \sin^2 x)^n} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{2(\cos^2 x - \sin^2 x)^n}$$

به شرطی حد وجود دارد که $n=1$ باشد:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{2 \cos x (\cos^2 x - \sin^2 x)}$$

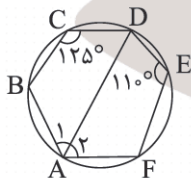
$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1}{2 \cos x (\cos x + \sin x)} = \frac{1}{2} \Rightarrow m = \frac{1}{2} \Rightarrow m + n = 1/5$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۱۴۳ و ۱۴۴)

هندسه

۱۹. گزینه ۳ صحیح است.

شش ضلعی ABCDEF محاطی است. پس دایره‌ای از رئوس آن می‌گذرد. با رسم این دایره نتیجه می‌گیریم چهارضلعی‌های ABCD و ADEF محاطی هستند.



می‌دانیم در چهارضلعی محاطی زوایای مقابل مکمل اند، پس:

$$\left. \begin{aligned} \text{محاتی } ABCD &\Rightarrow \hat{A}_1 + 125^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 = 55^\circ \\ \text{محاتی } ADEF &\Rightarrow \hat{A}_2 + 110^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_2 = 70^\circ \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع می‌کنیم}} \alpha = 125^\circ$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۷)

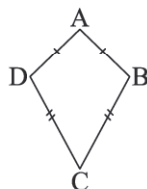
۲۰. گزینه ۴ صحیح است.

بررسی موارد:

(الف) درست، چهارضلعی حاصل از اتصال متوالی اوساط اضلاع مستطیل، لوزی است که یک چهارضلعی محیطی است (زیرا مجموع دو ضلع مقابل لوزی با مجموع دو ضلع مقابل دیگر برابر است).

(ب) نادرست، مستطیل یک چهارضلعی محاطی است زیرا زوایای مقابل آن مکمل‌اند.

(ج) درست



$$\left. \begin{aligned} AB &= AD \\ DC &= BC \end{aligned} \right\} \Rightarrow AB + DC = AD + BC$$

کایت یک چهارضلعی محیطی است.



$$\begin{aligned}(x-1)^2 + (y+1)^2 + (x-2)^2 + (y-0)^2 &= 12 \\ \Rightarrow (x^2 - 2x + 1) + (y^2 + 2y + 1) + (x^2 - 4x + 4) + y^2 &= 12 \\ \Rightarrow 2x^2 + 2y^2 - 6x + 2y - 6 &= 0 \\ \Rightarrow x^2 + y^2 - 3x + y - 3 &= 0\end{aligned}$$

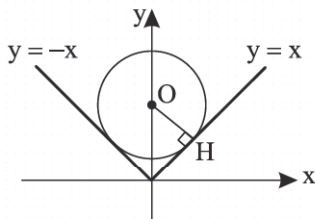
شعاع این دایره برابر است با:

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{(-3)^2 + 1^2 - 4(-3)} = \frac{\sqrt{22}}{2}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۲۴. گزینه ۲ صحیح است.

مرکز دایره‌ای که بر نیمسازهای ناحیه اول و دوم مماس است روی محور y ها قرار دارد.



فرض کنیم مرکز دایره نقطه $O(0, \beta)$ باشد.

فاصله مرکز O تا خط $y = x$ برابر شعاع دایره یعنی $3\sqrt{2}$ است.

$$OH = 3\sqrt{2} \Rightarrow \frac{|\beta|}{\sqrt{1+1}} = 3\sqrt{2} \Rightarrow |\beta| = 6 \Rightarrow \beta = 6 \text{ یا } \beta = -6$$

چون مرکز دایره در قسمت مثبت محور y ها قرار دارد پس $\beta = 6$ قابل قبول است. بنابراین مرکز دایره $O(0, 6)$ است، بنابراین:

$$(x-0)^2 + (y-6)^2 = (3\sqrt{2})^2 = 18$$

اکنون دایره را با خط $x = 3$ قطع می‌دهیم. داریم:

$$9 + (y-6)^2 = 18 \Rightarrow (y-6)^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} y-6 = 3 \Rightarrow y = 9 \\ y-6 = -3 \Rightarrow y = 3 \end{cases}$$

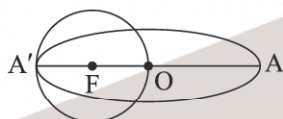
پس طول وتری که خط $x = 3$ بر این دایره ایجاد می‌کند برابر $9 - 3 = 6$ است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۳)

۲۵. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به آنکه دایره مورد نظر از مرکز بیضی می‌گذرد.

پس: $A'F = OF$



$$a - c = c \Rightarrow a = 2c, a^2 = b^2 + c^2$$

بنابراین:

$$(2c)^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow b = \sqrt{3}c$$

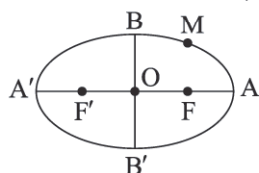
شعاع دایره برابر c و قطر کوچک بیضی برابر $2b$ است، پس:

$$\frac{\text{قطر کوچک بیضی}}{\text{شعاع دایره}} = \frac{2b}{c} = \frac{2\sqrt{3}c}{c} = 2\sqrt{3}$$

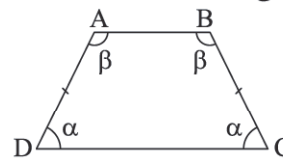
(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۷)

۲۶. گزینه ۱ صحیح است.

محیط مثلث MFF' همواره برابر است با:

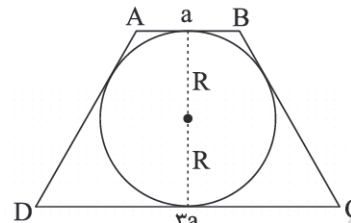


(د) درست، در دوزنقه متساوی الساقین $\hat{A} + \hat{C} = \hat{B} + \hat{D}$ است. بنابراین دوزنقه متساوی الساقین محاطی است.



(هندسه یازدهم، صفحه ۲۸)

۲۱. گزینه ۳ صحیح است.



می‌دانیم هرگاه دوزنقه متساوی الساقینی بر یک دایره محیط باشد، آنگاه قطر دایره محاطی واسطه هندسی بین قاعده‌های دوزنقه است. با توجه به این نکته و فرض سؤال داریم:

$$S_{\text{دایره}} = 12\pi \Rightarrow \pi R^2 = 12\pi \Rightarrow R^2 = 12$$

$$(2R)^2 = a \times 3a \Rightarrow 4R^2 = 3a^2 \Rightarrow 4 \times 12 = 3a^2$$

$$\Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$$

در چهارضلعی محیطی، مجموع اندازه‌های هر دو ضلع مقابل برابر مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل دیگر است، پس می‌توان نوشت:

$$2(AB + CD) = 2(a + 3a) = 8a = 8 \times 4 = 32$$

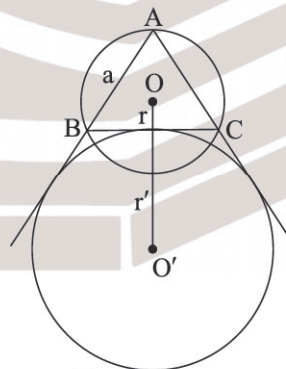
(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۲۲. گزینه ۱ صحیح است.

