

آزمون شماره (۱۵)

جمعه

۱۴۰۴/۱۱/۱۷

دفترچه
شماره ۱آزمون‌های سراسر
کاج

گزینه درسدرا انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴

دهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۷۰	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال از تا	مدت پاسخگویی
۱	ریاضی ۱	۲۰	۱	۴۵ دقیقه
	هندسه ۱	۱۰	۲۱	
۲	فیزیک	۲۰	۳۱	۲۵ دقیقه
۳	شیمی	۲۰	۵۱	۲۰ دقیقه



۱- اگر معادله $x^2 + x - 2 = 0$ را از روش مربع کامل حل کنیم، در گام چهارم به معادله‌ای مانند $(x+m)^2 = n$ می‌رسیم. حاصل $m - \sqrt{n}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{6}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{5}{6}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

۲- اگر معادله درجه دوم $bx^2 - 2x + a = 0$ فقط یک ریشه داشته باشد، آن‌گاه ریشه کوچک‌تر معادله درجه دوم $x^2 - a^2bx - 6ab = 0$ کدام است؟

- (۱) -2 (۲) 3 (۳) 2 (۴) -3

۳- ارتفاع مثلثی یک واحد کم‌تر از ۲ برابر قاعده آن است. اگر ۲ واحد از ارتفاع و یک واحد از قاعده این مثلث کاسته شود، مساحت مثلث

جدید $\frac{2}{5}$ برابر مساحت مثلث اولیه می‌شود. مجموع مساحت‌های دو مثلث کدام است؟

- (۱) $7/5$ (۲) $15/5$ (۳) $4/5$ (۴) $10/5$

۴- اگر دو معادله $x^2 + (a-4)x - 1 - a = 0$ و $x^2 + (a+3)x + 3a = 0$ یک ریشه مشترک داشته باشند، با فرض $a > 1$ ، اختلاف ریشه‌های

غیرمشترک دو معادله کدام است؟

- (۱) 7 (۲) 6 (۳) 5 (۴) 4

۵- به‌ازای چند مقدار صحیح a ، کم‌ترین مقدار سهمی $y = (a-1)x^2 + 2x + a + 1$ برابر با $\frac{-2}{3}$ است؟

- (۱) 3 (۲) 2 (۳) 1 (۴) صفر

۶- نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ محور طول‌ها را در نقاط به طول ۲- و ۵ و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۵- قطع می‌کند. نقطه به

طول ۳- واقع بر سهمی $y = (2a+1)x^2 - (c+4b)x + (c+a-b)$ دارای کدام عرض می‌باشد؟

- (۱) 4 (۲) -15 (۳) 48 (۴) -18

۷- برای آن‌که نمودار سهمی $y = 2x^2 + mx - 1$ همواره بالاتر از خط $y = -3 - 3x$ باشد، لازم است تا m در بازه (a, b) قرار بگیرد. بیش‌ترین

مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) 8 (۲) 7 (۳) 6 (۴) 5

۸- در محاسبه حاصل ضرب دو عدد طبیعی که ۱۰ واحد با هم اختلاف دارند، اشتباهی رخ داده است و رقم دهگان ۴ واحد کوچک‌تر از مقدار واقعی آن به‌دست آمده است. برای بررسی درستی محاسبات، حاصل ضرب را بر عدد کوچک‌تر تقسیم می‌کنیم، اگر خارج قسمت ۳۹ و

باقی‌مانده ۲۲ باشد، مجموع دو عدد کدام است؟

- (۱) 92 (۲) 82 (۳) 72 (۴) 62

۹- به‌ازای چند مقدار صحیح m ، هر دو ریشه معادله $3x^2 - 5x + m - 1 = 0$ بزرگ‌تر از ۱- هستند؟

- (۱) 7 (۲) 8 (۳) 9 (۴) 10

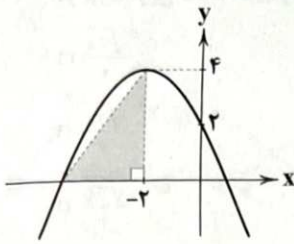
۱۰- مجموع اعداد صحیح m که به‌ازای آن‌ها بیش‌ترین مقدار سهمی $y = -2x^2 + 4mx + 2m - 5$ بیش‌تر از ۷ نباشد، کدام است؟

- (۱) 3 (۲) -3 (۳) -2 (۴) 2

۱۱- به‌ازای چند مقدار صحیح m ، رأس سهمی $y = -x^2 - 2mx + m - 6$ در ناحیه سوم محورهای مختصات قرار می‌گیرد؟

- (۱) صفر (۲) 1 (۳) 2 (۴) 3

محل انجام محاسبات



۱۲- در سهمی مقابل، مساحت ناحیه رنگی کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$
(۲) $4\sqrt{2}$
(۳) $2\sqrt{2}$
(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۳- به ازای چند مقدار صحیح m ، سهمی $y = mx^2 + (2-m)x + m+1$ فقط از ناحیه دوم مختصاتی عبور نمی کند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۴- اگر مجموعه جواب نامعادله $3 < \frac{2x+1}{x-1} < -1$ به صورت $\mathbb{R} - [a, b]$ باشد، در این صورت $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴) -۲

۱۵- در بازه (a, b) عبارت $35x^2 - 71x - 52$ منفی و عبارت $|\frac{2x-1}{3}| + 1$ بزرگ تر از ۲ است. بیش ترین مقدار $b-a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{111}{25}$ (۲) $\frac{33}{5}$ (۳) $\frac{25}{7}$ (۴) $\frac{3}{5}$

۱۶- چند عدد صحیح مثبت در مجموعه جواب نامعادله $\frac{(x^2-5x+6)(1-x^3)\sqrt{x-1}}{(x^2-x)|x+1|(x^3+2x^2)} \leq 0$ وجود ندارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۷- مجموعه جواب نامعادله $x^2 + x - 4 \geq 3$ شامل چند عدد صحیح نمی باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۸- اگر جدول تعیین علامت عبارت $y = (2-m)x^2 + (3-2n)x + k+3$ به صورت زیر و n عددی طبیعی باشد، حاصل $m+n+k$ کدام است؟

(۱) -۲

(۲) -۱

(۳) ۱

(۴) ۲

x	m
y	- ۰ +

۱۹- اگر به ازای اعداد حقیقی و مخالف صفر a و b ، مجموعه جواب نامعادله $\frac{ax-2b}{bx-2} \leq b$ به صورت $\mathbb{R} - (0, 2]$ باشد، کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) $a-b > 0$ (۲) $a+b < 2$ (۳) $a-b > 2$ (۴) $a+b < 3$

۲۰- با برش زدن مربع هایی برابر از چهار گوشه یک مستطیل مقوایی به عرض ۴ واحد، یک جعبه در باز می سازیم که مساحت کف آن ۶ واحد مربع و

ارتفاع جعبه برابر با اختلاف طول و عرض مقوای اولیه است. حجم جعبه چند واحد مکعب است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۱۲

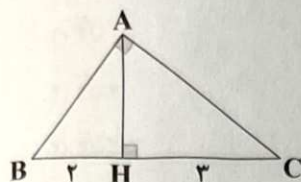
هندسه (۱)

۲۱- کدام مورد نمی تواند تعریف لوزی باشد؟

- (۱) چهارضلعی که اضلاعش باهم برابرند.
(۲) چهارضلعی که قطرهایش عمودمنصف یکدیگرند.
(۳) چهارضلعی که قطرهایش نیمساز نیز می باشند.
(۴) چهارضلعی که قطرهایش باهم برابرند.

محل انجام محاسبات

۲۲- در بزرگ‌ترین مثلث قائم‌الزاویه زیر، اندازه بزرگ‌ترین میانه کدام است؟



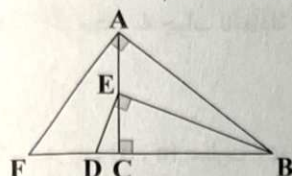
(۱) $\frac{\sqrt{70}}{4}$

(۲) $\frac{\sqrt{70}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{35}}{2}$

(۴) $\frac{\sqrt{35}}{4}$

۲۳- در شکل زیر دو زاویه $\hat{FAB} = \hat{DEB} = 90^\circ$ است. اگر $EC = 4$ و $DC = 1$ و AE برابر FD باشد، اندازه پاره خط AF کدام است؟



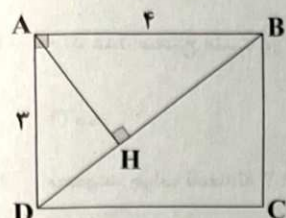
(۱) ۱۲

(۲) ۱۳

(۳) ۱۴

(۴) ۱۵

۲۴- در یک مستطیل با طول و عرض ۴ و ۳، فاصله هر رأس از قطر مستطیل کدام است؟



(۱) ۲

(۲) $2/4$

(۳) $2/8$

(۴) $3/2$

۲۵- نسبت مساحت دو پنج‌ضلعی منتظم $\frac{9}{25}$ است. اگر ضلع یکی از آن‌ها برابر ۲ باشد، اختلاف محیط‌های دو پنج‌ضلعی قابل قبول کدام است؟

(۴) ۱۱

(۳) $\frac{31}{3}$

(۲) ۱۰

(۱) $\frac{32}{3}$

۲۶- در یک چندضلعی محدب، مجموع تعداد قطرهای آن سه رأس دو به دو غیر مجاور ۲۱ است. این چندضلعی چند قطر دارد؟

(۴) ۵۲

(۳) ۴۸

(۲) ۴۴

(۱) ۴۰

۲۷- با افزودن یک رأس به یک n ضلعی منتظم ۱۷ واحد به تعداد قطرهای آن افزوده می‌شود. اندازه هر زاویه خارجی این n ضلعی چند درجه است؟

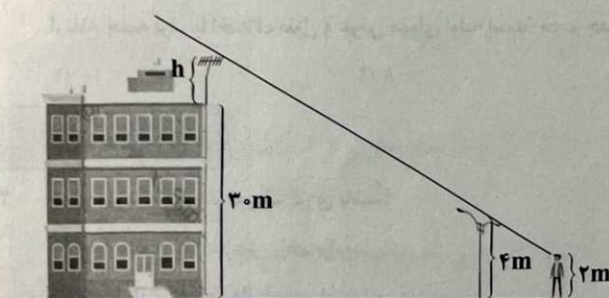
(۴) ۲۴

(۳) ۲۲

(۲) ۲۰

(۱) ۱۸

۲۸- مطابق شکل زیر، روی یک ساختمان با ارتفاع ۳۰ متر یک آنتن به ارتفاع h نصب شده است. در فاصله ۴۲ متری ساختمان، یک تیر برق ۴ متری قائم نصب شده است و ناظری در فاصله سه متری تیر برق در سمت دورتر، انتهای آنتن و انتهای تیر برق را در یک راستا می‌بیند. اگر بدانیم فاصله چشم ناظر از زمین ۲ متر است، بلندی آنتن چند متر است؟



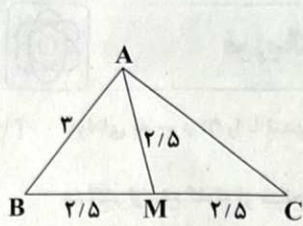
(۱) ۴

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۵

محل انجام محاسبات



۲۹- در شکل زیر، فاصله نقطه A از ضلع BC کدام است؟

۱/۸ (۱)

۲ (۲)

۲/۲ (۳)

۲/۴ (۴)

۳۰- در لوزی ABCD اگر طول ضلع لوزی برابر ۱۳ و طول قطر کوچک آن ۱۰ باشد، اندازه قطر بزرگ آن کدام است؟

۲۲ (۴)

۲۴ (۳)

۱۸ (۲)

۲۰ (۱)

فیزیک



۳۱- گلوله‌ای به جرم m را با تندی $12 \frac{m}{s}$ از سطح زمین به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. بعد از مدتی گلوله با تندی $6 \frac{m}{s}$ به سطح زمین می‌رسد.

حداکثر ارتفاع گلوله از سطح زمین چند متر بوده است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت و برگشت ثابت و یکسان است).

۴/۵ (۴)

۱/۸ (۳)

۷/۲ (۲)

۳/۶ (۱)

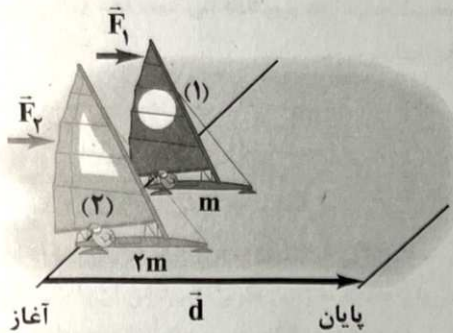
۳۲- مطابق شکل به قایق (۱)، نیروی $\vec{F}_1$ و به قایق (۲) نیروی $\vec{F}_2$ وارد می‌شود. اگر تندی قایق (۲) هنگام عبور از خط پایان ۱/۵ برابر تندی قایق (۱)

هنگام عبور از خط پایان باشد، $\frac{F_2}{F_1}$ برابر کدام گزینه است؟

۳ (۱)

۰/۷۵ (۲)

۴/۵ (۳)

 $\frac{1}{9}$ (۴)

۳۳- شخصی جسمی به جرم 2 kg را از سطح زمین تا ارتفاع 2 متری بالا می‌برد و سپس آن را در همان ارتفاع با تندی $12 \frac{m}{s}$ به صورت افقی

پرتاب می‌کند. کار انجام شده توسط شخص روی جسم چند کیلوژول است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

۰/۱۴۴ (۴)

۰/۱۸۴ (۳)

۱۴۴ (۲)

۱۸۴ (۱)

۳۴- چتربازی به جرم 45 kg با تندی $12 \frac{m}{s}$ از ارتفاع 40 m سطح زمین می‌پرد و هم‌زمان چترش را باز می‌کند. اگر چتر باز با تندی $16 \frac{m}{s}$ به

سطح زمین برسد، کار نیروی وزن و مقاومت هوا روی چتر باز به ترتیب چند کیلوژول است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

-۱۲/۹۶، ۱۸ (۴)

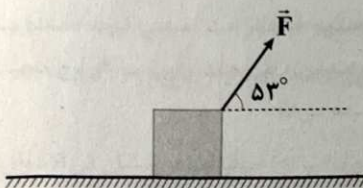
-۱۲/۹۶، -۱۸ (۳)

-۱۵/۴۸، ۱۸ (۲)

-۱۵/۴۸، -۱۸ (۱)

۳۵- مطابق شکل زیر، روی سطح بدون اصطکاک با اعمال نیروی $\vec{F}$ و جابه‌جایی افقی $\vec{d}_1$ ، تندی جسم از صفر به $\frac{3}{4}v$ می‌رسد. اگر زاویه نیروی $\vec{F}$ را با

راستای قائم 16 درجه افزایش دهیم، به ازای چقدر جابه‌جایی تندی جسم از $\frac{3}{4}v$ به $4v$ می‌رسد؟ ($\sin 53^\circ = 0/8$ ، $\sin 37^\circ = 0/6$)

 $\frac{55}{4} d_1$ (۱) $\frac{64}{9} d_1$ (۲) $2 d_1$ (۳) $\frac{55}{12} d_1$ (۴)

۳۶- جسمی به جرم 4 kg را ابتدا 8 متر بالا برده و سپس $1/5$ متر پایین می‌آوریم. تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی جسم چند ژول

است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

۶۰ (۴)

۳۰۰ (۳)

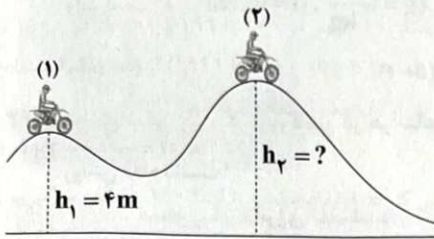
۲۶۰ (۲)

۳۲۰ (۱)

محل انجام محاسبات

۳۷- موتورسواری با تندی $36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ مطابق شکل زیر، از مکان (۱) گذشته و به مکان (۲) می‌رود. اگر تندی موتور در محل (۲) برابر $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد،

h_2 چند متر است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ اصطکاک و مقاومت هوا ناچیز است.)



