

آزمون آزمایشی خیلی سبز

مرحله هفتم

پایه دهم

۱۴۰۴/دی/۲۶

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

دانشته ریاضی

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	دهم
ریاضی (۱)	۲۰	۱	۲۰	۳۵ دقیقه	فصل ۱ تا ۴ (درس ۱) صفحه ۱ تا ۷۷
هندسه (۱)	۱۰	۲۱	۳۰	۲۰ دقیقه	فصل ۱ و ۲ (درس ۱ تا ۳) صفحه ۴ تا ۹
فیزیک (۱)	۲۰	۳۱	۵۰	۳۰ دقیقه	فصل ۱ تا ۳ صفحه ۱ تا ۸۲
شیمی (۱)	۲۰	۵۱	۷۰	۲۵ دقیقه	فصل ۱ و ۲ (تا ابتدای چه بر سر هواکره می آوریم؟) صفحه ۱ تا ۶۵
مجموع	۷۰ سؤال			۱۱۰ دقیقه	—

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس - گزینشگر
ریاضی (۱)	طراحان: کوروش اسلامی - مهران جعفری - عادل حسینی - مصطفی دیداری محمدرضا راسخ - محمد گودزی - حسین نادری - جهانبخش نیکنام کارشناس علمی: سجاد داوطلب	عادل حسینی
هندسه (۱)	طراحان: کیوان صارمی - ماهک کناره کارشناس علمی: ماهک کناره	کیوان صارمی
فیزیک (۱)	طراحان: علیرضا جباری - علیرضا جعفری - مسعود خندانی - رضا سبزمیدانی احسان محمدی - محمد کاظم منشادی کارشناس علمی: سعید محبی	رضا سبزمیدانی - علیرضا جباری
شیمی (۱)	طراحان: یلدا رزاقزاده - یاسر عبداللهی - وحید فارسیان - محمد نوروزی کارشناس علمی: مرتضی نصیرزاده	یاسر عبداللهی - وحید فارسیان

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاچانپور

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

دفتر چه سوالات آزمون های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینش ها، نوع صفحه آرای، فونت سوالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه ترین حالت به دفتر چه سوالات کنکور، سراسری طراحی می شود.



Azmoon.kheilisabz.com



ریاضی دهم

۱- دو مجموعه ناتهی A و B را در مجموعه مرجع U در نظر بگیرید. اگر $A \cup B = U$ باشد، کدام نتیجه گیری الزاماً درست است؟

($A, B \neq U$)

(۱) A و B مجموعه‌های جدا از هم هستند.

(۲) A' و B' مجموعه‌های جدا از هم هستند.

(۳) A و B مساوی‌اند.

(۴) از بین مجموعه‌های A و B ، یکی زیرمجموعه دیگری است.

۲- اگر $A = (-\infty, 4)$ ، $B = (-1, 5)$ و $C = [4, 6]$ باشد، بازه $[\frac{9}{4}, \frac{11}{4}]$ زیرمجموعه کدام مجموعه است؟

(۲) $(A \cap B) - C$

(۱) $A \cup (B \cap C)$

(۴) $(B \cup C) - A$

(۳) $(A \cup B) \cap C$

۳- عدد $\sqrt{5}\sqrt{31}$ عضو بازه $(n, n+1)$ است. اگر n عددی طبیعی باشد، عدد $\sqrt{(n+2)\sqrt{3n-4}}$ بین کدام دو عدد صحیح قرار دارد؟

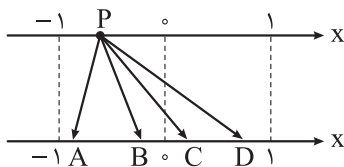
(۴) ۴ و ۵

(۳) ۶ و ۷

(۲) ۳ و ۴

(۱) ۵ و ۶

۴- با توجه به محور اعداد داده‌شده، کدام گزینه می‌تواند درست باشد؟



(۱) $A = \sqrt[3]{P^3}$ ، $B = \sqrt[3]{P^3}$

(۲) $A = P^5$ ، $B = P^3$

(۳) $C = \sqrt[3]{P^2}$ ، $D = \sqrt[3]{P^2}$

(۴) $C = P^6$ ، $D = P^4$

۵- اگر $\sqrt[3]{3^y \sqrt[3]{3}} = 3^{15}$ و $\sqrt[3]{4} \sqrt[3]{2} = 2^{15}$ باشد، حاصل $\frac{x}{y}$ کدام است؟

(۴) ۵ / ۲

(۳) ۲۵ / ۱

(۲) ۸ / ۰

(۱) ۴ / ۰

۶- در معادله $(\sqrt[5]{2} \sqrt[4]{8})^{2x-1} = (\sqrt[3]{4} \sqrt[5]{2} \sqrt[3]{2})^{3x-1}$ ، مقدار x کدام است؟

(۴) $\frac{13}{49}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{32}$

(۱) $\frac{25}{96}$

محل انجام محاسبات



۷- اگر $x = \sqrt{4y-7}$ و $y = \sqrt{2x+2}$ باشد، مقدار $x-y$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) -۱

۸- اگر $\frac{5}{\sqrt{x}} = 24$ باشد، حاصل $x^2 - 23x$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) -۵ (۳) ۱ (۴) -۱

۹- حاصل عبارت $\sqrt{\sqrt{2}+1} \times \sqrt{(20\sqrt{2}+28)^{-1}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$ (۲) $\sqrt[3]{4}$ (۳) $\frac{\sqrt[3]{2}}{2}$ (۴) $\sqrt[3]{2}$

۱۰- مجموع مربعات دو عدد فرد متوالی برابر ۳۹۴ است. میانگین این دو عدد کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۲۰

۱۱- در حل معادله $2x^2 + 3x - 1 = 0$ به روش مربع کامل، در نهایت از کدام عدد باید جذر بگیریم؟

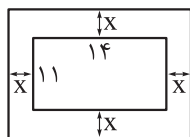
- (۱) $\frac{17}{18}$ (۲) $\frac{1}{16}$ (۳) $\frac{17}{16}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۱۲- مجموع اندازه محیط و اندازه مساحت یک مربع برابر $4\sqrt{2} + 5$ است. طول قطر این مربع کدام است؟

- (۱) $4 - \sqrt{2}$ (۲) $3\sqrt{2} + 4$ (۳) $3\sqrt{2} - 4$ (۴) $4 + \sqrt{2}$

۱۳- یک عکس به ابعاد 11×14 سانتی متر درون یک قاب به مساحت 304 سانتی متر مربع قرار دارد. اگر فاصله همه

لبه‌های عکس تا قاب برابر x سانتی متر باشد، مقدار x کدام است؟



- (۱) ۳ (۲) $3/5$

- (۳) ۲ (۴) $2/5$

۱۴- جمله دهم دنباله درجه دوم $0, 2, 5, \dots$ کدام است؟

- (۱) -۷۰ (۲) -۵۶

- (۳) -۲۳ (۴) -۱۵

۱۵- دنباله‌های $a, b, c, \dots$ و $a, c^2, b^2, \dots$ هر دو هندسی هستند. حاصل عبارت $\frac{a^2c}{(b+c)^3}$ کدام است؟

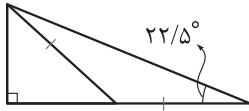
- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{64}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{16}$

محل انجام محاسبات



۱۶- با ضرب سه جمله اول یک دنباله هندسی غیر ثابت، به ترتیب در اعداد ۳، ۴ و ۵، سه جمله اول یک دنباله حسابی به دست می آید. اگر مجموع سه جمله دنباله هندسی برابر حاصل ضرب جملات دنباله حسابی باشد، جمله اول دنباله حسابی کدام می تواند باشد؟

$$\frac{3}{5} \quad (۱) \quad -\frac{5}{3} \quad (۲) \quad -\frac{7}{6} \quad (۳) \quad \frac{6}{7} \quad (۴)$$

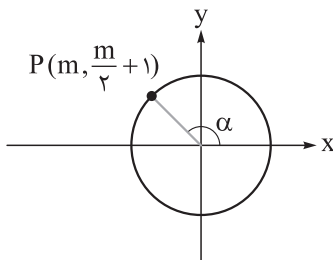


۱۷- با توجه به شکل روبه رو، مقدار $\tan 22/5^\circ$ کدام است؟

$$\sqrt{2} + 1 \quad (۱) \quad \sqrt{2} - 1 \quad (۲) \quad 2 + \sqrt{3} \quad (۳) \quad 2 - \sqrt{3} \quad (۴)$$

۱۸- به ازای کدام مقدار x ، تساوی $\tan(82^\circ - 2x) = \cot 3x$ برقرار است؟

$$6^\circ \quad (۱) \quad 8^\circ \quad (۲) \quad 9^\circ \quad (۳) \quad 11^\circ \quad (۴)$$



۱۹- با توجه به دایره مثلثاتی مقابل، حاصل $\frac{\tan \alpha}{|\cos \alpha - \sin \alpha|}$ کدام است؟

$$-\frac{20}{21} \quad (۱) \quad -\frac{15}{4} \quad (۲) \quad -\frac{15}{28} \quad (۳) \quad -\frac{20}{3} \quad (۴)$$

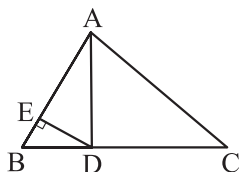
۲۰- اگر $\frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{8}{3}$ باشد، حاصل $\cot^2 \alpha - \tan^2 \alpha - 2$ کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad (۱) \quad \frac{2}{3} \quad (۲) \quad \frac{1}{2} \quad (۳) \quad \frac{1}{3} \quad (۴)$$



هندسه دهم

۲۱- در شکل زیر، AD نیمساز زاویه A است. اگر $\hat{A} = 2\hat{C}$ ، $DC = 7/5$ و $ED = 4/5$ باشد، طول AC کدام است؟



(۱) ۶

(۲) $6\sqrt{2}$

(۳) ۱۲

(۴) ۲۴

۲۲- در مثلث ABC، نیمسازهای زوایای A و C یکدیگر را در نقطه I قطع می‌کنند به طوری که $\hat{AIC} = 125^\circ$. اگر امتداد BI و عمودمنصف پاره خط IC ضلع AC را به ترتیب در نقاط E و D قطع کنند، زاویه EID چند درجه است؟

(۴) ۳۵

(۳) ۳۰

(۲) ۲۵

(۱) ۲۰

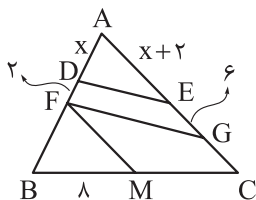
۲۳- در مثلث ABC داریم $AC > AB$ ، اگر $\hat{C} = 70^\circ$ باشد، زاویه BAC کدام می‌تواند باشد؟

(۴) 44° (۳) 42° (۲) 40° (۱) 38°

۲۴- نقاط M و N روی پاره خط AB قرار دارند به طوری که $\frac{AM}{MB} = \frac{4}{11}$ و $\frac{NA}{NB} = \frac{13}{17}$ است. مقدار $\frac{MN}{AB}$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۱) $\frac{1}{6}$

۲۵- در شکل زیر، M وسط ضلع BC است. اگر $DE \parallel FG$ و $FM \parallel AC$ باشد، طول ضلع AB کدام است؟

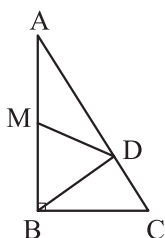
(۱) $5/5$

(۲) ۶

(۳) ۴

(۴) ۵

۲۶- مثلث قائم‌الزاویه ABC، مطابق شکل مفروض است. اگر $AD = 3DC$ و $AB = 2AM$ باشد، نسبت $\frac{BD}{MD}$ کدام است؟

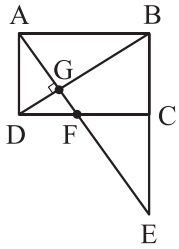
(۲) $\frac{AM}{BC}$ (۱) $\frac{AM}{DC}$

(۴) ۱

(۳) $\frac{AC}{AB}$

محل انجام محاسبات

۲۷- در شکل زیر، $ABCD$ مستطیل و پاره خط AF بر قطر BD در نقطه G عمود است. اگر $GF = ۲$ و $EF = ۶$ باشد، طول AG کدام است؟

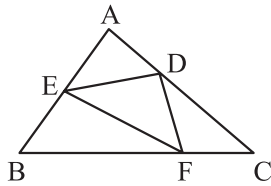


(۱) ۴

(۲) $۲\sqrt{۳}$ (۳) $۴\sqrt{۳}$

(۴) ۶

۲۸- در شکل زیر، $\hat{AED} = \hat{EFB} = \hat{FDC}$ است. اگر $BC = ۴EF = ۱۴$ و $DE = ۲/۵$ باشد، طول AB کدام است؟

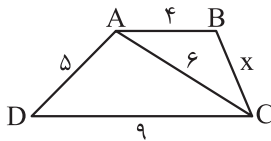
(۱) $۱۲/۶$

(۲) ۱۰

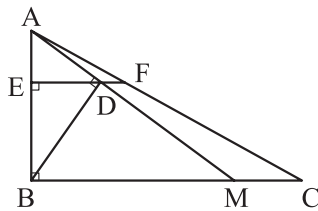
(۳) ۹

(۴) $۹/۸$

۲۹- در شکل مقابل، چهارضلعی $ABCD$ دوزنقه است، مقدار x کدام است؟

(۲) $۲/۵$ (۱) $۱/۲۵$ (۴) $\frac{۱۰}{۳}$ (۳) $\frac{۲۰}{۹}$

۳۰- اگر در شکل زیر، $AD = ۳$ و $BD = ۲$ ، $MC = ۴$ باشد، طول EF کدام است؟

(۱) $۳/۲۵$ (۲) $۳/۱۵$ (۳) $۳/۱۲$ (۴) $۳/۹$



فیزیک دهم

۳۱- در کدام گزینه، حداقل دو کمیت برداری وجود دارد؟

- (۱) جریان الکتریکی، جرم، فشار
(۲) سرعت، بار الکتریکی، دما
(۳) فشار، جریان الکتریکی، نیرو
(۴) وزن، انرژی، شتاب

۳۲- در رابطه $A = PV$ ، کمیت‌های P و V به ترتیب فشار و حجم را نشان می‌دهند. یکای کمیت A در SI کدام است؟

- (۱) نیوتون (۲) ژول (۳) پاسکال (۴) نیوتون بر متر

۳۳- ستاره‌های کوتوله سفید، بسیار چگال هستند و چگالی آن‌ها در SI حدود 10^9 میلیون است. اگر فرض کنیم جرم یک ستاره کوتوله سفید برابر با جرم زمین باشد، حجم آن چند متر مکعب است؟ (جرم زمین برابر 6×10^{24} kg است.)

- (۱) 6×10^{10} (۲) 6×10^{12} (۳) 6×10^{14} (۴) 6×10^{16}

۳۴- مقداری آب را با 200 g اتانول مخلوط کرده‌ایم، به طوری که چگالی مخلوط در SI به 900 می‌رسد. با فرض آن که مجموع حجم آب و اتانول برابر با حجم مخلوط باشد، جرم این مخلوط چند گرم است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ ، $\rho_{\text{اتانول}} = 800 \text{ kg/m}^3$)

- (۱) 250 (۲) 300 (۳) 400 (۴) 450

۳۵- کدام موارد زیر درست است؟

- (الف) ابعاد مولکول‌ها در حدود 10^{-10} تا 10^{-9} متری است.
(ب) با سرد شدن آرام مایع‌ها، همواره جامد بلورین تشکیل می‌شود.
(پ) فاصله ذرات سازنده جامد و مایع تقریباً یکسان است.
(ت) پدیده پخش در گازها سریع‌تر از مایع‌ها رخ می‌دهد.
(۱) الف و ب (۲) الف و ت (۳) ب و پ (۴) پ و ت

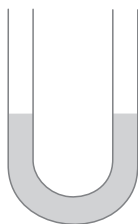
۳۶- شکل زیر، خروج قطره‌های روغن با دمای متفاوت را از دهانه دو قطره‌چکان مشابه نشان می‌دهد. دمای قطره‌های روغن در شکل (الف) از دمای قطره‌های روغن در شکل (ب) است و افزایش دما سبب نیروی هم‌چسبی و نیروی دگرچسبی می‌شود.



- (۱) کم‌تر - افزایش - کاهش
(۲) کم‌تر - کاهش - کاهش
(۳) بیشتر - کاهش - افزایش
(۴) بیشتر - افزایش - افزایش

محل انجام محاسبات

۳۷- در شکل زیر، مقداری آب درون یک لوله U شکل در حال تعادل قرار دارد. چند گرم روغن به چگالی 750 kg/m^3 در یکی از شاخه‌ها بریزیم تا اختلاف ارتفاع سطح آزاد دو مایع در شاخه‌ها ۴ cm شود؟ (مساحت مقطع شاخه‌ها یکسان و برابر 5 cm^2 است و $\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$)



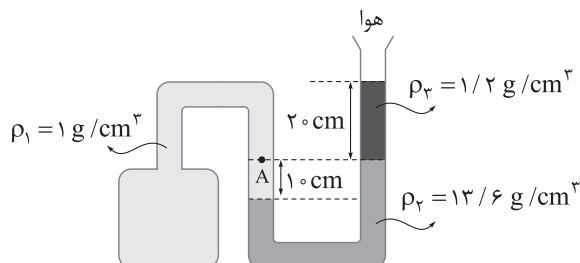
(۱) ۱۶

(۲) ۴۵

(۳) ۶۰

(۴) ۲۰۰

۳۸- در شکل زیر، فشار پیمانه‌ای در نقطه A چند کیلوپاسکال است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$)



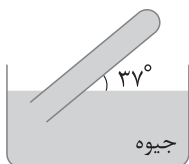
(۱) ۱۰

(۲) ۱۴

(۳) ۱۵

(۴) ۱۷

۳۹- در شکل زیر، فشار جیوه در انتهای بسته لوله ۵۱ cmHg است. طول قسمتی از لوله که بیرون از مایع قرار دارد چند سانتی‌متر است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$ و $P_0 = 75 \text{ cmHg}$)



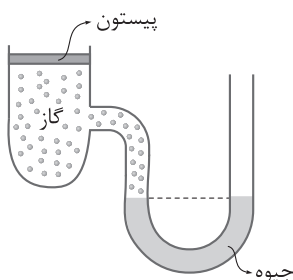
(۱) ۲۴

(۲) ۳۰

(۳) ۴۰

(۴) ۵۴

۴۰- مطابق شکل، سطح جیوه در دو طرف لوله برابر است. اگر وزنه‌ای به جرم m را روی پیستون سمت چپ قرار دهیم، پس از تعادل، سطح جیوه در لوله سمت راست ۸ cm بالاتر از لوله سمت چپ خواهد بود. m چند کیلوگرم است؟ (جرم و اصطکاک پیستون ناچیز و مساحت سطح مقطع آن برابر 20 cm^2 است. $g = 10 \text{ N/kg}$ و $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3$)



(۱) ۱/۰۸۸

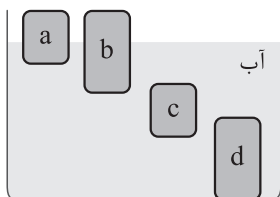
(۲) ۲/۱۷۶

(۳) ۱۰/۸۸

(۴) ۲۱/۷۶



۴۱- مطابق شکل، چهار جسم مکعب مستطیل شکل را در آب یک استخر قرار می‌دهیم و جسم‌ها در حال تعادل هستند. چند مورد از گزاره‌های زیر در مورد چگالی آن‌ها حتماً درست است؟



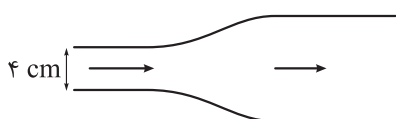
$$\rho_a = \rho_b < \rho_{\text{آب}} = \rho_c \quad (۱)$$

$$\rho_a < \rho_b < \rho_{\text{آب}} < \rho_d \quad (۲)$$

$$\rho_a = \rho_b < \rho_{\text{آب}} < \rho_d \quad (۳)$$

$$\rho_a < \rho_b < \rho_{\text{آب}} = \rho_d \quad (۴)$$

۴۲- شکل زیر، لوله‌ای افقی با دو قطر متفاوت را نشان می‌دهد. اگر تندی آب در این دو مقطع ۱۸ m/s و ۸ m/s باشد، شعاع لوله سمت راست چند سانتی‌متر است و فشار آب در آن نسبت به سمت چپ لوله چگونه است؟



(۱) ۶ و بیشتر

(۲) ۶ و کمتر

(۳) ۳ و بیشتر

(۴) ۳ و کمتر

۴۳- یک توپ فوتبال به جرم ۴۵۰ g با تندی v_1 به تیر دروازه برخورد کرده و با نصف تندی اولیه برمی‌گردد. انرژی جنبشی توپ چند درصد کاهش می‌یابد؟

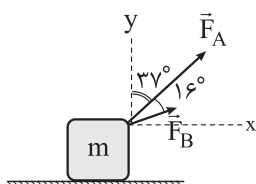
(۴) ۷۵

(۳) ۵۰

(۲) ۴۰

(۱) ۲۵

۴۴- مطابق شکل زیر به جسمی به جرم m ، دو نیروی $\vec{F}_A$ و $\vec{F}_B$ وارد می‌شوند و جسم به اندازه d روی سطح افقی جابه‌جا می‌شود. نسبت کار نیروی $\vec{F}_A$ به کار نیروی $\vec{F}_B$ کدام است؟ $(F_A = ۳F_B \text{ و } \sin ۳۷^\circ = ۰/۶)$



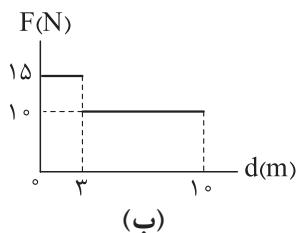
(۲) $\frac{3}{4}$

(۱) $\frac{9}{4}$

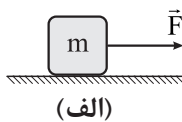
(۴) $\frac{8}{3}$

(۳) ۲

۴۵- مطابق شکل (الف)، نیروی افقی $\vec{F}$ به جسم m وارد می‌شود و شکل (ب) نمودار نیروی $\vec{F}$ بر حسب جابه‌جایی جسم m است. اگر نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح افقی در طول مسیر، ثابت و به اندازه ۲ N باشد، کار کل از ابتدا تا انتهای مسیر چند ژول است؟



(ب)



(الف)

(۱) ۹۵

(۲) ۱۱۵

(۳) ۱۳۵

(۴) ۱۵۰

محل انجام محاسبات

۴۶- بسته‌ای به جرم 20 kg با تندی 2 m/s از یک بالون ساکن در ارتفاع h از سطح زمین، به بیرون پرتاب می‌شود. اگر بسته با تندی 12 m/s به زمین برسد و بزرگی کار نیروی مقاومت هوا روی بسته در طول مسیر $6/6 \text{ kJ}$ باشد، h چند متر است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴) ۶۰

۴۷- گلوله A به جرم 2 kg و گلوله B به جرم $1/5 \text{ kg}$ به ترتیب از ارتفاع‌های $7/6 \text{ m}$ و h از سطح زمین، رها می‌شوند. اگر انرژی جنبشی گلوله A در ارتفاع ۴ متری از سطح زمین برابر انرژی پتانسیل اولیه گلوله B باشد، انرژی جنبشی گلوله B در ارتفاع ۴ متری از سطح زمین چند ژول است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)، مقاومت هوا ناچیز است و مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین در نظر بگیرید.

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۷ (۳) ۵۴ (۴) ۶۰

۴۸- در شرایط خلاء گلوله‌ای بدون سرعت اولیه از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌شود و پس از طی مسافت Δh ، انرژی پتانسیل گرانشی آن ۵ برابر انرژی جنبشی آن می‌شود. $\frac{\Delta h}{h}$ کدام است؟ (مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین در نظر بگیرید.)

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۴۹- بالابری، یک جعبه به جرم m را با تندی ثابت و در مدت ۳ دقیقه از سطح زمین تا ارتفاع 64 m بالا می‌برد. اگر توان مفید بالابر 800 W باشد، m چند کیلوگرم است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

- (۱) $22/5$ (۲) ۴۵ (۳) ۵۰ (۴) ۲۲۵

۵۰- ماشین A نسبت به ماشین B دارای توان ورودی کمتر ولی بازده بیشتر است. اگر مقدار انرژی یکسانی به این دو ماشین بدهیم، ماشین A کار را در زمان انجام می‌دهد.

- (۱) بیشتر - بیشتر (۲) بیشتر - کمتر (۳) کمتر - کمتر (۴) کمتر - بیشتر



شیمی دهم

۵۱- اگر در یون X^{2+} ، 124 ، شمار نوترون‌ها برابر با مجموع «شمار پروتون‌ها و نصف تعداد الکترون‌ها» باشد، عنصر X با کدام عنصر در جدول تناوبی هم‌گروه است؟

(۱) ^{14}J (۲) ^{13}Z (۳) ^{20}M (۴) ^{16}G

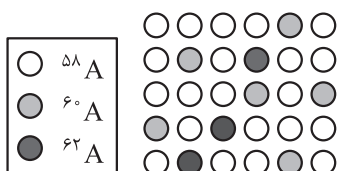
۵۲- با توجه به مطالب کتاب درسی، کدام مورد درست است؟

(۱) شیمی‌دان‌ها ماده‌ای را عنصر می‌نامند که از یک نوع اتم تشکیل شده باشد و در نماد آن عنصر، جرم و بار نسبی مشخص می‌شود.

(۲) هر دو عنصر X و M در یک گروه از جدول تناوبی قرار داشته و خواص شیمیایی یکسانی دارند.

(۳) نسبت جرم یک واحد amu به جرم اتم هیدروژن (1H)، به تقریب برابر با $1/0.08$ است.

(۴) درصد فراوانی هلیوم در سیاره مشتری و درصد حجمی آن در گاز طبیعی، کم‌تر از ۱۰ درصد است.



۵۳- با توجه به شکل روبه‌رو که فراوانی نسبی اتم‌های A را در یک نمونه طبیعی آن نشان می‌دهد، جرم اتمی میانگین A، چند واحد از جرم اتمی سنگین‌ترین ایزوتوپ آن کم‌تر است؟ (جرم اتمی ایزوتوپ‌ها را معادل عدد جرمی آن‌ها در نظر بگیرید.)

(۱) $2/8$ (۲) $3/0$ (۳) $3/2$ (۴) $3/4$

۵۴- کدام مورد مطابق قاعده آفبا، نادرست است؟

(۱) مقایسه انرژی زیرلایه‌های $5f$ ، $5d$ و $6p$ به صورت $5f > 6p > 5d$ است.

(۲) در میان زیرلایه‌های $4f$ ، $5d$ و $6p$ ، زیرلایه $4f$ زودتر از الکترون پر می‌شود.

(۳) بعد از زیرلایه $5s$ ، زیرلایه $5p$ توسط الکترون‌ها اشغال می‌شود.