شعاع دایره محاطی خارجی یک مثلث متساوی الاضلاع برابر

$$\frac{S}{P-a} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{3a}{2} - a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

مثلث است.



$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 4\sqrt{3} \Rightarrow a = 4$$

$$OO' = \frac{1}{3} \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \right) + \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{6} + \frac{4\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{16\sqrt{3}}{6} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۳۰)

۲۳. گزینه ۴ صحیح است.

فرض کنید نقطه $M(x, y)$ متعلق به این مکان هندسی باشد. در این صورت طبق فرض سؤال داریم:

$$AM^2 + BM^2 = 12$$



$$\Rightarrow x^2 + 64 + x^2 - 16x = 36 \Rightarrow 2x^2 - 16x + 28 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x + 14 = 0$$

اکنون جوابهای این معادله درجه دوم را پیدا می کنیم.

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4(1)(14)}}{2} = 4 \pm \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow MF' = 4 + \sqrt{2}, MF = 4 - \sqrt{2}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۸)

۲۹. گزینه ۱ صحیح است.

طبق تعریف خروج از مرکز بیضی داریم:

$$\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{e}}{3} \Rightarrow \frac{c^2}{a^2} = \frac{e}{9} \Rightarrow \frac{a^2 - b^2}{a^2} = \frac{e}{9}$$

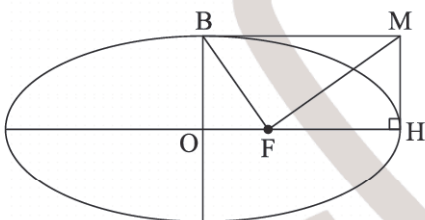
$$\Rightarrow 1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{e}{9} \Rightarrow \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

از طرفی در مثلث قائم الزاویه $\triangle OAB$ می توان نوشت:

$$\tan \alpha = \frac{OB}{OA} = \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۴۷ تا ۴۹)

۳۰. گزینه ۴ صحیح است.



$$\frac{c}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow c = \frac{1}{3}a \Rightarrow OF = \frac{1}{3}a \Rightarrow FH = \frac{2}{3}a$$

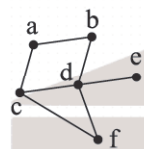
از طرفی $FH = 2$ است، پس:

$$\frac{2}{3}a = 2 \Rightarrow a = BM = 3$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۵۸)

ریاضیات گسسته

۳۱. گزینه ۴ صحیح است.



اگر i و j را دو رأس d و b انتخاب کنیم، آنگاه عدد خواسته شده برابر صفر می شود.

اگر i و j را دو رأس d و f انتخاب کنیم، آنگاه عدد خواسته شده برابر ۱ می شود.

اگر i و j را دو رأس b و c انتخاب کنیم، آنگاه عدد خواسته شده برابر ۲ به دست می آید.

اگر $N_G(i) \cap N_G(j)$ بخواند، سه عضوی شود، درجه رئوس i و j هر دو باید حداقل ۳ باشد که فقط دو رأس c و d چنین شرایطی را دارند که تعداد رئوس مشترک دو رأس c و d فقط ۱ عضو است.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۶)

۳۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$q(G) + q(\bar{G}) = q(K_p) = p(p-1)$$

$$\Rightarrow 64 + 118 = p(p-1) \Rightarrow 182 = p(p-1) \Rightarrow p = 14$$

$$\delta(\bar{G}) \leq \frac{2q}{p} \Rightarrow \delta(\bar{G}) \leq \frac{118}{14} \Rightarrow \delta(\bar{G}) \leq 8.428 \Rightarrow \delta(\bar{G})_{\max} = 8$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۳۷ و ۳۸)

$$\triangle MFF' \text{ محیط} = MF + MF' + FF' = 2a + 2c = 36 \Rightarrow a + c = 18$$

محیط این مثلث همواره مقدار ثابت $2a + 2c$ است و به موقعیت M روی بیضی مربوط نیست. بنابراین اگر نقطه M روی رأس B قرار

بگیرد آنگاه مثلث MFF' با قاعده ثابت FF' دارای بزرگترین ارتفاع مساوی با OB را دارد. در نتیجه:

$$\max(S_{\triangle MFF'}) = \frac{1}{2} OB \times FF' = \frac{1}{2} (b)(2c) = bc$$

از طرف دیگر:

$$2b = 12 \Rightarrow b = 6 \Rightarrow b^2 = 36 \Rightarrow a^2 - c^2 = 36 \Rightarrow (a+c)(a-c) = 36 \Rightarrow 18(a-c) = 36 \Rightarrow a-c = 2$$

در نتیجه:

$$\begin{cases} a-c=2 \\ a+c=18 \end{cases} \xrightarrow{\text{کم می کنیم}} 2c=16 \Rightarrow c=8$$

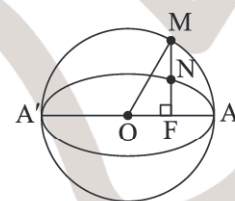
$$\max(S_{\triangle MFF'}) = bc = (6)(8) = 48$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۸)

۲۷. گزینه ۲ صحیح است.

مطابق شکل OM و OA هر دو شعاع دایره هستند، پس $OM = OA = a$. از طرفی $OF = c$ ، پس در مثلث قائم الزاویه

$\triangle OMF$ داریم:



$$MF^2 = OM^2 - OF^2 = a^2 - c^2 = b^2 \Rightarrow MF = b$$

از طرفی می دانیم $NF = \frac{b^2}{a}$ است، پس می توان نوشت:

$$MN = MF - NF = b - \frac{b^2}{a} = \frac{ab - b^2}{a} = \frac{b(a-b)}{a}$$

حال کافی است مقادیر a و b را در این رابطه جایگذاری کنیم:

$$MN = \frac{2(5-2)}{5} = \frac{6}{5} = 1.2$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۴۷ و ۴۸)

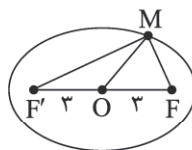
۲۸. گزینه ۱ صحیح است.

بنابر فرض سؤال داریم:

$$\left. \begin{aligned} 2a = 8 \Rightarrow a = 4 \\ 2b = 2\sqrt{7} \Rightarrow b = \sqrt{7} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 16 - 7 = 9 \Rightarrow c = 3$$

بنابراین در مثلث MFF' که نقاط F و F' کانون های بیضی هستند، پاره خط OM میانه است و طول آن نصف FF' است. پس این مثلث قائم الزاویه است ($\angle FMF' = 90^\circ$) و داریم:



$$M \in \text{بیضی} \Rightarrow MF + MF' = 2a = 8 \Rightarrow MF = x, MF' = 8 - x$$

از طرف دیگر با استفاده از قضیه فیثاغورس می نویسیم:

$$\triangle MFF': MF^2 + MF'^2 = FF'^2 \Rightarrow x^2 + (8-x)^2 = 6^2$$



گزینه ۴ صحیح است.