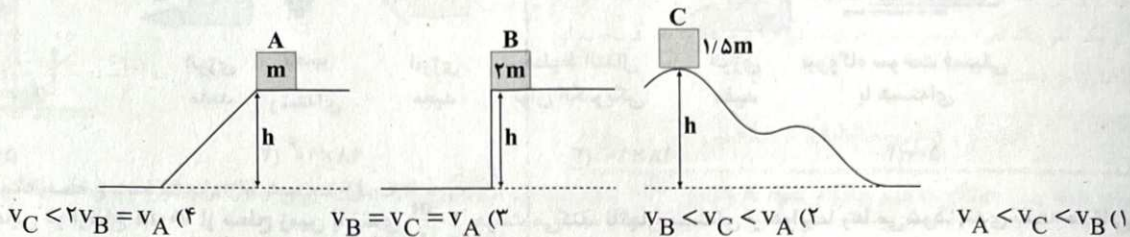
۶/۴ (۱)

۱۴/۴ (۲)

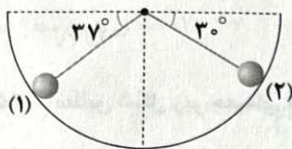
۷/۲ (۳)

۵/۸ (۴)

۳۸- مطابق شکل زیر، سه جسم A، B و C از حالت سکون و ارتفاع یکسان نسبت به سطح زمین رها می‌شوند. کدام گزینه مقایسه‌ی درستی از تندی آن‌ها هنگامی که به سطح زمین می‌رسند را نشان می‌دهد؟ (مقاومت هوا و اصطکاک ناچیز است.)



۳۹- گلوله‌ای به جرم ۱kg از نقطه (۱) با تندی $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ پرتاب می‌شود، تندی گلوله در هنگام عبور از نقطه (۲) چند متر بر ثانیه خواهد بود؟



(اصطکاک وجود ندارد، قطر دایره برابر ۲m است و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ ، $\sin 37^\circ = 0.6$)

$2\sqrt{3}$ (۲)

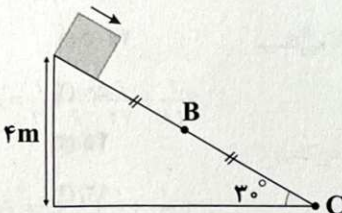
$\sqrt{14}$ (۴)

$2\sqrt{5}$ (۱)

$3\sqrt{2}$ (۳)

۴۰- جسمی به جرم ۲kg از بالای سطح شیب‌داری با تندی $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ پرتاب می‌شود. اگر نیروی اصطکاک سطح برابر ۲N باشد، نسبت تندی در

نقطه B به تندی در نقطه C چقدر است؟



$\frac{1}{2}$ (۱)

۲ (۲)

$\frac{3\sqrt{17}}{17}$ (۳)

$\frac{\sqrt{17}}{3}$ (۴)

۴۱- مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم ۴kg با تندی $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ به دیواری برخورد کرده و ۵ میلی‌متر در دیوار فرو می‌رود و متوقف می‌شود. نیروی

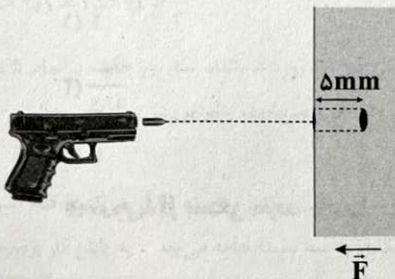
میانگین واردشده به گلوله از طرف دیوار، چند مگانیوتون است؟

۲۵ (۱)

۲۵۰ (۲)

۰/۲۵ (۳)

250×10^3 (۴)



محل انجام محاسبات

۴۲- اگر پمپ آبی در هر دقیقه ۴۶۰ لیتر آب را از ته چاهی به عمق ۴۵m به ارتفاع ۳۰m سطح زمین منتقل کند، توان متوسط پمپ آب چند

وات است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$, $\rho = 1 g \cdot cm^{-3}$)

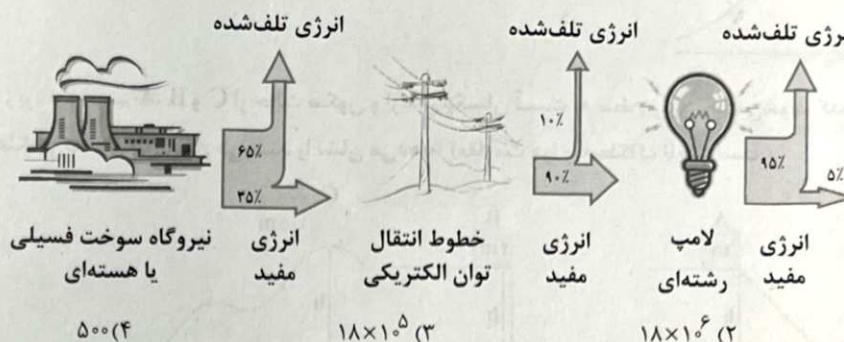
۲۳۰۰ (۴)

۳۴۵۰ (۳)

۵۷۵۰ (۲)

۵۷۵ (۱)

۴۳- مطابق شکل زیر، اگر نیروگاهی در هر ساعت ۲۵ مگاژول انرژی تولید کند، با یک روز کار این نیروگاه، چند لامپ ۱۰۵W را می توان ۶۰ دقیقه روشن نگاه داشت؟



۴۴- هواپیمایی در ارتفاع ۷۰۰m از سطح زمین با تندی $20 \frac{m}{s}$ حرکت می‌کند. ناگهان بستهای از هواپیما رها می‌شود. تندی بسته هنگام رسیدن

به سطح زمین چند متر بر ثانیه خواهد بود؟ (از مقاومت هوا چشم‌پوشی کنید، $g = 10 \frac{N}{kg}$)

۴۰ (۴)

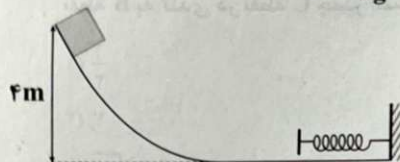
۱۲۰ (۳)

 $30\sqrt{2}$ (۲)

۲۰ (۱)

۴۵- مطابق شکل زیر جعبه‌ای به جرم ۱/۲۵kg از بالای سطح شیب‌داری با تندی $4 \frac{m}{s}$ به سمت پایین پرتاب می‌شود و در انتهای مسیر به فنری برخورد می‌کند و متوقف می‌شود. اگر در طول مسیر حرکت، ۲۵٪ از انرژی جعبه تلف شود، حداکثر مقدار انرژی پتانسیل کشسانی

ذخیره‌شده در فنر چند ژول خواهد بود؟ (انرژی تلف‌شده به انرژی درونی جسم تبدیل می‌شود، $g = 10 \frac{N}{kg}$)



۴۶/۵ (۱)

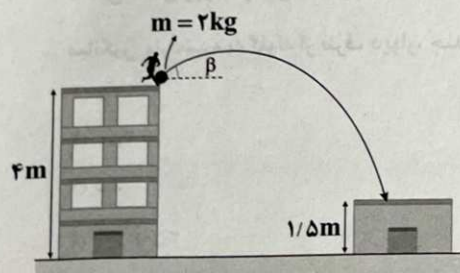
۵۰ (۲)

۴۵ (۳)

۱۲ (۴)

۴۶- مطابق شکل زیر، جسمی با زاویه β با تندی $3 \frac{m}{s}$ به سمت ساختمان روبه‌رو پرتاب می‌شود. نسبت حداکثر انرژی جنبشی جسم به حداکثر

انرژی پتانسیل گرانشی جسم در طول مسیر چند است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ ، از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید).



۲ (۱)

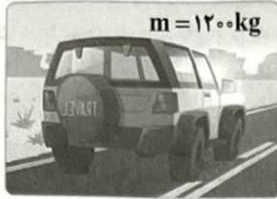
 $\frac{4}{1/5}$ (۲)

۱ (۳)

(۴) به زاویه β بستگی دارد.

محل انجام محاسبات

۴۷- از مصرف هر لیتر بنزین در موتور خودرویی 45 kJ انرژی تولید می‌شود. اگر برای این‌که سرعت خودرو از $18 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ به $25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ برسد، لازم باشد تا 24 L بنزین در موتور خودرو مصرف شود، بازده موتور خودرو چقدر درصد است؟



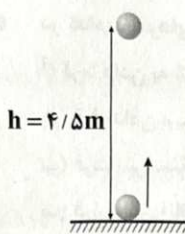
(۱) ۲۵

(۲) ۵۰

(۳) ۳۳

(۴) ۶۶

۴۸- مطابق شکل زیر، توپ تنیسی را در خلأ به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر در ارتفاع $4/5 \text{ m}$ از سطح زمین انرژی جنبشی جسم ۳ برابر انرژی



پتانسیل گرانشی جسم باشد، جسم حداکثر چند متر بالا می‌رود؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۱) $13/5$

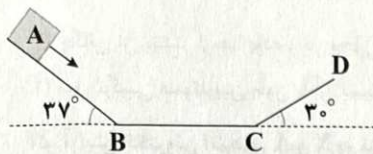
(۲) ۹

(۳) ۱۸

(۴) $22/5$

۴۹- مطابق شکل زیر، جعبه‌ای به جرم 2 kg از نقطه A با تندی $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ پرتاب می‌شود. اگر سطح AB و CD دارای اصطکاک باشد و نیروی اصطکاک سطح AB

برابر 7 N و سطح CD، 2 N باشد؛ جسم در کدام قسمت از مسیر متوقف می‌شود؟ ($\sin 37^\circ = 0/6$, $CD = 3 \text{ m}$, $AB = 4 \text{ m}$, $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



(۱) CD - ۲ متری نقطه D

(۲) CD - ۲ متری نقطه C

(۳) BC - $1/2$ متری نقطه B(۴) AB - $0/8$ متری نقطه B

۵۰- توان ورودی مولد A، $1/5$ برابر توان ورودی مولد B است. در مدت زمان یکسان t مولد A می‌تواند تندی جسمی به جرم m را از v به $2v$ برساند و مولد B می‌تواند تندی جسمی به جرم $2m$ را از $2v$ به $4v$ برساند. بازده مولد A چند برابر مولد B است؟

 $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{6}$ (۳)

۶ (۲)

۱۲ (۱)

شیمی



۵۱- با توجه به داده‌های زیر که در ارتباط با گازهای نجیب است، مقایسه میان درصد حجمی آن‌ها در هوای پاک و خشک لایه تروپوسفر در کدام گزینه به درستی آمده است؟

- گاز A در پتروشیمی شیراز از تقطیر جزء به جزء هوای مایع با خلوص بسیار زیاد تهیه می‌شود.
- از لامپ عنصر X در ساخت تابلوهای تبلیغاتی برای ایجاد نوشته‌های سرخ‌فام استفاده می‌شود.
- گاز D از واکنش‌های هسته‌ای در ژرفای زمین تولید می‌شود و پس از نفوذ به لایه‌های زمین، وارد میدان‌های گازی می‌شود.

$$A < X < D \quad (۴) \quad X < D < A \quad (۳) \quad X < A < D \quad (۲) \quad D < X < A \quad (۱)$$

۵۲- در کدام تغییرهای زیر، ماده یا مواد جدیدی تولید می‌شود؟

(آ) گرما دادن به شکر تا حدی که رنگ آن تغییر کند.

(ب) قرار دادن میخ آهنی برای مدت بسیار طولانی در هوای مرطوب

(پ) فرسایش سنگ و صخره در حضور اکسیژن

(ت) قرار دادن اتانول مایع در ظرف بدون سرپوش و تشکیل مولکول‌های بخار

$$(۱) \text{ «آ» و «پ»} \quad (۲) \text{ «آ»، «ب» و «پ»} \quad (۳) \text{ «پ» و «ت»} \quad (۴) \text{ «ب» و «ت»}$$

۵۳- کدام مورد در ارتباط با گاز کربن مونوکسید نادرست است؟

(۱) اگر گاز شهری با شعله زردرنگ بسوزد، بخشی از آن به گاز کربن مونوکسید تبدیل شده است.