(۴) در میان زیرلایه‌های شناخته‌شده، ۳ نوع زیرلایه با $n + l = 5$ وجود دارد.

۵۵- عنصر X، ششمین عنصر دسته d می‌باشد و عنصر Z در دوره ۳ و گروه ۱۴ جدول دوره‌ای قرار دارد. کدام مطلب، نادرست است؟

(۱) اختلاف عدد اتمی عنصرهای X و Z برابر ۱۲ است.

(۲) هر دوی این عنصرها، جزء ۸ عنصر فراوان زمین هستند.

(۳) عنصر Z فاقد الکترون جفت‌شده در آرایش الکترون - نقطه‌ای خود می‌باشد.

(۴) شمار الکترون‌های متعلق به زیرلایه‌های با $n + l = 4$ در اتم عنصر X، بیشتر از شمار این الکترون‌ها در اتم ۱۴ عنصر دیگر از دوره چهارم جدول تناوبی است.

محل انجام محاسبات



۵۶- در مخلوطی به جرم ۱۴ گرم از نقره و مس، شمار اتم‌های نقره، دو برابر شمار اتم‌های مس است. مجموع شمار اتم‌ها در این مخلوط کدام است؟ ($\text{Cu} = 64, \text{Ag} = 108 : \text{g.mol}^{-1}$)

$$(1) \quad 4/515 \times 10^{23} \quad (2) \quad 6/02 \times 10^{22} \quad (3) \quad 9/03 \times 10^{22} \quad (4) \quad 3/01 \times 10^{23}$$

۵۷- درستی یا نادرستی کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟

- (۱) پرتوهای فرابنفش همانند ریزموج‌ها، طول موج کوتاه‌تری نسبت به پرتوهای فروسرخ دارند.
 - (۲) نور خورشید با عبور از قطره‌های آب موجود در هوا، تجزیه شده و گستره‌ای رنگی با هفت طول موج ایجاد می‌کند.
 - (۳) با استفاده از رنگ شعله سدیم کلرید یا لیتیم نیترات، رنگ شعله سدیم نیترات نیز قابل پیش‌بینی است.
 - (۴) شمار خط‌های رنگی در ناحیه مرئی طیف نشری خطی عنصرهای لیتیم و هیدروژن برابر است.
- ۵۸- با توجه به آرایش الکترونی بیرونی‌ترین زیرلایه الکترونی یون‌های $X^{2+} : 3p^6$ و $M^{3-} : 3p^6, A^{-} : 4p^6, D^{3+} : 3d^1$ ، کدام موارد زیر درست است؟

(الف) شمار الکترون‌ها در یون A^{-} ، برابر با تفاوت عدد اتمی عنصرهای قبل و بعد از عنصر M در گروه آن در جدول تناوبی است.

(ب) در نام‌گذاری ساده‌ترین ترکیب حاصل از عنصر A با عنصر M، از پیشوند «تری» استفاده می‌شود.

(پ) مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های ظرفیت در اتم عنصر D، برابر با مجموع شمار الکترون‌های ظرفیتی در اتم دو عنصر A و M است.

(ت) شمار الکترون‌های با $I = 0$ در اتم عنصر A، دو برابر شمار عنصرهای بین دو عنصر M و X در جدول تناوبی است.

$$(1) \quad \text{الف و ت} \quad (2) \quad \text{الف و پ} \quad (3) \quad \text{ب و پ} \quad (4) \quad \text{ب و ت}$$

۵۹- کدام مورد درست است؟

- (۱) بوکسیت و SiO_2 ، به ترتیب نمونه‌هایی از اکسید عنصرهای آلومینیم و سیلیس در طبیعت هستند.
 - (۲) مجموع عدد جرمی ایزوتوپ‌های هیدروژن، دو برابر شمار الکترون‌ها با عدد کوانتومی فرعی زوج در اتم X است.
 - (۳) به دلیل سختی بالای گرافیت مانند سرب، در گذشته مردم می‌پنداشتند که گرافیت از سرب تشکیل شده است.
 - (۴) شمار الکترون‌های مبادله‌شده در هنگام تشکیل ترکیب‌های یونی دوتایی مختلف، با هم برابر است.
- ۶۰- اتم عنصر X، بیشترین شمار الکترون‌های ظرفیت را در میان عنصرهای هم‌دوره خود و کم‌ترین شمار لایه‌های الکترونی اشغال‌شده را در میان عنصرهای هم‌گروه خود دارد. اگر اتم عنصر X فاقد زیرلایه با $I = 2$ باشد، کدام مورد درباره آن به یقین درست است؟

(۱) فرمول شیمیایی اکسید آن به صورت XO_2 است.

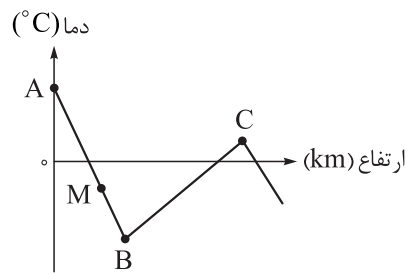
(۲) بیشترین شمار الکترون‌های جفت‌شده در آرایش الکترون - نقطه‌ای را در بین عنصرهای سه دوره اول جدول تناوبی دارد.

(۳) در آرایش الکترون - نقطه‌ای آن مانند عنصر Z، یک جفت الکترون وجود دارد.

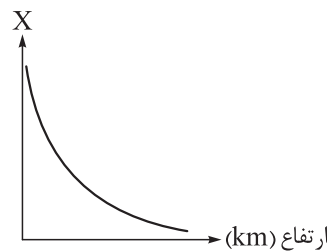
(۴) عنصری از دسته p جدول تناوبی است که شمار الکترون‌های ظرفیت اتم آن برابر با شمار الکترون‌های ظرفیت در اتم M است.



۶۱- با توجه به نمودارهای زیر که برخی تغییرات در لایه‌های هواکره با افزایش ارتفاع از سطح زمین را نشان می‌دهد، کدام مورد درست است؟ (دما در سطح زمین را 14°C در نظر بگیرید.)



(I)



(II)

(۱) در نمودار (I)، اگر دما در نقطه M، برابر با 242 کلین باشد، این نقطه در ارتفاع $7/5$ کیلومتری از سطح زمین قرار دارد.
 (۲) در نمودار (I)، در فاصله ارتفاع B تا C، ذره‌های بارداری مانند O^+ ، O_2^+ و ... در هواکره دیده می‌شود.
 (۳) در نمودار (II)، کمیت X می‌تواند مربوط به فشار هوا برحسب atm باشد، اما نمی‌تواند مربوط به چگالی هوا برحسب g.L^{-1} باشد.

(۴) حدود ۷۵ درصد از جرم هواکره در قسمت BC در نمودار (I) قرار دارد.

۶۲- کدام موارد زیر درست است؟ (فرض کنید در هوا گازهای N_2 ، O_2 ، Ar ، CO_2 ، H_2O و He وجود دارد.)

(الف) با سرد کردن هوا تا 153 کلین، مخلوط گازی حاصل شامل سه گاز نیتروژن، آرگون و اکسیژن است.
 (ب) در تقطیر جزء به جزء هوای مایع، با خارج شدن نخستین گاز از ستون تقطیر، نقطه جوش مایع باقی‌مانده افزایش می‌یابد.
 (پ) در فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع، هر چه نقطه جوش گازی بیشتر باشد، زودتر از ستون تقطیر خارج می‌شود.
 (ت) فرایند جدا کردن اجزای هوای مایع با دمای 200°C ، با توجه به نقطه جوش آن‌ها انجام می‌شود.
 (۱) ب و ت (۲) ب و پ (۳) الف و پ (۴) الف و ت

۶۳- درصد حجمی چهار گاز نجیب جدول دوره‌ای در لایه تروپوسفر به صورت زیر است. کدام مورد، نادرست است؟

گاز	A	X	D	E
درصد حجمی	۰/۹۲۸	۰/۰۰۱۸	۰/۰۰۰۵	۰/۰۰۰۱

(۱) D، سبک‌ترین گاز نجیب است و از واکنش‌های هسته‌ای در اعماق زمین تولید می‌شود.
 (۲) از لامپ X در ساخت تابلوهای تبلیغاتی برای ایجاد نوشته‌های نورانی سرخ‌رنگ استفاده می‌شود.
 (۳) عدد اتمی E، دو برابر عدد اتمی A است.
 (۴) در هر صد متر مکعب از هوا، ۵ لیتر از گازی که برای خنک کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری استفاده می‌شود، وجود دارد.

۶۴- کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) برای تهیه سولفوریک اسید، از گازی استفاده می‌شود که در میان فراورده‌های حاصل از سوختن زغال‌سنگ نیز وجود دارد.
- (۲) با توجه به واکنش فرضی: $A \xrightarrow{\Delta} B$ ، می‌توان گفت که واکنش‌دهنده‌ها بر اثر گرم شدن واکنش می‌دهند.
- (۳) نور حاصل از سوختن گرد آهن، طول موجی بلندتر از طول موج نور ایجادشده در اثر سوختن گوگرد دارد.
- (۴) تفاوت مجموع ضرایب موازنه‌شده واکنش سوختن کامل متان با این مجموع در معادله موازنه‌شده واکنش سوختن فلز منیزیم، برابر با ۲ است.

۶۵- اگر $\frac{4}{117}$ جرم اکسیدی از کروم را عنصر اکسیژن تشکیل دهد، فرمول شیمیایی آن کدام است و شمار یون‌های موجوددر $2/72$ گرم از این اکسید کروم، چه مضربی از 10^{22} است؟ ($O = 16, Cr = 52: g.mol^{-1}$)

$$CrO \quad 4/816 \quad 12/04 - CrO \quad 4/816 - Cr_2O_3 \quad 12/04 - Cr_2O_3 \quad 4/816 - Cr_2O_3 \quad 12/04 - Cr_2O_3 \quad 4/816 - Cr_2O_3$$

$$CrO \quad 4/816 \quad 12/04 - CrO \quad 4/816 - Cr_2O_3 \quad 12/04 - Cr_2O_3 \quad 4/816 - Cr_2O_3 \quad 12/04 - Cr_2O_3 \quad 4/816 - Cr_2O_3$$

۶۶- اگر شمار الکترون‌های موجود در زیرلایه $3d$ در اتم M ، با شمار الکترون‌های آخرین لایه اشغال‌شده اتم نوزدهمین عنصر جدول تناوبی برابر باشد، کدام مورد درست است؟

- (۱) در نام‌گذاری ترکیب‌های عنصر M از اعداد رومی استفاده می‌شود.
- (۲) شمار الکترون‌های دارای $n = 3$ در اتم M ، برابر ۷ است.
- (۳) تفاوت عدد اتمی عنصر M با نخستین عنصر دسته p جدول تناوبی برابر با عدد اتمی یکی از گازهای نجیب است.
- (۴) شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم M با شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم X برابر است.

۶۷- محلول آبی کدام ترکیبات زیر، کاغذ pH را به رنگ سرخ درمی‌آورد و در میان این ترکیب‌های انتخاب‌شده، در ساختار کدام ترکیب، شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی، دو برابر شمار پیوندهای اشتراکی است؟

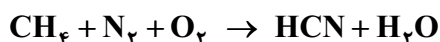
(a) کربن دی‌اکسید

(b) کلسیم اکسید

(c) گوگرد تری‌اکسید

$$a - b, c \quad c - b, c \quad c - c, a \quad a - c, a$$

۶۸- تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها در واکنش زیر، پس از موازنه معادله آن کدام است؟



$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad 10 \quad 11 \quad 12 \quad 13 \quad 14 \quad 15 \quad 16 \quad 17 \quad 18 \quad 19 \quad 20 \quad 21 \quad 22 \quad 23 \quad 24 \quad 25 \quad 26 \quad 27 \quad 28 \quad 29 \quad 30 \quad 31 \quad 32 \quad 33 \quad 34 \quad 35 \quad 36 \quad 37 \quad 38 \quad 39 \quad 40 \quad 41 \quad 42 \quad 43 \quad 44 \quad 45 \quad 46 \quad 47 \quad 48 \quad 49 \quad 50 \quad 51 \quad 52 \quad 53 \quad 54 \quad 55 \quad 56 \quad 57 \quad 58 \quad 59 \quad 60 \quad 61 \quad 62 \quad 63 \quad 64 \quad 65 \quad 66 \quad 67 \quad 68 \quad 69 \quad 70 \quad 71 \quad 72 \quad 73 \quad 74 \quad 75 \quad 76 \quad 77 \quad 78 \quad 79 \quad 80 \quad 81 \quad 82 \quad 83 \quad 84 \quad 85 \quad 86 \quad 87 \quad 88 \quad 89 \quad 90 \quad 91 \quad 92 \quad 93 \quad 94 \quad 95 \quad 96 \quad 97 \quad 98 \quad 99 \quad 100$$

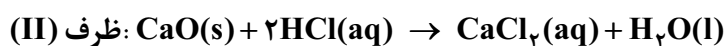
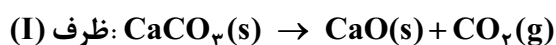
محل انجام محاسبات

۶۹- با توجه به جدول زیر، کدام مورد درست است؟ (همه این عناصر به دسته p و دوره دوم یا سوم جدول تناوبی تعلق دارند.)

D	X	E	A	عنصر
				ویژگی
۱	۰/۸	۰/۶	۲	نسبت شمار الکترون ها با $I = 0$ به شمار الکترون ها با $I = 1$

- (۱) عنصر A در واکنش با عنصر D، ترکیب‌های یونی با فرمول AD و AD_2 تشکیل می‌دهد.
 (۲) شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در مولکول ED_2 با مولکول ADX_2 برابر است.
 (۳) در مولکول‌های EDX_2 ، DX_2 و AE_2 ، اتم مرکزی دارای یک جفت‌الکترون ناپیوندی است.
 (۴) نسبت شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی به پیوندهای اشتراکی در ساختار AX_2 ، برابر با شمار یون‌ها در هر واحد فرمولی از آهن (III) سولفید است.

۷۰- ۷/۵ گرم کلسیم کربنات مطابق واکنش زیر در ظرف سرباز (I) به طور کامل تجزیه شده و جرم محتویات درون ظرف ۳/۳ گرم کاهش می‌یابد. اگر کلسیم اکسید تولیدشده در این واکنش با ۱۶ میلی لیتر محلول هیدروکلریک اسید با چگالی 1.25 g.mL^{-1} در ظرف (II) به طور کامل واکنش دهد، در نهایت چند گرم ماده در ظرف (II) وجود خواهد داشت؟



۲۴/۲ (۴)

۲۳/۳ (۳)

۱۸/۴ (۲)

۱۷/۰ (۱)

پاسخ‌نامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

محل انجام محاسبات



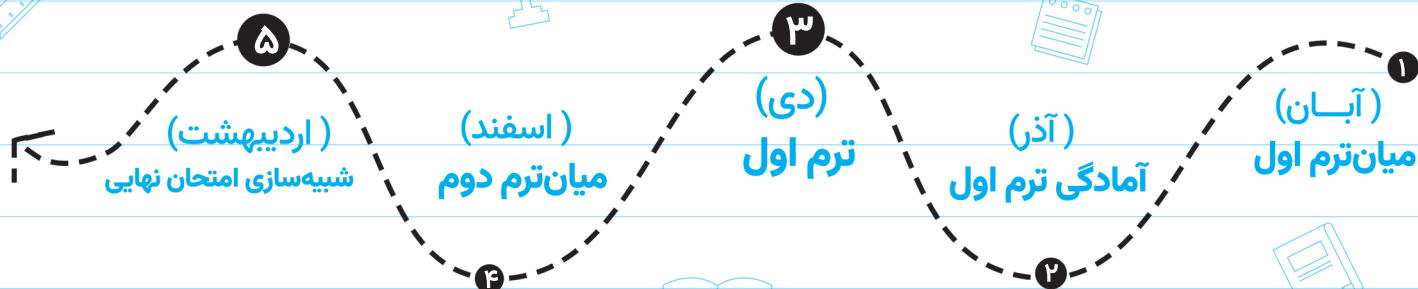
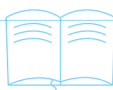
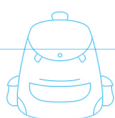
آزمون‌های تشریحی خیلی سبز



۵ مرحله در طول سال

شبیه‌سازی کامل امتحان نهایی

- منطبق بر بارم‌بندی آموزش و پرورش
- تشابه کامل فرم برگه سوال، پاسخ‌برگ، کلید، پاسخنامه و حتی فونت سوال‌ها با امتحان نهایی
- پوشش همه مطالب و انواع سوالات
- ارائه یک یا دو تست عیناً مشابه امتحان نهایی
- هم‌سطح با دشواری سوالات امتحان نهایی



پاسخنامه‌های خیلی تشریحی

- ارائه پاسخ کامل و مرحله به مرحله
- محتوای یاددهنده شامل درسنامه
- ارائه نکات کلیدی هر سوال



تصحیح کاملاً مکانیزه

- تصحیح کاملاً حرفه‌ای توسط دو مصحح
- تصحیح سوم در صورت اختلاف نظر دو مصحح قبل
- تصحیح به صورت بررسی یک سوال برای گروهی از دانش‌آموزان
- امکان کامنت‌گذاری مصحح در فرایند تصحیح
- امکان درخواست تصحیح مجدد در پل ثبت اعتراض



کارنامه‌های بسیار کاربردی

- کارنامه تحلیلی و مقایسه‌ای
- نمره به تفکیک سوال
- کارنامه مبحثی



پاسخ نامه آزمون آزمایشی خلی سبز

مرحله هفتم

پایه دهم

۱۴۰۴/دی/۲۶

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

دانشته ریاضی

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
ریاضی	کوروش اسلامی - مهران جعفری - عادل حسینی - مصطفی دیداری - محمدرضا راسخ - محمد گودرزی حسین نادری - جهانبخش نیکنام
هندسه	کیوان صارمی - ماهک کناره
فیزیک	علیرضا جباری - علیرضا جعفری - مسعود خندان - رضا سبزمیدانی - احسان محمدی - محمدکاظم منشادی
شیمی	یلدا رزاق زاده - یاسر عبداللہی - وحید فارسیان - محمد نوروزی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
ریاضی	عادل حسینی	عادل حسینی	عادل حسینی	سجاد داوطلب	محمد مهدی حسینی منصور زرکش اصفهانی سهند محمدکریم نژاد
هندسه	کیوان صارمی	کیوان صارمی	ماهک کناره	ماهک کناره	امیرحسین ابومحبوب ماهان فنی فر سیدعباس حسینی ابوالفضل ناصری مریم نظری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	علیرضا جباری	علیرضا جعفری	سعید محبی	علیرضا جعفری امیر محمودی انزلی سعید محبی فاطمه نجفی
شیمی	یاسر عبداللہی	وحید فارسیان	وحید فارسیان	مرتضی نصیرزاده	پارسا طاهری منزہ امیرمحمد شکوهی یلدا رزاق زاده متین قنبری

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانپور



Azmoon.kheilisabz.com

آزمون آزمایشی خیلی سبز

سرپرست تولید	الناز علی یاری زاده
ویراستاران فنی	نیلوفر اعتمادی - نیوشا پیمان - هدیه خسروی الهه صفری - زهرا صفری - فاطمه علی اکبری محیا غنی فرد - زهرا فرهادی مهر - نادره ناز آوری ساعده نمازی
رسام	ندا فخاری سارا گنجی آزادپور
صفحه آرایی	صدف امام - مریم حسین زاده سپیده سخائی - الهام سهرابی - طاهره صادق نژاد مائده صبری - نیلوفر فرخجسته - فاطمه قیاسوند مهدیه گل پور - دریا لطفی



ریاضیات

۱ دو مجموعه ناتهی A و B را در مجموعه مرجع U در نظر بگیرید. اگر $A \cup B = U$ باشد، کدام نتیجه گیری الزاماً درست است؟

$$(A, B \neq U)$$

(۱) A و B مجموعه های جدا از هم هستند.

(۲) A' و B' مجموعه های جدا از هم هستند.

(۳) A و B مساوی اند.

(۴) از بین مجموعه های A و B، یکی زیرمجموعه دیگری است.

پاسخ: گزینه ۲

قوانین دمورگان:

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

اگر اشتراک دو مجموعه ناتهی، تهی باشد، آن دو مجموعه جدا از هم هستند.

متمم مجموعه $A \cup B$ را طبق قوانین دمورگان به دست می آوریم:

$$(A \cup B)' = A' \cap B' \xrightarrow[A' = \emptyset]{A \cup B = U} A' \cap B' = \emptyset$$

این یعنی A' و B' دو مجموعه جدا از هم هستند.

کدس Box

نکته

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۲ اگر $A = (-\infty, 4)$ ، $B = (-1, 5)$ و $C = [4, 6]$ باشد، بازه $[\frac{9}{4}, \frac{11}{4}]$ زیرمجموعه کدام مجموعه است؟

$$(A \cap B) - C \quad (۲)$$

$$A \cup (B \cap C) \quad (۱)$$

$$(B \cup C) - A \quad (۴)$$

$$(A \cup B) \cap C \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۴

مجموعه‌های گزینه‌ها رو به دست بیار.

 Hint

 درس Box

قوانین اجتماع و اشتراک بازه‌ها:

فرض کنید اجتماع و اشتراک دو بازه، هم‌چنان بازه باشد. حالا برای به دست آوردن اجتماع و اشتراک به صورت زیر عمل می‌کنیم:

(۱) برای اشتراک‌گیری، از بین ابتداهای بازه‌ها بزرگ‌ترین مقدار و از بین انتهایهای بازه‌ها کوچک‌ترین مقدار را انتخاب می‌کنیم.

(۲) برای اجتماع‌گیری، از بین ابتداهای بازه‌ها کوچک‌ترین مقدار و از بین انتهایهای بازه‌ها بزرگ‌ترین مقدار را انتخاب می‌کنیم.

 مثال

$$y = (0, 6], x = [-5, 2)$$

$$x \cap y = (0, 2)$$

$$x \cup y = [-5, 6]$$

طبق قواعد درس باکس، مجموعه هر گزینه را حساب می‌کنیم تا ببینیم بازه کدام گزینه شامل همه اعداد بازه $[\frac{9}{4}, \frac{11}{4}]$ نیز هست.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$(۱) B \cap C = (-1, 5) \cap [4, 6] = [4, 5)$$

$$\Rightarrow A \cup (B \cap C) = (-\infty, 4) \cup [4, 5) = (-\infty, 5)$$

این بازه شامل اعداد بازه $[\frac{9}{4}, \frac{11}{4}]$ نیست.

$$(۲) A \cap B = (-\infty, 4) \cap (-1, 5) = (-1, 4)$$

$$\Rightarrow (A \cap B) - C = (-1, 4) - [4, 6] = (-1, 4)$$

بازه $[\frac{9}{4}, \frac{11}{4}]$ نمی‌تواند زیرمجموعه این بازه نیز باشد.

$$(۳) A \cup B = (-\infty, 4) \cup (-1, 5) = (-\infty, 5)$$

$$\Rightarrow (A \cup B) \cap C = (-\infty, 5) \cap [4, 6] = [4, 5)$$

این بازه نیز شامل اعداد بازه $[\frac{9}{4}, \frac{11}{4}]$ نیست.

$$(۴) B \cup C = (-1, 5) \cup [4, 6] = (-1, 6]$$

$$\Rightarrow (B \cup C) - A = (-1, 6] - (-\infty, 4) = [4, 6]$$

همان‌طور که می‌بینید، بازه $[4/5, 5/5]$ زیرمجموعه بازه $[4, 6]$ است، پس پاسخ صحیح گزینه (۴) است.

ریاضیات

۳ عدد $\sqrt{5\sqrt{31}}$ عضو بازه $(n, n+1)$ است. اگر n عددی طبیعی باشد، عدد $\sqrt{(n+2)\sqrt{3n-4}}$ بین کدام دو عدد صحیح قرار دارد؟

(۱) ۵ و ۶ (۲) ۳ و ۴ (۳) ۶ و ۷ (۴) ۴ و ۵

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

ریشه n ام: جواب (های) معادله $x^n = a$ ریشه (های) n ام عدد a است و به صورت $\sqrt[n]{a}$ (یا $\pm\sqrt[n]{a}$) نمایش می‌دهیم.

• اگر a عددی منفی باشد، n فقط می‌تواند فرد باشد، به عبارت دیگر اعداد منفی فقط ریشه مرتبه فرد دارند.

• اگر n فرد باشد، a هر عددی می‌تواند باشد، به عبارت دیگر همه اعداد حقیقی ریشه مرتبه فرد دارند.

• اگر n زوج باشد، دو مقدار برای x پیدا می‌شود که قرینه یکدیگرند؛ به عبارت دیگر اعداد مثبت دو ریشه زوج دارند که قرینه یکدیگرند. این اعداد $\sqrt[n]{a}$ و $-\sqrt[n]{a}$ هستند.

• تعیین مقدار حدودی ریشه n ام:

فرض کنید می‌خواهیم پیدا کنیم که ریشه پنجم عدد ۹۰۰ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار می‌گیرد.

در ابتدا باید به صورت زیر عمل کنیم:

$$\underbrace{3^5}_{3 \times 81 = 243} < 900 < \underbrace{4^5}_{4^4 = 256}$$

حالا از طرفین نامساوی بالا ریشه پنجم می‌گیریم:

$$\sqrt[5]{3^5} < \sqrt[5]{900} < \sqrt[5]{4^5} \Rightarrow 3 < \sqrt[5]{900} < 4$$

$$a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$$

نکته

گام اول: ابتدا مقدار n را پیدا می‌کنیم:

$$\sqrt{5\sqrt{31}} = \sqrt{\sqrt{5^2 \times 31}} = \sqrt[4]{775}$$

حالا طبق درس باکس عمل می‌کنیم:

$$\underbrace{5^4}_{625} < 775 < \underbrace{6^4}_{1296} \Rightarrow 5 < \sqrt[4]{775} < 6$$

این یعنی $n = 5$ است.