میانگین داده‌های اولیه برابر ۳ و در نتیجه واریانس آنها برابر $\frac{(-1)^2 + (-1)^2 + 0 + (2)^2}{4}$ یعنی ۱/۵ خواهد شد. اگر به هر داده‌ای به اندازه دو برابر خود آن داده را اضافه کنیم مانند آن است که هر داده‌ای ۳ برابر شده باشد که در این صورت واریانس ۹ برابر شده و به ۱۳/۵ خواهد رسید.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۸۸)

گزینه ۱ صحیح است.

داده‌های ۱، ۲، ۳، ...، k در سمت چپ جعبه، داده‌های $k+1$ ، $k+2$ ، ...، $3k+1$ داخل جعبه و بالاخره داده‌های $3k+2$ ، $3k+3$ ، ...، $4k+1$ همگی در سمت راست جعبه قرار خواهند گرفت که انحراف معیار داده‌های سمت چپ با انحراف معیار داده‌های سمت راست جعبه یکسان بوده و میانگین داده‌های سمت چپ برابر $\frac{k+1}{4}$ و نیز میانگین داده‌های سمت راست جعبه برابر $\frac{7k+3}{4}$ خواهد شد:

$$CV_1 = 6CV_2 \Rightarrow \frac{\sigma}{\frac{k+1}{4}} = 6 \times \frac{\sigma}{\frac{7k+3}{4}} \Rightarrow 7k+3 = 6k+6$$

$$\Rightarrow k = 3$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۲)

فیزیک

گزینه ۱ صحیح است.

$$x = A \cos \frac{2\pi t}{T}$$

دامنه: $A = 2 \div 2 = 10 \text{ cm}$
در هر دوره، ۲ بار طول مسیر طی می‌شود. پس ۱۲۰ بار طی شدن طول پاره‌خط معادل ۶۰ نوسان است.

$$T = \frac{\Delta t}{N} = \frac{\text{مدت زمان}}{\text{تعداد دوره}}$$

$$T = \frac{60 \text{ s}}{6} = 10 \text{ s} \Rightarrow x = 10 \cos \left(\frac{2\pi}{10} t \right) = 10 \cos (2\pi t)$$

$$t = \frac{25}{6} \text{ s}$$

$$\Rightarrow x = 10 \cos \frac{25\pi}{3} = 10 \cos \left(8\pi + \frac{\pi}{3} \right) = 10 \cos \frac{\pi}{3} = 10 \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = 5 \text{ cm}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۶۳)

گزینه ۳ صحیح است.

موارد (ب) و (ج) نادرست هستند.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۶۳)

گزینه ۱ صحیح است.

فقط مورد (الف) درست است.

وقتی متحرک به وضع تعادل نزدیک می‌شود تندی و انرژی جنبشی زیاد می‌شوند و بزرگی شتاب و انرژی پتانسیل کم می‌شوند.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۳، ۶۴ و ۶۶ و تمرین صفحه ۸۵)

گزینه ۱ صحیح است.

$$\frac{T}{4} = 0.1 \text{ s} \Rightarrow T = 0.4 \text{ s} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.4} = 2.5 \text{ Hz}$$

$$A = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}$$

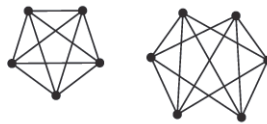
$$\omega = 2\pi f = 5\pi \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)$$

$$x = A \cos(\omega t) = 0.05 \cos(5\pi t)$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۶۳)

گزینه ۳ صحیح است.

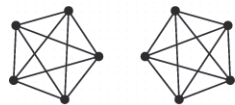
گراف G به صورت روبه‌رو است:



گراف G از اجتماع دو گراف G_1 (که K_5 بوده و کامل است) و G_2 (که از K_5 فقط ۳ یال کم دارد) تشکیل شده است. برای ناهمبند باقی ماندن گراف، حداکثر می‌توان ۳ یال در گراف G_2 رسم کنیم تا کامل شود. (ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۹)

گزینه ۲ صحیح است.

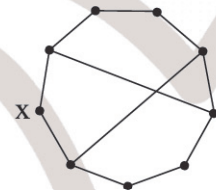
گرافی که در آن $\delta = K$ ، مسیری به طول K وجود دارد. (تمرین ۱۳ از صفحه ۴۲ کتاب درسی) بنابراین $m \geq 4$. برای $m = 5$ مثال نقض زیر وجود دارد:



(ریاضیات گسسته، صفحه ۴۲)

گزینه ۱ صحیح است.

گراف موردنظر از نظر تنوع و بدون در نظر گرفتن اسامی رئوس به صورت منحصر به فرد به شکل زیر است:



با معلوم کردن رأس X که کدام یک از رئوس ۹ گانه باشد، دو یال α و β به صورت منحصر به فرد معلوم خواهند شد.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۴۲)

گزینه ۱ صحیح است.

«آمار» همان اعداد و ارقام است و با «علم آمار» فرق دارد. «علم آمار» مجموعه روش‌هایی است که شامل جمع‌آوری اعداد و ارقام، سازمان‌دهی، تفسیر و تحلیل و قضاوت، صورت می‌گیرد.

(ریاضی دهم، صفحه‌های ۱۵۲ و ۱۵۸)

گزینه ۳ صحیح است.

فراوانی $[150-250]$ برابر $4+2=6$ یعنی ۶ است. بنابراین جواب موردنظر $100 \times \frac{6}{20}$ یعنی ۳۰ است.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۷۵)

گزینه ۱ صحیح است.

اعداد را بدون در نظر گرفتن m از کوچک به بزرگ مرتب می‌چینیم:

۲، ۵، ۵، ۷، ۸، ۹، ۱۲

اگر $m \leq 5$ آنگاه $Q_3 = 8/5$ و $Q_4 = 6$ که در این صورت با توجه به تساوی $Q_1 + 2Q_2 + 3Q_3 = 47$ مقدار Q_1 برابر $9/5$ به دست می‌آید که ناممکن است.

اگر $5 < m \leq 7$ آنگاه مقادیر Q_1 و Q_2 به ترتیب برابر 5 و $8/5$ بوده که با توجه به تساوی داده‌شده مقدار Q_2 برابر $8/25$ به دست می‌آید که ناممکن است.

اگر $8 \leq m$ آنگاه مقادیر Q_1 و Q_2 به ترتیب برابر 5 و $7/5$ بوده و با توجه به تساوی داده‌شده مقدار Q_3 برابر 9 به دست می‌آید و در حالی که m برابر ۹ باشد، چنین امری محقق می‌شود. پس $m = 9$.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۸۲)



۴۵. گزینه ۴ صحیح است.

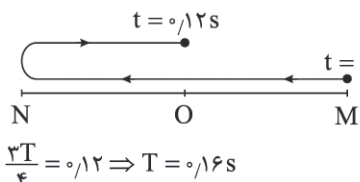
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2000}{2}} = 10\sqrt{10} \approx 10\pi \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$$

$$A = \text{نصف طول مسیر} = \frac{55-47}{2} = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}$$

$$x = A \cos \omega t = 0.04 \cos(10\pi t)$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

۴۶. گزینه ۳ صحیح است.