(۲) نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در آن، برابر با $\frac{۳}{۴}$ است.

(۳) چگالی آن بیشتر از هوا بوده و در محل انتشار، تجمع می‌یابد.

(۴) میل ترکیبی هموگلوبین خون با آن بسیار زیاد و بیش از ۲۰۰ برابر اکسیژن است.

۵۴- اگر آرایش الکترونی اتم‌های A و X به ترتیب به $۳p^2$ و $۴p^5$ ختم شود، ترکیب دوتایی حاصل از این دو عنصر، بوده و

(۱) مولکولی - برای نام‌گذاری آن از پیشوند «تری» استفاده می‌شود.

(۲) مولکولی - برای نام‌گذاری آن از پیشوند «ترا» استفاده می‌شود.

(۳) یونی - هر واحد فرمولی از آن شامل ۵ یون است.

(۴) یونی - شمار آنیون‌های آن، ۳ برابر شمار کاتیون‌ها است.

۵۵- مجموع شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی و جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در مولکول دی‌نیتروژن تری‌اکسید، چند برابر مجموع شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی و جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در مولکول گوگرد دی‌اکسید است؟

$$(۱) ۲ \quad (۲) \frac{۱۴}{۹} \quad (۳) \frac{۵}{۳} \quad (۴) \frac{۷}{۴}$$

۵۶- در ۱۰۰ سال گذشته، میانگین جهانی سطح آب‌های آزاد، مساحت برف در نیمکره شمالی و میانگین جهانی pH آب دریاها، به ترتیب، و یافته است. (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

(۱) کاهش - افزایش - افزایش

(۲) افزایش - کاهش - کاهش

(۳) کاهش - کاهش - کاهش

(۴) افزایش - کاهش - افزایش

۵۷- کدام مورد در ارتباط با آلایندہ‌های حاصل از سوزاندن سوخت‌های فسیلی در خودروها، نادرست است؟

(۱) در برخی آلایندہ‌ها عنصر اکسیژن وجود ندارد.

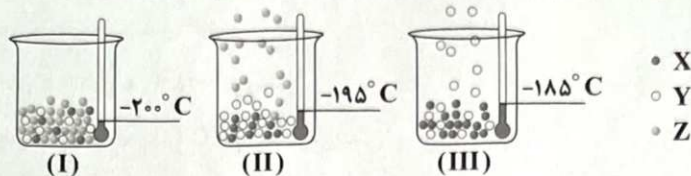
(۲) کربن دی‌اکسیدی که وارد هواکره شده، در آن جابه‌جا می‌شود و می‌تواند هوای شهرهای دیگر را نیز آلوده کند.

(۳) به‌جز کربن دی‌اکسید، دست‌کم دو آلایندہ دیگر با فرمول کلی XO_p در میان آن‌ها وجود دارد.

(۴) هیچ‌کدام از این آلایندہ‌ها سمی نبوده و به تنهایی نمی‌توانند موجب مرگ انسان شوند.

ل انجام محاسبات

۵۸- شکل‌های زیر مربوط به جدا شدن گازها از هوای مایع است. با توجه به آن‌ها کدام مطلب درست است؟



(۱) واکنش‌پذیری گاز Y بیشتر از واکنش‌پذیری گاز Z است.

(۲) از گاز X برای پر کردن تایر خودروها استفاده می‌شود.

(۳) ترتیب $Y < X < Z$ را می‌توان به درصد حجمی این گازها در هوای پاک و خشک لایه تروپوسفر نسبت داد.

(۴) جانداران ذره‌بینی، گاز Y را برای مصرف گیاهان در خاک تثبیت می‌کنند.

۵۹- دو مول آلومینیم اکسید در واکنش با a مول از ترکیب A می‌تواند چهار مول آلومینیم فلئوئورید، سه مول ید مونوفلوئورید و سه مول گاز

اکسیژن تولید کند. کدام یک از نام‌های زیر را می‌توان به ترکیب A نسبت داد؟

(۱) ید تری‌فلوئورید (۲) ید پنتاfluئورید (۳) دی‌ید تری‌فلوئورید (۴) تری‌ید پنتاfluئورید

۶۰- در معادله واکنش مقابل پس از موازنه، ضریب چند ماده با هم برابر است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۶۱- اگر از هر کدام از منابع «گرمای زمین (a)، باد (b)، انرژی خورشید (c)» به مقدار یک کیلووات ساعت برق تولید شود، مقایسه میان ردپای

کربن دی‌اکسید آن‌ها به کدام صورت درست است؟

(۱) $b < a < c$ (۲) $b < c < a$ (۳) $a < b < c$ (۴) $c < b < a$

۶۲- کدام گزینه در ارتباط با نمادهای به کاررفته در معادله‌های شیمیایی، درست است؟

(۱) نماد « Δ » به این معنی است که واکنش با مصرف گرما همراه است.

(۲) نماد « 1200°C » به این معنی است که برای رعایت مسائل ایمنی، دما نباید از 1200°C درجه سلسیوس بالاتر رود.

(۳) نماد « $\xrightarrow{\text{Pt(s)}}$ » را می‌توان برای واکنش میان گازهای هیدروژن و اکسیژن به کار برد که نشان‌دهنده کاتالیزگر واکنش است.

(۴) برای رسوب نقره کلرید، محلول ید در هگزان و بخار آب به ترتیب از نمادهای (s)، (aq) و (g) استفاده می‌شود.

۶۳- کدام گزینه درست است؟

(۱) سه گازی که بیشترین درصد حجمی را در هوای پاک و خشک لایه تروپوسفر دارند، در زندگی روزانه نقش حیاتی دارند.

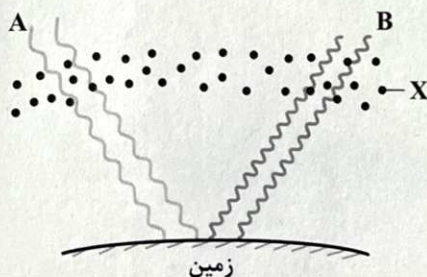
(۲) حدود ۷۵ درصد از حجم هواکره در نزدیک‌ترین لایه به زمین (تروپوسفر) قرار دارد.

(۳) حدود ۷ درصد جرمی از مخلوط گاز طبیعی را هلیوم تشکیل می‌دهد.

(۴) هلیوم موجود در گاز طبیعی به همراه سایر فراورده‌های سوختن بدون مصرف وارد هواکره می‌شود.

۶۴- شکل زیر رفتار زمین در برابر پرتوهای خورشیدی و برخی مولکول‌های موجود در هواکره را نشان می‌دهد. با توجه به آن، جهت پرتوهای B

برخلاف پرتوهای A، از به بوده و مولکول‌های X به طور عمده شامل کربن دی‌اکسید و هستند.



(۱) بالا - پایین - نیتروژن

(۲) پایین - بالا - نیتروژن

(۳) بالا - پایین - بخار آب

(۴) پایین - بالا - بخار آب

محل انجام محاسبات

۶۵- با فرض این که لایه هواکره وجود نداشته باشد، کدام گزینه در ارتباط با میانگین دمای کره زمین رخ می دهد؟

(۱) به دلیل جذب کامل پرتوهای خورشیدی، افزایش می یابد.

(۲) به دلیل حذف گازهای گلخانه ای، به 18°C می رسد.

(۳) به دلیل حذف گازهای گلخانه ای، به اندازه 18°C کاهش می یابد.

(۴) در شب که خورشید حضور ندارد، کاهش و در روز افزایش می یابد.

۶۶- دلیل اصلی افزایش دمای گلخانه نسبت به محیط بیرون کدام است؟

(۱) افزایش سرعت واکنش های شیمیایی در خاک

(۳) افزایش غلظت اکسیژن در گلخانه

(۲) عبور نور مرئی از شیشه و به دام افتادن تابش فرسرخ

(۴) کاهش فشار هوا در فضای گلخانه

۶۷- کدام مطالب زیر درست است؟

(آ) ترکیب سیلیس را می توان به صورت سیلیسیم دی اکسید نیز نام گذاری کرد.

(ب) طلا تنها فلزی است که به حالت آزاد در طبیعت یافت می شود.

(پ) در مدل فضا پرکن مولکول کربن مونوکسید، اندازه اتمی که عدد اتمی کوچک تری دارد، بزرگ تر است.

(ت) اگر شمار یون های یک مول منیزیم برمید و یک مول سولفیدی از مس با هم برابر باشد، بار یون مس مشابه بار کاتیون پایدار کلسیم است.

(۱) «آ» و «ب» (۲) «آ» و «پ» (۳) «پ» و «ت» (۴) «ب» و «ت»

۶۸- کدام مطلب درست است؟

(۱) هر تغییر شیمیایی شامل یک واکنش شیمیایی است که آن را با یک معادله نشان می دهند.

(۲) در معادله نوشتاری، فقط نام اجزای واکنش و حالت فیزیکی آن ها قید می شود.

(۳) یکی از ویژگی های مهم واکنش های شیمیایی و هسته ای این است که همه آن ها از قانون پایستگی جرم پیروی می کنند.

(۴) فلز نقره بر اثر گرما با گوگرد واکنش داده و طی آن، نقره سولفید تولید می شود.

۶۹- در ساختار مولکول ، ، پیوند چندگانه (دوگانه یا سه گانه) وجود دارد.

(۱) N_2H_4 - همانند CHCl_3 (۲) SCO - برخلاف SOF_2

(۳) N_2O_4 - همانند H_2O_2 (۴) C_2H_4 - برخلاف C_2H_2

۷۰- در ارتباط با پرتوهای خورشیدی ورودی به سامانه زمین، کدام گزینه درست است؟

(۱) بیشتر این پرتوها به طور مستقیم توسط هسته زمین جذب می شود.

(۲) کم تر از نصف این پرتوها بازتابیده شده و باقی مانده به طور کامل توسط زمین جذب می شود.

(۳) بخش عمده ای از این پرتوها به وسیله زمین و بخش کوچکی به وسیله هواکره جذب می شود.

(۴) تمام پرتوهای خورشیدی پس از عبور از هواکره بدون اتلاف به سطح زمین می رسد.

آزمون شماره (۱۵)
جمعه
۱۴۰۴/۱۱/۱۷

دفترچه
شماره ۲

آزمون‌های سراسر گاج

گزینه درسد را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵

پاسخنامه دهم ریاضی
دوره دوم متوسطه



برای ورود به
مدرسه مجازی گاج
اسکن کنید.

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۷۰	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال از تا	مدت پاسخگویی
۱	ریاضی ۱	۲۰	۱	۴۵ دقیقه
	هندسه ۱	۱۰	۲۱	
۲	فیزیک	۲۰	۳۱	۲۵ دقیقه
۳	شیمی	۲۰	۵۱	۲۰ دقیقه

گاج

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	سیروس نصیری - علی عبدی پور علی غلامی	مجید فرهمندپور - محدثه کارگرفرد فرهاد فریدونیان - ندا فرهنگتی مینا نظری - زهرا ساسانی
فیزیک	ارسلان رحمانی امیررضا خوئینی ها - امیررضا خدایی	رزیتا قاسمی
شیمی	پویا الفتی - مریم تمدنی	ایمان زارعی - یاسر راش فاطمه عبداله خانی

آماده سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی
بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری
برنامه ریزی و هماهنگی: سارا نظری
بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی
ویراستاران فنی: ساناز فلاحتی - مریم پارسائیان - نوشین تاکی - فاطمه عبداله خانی
صفحه آرا: فرهاد عبدی
طراح شکل: آرزو گلفر
حروف نگاران: ربابه الطافی - فرزانه رجبی - فاطمه میرزایی - لیلا نعمت پور

۱ ۲ اگر ریشه مشترک دو معادله را α بنامیم، در هر دو معادله

صدق می‌کند:

$$\begin{cases} \alpha^2 + (a-4)\alpha - 1 - a = 0 \Rightarrow \alpha^2 = (4-a)\alpha + 1 + a \\ \alpha^2 + (a+3)\alpha + 3a = 0 \Rightarrow \alpha^2 = -(a+3)\alpha - 3a \end{cases}$$

مقادیر α^2 به دست آمده از دو معادله را با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$(4-a)\alpha + 1 + a = -(a+3)\alpha - 3a \Rightarrow \alpha = \frac{-4a-1}{4}$$

حال α را در یکی از معادلات جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\text{در معادله اول} \rightarrow \left(\frac{-4a-1}{4}\right)^2 + (a-4)\left(\frac{-4a-1}{4}\right) - 1 - a = 0$$

$$\xrightarrow{\text{ساده می‌کنیم}} 3a^2 - 16a + 5 = 0$$

$$\Rightarrow (3a-1)(a-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ a = \frac{1}{3} \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

برای تعیین ریشه‌های غیرمشترک دو معادله، باید $a = 5$ را در هر دو معادله قرار دهیم:

$$\xrightarrow{a=5} \begin{cases} x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \end{cases} \\ x^2 + 8x + 15 = 0 \Rightarrow (x+3)(x+5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -5 \end{cases} \end{cases}$$

لذا درمی‌یابیم که ریشه مشترک دو معادله $\alpha = -3$ و ریشه‌های غیرمشترک (بمازای $a = 5$) اعداد ۲ و ۵ هستند که اختلاف این دو عدد ۷ می‌باشد.

۴ ۵ در واقع عرض رأس سهمی داده شده باید برابر $-\frac{2}{3}$ باشد.

بنابراین:

$$y_s = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-2}{3} \Rightarrow \frac{4-4(a-1)(a+1)}{4(a-1)} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2-a^2}{a-1} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3a^2 + 2a - 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ a = \frac{4}{3} \notin \mathbb{Z} \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

تنها عدد صحیحی که برای a حاصل می‌شود $a = -2$ است. اما از طرفی برای آن‌که سهمی داده شده دارای کم‌ترین مقدار باشد باید داشته باشیم:

$$a-1 > 0 \Rightarrow a > 1$$

در نتیجه $a = -2$ هم قابل قبول نخواهد بود.