گام دوم: حالا عدد مطلوب را می‌سازیم:

$$x = \sqrt{(n+2)\sqrt{3n-4}} \rightarrow x = \sqrt{7\sqrt{11}}$$

گام سوم: مشابه گام اول عمل می‌کنیم:

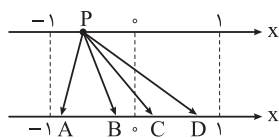
$$x = \sqrt{7\sqrt{11}} = \sqrt{\sqrt{7^2 \times 11}} = \sqrt[4]{539}$$

$$\underbrace{4^4}_{256} < 539 < \underbrace{5^4}_{625} \Rightarrow 4 < \sqrt[4]{539} < 5$$

در نتیجه عدد مطلوب بین ۴ و ۵ قرار دارد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به محور اعداد داده شده، کدام گزینه می تواند درست باشد؟ **۴**



$$B = \sqrt[3]{P^3}, A = \sqrt[3]{P^3} \quad (1)$$

$$B = P^3, A = P^5 \quad (2)$$

$$D = \sqrt[3]{P^2}, C = \sqrt[3]{P^2} \quad (3)$$

$$D = P^4, C = P^6 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲

رابطه بین ریشه ها و توان های اعداد حقیقی:

$$a < -1 : \begin{cases} \dots < a^9 < a^5 < a^3 < a < -1 < 1 < a^2 < a^4 < a^6 < \dots \\ a < \sqrt[3]{a} < \sqrt[5]{a} < \sqrt[9]{a} < \dots < -1 < 1 < \dots < \sqrt[9]{|a|} < \sqrt[5]{|a|} < \sqrt[3]{|a|} \end{cases}$$

$$-1 < a < 0 : \begin{cases} -1 < a < a^3 < a^5 < a^9 < \dots < 0 < \dots < a^6 < a^4 < a^2 < 1 \\ -1 < \dots < \sqrt[3]{a} < \sqrt[5]{a} < \sqrt[9]{a} < a < 0 < |a| < \sqrt[3]{|a|} < \sqrt[5]{|a|} < \sqrt[9]{|a|} < \dots < 1 \end{cases}$$

$$0 < a < 1 : 0 < \dots < a^6 < a^4 < a^2 < a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{a} < \dots < 1$$

$$a > 1 : 1 < \dots < \sqrt[4]{a} < \sqrt[3]{a} < \sqrt{a} < a < a^2 < a^3 < a^4 < \dots$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: عضو بازه $(-1, 0)$ است و چون A و B منفی اما C و D مثبت هستند، A و B می توانند توان ها یا ریشه های فرد عدد P باشند و C و D نیز می توانند توان های زوج عدد P یا توان ها یا ریشه های عدد $-P$ باشند.

گام دوم: حالا هر حالت گفته شده در گام اول را بررسی می کنیم:

الف) A و B توان های فرد عدد P هستند: با توجه به درس باکس توان P در B باید بیشتر باشد؛ زیرا B به صفر نزدیک تر است، پس گزینه (۲) نادرست است.

ب) A و B ریشه های فرد عدد P هستند: عدد P^3 نیز منفی است و طبق روابط درس باکس، هر چه از آن ریشه بزرگ تری بگیریم، به -1 نزدیک تر می شود، یعنی کوچک تر می شود، پس باید در B ، فرجه P^3 عدد کوچک تری باشد؛ زیرا از -1 دورتر است، این یعنی گزینه (۱) نیز نادرست است.

پ) C و D توان های زوج عدد P هستند، هر چه توان بیشتر باشد؛ عدد کوچک تر و به صفر نزدیک تر است: $P^4 < P^6$ پس گزینه (۴) هم نادرست است.

حالا که P عددی منفی است، P^2 مثبت و عضو بازه $(0, 1)$ است و طبق درس باکس، از اعداد این بازه هر چه ریشه بزرگ تری بگیریم، به 1 نزدیک تر و در نتیجه بزرگ تر می شوند. به عنوان مثال:

$$\sqrt[3]{P^2} > \sqrt[4]{P^2}$$

ریاضیات

۵ اگر $\sqrt[3]{4\sqrt[3]{2}} = 2^{\frac{y}{15}}$ و $\sqrt[3]{3^y\sqrt[3]{3}} = 3^{\frac{11}{15}}$ باشد، حاصل $\frac{x}{y}$ کدام است؟

۲/۵ (۴)

۱/۲۵ (۳)

۰/۸ (۲)

۰/۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

توان‌های گویا:

کسری Box

عبارت $a^{\frac{m}{n}}$ با شرط $a > 0$ ، معادل عبارت $\sqrt[n]{a^m}$ است.

اگر چند رادیکال متوالی داشته باشیم، فرجه‌ها در هم ضرب می‌شوند:



$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$$

گام اول: ابتدا از تساوی دوم مقدار x را حساب می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\sqrt[3]{4\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{2^2 \times 2^{\frac{1}{3}}} = \sqrt[3]{2^{\frac{7}{3}}} = 2^{\frac{y}{15}} \xrightarrow{\text{برابری توان‌ها}} \frac{y}{3 \times 5} = \frac{y}{15} \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow x = 5$$

گام دوم: حالا با فرض $x = 5$ می‌رویم سراغ رابطه اول:

$$\sqrt[3]{3^y\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{3^y \times 3^{\frac{1}{3}}} = \sqrt[3]{3^{y+\frac{1}{3}}} = 3^{\frac{11}{15}} \Rightarrow y + \frac{1}{3} = \frac{11}{5} \Rightarrow y = 2$$

$$\xrightarrow{\text{برابری توان‌ها}} \frac{5y+1}{15} = \frac{11}{15} \Rightarrow 5y+1=11 \Rightarrow y=2$$

در نتیجه داریم:

$$\frac{x}{y} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$



در معادله $(\sqrt[3]{4\sqrt[5]{2\sqrt{2}}})^{3x-1} = (\sqrt[5]{2\sqrt[4]{8}})^{2x-1}$ مقدار x کدام است؟

$$\frac{13}{49} \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{1}{32} \quad (2)$$

$$\frac{25}{96} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

مثل سؤال قبل عمل کنین و یه معادله در توان حل کنین.

Hint

گام اول: ابتدا پایه‌ها را به صورت یک توان گویا از ۲ می‌نویسیم:

پاسخ خیلی تشریحی

$$\sqrt[3]{4\sqrt[5]{2\sqrt{2}}} = 2^{\frac{2}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{30}} = 2^{\frac{23}{30}}$$

$$\sqrt[5]{2\sqrt[4]{8}} = 2^{\frac{1}{5} + \frac{3}{20}} = 2^{\frac{7}{20}}$$

گام دوم: حالا تساوی را دقیق‌تر می‌نویسیم:

$$(2^{\frac{23}{30}})^{3x-1} = (2^{\frac{7}{20}})^{2x-1}$$

$$\Rightarrow \frac{23}{30}(3x-1) = \frac{7}{20}(2x-1) \xrightarrow{\times 60} 46(3x-1) = 21(2x-1)$$

$$\Rightarrow 138x - 46 = 42x - 21 \Rightarrow 96x = 25 \Rightarrow x = \frac{25}{96}$$

ریاضیات

۷ اگر $x = \sqrt{4y - 7}$ و $y = \sqrt{2x + 2}$ باشد، مقدار $x - y$ کدام است؟

۴) -۱

۳) صفر

۲) ۱

۱) ۲

پاسخ: گزینه ۴

اتحادهای جبری (درجه ۲):

درس Box

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \text{ : اتحاد مربع دو جمله‌ای}$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \text{ : اتحاد مزدوج}$$

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab \text{ : اتحاد جمله مشترک}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا طرفین هر دو تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$x^2 = 4y - 7$$

$$y^2 = 2x + 2$$

حالا طرفین تساوی بالا را با هم جمع می‌کنیم:

$$x^2 + y^2 = 2x + 4y - 5$$

تساوی بالا را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$x^2 - 2x + y^2 - 4y = -5$$

گام دوم: یک معادله داریم و ۲ مجهول. اگر سعی کنیم که سمت چپ تساوی بالا برحسب x و y ، مربع کامل باشد و سمت راست صفر شود، می‌توانیم با همین معادله هر دو مجهول را پیدا کنیم؛ پس به طرفین تساوی اعداد ۱ و ۴ را اضافه می‌کنیم:

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = -5 + 1 + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 0$$

گام سوم: مجموع دو عبارت همواره نامنفی، صفر شده است، پس هر دو برابر صفر هستند و داریم:

$$\begin{cases} x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2 \end{cases} \Rightarrow x - y = 1 - 2 = -1$$

اگر حدس‌مان قوی باشد و بتوانیم $x = 1$ و $y = 2$ را حدس بزنیم، سؤال بسیار ساده می‌شود.

تیزبازی

اگر $x + \frac{5}{\sqrt{x}} = 24$ باشد، حاصل $x^2 - 23x$ کدام است؟

-۱ (۴)

۱ (۳)

-۵ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

Hint ۲۴ رو به صورت $25 - 1$ بنویس.

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ۲۴ را به سمت چپ تساوی می آوریم و سپس آن را به صورت $25 - 1$ می نویسیم:

$$x - 25 + \frac{5}{\sqrt{x}} + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x - 25 + \frac{\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x}} = 0$$

حالا با تجزیه عبارت $x - 25$ به کمک اتحاد مزدوج، می توانیم عبارت $\sqrt{x} + 5$ را مجدداً ایجاد کنیم:

$$(\sqrt{x} + 5)(\sqrt{x} - 5) + \frac{\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x}} = 0$$

گام دوم: حالا از عبارت $\sqrt{x} + 5$ فاکتور می گیریم:

$$(\sqrt{x} + 5)(\sqrt{x} - 5 + \frac{1}{\sqrt{x}}) = 0 \xrightarrow{\sqrt{x} \neq -5} \sqrt{x} - 5 + \frac{1}{\sqrt{x}} = 0 \Rightarrow \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 5$$

گام سوم: حالا می توانیم طرفین تساوی بالا را به توان ۲ برسانیم:

$$x + \frac{1}{x} + 2 = 25 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 23$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = 23 \Rightarrow 23x - x^2 = 1$$

۹ حاصل عبارت $\sqrt[3]{(20\sqrt{2}+28)^{-1}} \times \sqrt{\sqrt{2}+1}$ کدام است؟

$$\sqrt[3]{2} (4)$$

$$\frac{\sqrt[3]{2}}{2} (3)$$

$$\sqrt[3]{4} (2)$$

$$\frac{\sqrt[3]{4}}{2} (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

اتحادهای جبری (درجه سوم):

درس Box

اتحاد مکعب دوجمله‌ای: $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 = a^3 \pm b^3 \pm 3ab(a \pm b)$

اتحاد چاق و لاغر: $(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: حدس می‌زنیم که $20\sqrt{2} + 28$ به عبارت $\sqrt{2} + 1$ ربط داشته باشد. با توجه به فرجه‌ها، احتمال دارد که $20\sqrt{2} + 28$ توان ۳ عبارت $\sqrt{2} + 1$ باشد. امتحان می‌کنیم:

$$(\sqrt{2} + 1)^3 = 2\sqrt{2} + 6 + 3\sqrt{2} + 1 = 5\sqrt{2} + 7$$

پس داریم:

$$20\sqrt{2} + 28 = 4(\sqrt{2} + 1)^3$$

گام دوم: حالا عبارت را بازنویسی می‌کنیم:

$$A = \sqrt[3]{(4(\sqrt{2} + 1)^3)^{-1}} \times \sqrt{\sqrt{2} + 1} = \frac{1}{\sqrt[3]{4(\sqrt{2} + 1)^3}} \times \sqrt{\sqrt{2} + 1}$$

$$= \frac{1}{\sqrt[3]{4} \times \sqrt{\sqrt{2} + 1}} \times \sqrt{\sqrt{2} + 1} = \frac{1}{\sqrt[3]{4}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

گام سوم: حالا برای این که مخرج کسر بالا را گویا کنیم، صورت و مخرج آن را در $\sqrt[3]{4}$ ضرب می‌کنیم:

$$\Rightarrow A = \frac{\sqrt[3]{4}}{2}$$

ریاضیات

۱۰

مجموع مربعات دو عدد فرد متوالی برابر ۳۹۴ است. میانگین این دو عدد کدام است؟

۲۰ (۴)

۱۸ (۳)

۱۶ (۲)

۱۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: دو عدد فرد متوالی را $2n-1$ و $2n+1$ در نظر می‌گیریم و طبق فرض سؤال عمل می‌کنیم تا مقدار n به دست آید:

$$(2n-1)^2 + (2n+1)^2 = 4n^2 - 4n + 1 + 4n^2 + 4n + 1 = 8n^2 + 2$$

$$\Rightarrow 8n^2 + 2 = 394 \Rightarrow n^2 = 49 \Rightarrow n = 7$$

گام دوم: پس دو عدد فرد متوالی ۱۳ و ۱۵ هستند که میانگین آن‌ها برابر ۱۴ است. $\frac{13+15}{2}$

مجموع مربعات دو عدد فرد متوالی ۲۹۰ است. این دو عدد را پیدا کنید. (ریاضی (۱) - تمرین ۶ صفحه ۷۷ کتاب درسی)

کتاب درسی

در حل معادله $2x^2 + 3x - 1 = 0$ به روش مربع کامل، در نهایت از کدام عدد باید جذر بگیریم؟

$$\frac{1}{8} \text{ (۴)}$$

$$\frac{17}{16} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{16} \text{ (۲)}$$

$$\frac{17}{18} \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۳

درس Box

حل معادله درجه دوم به روش مربع کامل:

معادله $ax^2 + bx + c = 0$ را می‌خواهیم با روش مربع کامل حل کنیم. باید به ترتیب زیر عمل کنیم:

(۱) c را به سمت راست تساوی می‌بریم:

$$ax^2 + bx = -c$$

(۲) طرفین تساوی را بر a تقسیم می‌کنیم:

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

(۳) به طرفین تساوی مربع نصف ضریب x را اضافه می‌کنیم:

$$\xrightarrow{+\left(\frac{b}{2a}\right)^2} x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \Rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

(۴) حالا اگر $b^2 - 4ac \geq 0$ را که خیلی مهم و پرتکرار است، بنامیم، با شرط $\Delta \geq 0$ داریم:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2} \xrightarrow{\text{ریشه‌گیری}} x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

در حل معادله درجه دوم به روش مربع کامل، در انتها باید از عدد $\frac{\Delta}{4a^2}$ جذر بگیریم.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

طبق نکته بالا عمل می‌کنیم و $\frac{\Delta}{4a^2}$ را حساب می‌کنیم:

$$\xrightarrow{\Delta = b^2 - 4ac} \frac{\Delta}{4a^2} = \frac{3^2 - 4 \times 2 \times (-1)}{4 \times 2^2} = \frac{17}{16}$$

مجموع اندازه محیط و اندازه مساحت یک مربع برابر $۴\sqrt{۲} + ۵$ است. طول قطر این مربع کدام است؟

$$۴ + \sqrt{۲} \quad (۴)$$

$$۳\sqrt{۲} - ۴ \quad (۳)$$

$$۳\sqrt{۲} + ۴ \quad (۲)$$

$$۴ - \sqrt{۲} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

طول قطر مربع رو x بگیر و یه معادله درجه ۲ ساده رو بر حسب x حل کن.

Hint

در مربع طول قطر، $\sqrt{۲}$ برابر طول ضلع است.

مساحت مربع برابر نصف مجذور طول قطر است.

نکته

اتحاد معروف به رادیکال مرکب:

نکته

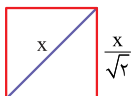
$$\sqrt{x \pm 2\sqrt{y}} = \sqrt{a + b \pm 2\sqrt{ab}} = |\sqrt{a} \pm \sqrt{b}|$$

حاصل ضرب مجموع

دقت کنید که x مجموع دو عدد a و b و y حاصل ضرب a و b است.

گام اول: مجهول مسئله ما طول قطر است، پس آن را x در نظر می گیریم، در این صورت داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$\text{محیط: } P = 4\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) = 2\sqrt{2}x$$

$$\text{مساحت: } S = \frac{x^2}{2}$$

گام دوم: حالا طبق فرض، معادله را می سازیم:

$$P + S = 5 + 4\sqrt{2} \rightarrow 2\sqrt{2}x + \frac{x^2}{2} = 5 + 4\sqrt{2} \Rightarrow x^2 + 4\sqrt{2}x = 10 + 8\sqrt{2}$$

حالا به طرفین تساوی بالا مربع نصف ضریب x ، یعنی $(2\sqrt{2})^2 = 8$ را اضافه می کنیم:

$$\Rightarrow x^2 + 4\sqrt{2}x + 8 = 18 + 8\sqrt{2} \quad (*)$$

گام سوم: سمت چپ تساوی را مربع عبارت $x + 2\sqrt{2}$ قرار دادیم. حالا باید پیدا کنیم که سمت راست تساوی مربع چه عبارتی است.

طبق اتحاد معروف به رادیکال مرکب داریم:

$$18 + 8\sqrt{2} = 18 + 2\sqrt{32} = (16 + 2) + 2\sqrt{16 \times 2}$$

$$\Rightarrow 18 + 8\sqrt{2} = (\sqrt{16} + \sqrt{2})^2 = (4 + \sqrt{2})^2$$

پس معادله (*) به صورت زیر تکمیل می شود:

$$(x + 2\sqrt{2})^2 = (4 + \sqrt{2})^2$$

گام چهارم: حالا با ریشه گیری از طرفین تساوی بالا داریم:

$$\begin{cases} x + 2\sqrt{2} = 4 + \sqrt{2} \Rightarrow x = 4 - \sqrt{2} \\ \text{یا} \\ x + 2\sqrt{2} = -4 - \sqrt{2} \Rightarrow x = -4 - 3\sqrt{2} \end{cases}$$

بدیهی است که طول نمی تواند منفی باشد، پس فقط $x = 4 - \sqrt{2}$ قابل قبول است.

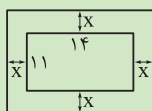
از خود گزینه ها استفاده می کنیم. اگر فرض کنیم که طول قطر $x = 4 - \sqrt{2}$ باشد، داریم:

$$\xrightarrow{\text{طول ضلع}} a = \frac{4 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} - 1 \Rightarrow \begin{cases} \text{محیط: } P = 4a = 8\sqrt{2} - 4 \\ \text{مساحت: } S = a^2 = 9 - 4\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow P + S = 5 + 4\sqrt{2}$$

یه جور دیگه

یک عکس به ابعاد 11×14 سانتی متر درون یک قاب به مساحت 304 سانتی متر مربع قرار دارد. اگر فاصله همه

لبه های عکس تا قاب برابر x سانتی متر باشد، مقدار x کدام است؟



$$3/5 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

$$2/5 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

حل معادله درجه دوم به کمک اتحاد جمله مشترک:

(۱) حل معادله $x^2 + bx + c = 0$: در این شرایط باید دو عدد را چنان پیدا کنیم که مجموع آنها برابر b و حاصل ضرب آنها برابر c باشد. اگر این دو عدد α و β باشند، عبارت $x^2 + bx + c$ به صورت $(x + \alpha)(x + \beta)$ تجزیه می شود که در این صورت جواب های معادله $-\alpha$ و $-\beta$ هستند.

مثال معادله $x^2 + 2x - 35 = 0$ را حل کنید.

آن دو عدد 7 و -5 هستند. $\xrightarrow{\text{مجموع دو عدد برابر ۲}}$
 $\xrightarrow{\text{حاصل ضرب دو عدد برابر -۳۵}}$

$$\Rightarrow (x + 7)(x - 5) = 0 \Rightarrow x = -7 \text{ یا } 5$$

(۲) حل معادله $ax^2 + bx + c = 0$: در این شرایط طرفین معادله را در a ضرب می کنیم:

$$\xrightarrow{\times a} a^2x^2 + abx + ac = 0 \Rightarrow (ax)^2 + b(ax) + ac = 0$$

یعنی جمله مشترک ما است و باید دو عدد پیدا کنیم که مجموع آنها برابر b و حاصل ضرب آنها برابر ac باشد.

$$\xrightarrow{\text{تجزیه}} (ax)^2 + b(ax) + ac = (ax + \alpha)(ax + \beta) = 0 \Rightarrow x = -\frac{\alpha}{a} \text{ یا } -\frac{\beta}{a}$$

مثال معادله $3x^2 + 2x - 8 = 0$ را حل کنید.

$$\xrightarrow{\times 3} (3x)^2 + 2(3x) - 24 = 0$$

$$\Rightarrow (3x + 6)(3x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3x = -6 \Rightarrow x = -2 \\ \text{یا} \\ 3x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{3} \end{cases}$$

نکته

اگر a مربع کامل باشد (مثل همین سؤال)، نیازی به ضرب کردن معادله در a نیست، بلکه کافی است دو عدد پیدا کنیم که مجموع آنها برابر $\frac{b}{\sqrt{a}}$ و حاصل ضرب آنها برابر c باشد.

پاسخ خیلی تشریحی

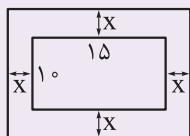
گام اول: مساحت عکس برابر $11 \times 14 = 154$ سانتی متر مربع است و مساحت قاب، طبق شکل برابر است با:

$$(11 + 2x)(14 + 2x) = 304 \Rightarrow 4x^2 + 50x + 154 = 304 \Rightarrow 4x^2 + 50x - 150 = 0$$

گام دوم: حالا با تجزیه به کمک اتحاد جمله مشترک داریم:

$$(2x)^2 + 25(2x) - 150 = 0 \Rightarrow (2x + 30)(2x - 5) = 0 \xrightarrow{\text{طول مثبت است}} 2x = 5 \Rightarrow x = 2.5$$

یک عکس به ابعاد 10 در 15 سانتی متر درون یک قاب با مساحت 300 سانتی متر مربع، قرار دارد. اگر فاصله همه لبه های عکس تا قاب برابر x باشد، مقدار x را پیدا کنید. (سؤال ۸ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳)



۱۴ جمله دهم دنباله درجه دوم ...، ۰، ۲، $\frac{5}{4}$ کدام است؟

- 15 (f

-۲۳ (۳

-56 (2)

$$-\gamma \circ (\gamma$$

پاسخ: گزینه ۲

درس‌ی Box

دنباله‌ای با جمله عمومی $t_n = an^2 + bn + c$ را دنباله درجه دوم می‌نامیم. در این دنباله ضریب a برابر «نصف اختلاف اختلاف‌ها» است و ضرایب b و c را نیز با نوشتن یک دستگاه دو معادله - دو مجهول به دست می‌آوریم.

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: اختلاف اختلاف ها را حساب می کنیم:

$$\frac{5}{2}, 2, 0, \dots$$

پس طبق درس باکس، ضریب n^2 برابر $a = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{2}{2}} = -\frac{3}{4}$ است.

گام دوم: پس تا این جا جمله عمومی دنباله $t_n = -\frac{3}{4}n^2 + bn + c$ است. حالا با نوشتن جملات t_1 و t_2 داریم:

$$\begin{cases} t_1 = -\frac{\gamma}{\epsilon}(1) + b(1) + c = \frac{\delta}{\gamma} \Rightarrow b + c = \frac{1\gamma}{\epsilon} & (1) \\ t_\gamma = -\frac{\gamma}{\epsilon}(\epsilon) + b(\gamma) + c = \gamma \Rightarrow \gamma b + c = \delta & (2) \end{cases}$$

گام سوم: حالا دستگاه معادلات، شامل معادلات (۱) و (۲) را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} b+c=\frac{13}{4} \\ 2b+c=5 \end{cases} \Rightarrow b=5-\frac{13}{4}=\frac{7}{4} \xrightarrow{\text{جای‌گذاری}} c=\frac{3}{2}$$

گام چهارم: پس جملهٔ عمومی دنباله به صورت زیر است:

$$t_n = -\frac{\gamma}{\epsilon} n^\gamma + \frac{\gamma}{\epsilon} n + \frac{\gamma}{\epsilon} \quad \text{ü} \quad t_n = \frac{-\gamma n^\gamma + \gamma n + \epsilon}{\epsilon}$$

$$\xrightarrow{\text{تجزیه}} t_n = -\frac{(n-3)(3n+2)}{4}$$

حالا خواسته سؤال را حساب می‌کنیم:

$$t_{10} = -\frac{V \times 32}{r} = -56$$

دنباله‌های $a, b, c, \dots$ و $a, \dots, c^2, b^3$ هر دو هندسی هستند. حاصل عبارت $\frac{a^2c}{(b+c)^3}$ کدام است؟

۱۵

$$\frac{1}{16} \quad (۴)$$

$$۱ \quad (۳)$$

$$\frac{1}{64} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{8} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

اگر x, y و z سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، رابطه $yz = xz$ بین آن‌ها برقرار است.

نکته

گام اول: از نکته استفاده می‌کنیم و ویژگی جملات متوالی را در هر دو دنباله می‌نویسیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$a, b, c, \dots \Rightarrow b^2 = ac \quad (۱)$$

$$b^3, c^2, a, \dots \Rightarrow c^4 = ab^3 \quad (۲)$$

گام دوم: در معادله (۱) تساوی $a = \frac{b^2}{c}$ را داریم. این تساوی را در (۲) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\xrightarrow{(۲)} c^4 = \frac{b^2}{c} \times b^3 \Rightarrow c^4 = b^5 \Rightarrow c = b$$

در نظر گرفتن این تساوی در (۱) و (۲) نتیجه کلی زیر را می‌دهد:

$$a = b = c$$

گام سوم: حالا خواسته سؤال را حساب می‌کنیم:

$$\frac{a^2c}{(b+c)^3} = \frac{c^2}{(2c)^3} = \frac{c^2}{8c^3} = \frac{1}{8}$$

ریاضیات

۱۶

با ضرب سه جمله اول یک دنباله هندسی غیر ثابت، به ترتیب در اعداد ۳، ۴ و ۵، سه جمله اول یک دنباله حسابی به دست می آید. اگر مجموع سه جمله دنباله هندسی برابر حاصل ضرب جملات دنباله حسابی باشد، جمله اول دنباله حسابی کدام می تواند باشد؟

$$\frac{6}{7} \quad (۴)$$

$$-\frac{7}{6} \quad (۳)$$

$$-\frac{5}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{5} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲



در حل معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ دو حالت خاص زیر را داریم:

$$\begin{cases} a + b + c = 0 \Leftrightarrow x_1 = 1, x_2 = -\frac{c}{a} \\ a + c = b \Leftrightarrow x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a} \end{cases}$$

گام اول: سه جمله اول دنباله هندسی را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$\frac{a}{r}, a, ar$$

که r قدرنسبت دنباله است. حالا طبق فرض، جمله اول را در ۳، جمله دوم را در ۴ و جمله سوم را در ۵ ضرب می کنیم:

$$\frac{3a}{r}, 4a, 5ar$$

سه جمله بالا باید در یک دنباله حسابی، متوالی باشند، پس داریم:

$$\frac{3a}{r} + 5ar = 4a \xrightarrow{\div a} \frac{3}{r} + 5r = 4$$

$$\xrightarrow{\times r} 3 + 5r^2 = 4r \Rightarrow 5r^2 - 4r + 3 = 0$$

گام دوم: یکی از حالت های خاص معادله درجه دوم رخ داده است. مجموع ضرایب، صفر شده است؛ پس جواب های آن $r = 1$ و $r = \frac{3}{5}$ است، اما طبق فرض $r = 1$ غیر قابل قبول است، بنابراین قدرنسبت دنباله هندسی $r = \frac{3}{5}$ است.

در این شرایط $\frac{5}{3}a, a, \frac{3}{5}a, \dots$ دنباله هندسی و $5a, 4a, 3a, \dots$ دنباله حسابی تشکیل می دهند.

گام سوم: مجموع سه جمله دنباله هندسی برابر $\frac{49}{15}a = \frac{3}{5}a + a + \frac{5}{3}a$ و حاصل ضرب سه جمله دنباله حسابی $5a \times 4a \times 3a = 60a^3$ است.