مدت حرکت از M تا O برابر $\frac{T}{4}$ و از O تا N نیز برابر $\frac{T}{4}$ است.

هرگاه متحرک از نقطه تعادل دور می‌شود، حرکت کندشونده است از $t=0$ تا $t=0.04\text{s}$ به نقطه تعادل نزدیک می‌شود و از $t=0.04\text{s}$ تا $t=0.08\text{s}$ از نقطه تعادل دور می‌شود و در $t=0.08\text{s}$ توقف لحظه‌ای دارد و از $t=0.08\text{s}$ تا $t=0.12\text{s}$ به طرف نقطه تعادل حرکت می‌کند و از $t=0.12\text{s}$ تا $t=0.16\text{s}$ از نقطه تعادل دور می‌شود و ... (این وضع هر $\frac{T}{4}$ یکبار عوض می‌شود).

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

۴۷. گزینه ۱ صحیح است.

بیشینه انرژی پتانسیل برابر است با بیشینه انرژی جنبشی و برابر است با انرژی مکانیکی

$$K_{\max} = U_{\max} = E = 2\pi^2 m f^2 A^2$$

$$4A = 4.0 \text{ cm} \Rightarrow A = 1.0 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}$$

$$E = \Delta J \Rightarrow 5 = 2 \times 10 \times \frac{1}{4} \times f^2 \times \left(\frac{1}{100}\right)^2 \Rightarrow f = 1.0 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1.0} \text{ s} = 1.0 \text{ s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۴۸. گزینه ۳ صحیح است.

نوسانگر در هر دوره ۲ مرتبه از نقطه تعادل می‌گذرد، پس هر دقیقه ۲۴ دوره است.

$$48 \div 2 = 24$$

$$T = \frac{60 \text{ s}}{24} = \frac{5}{2} \text{ s}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \approx 2\sqrt{L} \Rightarrow \frac{5}{2} = 2\sqrt{L}$$

$$\Rightarrow L = \frac{25}{16} \text{ m} = \frac{2500}{16} \text{ cm} = 156.25 \text{ cm} \approx 156 \text{ cm}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۳ و ۶۷)

۴۹. گزینه ۲ صحیح است.

$$\frac{T_1}{4} = \frac{3T_2}{4} \Rightarrow T_1 = 3T_2$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega_1 = \frac{1}{3}\omega_2$$

$$\left. \begin{array}{l} A_1 = 8 \text{ cm} \\ A_2 = 4 \text{ cm} \end{array} \right\} \Rightarrow A_1 = 2A_2$$

$$v_{\max} = A\omega \Rightarrow \frac{v_{\max_1}}{v_{\max_2}} = 2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

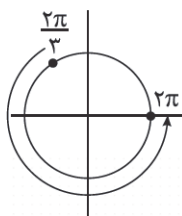
(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۳ و ۶۶)

۵۰. گزینه ۴ صحیح است.

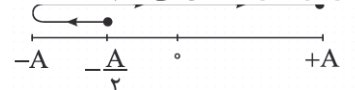
$$t_1 = \frac{1}{10} \text{ s} \Rightarrow \theta_1 = \omega t_1 = \frac{2\pi}{3} \times \frac{1}{10} = \frac{2\pi}{3} \text{ (rad)}$$

$$t_2 = \frac{3}{10} \text{ s} \Rightarrow \theta_2 = \omega t_2 = \frac{2\pi}{3} \times \frac{3}{10} = 2\pi \text{ (rad)}$$

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \begin{cases} x(t_1) = +\frac{A}{2} \\ x(t_2) = +A \end{cases}$$



با توجه به دایره مثلثاتی مسیر حرکت را مشخص می‌کنیم.



$$\ell = \frac{A}{2} + 2A = \frac{5A}{2} = \frac{5 \times 6}{2} = 15 \text{ cm}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۶۳)

۵۱. گزینه ۱ صحیح است.

در حرکت هماهنگ ساده، در هر دوره، مکان، سرعت، شتاب و نیروی خالص وارد بر نوسانگر، ۲ بار صفر می‌شوند. پس تعداد سیکل‌ها در هر دقیقه می‌شود ۱۰ مرتبه

$$\text{تعداد نوسان} = N = \frac{20}{2} = 10$$

$$T = \frac{\Delta t}{N} = \frac{6}{10} = 0.6 \text{ s} \quad A = \text{نصف طول پاره خط} = 1.0 \text{ cm}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.6} = \frac{\pi}{3} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$$

$$a = \frac{-kx}{m}, \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow a = -\omega^2 x \Rightarrow |a| = \omega^2 |x|$$

دامنه ۱۰ سانتی‌متر است، پس وقتی متحرک ۱ cm با یک انتهای مسیر فاصله دارد، فاصله‌اش از وضع تعادل ۹ cm است.

$$|a| = \left(\frac{\pi}{3}\right)^2 \times \frac{9}{100} = \frac{\pi^2}{100} \approx \frac{1}{100} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۲، ۶۳ و ۱۵)

۵۲. گزینه ۴ صحیح است.

تندی در وضع تعادل $v_{\max}$ و بزرگی شتاب در هر انتهای مسیر

$$a_{\max} = A\omega^2 \text{ و } v_{\max} = A\omega \text{ است}$$

$$\begin{cases} A\omega = \frac{2\pi}{5} \\ A\omega^2 = 4\pi^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega = 10\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 5 \text{ Hz} \\ A = 0.04 \text{ m} \end{cases}$$

$$N = f \Delta t = 5 \times 10 = 50 \text{ دور}$$

در هر دوره، نوسانگر ۴A مسافت طی می‌کند یعنی ۰/۱۶ متر و ۱۰ ثانیه معادل ۵۰ دوره است، بنابراین:

$$\ell = 50 \times 0.16 = 8 \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۷ و ۱۵)

۵۳. گزینه ۴ صحیح است.

$$A = 4 \text{ cm}$$

$$T = \frac{A}{4} = 2 \text{ s} \text{ دوره حرکت}$$

بنابراین بسامد زاویه‌ای نوسان برابر است با:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$$



۵۷. گزینه ۳ صحیح است.

بهترین حالت انتقال انرژی حالتی است که تشدید اتفاق بیفتد. برای اینکه در سامانه‌ها تشدید رخ دهد، باید بسامد طبیعی آنها برابر باشد:

$$f_1 = f_2 \Rightarrow T_1 = T_2$$

$$\Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k_2}} \Rightarrow \sqrt{\frac{1200}{240}} = \sqrt{\frac{2100}{k_2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1200}{240} = \frac{2100}{k_2} \Rightarrow k_2 = 420 \frac{N}{m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۶۸)

۵۸. گزینه ۳ صحیح است.