۴ ۶ معادله سهمی را می‌توان به صورت $y = a(x+2)(x-5)$ در نظر

گرفت. از طرفی نقطه به مختصات $(0, -5)$ روی سهمی قرار دارد، بنابراین:

$$y = a(x+2)(x-5) \xrightarrow{\substack{x=0 \\ y=-5}} -5 = -10a \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

در نتیجه معادله سهمی اول به صورت زیر می‌باشد:

$$y = \frac{1}{2}(x+2)(x-5) \Rightarrow y = \frac{1}{2}(x^2 - 3x - 10) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 5$$

یعنی در معادله سهمی $y = ax^2 + bx + c$ داریم:

$$a = \frac{1}{2}, b = -\frac{3}{2}, c = -5$$

ریاضیات

۴ ۱ مشابه آن چه در کتاب درسی برای حل معادله درجه دوم از روش

مربع کامل توصیه می‌شود، داریم:

$$3x^2 + x - 2 = 0 \xrightarrow{\text{گام اول} \div 3} x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} = 0$$

$$\xrightarrow{\text{گام دوم} \div \frac{1}{3}} x^2 + x = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{گام سوم} \div \left(\frac{1}{2}\right)^2} x^2 + x + \frac{1}{4} = \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$$

$$\xrightarrow{\text{گام چهارم}} \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{12}$$

در نتیجه با مقایسه معادله فوق با معادله $(x+m)^2 = n$ در می‌یابیم که:

$$\begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n = \frac{25}{12} \end{cases} \Rightarrow m - \sqrt{n} = \frac{1}{2} - \frac{5}{\sqrt{12}} = \frac{-2}{3}$$

۱ ۲ در معادله درجه دوم $bx^2 - 2x + a = 0$ در صورتی که $\Delta = 0$

باشد، معادله فقط یک ریشه (مضاعف) دارد. بنابراین:

$$\Delta = (-2)^2 - 4ab = 0 \Rightarrow 4 - 4ab = 0 \Rightarrow ab = 1$$

حال با جای‌گذاری مقدار به دست آمده برای ab در معادله دوم آن را حل می‌کنیم:

$$x^2 - a^2b^2x - 6ab = 0 \xrightarrow{ab=1} x^2 - x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$$

در نتیجه ریشه کوچک‌تر معادله موردنظر $x = -2$ می‌باشد.

دوستنامه

معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ را در نظر می‌گیریم،

اگر $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ باشد، آن‌گاه این معادله فقط یک ریشه (مضاعف) خواهد داشت.

۴ ۳ اگر ارتفاع، قاعده و مساحت مثلث اولیه را به ترتیب a ، h و S_1 و

ارتفاع، قاعده و مساحت مثلث ثانویه را به ترتیب a' ، h' و S_2 بنامیم، داریم:

$$\begin{cases} h = 2a - 1 \\ h' = h - 2 = (2a - 1) - 2 = 2a - 3 \\ a' = a - 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{\frac{1}{2}a'h'}{\frac{1}{2}ah} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{(a-1)(2a-3)}{a(2a-1)} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{2a^2 - 5a + 3}{2a^2 - a} = \frac{2}{5} \Rightarrow 6a^2 - 23a + 15 = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta=169} a = \frac{23 \pm \sqrt{169}}{2 \times 6} = \frac{23 \pm 13}{12} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = \frac{5}{6} \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{a=3}{h=5} \rightarrow S_1 &= \frac{ah}{2} = \frac{3 \times 5}{2} = 7.5 \\ \frac{a'=2}{h'=3} \rightarrow S_2 &= \frac{a'h'}{2} = \frac{2 \times 3}{2} = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_1 + S_2 = 10.5$$

از طرفی برای آن که معادله دو ریشه متمایز داشته باشد، باید $\Delta > 0$ باشد:

$$\Delta = (-5)^2 - 4(3)(m-1) > 0 \Rightarrow 25 - 12(m-1) > 0$$

$$\Rightarrow m-1 < \frac{25}{12} \Rightarrow m < \frac{37}{12} \quad (2)$$

$$\frac{(1) \cap (2)}{12} \Rightarrow -7 < m < \frac{37}{12} \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{-6, -5, \dots, 1, 2, 3\}$$

در نتیجه به ازای ۱۰ عدد صحیح m هر دو ریشه معادله از عدد ۱- بزرگ تر خواهند بود.

ابتدا بیشترین مقدار سهمی که همان عرض نقطه رأس سهمی می باشد را تعیین می کنیم:

$$x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-4m}{2(-2)} = m \Rightarrow y_S = y_{\max} = -2m^2 + 4m^2 + 2m - 5$$

$$\Rightarrow y_{\max} = 2m^2 + 2m - 5$$

حال باید نامعادله $y_{\max} \leq 7$ را حل کنیم:

$$2m^2 + 2m - 5 \leq 7 \Rightarrow 2m^2 + 2m - 12 \leq 0 \xrightarrow{+2} m^2 + m - 6 \leq 0$$

$$\Rightarrow (m+3)(m-2) \leq 0 \Rightarrow \begin{array}{c|cc} m & -3 & 2 \\ \hline m^2+m-6 & + & - & + \end{array}$$

$$\Rightarrow -3 \leq m \leq 2 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$$

در نتیجه مجموع ارقام صحیح به دست آمده برای m برابر با ۳- می باشد.

دوستانه

سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ را در نظر می گیریم. طول رأس سهمی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\text{طول رأس} = x_S = \frac{-b}{2a}$$

و برای تعیین عرض رأس سهمی کافی است در معادله آن به جای x .

مقدار $x_S = \frac{-b}{2a}$ را قرار دهیم، در این صورت داریم:

$$y_S = a\left(\frac{-b}{2a}\right)^2 + b\left(\frac{-b}{2a}\right) + c = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{-\Delta}{4a}$$

در نتیجه مختصات رأس سهمی به صورت زیر خواهد بود:

$$S\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$$

۱۱) برای آن که رأس سهمی در ناحیه سوم قرار بگیرد، باید طول و

عرض آن هر دو منفی باشند. بنابراین:

$$x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2m)}{2(-1)} = -m \xrightarrow{x_S < 0} -m < 0 \Rightarrow m > 0 \quad (1)$$

$$y_S = -(-m)^2 - 2m(-m) + m - 6 = m^2 + m - 6$$

$$\xrightarrow{y_S < 0} (m+3)(m-2) < 0 \Rightarrow \begin{array}{c|cc} m & -3 & 2 \\ \hline m^2+m-6 & + & - & + \end{array}$$

$$\Rightarrow -3 < m < 2 \quad (2)$$

از اشتراک رابطه (۱) و (۲) نتیجه می گیریم که باید $m \in (0, 2)$ باشد و در این بازه تنها یک مقدار صحیح $m=1$ وجود دارد.

حال با جای گذاری ضرایب فوق در معادله سهمی دوم داریم:

$$y = (2a+1)x^2 - (c+4b)x + (c+a-b)$$

$$\Rightarrow y = 2x^2 + 11x - 3$$

$$\xrightarrow{x=-3} y = 2(-3)^2 + 11(-3) - 3 = -18$$

دوستانه

اگر نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ محور x ها را در نقاط به طول های x_1 و x_2 قطع کند، می توان معادله این سهمی را به صورت زیر نوشت:

$$y = a(x-x_1)(x-x_2)$$

۷) برای آن که سهمی $y_1 = 2x^2 + mx - 1$ بالای

خط $y_2 = -3 - 3x$ قرار بگیرد، باید داشته باشیم:

$$y_1 > y_2 \Rightarrow 2x^2 + mx - 1 > -3 - 3x \Rightarrow 2x^2 + (m+3)x + 2 > 0$$

از طرفی برای آن که عبارت درجه دوم $2x^2 + (m+3)x + 2$ همواره مثبت باشد، باید دلتای آن منفی شود. بنابراین:

$$\Delta < 0 \Rightarrow \Delta = (m+3)^2 - 4(2)(2) < 0 \Rightarrow (m+3)^2 < 16$$

$$\Rightarrow |m+3| < 4 \Rightarrow -4 < m+3 < 4 \Rightarrow -7 < m < 1$$

در نتیجه m باید متعلق به بازه $(-7, 1)$ باشد، بنابراین:

$$(a, b) = (-7, 1) \Rightarrow \text{Max}(b-a) = 1 - (-7) = 8$$

دوستانه

برای آن که عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$:

الف) همواره مثبت باشد، باید: $a > 0$ و $\Delta < 0$.

ب) همواره منفی باشد، باید: $a < 0$ و $\Delta < 0$.

۸) اگر عدد کوچکتر را x در نظر بگیریم، عدد دیگر $x+10$ و

حاصل ضرب آن ها $x(x+10)$ بوده، اما به دلیل اشتباهی که در محاسبه رقم دهگان رخ داده، حاصل ضرب را به اشتباه $x(x+10) - 40$ به دست آورده ایم، لذا با استفاده از اطلاعات مسأله در مورد تقسیم این مقدار بر عدد کوچکتر، داریم:

$$x(x+10) - 40 = 39x + 22 \Rightarrow x^2 - 29x - 62 = 0$$

$$\Rightarrow (x-31)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 31 \end{cases} \text{ غ ق}$$

در نتیجه دو عدد مورد نظر ۳۱ و ۴۱ بوده اند و مجموع آن ها ۷۲ می باشد.

۹) اگر x_1 و x_2 ریشه های معادله درجه دوم $3x^2 - 5x + m - 1 = 0$ باشند، جدول تعیین علامت عبارت درجه دوم به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{array}{c|ccc} x & -1 & x_1 & x_2 \\ \hline 3x^2 - 5x + m - 1 & + & - & + \end{array}$$

لذا با توجه به آن که هر دو ریشه معادله از عدد ۱- بزرگ ترند، پس مقدار عبارت درجه دوم به ازای $x = -1$ عددی مثبت خواهد شد:

$$y = 3x^2 - 5x + m - 1 \xrightarrow{x=-1} 3 + 5 + m - 1 > 0 \Rightarrow m > -7 \quad (1)$$

۱۴ باید دو نامعادله $\frac{2x+1}{x-1} > -1$ و $\frac{2x+1}{x-1} < 3$ را به طور جداگانه حل کنیم و اشتراک جواب‌ها را به دست آوریم. بنابراین:

$$\frac{2x+1}{x-1} < 3 \Rightarrow \frac{2x+1}{x-1} - 3 < 0 \Rightarrow \frac{4-x}{x-1} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{x}{\frac{4-x}{x-1}} \mid \frac{1}{-} \mid \frac{4}{+} \mid \frac{-}{-} \Rightarrow x < 1 \text{ یا } x > 4 \quad (1)$$

$$\frac{2x+1}{x-1} > -1 \Rightarrow \frac{2x+1}{x-1} + 1 > 0 \Rightarrow \frac{3x}{x-1} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{x}{\frac{3x}{x-1}} \mid \frac{0}{+} \mid \frac{1}{-} \mid \frac{+}{+} \Rightarrow x < 0 \text{ یا } x > 1 \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \rightarrow \text{مجموعه جواب نامعادله} = \mathbb{R} - [0, 4]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=4 \end{cases} \Rightarrow a+b=4$$

۱۵ باید دو نامعادله $35x^2 - 71x - 52 < 0$ و نیز $|\frac{2x-1}{3} + 1| > 2$ را حل نموده و اشتراک جواب‌های حاصل را به دست آوریم:

$$1) 35x^2 - 71x - 52 < 0 \Rightarrow (7x+4)(5x-13) < 0$$

$$\frac{x}{35x^2 - 71x - 52} \mid \frac{-4}{+} \mid \frac{13}{-} \mid \frac{+}{+} \Rightarrow \frac{-4}{7} < x < \frac{13}{5}$$

$$2) |\frac{2x-1}{3} + 1| > 2 \Rightarrow |\frac{2x-1+3}{3}| > 2 \Rightarrow |\frac{2x+2}{3}| > 2$$

$$\Rightarrow |x+1| > 3 \Rightarrow \begin{cases} x+1 > 3 \Rightarrow x > 2 \\ \text{یا} \\ x+1 < -3 \Rightarrow x < -4 \end{cases}$$

$$(1) \cap (2) \rightarrow 2 < x < \frac{13}{5} \Rightarrow (a, b) = (2, \frac{13}{5})$$

$$\Rightarrow \text{Max}(b-a) = \frac{13}{5} - 2 = \frac{3}{5}$$

۱۶ ابتدا کسر داده شده را تا جای ممکن ساده می‌کنیم و آن را A می‌نامیم:

$$A = \frac{(x-2)(x-3)(2-x)(4+2x+x^2)\sqrt{x-1}}{x(x-1)|x+1|x^2(x+2)}$$

$$\Rightarrow A = \frac{-(x-3)(x-2)^2(x^2+2x+4)}{x^2(x+2)|x+1|\sqrt{(x-1)^2}}$$

حال عبارت A را در جدول زیر تعیین علامت می‌کنیم:

x	-2	-1	0	1	2	3
A	+	-	-	+	+	-
	⊖	⊖	⊖	⊕	⊕	⊖

در نتیجه مجموعه جواب نامعادله $A \leq 0$ به صورت زیر می‌باشد:

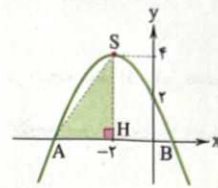
$$(-2, -1) \cup (-1, 0) \cup [3, +\infty) \cup \{2\}$$

لذا عدد صحیح و مثبت {1} در مجموعه جواب نامعادله قرار ندارد.

۱۷

$$|x^2 + x - 4| \geq 3 \Rightarrow \begin{cases} x^2 + x - 4 \geq 3 \\ \text{یا} \\ x^2 + x - 4 \leq -3 \end{cases}$$

۱۲ اگر معادله سهمی را به صورت $y = a(x-h)^2 + k$ در نظر بگیریم، داریم:



$$y = a(x+2)^2 + 4 \xrightarrow{(-2, 2)} 2 = 4a + 4 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

لذا معادله سهمی به صورت $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 4$ می‌باشد.