طبق فرض این دو را برابر قرار می دهیم:

$$60a^3 = \frac{49}{15}a \xrightarrow{\div a} 60a^2 = \frac{49}{15} \Rightarrow a^2 = \frac{49}{900} \Rightarrow a = \pm \frac{7}{30}$$

در این صورت جمله اول دنباله حسابی برابر $5a = \pm \frac{7}{6}$ است.

با ضرب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی به ترتیب در ۴، ۸ و ۱۶، یک دنباله حسابی به دست می آید. اگر مجموع مربعات سه جمله هندسی برابر مجموع جملات حسابی باشد، جمله اول دنباله هندسی کدام است؟

(سوال انگلور ریاضی ۱۴۰۲ - نوبت اول)

$$\frac{48}{5} \quad (۴)$$

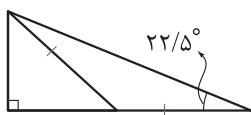
$$\frac{24}{5} \quad (۳)$$

$$\frac{64}{7} \quad (۲)$$

$$\frac{32}{7} \quad (۱)$$



با توجه به شکل زیر، مقدار $\tan ۲۲/۵^\circ$ کدام است؟



$$\sqrt{2} + 1 \quad (۱)$$

$$\sqrt{2} - 1 \quad (۲)$$

$$۲ + \sqrt{3} \quad (۳)$$

$$۲ - \sqrt{3} \quad (۴)$$

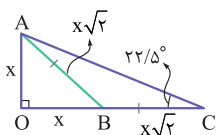
پاسخ: گزینه ۲

هر زاویه خارجی در مثلث، برابر با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاورش.

Hint

گام اول: در شکل زیر، مثلث ABC متساوی الساقین است و $\hat{BAC} = ۲۲/۵^\circ$ ، پس در مثلث OAB، $\hat{B} = ۴۵^\circ$ است.

پاسخ خیلی تشریحی



پس مثلث OAB قائم الزاویه متساوی الساقین است و اگر $OA = OB = x$ باشد، داریم:

$$AB = BC = x\sqrt{2}$$

گام دوم: حالا در مثلث OAC، $\tan \hat{C}$ را می نویسیم:

$$\tan ۲۲/۵^\circ = \tan \hat{C} = \frac{OA}{OC} = \frac{x}{(\sqrt{2}+1)x} = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}-1$$

ریاضیات

۱۸

به ازای کدام مقدار x ، تساوی $\tan(82^\circ - 2x) = \cot 3x$ برقرار است؟

۱۱° (۴)

۹° (۳)

۸° (۲)

۶° (۱)

پاسخ: گزینه ۲

اگر دو زاویه حاده α و β متمم باشند، داریم:

$$\sin \alpha = \cos \beta, \quad \cos \alpha = \sin \beta$$

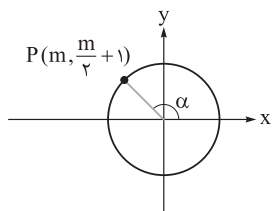
$$\tan \alpha = \cot \beta, \quad \cot \alpha = \tan \beta$$

برای این که تانژانت $82^\circ - 2x$ و کتانژانت $3x$ با هم برابر باشند، لازم است $82^\circ - 2x$ و $3x$ متمم باشند:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\Rightarrow 82^\circ - 2x + 3x = 90^\circ \Rightarrow x = 8^\circ$$





۱۹ با توجه به دایره مثلثاتی مقابل، حاصل $\frac{\tan \alpha}{|\cos \alpha - \sin \alpha|}$ کدام است؟

$$-\frac{15}{4} \quad (2)$$

$$-\frac{20}{21} \quad (1)$$

$$-\frac{20}{3} \quad (4)$$

$$-\frac{15}{28} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: مجموع مربعات طول و عرض هر نقطه روی دایره مثلثاتی برابر ۱ است:

$$\Rightarrow m^2 + \left(\frac{m}{4} + 1\right)^2 = 1$$

$$\Rightarrow m^2 + \frac{m^2}{4} + m + 1 = 1 \Rightarrow \frac{5m^2}{4} + m = 0$$

$$\Rightarrow m\left(\frac{5m}{4} + 1\right) = 0 \Rightarrow m = 0 \text{ یا } -\frac{4}{5}$$

حالا با توجه به شکل صورت سؤال، متوجه می شویم که $m = -\frac{4}{5}$ قابل قبول است.

گام دوم: پس مختصات نقطه P به صورت $P(-\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$ خواهد بود و این یعنی:

$$\begin{cases} \cos \alpha = -\frac{4}{5} \\ \sin \alpha = \frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{3}{4}$$

گام سوم: حالا خواسته سؤال را حساب می کنیم:

$$\frac{\tan \alpha}{|\cos \alpha - \sin \alpha|} = \frac{-\frac{3}{4}}{\left|-\frac{4}{5} - \frac{3}{5}\right|} = \frac{-\frac{3}{4}}{\frac{7}{5}} = -\frac{15}{28}$$

۲۰ اگر $\frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{8}{3}$ باشد، حاصل $\cot^2 \alpha - \tan^2 \alpha - 2$ کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$(1) \text{ صفر}$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ابتدا عبارت مطلوب مسئله را به گونه‌ای دیگر می‌نویسیم:

$$\frac{\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} \rightarrow M = \cot^2 \alpha - \tan^2 \alpha - 2 = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - 2$$

$$\xrightarrow{\text{مخرج مشترک گیری}} M = \frac{\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} - 2$$

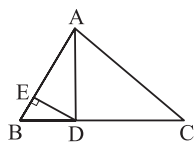
$$\xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} M = \frac{\overbrace{(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)}^{\text{برابر ۱ است}} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} - 2$$

$$\Rightarrow \cot^2 \alpha - \tan^2 \alpha - 2 = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} - 2$$

گام دوم: حالا طبق فرض، به سادگی می‌توانیم حاصل عبارت مطلوب سؤال را حساب کنیم:

$$\cot^2 \alpha - \tan^2 \alpha - 2 = \frac{8}{3} - 2 = \frac{2}{3}$$

در شکل زیر، AD نیمساز زاویه A است. اگر $\hat{A} = 2\hat{C}$ ، $DC = 7/5$ و $ED = 4/5$ باشد، طول AC کدام است؟



(۱) ۶

(۲) $6\sqrt{2}$

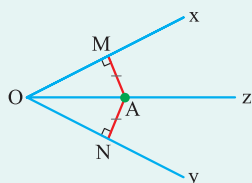
(۳) ۱۲

(۴) ۲۴

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

(۱) اگر نقطه‌ای روی نیمساز یک زاویه قرار داشته باشد، آن گاه فاصله آن نقطه تا دو ضلع زاویه به یک اندازه است، یعنی:

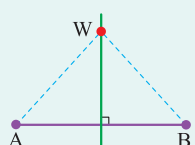


چون A روی نیمساز زاویه A قرار دارد، پس طول عمودهای وارد بر Ox و Oy از A برابر هستند که یعنی:

$$\Rightarrow AM = AN$$

(۲) اگر نقطه‌ای از دو سر یک پاره خط به یک فاصله باشد، آن نقطه روی عمودمنصف آن پاره خط قرار دارد یعنی:

اگر فاصله W از دو سر AB برابر باشد ($WA = WB$) آن گاه W روی عمودمنصف پاره خط AB قرار دارد.



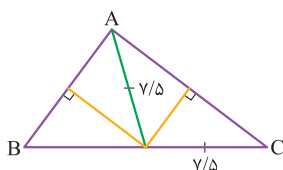
به عبارت دیگر اگر از W عمودی بر AB رسم کنیم، خط AB را نصف می‌کند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول (محاسبه طول AD با استفاده از فرض سؤال): طبق فرض سؤال، می‌دانیم که AD نیمساز $\hat{A}$ است و یعنی آن را به دو زاویه $\frac{\hat{A}}{2}$ تقسیم می‌کند. از طرفی داریم که $\hat{C} = \frac{\hat{A}}{2}$ است، پس در نتیجه:

$$\begin{cases} \hat{A} \text{ نیمساز } AD \Rightarrow \hat{BAD} = \hat{DAC} = \frac{\hat{A}}{2} \\ \hat{C} = \frac{\hat{A}}{2} \end{cases} \Rightarrow \hat{DAC} = \hat{C} \Rightarrow AD = DC$$

حال، که مقدار DC را سؤال به ما داده است می‌توانیم مقدار AD را به دست آوریم:



$$\begin{cases} AD = DC \\ DC = 7/5 \end{cases} \Rightarrow AD = 7/5 \quad (1)$$

گام دوم (رسم عمودمنصف پاره خط AC): می‌دانیم که $AD = DC$ است، پس نتیجه می‌گیریم D واقع بر روی عمودمنصف پاره خط AC است، پس از D بر AC ، عمود DF را رسم می‌کنیم. این خط، AC را نیز نصف می‌کند.

گام سوم (محاسبه طول DF): می‌دانیم که D روی نیمساز $\hat{A}$ قرار دارد، پس فاصله آن تا دو ضلع زاویه برابر است، پس داریم:

$$\begin{cases} ED = DF \\ ED = 4/5 \end{cases} \Rightarrow DF = 4/5 \quad (2)$$

گام چهارم (محاسبه طول AF که نصف طول AC است): در مثلث ADF مقادیر AD و DF را از (۱) و (۲) به دست آوردیم؛ برای محاسبه AF کافی است از فیثاغورس استفاده کنیم:

$$AD^2 = AF^2 + DF^2$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} (7/5)^2 = AF^2 + (4/5)^2 \Rightarrow AF^2 = (7/5)^2 - (4/5)^2 = 36 \Rightarrow AF = \sqrt{36} = 6$$

گام پنجم (محاسبه طول AC): همان طور که از قبل گفته شد DF، AC را نصف می کند، پس $AF = FC = \frac{AC}{2}$.

$$\begin{cases} AF = \frac{AC}{2} \\ AF = 6 \end{cases} \Rightarrow AC = 6 \times 2 = 12$$

در مثلث ABC ، نیمسازهای زوایای A و C یکدیگر را در نقطه I قطع می کنند به طوری که $\hat{AIC} = 125^\circ$. اگر امتداد BI و عمود منصف پاره خط IC ضلع AC را به ترتیب در نقاط D و E قطع کنند، زاویه $\hat{EID}$ چند درجه است؟

۳۵ (۴)

۳۰ (۳)

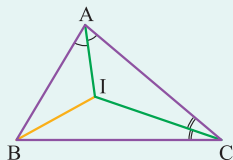
۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

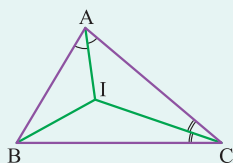
درس: Box

(۱) نیمسازهای زاویه های داخلی هر مثلث هم رس هستند. پس می توان نتیجه گرفت که اگر دو نیمساز داخلی از یک مثلث در نقطه I برخورد کنند، I حتماً بر روی نیمساز زاویه سوم نیز قرار دارد، یعنی:

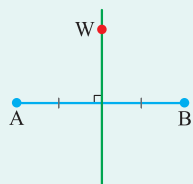


اگر نیمسازهای دو زاویه $\hat{A}$ و $\hat{C}$ ، در I با یکدیگر برخورد کنند، آن گاه I روی نیمساز $\hat{B}$ نیز قرار دارد. به عبارت دیگر، BI نیمساز $\hat{B}$ است.

(۲) اگر I محل برخورد نیمسازهای داخلی $\triangle ABC$ باشد، آن گاه $\hat{AIC} = 90^\circ + \frac{\hat{B}}{2}$.



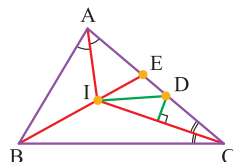
(۳) هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط، تا دو سر پاره خط به یک فاصله است.



$$WA = WB$$

گام اول (رسم شکل):

پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام دوم (به دست آوردن مقدار $\frac{\hat{B}}{2}$): با توجه به درس باکس، می دانیم که چون I محل برخورد نیمسازهای $\hat{A}$ و $\hat{C}$ است، پس BI نیمساز زاویه $\hat{B}$ است. یعنی I محل برخورد نیمسازهای داخلی $\triangle ABC$ است.

از طرف دیگر چون I محل برخورد نیمسازها شد، طبق مورد دوم درس باکس، $\hat{AIC} = 90^\circ + \frac{\hat{B}}{2}$.

به علاوه در صورت سؤال گفته شده است که $\hat{AIC} = 125^\circ$ ، پس داریم:

$$\begin{cases} \hat{AIC} = 90^\circ + \frac{\hat{B}}{2} \\ \hat{AIC} = 125^\circ \end{cases} \Rightarrow 90^\circ + \frac{\hat{B}}{2} = 125^\circ \Rightarrow \frac{\hat{B}}{2} = 125^\circ - 90^\circ = 35^\circ$$

گام سوم (تحلیل نقطه D و به دست آوردن زاویه $\hat{DIC}$): طبق مورد سوم درس باکس، D روی عمود منصف IC قرار دارد، پس $DI = DC$. از این موضوع نتیجه می شود که $\triangle DIC$ متساوی الساقین است، پس:

$$\begin{cases} \hat{DIC} = \hat{DCI} \\ \hat{DCI} = \hat{ICB} = \frac{\hat{C}}{2} \quad (\text{IC نیمساز } \hat{C}) \end{cases} \Rightarrow \hat{DIC} = \hat{ICB} = \frac{\hat{C}}{2}$$

گام چهارم (محاسبه مقدار $\hat{EIC}$): در مثلث $\triangle BIC$ ، زاویه خارجی نظیر رأس I است، پس داریم:

$$\hat{EIC} = \hat{IBC} + \hat{ICB} = \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} \quad (۱)$$

از طرفی در گام سوم به دست آمد که:

$$\hat{D}\hat{I}\hat{C} = \frac{\hat{C}}{2} \quad (2)$$

همچنین می‌دانیم که زاویه $\hat{E}\hat{I}\hat{C}$ ، توسط ID به دو زاویه $\hat{E}\hat{I}\hat{D}$ و $\hat{D}\hat{I}\hat{C}$ تقسیم شده است، یعنی:

$$\hat{E}\hat{I}\hat{C} = \hat{E}\hat{I}\hat{D} + \hat{D}\hat{I}\hat{C} \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} = \hat{E}\hat{I}\hat{D} + \frac{\hat{C}}{2} \Rightarrow \hat{E}\hat{I}\hat{D} = \frac{\hat{B}}{2}$$

از گام دوم به دست آمده بود که $\frac{\hat{B}}{2} = 35^\circ$ است، پس داریم:

$$\hat{E}\hat{I}\hat{D} = \frac{\hat{B}}{2} = 35^\circ$$

در مثلث ABC داریم $AC > AB$ ، اگر $\hat{C} = 7^\circ$ باشد، زاویه BAC کدام می تواند باشد؟

۴۴° (۴)

۴۲° (۳)

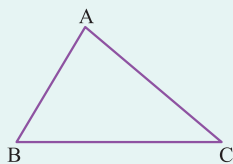
۴۰° (۲)

۳۸° (۱)

پاسخ: گزینه ۱

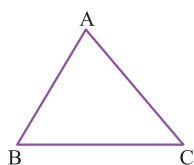
درس Box

اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، زاویه رو به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه روبه رو به ضلع کوچکتر.



یعنی اگر $AB < AC$ باشد، آن گاه $\hat{C} < \hat{B}$.

گام اول (رسم شکل): برای درک بهتر سؤال، یک مثلث به صورتی که $AC > AB$ باشد رسم می کنیم:



گام دوم (استفاده از قضیه مطرح شده در درس باکس):

$$AC > AB \Rightarrow \hat{B} > \hat{C}$$

گام سوم (اضافه کردن $\hat{C} + \hat{A}$ به طرفین نامساوی): به طرفین نامساوی، $\hat{C} + \hat{A}$ را اضافه می کنیم تا در سمت چپ (سمت بزرگتر) نامساوی، مقدار $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}$ که برابر با 180° است تولید شود:

$$\hat{B} > \hat{C} \Rightarrow (\hat{A} + \hat{C}) + \hat{B} > (\hat{A} + \hat{C}) + \hat{C} \Rightarrow 180^\circ > \hat{A} + 2\hat{C}$$

گام چهارم (محاسبه حدود مقدار $\hat{A}$): در نامساوی به دست آمده، مقدار $\hat{C}$ که برابر با 7° است را جای گذاری می کنیم:

$$180^\circ > \hat{A} + 2 \times 7^\circ \Rightarrow 180^\circ > \hat{A} + 14^\circ \Rightarrow 180^\circ - 14^\circ > \hat{A} \Rightarrow 166^\circ > \hat{A}$$

تنها گزینه ای که کمتر از 166° است، گزینه (۱) با مقدار 38° است.

۲۴ نقاط M و N روی پاره خط AB قرار دارند به طوری که $\frac{AM}{MB} = \frac{4}{11}$ و $\frac{NA}{NB} = \frac{13}{17}$ است. مقدار $\frac{MN}{AB}$ کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{5} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{6} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

از ویژگی‌های تناسب، ترکیب در مخرج به صورت زیر است:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$$

گام اول (رسم شکل): برای رسم شکل درست، باید بدانیم که M به A نزدیک‌تر است یا N به A. برای همین از ترکیب نسبت در مخرج استفاده می‌کنیم:

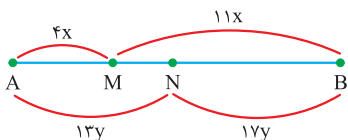
$$\frac{NA}{NB} = \frac{13}{17} \Rightarrow \frac{NA}{NA+NB} = \frac{13}{13+17} \Rightarrow \frac{NA}{AB} = \frac{13}{30}$$

$$\frac{AM}{MB} = \frac{4}{11} \Rightarrow \frac{AM}{AM+MB} = \frac{4}{4+11} \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{4}{15}$$

از مقایسه دو کسر بالا می‌توان فهمید که $NA > AM$ ، پس M به A نزدیک‌تر است تا N به A، پس شکل سؤال به صورت زیر می‌شود:



گام دوم (بازنویسی نسبت‌ها متغیر X و Y):



$$\frac{AM}{MB} = \frac{4}{11} \Rightarrow AM = 4x, MB = 11x$$

$$\frac{NA}{NB} = \frac{13}{17} \Rightarrow NA = 13y, NB = 17y$$

گام سوم (پیدا کردن رابطه بین X و Y): از آنجایی که $AB = NA + NB$ و $AB = MB + AM$ ، پس داریم:

$$\begin{cases} AB = 4x + 11x = 15x \\ AB = 13y + 17y = 30y \end{cases} \Rightarrow 15x = 30y \Rightarrow x = 2y \quad (*)$$

گام چهارم (پیدا کردن مقدار MN بر حسب Y): می‌دانیم که $MN = AN - AM$. هم‌چنین داریم:

$$\begin{cases} AN = 13y \\ AM = 4x \end{cases} \xrightarrow{(*)} AM = 8y \Rightarrow MN = 13y - 8y = 5y$$

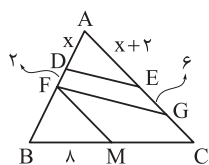
گام پنجم (محاسبه نسبت $\frac{MN}{AB}$): مقدار MN بر حسب Y، برابر شد با 5y. حال کافی است مقدار AB بر حسب Y را داشته باشیم:

$$AB = 13y + 17y = 30y \Rightarrow \frac{MN}{AB} = \frac{5y}{30y} = \frac{1}{6}$$

درس‌Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۲۵ در شکل زیر، M وسط ضلع BC است. اگر $DE \parallel FG$ و $FM \parallel AC$ باشد، طول ضلع AB کدام است؟



(۱) ۵ / ۵

(۲) ۶

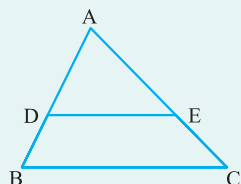
(۳) ۴

(۴) ۵

پاسخ: گزینه ۲

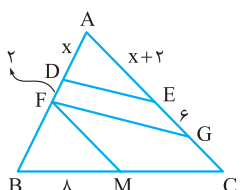
درس Box

قضیه تالس: در مثلث $\triangle ABC$ اگر $DE \parallel BC$ باشد، آن گاه:



$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول (به دست آوردن مقدار x):



در مثلث $\triangle AFG$ از قضیه تالس استفاده می کنیم:

$$DE \parallel FG \Rightarrow \frac{AD}{DF} = \frac{AE}{EG} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{x+2}{6}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 6x = 2x + 4 \Rightarrow 4x = 4 \Rightarrow x = 1$$

گام دوم (به دست آوردن طول BF): در مثلث $\triangle ABC$ از قضیه تالس استفاده می کنیم:

$$FM \parallel AC \Rightarrow \frac{BF}{FA} = \frac{BM}{MC}$$

M وسط BC قرار دارد، پس $BM = MC$ است و در نتیجه $\frac{BM}{MC} = 1$ است. این نسبت را در تساوی فوق جای گذاری می کنیم و داریم:

$$\frac{BF}{FA} = 1$$

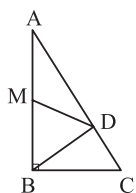
حال FA را با استفاده از x به دست آمده جایگزین می کنیم:

$$\frac{BF}{FA} = \frac{BF}{x+2} = \frac{BF}{3} = 1 \Rightarrow BF = 3$$

گام سوم (محاسبه طول AB):

$$AB = BF + DF + AD = 3 + 2 + 1 = 6$$

مثلت قائم الزاویه ABC ، مطابق شکل مفروض است. اگر $AD = ۳DC$ و $AB = ۲AM$ باشد، نسبت $\frac{BD}{MD}$ کدام است؟



$$\frac{AM}{DC} \quad (۱)$$

$$\frac{AM}{BC} \quad (۲)$$

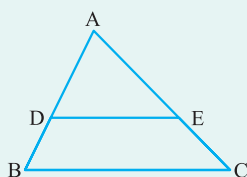
$$\frac{AC}{AB} \quad (۳)$$

$$۱ \quad (۴)$$

پاسخ: گزینه ۴

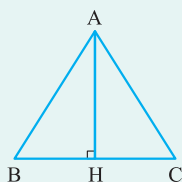
درس Box

(۱) قضیه تالس: در مثلث ABC ، اگر $DE \parallel BC$ باشد، آن گاه داریم:



$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

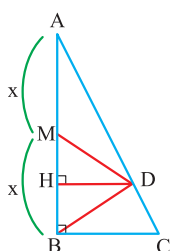
(۲) مثلثی که ارتفاع وارد بر ضلع، میانه آن ضلع نیز باشد، یک مثلث متساوی الساقین است:



یعنی، اگر در مثلث بالا، ارتفاع وارد بر BC ، آن را نصف کند، مثلث متساوی الساقین است.

گام اول (استفاده از $AB = ۲AM$): وقتی $AB = ۲AM$ است و $AB = AM + MB$ ، پس داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$AM = MB = x$$

گام دوم (رسم عمود از D بر AB): از D بر AB خط عمودی رسم کرده تا AB را در H قطع کند. به دلیل این که $\hat{B} = ۹۰^\circ$ است،

رسم خط عمود DH باعث می شود یک نوازی برای DH و BC به وجود آید و بتوان از قضیه تالس استفاده کرد.

گام سوم (استفاده از قضیه تالس): از آنجایی که $DH \parallel BC$ است، طبق تالس داریم:

$$\frac{AH}{HB} = \frac{AD}{DC}$$

طبق فرض سؤال، داریم $AD = ۳DC$ ، پس:

$$\frac{AH}{HB} = \frac{۳}{۱}$$

اگر مقدار MH را k در نظر بگیریم، آن گاه $HB = x - k$ می شود و داریم:

$$\frac{x+k}{x-k} = \frac{۳}{۱} \Rightarrow x+k = 3x-3k \Rightarrow 4k = 2x \Rightarrow 2k = x$$

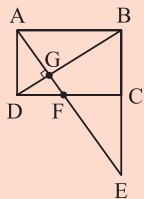
در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} MH = k \\ HB = x - k = 2k - k = k \end{cases} \Rightarrow MH = HB$$

گام چهارم (تشخیص نوع مثلث $\triangle MDB$): چون DH برای مثلث $\triangle MDB$ ارتفاع است و همچنین $MH = HB$ به دست آمد، پس می‌توان گفت در مثلث $\triangle MDB$ ، ارتفاع وارد بر MB، میانه است. در نتیجه $\triangle MDB$ متساوی‌الساقین است، پس:

$$MD = BD \Rightarrow \frac{BD}{MD} = 1$$

در شکل زیر، ABCD مستطیل و پاره خط AF بر قطر BD در نقطه G عمود است. اگر $GF = ۲$ و $EF = ۶$ باشد، طول AG کدام است؟



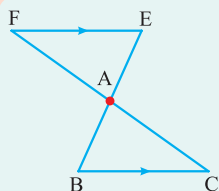
(۱) ۴

(۲) $۲\sqrt{۳}$ (۳) $۴\sqrt{۳}$

(۴) ۶

پاسخ: گزینه ۱

درس: Box



قضیه اساسی تشابه: اگر خطی موازی یکی از اضلاع مثلث، دو ضلع دیگر (یا امتداد آن‌ها) را در دو نقطه M و N قطع کند، مثلثی تشکیل می‌شود که با مثلث اصلی متشابه است.