در حرکت هماهنگ ساده، مسافت طی شده در هر دوره ۴A است، پس ابتدا حساب می‌کنیم که هر دقیقه چند دوره می‌شود.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{10\pi}{3}} = \frac{3}{5} s$$

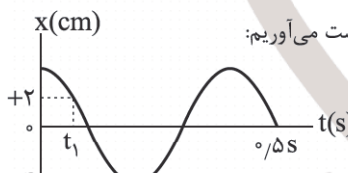
$$\frac{1 \text{ دوره}}{N} \mid \frac{3}{5} s \Rightarrow N = \frac{60}{\frac{3}{5}} = 100$$

$$\ell = 100 \times 4A = 100 \times \frac{16}{100} = 16 m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

۵۹. گزینه ۴ صحیح است.

بسامد زاویه‌ای نوسان را به دست می‌آوریم:



$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0.5}{\frac{1}{4}} \Rightarrow T = \frac{1}{5} s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{1}{5}} = 10\pi \left(\frac{rad}{s} \right)$$

$$a = -\omega^2 x = -(10\pi)^2 (0.2) = -20\pi^2 = -20 \frac{m}{s^2} \Rightarrow |a| = 20 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، تمرین ۵ صفحه ۱۵)

۶۰. گزینه ۱ صحیح است.

مدت زمان t_1 تا t_2 برابر یک دوره است. در هر دوره متحرک ۴A مسافت طی می‌کند و تندی متوسط آن $\frac{4A}{T}$ می‌شود.

مدت زمان t_1 تا t_3 برابر $\frac{3}{2}T$ است. در هر $\frac{3}{2}T$ متحرک ۲A مسافت طی می‌کند.

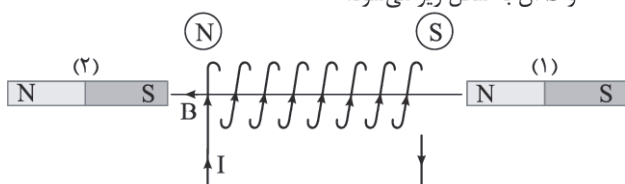
$$\left. \begin{aligned} l &= 3 \times 2A = 6A \\ \Delta t &= \frac{3T}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{6A}{\frac{3T}{2}} = \frac{4A}{T}$$

در هر بازه زمانی که مضرب صحیح $\frac{T}{2}$ باشد تندی متوسط $\frac{4A}{T}$ می‌شود.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۶۳)

۶۱. گزینه ۲ صحیح است.

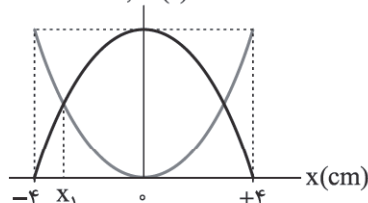
طبق قانون دست راست، جهت میدان مغناطیسی سیملوله و سرهای N و S آن به شکل زیر می‌شود.



پس هر دو آهنربای میله‌ای توسط سیملوله جذب می‌شوند.

(فیزیک یازدهم، صفحه ۹۹)

U, K (J)



هنگامی که نوسانگر در مکان x_1 قرار دارد، انرژی‌های پتانسیل و جنبشی نوسانگر با هم برابرند:

$$\Rightarrow K = \frac{1}{2} E$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \right) \Rightarrow |v| = \frac{\sqrt{2}}{2} A \omega$$

$$\Rightarrow |v| = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 4 \times \pi = 2\sqrt{2} \pi \frac{cm}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۵۴. گزینه ۱ صحیح است.

انرژی پتانسیل در دو انتهای مسیر یعنی در موقعیتی که تندی صفر است برابر E می‌شود، پس E برابر ۲ ژول است.

$$E = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \times k \times \left(\frac{5}{100} \right)^2 \Rightarrow k = 1600 \frac{N}{m}$$

وقتی متحرک به نقطه تعادل می‌رسد $|v| = v_{max}$ و $U = 0$ پس v_{max} برابر $4 \frac{m}{s}$ می‌شود.

$$E = \frac{1}{2} m v_{max}^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \times m \times 4^2 \Rightarrow m = \frac{1}{4} kg = 250 g$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۶۶)

۵۵. گزینه ۲ صحیح است.

تعداد نوسان‌ها در یک مدت معین تناسب مستقیم با بسامد (تناسب عکس با دوره) دارد. پس معلوم می‌شود که بسامد زیاد شده و دوره کم شده است.

$$N = \frac{\Delta t}{T} \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} \times \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow 1 \times \frac{T_1}{T_2} = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{9}{8}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{9}{8} = \sqrt{\frac{L_1}{L_1 - 17}} \Rightarrow 81(L_1 - 17) = 64L_1$$

$$L_1 = 81 cm$$

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{L_1}{g}} \approx 2\sqrt{L_1} = 2 \times \sqrt{0.81} = 1.8 s$$

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f_1 = \frac{1}{1.8} = \frac{5}{9} Hz$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۶۷)

۵۶. گزینه ۴ صحیح است.

در حرکت هماهنگ ساده، حاصل جمع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل این انرژی مکانیکی، ثابت است.

$$E = U + K, K = U \Rightarrow K = \frac{1}{2} E = \frac{1}{2} K_{max}$$

$$K = \frac{1}{2} mv^2, K_{max} = \frac{1}{2} mv_{max}^2, K = \frac{1}{2} K_{max}$$

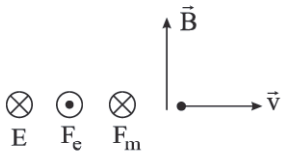
$$\Rightarrow |v| = \frac{\sqrt{2}}{2} v_{max}$$

$$v_{max} = A\omega \Rightarrow v = \frac{\sqrt{2}}{2} A\omega = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 20 \times \frac{\pi}{4} = 5\sqrt{2} \frac{cm}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)



و اگر فرض کنیم ذره بار منفی دارد:



دقت کنید که اولاً باید نیروهای F_m و F_e در خلاف جهت یکدیگر باشند و ثانیاً میدان الکتریکی بر ذره باردار مثبت همسو با $\vec{E}$ نیرو وارد می‌کند و بر ذره باردار منفی در خلاف جهت $\vec{E}$.

$$Eq = qvB \Rightarrow E = vB = 4 \times 10^5 \times 30 \times 10^{-4} \\ = 1200 \frac{N}{C} = 1200 \frac{V}{m}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۹ و ۹۰)

۶۸. گزینه ۳ صحیح است.

$$B = \mu_0 \frac{NI}{L} = (4\pi \times 10^{-7}) \frac{(250)(9/8)}{(9/1)} = 8\pi \times 10^{-4} T = 8\pi G$$

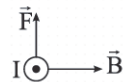
(فیزیک یازدهم، مشابه تمرین ۲۰ صفحه ۱۰۷)

۶۹. گزینه ۳ صحیح است.

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} = \frac{30}{4+1} = 6A$$

$$F = BIL \sin \alpha \Rightarrow F = 0.1 \times 6 \times 0.25 \times \sin 90^\circ \Rightarrow F = 0.15 N$$

با بسته شدن کلید K ، جریان از قطب مثبت باتری خارج شده و به صورت برون‌سو در میله ab از a به سمت b جریان پیدا می‌کند. میدان مغناطیسی آهنربای U شکل از N به S و به سمت راست است. با توجه به قانون دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر میله ab ، رو به بالا خواهد بود؛ عکس‌العمل این نیرو به همین اندازه ولی رو به پایین به آهنربا وارد می‌شود و عدد ترازو $0.15 N$ بیشتر خواهد شد.



(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

۷۰. گزینه ۳ صحیح است.

$$|\vec{F}| = |q| |\vec{B}| |\vec{v}| \sin \theta$$

مؤلفه‌ای از سرعت ذره که بر $\vec{B}$ عمود است در گزینه‌های ۱ و ۲ که اصلاً نیرویی بر ذره وارد نمی‌شود چون $\vec{B}$ و $\vec{v}$ هم‌راستا هستند.

در گزینه‌های ۳ و ۴ بردارهای $\vec{B}$ و $\vec{v}$ بر هم عمود هستند.

$$F = 6 \times 10^{-5} N \Rightarrow 40 \times 10^{-9} \times 3 \times 10^{-2} \times |\vec{v}| = 6 \times 10^{-5}$$

$$\Rightarrow |\vec{v}| = \frac{6}{120} \times 10^6 = 5 \times 10^4 \frac{m}{s}$$

در مورد جهت $\vec{v}$ هم با توجه به منفی بودن بار $\vec{F} \otimes \vec{B}$ و $\vec{v}$ به صورت مقابل است.

دقت کنید اگر بردار سرعت به صورت $(\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j})$ داده شده بود اصلاً مؤلفه (v_x) در مقدار F نقشی نداشت و فقط v_y مهم بود.

(فیزیک یازدهم، صفحه ۱۹)

شیمی

۷۱. گزینه ۴ صحیح است.

اتم‌های کربن می‌توانند به یکدیگر (نه سایر اتم‌ها) به روش‌های گوناگون متصل شده و دگرشکل‌های متفاوتی مانند گرافیت، الماس و ... ایجاد کنند. بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) عنصر اصلی سازنده نفت خام کربن است.

۶۲. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی موارد:

الف) درست

ب) نادرست، مس و نقره از جمله مواد دیامغناطیسی‌اند.

ج) درست

د) درست

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۶۳. گزینه ۱ صحیح است.

الف) درست

ب) نادرست، هر چهار قطعه آهنربای میله‌ای خواهند بود.

ج) نادرست، در ناحیه بالایی آهنربای میله‌ای در این شکل، خطوط میدان مغناطیسی پادساعتگرد است ولی در ناحیه زیرین این آهنربا خطوط میدان مغناطیسی، ساعتگرد خواهد بود.

د) نادرست، آهنربای میله‌ای در راستای تقریبی شمال - جنوب جغرافیایی قرار می‌گیرد. اولاً به این دلیل که محل قطب‌های مغناطیسی زمین با قطب‌های جغرافیایی فرق دارد و ثانیاً به علت شیب مغناطیسی. در نیمکره شمالی آن سمتی که به سطح زمین نزدیک‌تر است، قطب N مغناطیسی است.

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۸۵ تا ۱۸۷)

۶۴. گزینه ۴ صحیح است.

L طول سیم و R شعاع پیچ است.

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R}, N = \frac{L}{\pi R} = \frac{100}{2\pi \times 0.4} = \frac{10^4}{\pi}$$

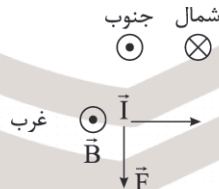
$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times \frac{10^4}{\pi} \times \frac{6}{100}}{2 \times 10^{-2}} = \frac{3 \times 10^{-5}}{1 \times 10^{-2}} = 3.75 \times 10^{-4} T$$

$$B = 3.75 \times 10^{-4} \times 10^4 G = 3.75 G$$

(فیزیک یازدهم، صفحه ۹۸)

۶۵. گزینه ۴ صحیح است.

طبق قانون دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم به طرف پایین است.



$$F = BIl \sin \alpha = 0.8 \times 5 \times 1.5 \times 1 = 6 N$$

$$2T - (F + mg) = 0 \Rightarrow 2T = 26 \Rightarrow T = 13 N$$

(فیزیک یازدهم، صفحه ۹۳)

۶۶. گزینه ۳ صحیح است.

نیروی وارد بر قطعه‌های MP و QR هم‌اندازه و خلاف جهت یکدیگر است. پس فقط نیروی وارد بر قطعه PQ را حساب می‌کنیم. میدان مغناطیسی بر این قطعه سیم عمود است.

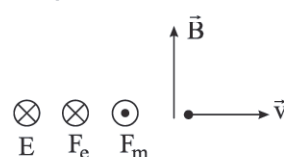
$$F = BIl \sin \alpha = BIl = 2.5 \times 10^{-3} \times 0.4 \times 2 = 2 \times 10^{-3} N$$

(فیزیک یازدهم، صفحه ۹۳)

۶۷. گزینه ۴ صحیح است.

اندازه و علامت بار q در پاسخ این سؤال اثری ندارد.

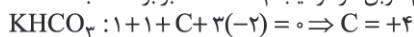
اگر فرض کنیم این ذره بار مثبت دارد وضعیت نیروها و میدان‌ها به صورت زیر می‌شود: (F_e : نیروی میدان الکتریکی و F_m : نیروی میدان مغناطیسی)





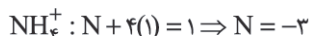
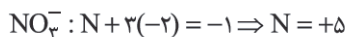
بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) عدد اکسایش اتم کربن در ترکیب KHCO_3 برابر است با:

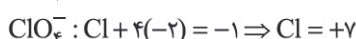
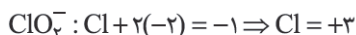


از آنجا که دامنه تغییرات عدد اکسایش اتم کربن از -4 تا $+4$ است، اتم کربن با عدد اکسایش $+4$ تنها می‌تواند در واکنش‌های اکسایش - کاهش، نقش اکسنده داشته باشد.

(۳) عدد اکسایش اتم مرکزی در این دو یون برابر است با:



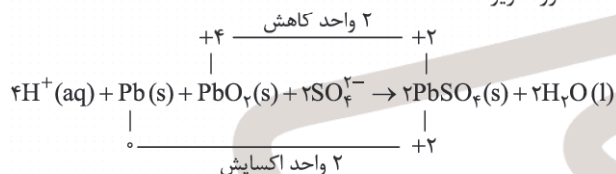
(۴) عدد اکسایش اتم کلر در این دو یون برابر است با:



(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۸۵. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به تغییرات عدد اکسایش گونه‌ها، معادله موازنه‌شده واکنش به صورت زیر است:



نسبت مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها (۸) به فرآورده‌ها (۴) برابر ۲ است.

گونه اکسنده و کاهنده مصرفی در این واکنش به ترتیب Pb و PbO_2 است که اختلاف جرم مولی آنها به اندازه جرم مولی ۲ اتم اکسیژن و برابر با ۳۲ (2×16) گرم بر مول است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۸۶. گزینه ۴ صحیح است.

در سلول‌های الکترولیتی، آند به قطب مثبت باتری متصل شده و در آن با انجام نیم‌واکنش اکسایش، الکترون تولید می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۵۵)

۸۷. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به جهت حرکت الکترون‌ها، آند و کاتد سلول می‌باشد، معادله کلی واکنش انجام شده نیز به صورت: $2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow 2\text{H}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g})$ است، در این واکنش به ازای برقکافت ۲ مول H_2O ، یک مول گاز O_2 در قسمت A و دو مول گاز H_2 در قسمت B تولید می‌شود پس مجموع حجم گازهای تولیدی در قسمت‌های A و B، سه برابر حجم گاز تولیدی در قسمت A است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) معادله نیم‌واکنش انجام‌شده در قسمت A به صورت:



کاهش انجام شده در سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن است.

(۲) آب خالص رسانایی الکتریکی ناچیزی دارد از این رو برای برقکافت آن باید اندکی الکترولیت به آب افزود.

(۳) درست

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۳ و ۵۴)

۸۸. گزینه ۳ صحیح است.

درون الکترولیت مذاب، آنیون‌ها به سمت آند حرکت می‌کنند، در حالی که الکترون‌ها از طریق مدار بیرونی از آند به سمت کاتد مهاجرت می‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) معادله واکنش انجام‌شده به صورت:

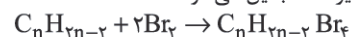


کلر به ترتیب در کاتد و آند سلول تولید می‌شود.

(۲) درست

۸۰. گزینه ۲ صحیح است.

هر مول آلکین $(\text{C}_n\text{H}_{2n-2})$ در واکنش با ۲ مول Br_2 مطابق معادله واکنش زیر به یک ترکیب سیرشده تبدیل می‌شود:



با توجه به اطلاعات مسئله ابتدا n را به دست می‌آوریم:

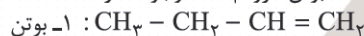
$$\begin{aligned} ?g \text{C}_n\text{H}_{2n-2}\text{Br}_4 &= 32g \text{Br}_2 \times \frac{1 \text{ mol Br}_2}{160g \text{Br}_2} \times \frac{1 \text{ mol C}_n\text{H}_{2n-2}\text{Br}_4}{2 \text{ mol Br}_2} \\ &\times \frac{14n + 218g}{1 \text{ mol C}_n\text{H}_{2n-2}\text{Br}_4} = 40/2g \Rightarrow n = 6 \end{aligned}$$

فرمول مولکولی این آلکین C_6H_{10} است و اختلاف جرم مولی آن با پنجمین عضو خانواده آلکن‌ها $(\text{C}_6\text{H}_{12})$ به اندازه ۲ اتم هیدروژن و برابر $2g \cdot \text{mol}^{-1}$ است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۸۱. گزینه ۳ صحیح است.

در ساختار ۲- بوتن برخلاف ۱- بوتن گروه CH_3 وجود ندارد:



بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) نفتالن $(\text{C}_{10}\text{H}_8)$ در ساختار خود دارای ۵ پیوند دوگانه بوده و از این رو هر مول از آن در واکنش با ۵ مول گاز هیدروژن (H_2) به ترکیبی با فرمول مولکولی $\text{C}_{10}\text{H}_{18}$ تبدیل می‌شود و از طرفی فرمول مولکولی گریس نیز به صورت $\text{C}_{18}\text{H}_{38}$ است.

(۲) فرمول مولکولی سیکلوالکان‌ها به صورت C_nH_{2n} است و نسبت خواسته‌شده در آنها برابر است با:

$$\frac{\text{جرم اتم‌های C}}{\text{جرم اتم‌های H}} = \frac{n \times 12}{2n \times 1} = 6$$

(۴) دومین عضو خانواده آلکین‌ها، پروپین (C_3H_4) است، اگر به جای ۲ اتم هیدروژن آن گروه متیل $(-\text{CH}_3)$ قرار گیرد، جرم مولی آن به

$$\text{اندازه } \frac{g}{\text{mol}} = 28 \times 2 = 56 \text{ افزایش می‌یابد. پس داریم:}$$

$$\begin{aligned} \text{میزان افزایش جرم مولی} &= \frac{28}{40} \times 100 = 70\% \\ \text{جرم مولی پروپین} &= 40 \end{aligned}$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۸۲. گزینه ۴ صحیح است.

جایگزینی نفت با زغال سنگ سبب ورود مقدار بیشتری از انواع آلاینده‌ها به هواکره و تشدید اثر گلخانه‌ای می‌شود، زیرا در اثر سوختن زغال سنگ افزون بر تولید فرآورده‌های حاصل از سوزاندن بنزین $(\text{H}_2\text{O}, \text{CO}, \text{CO}_2)$ ، گازهای آلاینده SO_2 و NO_2 نیز تولید می‌شود.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۴۵ و ۴۶)

۸۳. گزینه ۲ صحیح است.

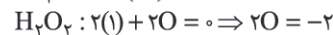
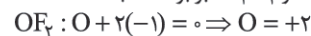
سوزاندن گاز هیدروژن در موتور درون سوز، بازدهی نزدیک به ۲۰ درصد دارد در حالی که اکسایش آن در سلول سوختی بازده را تا سه برابر (۶۰ درصد) افزایش می‌دهد.

یکی از چالش‌ها در استفاده از سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن، تأمین سوخت آن (گاز H_2) است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۱ و ۵۴)

۸۴. گزینه ۲ صحیح است.

عدد اکسایش اتم اکسیژن در OF_2 و H_2O_2 برابر است با:



بنابراین جمع جبری عدد اکسایش اتم‌های اکسیژن در این دو ترکیب برابر صفر است.



از طرفی نیم‌واکنش اکسایش انجام شده در فرایند آبرسانی با فلز نقره به صورت: $\text{Ag(s)} \rightarrow \text{Ag}^+(\text{aq}) + \text{e}^-$ است، پس جرم فلز نقره مصرفی به ازای مبادله $3/01 \times 10^{22}$ الکترون برابر است با:

$$? \text{g Ag} = 3/01 \times 10^{22} \text{e}^- \times \frac{1 \text{ mole}}{6/02 \times 10^{23} \text{e}^-} \times \frac{1 \text{ mol Ag}}{1 \text{ mole}} \times \frac{108 \text{ g Ag}}{1 \text{ mol Ag}} = 5/4 \text{ g Ag}$$

پس درصد تغییر جرم تیغه آندی برابر است با:

$$\frac{5/4}{43/2} \times 100 = 12/5\% = \frac{\text{جرم مصرفی}}{\text{جرم اولیه تیغه}} \times 100 = \text{درصد تغییر جرم تیغه}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۶۰ و ۶۳)

۹۳. گزینه ۳ صحیح است.

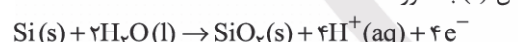
هنگام شارژ کردن، باتری نقش سلول الکترولیتی را دارد و نیم‌واکنش‌های داده شده در جهت برگشت انجام می‌شوند؛ یعنی LiMnO_4 اکسایش یافته و Li^+ و e^- تولید می‌کند، سپس این گونه‌ها در نیم‌واکنش کاتدی شرکت کرده و لیتیم تولید می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) عدد اکسایش گونه کاهنده (Li) از صفر به +۱ در Li^+ می‌رسد و عدد اکسایش اتم Mn نیز از +۴ در MnO_2 به +۳ در LiMnO_4 می‌رسد. (۲) هنگام استفاده از باتری، نیم‌واکنش‌ها به شکل نوشته شده انجام می‌شود. در این صورت یون‌های Li^+ و الکترون تولیدی در نیم‌واکنش آندی (I) به سمت کاتد حرکت می‌کنند تا در نیم‌واکنش کاتدی (II) مصرف شوند. (۴) درست

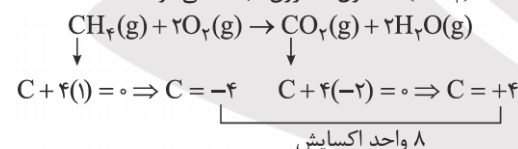
(شیمی دوازدهم، صفحه ۶۴)

۹۴. گزینه ۳ صحیح است.

نیم‌واکنش (I) به صورت:

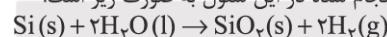


در آند این سلول انجام شده و در آن به ازای مصرف هر مول گونه کاهنده (Si)، ۴ مول الکترون مبادله می‌شود؛ در حالی که در سلول سوختی متان، مطابق معادله موازنه شده واکنش زیر، به ازای هر مول گونه کاهنده (CH_4)، ۸ مول الکترون مبادله می‌شود:



بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) نیم‌واکنش (II) در کاتد این سلول و کاتد فرایند برکافت آب انجام می‌شود. (۲) در آند این سلول همانند آند سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن $(\text{H}_2\text{(g)} \rightarrow 2\text{H}^+(\text{aq}) + 2\text{e}^-)$ یون هیدرونیوم تولید می‌شود. (۴) معادله کلی واکنش انجام شده در این سلول به صورت زیر است:



(شیمی دوازدهم، صفحه ۶۵)

۹۵. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به جهت حرکت الکترون‌ها، الکترودهای A و B به ترتیب آند (قطب منفی) و کاتد (قطب مثبت) سلول گالوانی بوده و الکترودهای C و D نیز به ترتیب آند (قطب مثبت) و کاتد (قطب منفی) سلول الکترولیتی هستند. عبارت‌های (آ) و (ت) درست هستند. بررسی عبارت‌ها:

(آ) در سلول‌های گالوانی کاتیون‌های نیم‌سلول آندی با گذر از دیواره متخلخل به سمت کاتد حرکت می‌کنند. (ب) الکترودهای A، قطب منفی سلول (I) است.

(پ) در برکافت نمک‌های مذاب، آنیون‌ها به سمت آند (الکترودهای C) حرکت کرده و با شرکت در نیم‌واکنش اکسایش به نافلز مربوطه تبدیل می‌شوند. (ت) الکترودهای B و D هر دو نقش کاتد را دارند.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۶۶)

(۴) در قطب مثبت (آند) این سلول و سلول الکترولیتی مورد استفاده در تهیه فلز منیزیم از آب دریا که برای برکافت MgCl_2 مورد استفاده قرار می‌گیرد، گاز کلر تولید می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۵۵)

۸۹. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به شکل‌های داده شده، مقایسه قدرت کاهندگی این فلز به صورت: $B < \text{Fe} < A$ است و از طرفی نیم‌واکنش کاهش انجام شده در هر دو شکل مربوط به O_2 با E° مثبت است. پس از آنجا که فلز A نسبت به فلز Fe دارای E° منفی تری است، emf فرایند انجام شده در محل خراش در شکل (I) نسبت به شکل (II) بیشتر است. بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) با توجه به اینکه فلز A در شکل (I) نسبت به فلز Fe کاهنده‌تر است، پس ورقه آهنی در این شکل حفاظت کاتدی می‌شود.

(۳) در شکل (II) فلز Fe نقش آند را داشته و اکسایش می‌یابد و همچنین فلز B نقش کاتد را داشته و نیم‌واکنش کاهش روی سطح آن انجام می‌شود.

(۴) ورقه آهنی نشان داده شده در شکل‌های (I) و (II) به ترتیب مربوط به آهن گالوانیزه و حلبی است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۹۰. گزینه ۴ صحیح است.

عبارت‌های (آ) و (ب) درست هستند.

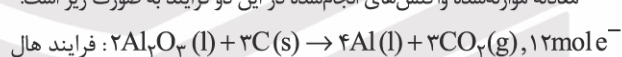
بررسی عبارت‌ها:

(آ) در برکافت سدیم کلرید مذاب، تیغه آندی نقشی در انجام واکنش نداشته و جرم آن ثابت است؛ همچنین در فرایند آبرسانی یک قاشق فولادی با فلز نقره و محلول نیترات نیز، غلظت یون‌های نقره ثابت است. (ب) هر دو فرایند در سلول الکترولیتی انجام می‌شود که در آن جهت حرکت الکترون‌ها از آند (قطب مثبت) به کاتد (قطب منفی) است. (پ) E° وسیله فلزی می‌تواند از E° فلز پوشاننده کمتر و یا بیشتر باشد. (ت) فلز آلومینیم در بخش کاتدی فرایند هال تشکیل می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۵، ۶۰ و ۶۱)

۹۱. گزینه ۲ صحیح است.

معادله موازنه شده واکنش‌های انجام شده در این دو فرایند به صورت زیر است:



ابتدا شمار مول e مبادله شده در فرایند هال را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} ? \text{mole}^- &= 10 \times 400 \times \frac{60}{100} \text{ g C} \times \frac{1 \text{ mol C}}{12 \text{ g C}} \times \frac{12 \text{ mole}}{3 \text{ mol C}} \\ &= 800 \text{ mole}^- \end{aligned}$$

اکنون می‌توان مجموع جرم واکنش دهنده‌های مصرفی در سلول سوختی را محاسبه کرد:

$$? \text{kg H}_2, \text{O}_2 = 800 \text{ mole}^- \times \frac{100}{80} \times \frac{(2 \times 2 + 1 \times 32) \text{ g}}{4 \text{ mole}^-}$$

$$\times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} = 9 \text{ kg}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۱، ۵۲ و ۶۱)

۹۲. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا با توجه به جرم گونه اکسند مصرفی (Ag_2O) در باتری دگمه‌ای روی - نقره، جرم فلز نقره تولیدی را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} ? \text{g Ag} &= 46/4 \text{ g Ag}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol Ag}_2\text{O}}{322 \text{ g Ag}_2\text{O}} \times \frac{2 \text{ mol Ag}}{1 \text{ mol Ag}_2\text{O}} \times \frac{108 \text{ g Ag}}{1 \text{ mol Ag}} \\ &= 43/2 \text{ g Ag} \end{aligned}$$