برای تعیین طول نقطه A (طول یکی از محل‌های برخورد سهمی با محور xها) کافی است معادله زیر را حل کنیم:

$$y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 4 \xrightarrow{y=0} -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (x+2)^2 = 8 \Rightarrow x+2 = \pm\sqrt{8} \Rightarrow \begin{cases} x_B = 2\sqrt{2} - 2 \\ x_A = -2\sqrt{2} - 2 \end{cases}$$

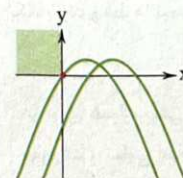
در نتیجه با توجه به مقدار به دست آمده برای x_A ، طول قاعده مثلث رنگی $AH = 2\sqrt{2}$ می‌باشد و مساحت این مثلث برابر است با:

$$S_{\Delta SAH} = \frac{SH \times AH}{2} \Rightarrow S = \frac{4 \times 2\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$$

درسنامه

هر سهمی به صورت $y = a(x-h)^2 + k$ که $a \neq 0$ است، رأسی به مختصات $S(h, k)$ و خط تقارنی به معادله $x = h$ دارد.

۱۳ برای آن که سهمی $y = ax^2 + bx + c$ ، فقط از ناحیه دوم مختصاتی عبور نکند، باید شبیه یکی از شکل‌های زیر باشد، لذا باید چهار شرط زیر هم‌زمان برقرار باشند:



$$\Delta > 0, a < 0, c \leq 0, b > 0$$

بنابراین در مورد سهمی $y = mx^2 + (2-m)x + m+1$ شرایط فوق را اعمال می‌کنیم:

$$1) \Delta > 0 \Rightarrow (2-m)^2 - 4m(m+1) > 0 \Rightarrow -3m^2 - 8m + 4 > 0$$

$$\Rightarrow 3m^2 + 8m - 4 < 0 \Rightarrow \frac{-4-2\sqrt{7}}{3} < m < \frac{-4+2\sqrt{7}}{3}$$

$$2) a < 0 \Rightarrow m < 0$$

$$3) c \leq 0 \Rightarrow m+1 \leq 0 \Rightarrow m \leq -1$$

$$4) b > 0 \Rightarrow 2-m > 0 \Rightarrow m < 2$$

اشتراک چهار شرط فوق بازه $(\frac{-4-2\sqrt{7}}{3}, -1]$ است که شامل سه عدد صحیح $\{-3, -2, -1\}$ می‌باشد.

با توجه به این که $x=2$ در مجموعه جواب نامعادله قرار ندارد، لذا این عدد باید ریشهٔ مخرج کسر باشد:

$$bx-2=0 \xrightarrow{x=2} 2b-2=0 \Rightarrow b=1$$

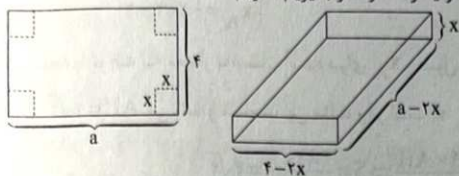
در نتیجه نامعادلهٔ نهایی به صورت $\frac{(a-1)x}{x-2} \leq 0$ خواهد بود و جدول تعیین علامت کسر فوق باید به صورت زیر باشد:

	+	0	-	+	-
$(a-1)x$	+	0	-	-	+
$x-2$	-	-	-	+	+
$\frac{(a-1)x}{x-2}$	-	+	+	-	-

لذا با توجه به ردیف مربوط به تعیین علامت صورت کسر یعنی عبارت درجهٔ اول $(a-1)x$ ، درمی‌یابیم که باید:

$$a-1 < 0 \Rightarrow a < 1 \Rightarrow a+b < 2$$

با توجه به شکل مسأله، اگر ضلع مربع‌های برش‌خورده را x و طول مستطیل اولیه را a در نظر بگیریم، داریم:



$$x = a - 4 \Rightarrow a = x + 4$$

$$\text{مساحت کف جعبه} = (4-2x)(4-x) = 6 \Rightarrow 2(x^2 - 6x + 8) = 6$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 8 = 3 \Rightarrow (x-1)(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=1 \end{cases}$$

در نتیجه حجم جعبه برابر است با:

$$V = x(4-2x)(a-2x) \xrightarrow{\substack{a=5 \\ x=1}} V = 1 \times 2 \times 3 = 6$$

در هر لوزی همواره اضلاع برابر است و قطرهای عمودمنصف یکدیگرند و قطرهای نیمساز زوایا نیز می‌باشند.

گزینه‌نامه

هر لوزی همواره نوعی متوازی‌الاضلاع است که در آن اضلاع روبه رو باهم موازی‌اند و تمامی اضلاع برابرند و زوایای روبه رو مکمل‌اند و قطرهای نیمساز زوایا هستند و قطرهای عمودمنصف یکدیگرند.

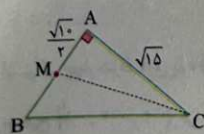
با استفاده از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow AB^2 = 10 \Rightarrow AB = \sqrt{10} \Rightarrow AM = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow AC^2 = 15 \Rightarrow AC = \sqrt{15}$$

$$\Delta CMA: AC^2 + MA^2 = MC^2$$

$$\Rightarrow MC^2 = 15 + \frac{10}{4} = \frac{70}{4} \Rightarrow MC = \frac{\sqrt{70}}{2}$$



باید دو نامعادلهٔ فوق را جداگانه حل نموده، از جواب‌های حاصل اجتماع بگیریم:

$$x^2 + x - 4 \geq 3 \Rightarrow x^2 + x - 7 \geq 0 \xrightarrow{\Delta=29} x = \frac{-1 \pm \sqrt{29}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x^2+x-7} \begin{array}{c|c|c|c|c|c} & -1-\sqrt{29} & -1+\sqrt{29} & & & \\ & 2 & 2 & & & \\ & + & - & + & - & + \end{array}$$

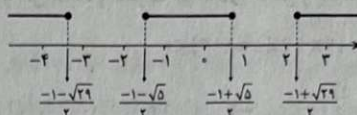
$$\Rightarrow x \leq \frac{-1-\sqrt{29}}{2} \text{ یا } x \geq \frac{-1+\sqrt{29}}{2}$$

$$x^2 + x - 4 \leq -3 \Rightarrow x^2 + x - 1 \leq 0$$

$$\Delta=5 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{x}{x^2+x-1} \begin{array}{c|c|c|c|c|c} & -1-\sqrt{5} & -1+\sqrt{5} & & & \\ & 2 & 2 & & & \\ & + & - & + & - & + \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \leq x \leq \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$$

حال اگر اجتماع جواب‌های به‌دست آمده را روی محور اعداد حقیقی نمایش دهیم، داریم:



در نتیجه چهار عدد صحیح $\{-3, -2, 1, 2\}$ در مجموعه جواب نامعادله وجود ندارد.

گزینه‌نامه

اگر u عبارتی برحسب x و k عدد حقیقی مثبت باشد، داریم:

$$\textcircled{1} |u| \leq k \Leftrightarrow -k \leq u \leq k$$

$$\textcircled{2} |u| \geq k \Leftrightarrow u \leq -k \text{ یا } u \geq k$$

با توجه به جدول تعیین علامت درمی‌یابیم عبارت داده‌شده باید درجه اول باشد، بنابراین:

$$2-m=0 \Rightarrow m=2 \Rightarrow y=(3-2n)x+k+3$$

از طرفی براساس جدول نتیجه می‌گیریم که در عبارت درجه اول فوق باید ضریب x مثبت باشد، یعنی:

$$3-2n > 0 \Rightarrow n < \frac{3}{2} \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n=1 \Rightarrow y=x+k+3$$

و در نهایت جدول نشان می‌دهد که $m=2$ ریشهٔ معادلهٔ $y=0$ می‌باشد، پس داریم:

$$2+k+3=0 \Rightarrow k=-5$$

لذا حاصل عبارت موردنظر برابر است با:

$$m+n+k=2+1-5=-2$$

۲ ۱۹

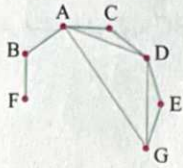
$$\frac{ax-2b}{bx-2} \leq b \Rightarrow \frac{ax-2b}{bx-2} - b \leq 0 \Rightarrow \frac{ax-2b-b^2x+2b}{bx-2} \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{(a-b^2)x}{bx-2} \leq 0$$

۲۶ تعداد قطرها از سه رأس دو به دو غیر مجاور برابر است با:

$$\overbrace{(n-3)}^A + \overbrace{(n-3)}^D + \overbrace{(n-3)}^G - 1 + (n-3) - 2 = 21 \Rightarrow n = 11$$

$$\text{تعداد قطره‌های ۱۱ ضلعی} = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{11 \times 8}{2} = 44$$



دوستنامه

در یک n ضلعی تعداد اقطار همواره برابر $\frac{n(n-3)}{2}$ است.

۲۷

$$\frac{(n+1)(n-2)}{2} - \frac{n(n-2)}{2} = \frac{(n^2 - n - 2) - (n^2 - 2n)}{2}$$

$$= \frac{2n - 2}{2} = n - 1 = 17 \Rightarrow n = 18$$

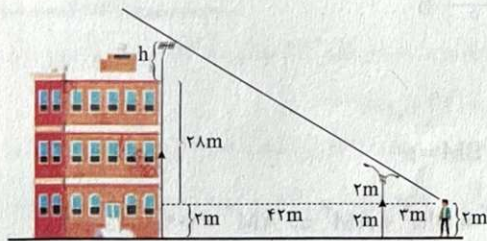
هر زاویه خارجی n ضلعی منتظم برابر $\frac{360^\circ}{n}$ است. پس داریم:

$$\frac{360^\circ}{18} = 20^\circ$$

دوستنامه

تعداد اقطار یک n ضلعی منتظم برابر $\frac{n(n-3)}{2}$ است و اگر یک رأس به رئوس n ضلعی اضافه شود، به تعداد $n-1$ قطر به اقطار اضافه می‌شود.

۲۸

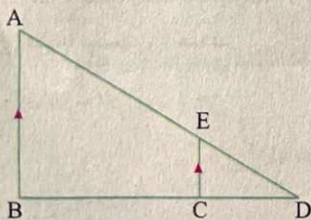


$$\frac{3}{42+3} = \frac{2}{28+h} \Rightarrow 30 = 28+h \Rightarrow h = 2$$

دوستنامه

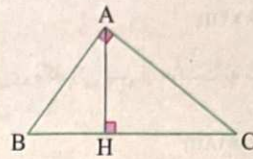
قضیه تالس: اگر $CE \parallel AB$ باشد، در این صورت داریم:

$$AB \parallel CE \Rightarrow \frac{CD}{BD} = \frac{CE}{AB} = \frac{DE}{AD} \text{ (جز به کل)}$$



دوستنامه

در هر مثلث قائم‌الزاویه، اگر ارتفاع وارد بر وتر را رسم کنیم، سه مثلث متشابه ساخته می‌شود، که در آن‌ها روابط زیر برقرار است.



$$AB^2 = BC \times BH$$

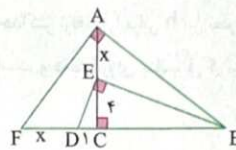
$$AC^2 = BC \times CH$$

$$AH^2 = BH \times CH$$

$$AH \times BC = AB \times AC = 2S_{\triangle ABC}$$

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \text{ (پیتاغورس)}$$

۲۹



$$\triangle EDB: EC^2 = CD \times BC \Rightarrow BC = 16$$

$$\triangle AFB: AC^2 = FC \times BC \Rightarrow (x+4)^2 = (x+1)(16)$$

$$\Rightarrow x^2 + 8x + 16 = 16x + 16 \Rightarrow x^2 - 8x = 0$$

$$\Rightarrow x(x-8) = 0 \Rightarrow x = 8$$

$$\triangle ACF: AF^2 = FC^2 + AC^2 \Rightarrow AF^2 = 9^2 + 12^2 = 225 \Rightarrow AF = 15$$

$$\triangle ABD: AB^2 + AD^2 = BD^2 \Rightarrow BD = 5$$

از طرفی در مثلث ABD داریم:

$$S = \frac{AD \times AB}{2} = \frac{AH \times BD}{2} \Rightarrow \frac{3 \times 4}{2} = \frac{AH \times 5}{2} \Rightarrow AH = \frac{12}{5} = 2.4$$

۳۰ اگر مساحت پنج‌ضلعی کوچک‌تر را S و مساحت پنج‌ضلعی بزرگ‌تر را S' فرض کنیم، دو حالت به وجود می‌آید.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{S}{S'} = \frac{9}{25} \xrightarrow{\text{جذر}} \text{نسبت اضلاع} = \frac{3}{5} \\ \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \xrightarrow{\text{ضلع پنج‌ضلعی بزرگ‌تر}} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{S}{S'} = \frac{9}{25} \xrightarrow{\text{جذر}} \text{نسبت اضلاع} = \frac{3}{5} \\ \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \xrightarrow{\text{ضلع پنج‌ضلعی کوچک‌تر}} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{S}{S'} = \frac{9}{25} \xrightarrow{\text{جذر}} \text{نسبت اضلاع} = \frac{3}{5} \\ \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \xrightarrow{\text{ضلع پنج‌ضلعی کوچک‌تر}} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \xrightarrow{\text{ضلع پنج‌ضلعی کوچک‌تر}} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

پس محیط پنج‌ضلعی‌های قابل قبول برابر $5(\frac{6}{5})$ یا $5(\frac{10}{3})$ می‌باشد.

$$\text{اختلاف} = \frac{50}{3} - 6 = \frac{32}{3}$$

دوستنامه

اگر نسبت تشابه اضلاع به دو چندضلعی برابر k باشد، نسبت تشابه مساحت آن‌ها برابر k^2 می‌باشد.