برای مثال، در شکل بالا، خطی موازی با BC، امتداد دو ضلع AB و AC را به ترتیب در E و F قطع کرده است و مثلث AEF تشکیل شده است، در نتیجه داریم:

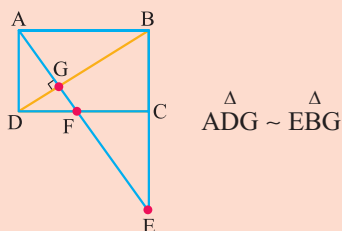
$$\triangle AEF \sim \triangle ABC$$

همچنین نسبت تشابه این دو مثلث به این صورت است:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$$

گام اول (تشابه دو مثلث $\triangle ADG$ و $\triangle EBG$ و به دست آوردن AG): AD موازی BE است و امتداد اضلاع GB و GE در $\triangle GBE$ را در A و D قطع کرده است. طبق قضیه اساسی تشابه داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$\triangle ADG \sim \triangle EBG$$

و از نسبت تشابه داریم:

$$\frac{AG}{GE} = \frac{GD}{GB} \Rightarrow AG = \frac{GE \times GD}{GB} \quad (۱)$$

گام دوم (تشابه دو مثلث $\triangle FGD$ و $\triangle AGB$ و به دست آوردن AG): AB موازی DF است و امتداد اضلاع DG و GF در $\triangle DGF$ را در B و A قطع کرده است. طبق قضیه اساسی تشابه داریم:

$$\triangle FGD \sim \triangle AGB$$

و از نسبت تشابه داریم:

$$\frac{AG}{GF} = \frac{GB}{GD} \Rightarrow AG = \frac{GF \times GB}{GD} \quad (۲)$$

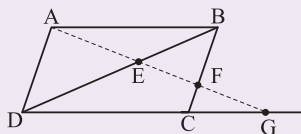
گام سوم (به دست آوردن طول AG): در دو گام قبل، AG را به دو روش به دست آوردیم؛ این دو را در هم ضرب می‌کنیم، یعنی:

$$(۱), (۲) \Rightarrow AG \times AG = \frac{GE \times \cancel{GD}}{GB} \times \frac{GF \times \cancel{GB}}{GD} \Rightarrow AG^2 = GE \times GF$$

$$\Rightarrow AG^2 = (GF + EF) \times GF = (۲ + ۶) \times ۲ = ۸ \times ۲ = ۱۶ \Rightarrow AG = \sqrt{۱۶} = ۴$$

در شکل زیر، چهارضلعی ABCD متوازی الاضلاع است. مقدار $EF \times EG$ کدام است؟

(سوال ۱۲۴ کنکور ریاضی ۹۹ (فارج از کشور))



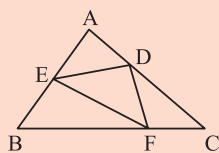
(۱) EA^2

(۲) ED^2

(۳) $EB \times ED$

(۴) $FB \times FC$

در شکل زیر، $\hat{AED} = \hat{EFB} = \hat{FDC}$ است. اگر $BC = ۴EF = ۱۴$ و $DE = ۲/۵$ باشد، طول AB کدام است؟



$$۱۲/۶ (۱)$$

$$۱۰ (۲)$$

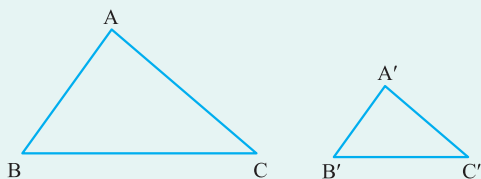
$$۹ (۳)$$

$$۹/۸ (۴)$$

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

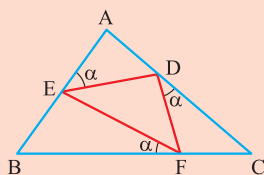
اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر هم‌اندازه باشند، دو مثلث متشابه‌اند.



یعنی اگر $\hat{B} = \hat{B}'$ و $\hat{C} = \hat{C}'$ باشد، آن‌گاه $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ است و نسبت تشابه از این قرار است:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول (آنالیز زوایای مثلث DEF): ابتدای کار، زوایای برابر $\hat{AED} = \hat{EFB} = \hat{FDC}$ را برابر α در نظر می‌گیریم:



در مثلث AED داریم:

$$\hat{A} + \alpha + \hat{ADE} = ۱۸۰^\circ$$

هم‌چنین در زاویه $\hat{ADC} = ۱۸۰^\circ$ داریم:

$$\hat{ADC} = \hat{ADE} + \hat{EDF} + \alpha = ۱۸۰^\circ$$

از دو رابطه فوق داریم:

$$\hat{A} + \alpha + \hat{ADE} = \hat{ADE} + \hat{EDF} + \alpha \Rightarrow \hat{EDF} = \hat{A}$$

$$\hat{DFE} = \hat{C} \text{ و } \hat{DEF} = \hat{B}$$

به طریق مشابه داریم:

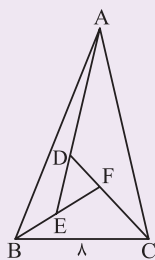
پس مثلث‌های $\triangle ABC$ با $\triangle EDF$ با دو زاویه برابر، متشابه‌اند.

گام دوم (نوشتن نسبت تشابه و جای‌گذاری مقادیر داده‌شده در سؤال): بنابر نسبت تشابه ایجادشده داریم:

$$\frac{DE}{AB} = \frac{EF}{BC} = \frac{DF}{AC} \Rightarrow \frac{۲/۵}{AB} = \frac{EF}{۴EF} \Rightarrow \frac{۲/۵}{AB} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow AB = ۱۰$$

در شکل زیر، $\hat{ABF} = \hat{CAE} = \hat{BCD}$ ، $DF = 2/5$ و $EF = 3$ است. طول AB کدام است؟

(سؤال ۲۶ کنکور ریاضی ۱۴۰۲ - نوبت دوم)



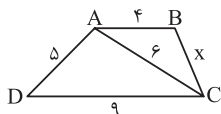
۸ / ۶ (۱)

۷ / ۵ (۲)

۱۰ / ۵ (۳)

۹ / ۶ (۴)

در شکل مقابل، چهارضلعی ABCD دوزنقه است، مقدار x کدام است؟



$$2/5 \quad (2)$$

$$1/25 \quad (1)$$

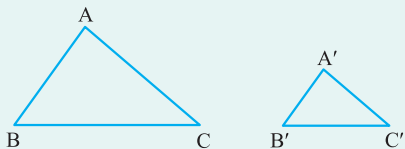
$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$\frac{2}{9} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

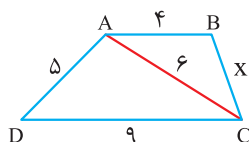
اگر اندازه‌های دو ضلع از مثلثی با اندازه‌های دو ضلع از مثلث دیگر متناسب باشد و زاویه بین آن‌ها، هم‌اندازه باشد، دو مثلث متشابه‌اند.



یعنی اگر $\hat{A} = \hat{A}'$ و $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$ باشد، آن‌گاه دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle A'B'C'$ متشابه‌اند و نسبت تشابه از این قرار است:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول (تشخیص تشابه دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle ACD$):



ABCD دوزنقه است، پس $AB \parallel DC$ است.

AC خط مورب است و طبق قضیه موازی مورب داریم:

$$\hat{BAC} = \hat{ACD}$$

از طرفی در دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle ACD$ نسبت اضلاع برابر است چراکه:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, \quad \frac{AC}{DC} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AC}{DC}$$

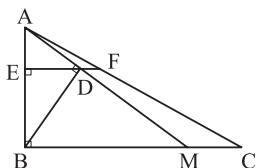
طبق درس باکس، $\triangle ABC$ و $\triangle ACD$ متشابه‌اند.

گام دوم (نوشتن نسبت تشابه و به دست آوردن x): نسبت تشابه کامل دو مثلث برابر است با:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{DC} = \frac{BC}{AD} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{BC}{AD} = \frac{x}{5} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{2 \times 5}{3} = \frac{10}{3}$$

ریاضیات



۳۰. اگر در شکل مقابل، $AD = 3$ و $BD = 2$ و $MC = 4$ باشد، طول EF کدام است؟

۱) $3/25$

۲) $3/15$

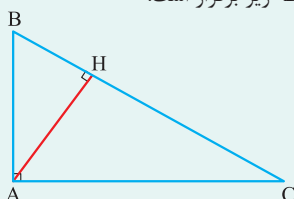
۳) $3/12$

۴) $3/9$

پاسخ: گزینه ۳

درس: Box

۱) اگر مثلث ABC در رأس A، قائم‌الزاویه باشد و AH ارتفاع وارد بر وتر باشد، آن‌گاه رابطه زیر برقرار است:

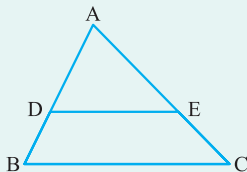


$$AH^2 = BH \times HC$$

۲) همچنین در $\triangle ABC$ فوق، رابطه زیر نیز برقرار است:

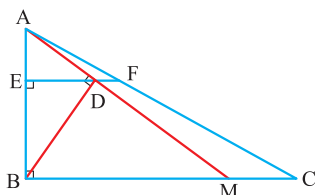
$$AH = \frac{AB \times AC}{BC}$$

۳) تعمیم قضیه تالس: اگر DE موازی با BC باشد، آن‌گاه تناسب زیر برقرار است:



$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول (محاسبه طول DM):



از مورد اول در درس باکس داریم:

$$AD \times DM = BD^2 \Rightarrow 3 \times DM = 16 \Rightarrow DM = \frac{16}{3}$$

گام دوم (محاسبه DF با استفاده از تالس): می‌دانیم $DF \parallel MC$ است (چراکه EF و BC هر دو بر AB عمودند)، پس طبق تعمیم تالس داریم:

$$\frac{AD}{AM} = \frac{DF}{MC} \quad (*)$$

$$\begin{cases} AD = 3 \\ DM = \frac{16}{3} \end{cases} \Rightarrow AM = 3 + \frac{16}{3} = \frac{9+16}{3} = \frac{25}{3}$$

از طرفی، صورت سؤال گفته است $BD = 2$ و $MC = 4$ ، پس $MC = 2$ است. با جای‌گذاری اعداد در (*) داریم:

$$\frac{3}{\frac{25}{3}} = \frac{DF}{2} \Rightarrow DF = \frac{\frac{2 \times 3}{1}}{\frac{25}{3}} = \frac{18}{25} = 0.72$$

گام سوم (محاسبه طول ED): ابتدا طول AB را از فیثاغورس در $\triangle ABD$ به دست می‌آوریم:

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 = 3^2 + 2^2 \Rightarrow AB = 5$$

طبق مورد دوم در درس باکس، در مثلث قائم‌الزاویه ADB داریم:

$$ED = \frac{AD \times DB}{AB} \Rightarrow ED = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5} = 2.4$$

گام چهارم (محاسبه EF):

$$EF = ED + DF = 2.4 + 0.72 = 3.12$$

در کدام گزینه، حداقل دو کمیت برداری وجود دارد؟

(۲) سرعت، بار الکتریکی، دما

(۱) جریان الکتریکی، جرم، فشار

(۴) وزن، انرژی، شتاب

(۳) فشار، جریان الکتریکی، نیرو

پاسخ: گزینه ۴

کارت Box

(۱) کمیت‌های اصلی و فرعی: کمیت‌های طول، جرم، زمان، دما، جریان الکتریکی، مقدار ماده و شدت روشنایی، کمیت‌های اصلی در دستگاه بین‌المللی (SI) هستند. سایر کمیت‌ها، فرعی محسوب می‌شوند.

کمیت‌های اصلی و یکاهای اصلی دستگاه بین‌المللی (SI):

کمیت	نام یکا	نماد یکا
طول	متر	m
جرم	کیلوگرم	kg
زمان	ثانیه	s
دما	کلوین	K
مقدار ماده	مول	mol
جریان الکتریکی	آمپر	A
شدت روشنایی	کندلا (شمع)	cd

چند مثال از یکاهای فرعی دستگاه بین‌المللی (SI):

کمیت	نام یکا	یکای فرعی بر حسب یکاهای اصلی
تندی و سرعت	متر بر ثانیه (m/s)	m/s
شتاب	متر بر مربع ثانیه (m/s ²)	m/s ²
نیرو	نیوتون (N)	$\frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2}$
فشار	پاسکال (Pa)	$\frac{\text{kg}}{\text{m.s}^2}$
انرژی	ژول (J)	$\frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^2}$

(۲) تمامی کمیت‌ها به صورت کلی نرده‌ای یا برداری‌اند. ویژگی مشترک کمیت‌ها در این دسته‌بندی، داشتن اندازه است، اما در داشتن یا نداشتن جهت، متفاوت‌اند. کمیت‌های برداری کمیت‌هایی هستند که علاوه بر اندازه، جهت نیز دارند، یعنی برای بیان یک کمیت برداری باید اندازه، یکا و جهت آن را بگوییم.

علاوه بر این، کمیت‌های برداری باید از قاعده جمع برداری پیروی کنند.

با توجه به نکات ذکر شده در درس‌بکس، به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه (۱): تمامی کمیت‌های ذکر شده، نرده‌ای هستند.

گزینه (۲): فقط کمیت سرعت در بین کمیت‌های ذکر شده، برداری است.

گزینه (۳): فقط کمیت نیرو در بین کمیت‌های ذکر شده، برداری است.

گزینه (۴): وزن و شتاب، کمیت‌های برداری هستند و گزینه (۴) جواب صحیح است.

جریان الکتریکی کمیتی نرده‌ای است؛ زیرا گرچه اندازه و جهت دارد، ولی از قاعده جمع برداری پیروی نمی‌کند.



فیزیک

۳۲

در رابطه $A = PV$ ، کمیت‌های P و V به ترتیب فشار و حجم را نشان می‌دهند. یکای کمیت A در SI کدام است؟

- (۱) نیوتون
(۲) ژول
(۳) پاسکال
(۴) نیوتون بر متر

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

هنگام جمع یا تفریق چند کمیت فیزیکی، آن کمیت‌ها باید هم‌نوع و دارای یکای مشابه باشند. حاصل جمع یا تفریق آن‌ها نیز از همان نوع کمیت و با همان یکا می‌باشد، اما هنگام ضرب و تقسیم کمیت‌های فیزیکی این محدودیت وجود ندارد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: هر یک از یکاهای داده‌شده در گزینه‌ها را برحسب یکاهای اصلی به دست می‌آوریم:

گزینه (۱):

$$F = ma \Rightarrow N = (kg)(m/s^2) = \frac{kg \cdot m}{s^2}$$

گزینه (۲):

$$W = F \cdot d \Rightarrow J = \left(\frac{kg \cdot m}{s^2}\right)(m) = \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$$

گزینه (۳):

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow Pa = \frac{\frac{kg \cdot m}{s^2}}{m^2} = \frac{kg \cdot m}{m^2 \cdot s^2} = \frac{kg}{m \cdot s^2}$$

گزینه (۴):

$$\frac{N}{m} = \frac{\frac{kg \cdot m}{s^2}}{m} \Rightarrow \frac{F}{m} \Rightarrow N/m = \frac{s^2}{m} = kg/s^2$$

گام دوم: حالا با توجه به رابطه داده‌شده در سؤال، یکاهای موجود را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$A = PV \Rightarrow A_{یکای} = \left(\frac{kg}{m \cdot s^2}\right)(m^2) \Rightarrow \frac{kg \cdot m^2}{s^2} = J$$

فیزیک

۳۳

ستاره‌های کوتوله سفید، بسیار چگال هستند و چگالی آن‌ها در SI حدود 10^6 میلیون است. اگر فرض کنیم جرم یک ستاره کوتوله سفید برابر با جرم زمین باشد، حجم آن چند متر مکعب است؟ (جرم زمین برابر 6×10^{24} kg است.)

- (۱) 6×10^{10} (۲) 6×10^{12} (۳) 6×10^{14} (۴) 6×10^{16}

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

چگالی: نسبت جرم به حجم جسم را چگالی آن جسم می‌گوییم.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

چگالی (kg / m^3) ← جرم (kg)
حجم (m^3) ←

پاسخ خیلی تشریحی ✓

اکنون به کمک رابطه چگالی و با جای‌گذاری مقادیر جرم و چگالی در آن، حجم را به دست می‌آوریم:

چگالی در SI حدود 10^6 میلیون است، پس داریم:

$$\rho = 1000 \times 10^6 = 10^9 \text{ kg} / \text{m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{6 \times 10^{24}}{10^9} = 6 \times 10^{16} \text{ m}^3$$

الف) ستاره‌های کوتوله سفید بسیار چگال هستند و چگالی آن‌ها در SI حدود 10^6 میلیون است. اگر شما یک قوطی کبریت از ماده تشکیل‌دهنده این ستاره‌ها در اختیار داشتید، جرم آن چند کیلوگرم می‌شد؟ ابعاد قوطی کبریت را با خط‌کش اندازه‌گیری کنید.

ب) اگر جمعیت کره زمین حدود ۸ میلیارد نفر، جرم میانگین هر نفر ۶۰ کیلوگرم و ماده تشکیل‌دهنده انسان‌ها از جنس ستاره‌های کوتوله سفید فرض شود (فرضی ناممکن!)، ابعاد یک اتاق چه قدر باشد تا همه انسان‌ها در آن جای گیرند؟ (فیزیک (۱) - تمرین ۱۹ صفحه ۲۲ کتاب درسی)

کتاب درسی

مقداری آب را با 200 g اتانول مخلوط کرده‌ایم، به طوری که چگالی مخلوط در SI به 900 می‌رسد. با فرض آن که مجموع حجم آب و اتانول برابر با حجم مخلوط باشد، جرم این مخلوط چند گرم است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ ، $\rho_{\text{اتانول}} = 800 \text{ kg/m}^3$)

(۱) 250 (۲) 300 (۳) 400 (۴) 450

پاسخ: گزینه ۴

کارت Box

چگالی مخلوط: اگر دو جسم به جرم‌های m_1 و m_2 و حجم‌های V_1 و V_2 و چگالی‌های ρ_1 و ρ_2 با یکدیگر مخلوط شوند، چگالی ماده حاصل از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}}$$

گام اول: اگر آب را به عنوان ماده (۱) و اتانول را به عنوان ماده (۲) در نظر بگیریم، می‌توانیم به کمک رابطه چگالی مخلوط، جرم آب را به دست آوریم:

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}} \xrightarrow{\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3, \rho_2 = 800 \text{ kg/m}^3} \frac{m_1 + 200}{\frac{m_1}{1000} + \frac{200}{800}} = 900 \Rightarrow m_1 + 200 = 900 \left(\frac{m_1}{1000} + \frac{200}{800} \right)$$

$$\Rightarrow 0.1 m_1 = \frac{1}{8} \times 200 \Rightarrow m_1 = \frac{2000}{8} = 250 \text{ g}$$

گام دوم: اکنون می‌توانیم جرم مخلوط را حساب کنیم:

$$m_1 + m_2 = 250 + 200 = 450 \text{ g}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۳۵ کدام موارد زیر درست است؟

- (الف) ابعاد مولکول‌ها در حدود ۱ تا ۱۰ آنگستروم است.
 (ب) با سرد شدن آرام مایع‌ها، همواره جامد بلورین تشکیل می‌شود.
 (پ) فاصله ذرات سازنده جامد و مایع تقریباً یکسان است.
 (ت) پدیده پخش در گازها سریع‌تر از مایع‌ها رخ می‌دهد.
- (۱) الف و ب (۲) الف و ت (۳) ب و پ (۴) پ و ت

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به متن کتاب درسی به بررسی عبارت‌ها می‌پردازیم:

(الف) اندازه اتم‌ها حدود یک تا چند آنگستروم است و اندازه مولکول‌ها به این بستگی دارد که از چند اتم ساخته شده باشند. اندازه برخی از درشت‌مولکول‌ها مانند بسپارها (پلیمرها) می‌تواند تا ۱۰۰۰ آنگستروم نیز باشد. ✗

(ب) وقتی مایعی را سرد می‌کنیم، اغلب جامد بلورین تشکیل می‌شود. ✗

(پ) فاصله ذرات سازنده مایع و جامد تقریباً یکسان و در حدود یک آنگستروم است. ✓

(ت) ذرات گازها نسبت به مایع‌ها تندی بیشتری دارند. مثلاً تندی ذرات هوا در دمای معمولی حدود 500 m/s است. در حالی که تندی میانگین مولکول‌های مایع، بسیار کم‌تر است و آن‌ها فقط روی هم می‌لغزند. بنابراین پدیده پخش در گازها سریع‌تر از مایع‌ها رخ می‌دهد. ✓

اگر متن کتاب درسی رو خوب خوانده باشی، با دقت به کلمه «همواره» در عبارت «ب» به راحتی می‌تونی گزینه‌های (۱) و (۳) رو حذف کنی!

تیزبازی

فیزیک

۳۶

شکل زیر، خروج قطره‌های روغن با دمای متفاوت را از دهانه دو قطره‌چکان مشابه نشان می‌دهد. دمای قطره‌های روغن در شکل (الف) از دمای قطره‌های روغن در شکل (ب) است و افزایش دما سبب نیروی هم‌چسبی و نیروی دگرچسبی می‌شود.



- (۱) کم‌تر - افزایش - کاهش
- (۲) کم‌تر - کاهش - کاهش
- (۳) بیشتر - کاهش - افزایش
- (۴) بیشتر - افزایش - افزایش

پاسخ: گزینه ۲



با افزایش دمای مایع، نیروهای هم‌چسبی و دگرچسبی کاهش می‌یابند. کاهش این نیروها، سبب کاهش کشش سطحی و تشکیل قطره‌های کوچک‌تر می‌شود. هر چه این افزایش دما بیشتر باشد قطره‌های ریزتری از مایع تشکیل می‌شود.

با توجه به نکته بالا و شکل سؤال می‌توان دریافت که در شکل (ب) قطره‌های ریزتری تشکیل شده، پس دمای آن بیشتر است.

نیروهای هم‌چسبی و دگرچسبی، هر دو نوعی نیروی جاذبه بین مولکولی هستند. بنابراین رفتاری مشابه در قبال افزایش دما خواهند داشت و گزینه‌های (۱) و (۳) به راحتی حذف می‌شوند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

تیزبازی ۵۰

شکل زیر، خروج قطره‌های روغن با دمای متفاوت را از دهانه دو قطره‌چکان نشان می‌دهد.

(فیزیک (۱) - پرسش ۲-۳ صفحه ۳۰ کتاب درسی)

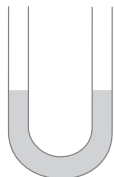


الف) افزایش دما چه تأثیری بر نیروی هم‌چسبی مولکول‌های یک مایع می‌گذارد؟
ب) توضیح دهید در کدام شکل دمای قطره‌های روغن کم‌تر است.

پ) چرا هنگام شستن ظروف، افزون بر استفاده از مایع ظرف‌شویی، ترجیح می‌دهیم از آب گرم نیز استفاده کنیم؟

کتاب درسی

در شکل زیر، مقداری آب درون یک لوله U شکل در حال تعادل قرار دارد. چند گرم روغن به چگالی 750 kg/m^3 در یکی از شاخه‌ها بریزیم تا اختلاف ارتفاع سطح آزاد دو مایع در شاخه‌ها 4 cm شود؟ (مساحت مقطع شاخه‌ها یکسان و برابر 5 cm^2 است و $\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$)



۱۶ (۱)

۴۵ (۲)

۶۰ (۳)

۲۰۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

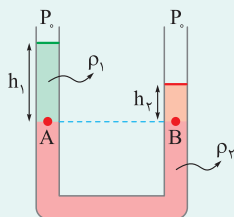
درس Box

$$P = P_0 + P_g = P_0 + \rho gh$$

(۱) رابطه بین فشار مطلق و فشار پیمانه‌ای:

 $P =$ فشار مطلق (فشار کل) (Pa) $P_g =$ فشار ناشی از مایع (فشار پیمانه‌ای) (Pa) $P_0 =$ فشار هوای محیط (Pa) $\rho =$ چگالی مایع (kg/m^3) $h =$ ارتفاع مایع (m) $g =$ شتاب گرانش (N/kg)

(۲) اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز: در نقطه‌های هم‌تراز یک مایع ساکن، فشار یکسان است و به شکل ظرف بستگی ندارد. به طور مثال در شکل زیر، نقاط A و B هم‌ترازند و درون یک مایع ساکن قرار دارند؛ پس فشار این دو نقطه با هم برابر است:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \rho_1 g h_1 = P_0 + \rho_2 g h_2$$

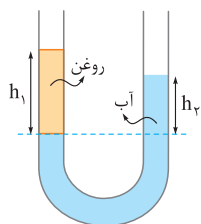
$$\Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

در این رابطه باید یکاهای دو طرف تساوی، یکسان باشند.

گام اول: ابتدا ارتفاع هر کدام از مایع‌ها را به دست می‌آوریم:

$$h_1 = \text{ارتفاع روغن (cm)}$$

$$h_2 = \text{ارتفاع آب (cm)}$$



$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \Rightarrow 750 \times h_1 = 1000 \times h_2 \Rightarrow h_1 = \frac{1000}{750} h_2 \Rightarrow h_1 = \frac{4}{3} h_2$$

$$h_1 - h_2 = 4 \text{ cm} \xrightarrow{h_1 = \frac{4}{3} h_2} \begin{cases} h_2 = 12 \text{ cm} \rightarrow \text{ارتفاع آب} \\ h_1 = 16 \text{ cm} \rightarrow \text{ارتفاع روغن} \end{cases}$$

گام دوم: حالا با به دست آوردن حجم و جای‌گذاری آن در رابطه چگالی، جرم روغن را به دست می‌آوریم:

$$V_1 = \text{حجم روغن (cm}^3\text{)}$$

$$A = \text{مساحت مقطع لوله (cm}^2\text{)}$$

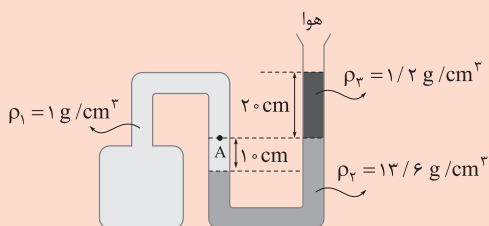
$$m_1 = \text{جرم روغن (g)}$$

$$V_1 = A h_1 = 5 \times 16 = 80 \text{ cm}^3$$

$$m_1 = \rho_1 V_1 = 0.75 \times 80 = 60 \text{ g}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در شکل زیر، فشار پیمانه‌ای در نقطه A چند کیلوپاسکال است؟ ($P_0 = 10^5 \text{ Pa}$ و $g = 10 \text{ N/kg}$)



۱۰ (۱)

۱۴ (۲)

۱۵ (۳)

۱۷ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

درس Box

(۱) اگر یک مایع روی مایع دیگری در حال تعادل قرار گیرد، فشارهای آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

(۲) به اختلاف فشار مطلق گاز (P) و فشار هوای محیط (P_0)، فشار پیمانه‌ای می‌گویند و آن را با نماد P_g نمایش می‌دهند:

$$\rho = \text{چگالی مایع (kg/m}^3\text{)}$$

$$h = \text{ارتفاع مایع (m)}$$

$$g \approx 10 \text{ N/kg} = \text{شتاب گرانش در سطح زمین}$$

$$P = P_0 + \rho gh \Rightarrow P_g = P - P_0 = \rho gh$$

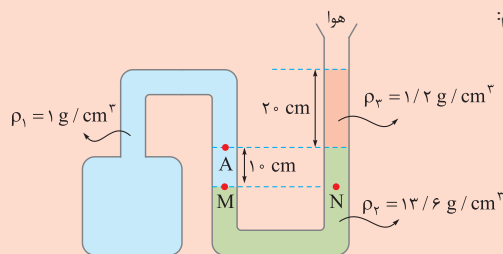
$$P > P_0 \Rightarrow P_g > 0$$

$$P < P_0 \Rightarrow P_g < 0$$



پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا فشار نقاط M و N را با یکدیگر برابر قرار می‌دهیم:



$$P_M = P_N \Rightarrow P_A + \rho_1 gh_1 = \rho_2 gh_2 + \rho_3 gh_3 + P_0$$

گام دوم: با جای‌گذاری مقادیر داده‌شده داریم:

$$\rho_1 = 1 \text{ g/cm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3, \rho_2 = 13/6 \text{ g/cm}^3 = 2166.67 \text{ kg/m}^3, \rho_3 = 1/2 \text{ g/cm}^3 = 500 \text{ kg/m}^3$$

$$h_1 = h_2 = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, h_3 = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$$

$$P_A + \underbrace{1000 \times 10 \times 0.1}_{1000} = \underbrace{2166.67 \times 10 \times 0.1}_{2166.67} + \underbrace{500 \times 10 \times 0.2}_{1000} + P_0$$

گام سوم: اکنون می‌توانیم فشار پیمانه‌ای در نقطه A، یعنی $(P_A - P_0)$ را به دست می‌آوریم:

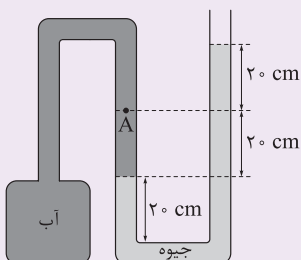
$$P_A + 1000 = 1666.67 + P_0$$

$$\Rightarrow P_A - P_0 = 1666.67 - 1000 = 666.67 \text{ Pa} \approx 0.67 \text{ kPa}$$

در شکل زیر، فشار پیمانه‌ای در نقطه A چند کیلو پاسکال است؟

$$(g = 10 \text{ N/kg}, \rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3, \rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \text{ g/cm}^3)$$

(سؤال ۷۱ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ - نوبت دوم)



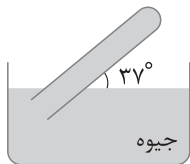
۶۶ (۱)

۶۸ (۲)

۶۴ (۳)

۷۰ (۴)

در شکل زیر، فشار جیوه در انتهای بسته لوله ۵۱ cmHg است. طول قسمتی از لوله که بیرون از مایع قرار دارد چند سانتی متر است؟ ($P_0 = 75 \text{ cmHg}$ و $\sin 37^\circ = 0.6$)



(۱) ۲۴

(۲) ۳۰

(۳) ۴۰

(۴) ۵۴

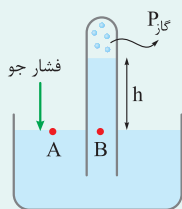
پاسخ: گزینه ۲

از اصل هم‌ترازی نقاط هم‌فشار در یک مایع ساکن استفاده کنید.

Hint

درس‌Box

(۱) در بارومتر شکل زیر، با نوشتن اصل هم‌فشاری برای نقاط هم‌تراز A و B می‌توان فشار گاز محبوس را به دست آورد:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = P_g + \rho gh$$

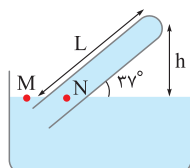
(۲) اگر لوله آزمایش را کج کنید، برای محاسبه فشار در نقطه B باید ارتفاع عمودی ستون مایع (h) را در نظر بگیرید.

$$\sin \theta = \frac{h}{L} \Rightarrow h = L \sin \theta$$

(۳) اگر ستونی از جیوه به ارتفاع h داشته باشیم، ارتفاع h برحسب سانتی‌متر، همان فشار جیوه برحسب سانتی‌متر جیوه است.

گام اول: ابتدا فشار ستون جیوه را برحسب ارتفاع آن به دست می‌آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$P_M = P_N$$

$$P_0 = P_g + 51 \Rightarrow 75 = P_g + 51$$

$$P_g = 24 \text{ cmHg} \Rightarrow h = 24 \text{ cm}$$

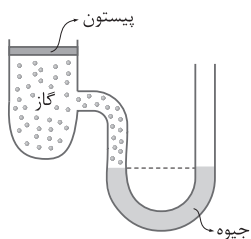
گام دوم: حالا با توجه به رابطه (۲) درس‌باکس، L را به دست می‌آوریم:

$$\sin 37^\circ = \frac{h}{L} \Rightarrow L = \frac{h}{\sin 37^\circ} \Rightarrow L = \frac{24}{0.6} = 40 \text{ cm}$$

فیزیک

۴۰

مطابق شکل، سطح جیوه در دو طرف لوله برابر است. اگر وزنه‌ای به جرم m را روی پیستون سمت چپ قرار دهیم، پس از تعادل، سطح جیوه در لوله سمت راست 8 cm بالاتر از لوله سمت چپ خواهد بود. m چند کیلوگرم است؟ (جرم و اصطکاک پیستون ناچیز و مساحت سطح مقطع آن برابر 20 cm^2 است. $g = 10 \text{ N/kg}$ و $\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \text{ g/cm}^3$)



$$1/0.88 \quad (1)$$

$$2/1.76 \quad (2)$$

$$10/88 \quad (3)$$

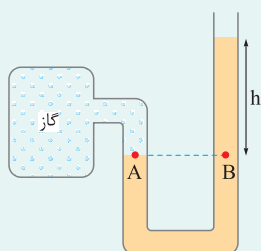
$$21/76 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

برای اندازه‌گیری فشار گاز محصور در یک محفظه، از فشارسنج شاره (مانومتر) استفاده می‌کنیم.

شکل روبه‌رو یک مانومتر را نشان می‌دهد و نقاط A و B هم‌تراز هستند:

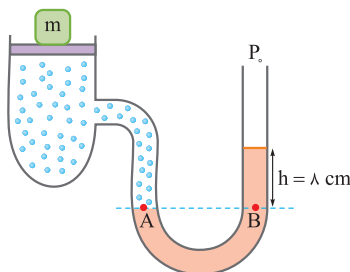


$$P_A = P_B$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_0 + \rho gh$$

اختلاف ارتفاع جیوه در دو طرف لوله، به علت فشار ناشی از وزنه‌ای است که روی پیستون قرار گرفته است؛ بنابراین فشار ناشی از وزنه برابر با فشار ستون جیوه به ارتفاع h است:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

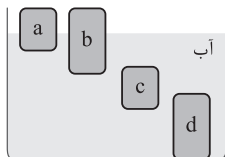


$$P_{\text{وزنه}} = \rho_{\text{جیوه}} gh$$

$$\Rightarrow \frac{mg}{A} = \rho gh \quad \frac{\rho_{\text{Hg}} = 13.6 \text{ g/cm}^3 = 13600 \text{ kg/m}^3}{A = 20 \text{ cm}^2 = 20 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ و } h = 8 \text{ cm} = 8 \times 10^{-2} \text{ m}}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{20 \times 10^{-4}} = 13.6 \times 1000 \times 8 \times 10^{-2} \Rightarrow m = 2.176 \text{ kg}$$

مطابق شکل، چهار جسم مکعب مستطیل شکل را در آب یک استخر قرار می‌دهیم و جسم‌ها در حال تعادل هستند. چند مورد از گزاره‌های زیر در مورد چگالی آن‌ها حتماً درست است؟



$$\rho_a = \rho_b < \rho_{\text{آب}} = \rho_c \quad (۱)$$

$$\rho_a < \rho_b < \rho_{\text{آب}} < \rho_d \quad (۲)$$

$$\rho_a = \rho_b < \rho_{\text{آب}} < \rho_d \quad (۳)$$

$$\rho_a < \rho_b < \rho_{\text{آب}} = \rho_d \quad (۴)$$

پاسخ: گزینه ۲

Hint

برای پاسخ دادن به سؤال‌های مبحث شناوری، کافی است نکات مهم «فرورفتن، غوطه‌ور شدن، بالارفتن و شناور ماندن» را در نظر بگیرید!

کرتس Box

حالات مختلف نیروی شناوری:

حالت	مقایسه نیروی شناوری F_b و نیروی وزن mg	شکل	مقایسه چگالی جسم ρ و چگالی شاره ρ_0	وضعیت نهایی جسم
پایین رفتن (ته‌نشینی)	$mg > F_b$		$\rho > \rho_0$	جسم در شاره به سمت پایین حرکت می‌کند تا ته‌نشین شود.
غوطه‌وری	$mg = F_b$		$\rho = \rho_0$	جسم درون شاره غوطه‌ور می‌ماند.
بالارفتن	$mg < F_b$		$\rho < \rho_0$	جسم به طرف بالا حرکت می‌کند تا بر سطح مایع شناور شود.
شناوری	$mg = F_b$		$\rho < \rho_0$	جسم در سطح مایع شناور است!

گام اول: جسم c درون آب غوطه‌ور است؛ بنابراین چگالی آن با چگالی آب برابر است: $\rho_c = \rho_{\text{آب}}$
 گام دوم: جسم d درون آب، ته‌نشین شده است، بنابراین چگالی آن از چگالی آب بیشتر است: (ردّ گزینه ۴).

$$\rho_d > \rho_{\text{آب}}$$

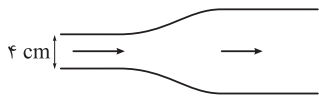
گام سوم: جسم‌های a و b هر دو در سطح آب شناورند، پس چگالی هر دو از چگالی آب کم‌تر است. اما درصد غوطه‌ور بودن جسم b درون آب از جسم a، بیشتر است. بنابراین $\rho_b > \rho_a$ است، یعنی گزینه‌های (۱) و (۳) نیز رد می‌شوند و فقط گزینه ۲ درست است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

فیزیک

۴۲

شکل زیر، لوله‌ای افقی با دو قطر متفاوت را نشان می‌دهد. اگر تندی آب در این دو مقطع 18 m/s و 8 m/s باشد، شعاع لوله سمت راست چند سانتی‌متر است و فشار آب در آن نسبت به سمت چپ لوله چگونه است؟



(۱) ۶ و بیشتر

(۲) ۶ و کمتر

(۳) ۳ و بیشتر

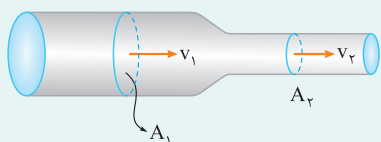
(۴) ۳ و کمتر

پاسخ: گزینه ۲

معادله پیوستگی:

درس‌Box

همانند شکل زیر، اگر شاره تراکم‌ناپذیری درون لوله با جریان لایه‌ای در حال حرکت باشد، در حالت پایا آهنگ شارش حجمی شاره از همه مقاطع لوله یکسان است:



$$v_1 = \text{تندی شاره هنگام عبور از مساحت } A_1 \text{ (m/s)}$$

$$v_2 = \text{تندی شاره هنگام عبور از مساحت } A_2 \text{ (m/s)}$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

اصل برنولی: برای شاره‌ای که به طور لایه‌ای و در امتداد افق حرکت می‌کند، در مسیر حرکت شاره و با افزایش تندی شاره، فشار کاهش می‌یابد.

$$A_2 < A_1 \Rightarrow v_2 > v_1 \Rightarrow P_2 < P_1$$

گام اول: با استفاده از معادله پیوستگی شعاع مقطع سمت راست را پیدا می‌کنیم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \pi r_1^2 v_1 = \pi r_2^2 v_2$$

$$\Rightarrow 2^2 \times 18 = r_2^2 \times 8 \Rightarrow r_2^2 = 9 \Rightarrow r_2 = 3 \text{ cm}$$

گام دوم: با توجه به اصل برنولی، فشار در سمت راست لوله، بیشتر از سمت چپ است.

نکته

پاسخ خیلی تشریحی ✓

فیزیک

۴۳

یک توپ فوتبال به جرم 450 g با تندی v_1 به تیر دروازه برخورد کرده و با نصف تندی اولیه برمی گردد. انرژی جنبشی توپ چند درصد کاهش می یابد؟

۷۵ (۴)

۵۰ (۳)

۴۰ (۲)

۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

کوتس Box

انرژی جنبشی جسمی به جرم m و تندی v از رابطه زیر به دست می آید:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \quad \begin{matrix} \text{جرم (kg)} \\ \uparrow \\ \text{تندی (m/s)} \end{matrix} \quad \leftarrow \text{انرژی جنبشی (J)}$$

گام اول: برای هر دو مرحله رفت و برگشت توپ، رابطه انرژی جنبشی را می نویسیم:

$$K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2$$

وقتی توپ به تیر دروازه برخورد می کند:

وقتی توپ برمی گردد:

$$K_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 \xrightarrow{v_2 = \frac{1}{2} v_1} K_2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{1}{2} v_1 \right)^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} m v_1^2 \right) = \frac{1}{4} K_1$$

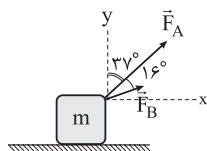
$$\Rightarrow K_1 = 4K_2$$

گام دوم: حالا درصد کاهش انرژی جنبشی توپ را به دست می آوریم:

$$\frac{K_2 - K_1}{K_1} \times 100 = \frac{K_2 - 4K_2}{4K_2} \times 100 = -\frac{3}{4} \times 100 = -75\%$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

مطابق شکل زیر به جسمی به جرم m ، دو نیروی $\vec{F}_A$ و $\vec{F}_B$ وارد می‌شوند و جسم به اندازه d روی سطح افقی جابه‌جا می‌شود. نسبت کار نیروی $\vec{F}_A$ به کار نیروی $\vec{F}_B$ کدام است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$ و $F_A = 3F_B$)



$$\frac{3}{4} (2)$$

$$\frac{9}{4} (1)$$

$$\frac{8}{3} (4)$$

$$2 (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

درس Box

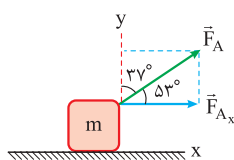
وقتی نیروی ثابت $\vec{F}$ با جابه‌جایی $\vec{d}$ زاویه θ بسازد، کار انجام‌شده برابر است با:

$$W = Fd \cos \theta \quad \leftarrow \text{کار (J)}$$

جابه‌جایی (m) $\uparrow$
نیرو (N) $\downarrow$

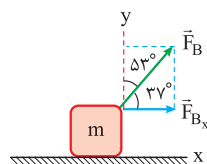
گام اول: کار را برای هر نیرو جداگانه حساب می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$W_A = F_A d \cos \theta_A$$

$$\frac{F_A = 3F_B}{\theta_A = 53^\circ} \rightarrow W_A = 3F_B d \cos 53^\circ$$



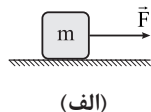
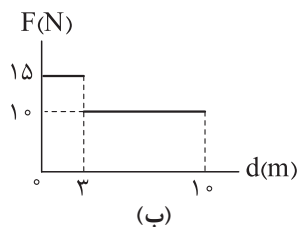
$$W_B = F_B d \cos \theta_B$$

$$\theta_B = 37^\circ \rightarrow W_B = F_B d \cos 37^\circ$$

گام دوم: حالا نسبت کار نیروی $\vec{F}_A$ به کار نیروی $\vec{F}_B$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{W_A}{W_B} = \frac{3F_B \times 0.6}{F_B \times 0.8} = 3 \times \frac{0.6}{0.8} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$$

مطابق شکل (الف)، نیروی افقی $\vec{F}$ به جسم m وارد می‌شود و شکل (ب) نمودار نیروی $\vec{F}$ بر حسب جابه‌جایی جسم m است. اگر نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح افقی در طول مسیر، ثابت و به اندازه 2 N باشد، کار کل از ابتدا تا انتهای مسیر چند ژول است؟



(۱) ۹۵

(۲) ۱۱۵

(۳) ۱۳۵

(۴) ۱۵۰

پاسخ: گزینه ۱

کار کل انجام‌شده روی یک جسم از جمع جبری تمامی کارهای انجام‌شده روی آن به دست می‌آید:

$$W_t = W_1 + W_2 + \dots$$

گام اول: ابتدا کارهای انجام‌شده روی جسم توسط نیروها در هر مرحله را به دست می‌آوریم:

در 3 m اول، نیروی ثابت 15 N کار انجام می‌دهد:

$$W_1 = F_1 d_1 \cos \theta_1$$

$$\frac{F_1 = 15\text{ N}, d_1 = 3\text{ m}}{\theta_1 = 0^\circ, \cos 0^\circ = 1} \rightarrow W_1 = 15 \times 3 = 45\text{ J}$$

در 7 m بعدی نیز نیروی 10 N کار انجام می‌دهد:

$$W_2 = F_2 d_2 \cos \theta_2$$

$$\frac{F_2 = 10\text{ N}, d_2 = (10 - 3)\text{ m}}{\theta_2 = 0^\circ, \cos 0^\circ = 1} \rightarrow W_2 = 10 \times 7 = 70\text{ J}$$

با توجه به فرض سؤال، نیروی اصطکاک در تمام مسیر با مقدار ثابت 2 N برقرار است، پس:

$$W_3 = F_3 d_3 \cos \theta_3$$

$$\frac{f_k = 2\text{ N}, d_3 = 10\text{ m}}{\theta_3 = 180^\circ, \cos 180^\circ = -1} \rightarrow W_{f_k} = 2 \times 10 \times (-1) = -20\text{ J}$$

گام دوم: حالا طبق رابطه کار کل، تمامی کارهای انجام‌شده را جمع می‌کنیم:

$$W_t = 45 + 70 + (-20) = 95\text{ J}$$

درس‌Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

فیزیک

۴۶

بسته‌ای به جرم 20 kg با تندی 2 m/s از یک بالون ساکن در ارتفاع h از سطح زمین، به بیرون پرتاب می‌شود. اگر بسته با تندی 12 m/s به زمین برسد و بزرگی کار نیروی مقاومت هوا روی بسته در طول مسیر $6/6 \text{ kJ}$ باشد، h چند متر است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

۴۰ (۲)

۳۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

قضیه کار - انرژی جنبشی: کار کل انجام شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_f - K_i$$

گام اول: انرژی جنبشی بسته را در ابتدا و انتهای مسیر به دست می‌آوریم:

$$K_i = \frac{1}{2}mv_i^2 \Rightarrow K_i = \frac{1}{2} \times 20 \times 2^2 = 40 \text{ J}$$

هنگام پرتاب:

$$K_f = \frac{1}{2}mv_f^2 \Rightarrow K_f = \frac{1}{2} \times 20 \times 12^2 = 1440 \text{ J}$$

وقتی به زمین می‌رسد:

گام دوم: حالا قضیه کار - انرژی جنبشی را می‌نویسیم:

$$K_f - K_i = W_{mg} + W_{fD} = mgh + W_{fD}$$

$$\frac{|W_{fD}| = 6/6 \text{ kJ} = 6600 \text{ J}}{W_{fD} = -6600 \text{ J}} \rightarrow 1440 - 40 = 20 \times 10 \times h - 6600$$

$$\Rightarrow 8000 = 200h \Rightarrow h = 40 \text{ m}$$

درس کتاب

چتربازی به جرم کل 75 kg از بالونی که در ارتفاع 80 m از سطح زمین است، با تندی $1/2 \text{ m/s}$ به بیرون بالون می‌پرد. اگر او با تندی $4/8 \text{ m/s}$ به زمین برسد، کار نیروی مقاومت هوا روی چترباز را در طول مسیر سقوط محاسبه کنید. شتاب گرانش زمین را $9/8 \text{ m/s}^2$ بگیرید. (فیزیک (۱) - مثال ۳-۷ صفحه ۶۲ کتاب درسی)

گلوله A به جرم ۲ kg و گلوله B به جرم ۱/۵ kg به ترتیب از ارتفاع‌های ۷/۶ m و h از سطح زمین، رها می‌شوند. اگر انرژی جنبشی گلوله A در ارتفاع ۴ متری از سطح زمین برابر انرژی پتانسیل اولیه گلوله B باشد، انرژی جنبشی گلوله B در ارتفاع ۴ متری از سطح زمین چند ژول است؟ (g = ۱۰ N/kg، مقاومت هوا ناچیز است و مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین در نظر بگیرید.)

۶۰ (۴)

۵۴ (۳)

۲۷ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

کوتاه Box

انرژی پتانسیل گرانشی جسمی به جرم m در ارتفاع h از سطح مبدأ پتانسیل برابر است با:

$$U = mgh \rightarrow \begin{array}{l} \text{ارتفاع (m)} \\ \text{جرم (Kg)} \\ \text{پتانسیل گرانشی (J)} \\ \text{شتاب گرانش (m/s}^2\text{)} \end{array}$$

با صرف نظر از نیروهای اتلافی، مانند مقاومت هوا و اصطکاک، انرژی مکانیکی جسم پایسته می‌ماند، یعنی مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل آن ثابت است، بنابراین هر چه از انرژی پتانسیل جسم کم شود، همان مقدار به انرژی جنبشی آن اضافه می‌شود.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow (K_1 + U_1 = K_2 + U_2) \Rightarrow |\Delta U| = |\Delta K|$$

در ارتفاع ۴ متری از سطح زمین، گلوله A مسافت ۳/۶ m را پیموده است. هر چه از انرژی پتانسیل آن در این مسیر کاهش پیدا کند، همان قدر انرژی جنبشی افزایش پیدا می‌کند:

گام اول: ابتدا انرژی جنبشی گلوله A را با انرژی پتانسیل گلوله A در ارتفاع ۳/۶ متری برابر قرار می‌دهیم:

$$K_A = m_A g \Delta h_A$$

$$K_A = 2 \times 10 \times 3/6 \Rightarrow K_A = 72 \text{ J}$$

گام دوم: حالا طبق فرض سؤال، انرژی پتانسیل اولیه گلوله B را برابر با ۷۲ J قرار داده و ارتفاع رها شدن گلوله B را به دست می‌آوریم:

$$U_{B_{\max}} = m_B g h_B$$

(اولیه)

$$\Rightarrow 72 = 1/5 \times 10 \times h_B \Rightarrow h_B = \frac{72}{15} = 4/8 \text{ m}$$

گام سوم: انرژی جنبشی گلوله B را در ارتفاع ۴ متری از سطح زمین حساب می‌کنیم، یعنی زمانی که گلوله B، ۴/۸ m پایین آمده است. محاسبه می‌کنیم:

$$K_B = m_B g \Delta h_B = 1/5 \times 10 \times 4/8 = 12 \text{ J}$$



پاسخ خیلی تشریحی ✓

در شرایط خلاء گلوله‌ای بدون سرعت اولیه از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌شود و پس از طی مسافت Δh ، انرژی پتانسیل گرانشی آن ۵ برابر انرژی جنبشی آن می‌شود. $\frac{\Delta h}{h}$ کدام است؟ (مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین در نظر بگیرید.)

$$\frac{4}{5} \text{ (۴)}$$

$$\frac{3}{4} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{5} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{6} \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۱

درس Box

(۱) مجموع انرژی‌های جنبشی K و پتانسیل U هر جسم را انرژی مکانیکی آن E می‌نامیم.
(۲) اصل پایستگی انرژی مکانیکی: در شرایطی که بتوان اثر نیروهایی، مانند اصطکاک و مقاومت هوا را نادیده گرفت، مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل جسم در نقطه‌های مختلف مسیر حرکت، با هم برابر و پایسته می‌ماند.

$$E_1 = E_2$$

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

گام اول: با توجه به ناچیز بودن مقاومت هوا و مطرح‌نشدن آن داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \overset{\circ}{K}_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{U_2 = \Delta K_1 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{\Delta} U_2}{\rightarrow} U_1 = \frac{1}{\Delta} U_2 + U_2 \Rightarrow U_1 = \frac{6}{5} U_2$$

$$\frac{U_1 = mgh_1}{U_2 = mgh_2} \rightarrow mgh_1 = \frac{6}{5} mgh_2 \Rightarrow h_1 = \frac{6}{5} h_2$$

گام دوم: نسبت $\frac{\Delta h}{h}$ را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{h_1 - h_2}{h_1} \xrightarrow{h_1 = \frac{6}{5} h_2} \frac{\Delta h}{h} = \frac{\frac{6}{5} h_2 - h_2}{\frac{6}{5} h_2} = \frac{\frac{1}{5} h_2}{\frac{6}{5} h_2} = \frac{1}{6}$$

بالابری، یک جعبه به جرم m را با تندی ثابت و در مدت ۳ دقیقه از سطح زمین تا ارتفاع 64 m بالا می‌برد. اگر توان مفید بالابر 800 W باشد، m چند کیلوگرم است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$)

۲۲۵ (۴)

۵۰ (۳)

۴۵ (۲)

۲۲/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

توان: کار انجام‌شده در واحد زمان (آهنگ انجام کار) را توان متوسط می‌گوییم.

کار مفید (J) $\uparrow$

$P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$ $\leftarrow$ توان متوسط (W)

بازه زمانی (s) $\downarrow$

● اگر نیرویی که کار را انجام می‌دهد ثابت بماند، توان لحظه‌ای و توان متوسط برابر می‌شوند ($P = P_{av}$).

کافی است مقادیر داده‌شده را در فرمول توان جای‌گذاری کنیم و جرم را به دست آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} \quad \xrightarrow{P=800\text{ W}, h=64\text{ m}, \Delta t=3\text{ min}=180\text{ s}}$$

$$\frac{800}{180} = \frac{m \times 10 \times 64}{3 \times 60} \Rightarrow m = \frac{3 \times 60 \times 100}{1} = 225\text{ kg}$$

فیزیک

۵۰

ماشین A نسبت به ماشین B دارای توان ورودی کمتر ولی بازده بیشتر است. اگر مقدار انرژی یکسانی به این دو ماشین بدهیم، ماشین A کار را در زمان انجام می‌دهد.

- (۱) بیشتر - بیشتر
(۲) بیشتر - کمتر
(۳) کمتر - کمتر
(۴) کمتر - بیشتر

پاسخ: گزینه ۱

کوتی Box

بازده: بازده یک ماشین از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$Ra = \frac{\text{کار خروجی (مفید)}}{\text{انرژی ورودی}} \times 100 \Rightarrow \text{بازده برحسب درصد} = \frac{P}{P_{\text{ورودی}}} \times 100$$

انرژی ورودی به هر دو ماشین یکسان است. چون بازده ماشین A بیشتر از ماشین B است، کار خروجی ماشین A هم بیشتر از ماشین B است. از طرفی بنا به رابطه توان، چون توان A کمتر از توان B است، زمان لازم برای مصرف یک مقدار معین سوخت در ماشین A بیشتر از ماشین B خواهد بود.

$$E_{1A} = E_{1B} \xrightarrow{Ra_A > Ra_B} W_A > W_B$$

$$P = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{W}{P} \xrightarrow{\frac{W_A > W_B}{P_A < P_B}} \Delta t_A > \Delta t_B$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

اگر در یون X^{2+} ، 124 ، شمار نوترون‌ها برابر با مجموع «شمار پروتون‌ها و نصف تعداد الکترون‌ها» باشد، عنصر X با کدام عنصر در جدول تناوبی هم‌گروه است؟



پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

ابتدا با توجه به داده‌های سؤال، عدد اتمی (Z) عنصر X را به دست می‌آوریم:

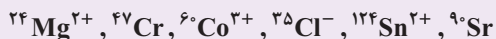
$$N + Z = 124$$

$$N = Z + \frac{1}{2}e \Rightarrow N = Z + \frac{1}{2}(Z - 2) \Rightarrow N = Z + \frac{1}{2}Z - 1 \Rightarrow N = \frac{3Z}{2} - 1$$

$$\Rightarrow \frac{3Z}{2} - 1 + Z = 124 \Rightarrow \frac{5Z}{2} = 125 \Rightarrow Z = 50$$

عدد اتمی عنصر X ، ۴ واحد از گاز نجیب Xe کوچک‌تر است؛ بنابراین این عنصر در دوره پنجم و گروه ۱۴ جدول تناوبی قرار دارد.در میان گزینه‌های داده‌شده، عنصر J نیز در گروه ۱۴ جدول تناوبی قرار دارد.

با مراجعه به جدول دوره‌ای عناصرها، در کدام گونه‌های شیمیایی زیر، تعداد نوترون‌ها برابر با مجموع «تعداد پروتون‌ها و نصف تعداد الکترون‌ها» است؟



(شیمی (۱) - سؤال ۱۶ تمرین‌های دوره‌ای فصل یک صفحه ۴۶ کتاب درسی)

۵۲ با توجه به مطالب کتاب درسی، کدام مورد درست است؟

- (۱) شیمی‌دان‌ها ماده‌ای را عنصر می‌نامند که از یک نوع اتم تشکیل شده باشد و در نماد آن عنصر، جرم و بار نسبی مشخص می‌شود.
- (۲) هر دو عنصر X ۳۴ و M ۵۲ در یک گروه از جدول تناوبی قرار داشته و خواص شیمیایی یکسانی دارند.
- (۳) نسبت جرم یک واحد amu به جرم اتم هیدروژن (^1H)، به تقریب برابر با $1/0.08$ است.
- (۴) درصد فراوانی هلیوم در سیاره مشتری و درصد حجمی آن در گاز طبیعی، کمتر از 10° درصد است.

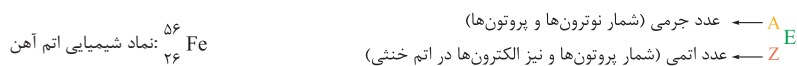
پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

درصد فراوانی هلیوم (^4He) در سیاره مشتری کمتر از 10° درصد است و با توجه به متن کتاب درسی، حدود 7° درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را هلیوم تشکیل می‌دهد.

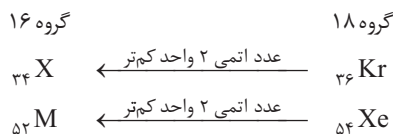
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): در نماد شیمیایی یک عنصر، می‌توان شمار ذره‌های زیراتمی را مشخص کرد. مثلاً نماد شیمیایی آهن با ۲۶ پروتون و ۳۰ نوترون به صورت زیر است:



جرم نسبی و بار نسبی را در نماد ذره‌های زیراتمی مشخص می‌کنند؛ نه نماد یک عنصر! مثلاً جرم نسبی و بار نسبی الکترون به ترتیب صفر و -1 است:

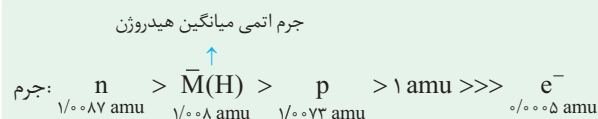
گزینه (۲): هر دو عنصر گفته شده در گروه ۱۶ جدول تناوبی قرار دارند، اما *هواستون باشد که* خواص شیمیایی عنصرهای یک گروه، مشابه است؛ نه یکسان!



گزینه (۳): جرم یک amu از جرم یک اتم هیدروژن (^1H) که از یک پروتون و یک الکترون تشکیل شده، کمتر است؛ پس این نسبت باید عددی کوچک‌تر از یک باشد.

یک مقایسه مهم:

نکته



با توجه به شکل روبه‌رو که فراوانی نسبی اتم‌های A را در یک نمونه طبیعی آن نشان می‌دهد، جرم اتمی میانگین A، چند واحد از جرم اتمی سنگین‌ترین ایزوتوپ آن کم‌تر است؟ (جرم اتمی ایزوتوپ‌ها را معادل عدد جرمی آن‌ها در نظر بگیرید.)

○ ۵۸ A
 ● ۶۰ A
 ● ۶۲ A

$$۳ / ۰ (۲)$$

$$۲ / ۸ (۱)$$

$$۳ / ۴ (۴)$$

$$۳ / ۲ (۳)$$

پاسخ: گزینه ۲

فرمول محاسبه جرم اتمی میانگین

استفاده از فرمول کتاب درسی:

$$M = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2 + \dots}{F_1 + F_2 + \dots}$$

استفاده از فرمول تستی:

$$M = M_1 + \frac{F_2}{F_{\text{کل}}} (M_2 - M_1) + \frac{F_3}{F_{\text{کل}}} (M_3 - M_1) + \dots$$

جرم اتمی
ایزوتوپ
سبک‌ترتفاوت جرم اتمی
ایزوتوپ دوم
با ایزوتوپ سبک‌ترتفاوت جرم اتمی
ایزوتوپ سوم
با ایزوتوپ سبک‌تر

درس‌Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

مطابق شکل، در نمونه عنصر A، سه ایزوتوپ ^{58}A ، ^{60}A و ^{62}A به ترتیب با فراوانی ۳، ۶ و ۲۱ (از ۳۰ اتم موجود) وجود دارد. جرم اتمی میانگین این عنصر را از دو روش می‌توانیم محاسبه کنیم:

$$M = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2 + \dots}{F_1 + F_2 + \dots} = \frac{(\Delta 8 \times 3) + (\Delta 0 \times 6) + (\Delta 2 \times 21)}{3 + 6 + 21} = \frac{1764}{30} = \Delta 8 / 8$$

په‌جور دیگه

$$M = M_1 + [(M_2 - M_1) \times \frac{F_2}{F}] + [(M_3 - M_1) \times \frac{F_3}{F}] + \dots = \Delta 8 + (2 \times \frac{6}{30}) + (4 \times \frac{21}{30}) = \Delta 8 + 0 / 4 + 0 / 4 = \Delta 8 / 8$$

اختلاف جرم اتمی میانگین A با جرم اتمی سنگین‌ترین ایزوتوپ آن (^{62}A)، برابر $3/2$ واحد است.

۵۴ کدام مورد مطابق قاعده آفبا، نادرست است؟

- (۱) مقایسه انرژی زیرلایه‌های $5d$ ، $6p$ و $5f$ به صورت $5d > 6p > 5f$ است.
- (۲) در میان زیرلایه‌های $4f$ ، $5d$ و $6p$ ، زیرلایه $4f$ زودتر از الکترون پر می‌شود.
- (۳) بعد از زیرلایه $5s$ ، زیرلایه $5p$ توسط الکترون‌ها اشغال می‌شود.
- (۴) در میان زیرلایه‌های شناخته‌شده، ۳ نوع زیرلایه با $n + l = 5$ وجود دارد.

پاسخ: گزینه ۳



هر چه مجموع دو عدد کوانتومی اصلی و فرعی ($n + l$) برای زیرلایه‌ای کوچک‌تر باشد، آن زیرلایه، انرژی کم‌تری دارد و زودتر از الکترون اشغال می‌شود.

اگر مجموع ($n + l$) دو زیرلایه یکسان باشد، زیرلایه‌ای که n کوچک‌تری دارد، انرژی کم‌تری داشته و زودتر الکترون می‌گیرد.

ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها طبق قاعده آفبا را می‌توان با فرمول زیر بیان کرد:

$$\begin{array}{cccc} ns & \rightarrow & (n-2)f & \rightarrow & (n-1)d & \rightarrow & np \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ n \geq 1 & & n \geq 6 & & n \geq 4 & & n \geq 2 \end{array}$$

در هنگام استفاده از رابطه فوق، n را به ترتیب از ۱ تا ۷ قرار داده و زیرلایه‌هایی که در هر مرحله ایجاد می‌شوند را در کنار یکدیگر می‌نویسیم.

از قاعده معروف ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها استفاده می‌کنیم. در این فرمول، n را برابر با ۵ قرار می‌دهیم تا زیرلایه $5s$ ساخته شود، سپس خواهیم داشت:

$$\begin{array}{cccc} ns & \rightarrow & (n-2)f & \rightarrow & (n-1)d & \rightarrow & np \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ n \geq 1 & & n \geq 6 & & n \geq 4 & & n \geq 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 5s & \rightarrow & 4d \rightarrow 5p \\ & \downarrow & \downarrow \\ & n+l=4+2=6 & 5+1=6 \end{array}$$

بنابراین پس از زیرلایه $5s$ ، زیرلایه $4d$ از الکترون پر می‌شود و بعد از اون نوبت می‌رسد به زیرلایه $5p$.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): هر چه مجموع ($n + l$) یک زیرلایه بیشتر باشد، انرژی آن زیرلایه نیز بیشتر است و در صورت برابر بودن مجموع ($n + l$)

دو زیرلایه، زیرلایه‌ای که n بزرگ‌تری دارد، انرژی بیشتری نیز خواهد داشت:

زیرلایه	$5f$	$5d$	$6p$
n	۵	۵	۶
l	۳	۲	۱
$n + l$	۸	۷	۷

$5f > 6p > 5d$: ترتیب سطح انرژی زیرلایه‌ها $\Rightarrow$

گزینه (۲): مجموع ($n + l$) هر سه زیرلایه گفته‌شده با هم برابر است، اما زیرلایه $4f$ چون n کوچک‌تری دارد، انرژی کم‌تری

داشته و زودتر الکترون می‌پذیرد:

زیرلایه	$4f$	$5d$	$6p$
n	۴	۵	۶
l	۳	۲	۱
$n + l$	۷	۷	۷

$4f > 5d > 6p$: ترتیب اشغال شدن زیرلایه‌ها از الکترون $\Rightarrow$

گزینه (۴): ۳ نوع زیرلایه با $n + l = 5$ وجود دارد:

$$\left. \begin{array}{l} n + l = 5 \\ 5 + 0 = 5 \Rightarrow 5s \\ 4 + 1 = 5 \Rightarrow 4p \\ 3 + 2 = 5 \Rightarrow 3d \end{array} \right\} \text{سه زیرلایه با } n + l = 5 \text{ وجود دارد.}$$

وجود ندارد. $2f \rightarrow$ $2 + 3 = 5 \Rightarrow$

عنصر X، ششمین عنصر دسته d می باشد و عنصر Z در دوره ۳ و گروه ۱۴ جدول دوره ای قرار دارد. کدام مطلب،

نادرست است؟

عنصر با عدد اتمی $Z = ۲۶ \Leftarrow$ عنصر آهن (${}_{۲۶}\text{Fe}$)

عنصر با عدد اتمی $Z = ۱۴ \Leftarrow$ عنصر سیلیسیم (${}_{۱۴}\text{Si}$)

- (۱) اختلاف عدد اتمی عنصرهای X و Z برابر ۱۲ است.
- (۲) هر دوی این عنصرها، جزء ۸ عنصر فراوان سیاره زمین هستند.
- (۳) عنصر Z فاقد الکترون جفت شده در آرایش الکترون - نقطه ای خود می باشد.
- (۴) شمار الکترون های متعلق به زیرلایه های با $n + l = ۴$ در اتم عنصر X، بیشتر از شمار این الکترون ها در اتم ۱۴ عنصر دیگر از دوره چهارم جدول تناوبی است.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

اول بیاید عنصرهای X و Z را پیدا کنیم:

ششمین عنصر دسته d، همان آهن (${}_{۲۶}\text{Fe}$) است: $X \Rightarrow {}_{۲۶}\text{Fe}: [{}_{۱۸}\text{Ar}] 3d^6 4s^2$

عدد اتمی عنصرهای گروه ۱۴، ۴ واحد از گاز نجیب هم دوره خود، کوچک تر است. عدد اتمی سیلیسیم (${}_{۱۴}\text{Si}$)، ۴ واحد از گاز نجیب آرگون (${}_{۱۸}\text{Ar}$) که در دوره سوم قرار دارد، کوچک تر است. آرایش الکترونی اتم این عنصر به صورت زیر می باشد:

$Z \Rightarrow {}_{۱۴}\text{Si}: [{}_{۱۰}\text{Ne}] 3s^2 3p^2$

در اتم ${}_{۲۶}\text{Fe}$ ، $(n + l)$ زیرلایه های $4s (4 + 0)$ و $3p (3 + 1)$ ، برابر با ۴ است.

${}_{۲۶}\text{Fe}: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6 4s^2 \Rightarrow n + l = 4 = 2 + 6 = 8$ = شمار الکترون های با $n + l = 4$

در میان ۱۸ عنصر دوره چهارم جدول تناوبی، به جز ${}_{۱۹}\text{K}$ ، ${}_{۲۴}\text{Cr}$ ، ${}_{۲۵}\text{Mn}$ ، ${}_{۲۶}\text{Fe}$ ، ${}_{۲۷}\text{Co}$ و ${}_{۲۸}\text{Ni}$ ، بقیه عناصر در زیرلایه های $3p$ و $4s$ دارند.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه (۱): عدد اتمی عنصرهای Fe و Si به ترتیب برابر با ۲۶ و ۱۴ است: $۲۶ - ۱۴ = ۱۲$ = اختلاف عدد اتمی دو عنصر

گزینه (۲): عنصر آهن (${}_{۲۶}\text{Fe}$)، فراوان ترین و عنصر سیلیسیم (${}_{۱۴}\text{Si}$)، سومین عنصر فراوان سازنده سیاره زمین است.

گزینه (۳): عنصر ${}_{۱۴}\text{Si}$ ، ۴ الکترون ظرفیتی دارد و همانند سایر عنصرهای گروه ۱۴، دارای ۴ الکترون منفرد و فاقد الکترون جفت شده در آرایش الکترون - نقطه ای خود می باشد:

$\cdot \text{Si} \cdot$

در مخلوطی به جرم ۱۴ گرم از نقره و مس، شمار اتم‌های نقره، دو برابر شمار اتم‌های مس است. مجموع شمار اتم‌ها در این مخلوط کدام است؟ ($\text{Cu} = ۶۴, \text{Ag} = ۱۰۸ : \text{g.mol}^{-1}$)

$$۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۲} \quad (۲)$$

$$۴/۵۱۵ \times ۱۰^{۲۳} \quad (۱)$$

$$۳/۰۱ \times ۱۰^{۲۳} \quad (۴)$$

$$۹/۰۳ \times ۱۰^{۲۲} \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

اگر شمار مول‌های نقره (Ag) و مس (Cu) موجود در مخلوط را به ترتیب X و Y در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\text{جرم مولی} \times \text{مول} = \text{جرم} \rightarrow ۱۰۸X + ۶۴Y = ۱۴ \quad (\text{I})$$

شمار اتم‌های نقره در مخلوط، دو برابر شمار اتم‌های مس است یا به عبارت دیگر شمار مول‌های نقره، دو برابر شمار مول‌های مس است:

$$x = ۲y \quad (\text{II})$$

حال با استفاده از روابط (I) و (II)، شمار مول‌های نقره و مس موجود در مخلوط را به دست می‌آوریم:

$$۱۰۸(۲y) + ۶۴y = ۱۴ \Rightarrow ۲۱۶y + ۶۴y = ۱۴ \Rightarrow y = \frac{۱۴}{۲۸۰} = ۰/۰۵ \text{ mol Cu} \Rightarrow x = ۲(۰/۰۵) = ۰/۱ \text{ mol Ag}$$

بنابراین در مخلوط مورد نظر در مجموع $۰/۰۵ + ۰/۱ = ۰/۱۵$ مول فلز نقره و مس وجود دارد.

$$۰/۱۵ \text{ mol (Ag + Cu)} \times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳} \text{ اتم (Ag + Cu)}}{۱ \text{ mol (Ag + Cu)}} = ۰/۹۰۳ \times ۱۰^{۲۳} = ۹/۰۳ \times ۱۰^{۲۲} \text{ اتم (Ag + Cu)}$$

درستی یا نادرستی کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟

- (۱) پرتوهای فرابنفش همانند ریزموج‌ها، طول موج کوتاه‌تری نسبت به پرتوهای فروسرخ دارند.
- (۲) نور خورشید با عبور از قطره‌های آب موجود در هوا، تجزیه شده و گستره‌ای رنگی با هفت طول موج ایجاد می‌کند.
- (۳) با استفاده از رنگ شعله سدیم کلرید یا لیتیم نیترات، رنگ شعله سدیم نیترات نیز قابل پیش‌بینی است.
- (۴) شمار خط‌های رنگی در ناحیه مرئی طیف نشری خطی عناصر لیتیم و هیدروژن برابر است.

شمار خط‌های موجود در ناحیه مرئی طیف نشری خطی:
 $(\text{Na } 7) < \text{He } (6) < \text{H } (4) = \text{Li}$

پاسخ: گزینه ۴

گزینه (۴)، برخلاف سایر گزینه‌ها درست است.

در طیف نشری خطی هیدروژن و لیتیم در گستره مرئی، ۴ خط وجود دارد.

تعداد خطوط موجود در ناحیه مرئی طیف‌های نشری خطی برخی عناصر مهم کتاب درسی:

عنصر	هیدروژن	لیتیم	هلیوم	سدیم
تعداد خطوط در ناحیه مرئی طیف نشری خطی	۴	۴	۶	۷

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): ریزموج‌ها نسبت به پرتوهای فرابنفش و پرتوهای فروسرخ، طول موج بلندتری دارند.

امواج رادیویی < ریزموج‌ها < پرتوهای فروسرخ < نور مرئی < پرتوهای فرابنفش < پرتوهای ایکس (X) < پرتوهای گاما: مقایسه طول موج

امواج رادیویی > ریزموج‌ها > پرتوهای فروسرخ > نور مرئی > پرتوهای فرابنفش > پرتوهای ایکس (X) > پرتوهای گاما: مقایسه انرژی

گزینه (۲): نور خورشید شامل بی‌نهایت طول موج (نه ۷ طول موج!) از رنگ‌های گوناگون است.

گزینه (۳): هرچند لیتیم نیترات و سدیم نیترات، در یون نیترات مشابه‌اند، اما رنگ شعله آن‌ها به لیتیم و سدیم بستگی دارد و

با هم فرق دارد!

رنگ شعله برخی فلزات و نمک‌های آن:

فلز مس (Cu) و نمک‌های آن	فلز سدیم (Na) و نمک‌های آن	فلز لیتیم (Li) و نمک‌های آن	رنگ شعله
سبز	زرد	سرخ	

پاسخ خیلی تشریحی ✓

نکته

نکته

نکته

با توجه به آرایش الکترونی بیرونی ترین زیرلایه الکترونی یون های $D^{3+}: 3d^1$ ، $A^-: 4p^6$ ، $M^{3-}: 3p^6$ و $X^{2+}: 3p^6$ ،

کدام موارد زیر درست است؟

الف) شمار الکترون ها در یون A^- ، برابر با تفاوت عدد اتمی عنصرهای قبل و بعد از عنصر M در گروه آن در جدول تناوبی است.

ب) در نام گذاری ساده ترین ترکیب حاصل از عنصر A با عنصر M ، از پیشوند «تری» استفاده می شود.

پ) مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون های ظرفیت در اتم عنصر D ، برابر با مجموع شمار الکترون های ظرفیتی در اتم دو عنصر A و M است.

ت) شمار الکترون های با $I = 0$ در اتم عنصر A ، دو برابر شمار عنصرهای بین دو عنصر M و X در جدول تناوبی است.

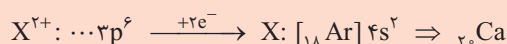
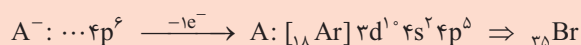
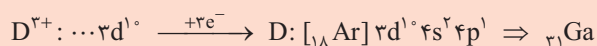
(۱) الف و ت (۲) الف و پ (۳) ب و پ (۴) ب و ت

پاسخ: گزینه ۴

عبارت های «ب» و «ت» درست اند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

ابتدا باید تکلیف عناصر را مشخص کنیم:



بررسی عبارت ها:

الف) $(A^-) ({}_{35}Br^-)$ ، ۳۶ الکترون دارد. عنصر M همان فسفر (${}_{15}P$) که در گروه ۱۵ و دوره سوم جدول تناوبی جای دارد. در گروه ۱۵ جدول تناوبی، عنصر قبل از ${}_{15}P$ ، ${}_{7}N$ از دوره دوم و عنصر بعد از آن، ${}_{33}As$ از دوره چهارم می باشد:

$${}_{33}As \text{ و } {}_{7}N \text{ اختلاف عدد اتمی } = 33 - 7 = 26$$

ب) ساده ترین ترکیب عنصر A با M ، PBr_3 است. این ترکیب، یک ترکیب مولکولی بوده و نام آن فسفر تری برمید است.

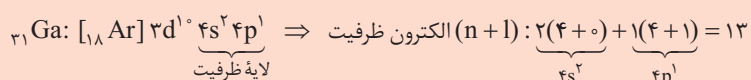
نام گذاری ترکیبات مولکولی (اغلب شامل دو نافلز):

«پیشوند یونانی (در صورت لزوم) + نام نافلز سمت چپ + پیشوند یونانی + نام نافلز سمت راست (یا ریشه آن) + ید»

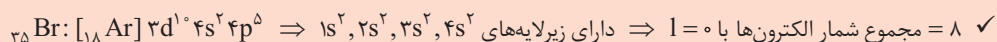
● اگر در فرمول مولکولی یک ترکیب، تنها یک اتم از عنصر سمت چپ وجود داشته باشد، از به کار بردن پیشوند «مونو» پیش از نام عنصر چشم پوشی می شود.

مثال N_2O_4 : دی نیترژن تترا اکسید / NO: نیترژن مونواکسید

پ) اتم عنصرهای ${}_{35}Br$ و ${}_{15}P$ به ترتیب ۷ و ۵ الکترون ظرفیتی دارند؛ بنابراین در مجموع این دو عنصر $7 + 5 = 12$ الکترون ظرفیتی دارند. هم چنین در مورد عنصر ${}_{31}Ga$ داریم:



ت) بین دو عنصر ${}_{20}Ca$ و ${}_{15}P$ در جدول تناوبی، ۴ عنصر وجود دارد. زیرلایه با $I = 0$ ، همان زیرلایه s می باشد:



با توجه به آرایش الکترونی بیرونی ترین زیرلایه الکترونی یون‌های $D^{3-} : 2p^6$ ، $X^{2-} : 3p^6$ ، $E^{3+} : 3p^6$ ، $A^{2+} : 3d^5$ کدام مورد درست است؟
(سؤال ۷۸ کنکور تهری ۱۴۰۴ - نوبت اول)

- (۱) تفاوت عدد اتمی A و E، با شمار الکترون‌های $l = 0$ در اتم D، برابر است.
- (۲) شمار الکترون‌های ظرفیت اتم A، برابر با مجموع شمار الکترون‌های ظرفیتی E و D است.
- (۳) مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های بیرونی ترین زیرلایه اتم همه عناصرها، برابر ۴۰ است.
- (۴) از واکنش جداگانه اتم‌های E و D با گاز اکسیژن، امکان تشکیل مولکول‌های قطبی و ناقطبی وجود دارد.

کدام مورد درست است؟

الکترون‌های موجود در زیرلایه‌های d و s

- (۱) یوکسیت و SiO_2 ، به ترتیب نمونه‌هایی از اکسید عنصرهای آلومینیم و سیلیس در طبیعت هستند.
- (۲) مجموع عدد جرمی ایزوتوپ‌های هیدروژن، دو برابر شمار الکترون‌ها با عدد کوانتومی فرعی زوج در اتم X ۲۶ است.
- (۳) به دلیل سختی بالای گرافیت مانند سرب، در گذشته مردم می‌پنداشتند که گرافیت از سرب تشکیل شده است.
- (۴) شمار الکترون‌های مبادله‌شده در هنگام تشکیل ترکیب‌های یونی دوتایی مختلف، با هم برابر است.

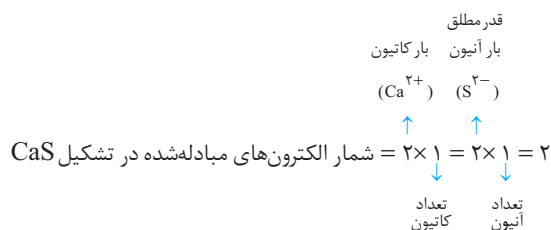
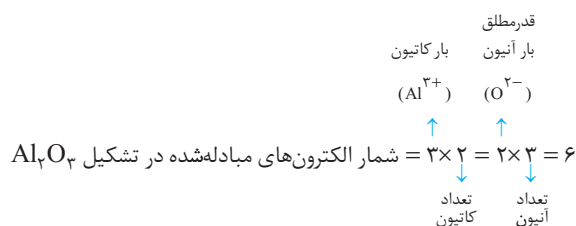
پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

هیدروژن ۷ ایزوتوپ دارد که مجموع عددهای جرمی آن‌ها برابر با $1+2+3+4+5+6+7=28$ است.

$$2+2+2+6+2=14 \Rightarrow \text{مجموع شمار الکترون‌ها با عددهای کوانتومی فرعی زوج} \\ \text{(الکترون‌های موجود در زیرلایه‌های s و d)} \quad \text{۲۶} X: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6 4s^2$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): SiO_2 ، اکسیدی از سیلیسیم ($_{14}\text{Si}$) است؛ نه سیلیس!گزینه (۳): به دلیل شباهت **شکل ظاهری** گرافیت به سرب (از جمله نرم بودن آن!)، در گذشته مردم فکر می‌کردن! که گرافیت از سرب تشکیل شده است.گزینه (۴): کی گفته؟! مثلاً Al_2O_3 و CaS هر دو ترکیب یونی دوتایی هستند، اما شمار الکترون‌های مبادله‌شده هنگام تشکیل این دو ترکیب یونی متفاوت است:

فرمول محاسبه شمار الکترون‌های مبادله‌شده در تشکیل ترکیب‌های یونی به صورت زیر است:

شمار الکترون‌های مبادله‌شده در تشکیل
تعداد (زیروند) آنیون $\times$ قدر مطلق بار آنیون = تعداد (زیروند) کاتیون $\times$ بار کاتیون = هر واحد فرمولی از ترکیب‌های یونی



اتم عنصر X، بیشترین شمار الکترون‌های ظرفیت را در میان عنصرهای هم‌دوره خود و کم‌ترین شمار لایه‌های الکترونی اشغال‌شده را در میان عنصرهای هم‌گروه خود دارد. اگر اتم عنصر X فاقد زیرلایه با $l = 2$ باشد، کدام مورد درباره آن به یقین درست است؟

- (۱) فرمول شیمیایی اکسید آن به صورت XO_3 است.
- (۲) بیشترین شمار الکترون‌های جفت‌شده در آرایش الکترون - نقطه‌ای را در بین عنصرهای سه دوره اول جدول تناوبی دارد.
- (۳) در آرایش الکترون - نقطه‌ای آن مانند عنصر Z_{33} ، یک جفت‌الکترون وجود دارد.
- (۴) عنصری از دسته p جدول تناوبی است که شمار الکترون‌های ظرفیت اتم آن برابر با شمار الکترون‌های ظرفیت در اتم M_{38} است.

پاسخ: گزینه ۳

در عنصرهای دسته‌های s و p جدول تناوبی، تعداد نقاط در آرایش الکترون - نقطه‌ای که همان شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم این عنصرها است، برابر با یکان شماره گروه آن‌ها می‌باشد (البته به جز هلیوم!)

شماره گروه	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
تعداد الکترون‌های ظرفیتی	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	هلیوم
آرایش الکترون - نقطه‌ای	$X \cdot$	$X \cdot$	$\cdot X \cdot$	$\cdot \ddot{X} \cdot$	$\cdot \ddot{X} \cdot$	$\cdot \ddot{X} \cdot$	$\cdot \ddot{X} \cdot$	$He:$

اول بیایید عنصر مورد نظر را پیدا کنیم:

با توجه به این‌که این عنصر فاقد زیرلایه d ($l = 2$) است؛ پس در دوره‌های اول تا سوم جدول تناوبی جای دارد. از طرفی بیشترین شمار الکترون‌های ظرفیتی در سه دوره اول را اتم عنصرهای گروه ۱۸ دارند و کم‌ترین شمار لایه‌های الکترونی اشغال‌شده در یک گروه مربوط به اتم اولین عنصر هر گروه است؛ پس عنصر مورد نظر همان هلیوم (He) است.

عدد اتمی عنصر Z_{33} ، ۳ واحد کم‌تر از گاز نجیب Kr بوده و در گروه ۱۵ جدول تناوبی جای دارد. آرایش الکترون - نقطه‌ای این عنصر به صورت مقابل است:

مشاهده که در آرایش الکترون - نقطه‌ای Z_{33} ، همانند $He:$ ، یک جفت الکترون وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): هلیوم (He) سیرشده است و در واکنش‌های شیمیایی شرکت نمی‌کند.

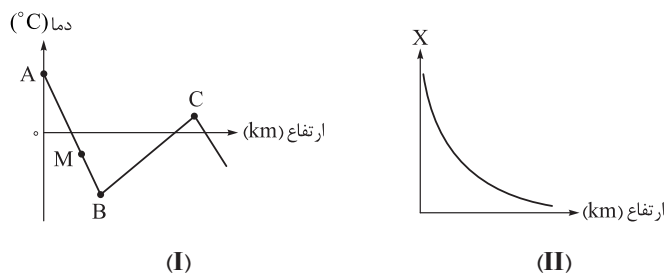
گزینه (۲): بیشترین شمار الکترون‌های جفت‌شده در آرایش الکترون - نقطه‌ای در سه دوره اول جدول تناوبی، مربوط به عنصرهای گروه ۱۸ جدول تناوبی (به جز He) است.

گزینه (۴): هواستون باشد که هلیوم (He) عنصری از دسته s جدول تناوبی است.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به نمودارهای زیر که برخی تغییرات در لایه‌های هواکره با افزایش ارتفاع از سطح زمین را نشان می‌دهد، کدام مورد درست است؟ (دما در سطح زمین را 14°C در نظر بگیرید.)



(۱) در نمودار (I)، اگر دما در نقطه M، برابر با 242 کلوین باشد، این نقطه در ارتفاع $7/5$ کیلومتری از سطح زمین قرار دارد.

(۲) در نمودار (I)، در فاصله ارتفاع B تا C، ذره‌های بارداری مانند O^+ ، O_2^+ و ... در هواکره دیده می‌شود.

(۳) در نمودار (II)، کمیت X می‌تواند مربوط به فشار هوا برحسب atm باشد، اما نمی‌تواند مربوط به چگالی هوا برحسب g.L^{-1} باشد.

(۴) حدود ۷۵ درصد از جرم هواکره در قسمت BC در نمودار (I) قرار دارد.

حدود ۷۵٪ از جرم هواکره در لایه تروپوسفر قرار دارد.

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا دما را برحسب درجه سلسیوس حساب می‌کنیم:

$$T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273 \Rightarrow 242 = \theta + 273 \Rightarrow \theta = -31^{\circ}\text{C}$$

با توجه به این‌که در لایه تروپوسفر، به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع، دما 6°C کاهش می‌یابد، در مسائل تغییر دما در لایه تروپوسفر، می‌توانید از رابطه زیر هم استفاده کنید:

$$\text{دمای سطح زمین} \rightarrow \theta = -6h + \theta_0 \leftarrow \text{دما در ارتفاع } h \text{ کیلومتری}$$

ارتفاع (km)

با توجه به این‌که دما در سطح زمین برابر با 14°C است، خواهیم داشت:

$$\theta = -6h + \theta_0 \Rightarrow -31 = -6h + 14 \Rightarrow h = 7/5 \text{ km}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۲): ارتفاع B تا C مربوط به لایه دوم هواکره (لایه استراتوسفر) است، اما حواستان باشد که ذرات باردار، در لایه چهارم (از انتهای لایه سوم به بعد) در هواکره یافت می‌شوند.

گزینه (۳): با افزایش ارتفاع در همه لایه‌های هواکره، فشار و همچنین چگالی هوا، کاهش یافته و شمار ذره‌ها در واحد حجم آن، کمتر می‌شود؛ پس نمودار تغییرات فشار در هواکره و همچنین چگالی هواکره برحسب افزایش ارتفاع از سطح زمین، نزولی است.

گزینه (۴): ۷۵ درصد از جرم هواکره در لایه اول (تروپوسفر - همون AB در شکل!) است؛ نه لایه دوم (BC)!



پاسخ خیلی تشریحی ✓

کدام موارد زیر درست است؟ (فرض کنید در هوا گازهای N_2 ، O_2 ، Ar ، CO_2 ، H_2O و He وجود دارد.)

الف) با سرد کردن هوا تا $153^\circ C$ کلوین، مخلوط گازی حاصل سه گاز نیتروژن، آرگون و اکسیژن است.

ب) در تقطیر جزء به جزء هوای مایع، با خارج شدن نخستین گاز از ستون تقطیر، نقطه جوش مایع باقی مانده افزایش می یابد.

پ) در فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع، هر چه نقطه جوش گازی بیشتر باشد، زودتر از ستون تقطیر خارج می شود.

ت) فرایند جدا کردن اجزای هوای مایع با دمای $-200^\circ C$ ، با توجه به نقطه جوش آن ها انجام می شود.

(۴) الف و ت

(۳) الف و پ

(۲) ب و پ

(۱) ب و ت

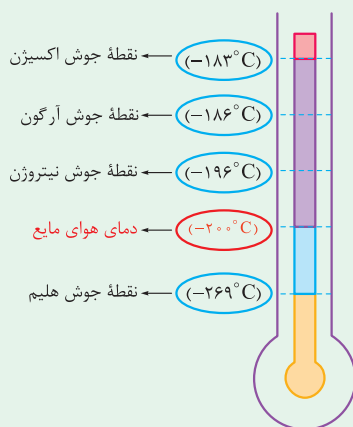
پاسخ: گزینه ۱

عبارت های «ب» و «ت» درست اند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

نکته

نقطه جوش مواد مهم کتاب درسی:



A آسان تر به مایع تبدیل می شود. (در سرد کردن مخلوط گازهای A و B، A زودتر مایع می شود.)

نقطه جوش: $A > B$

B آسان تر به گاز تبدیل می شود. (در گرم کردن مخلوطی مایع از A و B، B زودتر به گاز تبدیل و از مخلوط جدا می شود.)

بررسی عبارت ها:

الف) دمای $153^\circ C$ کلوین ($-120^\circ C = 153 - 273$)، بالاتر از نقطه جوش چهار گاز موجود در هواکره ($-269^\circ C$) He،

N_2 ($-196^\circ C$)، Ar ($-186^\circ C$) و O_2 ($-183^\circ C$) است؛ بنابراین حداقل این ۴ گاز در مخلوط گازی مورد نظر وجود

خواهند داشت.

ب) در ستون تقطیر، ابتدا گازی با نقطه جوش پایین تر از مخلوط جدا می شود. با خارج شدن گازی با نقطه جوش پایین تر (همان

گاز N_2)، موادی با نقطه جوش بالاتر در مایع باقی می ماند؛ پس طبیعی که نقطه جوش مایع باقی مانده بیشتر باشد.

پ) اتفاقاً برعکس! هر چه نقطه جوش ماده ای پایین تر باشد، زودتر به جوش آمده و زودتر از مخلوط مایع جدا می شود.

ت) کاملاً درسته!

۶۳ درصد حجمی چهار گاز نجیب نخست جدول دوره‌ای در لایهٔ تروپوسفر به صورت زیر است. کدام مورد، نادرست است؟

گاز	A	X	D	E
درصد حجمی	۰/۹۲۸	۰/۰۰۱۸	۰/۰۰۰۵	۰/۰۰۰۱

(۱) D، سبک‌ترین گاز نجیب است و از واکنش‌های هسته‌ای در اعماق زمین تولید می‌شود.

(۲) از لامپ X در ساخت تابلوهای تبلیغاتی برای ایجاد نوشته‌های نورانی سرخ‌رنگ استفاده می‌شود.

(۳) عدد اتمی E، دو برابر عدد اتمی A است.

(۴) در هر صد متر مکعب از هوا، ۵ لیتر از گازی که برای خنک کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری استفاده می‌شود، وجود دارد.

گاز هلیوم (${}^4\text{He}$)

پاسخ: گزینهٔ ۴

درصد حجمی گازهای نجیب در هواکره:

مقایسهٔ درصد حجمی گازهای نجیب در هوا: $\text{Ar} > \text{Ne} > \text{He} > \text{Kr} > \text{Xe}$

دورهٔ سوم
دورهٔ دوم
دورهٔ اول
دورهٔ چهارم
دورهٔ پنجم

با توجه به نکتهٔ بالا، گازهای A، X، D و E به ترتیب گازهای نجیب Ar ، Ne ، He و Kr هستند.

گازی که برای خنک کردن قطعات الکترونیکی در تصویربرداری استفاده می‌شود، هلیوم (${}^4\text{He}$) است. از آن‌جا که هر متر مکعب معادل ۱۰۰۰ لیتر است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$1000 \text{ m}^3 \text{ هوا} \times \frac{1000 \text{ L هوا}}{1 \text{ m}^3 \text{ هوا}} \times \frac{5 \times 10^{-4} \text{ L He}}{100 \text{ L هوا}} = 0.5 \text{ L He}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): D همان گاز هلیوم (${}^4\text{He}$) است و طی واکنش‌های هسته‌ای در ژرفای زمین تولید می‌شود.

هلیوم و ویژگی‌های آن:



گزینهٔ (۲): از گاز نئون (${}^{20}\text{Ne}$) در ساخت تابلوهای تبلیغاتی برای ایجاد نوشته‌های نورانی سرخ‌فام استفاده می‌شود.

گزینهٔ (۳): کاملاً درسته! عدد اتمی گاز نجیب کریپتون (${}^{36}\text{Kr}$)، دو برابر عدد اتمی گاز نجیب آرگون (${}^{18}\text{Ar}$) می‌باشد.

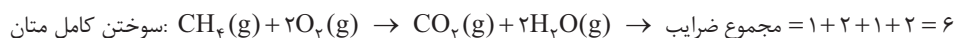
۶۴ کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) برای تهیه سولفوریک اسید، از گازی استفاده می‌شود که در میان فراورده‌های حاصل از سوختن زغال‌سنگ نیز وجود دارد.
- (۲) با توجه به واکنش فرضی: $A \xrightarrow{\Delta} B$ ، می‌توان گفت که واکنش‌دهنده‌ها بر اثر گرم‌شدن واکنش می‌دهند.
- (۳) نور حاصل از سوختن گرد آهن، طول موجی بلندتر از طول موج نور ایجادشده در اثر سوختن گوگرد دارد.
- (۴) تفاوت مجموع ضرایب مواد در معادله موازنه‌شده واکنش سوختن کامل متان با این مجموع در معادله موازنه‌شده واکنش سوختن فلز منیزیم، برابر با ۲ است.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

ابتدا معادله واکنش سوختن کامل متان (CH_4) و منیزیم (Mg) را نوشته و سپس موازنه می‌کنیم:



بنابراین تفاوت مجموع ضرایب مواد در معادله موازنه‌شده این دو واکنش، برابر با $6 - 5 = 1$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): یکی از فراورده‌های سوختن زغال‌سنگ، گاز گوگرد دی‌اکسید (SO_2) است که یکی از گازهای مورد نیاز برای تهیه سولفوریک اسید می‌باشد.

گزینه (۲): کاملاً درسته!

کول نخوری ✗

علامت $\xrightarrow{\Delta}$ تنها به این معنا است که واکنش‌دهنده‌ها بر اثر گرم‌شدن، واکنش می‌دهند، حالا این واکنش می‌تواند گرماگیر باشد (در کل بر اثر انجام واکنش، گرما مصرف شود) یا گرماده (در کل بر اثر انجام واکنش، گرما آزاد شود)!

گزینه (۳): نور ایجادشده در اثر سوختن گرد (پودر) آهن، نارنجی‌رنگ و نور ایجادشده در اثر سوختن گوگرد، آبی‌رنگ است. طول موج نور نارنجی، بلندتر از نور آبی است.

۶۵ اگر $\frac{4}{17}$ جرم اکسیدی از کروم را عنصر اکسیژن تشکیل دهد، فرمول شیمیایی آن کدام است و شمار یون‌های موجود

در $2/72$ گرم از این اکسید کروم، چه مضربی از 10^{22} است؟ ($O = 16, Cr = 52: g.mol^{-1}$)

$$12/04 - CrO \quad (2)$$

$$4/816 - CrO \quad (1)$$

$$12/04 - Cr_2O_3 \quad (4)$$

$$4/816 - Cr_2O_3 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

می‌دانیم که کروم در ترکیب‌های یونی خود به صورت کاتیون‌های Cr^{2+} و Cr^{3+} وجود دارد؛ بنابراین اکسیدهای کروم به صورت CrO و Cr_2O_3 خواهند بود.

با توجه به نسبت جرمی اکسیژن در اکسید کروم، آن را شناسایی می‌کنیم:

$$\text{حالت اول: } Cr^{2+} \rightarrow CrO \rightarrow \frac{\text{جرم O}}{\text{جرم CrO}} = \frac{16}{16+52} = \frac{16}{68} = \frac{4}{17}$$

$$\text{حالت دوم: } Cr^{3+} \rightarrow Cr_2O_3 \rightarrow \frac{\text{جرم O}}{\text{جرم } Cr_2O_3} = \frac{16 \times 3}{(52 \times 2) + (16 \times 3)} = \frac{48}{104+48} = \frac{48}{152} = \frac{6}{19} \neq \frac{4}{17}$$

بنابراین فرمول شیمیایی اکسید کروم مورد نظر به صورت CrO است.

الا بریم سراغ قسمت دوم سؤال:

در هر مول ترکیب یونی CrO ، ۲ مول یون (O^{2-} یک مول یون Cr^{2+} و یک مول یون O^{2-}) وجود دارد:

$$2/72 \text{ g } CrO \times \frac{1 \text{ mol } CrO}{68 \text{ g } CrO} \times \frac{2 \text{ mol یون } O^{2-}}{1 \text{ mol } CrO} \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ یون}}{1 \text{ mol یون}} = 4/816 \times 10^{22}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

اگر شمار الکترون‌های موجود در زیرلایه $3d$ در اتم M ، با شمار الکترون‌های آخرین لایه اشغال‌شده اتم نوزدهمین عنصر جدول تناوبی برابر باشد، کدام مورد درست است؟

- (۱) در نام‌گذاری ترکیب‌های عنصر M از اعداد رومی استفاده می‌شود.
- (۲) شمار الکترون‌های دارای $n = 3$ در اتم M ، برابر ۷ است.
- (۳) تفاوت عدد اتمی عنصر M با نخستین عنصر دسته p جدول تناوبی برابر با عدد اتمی یکی از گازهای نجیب است.
- (۴) شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم M با شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم X برابر است.

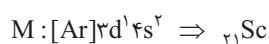
پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

نوزدهمین عنصر جدول، K است که آخرین لایه اشغال‌شده اتم آن، ۱ الکترون دارد:



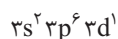
بنابراین آرایش الکترونی اتم M با ۱ الکترون در زیرلایه $3d$ به صورت زیر است:



بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): عنصر اسکاندیم، فقط یک نوع کاتیون پایدار (Sc^{3+}) دارد و نیازی به استفاده از اعداد رومی در نام‌گذاری ترکیب‌های آن نیست.

گزینه (۲): در اتم M ، ۹ الکترون در لایه سوم وجود دارد:



گزینه (۳): عدد اتمی نخستین عنصر دسته p ($2s^2 2p^1$) برابر ۵ است:

$$21 - 5 = 16$$

عدد اتمی هیچ گاز نجیبی برابر ۱۶ نیست.

گزینه (۴): اتم M در گروه ۳ و اتم X ($[Ar]3d^1 4s^2 4p^1$) در گروه ۱۳ قرار دارد. هر دو اتم، دارای ۳ الکترون ظرفیتی هستند.

محلول آبی کدام ترکیبات زیر، کاغذ pH را به رنگ سرخ درمی آورد و در میان این ترکیب‌های انتخاب شده، در

ساختار کدام ترکیب، شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی، دو برابر شمار پیوندهای اشتراکی است؟

(a) کربن دی‌اکسید

(b) کلسیم اکسید

(c) گوگرد تری‌اکسید

(۱) a - c, a

(۳) c - b, c

(۲) a - c, a

(۴) a - b, c

محلول حاصل، خاصیت اسیدی دارد.

پاسخ: گزینه ۲

اکسیدهای اسیدی و بازی

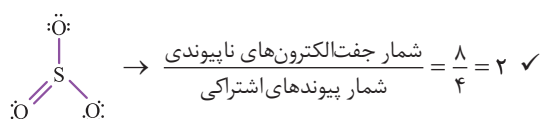
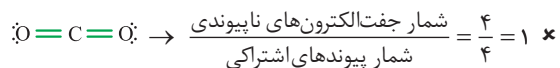
کلاس Box

اکسید نافلزی	اکسید فلزی	مثال
$\text{SO}_3, \text{N}_2\text{O}_5, \text{CO}_2$	$\text{Na}_2\text{O}, \text{CaO}$	
اسیدی	بازی	نوع اکسید
$0 \leq \text{pH} < 7$	$7 < \text{pH} \leq 14$	گستره pH محلول آبی در دمای اتاق
سرخ	آبی	رنگ کاغذ pH در محلول آبی

با توجه به ترکیب‌های داده شده، کربن دی‌اکسید (CO_2) و گوگرد تری‌اکسید (SO_3)، اکسیدهای اسیدی بوده و محلول آن‌ها در آب، کاغذ pH را به رنگ سرخ درمی آورد، در حالی که کلسیم اکسید (CaO)، اکسید بازی بوده و کاغذ pH را به رنگ آبی درمی آورد.

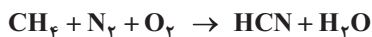
پس تا این پازگزینه‌های (۳) و (۴) پُر!

ساختار لوویس مولکول‌های CO_2 و SO_3 به صورت زیر است:



پاسخ خیلی تشریحی ✓

تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها در واکنش زیر، پس از موازنه معادله آن کدام است؟



(۴) ۳

(۳) ۲

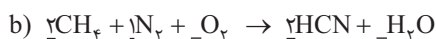
(۲) ۱

(۱) صفر

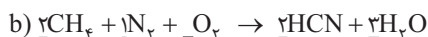
پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

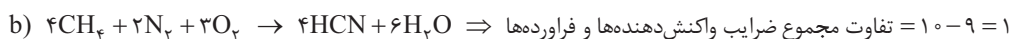
موازنه را با عنصر C شروع می‌کنیم. به HCN ضریب ۱ می‌دهیم؛ بنابراین به CH_4 در سمت چپ نیز ضریب ۱ می‌دهیم. از آنجا که از عنصر N در سمت راست در HCN، یک عدد داریم، به N_2 در سمت چپ ضریب $\frac{1}{2}$ داده و همه ضرایب مشخص شده را جهت از بین بردن ضریب کسری، در ۲ ضرب می‌کنیم:



با توجه به این که در سمت چپ، در مجموع ۸ اتم H در CH_4 وجود دارد و در سمت راست، ۲ اتم H در HCN وجود دارد؛ پس ضریب H_2O را ۳ قرار می‌دهیم:



در نهایت از آنجا که در سمت راست، ۳ اتم O داریم، به O_2 در سمت چپ ضریب $\frac{3}{2}$ می‌دهیم و جهت از بین بردن ضریب کسری، همه ضرایب را در ۲ ضرب می‌کنیم:



۶۹ با توجه به جدول زیر، کدام مورد درست است؟ (همه این عناصر به دسته p و دوره دوم یا سوم جدول تناوبی تعلق دارند.)

عنصر	ویژگی	A	E	X	D
نسبت شمار الکترون ها با $I = 0$	۲	۰/۶	۰/۸	۱	
به شمار الکترون ها با $I = 1$					

- (۱) عنصر A در واکنش با عنصر D، ترکیب های یونی با فرمول AD و AD_2 تشکیل می دهد.
- (۲) شمار جفت الکترون های پیوندی و ناپیوندی در مولکول ED_3 با مولکول ADX_3 برابر است.
- (۳) در مولکول های EDX_3 ، DX_3 و AE_3 ، اتم مرکزی دارای یک جفت الکترون ناپیوندی است.
- (۴) نسبت شمار جفت الکترون های ناپیوندی به پیوندهای اشتراکی در ساختار AX_4 ، برابر با شمار یون ها در هر واحد فرمولی از آهن (III) سولفید است.

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا عنصرهای مورد نظر را شناسایی می کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

عنصر A: زمانی نسبت شمار الکترون های زیرلایه S به شمار الکترون های در زیرلایه p در اتم عنصری برابر با ۲ می شود که آرایش الکترونی آن به صورت زیر باشد:

$$A: 1s^2 2s^2 2p^2 \Rightarrow \frac{\text{شمار الکترون ها با } I=0}{\text{شمار الکترون ها با } I=1} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow {}_6C \text{ (عنصر کربن)}$$

عنصر E: این نسبت زمانی برابر با ۰/۶ خواهد بود که ۶ الکترون در زیرلایه های S و ۱۰ الکترون در زیرلایه های p داشته باشیم:

$$E: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 \Rightarrow \frac{\text{شمار الکترون ها با } I=0}{\text{شمار الکترون ها با } I=1} = \frac{6}{10} \Rightarrow {}_{16}S \text{ (عنصر گوگرد)}$$

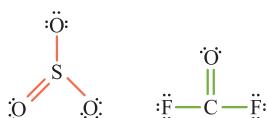
عنصر X:

$$X: 1s^2 2s^2 2p^5 \Rightarrow \frac{\text{شمار الکترون ها با } I=0}{\text{شمار الکترون ها با } I=1} = \frac{4}{5} = 0.8 \Rightarrow {}_9F \text{ (عنصر فلوئور)}$$

عنصر D:

$$D: 1s^2 2s^2 2p^4 \Rightarrow \frac{\text{شمار الکترون ها با } I=0}{\text{شمار الکترون ها با } I=1} = \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow {}_8O \text{ (عنصر اکسیژن)}$$

ساختار لوویس مولکول های SO_3 (ED_3) و COF_2 (ADX_2)، این هوریاس:

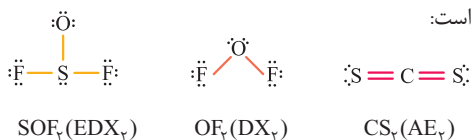


بنابراین شمار جفت الکترون های پیوندی و ناپیوندی در این دو مولکول، برابر است.

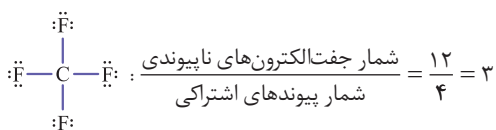
بررسی سایر گزینه ها:

گزینه (۱): کربن و اکسیژن می توانند با هم ترکیب های CO (کربن مونوکسید) و CO_2 (کربن دی اکسید) تشکیل دهند که مولکولی هستند و نه یونی!

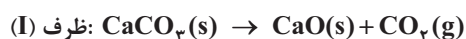
گزینه (۳): در ساختار CS_2 ، اتم مرکزی فاقد جفت الکترون ناپیوندی است:



گزینه (۴): فرمول شیمیایی آهن (III) سولفید به صورت Fe_2S_3 است. شمار یون ها در هر واحد فرمولی از این ترکیب برابر با ۵ یون Fe^{2+} و ۳ یون S^{2-} می باشد، در حالی که با توجه به ساختار مولکول $(AX_4)CF_4$ ، نسبت شمار جفت الکترون های ناپیوندی به پیوندهای اشتراکی در این مولکول برابر ۳ است:



۷/۵ گرم کلسیم کربنات مطابق واکنش زیر در ظرف سرباز (I) به طور کامل تجزیه شده و جرم محتویات درون ظرف ۳/۳ گرم کاهش می‌یابد. اگر کلسیم اکسید تولیدشده در این واکنش با ۱۶ میلی لیتر محلول هیدروکلریک اسید با چگالی $1/25 \text{ g.mL}^{-1}$ در ظرف (II) به طور کامل واکنش دهد، در نهایت چند گرم ماده در ظرف (II) وجود خواهد داشت؟



۲۴/۲ (۴)

۲۳/۳ (۳)

۱۸/۴ (۲)

۱۷/۰ (۱)

مشاوره با دیدن این تست فکر نکنید که پای استوکیومتری در میونه! این تست یکی از مفاهیم مهم کتاب درسی به نام قانون پایستگی جرم را به چالش می‌کشد و با نسبت‌های مولی مواد واکنش‌دهنده و فراورده کاری نداره!

پاسخ: گزینه ۴

قانون پایستگی جرم:

دو بیان از قانون پایستگی جرم: در یک واکنش شیمیایی، مجموع جرم واکنش‌دهنده‌های مصرف‌شده با مجموع جرم فراورده‌های تولیدشده برابر است یا به عبارت دیگر، جرم کل مواد در مخلوط واکنش ثابت است. در واکنش‌های شیمیایی، نه اتمی به وجود می‌آید و نه اتمی از بین می‌رود، بلکه بر اثر انجام واکنش، همان اتم‌ها به شیوه‌های دیگری به هم متصل می‌شوند.

طبق قانون پایستگی جرم، مجموع جرم واکنش‌دهنده‌ها با مجموع جرم فراورده‌ها برابر است؛ پس مقدار جرم کاسته‌شده در واکنش انجام‌شده در ظرف (I)، برابر با جرم گاز CO_2 خارج‌شده از آن می‌باشد؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{جرم } \text{CaO}(\text{s}) = 7/5 - 3/3 = 4/2 \text{ g}$$

جرم HCl در واکنش (II) را می‌فسابیم:

$$16 \text{ mL HCl}(\text{aq}) \times \frac{1/25 \text{ g HCl}}{1 \text{ mL HCl}(\text{aq})} = 20 \text{ g HCl}$$

گفتیم که طبق قانون پایستگی جرم، مجموع جرم واکنش‌دهنده‌های مصرفی با جرم فراورده‌های تولیدشده برابر است؛ بنابراین در واکنش (II)، اگر ۴/۲ گرم CaO با ۲۰ گرم HCl واکنش دهد، در مجموع $20 + 4/2 = 24/2$ گرم فراورده نیز تولید خواهد شد.



پاسخ خیلی تشریحی ✓