فیزیک

انرژی مکانیکی اولیه گلوله را محاسبه می‌کنیم:

$$E_1 = \dot{K}_1 + K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times m \times 144 = 72m$$

انرژی مکانیکی پس از بازگشت به سطح زمین را محاسبه می‌کنیم:

$$E_2 = \dot{K}_2 + K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2} \times m \times 36 = 18m$$

$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow 18m - 72m = -54m = W_f$$

W_f برابر است با کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت و برگشت و چون در سؤال گفته شده که نیروی مقاومت هوا ثابت است و مسیر رفت و برگشت یکسان و برابر است پس کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت و برگشت برابر است؛ پس هر کدام را محاسبه می‌کنیم:

کار نیروی اتلافی (مقاومت هوا) در مسیر رفت یا برگشت $\frac{W_f}{2} = -27m$ حداکثر ارتفاع را برابر h در نظر می‌گیریم، در آن نقطه انرژی جنبشی صفر است و فقط انرژی پتانسیل گرانشی داریم:

$$E_2 = U_2 + \dot{K}_2 \Rightarrow E_2 - E_1 = W_{f, \text{رفت}}$$

$$\Rightarrow E_2 - 72m = -27m \Rightarrow E_2 = 45m$$

$$E_2 = U_2 = 45m \Rightarrow mgh = 45m$$

$$\Rightarrow m \times 10 \times h = 45m \Rightarrow h = 4.5m$$

دورسنامه

انرژی مکانیکی (E)

به مجموع انرژی پتانسیل و جنبشی، انرژی مکانیکی گفته می‌شود.

$$E = U + K$$

قانون پایستگی انرژی مکانیکی

در حالتی که نیروی اتلاف‌کننده انرژی (اصطکاک یا مقاومت هوا) وجود نداشته باشد، انرژی مکانیکی ثابت می‌ماند.

$$f = 0 \Rightarrow E_2 = E_1$$

$$U_2 + K_2 = U_1 + K_1$$

توجه کنید که در حالتی که نیروی اتلاف‌کننده انرژی وجود دارد، این رابطه به این شکل در می‌آید.

$$f \neq 0 \Rightarrow E_2 - E_1 = W_f$$

نکته: در صورت حضور نیروهای تلف‌کننده انرژی مانند اصطکاک و مقاومت هوا، رابطه بین ΔU و ΔK برابر است با:

$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) = W_f$$

$$\Rightarrow (U_2 - U_1) + (K_2 - K_1) = W_f$$

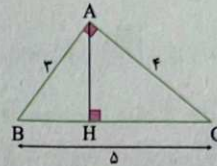
$$\Rightarrow \Delta U + \Delta K = W_f$$

با توجه به آن که AM میانه مثلث ABC است و هم اندازه BM

و MC است، پس طول میانه AM نصف وتر است. پس می‌توان نتیجه گرفت مثلث ABC در رأس A قائمه می‌باشد.

$$\Delta ABC: BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow AC = 4$$

در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:



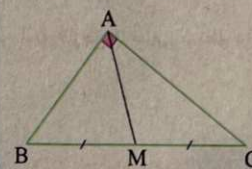
$$AB \times AC = AH \times BC \Rightarrow 3 \times 4 = AH \times 5 \Rightarrow AH = \frac{12}{5} = 2.4$$

دورسنامه

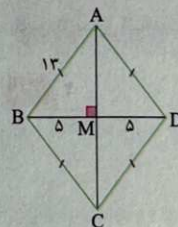
در هر مثلث قائم‌الزاویه میانه وارد بر وتر نصف وتر است و بالعکس:

$$\hat{A} = 90^\circ \Rightarrow AM = MB = MC$$

$$AM = MB = MC \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$



۳ ۳۰



$$BD = 10 \Rightarrow BM = 5$$

$$\Delta ABM: AB^2 = BM^2 + AM^2 \Rightarrow AM^2 = 169 - 25 = 144 \Rightarrow AM = 12 \Rightarrow AC = 24$$

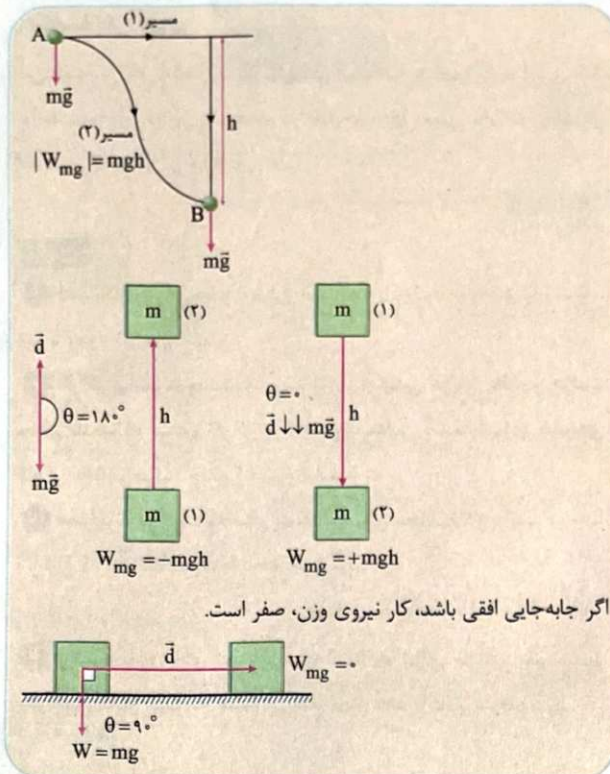
دورسنامه

لوزی چهارضلعی است که:

(الف) تمامی اضلاع باهم برابرند.

(ب) قطرهای عمود منصف یکدیگرند.

(ج) قطرهای نیمساز زوایا هستند.



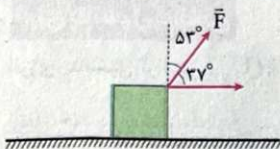
اگر جابه‌جایی افقی باشد، کار نیروی وزن، صفر است.

حالت اول: کار انجام شده در حالت اول برابر است با:

$$W_1 = Fd \cos \theta = \Delta K_1 = F \cdot d_1 \cdot \cos 0^\circ$$

$$= \frac{1}{2} m \left(\left(\frac{5}{3} v \right)^2 - (0)^2 \right) = \frac{5}{6} F d_1 = \frac{9}{8} m v^2$$

حالت دوم: زاویه نیروی $\vec{F}$ با راستای قائم، 16° افزایش می‌یابد.



در ابتدا زاویه نیرو با راستای قائم 37° بود و به 53° می‌رسد. پس زاویه با راستای افق به 37° می‌رسد.

کار کل انجام شده در حالت (۲) برابر است با تغییر انرژی جنبشی متحرک:

$$W_2 = \Delta K_2 = F \cdot d_2 \cdot \cos 37^\circ \Rightarrow \frac{5}{8} F d_2 = \frac{1}{2} m \left((4v)^2 - \left(\frac{5}{3} v \right)^2 \right)$$

$$\Rightarrow \frac{5}{8} F d_2 = \frac{55}{8} m v^2 \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \frac{\frac{5}{8} F d_2}{\frac{5}{6} F d_1} = \frac{\frac{55}{8} m v^2}{\frac{9}{8} m v^2} \Rightarrow \frac{4 d_2}{3 d_1} = \frac{55}{9}$$

$$\Rightarrow 12 d_2 = 55 d_1 \Rightarrow d_2 = \frac{55}{12} d_1$$

دورسنامه

به طور کلی، کار برابند نیروهای وارد بر یک جسم از دو روش قابل محاسبه است:

۱. جمع جبری کار حاصل از تک‌تک نیروهای وارد بر جسم:

$$W_{\text{کل}} = W_1 + W_2 + \dots + W_n$$

۲. تعیین نیروی برابند و مقدار کار آن:

$$W_{\text{کل}} = F_T \cdot d \cdot \cos \theta$$

۳۲ ۲ تندی قایق (۲) هنگام عبور از خط پایان، $1/5v$ و تندی قایق (۱)

هنگام عبور از خط پایان برابر v است. کار کل انجام شده روی قایق (۱) برابر است با:

$$W_{t_1} = K_2 - K_1 = \Delta K_1 = F_1 d$$

$$F_1 d = \frac{1}{2} \times m \times \left(\left(\frac{v}{5} \right)^2 - (0)^2 \right) = \frac{1}{2} \times m \times v^2 = F_1 d = W_{t_1}$$

کار کل انجام شده روی قایق (۲) برابر است با:

$$W_{t_2} = K_2' - K_1' = \Delta K_2 = F_2 d$$

$$F_2 d = K_2' - K_1' = \frac{1}{2} \times 2m \times \left(\left(\frac{1}{5}v \right)^2 - (0)^2 \right) = W_{t_2}$$

نسبت کار کل قایق (۲) به کار کل قایق (۱) برابر است با:

$$\frac{W_{t_2}}{W_{t_1}} = \frac{F_2 d}{F_1 d} = \frac{\frac{1}{2} \times 2m \times \frac{1}{25} v^2}{\frac{1}{2} \times m \times v^2} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{5}$$

۳۳ ۳ کار انجام شده توسط شخص روی جسم دو مرحله دارد:

۱- مرحله اول کار برابر است با منهای کار نیروی وزن:

$$W_1 = mgh = 2 \times 10 \times 2 = 40 \text{ J}$$

۲- مرحله دوم کار برابر است با تغییرات انرژی جنبشی جسم:

$$W_2 = \Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times (144 - 0) = 144 \text{ J}$$

$$144 + 40 = 184 \text{ J}$$

کار کل برابر است با:

$$184 \text{ J} \times \frac{1 \text{ kJ}}{1000 \text{ J}} = 0.184 \text{ kJ}$$

۳۴ ۲ کار نیروی وزن روی جسم مثبت و برابر است با:

$$W_{mg} = mgh = 45 \times 10 \times 40 = +18000 \text{ J} = 18 \text{ kJ}$$

کار کل برابر است با تغییرات انرژی جنبشی:

$$W_t = W_{mg} + W_{F_D} = \Delta K \Rightarrow K_2 - K_1 = W_{mg} + W_{F_D}$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} m \left((v_2)^2 - (v_1)^2 \right) = \frac{1}{2} \times 45 \times \left((16)^2 - (12)^2 \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times 45 \times 112 = 2520 \text{ J} = W_t$$

$$2520 = W_{mg} + W_{F_D} \Rightarrow 18000 + W_{F_D} = 2520$$

$$\Rightarrow W_{F_D} = -15480 \text{ J} = -15.48 \text{ kJ}$$

دورسنامه

کار نیروی وزن

کار نیروی وزن، به مسیر حرکت بستگی ندارد (این قبیل نیروها را نیروهای پایستار می‌نامند). کار نیروی وزن، تنها به جابه‌جایی در راستای قائم وابسته است. هنگامی که جابه‌جایی به سمت بالا انجام شود، کار نیروی وزن منفی است و هنگامی که جابه‌جایی به سمت پایین انجام شود، کار نیروی وزن مثبت است.

۳/۳۷ چون مقاومت هوا و اصطکاک ناچیز است، پایداری انرژی

مکانیکی برقرار است:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}m(v_1)^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}m(v_2)^2 + mgh_2$$

تندی اولیه را به $\frac{m}{s}$ تبدیل می‌کنیم:

$$36 \frac{km}{h} \div 3.6 = 10 \frac{m}{s}$$

چون جرم ثابت است، می‌توان m را از طرفین معادله حذف کرده و مقادیر داده شده را جای‌گذاری کنیم:

$$\frac{1}{2} \times (10)^2 + 10 \times 4 = \frac{1}{2} \times (6)^2 + 10 \times h_2 \Rightarrow h_2 = 7.4m$$

۳/۳۸ چون مقاومت هوا و اصطکاک ناچیز است، پایداری انرژی

مکانیکی برقرار است. برای محرک A می‌توان نوشت:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}m(v_1)^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}m(v_2)^2 + mgh_2$$

$$\frac{v_1=0}{h_1=0} \rightarrow mgh = \frac{1}{2}m(v_2)^2 \xrightarrow{m \text{ ها را حذف می‌کنیم}} 2gh = (v_2)^2$$

$$\xrightarrow{\text{از هر دو طرف جذر می‌گیریم}} v_2 = \sqrt{2gh}$$

نتیجه می‌گیریم تندی به جرم جسم ارتباطی ندارد و فقط به ارتفاع وابسته است، چون ارتفاع هر سه برابر است، بنابراین تندی هر سه برابر خواهند بود.

$$\Rightarrow v_A = v_B = v_C$$

۴/۳۹ چون مقاومت هوا و اصطکاک ناچیز است، پایداری انرژی

مکانیکی برقرار است:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{1}{2}m(v_1)^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}m(v_2)^2 + mgh_2$$

شعاع دایره برابر $1m$ است سپس h_1 و h_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$h_1 = 1 - 0.6 = 0.4m$$

$$h_2 = 1 - 0.5 = 0.5m$$

مقادیر را در تساوی جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{1}{2} \times 1 \times (4)^2 + 1 \times 10 \times 0.4 = \frac{1}{2} \times 1 \times (v_2)^2 + 1 \times 10 \times 0.5$$

تساوی را ساده می‌کنیم:

$$8 + 4 = \frac{(v_2)^2}{2} + 5 \Rightarrow 7 = \frac{(v_2)^2}{2} \Rightarrow (v_2)^2 = 14 \Rightarrow v_2 = \sqrt{14} \frac{m}{s}$$

۴/۴۰ چون نیروی اتلافی داریم:

$$E_1 - E_2 = W_f$$

ارتفاع سطح شیب‌دار $4m$ و طول آن برابر $8m$ متر است. زیرا $4m$ مقابل به زاویه 30° قرار دارد.

$$8m \times \sin 30^\circ = 4 \Rightarrow 8 \times \frac{1}{2} = 4 \Rightarrow 4 = 4$$

قضیه کار و انرژی

این قضیه در حل مسائل بسیار کاربردی است. بنا به قضیه کار و انرژی، کار برآیند نیروهای وارد بر یک جسم در یک جابه‌جایی معین برابر تغییر انرژی جنبشی جسم در آن جابه‌جایی است.

$$W_T = \Delta K$$

نکات:

۱ قضیه کار و انرژی همواره برقرار است. چه با وجود نیروهای ناپایستار، چه با وجود نیروهای متغیر.

۲ اگر کار برآیند نیروها مثبت باشد، انرژی جنبشی افزایش یافته و حرکت جسم تندشونده است و اگر کار برآیند نیروها منفی باشد، انرژی جنبشی کاهش یافته و حرکت جسم کندشونده است.

۳ همان‌گونه در درسنامه قبلی گفته شد، برای محاسبه کار برآیند نیروها می‌توان کار تک‌تک نیروها را با هم جمع کرد.

$$\Delta K = W_T = W_1 + W_2 + \dots + W_n$$

۴ از قضیه کار و انرژی می‌توان نتیجه گرفت که انرژی جنبشی یک جسم برابر مقدار کاری است که جسم می‌تواند انجام دهد تا کاملاً متوقف شود.

۲/۳۶ تغییرات ارتفاع جسم نسبت به ارتفاع اولیه برابر است با:

$$\Delta h = 8 - 1.5 = 6.5m$$

یعنی جسم $6.5m$ نسبت به حالت اولیه بالاتر رفته است.

$$\Delta U = mg\Delta h = 4 \times 10 \times 6.5 = 260J$$

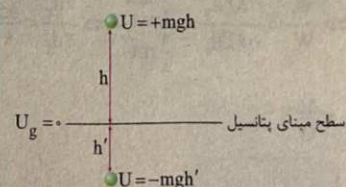
درسنامه

انرژی پتانسیل گرانشی

انرژی پتانسیل گرانشی (U_g): انرژی پتانسیلی است که جسم به سبب ارتفاع خود داراست و مقدار آن برای جسمی به جرم m در ارتفاع h از رابطه مقابل به دست می‌آید.

$$U_g = mgh$$

در این رابطه، h ارتفاع نسبت به مبنای پتانسیل گرانشی ($U_g = 0$) است. واضح است که اگر جسم بالای سطح مبنا باشد، $U_g > 0$ و اگر پایین‌تر از آن قرار گیرد، $U_g < 0$ است.



معمولاً در حل مسائل، برای سادگی، سطح زمین یا پایین‌ترین سطح موجود در مسئله را به عنوان مبنای پتانسیل انتخاب می‌کنیم.

نکته: تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی، وابسته به انتخاب محل مبنای پتانسیل نیست و برای محاسبه آن داریم:

$$\Delta U_g = mg\Delta h$$

دورسنامه

توان

هنگامی که کار W در بازه زمانی Δt انجام می شود، کار انجام شده در واحد زمان یا توان متوسط به صورت زیر تعریف می شود.

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$$

یکای SI توان، وات (W) است. یک وات برابر است با:

$$1(W) = 1\left(\frac{J}{s}\right)$$

در هر مرحله از انتقال انرژی، مقداری از انرژی تلف می شود.

مقدار انرژی تولیدی در نیروگاه برابر است با:

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow W = P \cdot t$$

$$25 \frac{MJ}{h} \times 24h = 600 MJ$$

مرحله ۱: ۶۵٪ انرژی تلف می شود، مقدار انرژی مفید:

$$\frac{35}{100} \times 600 MJ$$

مرحله ۲: ۱۰٪ انرژی تلف می شود، مقدار انرژی مفید پس از این مرحله:

$$\frac{90}{100} \times \frac{35}{100} \times 600 MJ = 189 MJ = 189 \times 10^6 J$$

محاسبه می کنیم هر لامپ $105 W$ چند ژول انرژی در یک ساعت مصرف می کند:

$$W_L = P_L t \Rightarrow W_L = 105 W \times 60 \text{ min} \times \frac{60s}{1 \text{ min}} = 378 \times 10^3 J$$

تعداد لامپ ها را محاسبه می کنیم:

$$\frac{W_{\text{مفید نیروگاه}}}{W_L} = \frac{189 \times 10^6}{378 \times 10^3} = 500 \text{ لامپ}$$

دورسنامه

بازده یا راندمان عبارت است از نسبت کار (انرژی) یا توان مفید به کل کار (انرژی) یا توان ورودی به یک سیستم.

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \quad \text{یا} \quad Ra = \frac{W_{\text{مفید}}}{W_{\text{کل}}} \times 100$$

۳ ۴۴

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \xrightarrow{U_2=0} K_1 + U_1 = K_2$$

$$v_1 = 20 \frac{m}{s}, h_1 = 700m$$

$$K_2 = U_1 + K_1 \Rightarrow K_2 = (mgh_1 + \frac{1}{2}m(v_1)^2) = \frac{1}{2}m(v_2)^2$$

ما را می توان از هر دو طرف تساوی حذف کرد:

$$2gh_1 + (v_1)^2 = (v_2)^2 \Rightarrow 2 \times 10 \times 700 + (20)^2 = 14400 = (v_2)^2$$

$$\Rightarrow v_2 = 120 \frac{m}{s}$$

برای نقطه B می نویسیم:

$$E_B - E_1 = W_f \Rightarrow E_B - E_1 = Fd \cos \theta = 2 \times 4 \times -1 = -8J$$

$$\frac{1}{2}m(v_B)^2 + mgh_B - \frac{1}{2}m(v_1)^2 + mgh_1 = -8$$

$$\xrightarrow{\text{جای گذاری}} \frac{1}{2} \times 2 \times (v_B)^2 + 2 \times 2 \times 10 - (\frac{1}{2} \times 2 \times 4 + 2 \times 4 \times 10) = -8$$

$$\Rightarrow (v_B)^2 + 40 - (8 + 80) = -8 \Rightarrow (v_B)^2 = 36 \Rightarrow v_B = 6 \frac{m}{s}$$

بررسی نقطه C:

$$E_C - E_1 = W_f \Rightarrow E_C - E_1 = Fd \cos \theta = 2 \times 8 \times -1 = -16J$$

$$\frac{1}{2}m(v_C)^2 + mgh_C - (\frac{1}{2}m(v_1)^2 + mgh_1) = -16$$

$$\xrightarrow{\text{جای گذاری}} \frac{1}{2} \times 2 \times (v_C)^2 + 0 - (\frac{1}{2} \times 2 \times 4 + 80) = -16$$

$$\Rightarrow (v_C)^2 - 84 = -16 \Rightarrow (v_C)^2 = 68 \Rightarrow v_C = \sqrt{68} = 2\sqrt{17} \frac{m}{s}$$

$$\frac{v_B}{v_C} = \frac{6}{2\sqrt{17}} = \frac{3}{\sqrt{17}} = \frac{3\sqrt{17}}{17}$$

۳۱ کار کل انجام شده روی گلوله برابر است با کار نیرویی که از طرف

دیوار به گلوله وارد شده است:

$$W_t = W_{\text{دیوار}} = \Delta K$$

$$v_1 = 90 \frac{km}{h} \div 3.6 = 25 \frac{m}{s}$$

$$W_{\text{دیوار}} = \Delta K = \frac{1}{2}m((v_2)^2 - (v_1)^2)$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times ((0)^2 - (25)^2) = -1250$$

$$d = 5mm \times \frac{1m}{10^3mm} = 5 \times 10^{-3}m$$

$$W = F_{\text{دیوار}} \times d \cos \theta = -F \times 5 \times 10^{-3} = -1250$$

$$\Rightarrow F = 250 \times 10^3 N \xrightarrow{\text{تبدیل به مگانیوتون}} \times \frac{1MN}{10^6N} = 0.25MN$$

۴۲ کار کل انجام شده روی آب برابر است با:

$$W_t = \Delta K = W_{\text{وزن}} + W_{\text{پمپ}} \xrightarrow{\Delta K=0} W_{\text{وزن}} + W_{\text{پمپ}} = 0$$

$$\Rightarrow W_{\text{پمپ}} = -W_{\text{وزن}} = mg\Delta h$$

$$460L \times \frac{1000cm^3}{1L} \times \frac{1g}{1cm^3} \times \frac{1kg}{1000g} = 460kg$$

$$W_{\text{پمپ}} = -W_{\text{وزن}} = 460 \times 10 \times (75)$$

$$P_{\text{متوسط}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{\Delta t} = \frac{460 \times 75 \times 10}{60s} = 5750W$$

چون خلأ داریم، پس مقاومت هوا نداریم: **۳ / ۴۸**

$$E_1 = E_2$$

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow{K=0 \text{ در حداکثر ارتفاع}} U_1 + K_1 = U_2 + 0$$

$$\xrightarrow{K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2} \frac{1}{2}mv_1^2 + U_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + U_2 = E$$

$$U_1 = mgh = 4/5 \times 10 \times m = 4\Delta m \Rightarrow E = 4 \times 4\Delta m = 16\Delta m$$

$$\Rightarrow U_2 = E = 16\Delta m = mgh_2 \Rightarrow h_2 = 16m$$

۱ / ۴۹

$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow E_B - E_A = W_f$$

$$E_B - E_A = 7 \times 4 \times 10 = 28J$$

$$\xrightarrow{E_A = mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2} E_B - \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 4^2 \times \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \times 10 \times (2)^2 \right) = -28$$

$$E_B - 52 = -28 \Rightarrow E_B = 24J$$

چون سطح BC اصطکاک ندارد، جسم وارد مسیر CD می‌شود و تا فاصله x از نقطه C تا نقطه F بالا می‌رود.

$$E_F - E_B = W_f \Rightarrow mgh_F + \frac{1}{2}mv_F^2 - 24 = -2 \times (2x)$$

$$\xrightarrow{\text{در نقطه F انرژی جنبشی صفر است.}} h_F = x \sin 30^\circ = \frac{x}{2}$$

$$\Rightarrow 2 \times 10 \times \frac{x}{2} + 0 - 24 = -2x \Rightarrow 12x = 24 \Rightarrow x = 2m$$

پس جسم روی سطح CD ۲ متر می‌رود و در نقطه F متوقف می‌شود.

۴ / ۵۰

$$W_{A \text{ مولد}} = \frac{1}{2}m((v_2)^2 - (v_1)^2) = \frac{1}{2}m(4v^2 - v^2) = \frac{3}{2}mv^2$$

$$P_{A \text{ مولد}} = \frac{\frac{3}{2}mv^2}{t}$$

$$W_{B \text{ مولد}} = \frac{1}{2}m'((v_2')^2 - (v_1')^2) = \frac{1}{2} \times 2m \times (16v^2 - 4v^2) = 12mv^2$$

$$P_{B \text{ مولد}} = \frac{12mv^2}{t}$$

زمان‌ها طبق گفته سؤال یکسان است.

$$\frac{R_{A \text{ خروجی}}}{R_{A \text{ ورودی}}} = \frac{\frac{P_{\text{خروجی A}}}{P_{\text{ورودی A}}}}{\frac{P_{\text{خروجی B}}}{P_{\text{ورودی B}}}} \xrightarrow{\frac{P_{\text{ورودی A}}}{P_{\text{ورودی B}}} = 1/5} \frac{P_{\text{خروجی A}}}{P_{\text{خروجی B}}} \times \frac{P_{\text{ورودی B}}}{P_{\text{ورودی A}}} = \frac{1}{1/5}$$

$$\xrightarrow{\frac{3}{2}mv^2} \frac{\frac{3}{2}mv^2}{12mv^2} \times \frac{1}{1/5} \Rightarrow \frac{3}{24} \times \frac{1}{1/5} = \frac{1}{12}$$

می‌دانیم: **۳ / ۴۵**

$$E_2 - E_1 = W_f \xrightarrow{W_f = -0.25E_1} E_2 - E_1 = -0.25E_1$$

$$\Rightarrow E_2 = 0.75E_1$$

$$U_2 + K_2 = 0.75(U_1 + K_1)$$

$$\xrightarrow{K_2 = 0} U_2 = 0.75(mgh_1 + \frac{1}{2}m(v_1)^2)$$

$$U_2 = 0.75 \times (1/2 \times 10 \times 4 + \frac{1}{2} \times 10 \times 16) \Rightarrow U_2 = 0.75 \times (50 + 80)$$

$$\Rightarrow U_2 = 97.5J$$

انرژی پتانسیل جسم در نقطه پایان همان پتانسیل کشسانی ذخیره‌شده در فنر است.

دورسنامه

انرژی پتانسیل کشسانی فنر

انرژی پتانسیل کشسانی فنر (U_e): هنگامی که یک فنر را به اندازه x نسبت به طول عادی فنر، کشیده یا فشرده می‌کنیم در آن، انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره می‌شود و مقدار آن از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\Delta U_e = -W_e$$

نکته: برخلاف انرژی پتانسیل گرانشی که می‌تواند مثبت یا منفی باشد، انرژی پتانسیل کشسانی فنر همواره مثبت است.

۳ / ۴۶ انرژی مکانیکی پایسته است:

$$E_1 = E_2$$

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

حداکثر مقدار انرژی جنبشی زمانی است که پتانسیل گرانشی صفر باشد و حداکثر انرژی پتانسیل گرانشی زمانی است که انرژی جنبشی جسم صفر باشد:

$$U_{\max} + K = K_{\max} + 0 \Rightarrow U_{\max} = K_{\max}$$

چون هر دو برابر خواهند بود، نسبت آن‌ها برابر یک می‌شود.

۳ / ۴۷ کار کل انجام‌شده روی خودرو:

$$W_t = W_{\text{موتور}} = \Delta K = K_2 - K_1$$

$$v_1 = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 3/6 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 1200 \times (625 - 25)$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}} = 600 \times 600 = 360000J = 360kJ$$

چون از مصرف هر لیتر بنزین ۴۵ kJ انرژی تولید می‌شود، انرژی حاصل از مصرف ۲۴L بنزین را محاسبه می‌کنیم:

$$W_{\text{کل موتور}} = 45kJ \times 24 = 1080kJ$$

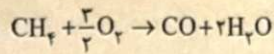
$$R_a = \frac{W_{\text{مفید}}}{W_{\text{کل}}} \times 100 = \frac{360kJ}{1080kJ} \times 100 = 33.3\%$$

درسنامه

گاز کربن مونوکسید

گاز کربن مونوکسید، گازی دواتمی بوده که اغلب از سوختن ناقص هیدروکربن‌ها تولید می‌شود.

مثال: به سوختن ناقص متان توجه کنید:



گاز CO، گازی بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمی است. چگالی آن کم‌تر از چگالی هوا است و قابلیت انتشار بسیار زیادی در محیط دارد؛ به طوری که به سرعت در همه فضای اتاق پخش می‌شود. امروزه در برخی از خانه‌ها، از دستگاهی برای اعلام نشت گاز کربن مونوکسید استفاده می‌شود.

۵۴/۲ عنصرهای A و X به ترتیب Si و Br هستند. ترکیب دوتایی مورد نظر به صورت SiBr_4 بوده و نام آن، سیلیسیم تترابرمید است.

۵۵/۲ فرمول مولکولی ترکیب‌های دی‌نیتروژن تری‌اکسید و گوگرد دی‌اکسید به ترتیب به صورت N_2O_3 و SO_2 است. مجموع شمار الکترون‌های پیوندی و الکترون‌های ناپیوندی در هر مولکول برابر با مجموع شمار الکترون‌های لایه ظرفیت اتم‌های سازنده آن مولکول است. با توجه به این که شمار الکترون‌های ظرفیت اتم‌های O، N و S به ترتیب برابر با ۵، ۶ و ۶ است، خواهیم داشت:

$$\text{N}_2\text{O}_3: \frac{2(5) + 3(6)}{2} = 14$$

$$\text{SO}_2: \frac{1(6) + 2(6)}{2} = 9$$

برای به دست آوردن شمار جفت‌الکترون‌ها، مجموع الکترون‌های لایه ظرفیت اتم‌های سازنده را تقسیم بر ۲ کردیم. به این ترتیب نسبت مورد نظر برابر است با:

$$\frac{14}{9}$$

۵۶/۲ در ۱۰۰ سال گذشته با افزایش مقدار CO_2 در هواکره، میانگین جهانی دما افزایش یافته و در نتیجه میانگین جهانی سطح آب‌های آزاد، افزایش و مساحت برف در نیم‌کره شمالی به دلیل ذوب شدن بخشی از برف‌ها، کاهش یافته است.

با افزایش مقدار CO_2 در هواکره، بخشی از این اکسید اسیدی در آب دریاها حل شده و موجب کاهش pH آب دریاها شده است.

۵۷/۴ یکی از آلاینده‌هایی که بر اثر سوزاندن سوخت‌های فسیلی در خودروها وارد هواکره می‌شود، گاز بسیار سمی CO است که می‌تواند موجب مرگ انسان شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) در هیدروکربن‌های نسوخته با فرمول کلی C_xH_y ، عنصر اکسیژن حضور ندارد.

(۲) کربن دی‌اکسیدی که وارد هواکره شده، در آن جابه‌جا می‌شود و می‌تواند هوای شهرهای دیگر را نیز آلوده کند.

(۳) فرمول گوگرد دی‌اکسید (SO_2) و نیتروژن دی‌اکسید (NO_2) هم کربن دی‌اکسید (CO_2) به صورت کلی XO_2 است.

شیمی

۵۱/۱ گازهای A، X و D به ترتیب همان گازهای نجیب $^{40}_{18}\text{Ar}$ ، $^{20}_{10}\text{Ne}$ و ^4_2He هستند. ترتیب $\text{He} < \text{Ne} < \text{Ar}$ را می‌توان به فراوانی این گازها در هوای پاک و خشک لایه تروپوسفر نسبت داد.

درسنامه

گازهای نجیب در هواکره

در جدول زیر، نام و درصد حجمی گازهای سازنده هوای پاک و خشک آورده شده است.

نام گاز	درصد گاز در هوا
نیتروژن	۷۸/۰۷۹
اکسیژن	۲۰/۹۵۲
آرگون	۰/۹۲۸
کربن دی‌اکسید	۰/۰۳۸۵
نئون	۰/۰۰۱۸
هلیوم	۰/۰۰۰۵
کریپتون	۰/۰۰۰۱
زنون و دیگر گازها	ناچیز

سهم گازهای نجیب در هواکره کم‌تر از ۱٪ است و در بین گازهای نجیب، گاز آرگون [$^{40}_{18}\text{Ar}$] بیشترین فراوانی را دارد.

۵۲/۲ در تغییرهای شیمیایی، از یک یا چند ماده شیمیایی، ماده (مواد) تازه‌ای تولید می‌شود. مورد «ت» مربوط به تبخیر اتانول بوده که یک تغییر فیزیکی است. سایر موارد از نوع تغییر شیمیایی هستند.

۵۳/۳ چگالی گاز CO کم‌تر از هوا و قابلیت انتشار آن در محیط بسیار زیاد است، به طوری که در همه فضای اتاق پخش می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) نوع فراورده‌ها در واکنش سوختن سوخت‌های فسیلی، به مقدار اکسیژن در دسترس بستگی دارد؛ به طوری که اگر اکسیژن کافی باشد، سوختن کامل انجام می‌شود و گاز کربن دی‌اکسید و بخار آب تولید می‌گردد. اما اگر مقدار اکسیژن کم باشد، گاز کربن مونوکسید به همراه دیگر فراورده‌ها تولید خواهد شد؛ در این حالت گفته می‌شود سوختن ناقص است. رنگ زرد شعله گاز شهری، نشان‌دهنده سوختن ناقص بوده و رنگ آبی نشان می‌دهد که اکسیژن کافی در محیط حضور دارد.

(۲) به ساختار لوویس گاز CO توجه کنید:



(۴) از آن جا که میل ترکیبی هموگلوبین خون با این گاز بسیار زیاد و بیش از ۲۰۰ برابر اکسیژن است، مولکول‌های آن پس از اتصال به هموگلوبین از رسیدن اکسیژن به بافت‌های بدن جلوگیری می‌کنند. این ویژگی باعث مسمومیت می‌شود و سامانه عصبی را فلج می‌کند به طوری که قدرت هر گونه اقدامی را از فرد مسموم می‌گیرد و بدین ترتیب باعث مرگ می‌شود.

دوستانه

نکات موازنه کردن اجزای واکنش ها به روش وارسی

- ۱ **شمارش اتم ها:** ابتدا شمارش هر اتم را در دو سمت واکنش انجام می دهید.
(اصلاً شایر بدون موازنه کردن در هر دو سمت واکنش تعدادش برابر باشد)
- ۲ **شروع موازنه از ترکیب پیچیده تر:** معمولاً موازنه از ترکیبی شروع می شود که دارای بیشترین تعداد و نوع اتم است.
- نکته:** می توان موازنه را از عنصری که فقط در یک ترکیب آمده است نیز شروع کرد.
- ۳ **استفاده از کوچک ترین ضرایب:** همواره باید دقت کنید برای موازنه از کوچک ترین اعداد صحیح استفاده کنید.
- ۴ **ضرایب کسری:** اگر ضریب گونه ای در هر مرحله از موازنه کردن، به صورت کسری به دست آمد، بلافاصله تمام ضرایب معلوم را در مخرج کسر ضرب می کنیم تا همه ضرایب ها، عددی صحیح شوند.
- ۵ **تغییر در اندیس ها (زیروندها) ممنوع:** در موازنه، تنها ضریب استوکیومتری اجزای واکنش می تواند تغییر کند. در زیروندها مطلقاً تغییری ایجاد نمی شود.
- ۶ **ضریب ۱ در موازنه نوشته نمی شود.**

۶۱ ۱ با فرض تولید یکسان برق از منابع مورد نظر، مقایسه میان رد پای کربن دی اکسید آن ها به صورت زیر است:

با CO_2 گرمای زمین > انرژی خورشید: رد پای CO_2

۶۲ ۳ بررسی سایر گزینه ها:

- ۱) نماد « Δ » به این معنی است که واکنش دهنده ها بر اثر گرم شدن واکنش می دهند.
- ۲) نماد « 1200°C » به این معنی است که واکنش در دمای 1200°C درجه سلسیوس انجام می شود.
- ۴) برای رسوب نقره کلرید، محلول ید در هگزان و بخار آب به ترتیب از نمادهای (s)، (Sol) و (g) استفاده می شود. دقت کنید که نماد (aq) فقط برای محلول های آبی است؛ یعنی محلول هایی که حلال آن ها، H_2O است.

۶۳ ۴ بررسی سایر گزینه ها:

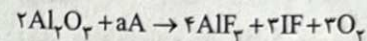
- ۱) سه گازی که بیشترین درصد فراوانی را در لایه تروپوسفر دارند شامل N_2 ، O_2 و Ar هستند. گاز آرگون در زندگی روزانه نقش حیاتی ندارد.
- ۲) حدود ۷۵ درصد از جرم هواکره در نزدیک ترین لایه به زمین (تروپوسفر) قرار دارد.
- ۳) حدود ۷ درصد جرمی از مخلوط گاز طبیعی را هلیوم تشکیل می دهد.
- ۶۴ ۳ • پرتوهای B که طول موج کوتاه تر و انرژی بیشتری دارند، همان پرتوهای خورشیدی هستند که جهت آن ها را از بالا به پایین (از خورشید به سمت زمین) است.
- پرتوهای A که طول موج بلندتر و انرژی کمتری دارند، همان پرتوهای فرورسرخ هستند که جهت آن ها از پایین به بالا (از زمین به سمت هواکره) است.
- مولکول های X همان گازهای گلخانه ای مانند $\text{CO}_2(\text{g})$ و $\text{H}_2\text{O}(\text{g})$ هستند.

۵۸ ۳ مطابق شکل های داده شده، ابتدا گاز Z و سپس گاز Y از مخلوط

جدا می شود. به این ترتیب گازهای Z و Y به ترتیب گازهای N_2 و Ar هستند X نیز همان گاز O_2 است.

۵۹ بررسی گزینه ها:

- ۱) واکنش پذیری گاز نجیب Ar (یا همان Y) کم تر از دو گاز دیگر است.
 - ۲) از گاز N_2 (یا همان Z) برای پر کردن تایر خودروها استفاده می شود.
 - ۳) ترتیب $\text{Ar} < \text{O}_2 < \text{N}_2$ را می توان به درصد حجمی این گازها در هوای پاک و خشک لایه تروپوسفر نسبت داد.
 - ۴) جانداران ذره بینی، گاز N_2 را برای مصرف گیاهان در خاک تثبیت می کنند.
- ۵۹ ۲ مطابق داده های سؤال معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



در این واکنش، اتم های Al و O موازنه هستند. اگر فرمول A را به صورت I_xF_y در نظر بگیریم، می توان نوشت:

$$\text{I اتم های I: } ax = 3 \Rightarrow ax = 3$$

$$\text{F اتم های F: } axy = (4 \times 3) + (3 \times 1) \Rightarrow ay = 15$$

با توجه به این که a یک عدد صحیح است، a می تواند برابر با ۳ و فرمول A به صورت IF_5 باشد:

ید پنتافلوئورید: IF_5

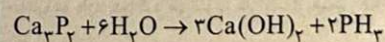
دوستانه

قانون پایستگی جرم

طبق تعریف قانون پایستگی جرم، شمار اتم های هر عنصر در یک واکنش شیمیایی ثابت است. این قانون نشان می دهد که مجموع جرم واکنش دهنده ها با مجموع جرم فرآورده ها برابر است و در واکنش های شیمیایی، عنصر جدیدی به وجود نمی آید و همچنین اتم عنصری هم از بین نمی رود. بلکه پس از انجام واکنش، نحوه اتصال ذره ها با یکدیگر متفاوت خواهد بود.

نکته: برابر بودن مجموع جرم واکنش دهنده ها با مجموع جرم فرآورده ها به معنی برابر بودن مجموع ضرایب های واکنش دهنده ها و فرآورده ها که برای موازنه کردن در معادله واکنش قرار می دهیم، نیست.

مثال:



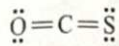
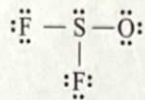
در واکنش داده شده که مربوط به واکنش کلسیم فسفید با آب است، پس از موازنه در هر دو سمت معادله واکنش، ۳ اتم کلسیم، ۲ اتم فسفر، ۱۲ اتم هیدروژن و ۶ اتم اکسیژن داریم ولی مجموع ضریب واکنش دهنده ها برابر با ۷ و مجموع ضریب فرآورده ها برابر با ۵ است.

۶۰ ۴ معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:

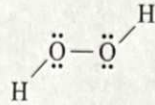
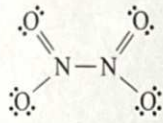


همان طور که می بینید ضریب ۵ ماده با هم برابر است.

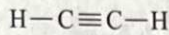
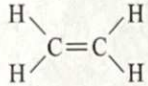
(۲) در SOF_2 برخلاف SCO تمامی پیوندها یگانه است.



(۳) در H_2O_2 برخلاف N_2O_4 تمامی پیوندها یگانه است:



(۴) در هر دو مولکول C_2H_4 و C_2H_2 پیوندهای چندگانه وجود دارد:



شکل زیر نمایی از گرمای جذب و بازتاب شده به وسیله زمین را نشان می‌دهد.



(۲) لایه هواگره برای زمین همانند لایه پلاستیکی برای گلخانه است و سبب گرم شدن کره زمین می‌شود. به طوری که اگر این لایه وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین به -18°C کاهش می‌یافت.

(۲) با عبور نور مرئی از شیشه و ورود آن به محیط گلخانه، تابش فروسرخ به دام می‌افتد و موجب گرم شدن دمای گلخانه می‌شود.

بررسی عبارت‌ها:

(ا) نام دیگر سیلیس (SiO_2)، سیلیسیم دی‌اکسید است.

(ب) علاوه بر طلا، فلزی مانند پلاتین نیز به حالت آزاد در طبیعت یافت می‌شود.

(پ) در مدل فضاپرکن مولکول CO ، اندازه اتم C بزرگ‌تر از اتم O است.

(ت) هر مول MgBr_2 شامل ۳ مول یون است. بنابراین سولفید فلز مس همان Cu_2S (مس (I) سولفید) است. بار الکتریکی Cu^+ برابر با بار

الکتریکی یون کلسیم (Ca^{2+}) نیست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) هر تغییر شیمیایی می‌تواند شامل یک یا چند واکنش شیمیایی باشد که هر یک از آن‌ها را با یک معادله نشان می‌دهند.

(۲) در معادله نوشتاری، فقط نام اجزای واکنش قید می‌شود.

(۳) یکی از ویژگی‌های مهم واکنش‌های شیمیایی (نه هسته‌ای!!) این است که همه آن‌ها از قانون پایستگی جرم پیروی می‌کنند.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) تمامی پیوندها در مولکول‌های N_2H_4 و CHCl_3 ، یگانه است:

