

آزمون شماره (۱۵)

جمعه

۱۴۰۴/۱۱/۱۷

دفترچه
شماره ۱آزمون‌های سراسر
گاج

گزینه درسد را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴

یازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۸۰	مدت پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال		مدت پاسخگویی
		از	شماره سؤال تا	
۱	حسابان ۱	۱۰	۱	۴۵ دقیقه
	آمار و احتمال	۱۰	۱۱	
	هندسه ۲	۱۰	۲۱	
۲	فیزیک	۲۵	۳۱	۳۰ دقیقه
۳	شیمی	۲۵	۵۶	۲۵ دقیقه



۱- اگر $f(x) = \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ و $-1 < x < 1$ باشد، آن گاه حاصل عبارت $f\left(\frac{3x+x^3}{1+3x^2}\right) - f\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ برابر کدام است؟

- (۱) $f^2(x)$ (۲) $f^2(x)$ (۳) $-f(x)$ (۴) $f(x)$

۲- دامنه تابع $f(x) = \log|\log x|$ کدام است؟

- (۱) $(0, +\infty)$ (۲) $(1, +\infty)$ (۳) $(0, 1) \cup (1, +\infty)$ (۴) $(-\infty, 1)$

۳- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{4x^2 + 8\left(\frac{x}{2}\right)(x-2) - 5x - 2^{x-1}}$ کدام است؟

- (۱) $x \geq 2$ (۲) $x \geq 3$ (۳) $x \geq 4$ (۴) $x \geq 5$

۴- اگر $f(x) = \frac{x}{x+1}$ ، $g(x) = x^2$ و $h(x) = x+3$ باشد، آن گاه مقدار $(fogoh)(-1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1024}{1025}$ (۲) $\frac{128}{129}$ (۳) $\frac{64}{65}$ (۴) $\frac{32}{33}$

۵- اگر $f(x) = \frac{ax+2}{x+4}$ و $f(x) = f^{-1}(x)$ باشد، آن گاه مقدار a کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) -۴ (۴) ۲

۶- اگر $g(x) = x^2 + x - 2$ و $\frac{1}{p}(gof)(x) = 2x^2 - 5x + 2$ باشد، آن گاه تابع $f(x)$ کدام می تواند باشد؟

- (۱) $2x - 3$ (۲) $2x + 3$ (۳) $2x^2 + 3x + 1$ (۴) $2x^2 - 3x - 1$

۷- اگر $f(x) = \frac{x}{x-1}$ باشد، آن گاه عبارت $(fofo...of)(x)$ برابر کدام است؟
۱۹ مرتبه

- (۱) $\frac{x}{x-1}$ (۲) $\left(\frac{x}{x-1}\right)^{19}$ (۳) $\frac{19x}{x-1}$ (۴) x

۸- اگر $a^2 + 4b^2 = 12ab$ باشد، آن گاه $\log(a+2b)$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{p}(\log a + \log b - \log 2)$ (۲) $\log \frac{a}{p} + \log \frac{b}{p} + \log 2$
(۳) $\frac{1}{p}(\log a + \log b + 4 \log 2)$ (۴) $\frac{1}{p}(\log a - \log b - 4 \log 2)$

۹- اگر $x + \log_{10}(1+2^x) = x \log_{10} 5 + \log_{10} 6$ ، آن گاه x کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۱۰- اگر $a > 1$ عددی حقیقی و $f(x) = \log_a x^2$ ($x > 0$) و f^{-1} وارون تابع f باشد و c و b عدد حقیقی باشند، آن گاه $f^{-1}(b+c)$ برابر کدام است؟

- (۱) $f^{-1}(b) \cdot f^{-1}(c)$ (۲) $f^{-1}(b) + f^{-1}(c)$ (۳) $\frac{1}{f(b+c)}$ (۴) $\frac{1}{f^{-1}(b) + f^{-1}(c)}$

آمار و احتمال

۱۱- در یک قرعه کشی اعداد ۱ تا ۹۹ روی کارت ها نوشته شده است و هر کارت به یک نفر اختصاص داده شده است. اگر بدانیم عدد کارت برنده بر

۲ یا ۵ بخش پذیر است، چقدر احتمال دارد این عدد بر ۲ و ۵ بخش پذیر باشد؟

- (۱) $\frac{3}{20}$ (۲) $\frac{9}{59}$ (۳) $\frac{1}{10}$ (۴) $\frac{5}{28}$

۱۲- موشکی را برای زدن منطقه ای با دو هدف متفاوت A و B پرتاب می کنیم. اگر احتمال زدن هدف A برابر $\frac{5}{6}$ و احتمال زدن هدف B

برابر $\frac{3}{4}$ باشد و بدانیم هدف B زده نشده است، احتمال زدن هدف A چقدر است؟

- (۱) $\frac{6}{7}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{4}{7}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۱۳- یک تاس ناسالم به گونه‌ای است که احتمال ظاهر شدن عدد زوج به عدد فرد به نسبت ۲ به ۳ است. احتمال این که در پرتاب تاس عدد اول ظاهر شود، چقدر است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{7}{15}$ (۴) $\frac{8}{15}$

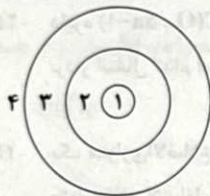
۱۴- از بین اعداد ۱ تا ۳۰۰، احتمال این که عددی انتخاب شود و بر ۴ یا ۶ بخش پذیر باشد ولی بر ۱۲ بخش پذیر نباشد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{5}{12}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{7}{25}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۱۵- در ظرفی ۸ مهره قرار دارد که ۵ تای آن قرمز است، دو مهره به تصادف و به توالی و بدون جایگذاری انتخاب می‌کنیم. احتمال این که اولی قرمز و دومی غیرقرمز باشد، برابر $\frac{5}{18}$ است. اختلاف مقادیر ممکن برای ۸ چند است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۶- در یک مسابقه تیراندازی، هدف سه دایره هم‌مرکز با شعاع‌های ۱، ۲ و ۳ است و چهار ناحیه مجزا مانند شکل ایجاد می‌شود. اگر احتمال برخورد تیر به ناحیه ۴ (خارج دایره بزرگ‌تر) توسط علی برابر $\frac{2}{5}$ باشد و احتمال برخورد با نواحی دیگر متناسب با مساحت آن ناحیه باشد،



چقدر احتمال دارد علی به ناحیه ۱ تیر بزند؟

- (۱) $\frac{1}{14}$

- (۲) $\frac{1}{15}$

- (۳) $\frac{2}{35}$

- (۴) $\frac{3}{70}$

۱۷- سه تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم هر سه تاس رول شده عدد فرد باشند، احتمال این که حداقل دو تای آن‌ها برابر باشند، چقدر است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{22}{27}$ (۳) $\frac{7}{9}$ (۴) $\frac{19}{27}$

۱۸- در کیسه‌ای ۵ مهره قرمز، ۴ مهره آبی و ۳ مهره سبز داریم. سه مهره به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. احتمال این که هر سه مهره هم‌رنگ باشند، چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{11}$ (۲) $\frac{5}{33}$ (۳) $\frac{11}{132}$ (۴) $\frac{3}{44}$

۱۹- اعداد ۱، ۲، ۳، ...، ۹ را روی کارت‌هایی می‌نویسیم. سه کارت را به تصادف و به‌طور همزمان انتخاب می‌کنیم. احتمال این که مجموع سه کارت انتخاب شده عدد ۲۰ شود، چقدر است؟

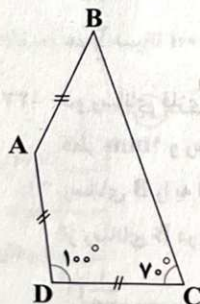
- (۱) $\frac{1}{126}$ (۲) $\frac{1}{42}$ (۳) $\frac{1}{21}$ (۴) $\frac{1}{14}$

۲۰- اگر A و B دو پیشامد باشند و $P(A \cap B) = \frac{5}{100}$ ، $P(A \cap B') = \frac{45}{100}$ ، $P(A' \cap B) = \frac{1}{10}$ ، آن‌گاه $P(A' | B) + P(B' | A)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{17}{10}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{47}{30}$ (۴) $\frac{26}{15}$

هندسه (۲)

۲۱- چهارضلعی ABCD تحت یک تبدیل طولی به چهارضلعی A'B'C'D' تبدیل می‌شود. اندازه زاویه A' در چهارضلعی A'B'C'D' چند درجه است؟ (AB = AD = DC)



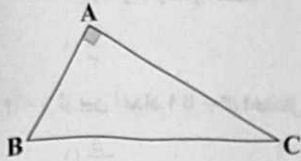
- (۱) ۱۴۰

- (۲) ۱۳۰

- (۳) ۱۲۰

- (۴) ۱۱۰

- ۲۲- مثلث ABC مفروض است. اگر نقطه B' بازتاب نقطه B نسبت به پاره خط AC باشد، B' را به نقطه M وسط BC وصل می‌کنیم تا AC را در N قطع کند. اگر مساحت CMN ۱۰ باشد، مساحت مثلث $BB'M$ کدام است؟



(۱) ۲۰

(۲) ۲۵

(۳) ۳۰

(۴) ۴۰

- ۲۳- دایره $C(O, 13)$ را نسبت به قطر AB از همان دایره بازتاب می‌کنیم. اگر بازتاب نقطه M ، نقطه N باشد و $AM = 4\sqrt{13}$ باشد، طول MN کدام است؟

(۴) ۲۴

(۳) ۲۱

(۲) ۱۸

(۱) ۱۶

- ۲۴- اگر ABC یک مثلث قائم‌الزاویه ($\hat{A} = 90^\circ$) با اضلاع قائمه ۷ و ۲۴ باشد، ارتفاع AH را رسم می‌کنیم. اگر بازتاب نقطه H نسبت به پاره خط AB نقطه M و بازتاب نقطه H نسبت به پاره خط AC نقطه N باشد، طول MN کدام است؟

(۴) ۱۳/۴۴

(۳) ۱۲/۴

(۲) ۹/۶

(۱) ۶/۷۲

- ۲۵- دایره $C(O, 5a-1)$ را با بردار انتقال OO' بر دایره $C'(O', 3a+1)$ تصویر می‌کنیم. اگر اندازه مماس مشترک داخلی آن‌ها ۶ باشد، طول بردار انتقال کدام است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۱۰

(۲) ۹

(۱) ۸

- ۲۶- یک متوازی‌الاضلاع به اضلاع ۴ و ۹ را یک بار نسبت به قطر بزرگ و تصویر آن را نسبت به قطر کوچک بازتاب می‌کنیم. تبدیلی که محیط متوازی‌الاضلاع اول را به محیط آخرین شکل تصویر می‌کند، چند نقطه ثابت روی محیط متوازی‌الاضلاع ایجاد شده دارد؟

(۴) بی‌شمار

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

- ۲۷- مستطیل $ABCD$ مفروض است. اگر $AB = 4$ و $AD = 5$ باشد و مستطیل را با بردار انتقالی به طول ۵ به گونه‌ای تبدیل کنیم که A' تصویر نقطه A روی ضلع BC قرار گیرد، کم‌ترین فاصله A' تا یکی از رئوس مستطیل $ABCD$ کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۲/۵

(۲) ۲/۲

(۱) ۲

- ۲۸- نقطه A را تحت دوران به مرکز O و زاویه 60° دوران می‌دهیم تا نقطه A' به دست آید. اگر $OA = 4$ باشد و نقطه M داخل مثلث OAA' باشد، مجموع فاصله نقطه M از ۳ ضلع مثلث OAA' کدام است؟

(۴) $4\sqrt{3}$ (۳) $4\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۱) $2\sqrt{2}$

- ۲۹- کدام تبدیل طولی است و همواره شیب خط را حفظ می‌کند؟

(۱) بازتاب

(۲) ترکیب دو بازتاب با محورهای موازی

(۴) ترکیب دو بازتاب با محورهای متقاطع

(۳) دوران

- ۳۰- در مثلث ABC ، $\hat{A} = \hat{B} = \frac{\hat{C}}{5}$ است. اگر اندازه کوچک‌ترین میانه مثلث ۶ باشد و مثلث را نسبت به خطی که از مرکز دایره محاطی و

محیطی مثلث می‌گذرد بازتاب کنیم و شکل حاصل را نسبت به نقطه تلاقی میانه‌ها و زاویه B دوران دهیم، مساحت شکل حاصل کدام است؟

(۴) ۲۴

(۳) ۲۱

(۲) ۲۰

(۱) ۱۸

فیزیک



- ۳۱- یک رسانای اهمی استوانه‌ای توپر به طول ۹m و جرم ۱۸۰g به اختلاف پتانسیل ثابت ۱۴/۴V متصل است. اگر مقاومت ویژه

سیم $2.0 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$ و جریان عبوری از سیم ۴kA باشد، چگالی سیم چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟

(۴) $\frac{1}{75}$ (۳) $\frac{2}{15}$ (۲) $\frac{40}{3}$ (۱) $\frac{4}{3}$

- ۳۲- دو رسانای فلزی A و B از یک ماده ساخته شده‌اند، که طول رسانای A ، ۵۰ درصد کمتر از طول رسانای B است. رسانای A ، سیم توپری به قطر ۱mm و رسانای B ، لوله‌ای توخالی به شعاع خارجی ۲mm و شعاع داخلی ۱mm است. رسانای A ، را به اختلاف پتانسیل V و رسانای B را به اختلاف پتانسیل ۲V متصل می‌کنیم. تعداد الکترون‌های عبوری از رسانای A در مدت t چند برابر تعداد الکترون‌های عبوری از رسانای B در مدت ۲t است؟ (دما ثابت است.)

(۴) ۲۴

(۳) $\frac{1}{12}$

(۲) ۱۲

(۱) $\frac{1}{24}$

۳۳- سیمی رسانا به طول L و مساحت A و مقاومت R در اختیار داریم. اگر $\frac{3}{4}R$ سیم را بریده و کنار بگذاریم و سیم باقی مانده را از درون دستگاهی عبور می دهیم تا به طول اولیه برسد، مقاومت آن R' خواهد شد. حال سیم را x بار تا می زنیم، مقاومت سیم برابر کدام گزینه خواهد شد؟

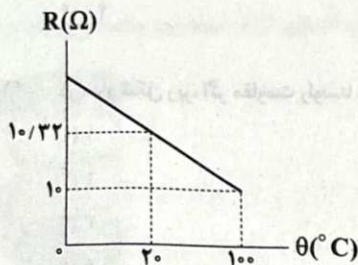
- (۱) $4x^2 R$ (۲) $\frac{4}{x^2} R$ (۳) $\frac{x^2}{4} R$ (۴) $\frac{4R}{x^2}$

۳۴- شکل زیر المنت یک اجاق برقی را نشان می دهد. این المنت شامل سیمی به طول $1m$ و سطح مقطع $3/14 cm^2$ است که داخل ماده عایقی قرار گرفته است که خود، درون یک غلاف فلزی است. مقاومت ویژه سازنده سیم در دمای $320^\circ C$ برابر $6/28 \times 10^{-2} \Omega \cdot cm$ است و ضریب دمایی آن برابر $2 \times 10^{-3} K^{-1}$ است. مقاومت سیم در دمای $420^\circ C$ چند اهم است؟



- (۱) $1/2$ (۲) $2/4$ (۳) $3/6$ (۴) $4/8$

۳۵- نمودار تغییرات مقاومت الکتریکی برحسب دما برای یک ماده مطابق شکل است. ضریب دمایی این ماده تقریباً چند واحد SI است و از چه ماده ای می تواند ساخته شده باشد؟



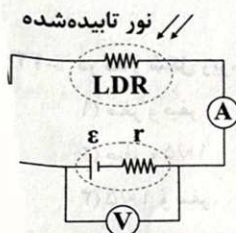
- (۱) $-1/9 \times 10^{-4}$ ، ژرمانیم
(۲) $-1/9 \times 10^{-4}$ ، مس
(۳) $-3/8 \times 10^{-4}$ ، آلومینیم
(۴) $-3/8 \times 10^{-4}$ ، گرافیت

۳۶- چه تعداد از گزاره های زیر صحیح است؟

- (الف) از مقاومت های نوری (LDR) در تجهیزات گوناگون از جمله چشم های الکترونیکی استفاده می شود.
(ب) از ترمیستور به عنوان حسگر دما در مدارهای حساس به دما مانند زنگ خطر آتش استفاده می شود.
(ج) در مدارهای الکترونیکی وسیله ای به نام پتانسیومتر به نوعی همان نقش روستا را ایفا می کند.
(د) LEDها در مقایسه با لامپ های رشته ای عمر طولانی تری دارند و به دلیل نداشتن رشته به هنگام تولید نور، انرژی گرمایی زیادی تولید نمی کنند.

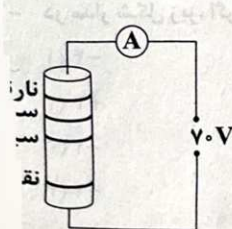
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۷- در مدار شکل زیر از LDR استفاده شده است. اگر عددی که ولت سنسج و آمپرسنج در شب نشان می دهند، V_1 و A_1 و عددی که ولت سنسج و آمپرسنج در روز نشان می دهند، V_2 و A_2 باشد، کدام گزینه صحیح است؟



- (۱) $I_2 > I_1, V_2 > V_1$
(۲) $I_2 < I_1, V_2 > V_1$
(۳) $I_2 > I_1, V_2 < V_1$
(۴) $I_2 < I_1, V_2 < V_1$

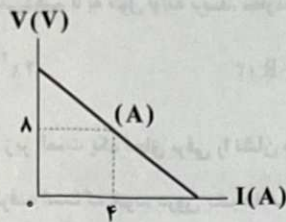
۳۸- در مدار شکل زیر، مقاومت کربنی به اختلاف پتانسیل $70V$ ولت متصل است. با صرف نظر از تفرانس مقاومت، در مدت 100 ثانیه چه تعداد



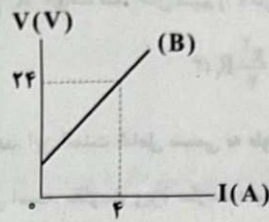
الکترون از آن عبور می کند؟ (نارنجی = ۳، سیاه = صفر و سبز = ۵، $e = 1/6 \times 10^{-19} C$)

- (۱) $2/5 \times 10^{21}$
(۲) $2/5 \times 10^{20}$
(۳) $1/25 \times 10^{21}$
(۴) $1/25 \times 10^{20}$

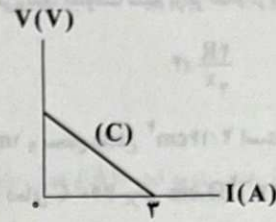
۳۹- نمودار اختلاف پتانسیل بر حسب جریان عبوری از ۳ مولد A، B و C مطابق زیر است. اگر نیروی محرکه هر ۳ مولد ۱۲V باشد، مقایسه کهنه و فرسوده بودن باتری‌ها در کدام گزینه به درستی آمده است؟



$$C < B < A \quad (۴)$$



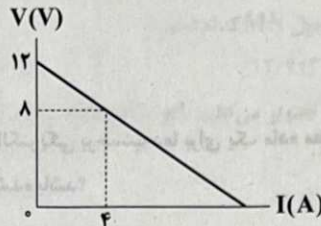
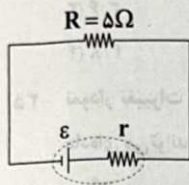
$$C > B > A \quad (۳)$$



$$B > C > A \quad (۲)$$

$$B < C < A \quad (۱)$$

۴۰- نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی بر حسب جریان عبوری از مولد شکل زیر، در کنار آن رسم شده است. در مدت ۵ ثانیه چند کولن بار الکتریکی به طور خالص از مقاومت R عبور می‌کند؟



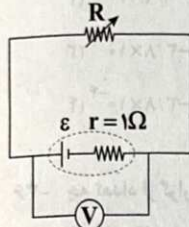
$$۵ \quad (۱)$$

$$۱۰ \quad (۲)$$

$$۱۵ \quad (۳)$$

$$۲۰ \quad (۴)$$

۴۱- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت رنوستا را به اندازه ۱۵Ω کاهش دهیم، عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد ۲۵ درصد کاهش می‌یابد. R چند اهم است؟



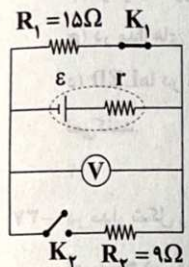
$$۱ \quad (۱)$$

$$۲ \quad (۲)$$

$$۳ \quad (۳)$$

$$۴ \quad (۴)$$

۴۲- در مدار شکل زیر، در ابتدا کلید K_۱ بسته و کلید K_۲ باز است. اگر کلید K_۲ را باز کنیم، عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد ۲۵ درصد کاهش می‌یابد. مقاومت درونی باتری برابر چند اهم است؟



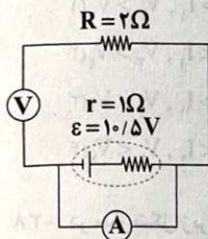
$$۹ \quad (۱)$$

$$۱۲ \quad (۲)$$

$$۱۵ \quad (۳)$$

$$۱۸ \quad (۴)$$

۴۳- در مدار شکل زیر، اعدادی که آمپرسنج و ولت‌سنج نشان می‌دهند به ترتیب چه مقدار بر حسب SI است؟



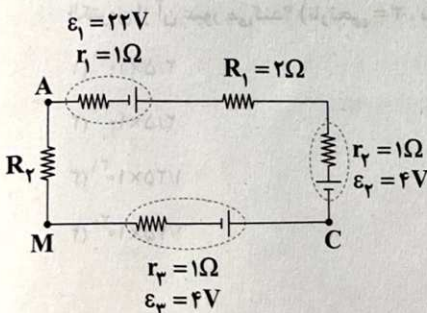
$$(۱) \text{ صفر و صفر}$$

$$(۲) \text{ صفر و } ۱۰/۵$$

$$(۳) \text{ } ۱۰/۵ \text{ و صفر}$$

$$(۴) \text{ } ۱۰/۵ \text{ و } ۱۰/۵$$

۴۴- در مدار شکل زیر، اگر $V_A - V_C = -۱۰V$ باشد، $V_M - V_A$ چند ولت است؟



$$-۴ \quad (۱)$$

$$+۴ \quad (۲)$$

$$-۲ \quad (۳)$$

$$+۲ \quad (۴)$$

(د) اگر $V_b > V_a$ باشد، توان مصرفی آن منفی است.

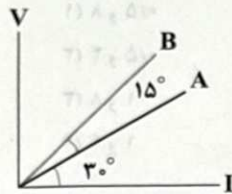


2 (5)

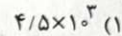
1 (7)

(۱) صفر

سانی

$$\frac{\sqrt{2}}{2} (1)$$

$$\sqrt{3} (2$$
$$\frac{\sqrt{r}}{r} (r)$$
$$\sqrt{\frac{r}{r}} (r)$$

مت؟


$$F/\Delta \times 10^F (Y)$$
 9×10^3 (3) 9×10^F (F) $(100^\circ\text{W}, 22^\circ\text{V})$

روز،

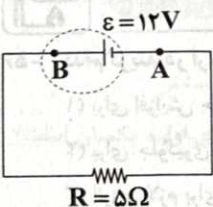
ویشن باشد، هزینه یک ماه (۳۰ روز) مصرف این بخاری چند تومان است؟ (قیمت برق مصرفی به ازای هر کیلووات ساعت ۵۰ تومان است).

११०० (५)

५९५० (३)

३२००-(२)

1700 (



-३०(

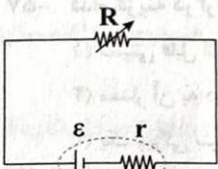
 $+30($

-60 (1)

+60 (

ت

۱۲ و ۱/۵



३, १२०

1/5, 60

3960

A. A.

$$r_s = 0.17 \Delta \Omega$$
$$\varepsilon_1 = 1.8 \text{ V}$$

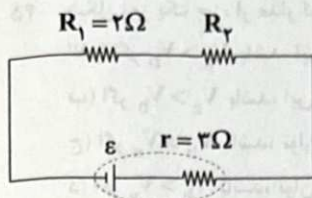
10

٣٠

11

5

$$\frac{5}{11}$$
$$R_v = \gamma / \Delta \Omega$$

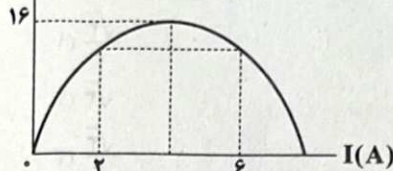


۵۲- در مدار شکل زیر، مقاومت R_2 برابر چند اهم باشد، تا توان خروجی باتری بیشینه باشد؟

- (۱) ۰/۲۵
(۲) ۰/۵
(۳) ۰/۷۵
(۴) ۱

۵۳- نمودار تغییرات توان خروجی یک باتری برحسب جریان عبوری از آن مطابق شکل زیر است. نیروی محرکه باتری و مقاومت درونی آن به

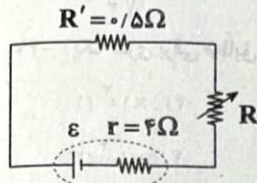
$P(W)$



ترتیب از راست به چپ چند واحد SI است؟

- (۱) ۸ و ۰/۵
(۲) ۴ و ۰/۵
(۳) ۸ و ۱
(۴) ۴ و ۱

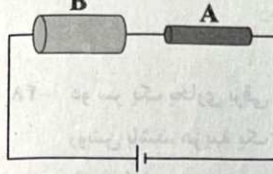
۵۴- با توجه به شکل زیر، اگر مقاومت رنوستا از 1Ω تا $4/5\Omega$ افزایش یابد، توان خروجی باتری چگونه تغییر می‌کند؟



- (۱) همواره افزایش
(۲) همواره کاهش
(۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش
(۴) ابتدا کاهش و سپس افزایش

۵۵- در مدار شکل زیر، دو رسانای هم طول A و B بسته شده‌اند. اگر شعاع مقطع سیم A، نصف شعاع مقطع سیم B باشد، توان مصرفی در

مقاومت A چند برابر توان مصرفی در مقاومت B است؟ ($\rho_B = 0/45 \times 10^{-6} \Omega.m$, $\rho_A = 1/8 \times 10^{-6} \Omega.m$)



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۸
(۴) ۱۶

شیمی



۵۶- کدام گزینه در ارتباط با یکی از نقش‌های زغال کک که در استخراج آهن از آن استفاده می‌شود، درست است؟

- (۱) برای افزایش حجم مواد داخل کوره و افزایش بازده واکنش از آن استفاده می‌شود.
(۲) برای جلوگیری از خروج گازهای داغ و کاهش دما به کار می‌رود.
(۳) انرژی لازم برای انجام واکنش را تأمین می‌کند.
(۴) به عنوان کاتالیزگر، سرعت انجام واکنش را افزایش می‌دهد.

۵۷- کدام گزینه در ارتباط با گرمای تولیدشده یا مصرف‌شده در واکنش‌های شیمیایی، نادرست است؟

- (۱) کمیتی قابل اندازه‌گیری بوده و یکی از هدف‌هایی است که در ترموشیمی دنبال می‌شود.
(۲) مقدار آن به دما و فشار انجام واکنش و حالت فیزیکی اجزای واکنش بستگی دارد.
(۳) یک ویژگی بنیادی در همه واکنش‌های شیمیایی است و بسته به تولید یا مصرف به ترتیب با علامت‌های منفی و مثبت نشان داده می‌شود.
(۴) گرمای تولیدشده یا مصرف‌شده در واکنش‌های شیمیایی، فارغ از شرایط انجام واکنش، نشان‌دهنده تغییر آنتالپی واکنش است.

۵۸- کدام مطالب زیر در ارتباط با مفهوم گرما درست است؟

(آ) گرما را می‌توان هم‌ارز با آن مقدار انرژی گرمایی دانست که به دلیل تفاوت در دما جاری می‌شود.

(ب) گرما را با نماد Q نشان می‌دهند و یکای اندازه‌گیری آن در «SI»، ژول (J) است و هر ژول معادل $1g.m^2.s^{-2}$ است.

(پ) گرما از ویژگی‌های یک نمونه ماده نیست و نباید برای توصیف آن به کار رود.

(ت) برای بیان مقدار گرما از کالری استفاده می‌شود که در مقایسه با ژول یکای بزرگ‌تری است و هر کالری (cal) معادل $4/18J$ است.

- (۱) «آ» و «ب» (۲) «آ» و «پ» (۳) «پ» و «ت» (۴) «ب» و «ت»

۵۹- کدام مطلب در ارتباط با تفاوت روغن و چربی، درست تر از سه گزینه دیگر است؟

- (۱) چربی ها دارای پیوند دوگانه $C=C$ هستند و به همین دلیل در دمای اتاق جامدند.
- (۲) روغن ها گرمای ویژه بالایی دارند به طوری که گرمای ویژه روغن زیتون بیشتر از گرمای ویژه آب است.
- (۳) وجود پیوند دوگانه $C=C$ در روغن ها باعث افزایش واکنش پذیری آن ها نسبت به چربی ها می شود.
- (۴) تفاوت روغن و چربی، تنها به منشأ گیاهی یا جانوری آن ها مربوط است.

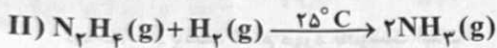
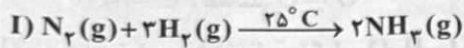
۶۰- کدام گزینه در ارتباط با یخچال صحرائی درست است؟

- (۱) هر چه دمای محیط بالاتر باشد، دمای داخل یخچال لزوماً کاهش بیشتری می یابد.
- (۲) افزایش رطوبت نسبی هوا باعث افزایش سرعت تبخیر و خنک کنندگی می شود.
- (۳) تبخیر آب باعث کاهش میانگین انرژی جنبشی مولکول های باقی مانده آب می شود.
- (۴) خنک شدن ظرف سفالی داخلی ناشی از انجام یک فرایند سریع گرماگیر است.

۶۱- در واکنش تبدیل گرافیت به الماس، مقداری گرما می شود و پایداری اتم های کربن می یابد.

- (۱) مصرف، افزایش (۲) مصرف، کاهش (۳) آزاد، افزایش (۴) آزاد، کاهش

۶۲- با توجه به واکنش های زیر، کدام مطالب درست است؟



(آ) مقدار گرمای مبادله شده در واکنش (II) بیشتر از واکنش (I) است.

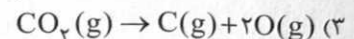
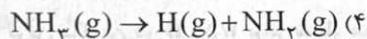
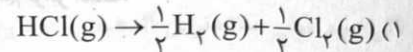
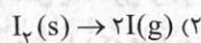
(ب) اگر در واکنش (I)، حالت فیزیکی آمونیاک از گاز به مایع تغییر پیدا کند، گرمای کمتری مبادله می شود.

(پ) سطح انرژی واکنش دهنده ها در واکنش (I)، پایین تر از سطح انرژی واکنش دهنده ها در واکنش (II) است.

(ت) اگر در واکنش (II)، مولکول هیدروژن را با اتم های گازی هیدروژن جایگزین کنیم، گرمای کمتری مبادله می شود.

- (۱) «آ» و «ب» (۲) «پ» و «ت» (۳) «آ» و «پ» (۴) «ب» و «پ»

۶۳- آنتالپی کدام واکنش را می توان معادل آنتالپی پیوند یا میانگین آنتالپی پیوند موجود در واکنش دهنده در نظر گرفت؟



۶۴- برای خنک کردن سریع یک گلوله فلزی بسیار داغ، دو ظرف حاوی جرم های برابر از آب و اتانول در دمای یکسان در اختیار داریم،

انتخاب بهتری است، زیرا گرمای ویژه آن است.

- (۱) آب - کم تر (۲) آب - بیشتر (۳) اتانول - کم تر (۴) اتانول - بیشتر

۶۵- اگر ۲۰ گرم آب 50°C را با ۳۰ گرم آب 50°C مخلوط کنیم، کدام ویژگی ها در مخلوط ایجاد شده با هر کدام از نمونه های اولیه یکسان است؟

(آ) میانگین انرژی جنبشی مولکول های آب

(ب) انرژی گرمایی

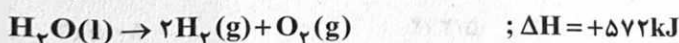
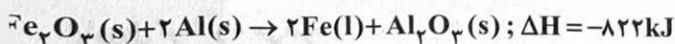
(ت) گرمای ویژه

(پ) ظرفیت گرمایی

- (۱) «ب» و «ت» (۲) «آ» و «ت» (۳) «آ» و «پ» (۴) «ب» و «پ»

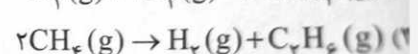
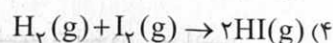
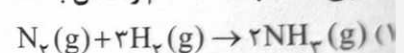
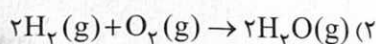
با توجه به واکنش های زیر، با گرمای حاصل از تولید ۲۲۴ گرم آهن مذاب، به تقریب چند گرم آب را می توان به گازهای هیدروژن و اکسیژن

تجزیه کرد؟ ($H=1, O=16, Fe=56: \text{g.mol}^{-1}$)



(۱) ۱۴۲/۱۴ (۲) ۱۲۱/۱۸ (۳) ۹۲/۹۶ (۴) ۱۰۳/۴۶

آنتالپی محاسبه شده کدام واکنش با استفاده از آنتالپی های پیوند، همخوانی بیشتری با داده های تجربی دارد؟



۶۸. کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) همه مواد پیرامون ما در دما و فشار اتاق، آنتالپی معینی دارند.
 (۲) در واکنش اکسایش گلوکز، (مواد فرارنده) H_2 بزرگتر (بیشتر) از (مواد واکنش دهنده) H است.
 (۳) ذره‌های سازنده یک نمونه ماده افزون بر انرژی جنبشی، دارای انرژی پتانسیل نیز هستند.
 (۴) یک نمونه ماده با مقدار آن در دما و فشار معین توصیف می‌شود.

۶۹. دو ترکیب آلی A و B ایزومر یکدیگرند. این دو ترکیب در چه تعداد از ویژگی‌های زیر به یقین یکسان هستند؟

- گروه عاملی
 • چگالی
 • واکنش پذیری
 • شمار جفت الکترون‌های پیوندی
 • سطح انرژی

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۷۰. برای پیوند ، پیوند ، باید از اصطلاح «میانگین آنتالپی پیوند» استفاده کرد.

- (۱) $H-H$ ، برخلاف $C \equiv O$
 (۲) $H-F$ ، برخلاف $Br-Br$
 (۳) $C-H$ ، همانند $O=O$
 (۴) $C \equiv C$ ، همانند $C=C$

۷۱. برای ترکیبی با فرمول مولکولی C_4H_8O ، دو ساختار A و B می‌توان در نظر گرفت. اگر تنوع پیوندهای کووالانسی در ساختار A بیشتر از ساختار B باشد، کدام مورد نادرست است؟

- (۱) در شرایط یکسان، انحلال پذیری A در آب بیشتر از انحلال پذیری B در آب است.
 (۲) نقطه جوش A بالاتر از نقطه جوش B است.
 (۳) تفاوت شمار پیوندهای $C-H$ در دو ساختار، برابر با یک است.
 (۴) عامل طعم و بوی رازین به دلیل گروه عاملی است که در ساختار A نیز وجود دارد.

۷۲. آلدید A در بادام و کتون B در میخک وجود دارد. کدام مطالب زیر در ارتباط با آن‌ها درست است؟

- (آ) مقدار کربن دی‌اکسید حاصل از سوختن کامل یک مول از هر کدام از دو ترکیب A و B با هم برابر است.
 (ب) در ساختار A همانند B یک اتم کربن وجود دارد که فقط به اتم‌های کربن متصل است.
 (پ) شمار پیوندهای یگانه کربن - کربن در B، $1/5$ برابر شمار همین پیوندها در A است.
 (ت) شمار پیوندهای کربن - هیدروژن در B، $2/5$ برابر شمار همین پیوندها در A است.
 (۱) «آ» و «ب» (۲) «آ» و «پ» (۳) «پ» و «ت» (۴) «ب» و «ت»

۷۳. استفاده از آنتالپی‌های پیوند برای تعیین ΔH کدام واکنش، مناسب نیست؟

- (۱) $PCl_5(g) \rightarrow PCl_3(g) + Cl_2(g)$
 (۲) $CH_4(g) + H_2O(g) \rightarrow CO(g) + 2H_2(g)$
 (۳) $2CH_3OH(l) + 5O_2(g) \rightarrow 2CO_2(g) + 4H_2O(g)$
 (۴) $2H_2O_2(g) \rightarrow 2H_2O(g) + O_2(g)$

۷۴. مخلوطی از گازهای متان و اتان دارای ۸۰ درصد مولی متان است. هر دقیقه ۰/۰۱ مول از این مخلوط می‌سوزد و ۷۰ درصد گرمای حاصل از

این سوختن، صرف گرم کردن یک کتری پر از آب با دمای اولیه $25^\circ C$ می‌شود. به تقریب پس از چند دقیقه آب داخل کتری به جوش می‌آید؟ (مجموع ظرفیت گرمایی کتری و آب، برابر با $1000 J \cdot ^\circ C^{-1}$ و بر اثر سوختن هر مول متان و هر مول اتان به ترتیب ۸۹۰ و ۱۵۶۰ کیلوژول گرما آزاد می‌شود.)

(۱) ۱۰/۵ (۲) ۵/۳ (۳) ۷/۵ (۴) ۲/۹

۷۵. کدام واکنش از نظر علامت ΔH با سه واکنش دیگر متفاوت است؟

- (۱) واکنش فتوسنتز
 (۲) تبدیل گاز اکسیژن به اوزون
 (۳) تبدیل گاز دی‌نیتروژن تتراکسید به نیتروژن دی‌اکسید
 (۴) تولید گاز آمونیاک از گازهای هیدروژن و هیدرازین (N_2H_4)

۷۶- اگر با گرمای حاصل از واکنش 0.3 مول گاز پروپن با مقدار کافی گاز هیدروژن، بتوان $16/4$ گرم آب را تغییر کرد، آنتالپی پیوند $H-H$ چند کیلوژول بر مول است؟ ($H=1, O=16; g.mol^{-1}$)



پیوند	C—C	C=C	C—H
$\Delta H(kJ.mol^{-1})$	۳۵۰	۶۹۵	۴۱۶

(۴) ۴۹۴

(۳) ۴۶۰

(۲) ۴۳۵

(۱) ۴۰۲

۷۷- برای ترکیبی با فرمول مولکولی C_8H_8O که آروماتیک است، چند ساختار آلدهیدی و چند ساختار کتونی می توان در نظر گرفت؟ (گزینتها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید.)

(۴) ۲۰۲

(۳) ۲۰۴

(۲) ۱۰۳

(۱) ۱۰۴

۷۸- با توجه به داده های جدول زیر، اگر بر اثر سوختن کامل یک مول گاز هیدروژن سولفید و تولید بخار آب و گاز گوگرد دی اکسید، $239/5$ کیلوژول گرما آزاد شود، تفاوت آنتالپی پیوندهای $H-O$ و $H-S$ برابر با چند کیلوژول بر مول است؟

پیوند	O=O	S=O	S—O
$\Delta H(kJ.mol^{-1})$	۴۹۵	۵۲۲	۲۲۲

(۱) ۱۹۳

(۲) ۱۳۹

(۳) ۱۸۱

(۴) ۱۱۸

۷۹- کدام یک از مطالب زیر در ارتباط با ترکیبی با ساختار زیر درست است؟



(۱) عامل طعم و بوی دارچین به شمار می آید.

(۲) تفاوت شمار اتم های هیدروژن و کربن مولکول آن، برابر با تفاوت شمار همین اتم ها در مولکول ۲- هیتانول است.

(۳) همانند عامل طعم و بوی رازیانه، شامل یک حلقه بنزنی است.

(۴) هر مولکول آن شامل ۴۲ جفت الکترون پیوندی است.

۸۰- اگر جرم مولی ساده ترین آلدهید، ساده ترین کتون و ساده ترین اتر را به ترتیب با a ، b و c نشان دهیم، کدام رابطه درست است؟

(۴) $2(b-a) < c$ (۳) $2(a+c) > 2b$ (۲) $a+b < 2c$ (۱) $b > 4(c-a)$

آزمون شماره (۱۵)
جمعه
۱۴۰۴/۱۱/۱۷

دفترچه
شماره ۲

آزمون‌های سراسری کاج

گزینه درسیه را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵
پاسخنامه یازدهم ریاضی
دوره دوم متوسطه



برای ورود به
درس مجازی کاج
اسکن کنید.

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۸۰	مدت پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال از	مدت پاسخگویی
۱	حسابان ۱	۱۰	۱	۴۵ دقیقه
	آمار و احتمال	۱۰	۱۱	
	هندسه ۲	۱۰	۲۱	
۲	فیزیک	۲۵	۳۱	۳۰ دقیقه
۳	شیمی	۲۵	۵۶	۲۵ دقیقه

آزمون‌های سراسر گاج

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	سیروس نصیری - مجید فرهمندپور هایده جواهری - علی بهره‌مندپور	علی بهرمنده‌پور - محدثه کارگرفرد علی عرب - محمدجواد محمدی‌پور ندا فرهختی - مینا نظری - زهرا ساسانی
فیزیک	ارسلان رحمانی امیرضا خوثینی‌ها - امیررضا خدایی	رزیتا قاسمی
شیمی	پویا الفتی - مریم تمدنی	ایمان زارعی - یاسر راش فاطمه عبدالله‌خانی

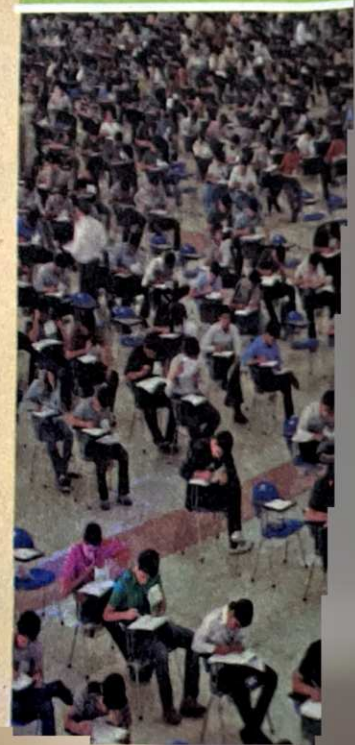


مگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب
نیش بازارچه کتاب

اطلاعات و ثبت نام: ۰۲۱-۶۴۲۰

www.gaj.ir شانی اینترنتی

آماده‌سازی آزمون
مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی
بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری
برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری
بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی
ویراستاران فنی: ساناز فلاحی - مریم پارسائیان - نوشین تاکی - فاطمه عبدالله‌خانی
صفحه‌آرا: فرهاد عبدی
طراح شکل: آرزو گلفر
حروف‌نگاران: ربابه الطافی - فرزانه رجبی - فاطمه میرزایی - لیلا نعمت‌پور



۳

$$f(x) = \frac{x}{x+1}, g(x) = x^2, h(x) = x+2$$

$$f(g(h(x))) = \frac{g(h(x))}{g(h(x))+1} = \frac{(h(x))^2}{(h(x))^2+1} = \frac{(x+2)^2}{(x+2)^2+1}$$

$$\Rightarrow (f \circ g \circ h)(-1) = \frac{(-1+2)^2}{(-1+2)^2+1} = \frac{1^2}{1^2+1} = \frac{1}{2}$$

دوستانه

ترکیب دو تابع $f(x)$ و $g(x)$:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

۳

$$f(x) = \frac{ax+2}{x+4}, f(x) = f^{-1}(x)$$

$$f \circ f^{-1}(x) = x \Rightarrow f \circ f(x) = x \Rightarrow \frac{af(x)+2}{f(x)+4} = x \Rightarrow \frac{a(\frac{ax+2}{x+4})+2}{\frac{ax+2}{x+4}+4} = x$$

$$\Rightarrow a^2x + 2a + 2x + 8 = x(ax + 2 + 4x + 16)$$

$$\Rightarrow a^2x + 2a + 2x + 8 = ax^2 + 2x + 4x^2 + 16x$$

$$\Rightarrow (a^2 + 2)x + 2a + 8 = (a + 4)x^2 + 16x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+4=0 \Rightarrow a=-4 \\ a^2+2=16 \Rightarrow a=\pm 4 \\ 2a+8=0 \Rightarrow a=-4 \end{cases}$$

بنابراین $a = -4$ است.

دوستانه

اگر تابع f وارون پذیر باشد، آن گاه $f \circ f^{-1}(x) = x$.

۱

$$g(x) = x^2 + x - 2$$

$$\frac{1}{2}(g \circ f)(x) = 2x^2 - 5x + 2 \Rightarrow \frac{1}{2}g(f(x)) = 2x^2 - 5x + 2$$

$$\Rightarrow g(f(x)) = 4x^2 - 10x + 4 = (2x-3)^2 + (2x-3) - 2$$

از طرفی داریم:

$$g(f(x)) = f^2(x) + f(x) - 2$$

$$\Rightarrow f^2(x) + f(x) - 2 = (2x-3)^2 + (2x-3) - 2 \Rightarrow f(x) = 2x-3$$

۱

$$f(x) = \frac{x}{x-1}$$

$$f(f(x)) = \frac{f(x)}{f(x)-1} = \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x}{x-1}-1} = x$$

$$f(f(f(x))) = \frac{x}{x-1} = f(x)$$

ریاضیات

۴

$$f(x) = \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right); -1 < x < 1$$

$$f\left(\frac{2x+x^2}{1+2x^2}\right) = \log\left(\frac{1+\frac{2x+x^2}{1+2x^2}}{1-\frac{2x+x^2}{1+2x^2}}\right) = \log\left(\frac{1+2x^2+2x+x^2}{1+2x^2-2x-x^2}\right)$$

$$= \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2 = 2 \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right) = 2f(x) \quad (1)$$

و هم چنین:

$$f\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = \log\left(\frac{1+\frac{2x}{1+x^2}}{1-\frac{2x}{1+x^2}}\right) = \log\left(\frac{1+x^2+2x}{1+x^2-2x}\right)$$

$$= \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2 = 2 \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right) = 2f(x) \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow f\left(\frac{2x+x^2}{1+2x^2}\right) - f\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = 2f(x) - 2f(x) = f(x)$$

دوستانه

نکته:

$$\log x^n = n \log x$$

$$f(x) = \log |\log x|$$

$$|\log x| > 0$$

تابع وقتی تعریف می شود که:

بنابراین باید $x \neq 1$ و $x \in (0, +\infty)$ باشد، پس:

$$D_f = (0, 1) \cup (1, +\infty)$$

دوستانه

امنه تابع $f(x) = \log x$:

$$D_f: x > 0$$

۲

$$f(x) = \sqrt[3]{4x+8} - \left(\frac{x}{2}\right)^2 - 2x - 2$$

$$\xrightarrow{\text{دامنه}} 4x+8 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2$$

$$\Rightarrow 2^{2x} + 2^{2(x-2)} - 2^{2(x-1)} \geq 52$$

$$\Rightarrow 2^{2x} (1 + 2^{-4} - 2^{-2}) \geq 52 \Rightarrow 2^{2x} \left(1 + \frac{1}{16} - \frac{1}{4}\right) \geq 52$$

$$\Rightarrow 2^{2x} \left(\frac{13}{16}\right) \geq 52 \Rightarrow 2^{2x} \geq 64 = 2^6$$

$$\Rightarrow 2x \geq 6 \Rightarrow x \geq 3$$

دوستانه

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$(a > 0, a \neq 1) f(x) = a^x$$

$$D_g: x \geq 0$$

$$g(x) = \sqrt[3]{x}$$

۲/۱۱

$$A: \text{پیشامد عدد کارت بر ۲ بخش پذیر است} \Rightarrow |A| = \left[\frac{99}{2} \right] = 49$$

$$B: \text{پیشامد عدد کارت بر ۵ بخش پذیر است} \Rightarrow |B| = \left[\frac{99}{5} \right] = 19$$

 $A \cap B: \text{پیشامد عدد کارت بر ۲ و ۵ بخش پذیر است}$

$$\Rightarrow |A \cap B| = \left[\frac{99}{10} \right] = 9$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 49 + 19 - 9 = 59$$

$$P(A \cap B | A \cup B) = \frac{n(A \cap B)}{n(A \cup B)} = \frac{9}{59}$$

دوستنامه

نکته: اگر احتمال هم‌شانس باشد، برای محاسبه احتمال شرطی، اگر B رخ داده باشد، می‌توان تعداد اعضای $A \cap B$ را بر تعداد اعضای B تقسیم کرد.

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

دو هدف A و B ارتباطی با هم ندارند، پس A و B ناسازگار هستند، بنابراین $A \cap B = \emptyset$ در نتیجه داریم:

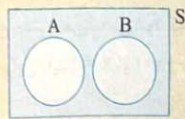
$$A \cap B' = A$$

بنابراین:

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A)}{1 - P(B)} = \frac{0.6}{1 - 0.3} = \frac{6}{7}$$

دوستنامه

نکته: اگر دو پیشامد ناسازگار باشند، داریم:



۱. $A \cap B = \emptyset$
۲. $A \cap B' = A$
۳. $A' \cap B = B$

۴/۱۳

$$\frac{P(\text{زوج})}{P(\text{فرد})} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} P(\text{زوج}) = 2k \\ P(\text{فرد}) = 3k \end{cases}$$

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$\Rightarrow 2k + 2k + 2k + 2k + 2k + 2k = 1$$

$$\Rightarrow 12k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{12}$$

$$P(\{2, 3, 5\}) = P(2) + P(3) + P(5) = \frac{2}{12} + \frac{2}{12} + \frac{2}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

۲/۱۴

$$A: 4 \text{ بخش پذیر} \Rightarrow |A| = \left[\frac{300}{4} \right] = 75$$

$$B: 6 \text{ بخش پذیر} \Rightarrow |B| = \left[\frac{300}{6} \right] = 50$$

 $A \cap B: 12 \text{ بخش پذیر} \Rightarrow \text{یا به عبارتی بخش پذیر بر ۴ و ۶ یا به عبارتی بخش پذیر بر ۱۲}$

$$\Rightarrow |A \cap B| = \left[\frac{300}{12} \right] = 25$$

$$P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$$= \frac{75}{300} + \frac{50}{300} - \frac{25}{300} = \frac{100}{300} = \frac{1}{3}$$

به همین ترتیب خواهیم داشت:

$$\frac{f \circ f \circ \dots \circ f}{\text{تعداد زوج}} = x$$

$$\frac{f \circ f \circ \dots \circ f}{\text{تعداد فرد}} = f(x) = \frac{x}{x-1}$$

دوستنامه

معمولاً برای حل مسأله‌ها با تعداد ترکیبات زیاد برای پیدا کردن قانون مسأله تعداد زوج و تعداد فرد را بررسی می‌کنیم تا به یک قانون مشخص برسیم.

$$a^2 + 4b^2 = 12ab \Rightarrow a^2 + 4b^2 + 4ab = 12ab + 4ab$$

$$\Rightarrow (a+2b)^2 = 16ab \Rightarrow \log(a+2b)^2 = \log(16ab)$$

$$\Rightarrow 2\log(a+2b) = \log 16 + \log a + \log b$$

$$\Rightarrow 2\log(a+2b) = \log 2^4 + \log a + \log b$$

$$\Rightarrow \log(a+2b) = \frac{1}{2}(\log 2^4 + \log a + \log b)$$

دوستنامه

$$\textcircled{1} \log ab = \log a + \log b$$

$$\textcircled{2} \log a^n = n \log a$$

$$x + \log_{10}(1+2^x) = x \log_{10} 5 + \log_{10} 6$$

$$\Rightarrow x + \log_{10}(1+2^x) = \log_{10} 5^x + \log_{10} 6$$

$$\Rightarrow x \log_{10} 10 + \log_{10}(1+2^x) = \log_{10}(5^x \times 6)$$

$$\Rightarrow \log_{10} 10^x + \log_{10}(1+2^x) = \log_{10}(5^x \times 6)$$

$$\Rightarrow \log_{10}(10^x (1+2^x)) = \log_{10}(5^x \times 6)$$

$$\Rightarrow 10^x (1+2^x) = 5^x \times 6 \Rightarrow 10^x = \frac{6 \times 5^x}{1+2^x}$$

$$\Rightarrow \frac{10^x}{5^x} = \frac{6}{1+2^x} \Rightarrow 2^x = \frac{6}{1+2^x}$$

$$\Rightarrow 2^{2x} + 2^x = 6 \Rightarrow (2^x)^2 + 2^x - 6 = 0$$

$$\xrightarrow{2^x=y} y^2 + y - 6 = 0 \Rightarrow (y+3)(y-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = -3 \text{ غلط} \\ y = 2 \Rightarrow 2^x = 2^1 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

دوستنامه

$$a = b \Leftrightarrow \log a = \log b (a, b > 0)$$

در معادله لگاریتمی:

۱/۱۵

$$f(x) = \log_a x^2 \Rightarrow y = 2 \log_a x \Rightarrow \log_a x = \frac{y}{2}$$

$$\Rightarrow x = a^{\frac{y}{2}} \Rightarrow f^{-1}(x) = a^{\frac{x}{2}}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(b+c) = a^{\frac{b+c}{2}} = a^{\frac{b}{2}} \cdot a^{\frac{c}{2}} = f^{-1}(b) \cdot f^{-1}(c)$$

دوستنامه

$$y = \log_a x^n = n \log_a x$$

بنابراین چون $A \cap B$ و $A \cap B'$ ناسازگارند پس:

$$\begin{aligned} |A| &= |A \cap (B \cup B')| = |(A \cap B) \cup (A \cap B')| \\ &= |A \cap B| + |A \cap B'| \Rightarrow 27 = |A \cap B| + 6 \Rightarrow |A \cap B| = 21 \\ P(B|A) &= \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{21}{27} = \frac{7}{9} \end{aligned}$$

دوستنامه

نکته: اگر دو مجموعه A و B ناسازگار باشند، در این صورت داریم:
 $A \cap B = \emptyset \Rightarrow |A \cup B| = |A| + |B|$

۱۸ ۴ اگر A ، B و C به ترتیب پیشامد این باشند که هر سه مهره قرمز، آبی و سبز باشند، در این صورت داریم:

$$\begin{aligned} P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) + P(B_1 \cap B_2 \cap B_3) + P(C_1 \cap C_2 \cap C_3) \\ = \frac{5}{12} \times \frac{4}{11} \times \frac{3}{10} + \frac{4}{12} \times \frac{3}{11} \times \frac{2}{10} + \frac{3}{12} \times \frac{2}{11} \times \frac{1}{10} \\ = \frac{60 + 24 + 6}{1320} = \frac{90}{1320} = \frac{3}{44} \end{aligned}$$

دوستنامه

نکته: اگر A_1 ، A_2 و A_3 پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند، آن‌گاه:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1) \times P(A_2 | A_1) \times P(A_3 | (A_1 \cap A_2))$$

۱۹ ۳ اگر A پیشامد این باشد که مجموع سه کارت عدد ۲۰ شود، در این صورت داریم:

$$\begin{aligned} A = \{ \{9, 8, 3\}, \{9, 7, 4\}, \{9, 6, 5\}, \{8, 7, 5\} \} \Rightarrow n(A) = 4 \\ n(S) = \binom{9}{3} = 84 \\ P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{84} = \frac{1}{21} \end{aligned}$$

دوستنامه

نکته: زمانی که از ظرف یا جعبه‌ای همزمان k کارت یا مهره یا ... بر می‌داریم، ترتیب برداشتن اهمیت ندارد، بنابراین مسئله با استفاده از ترکیب حل می‌شود.

۲۰ ۳

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap B) + P(A \cap B') = \frac{5}{100} + \frac{45}{100} = \frac{50}{100} \\ P(B) &= P(A \cap B) + P(A' \cap B) = \frac{5}{100} + \frac{10}{100} = \frac{15}{100} \\ P(A' | B) &= \frac{P(A' \cap B)}{P(B)} = \frac{10/100}{15/100} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} + \frac{9}{10} = \frac{47}{30} \\ P(B' | A) &= \frac{P(A \cap B')}{P(A)} = \frac{45/100}{50/100} = \frac{9}{10} \end{aligned}$$

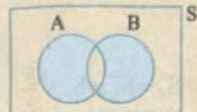
دوستنامه

نکته: اگر $P(A \cap B)$ و $P(A \cap B')$ در صورت مسئله داده شود، با توجه به رابطه ناسازگار بودن $A \cap B$ و $A \cap B'$ داریم:

$$P(A \cap B) + P(A \cap B') = P((A \cap B) \cup (A \cap B')) = P(A)$$

دوستنامه

نکته: به عبارت جبری $(A - B) \cup (B - A)$ تفاضل متقارن گفته می‌شود که با توجه به شکل یا عبارت زیر برابر است:



$$(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$$

۱۵ ۱

A : پیشامد قرمز بودن مهره:
 B : پیشامد غیرقرمز بودن مهره:

$$\begin{aligned} P(A_1 \cap B_2) &= P(A_1) \times P(B_2 | A_1) \Rightarrow \frac{1}{x} \times \frac{x-5}{x-1} = \frac{1}{18} \\ \Rightarrow x^2 - x &= 18x - 90 \Rightarrow x^2 - 19x + 90 = 0 \\ \Rightarrow (x-10)(x-9) &= 0 \Rightarrow \begin{cases} x=10 \\ x=9 \end{cases} \Rightarrow 10-9=1 \end{aligned}$$

دوستنامه

نکته: اگر A_1 و A_2 دو پیشامد با احتمال ناصفر باشند، آن‌گاه:

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \times P(A_2 | A_1)$$

۱۶ ۲ اگر S_i به ازای $1 \leq i \leq 3$ مساحت ناحیه Δ باشد، آن‌گاه:

$$\begin{aligned} S_1 &= \pi \times 1^2 = \pi \\ S_2 &= \pi \times 2^2 - \pi \times 1^2 = 3\pi \\ S_3 &= \pi \times 3^2 - \pi \times 2^2 = 5\pi \end{aligned}$$

اگر A_i پیشامد برخورد به ناحیه Δ برای $1 \leq i \leq 4$ باشد، داریم:

$$\begin{aligned} P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + P(A_4) &= 1 \\ \Rightarrow k + 2k + 5k + \frac{2}{5} &= 1 \\ \Rightarrow 9k &= \frac{3}{5} \Rightarrow k = \frac{1}{15} \Rightarrow P(A_1) = \frac{1}{15} \end{aligned}$$

دوستنامه

نکته: در احتمال غیرهم‌شانس، معمولاً پیشامد ساده با احتمال کم‌تر را k در نظر گرفته و برحسب رابطه‌ای که مسئله داده است، بقیه پیشامدهای ساده را برحسب k به دست می‌آوریم.

۱ ۳

پیشامد این که هر سه تاس عدد فرد ظاهر شود:

B : پیشامد این که حداقل دو تاس عدد یکسان باشد:

هر تاس ۳ عدد ۱، ۳ و ۵ فرد هستند، بنابراین:

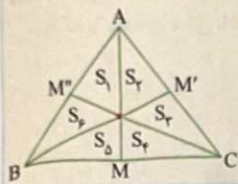
$$|A| = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

محاسبات کم‌تر، از متمام استفاده می‌کنیم. یعنی حالتی که هر سه تاس فرد و متمایز باشند را به دست می‌آوریم:

$$|A \cap B'| = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

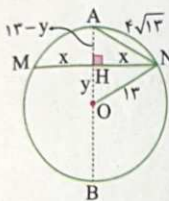
دورستانه

یادآوری: اگر سه میانه یک مثلث را رسم کنیم، شش مثلث هم مساحت خواهیم داشت. ($S_{\Delta} = S_{ABC}$)



$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6 = \frac{S}{6}$$

۲۲ ۴ بازتاب هر دایره نسبت به یکی از قطرهای همان دایره، بر دایره اصلی منطبق می‌شود و چون AB بر MN عمود است پس $MH=HN=x$ و اگر $OH=y$ باشد، $AH=13-y$ است.



$$\Delta OHN: 13^2 = x^2 + y^2 (*)$$

$$\Delta AHN: AN^2 = AH^2 + HN^2 \Rightarrow (4\sqrt{13})^2 = (13-y)^2 + x^2$$

$$\Rightarrow 208 = 169 - 26y + y^2 + x^2$$

$$\Rightarrow 26y = 130 \Rightarrow y = 5$$

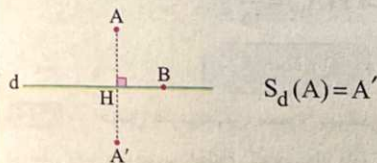
$$(*) : 169 = x^2 + 25 \Rightarrow x^2 = 144 \Rightarrow x = 12$$

$$\Rightarrow MN = 2x = 2(12) = 24$$

دورستانه

بازتاب

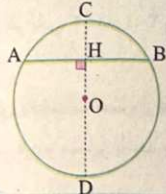
برای پیدا کردن بازتاب یک نقطه مثل A نسبت به خط d کافی است از نقطه A به خط داده شده عمودی وارد کنیم و پای عمود را H بنامیم. حال AH را از سمت H به اندازه خودش امتداد می‌دهیم تا A' به دست آید. در این صورت A' را بازتاب یا قرینه A نسبت به خط d می‌نامیم و می‌نویسیم:



اگر نقطه B روی خط d باشد، در این صورت تصویر این نقطه خودش است و به آن نقطه، نقطه ثابت تبدیل گوییم: $S_d(B) = B$

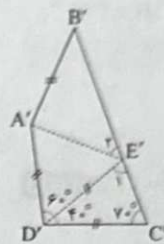
قطر عمود بر وتر

یادآوری: اگر CD قطر عمود بر وتر AB باشد، داریم:



$$CD \perp AB \Rightarrow \begin{cases} \widehat{AC} = \widehat{CB} \\ AH = HB \end{cases}$$

۲۱ ۱ چون تبدیل طولیا است $A'B'C'D'$ همنهشت با $ABCD$ است. به مرکز D' و شعاع $D'C'$ کمانی رسم می‌کنیم تا $B'C'$ را در E' قطع کند. D' را به E' وصل می‌کنیم.



$$\Delta D'E'C' : D'C' = D'E' \Rightarrow \hat{E}' = \hat{C}' = 70^\circ$$

$$\Delta D'E'C' : \hat{E}' + \hat{E}'D'C' + \hat{C}' = 180^\circ \Rightarrow 70^\circ + \hat{E}'D'C' + 70^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{E}'D'C' = 40^\circ$$

$$\Delta D'E'A' : 100^\circ - 40^\circ = 60^\circ$$

پس: E' را به A' وصل می‌کنیم. چون $D'A' = D'E'$ و زاویه $\hat{A}'D'E' = 60^\circ$ پس مثلث $D'A'E'$ متساوی‌الاضلاع است.

بنابراین $A'E' = A'B'$ و $D'E'A' = E'A'D' = 60^\circ$ است، پس داریم:

$$\hat{E}' + \hat{D'E'A'} + \hat{E}' = 180^\circ \Rightarrow 70^\circ + 60^\circ + \hat{E}' = 180^\circ \Rightarrow \hat{E}' = 50^\circ$$

$$\Delta A'B'E' : A'B' = A'E' \Rightarrow \hat{E}' = \hat{B'E'} = 50^\circ \Rightarrow \hat{B'A'E'} = 80^\circ$$

$$\hat{A'} = \hat{E'A'B'} + \hat{E'A'D'} = 80^\circ + 60^\circ = 140^\circ$$

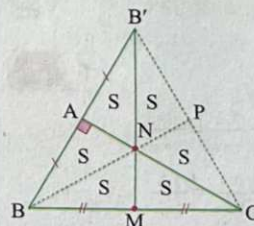
دورستانه

تبدیل طولیا (ایزومتري): تبدیل‌هایی که طول پاره‌خط را حفظ می‌کنند، تبدیلات طولیا نامیده می‌شوند به عبارتی اگر $T(A) = A'$ و $T(B) = B'$ ، آن‌گاه $AB = A'B'$ باشد تبدیل T ، طولیا است.

نکات:

- در تبدیل طولیا اندازه زاویه حفظ می‌شود.
- در تبدیل طولیا اندازه محیط و مساحت شکل حفظ می‌شود.
- در تبدیل طولیا هر شکل با تصویرش همنهشت است.

۲۲ ۳



$$S_{AC}(B) = B' \Rightarrow AB = AB'$$

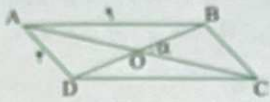
ث. B' را به C وصل کنیم در مثلث $BB'C$ ، CA و $B'M$ دو میانه مثلث دیگر را در نقطه N قطع کرده‌اند، پس میانه BP نیز از N عبور می‌کند و

۶ مثلث به وجود آمده هم مساحت خواهند بود. چون $S_{\Delta MNC} = S = 10$

ست، بنابراین داریم:

$$S_{\Delta BB'M} = 3S = 30$$

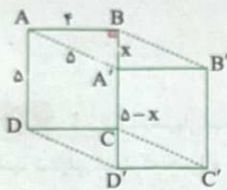
۱/۲۰ ترکیب این دو بازتاب با هم یک دوران به مرکز O و زاویه ۲۵ است که تنها نقطه ثابت این تبدیل نقطه O مرکز دوران است که این نقطه روی محیط متوازی الاضلاع قرار ندارد.



دورسنامه

نکات:

- ۱ ترکیب دو بازتاب با محورهای متقاطع یک دوران است که مرکز دوران نقطه تقاطع دو محور است و زاویه دوران دو برابر زاویه بین دو خط است.
- ۲ در دوران تنها نقطه ثابت تبدیل مرکز دوران یعنی نقطه O است.



$$\Delta ABA': AA' = AB' + BA' \Rightarrow 25 = 16 + BA' \Rightarrow BA' = 9 \Rightarrow BA' = 3$$

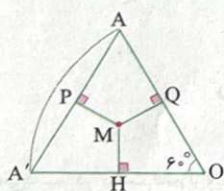
$$A'C = BC - BA' = 5 - 3 \Rightarrow A'C = 2$$

دورسنامه

انتقال

انتقال T تحت بردار V تبدیلی از صفحه است که در آن، هر نقطه مثل A از صفحه P را به نقطه A' در همان صفحه تصویر می‌کند به طوری که همواره داریم:

$$\vec{AA'} = \vec{V}$$



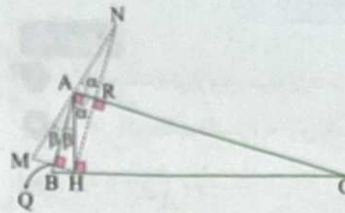
$$R_O^\circ(A) = A' \Rightarrow \begin{cases} \hat{O} = 60^\circ \\ OA = OA' \end{cases}$$

$$\Delta OAA': OA = OA' \Rightarrow \hat{A} = \hat{A'} \Rightarrow \hat{A} = \hat{A'} = \hat{O} = 60^\circ$$

$$\hat{O} = 60^\circ$$

مثلث OAA' متساوی الاضلاع است، بنابراین داریم:

$$MH + MP + MQ = \frac{\sqrt{3}}{2} OA = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}$$



$$BC' = AB' + AC' = 49 + 576 = 625 \Rightarrow BC = 25$$

$$AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{7 \times 24}{25} \Rightarrow AH = 6/72$$

$$\left. \begin{matrix} S_{AC}(A) = A \\ S_{AC}(H) = N \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{طولیا بودن بازتاب}} AH = AN = 6/72$$

چون تبدیل طولیا اندازه زاویه را حفظ می‌کند $\hat{HAR} = \hat{NAR} = \alpha$

$$\left. \begin{matrix} S_{AB}(H) = M \\ S_{AB}(A) = A \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{طولیا بودن بازتاب}} AH = AM = 6/72$$

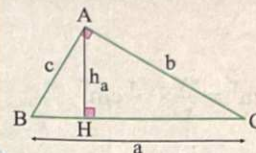
چون تبدیل طولیا اندازه زاویه را حفظ می‌کند $\hat{MAQ} = \hat{QAH} = \beta$

چون $\alpha + \beta = 90^\circ$ پس $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$ ، بنابراین A، M و N روی یک خط هستند، پس:

$$MN = AM + AN = 6/72 + 6/72 = 12/44$$

دورسنامه

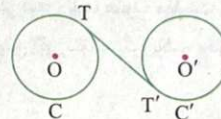
یادآوری: در مثلث قائم الزاویه داریم:



$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$h_a = \frac{bc}{a}$$

۳/۲۵ چون انتقال یک تبدیل طولیا است، پس دو دایره C و C' هم اندازه هستند، پس شعاع آن‌ها برابر است، یعنی:



$$5a - 1 = 3a + 1 \Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow a = 1$$

$$R = R' = 4 \text{ پس}$$

$$TT' = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2} \Rightarrow 36 = OO'^2 - (4 + 4)^2$$

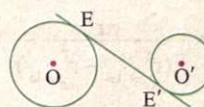
$$\Rightarrow OO'^2 = 100 \Rightarrow OO' = 10$$

طول بردار انتقال برابر OO' است، پس طول بردار انتقال برابر ۱۰ است.

دورسنامه

مماس مشترک دو دایره

مماس مشترک دو دایره خطی است که بر هر دو دایره مماس باشد. اگر هر دو دایره در یک طرف این خط باشند، این خط مماس مشترک خارجی است و اگر دو دایره در دو طرف خط مماس باشند، این خط مماس مشترک داخلی دو دایره است.



$$EE' = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2}$$

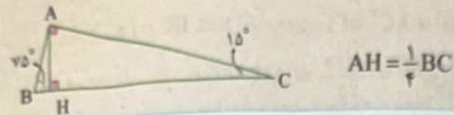


$$TT' = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2}$$

دروسنامه

یادآوری:

- ۱ در هر مثلث قائم الزاویه، میانه وارد بر وتر همواره نصف وتر است.
 ۲ اگر در یک مثلث قائم الزاویه، زاویه های حاده آن 15° و 75° باشند ارتفاع وارد بر وتر $\frac{1}{4}$ وتر است.



فیزیک

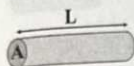
۳۱ برای محاسبه چگالی، نیاز به حجم داریم. پس برای محاسبه حجم سیم ابتدا باید مساحت مقطع سیم را به دست بیاوریم:

$$\begin{cases} R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{V}{I} = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{14/4}{4 \times 10^{-2}} = \frac{6 \times 10^{-8} \times 9}{A} \\ R = \frac{V}{I} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \frac{16 \times 10^{-5}}{14/4} = \frac{54 \times 10^{-5}}{3/6} = \frac{54}{36} \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow A = \frac{3}{2} \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

در نتیجه حجم رسانای اهمی استوانه ای شکل برابر است با:



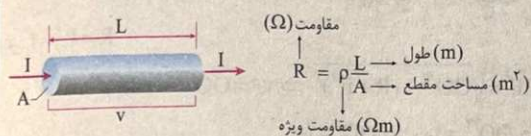
$$V = A \times L = \frac{3}{2} \times 10^{-4} \times 9 = \frac{27}{2} \times 10^{-4} \text{ m}^3 = \frac{27}{2} \times 10^{-2} \text{ cm}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{18}{\frac{27}{2} \times 10^{-2}} = \frac{2}{15} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

بنابراین خواهیم داشت:

دروسنامه

در دمای ثابت همواره مقاومت رسانا به ابعاد هندسی و جنس آن بستگی دارد. پس اگر رسانا همگن باشد، مقاومت آن را می توانیم از رابطه زیر محاسبه کنیم:



نکات:

- ۱ در این رابطه، مقاومت رسانا با مقاومت ویژه و طول رسانا رابطه مستقیم و با مساحت مقطع رسانا رابطه عکس دارد.
 ۲ مقاومت ویژه به جنس و دما بستگی دارد.
 ۳ در این رابطه همواره دما باید ثابت فرض شود.

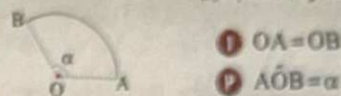
۳۲ دو رسانای A و B از یک جنس ماده ساخته شده اند، بنابراین مقاومت ویژه هر دو آن ها یکسان است.

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{L_B}{L_A} \times \frac{A_A}{A_B} = \frac{L_B}{L_A} \times \frac{\pi r_A^2}{\pi r_B^2}$$

$$\frac{L_A = \frac{1}{2} L_B}{r_A = \frac{1}{2} r_B} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = 2 \times \frac{\pi (0.5)^2}{\pi (2^2 - 1^2)} = 2 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

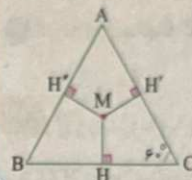
نشان

دوران R به مرکز نقطه ثابت O و زاویه α ، تبدیلی از صفحه است که اگر تصویر نقطه A برابر نقطه B شود، داشته باشیم:



یادآوری:

مجموع فواصل هر نقطه داخل مثلث متساوی الاضلاع از سه ضلع برابر ارتفاع مثلث است.



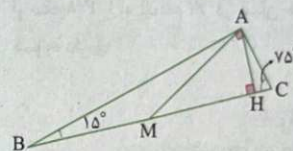
$$MH + MH' + MH'' = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

۲۹ تبدیلات بازتاب، انتقال و دوران همگی طولی هستند، ولی انتقال تنها تبدیلی است که همواره شیب خط را حفظ می کند.

دروسنامه

ویژگی های انتقال

- ۱ انتقال یک تبدیلی طولی است.
 ۲ انتقال شیب خط را حفظ می کند.
 ۳ ترکیب دو بازتاب با محورهای موازی یک انتقال است.



$$\hat{A} = 6\alpha, \hat{B} = \alpha, \hat{C} = 5\alpha$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 12\alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 15^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A} = 90^\circ, \hat{B} = 15^\circ, \hat{C} = 75^\circ$$

می دانیم در مثلث قائم الزاویه، میانه وارد بر وتر نصف وتر است، بنابراین:

$$AM = \frac{1}{2} BC \Rightarrow 6 = \frac{1}{2} BC \Rightarrow BC = 12$$

$$AH = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} \times 6 \times 12 = 36$$

نوع بازتاب و دوران طولی هستند، پس مساحت شکل نهایی با مساحت مثلث ABC برابر است و همان ۳۶ است.

فصل پنجم

تغییر مقاومت ویژه با دما

در اثر افزایش دما در رسانا، تعداد حامل‌های بار (الکترون آزاد) تقریباً ثابت می‌ماند ولی ارتعاشات کاتوره‌ای آنها و بین‌های آن افزایش می‌یابد. این عامل موجب افزایش برخورد حامل‌های بار با شبکه اتمی رسانا می‌شود. در نتیجه مقاومت رسانا افزایش می‌یابد.

یک تقریب تجربی خوب که برای اغلب مقاصد، به حد کافی مناسب است توسط رابطه زیر داده می‌شود:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha \Delta T) \Rightarrow \Delta \rho = \rho_0 \alpha \Delta T$$

ΔT : تغییرات دما

α : ضریب دمایی مقاومت ویژه

ρ_0 : مقاومت ویژه مرجع

با توجه به این‌که با افزایش دما، مقاومت ماده کاهش یافته است، پس جنس آن نیم‌رسانا است. نیم‌رسانا مثل ژرمانیم، سیلیسیم و گرافیت. حال داریم:

$$\Delta R = R_0 \alpha \Delta T \Rightarrow -0.32 = 10.32 \times \alpha \times 8.0$$

$$\Rightarrow \alpha = -\frac{0.32}{10.32 \times 8.0} = -0.0038 = -3.8 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$$

درستگاه

نیم‌رسانا

برخی مواد هستند که مقاومت ویژه آن‌ها بین مقاومت ویژه رساناها و نارسانا است. به چنین موادی نیم‌رسانا گفته می‌شود مثل سیلیسیم، ژرمانیم و گرافیت.

در مواد نیم‌رسانا با افزایش دما، مقاومت کاهش می‌یابد زیرا با افزایش دما هم تعداد حاملان بار (یعنی الکترون‌ها) و هم ارتعاشات کاتوره‌ای اتم‌های سازنده افزایش می‌یابد. اما تأثیر افزایش تعداد حاملان بار بیشتر از افزایش ارتعاشات کاتوره‌ای است.

نکته: ضریب دمایی نیم‌رسانا نیز منفی است که به معنی کاهش مقاومت ویژه این مواد با افزایش دما است.

همه موارد صحیح هستند. ۴ ۳۶

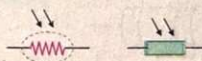
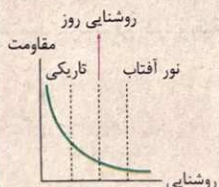
درستگاه

مقاومت‌های خاص

۱. **تومیسستور:** نوعی مقاومت است که بستگی مقاومت الکتریکی آن به دما به عنوان حسگر دما در مدارهای حساس به دما استفاده می‌شود. مانند زنگ خطر آتش و دماپاها با مقاومت‌های الکتریکی معمولی تفاوت دارد.



۲. **مقاومت نوری (LDR):** مقاومت الکتریکی آن به نور تابیده شده به آن بستگی دارد. به طوری که با افزایش شدت نور، از مقاومت آن کاسته می‌شود. در چشم‌های الکترونیکی، دزدگیرها، کنترل‌کننده‌های خودکار و چراغ‌های روشنایی خیابان‌ها استفاده می‌شود.



با توجه به رابطه $R = \frac{V}{I}$ داریم:

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{V_B}{V_A} \times \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{2V}{V} \times \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \frac{1}{12}$$

حال داریم:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow I = \frac{ne}{\Delta t} \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \frac{n_A}{n_B} \times \frac{t_B}{t_A}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{n_A}{n_B} \times \frac{2t}{t} \Rightarrow \frac{n_A}{n_B} = \frac{1}{24}$$

۴ ۳۲ مقاومت سیم رسانا با طول سیم رابطه مستقیم دارد. پس اگر $\frac{3}{4}$

سیم را ببریم و کنار بگذاریم، $\frac{1}{4}$ از طول سیم باقی می‌ماند. در نتیجه مقاومت سیم برابر $\frac{R}{4}$ خواهد شد.

حال اگر سیم را از درون دستگاه عبور دهیم تا به طول اولیه برسد، باید طولش ۴ برابر شود. در نتیجه مساحت مقطع آن $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود. پس R' برابر است با:

$$\frac{R'}{R} = \frac{L'}{L} \times \frac{A}{A'} \Rightarrow \frac{R'}{R} = 4 \times 4 \Rightarrow R' = 4R$$

اکنون قرار است سیم را x بار تا بزنیم، در نتیجه طول $(\frac{1}{x})^x$ برابر و مساحت مقطع آن x^x برابر خواهد شد. پس داریم:

$$\frac{R''}{R} = \frac{L''}{L} \times \frac{A}{A''} \Rightarrow \frac{R''}{4R} = (\frac{1}{x})^x \times \frac{1}{x^x} \Rightarrow R'' = \frac{4R}{x^{2x}} = \frac{4R}{x^{2x}}$$

درستگاه

از آن جایی که رابطه مقاومت الکتریکی رسانا با عوامل ساختمانی آن به صورت $R = \rho \frac{L}{A}$ است، اگر سیم را از درون دستگاهی عبور دهیم تا بدون تغییر حجم طول یا مساحت آن تغییر کند، خواهیم داشت:

۱. اگر طول n برابر شود، مقاومت رسانا n^2 برابر خواهد شد.

۲. اگر مساحت مقطع آن n برابر شود، مقاومت رسانا $\frac{1}{n}$ برابر خواهد شد.

$$\frac{R_2}{R_1} = (\frac{L_2}{L_1})^2$$

$$\frac{R_2}{R_1} = (\frac{A_1}{A_2})^2$$

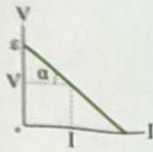
۲ ۳۴ مقاومت ویژه ρ را از رابطه $\rho = \rho_0 (1 + \alpha \Delta T)$ حساب می‌کنیم.

$$\rho = 6.28 \times 10^{-4} \times (1 + 2 \times 10^{-3} \times 100) = 6.28 \times 10^{-4} \times (1.2) \Omega \cdot m$$

کنون با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ می‌توانیم مقاومت سیم را در مای 42°C به دست بیاوریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} = 6.28 \times 10^{-4} \times 1.2 \times \frac{1}{3.14 \times 10^{-4}} = 2.4 \Omega$$

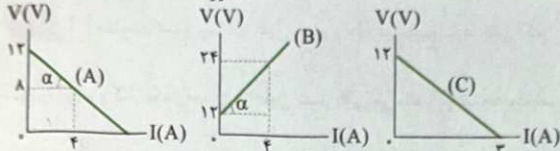
۳۹ در نمودار اختلاف پتانسیل بر حسب جریان در دو سر مولد همواره شیب بیانگر مقاومت داخلی آن است. دقت کنید که هر چقدر باتری فرسوده‌تر و کهنه‌تر باشد، مقاومت داخلی آن بیشتر است.



$$V = \varepsilon - rI$$

ولتاژ دو سر باتری $r \neq 0 \Rightarrow$ باتری غیر ایده‌آل

$$|\tan \alpha| = \left| \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} \right| = \frac{\varepsilon - V}{I} = \frac{rI}{I} = r$$



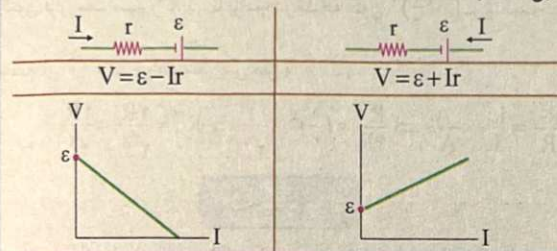
$$|\tan \alpha| = \left| -\frac{r}{1} \right| = 1 \quad |\tan \alpha| = \left| -\frac{12}{4} \right| = 3 \quad |\tan \alpha| = \left| -\frac{12}{3} \right| = 4 \Omega$$

$$\Rightarrow r_A = 1 \Omega \quad \Rightarrow r_B = 3 \Omega \quad \Rightarrow r_C = 4 \Omega$$

$$\Rightarrow r_C > r_B > r_A$$

درسنامه

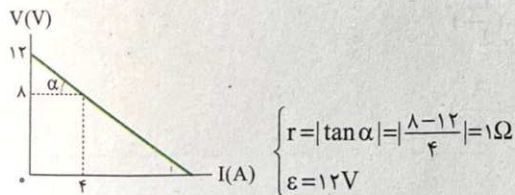
با توجه به جدول زیر اختلاف پتانسیل دو سر مولدها از روابط مشخص شده قابل محاسبه است.



در هر دو نمودار، عرض از مبدأ برابر نیروی محرکه باتری و اندازه شیب برابر با مقاومت درونی است.

نکته: هر چقدر باتری کهنه و فرسوده‌تر باشد، در نتیجه مقاومت درونی آن بیشتر است.

۲۰ با توجه به نمودار داده شده، همواره قدرمطلق شیب نمودار بیانگر مقاومت درونی و عرض از مبدأ آن برابر نیروی محرکه مولد است.



حال جریان در مدار برابر است با:

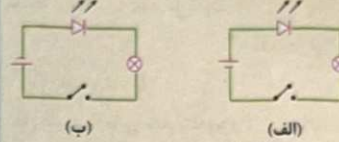
$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow I = \frac{12}{5+1} = 2A$$

در نتیجه:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{\Delta q}{5} \Rightarrow \Delta q = 10C$$

۳۸ دیودها: دیود قطعاتی است که هرگاه در مداری قرار می‌گیرد، جریان را تنها از یک سو عبور می‌دهد و مقاومت آن در برابر عبور جریان در این سو ناچیز است. به همین دلیل دیود را اغلب یکسوکننده جریان می‌گویند و آن را با نماد $\rightarrow$ نشان می‌دهند. هم‌چنین از دیود در مدارهای یکسوکننده برای تبدیل جریان‌های متناوب به جریان‌های مستقیم استفاده می‌شود. LEDها در مقایسه با لامپ‌های رشته‌ای عمر طولانی‌تری دارند و به دلیل نداشتن رشته به هنگام تولید نور، انرژی گرمایی زیادی تولید نمی‌کنند.

مثال: در کدام شکل با بستن کلید LED روشن می‌شود؟



در شکل «الف» جریان عبور می‌کند و LED روشن می‌شود.

۳۷ LDR نوعی مقاومت است که به نور تابیده شده به آن بستگی دارد. با افزایش نور تابیده شده به مقاومت LDR، مقاومت کاهش می‌یابد. بنابراین در روز اندازه مقاومت LDR کم و در شب اندازه مقاومت LDR زیاد است. بنابراین:

$$R_1 > R_2 \Rightarrow I_1 > I_2$$

ولت‌سنج اندازه اختلاف پتانسیل دو سر مولد را نشان می‌دهد. مطابق رابطه $V = \varepsilon - Ir$ با افزایش جریان، اندازه اختلاف پتانسیل دو سر مولد کاهش می‌یابد. در نتیجه:

$$I_1 > I_2 \Rightarrow V_1 < V_2$$

۳۸ ابتدا مقاومت را محاسبه می‌کنیم:

$$R = ab \times 10^n \Rightarrow R = 35 \times 10^0 = 35 \Omega$$

رنگ سوم: ۳ (بنفش)
رنگ دوم: ۵ (سبز)
رنگ اول: ۰ (سفید)

حال جریان را محاسبه می‌کنیم:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow 35 = \frac{V}{I} \Rightarrow I = 2A$$

بنابراین خواهیم داشت:

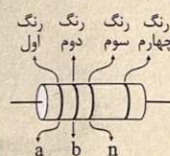
$$I = \frac{nq}{t} \Rightarrow 2 = \frac{n \times 1.6 \times 10^{-19}}{100} \Rightarrow n = 12.5 \times 10^{20} = 1.25 \times 10^{21}$$

درسنامه

مقاومت‌های ترکیبی

مقاومت‌های ترکیبی معمولاً از کربن، برخی نیم‌رساناها و یا لایه‌های نازک فلز ساخته می‌شوند. مقدار این مقاومت‌ها یا روی آن‌ها نوشته می‌شود یا عمدتاً به صورت کد رنگی نشان داده می‌شود که با ۳ یا ۴ حلقه رنگی روی آن‌ها مشخص می‌شود. هر رنگ معرف عددی است که داده می‌شود. دو حلقه اول به ترتیب رقم اول و رقم دوم مقاومت را نشان می‌دهد. رقم حلقه سوم ضریبی به صورت 10^n است.

حلقه چهارم یک حلقه طلایی یا نقره‌ای رنگ است که تolerانس نام دارد و تعداد مجاز انحراف از مقدار دقیق مقاومت را بر حسب درصد مشخص می‌کند. نبود رنگ چهارم به معنای آن است که تolerانس ۲۰ درصد است. برای خواندن حلقه‌های رنگی، مقاومت را طوری به دست می‌گیریم که حلقه تolerانس در سمت راست قرار گیرد و بقیه حلقه‌ها را از سمت چپ به راست می‌خوانیم.

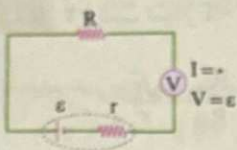


$$R = ab \times 10^n$$

درسنامه

مقاومت ولتسنج ایده‌آل بی‌نهایت و مقاومت آمپرسنج ایده‌آل نیز صفر است. بنابراین همواره ولتسنج را به صورت موازی و آمپرسنج را به صورت متوالی در مدار می‌بینید.

نکته: اگر ولتسنج به صورت متوالی در مدار بسته شود، جریان در مدار صفر است. همچنین عددی که ولتسنج نشان می‌دهد برابر نیروی محرکه مولد است.



۴۴ ۲ با توجه به جهت قرارگیری پایانه‌های باتری، جریان در مدار به صورت ساعتگرد است. اکنون به کمک $V_C - V_A = 10V$ ، جریان در مدار را محاسبه می‌کنیم:

$$V_A - Ir_1 + \varepsilon_1 - IR_1 - Ir_2 - \varepsilon_2 = V_C$$

$$V_A - I + 22 - 2I - I - 4 = V_C$$

$$-4I + 18 = 10 \Rightarrow -4I = -8 \Rightarrow I = 2A$$

دقت کنید: $V_A - V_C$ را داریم، پس از نقطه C تا نقطه M می‌نویسیم:

$$V_A - Ir_1 + \varepsilon_1 - IR_1 - Ir_2 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3 - IR_3 = V_M$$

$$V_A - 2 \times 1 + 22 - 2 \times 2 - 2 \times 1 - 4 - 4 - 2 \times 1 = V_M$$

$$V_A - 2 + 22 - 4 - 2 - 4 - 4 - 2 = V_M$$

$$V_A + 4 = V_M \Rightarrow V_M - V_A = +4V$$

درسنامه

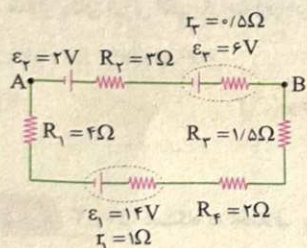
پتانسیل نویسی

۱ جهت جریان را پیدا می‌کنیم.

۲ اگر جریان در جهت نیروی محرکه باشد، $+E$ و اگر جریان در خلاف نیروی محرکه باشد $-E$.

۳ در جهت جریان همواره $-IR$ و $-Ir$ داریم یعنی افت پتانسیل.

مثال: الف) در مدار شکل زیر جریان در مدار چند آمپر است؟
ب) $V_B - V_A$ برابر با چند ولت است؟



$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3}{R_T + r} = \frac{14 - 2 - 6}{12} = \frac{6}{12} = 0.5A$$

(الف)

جهت جریان پادساعتگرد است.

(ب)

$$V_B - Ir_2 - \varepsilon_2 - IR_2 - \varepsilon_3 = V_A$$

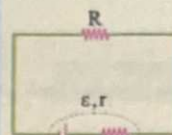
$$V_B - 0.5 \times 0.5 - 6 - 0.5 \times 2 - 2 = V_A$$

$$V_B - 0.25 - 6 - 1.5 - 2 = V_A$$

$$V_B - 9.75 = V_A \Rightarrow V_B - V_A = +9.75V$$

درسنامه

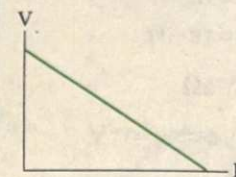
در مداری مطابق شکل زیر، اختلاف پتانسیل دو سر مولد از رابطه $V = \varepsilon - Ir$ به دست می‌آید.



نکته: از آنجایی که جریان در چنین مداری از رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$ قابل محاسبه است، می‌توانیم با قرار دادن آن در رابطه $V = \varepsilon - Ir$ ، رابطه جدیدی پیدا کنیم که می‌توانیم بدون محاسبه جریان نیز، اختلاف پتانسیل دو سر مولد را به دست بیاوریم:

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow V = \varepsilon - \frac{\varepsilon}{R+r} \times r = \frac{\varepsilon R + \varepsilon r - \varepsilon r}{R+r} \Rightarrow V = \frac{\varepsilon R}{R+r}$$

نکته: نمودار اختلاف پتانسیل برحسب جریان عبوری از دو سر مولد به صورت زیر است:



عرض از مبدأ نمودار، نیروی محرکه مولد را نشان می‌دهد و اندازه شیب نمودار بیانگر مقاومت درونی آن است.

$$\Rightarrow |\tan \alpha| = r$$

۴۱ ۲ اختلاف پتانسیل دو سر مولد را می‌توانیم از رابطه $V = \frac{\varepsilon R}{R+r}$ هم به دست بیاوریم. اکنون داریم:

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} R_1 = R \Rightarrow R_2 = R - 1 \\ V_2 = \frac{3}{4} V_1 \end{array} \right. &\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{R_2}{R_1} \times \left(\frac{R_1 + r}{R_2 + r} \right) \\ \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{R-1}{R} \times \left(\frac{R+1}{R-1+1} \right) &\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{(R-1)}{R} \times \left(\frac{R+1}{R} \right) \\ \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{R^2-1}{R^2} &\Rightarrow 4R^2-4=3R^2 \Rightarrow R^2=4 \Rightarrow R=2\Omega \end{aligned}$$

۴۲ ۳ ولتسنج به دو سر باتری متصل است، پس اختلاف پتانسیل دو سر آن از رابطه $V = \frac{\varepsilon R}{R+r}$ قابل محاسبه است. بنابراین:

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} V_1 = \frac{\varepsilon \times 15}{15+r} \\ V_2 = \frac{\varepsilon \times 9}{9+r} \end{array} \right. &\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{\varepsilon \times 9}{\varepsilon \times 15} \\ \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{9(15+r)}{15(9+r)} &\Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{5} \times \frac{15+r}{9+r} \Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{15+r}{9+r} \\ \Rightarrow 5(9+r) = 4(15+r) &\Rightarrow 45+5r=60+4r \Rightarrow r=15\Omega \end{aligned}$$

۴۳ ۳ مقاومت ولتسنج ایده‌آل بی‌نهایت است، پس از شاخه اصلی جریان عبور نمی‌کند. اما جریان تولیدی توسط مولد از آمپرسنج عبور می‌کند.

$$I = \frac{\varepsilon}{r} = 10/5A$$

عدد ولتسنج صفر را نشان می‌دهد زیرا از طریق مسیر آمپرسنج دو سر آن به هم وصل است.

۴۸۰ ۴ بنا به رابطه $P = I\Delta V$ توان مورد نیاز بخاری برابر است با:
 $P = I\Delta V = 10 \times 220 = 2200 \text{ W} = 2/2 \text{ kW}$
 پس انرژی مصرفی بخاری در یک ماه برحسب kWh برابر است با:
 $U = Pt \Rightarrow U = 2/2 \times 20 \times 24 = 198 \text{ kWh}$
 ماه
 در نتیجه بهای برق مصرفی این بخاری در یک ماه چنین می‌شود:
 تومان $198 \times 50 = 9900$ بها

۴۹۰ ۳ با توجه به این‌که پتانسیل الکتریکی نقطه B از پتانسیل نقطه A بیشتر است، با حرکت از نقطه A به نقطه B پتانسیل الکتریکی به اندازه ۱۲V افزایش می‌یابد. پس داریم:

$$\Delta V = V_B - V_A = \varepsilon = 12 \text{ V}$$

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow 12 = \frac{\Delta U}{-5} \Rightarrow \Delta U = -60 \mu\text{J}$$

۵۰۰ ۱ توان خروجی مولد در مدار شکل سؤال، از رابطه $P = \varepsilon I - rI^2$ قابل محاسبه است. در نتیجه:

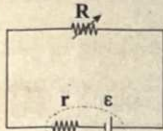
$$P = \varepsilon I - rI^2 \Rightarrow \begin{cases} 10/5 = \varepsilon - r(*) \\ 18 = 2\varepsilon - 4r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 21 = 2\varepsilon - 2r \\ 18 = 2\varepsilon - 4r \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین معادله را کم می‌کنیم}} 3 = 2r \Rightarrow r = 1/5 \Omega$$

$$(*) : 10/5 = \varepsilon - r \xrightarrow{r=1/5 \Omega} 10/5 = \varepsilon - 1/5 \Rightarrow \varepsilon = 12 \text{ V}$$

درسنامه

توان در باتری‌ها



فرض کنید بار q از باتری عبور کند، نیروی محرکه باتری بر روی بار کار انجام می‌دهد و باعث افزایش انرژی بار الکتریکی می‌شود. اگر در رابطه $P = VI$ به جای V مقدار ε را جایگذاری کنیم به عبارت $P = \varepsilon I$ می‌رسیم که توان تولیدی باتری محرک نام دارد. اما هنگام عبور بار الکتریکی از باتری، بخشی از توان تولیدی باتری توسط مقاومت درونی آن، تبدیل به گرما می‌شود که به آن توان مصرفی یا هدررفته در باتری می‌گویند و به کمک رابطه $P = rI^2$ اندازه آن به دست می‌آید. اگر از مقدار εI مقدار rI^2 را کم کنیم، توان مفید باتری یا همان توان خروجی از باتری محرک به دست می‌آید.

$$P_{\text{مفید}} = \varepsilon I - rI^2$$

نکته: اگر مولد برخلاف جریان الکتریکی در مدار بسته شده باشد، توان خروجی از آن برابر است با:

$$P = \varepsilon I + rI^2$$

۵۱۰ ۴ با توجه به جهت قرارگیری مولد (۱) و مولد (۲) و $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ ، جهت جریان در مدار ساعتگرد است و مولد ε_1 محرک و مولد ε_2 ضدمحرک است.

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_T + r} \Rightarrow I = \frac{18 - 6}{2 + 2/5 + 0/75 + 0/75} = \frac{12}{6} = 2 \text{ A}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\varepsilon_2 I + r_2 I^2}{\varepsilon_1 I - r_1 I^2} = \frac{6 \times 2 + 0/75 \times 4}{18 \times 2 - 0/75 \times 4} = \frac{12 + 3}{36 - 3} = \frac{15}{33}$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{5}{11}$$

۲۵۰ ۳ با توجه به رابطه $P = I\Delta V$ داریم:

$$P = I\Delta V \Rightarrow P = I(V_B - V_A)$$

این جزء به بقیه مدار انرژی می‌دهد. $\Rightarrow V_B > V_A \Rightarrow P > 0$ اگر

این جزء از بقیه مدار انرژی می‌گیرد. $\Rightarrow V_B < V_A \Rightarrow P < 0$ اگر

پس مورد «ب» و «ج» صحیح است.

۲۶۰ ۲ شب نمودار $V-I$ برای رسانای اهمی برابر مقاومت آن‌ها است.

$$R = \tan \alpha \Rightarrow \begin{cases} R_A = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ R_B = \tan 45^\circ = 1 \end{cases}$$

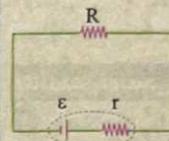
چون اختلاف پتانسیل دو سر هر رسانا یکسان است، پس داریم:

$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow{V=\text{یکسان}} \frac{P_A}{P_B} = \frac{R_B}{R_A} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

درسنامه

توان مصرفی در مقاومت‌ها

فرض کنید مطابق شکل زیر مقاومت الکتریکی R را به منبع نیروی محرکه متصل می‌کنیم و بار الکتریکی q در مدت Δt از این مقاومت عبور می‌کند. در این حالت قسمتی از انرژی الکتریکی بار (ΔU) تبدیل به گرما می‌شود. برای به دست آوردن آهنگ مصرف انرژی در یک مقاومت الکتریکی یا همان توان مصرفی مقاومت می‌توانیم از روابط زیر استفاده کنیم:



$$P = \frac{U}{t} \Rightarrow \begin{cases} P = VI \\ P = \frac{V^2}{R} \\ P = RI^2 \end{cases}$$

نکته: برای به دست آوردن انرژی مصرفی در مقاومت، می‌توان از رابطه بالا به $U = Pt$ استفاده کرد. طبق این رابطه، یکای انرژی مصرفی J معادل وات است. وات ثانیه یکای کوچکی است. بنابراین معمولاً روی قبض برق مصرفی، یکای انرژی الکتریکی مصرفی برحسب کیلووات ساعت بیان می‌شود که به زیر تبدیل می‌شود.

$$1 \text{ kW.h} = (1000 \cdot \frac{J}{s})(3600 \text{ s}) = 3/6 \times 10^6 \text{ J}$$

۱ اگر دستگاه به اختلاف پتانسیل ۱۱۰V متصل شود، دیگر توان برابر ۱۰۰W نمی‌باشد. بنابراین چون مقاومت کتری ثابت است، باید آن در این حالت را بررسی کنیم.

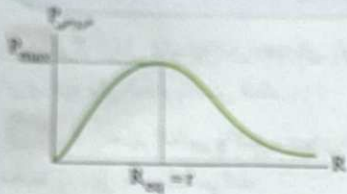
$$R = \frac{P}{I^2} \xrightarrow{P=\frac{V^2}{R}} \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_2}{100} = \left(\frac{110}{220}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{100} = \frac{1}{4} \Rightarrow P_2 = 25 \text{ W}$$

سیم داشت:

$$U = Pt \Rightarrow U = 25 \times \underbrace{1800}_{\text{نیم ساعت}} = 45000 \text{ J} = 4/5 \times 10^4 \text{ J}$$

۳/۵۲ نمودار توان خروجی بر حسب مقاومت R_{eq} به صورت زیر است

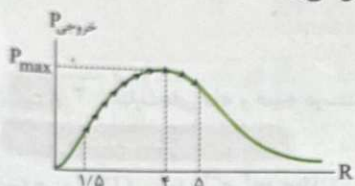


بنابراین توان خروجی باتری زمانی بیشینه است که مقاومت معادل با مقاومت درونی باتری برابر باشد.

در نتیجه اگر مقاومت معادل کمتر از $r = 4\Omega$ باشد، توان کمتر از توان بیشینه است و همین طور اگر بیشتر از $r = 4\Omega$ باشد باز هم از توان بیشینه کمتر است.

$$R_{eq} = R' + R \Rightarrow \begin{cases} (1) R_{eq} = 0.5 + 1 = 1.5\Omega \\ (2) R_{eq} = 0.5 + 2 = 2.5\Omega \Rightarrow P_{max} \\ (3) R_{eq} = 0.5 + 4 = 4.5\Omega \end{cases}$$

پس ابتدا توان افزایش و سپس کاهش می یابد.



۴/۵۵ دو رسانای A و B به صورت متوالی بسته شده اند، پس جریان عبوری از آن ها یکسان است.

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{1/8 \times 10^{-6}}{0.45 \times 10^{-6}} \times \left(\frac{r_B}{1/2 r_B}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = 4 \times 4 = 16$$

با استفاده از رابطه $P = RI^2$ و با توجه به یکسان بودن جریان عبوری از مقاومت ها، می توانیم نسبت توان مصرفی مقاومت A به مقاومت B را محاسبه کنیم:

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{R_A}{R_B} = 16$$

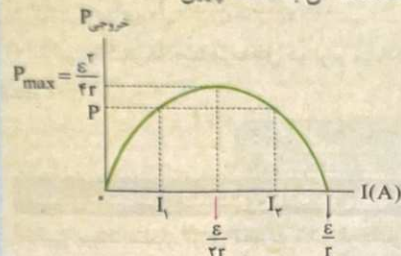
۴/۵۲ برای این که توان خروجی باتری بیشینه باشد، باید مقاومت معادل خارجی با مقاومت درونی باتری برابر باشد.

$$R_{eq} = r \Rightarrow R_1 + R_2 = r \Rightarrow 2 + R_2 = 2 \Rightarrow R_2 = 1\Omega$$

درسنامه

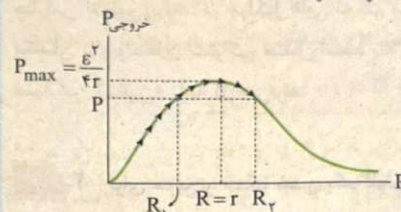
نمودار توان خروجی باتری بر حسب جریان عبوری از آن

طبق رابطه $P = \varepsilon I - rI^2$ نمودار توان خروجی بر حسب جریان عبوری از آن به صورت یک سهمی است که دهانه آن به سمت پایین است.



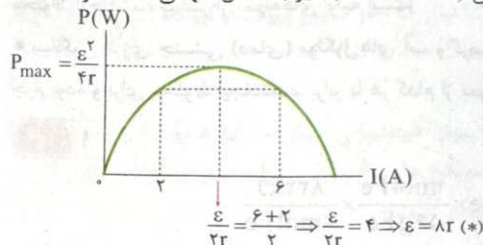
$$\text{ثابت: } I_1 + I_r = \frac{\varepsilon}{r} \Rightarrow P = \text{ثابت}$$

نمودار توان خروجی بر حسب مقاومت



$$\text{ثابت: } r = \sqrt{R_1 \times R_2} \Rightarrow P = \text{ثابت}$$

۳/۵۲ نمودار تغییرات توان خروجی بر حسب جریان عبوری از آن با توجه به معادله حل آن ($P = \varepsilon I - rI^2$) نیز به شکل سهمی است. در نتیجه:

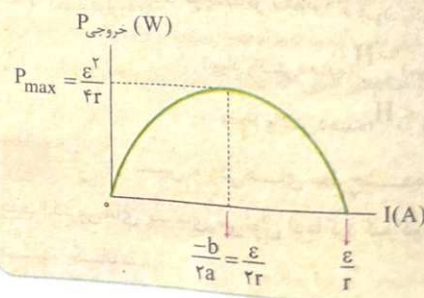


$$P_{max} = \frac{\varepsilon^2}{4r} = 16 \Rightarrow \varepsilon^2 = 64r \Rightarrow 64r^2 = 64r \Rightarrow r = 1\Omega$$

$$(*) \varepsilon = 8r \Rightarrow \varepsilon = 8 \times 1 = 8V$$

درسنامه

رابطه محاسبه توان خروجی باتری به صورت $P = \varepsilon I - rI^2$ است. اگر رابطه را به صورت $P = -rI^2 + \varepsilon I$ تغییر شکل دهیم، متوجه می شویم که توان خروجی تابعی درجه ۲ از جریان است و همچنین تقعر نمودار به سمت پایین خواهد بود.



گازی و تبدیل آن به اتم‌های گازی است. آنتالپی واکنش $\text{NH}_3(\text{g}) \rightarrow \text{NH}_3(\text{g}) + \text{H}(\text{g})$ معادل میانگین آنتالپی پیوند $\text{N}-\text{H}$ است.

درستی عبارات زیر را بنویسید:

- (۱) در فرآورده‌ها به جای مولکول‌های گازی H_2 و Cl_2 ، باید اتم‌های گازی H و Cl نوشته شود.
- (۲) حالت فیزیکی I_2 باید گازی شکل باشد.
- (۳) آنتالپی واکنش داده‌شده، معادل دو برابر میانگین آنتالپی پیوند $\text{C}=\text{O}$ است.

دوستانه

آنتالپی پیوند - میانگین آنتالپی پیوند

آنتالپی پیوند: مقدار انرژی مصرف شده در فشار ثابت هنگام شکستن یک مول پیوند بین دو اتم گازی و تبدیل آن به اتم‌های گازی جدا از هم را آنتالپی پیوند می‌گویند.

میانگین آنتالپی پیوند: در مولکول‌هایی که اتم مرکزی به چند اتم کناری یکسان با پیوندهای اشتراکی متصل است، به جای واژه آنتالپی، عبارت «میانگین آنتالپی» را به کار می‌برند.

۲/۶۶ برای سریع‌تر خنک شدن یک گلوله فلزی بسیار داغ، آب سرد از اتانول سرد کارآمدتر است. زیرا ظرفیت گرمایی ویژه آب بیشتر بوده و می‌تواند گرمای بیشتری را از گلوله گرفته و آن را سردتر کند.

- انرژی گرمایی و ظرفیت گرمایی به جرم ماده بستگی دارد و برای مخلوط ایجادشده بیشتر از نمونه‌های اولیه است.
- میانگین انرژی جنبشی (دمای) مولکول‌های آب و گرمای ویژه، مستقل از جرم بوده و برای مخلوط ایجادشده، برابر با هر کدام از نمونه‌های اولیه است.

۱/۶۶

$$? \text{g H}_2\text{O} = 224 \text{g Fe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}} \times \frac{822 \text{ kJ}}{2 \text{ mol Fe}}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol H}_2\text{O}}{572 \text{ kJ}} \times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 103/46 \text{ g H}_2\text{O}$$

۴/۶۷ هر چه مولکول‌های مواد شرکت‌کننده در یک واکنش گازی ساده‌تر باشند، آنتالپی واکنش محاسبه‌شده با استفاده از آنتالپی‌های پیوند همخوانی بیشتری با داده‌های تجربی دارد. مولکول‌های موجود در واکنش گزینه (۴) ساده‌تر از سه واکنش دیگر هستند.

۲/۶۸ در واکنش گرماده ($\Delta H < 0$) مانند اکسایش گلوکز، (مواد فرآورده) H کوچک‌تر (کم‌تر) از (مواد واکنش دهنده) H است:

$$\text{H}_{(\text{واکنش دهنده})} = \text{H}_{(\text{مواد فرآورده})}$$

$$\text{H} < 0 \Rightarrow \text{H}_{(\text{مواد واکنش دهنده})} < \text{H}_{(\text{مواد فرآورده})}$$

۲/۶۹ در بین ویژگی‌های مطرح‌شده، فقط در مورد شفت الکترون‌های پیوندی می‌توان ادعا کرد که دو ترکیبی که با هم ایزو هستند، یکسانند.

شیمی

۳/۵۶ زغال کک، واکنش دهنده‌ای رایج در استخراج آهن و تأمین‌کننده انرژی لازم برای انجام واکنش است.

۴/۵۷ تغییر آنتالپی واکنش، هم‌ارز با گرمایی است که در فشار ثابت با محیط پیرامون دادوستد می‌کند: $\Delta H = Q_p$

دوستانه

گرما را می‌توان هم‌ارز با مقدار انرژی گرمایی مواد دانست که به دلیل تفاوت در دما جاری می‌شود. جاری شدن گرما از جسم با دمای بالاتر به جسم با دمای پایین‌تر اتفاق می‌افتد.

پس: گرما $\equiv$ انرژی گرمایی

شیمی‌دان‌ها، تغییر آنتالپی (ΔH) هر واکنش را هم‌ارز با گرمایی می‌دانند که در فشار ثابت با محیط پیرامون داد و ستد می‌کند و آن را با Q_p نشان می‌دهند.

$$\Delta H \equiv Q_p$$

۲/۵۸ عبارت‌های «آ» و «ب» درست هستند.

درستی عبارات زیر را بنویسید:

ب) هر ژول (J) معادل $1 \text{ kg.m}^2.\text{s}^{-2}$ است.

ت) هر کالری (cal) معادل $4/18 \text{ J}$ است.

۳/۵۹ روغن و چربی از جمله ترکیب‌های آلی هستند که به دلیل تفاوت در ساختار، رفتارهای فیزیکی و شیمیایی متفاوتی دارند. روغن دارای حالت فیزیکی مایع بوده اما چربی جامد است. از دیدگاه شیمیایی، در ساختار مولکول‌های روغن، پیوندهای دوگانه بیشتری وجود داشته و واکنش‌پذیری بیشتری نیز دارد.

۳/۶۰ در فرایند تبخیر، مولکول‌های پراترزی‌تر آب از حالت مایع خارج می‌شوند. بنابراین دما و در واقع میانگین انرژی جنبشی مولکول‌های باقی‌مانده آب، کاهش می‌یابد.

درستی عبارات زیر را بنویسید:

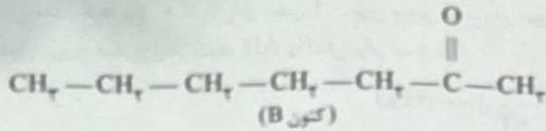
- (۱) دمای بالاتر محیط لزوماً منجر به خنک‌کنندگی بیشتر نمی‌شود، زیرا رطوبت و جریان هوا هم مهم هستند.
- (۲) رطوبت بالا منجر به کاهش سرعت تبخیر می‌شود.
- (۴) تبخیر آب به آرامی انجام می‌شود.

۲/۶۱ • واکنش تبدیل گرافیت به الماس، یک واکنش گرماگیر ($\Delta H > 0$) بوده و طی آن، مقداری گرما مصرف می‌شود.

• با مصرف گرما، سطح انرژی اتم‌های کربن، افزایش و پایداری آن‌ها، کاهش می‌یابد.

درستی عبارات زیر را بنویسید:

- و پ) هر دو واکنش، گرماده ($\Delta H < 0$) هستند و مقدار گرمای آزادشده در واکنش (II) بیشتر از واکنش (I) است، زیرا سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها در واکنش (II) بالاتر از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها در واکنش (I) است.
- ب) سطح انرژی $\text{NH}_3(\text{l})$ پایین‌تر از $\text{NH}_3(\text{g})$ بوده و با این تغییر، مقدار مای بیشتری در واکنش (I)، آزاد می‌شود.
- د) سطح انرژی اتم‌های $\text{H}(\text{g})$ بالاتر از $\text{H}_2(\text{g})$ بوده و با این تغییر، مقدار مای بیشتری در واکنش (II) آزاد می‌شود.



ب) شمار پیوندهای یگانه کربن - کربن در A و B به ترتیب برابر با ۶ و ۴ است. ($\frac{6}{4} = 1.5$)

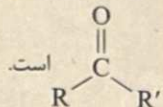
ت) شمار پیوندهای کربن - هیدروژن در A و B به ترتیب برابر با ۱۴ و ۶ است. ($\frac{14}{6} \approx 2.33$)

دوستانه

♦ گروه عاملی آلدهیدی: آلدهیدها دسته‌ای از ترکیبات شیمیایی هستند

که فرمول همگانی آن‌ها به صورت $\text{R}-\overset{\text{O}}{\parallel}\text{C}-\text{H}$ بوده و R یک زنجیر هیدروکربنی یا اتم هیدروژن است.

♦ گروه عاملی کتون: فرمول همگانی کتون‌ها به صورت



R و R' زنجیرهای هیدروکربنی هستند که ممکن است هیدروکربن‌های مشابهی باشند. (مثلاً هر دو CH_3 یا هر دو C_2H_5 باشند.)

۳ ۷۲ شیمی‌دان‌ها به کار بردن آنتالپی‌های پیوند را برای تعیین ΔH واکنش‌هایی مناسب می‌دانند که همه مواد شرکت‌کننده در آن‌ها به حالت گاز هستند. در واکنش گزینه (۳)، حالت فیزیکی متانول (CH_3OH)، مایع است.

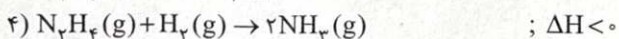
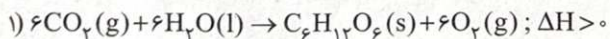
۱ ۷۴ ۷۰٪ گرمای حاصل از سوختن مخلوط مورد نظر، موجب افزایش دمای کتری و آب داخل آن از 25°C تا 100°C می‌شود. این مقدار گرما برابر است با:

$$Q = C\Delta\theta = 1000 \times \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}} \times (100 - 25)^\circ\text{C} = 75000 \text{ J} \equiv 75 \text{ kJ}$$

فرض کنیم مدت‌زمانی که مخلوط می‌سوزد برابر با t دقیقه باشد، در این صورت می‌توان نوشت:

$$t \text{ min} \times \frac{1}{100} \times \frac{\text{mol}}{\text{min}} \left[\left(\frac{1}{100} \times 890 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \right) + \left(\frac{2}{100} \times 1560 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \right) \right] \times \frac{70}{100} = 75 \text{ kJ} \Rightarrow t = \frac{75}{0.072(712 + 312)} = 10.5 \text{ min}$$

۴ ۷۵ واکنش موجود در گزینه (۴)، برخلاف سه واکنش دیگر، گرماده ($\Delta H < 0$) است.



۲ ۷۶ ابتدا از روی جرم آب و آنتالپی تبخیر آن، مقدار گرمای لازم برای تبخیر نمونه آب که معادل با مقدار گرمای حاصل از واکنش هیدروژن‌دار شدن $\frac{1}{3}$ مول پروپن است را به دست می‌آوریم:

$$? \text{ kJ} = 16/2 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}} \times \frac{44 \text{ kJ}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 39/6 \text{ kJ}$$

دوستانه

شباهت و تفاوت ایزومرها

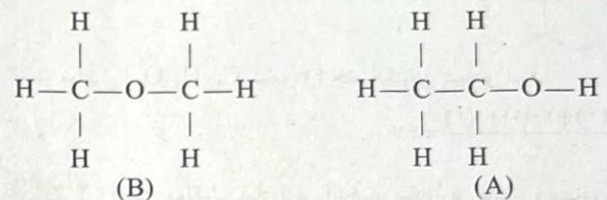
شیمی‌دان‌ها به موادی که فرمول مولکولی یکسان ولی ساختار متفاوتی دارند، ایزومر یا همپار می‌گویند. در این‌جا، برخی از شباهت‌ها و تفاوت‌های آن‌ها را آورده‌ایم:

شباهت‌ها	فرمول مولکولی یکسان، جرم مولی یکسان، شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی یکسان، تعداد و نوع عنصرهای سازنده یکسان
تفاوت‌ها	گروه عاملی و جایگاه آن، ساختار زنجیرمانند یا حلقوی، خواص فیزیکی (مانند حالت، چگالی، حلالیت، نقطه ذوب و جوش و ...)، سطح انرژی، واکنش‌پذیری و ...

۴ ۷۰ برای پیوندهایی مانند $\text{Br}-\text{Br}$ ، $\text{H}-\text{F}$ ، $\text{C}\equiv\text{O}$ ، $\text{H}-\text{H}$ و $\text{O}=\text{O}$ که به ترتیب فقط در مولکول‌های دواتمی H_2 ، CO ، HF ، Br_2 و O_2 وجود دارند، نیازی به استفاده از اصطلاح «میانگین آنتالپی پیوند» نیست.

• برای پیوندهایی مانند $\text{C}-\text{H}$ ، $\text{C}\equiv\text{C}$ و $\text{C}=\text{C}$ که در مولکول‌های مختلفی وجود دارند، باید از اصطلاح «میانگین آنتالپی پیوند» استفاده کرد.

۴ ۷۱ ساختارهای A و B در زیر آمده است:



در ساختار A، چهار نوع پیوند کووالانسی ($\text{C}-\text{C}$ ، $\text{C}-\text{O}$ ، $\text{O}-\text{H}$ و $\text{C}-\text{H}$) و در ساختار B، دو نوع پیوند کووالانسی ($\text{C}-\text{H}$ و $\text{C}-\text{O}$) وجود دارد.

پرسش‌گزیده‌ها:

۱ و ۲ به دلیل وجود پیوند هیدروژنی میان مولکول‌های A و نیز برقراری پیوند هیدروژنی میان مولکول‌های A و آب، دمای جوش و انحلال‌پذیری A در آب، در مقایسه با B بیشتر است.

۳ شمار پیوندهای $\text{C}-\text{H}$ در ساختارهای A و B به ترتیب برابر با ۵ و ۶ پیوند است.

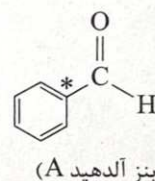
۴ عامل طعم و بوی رازیانه به دلیل گروه عاملی اتری ($-\text{O}-$) است که در ساختار B نیز وجود دارد.

۲ ۷۲ آلدهید A و کتون B به ترتیب بنزالدهید ($\text{C}_7\text{H}_6\text{O}$) و ۲-هپتانون ($\text{C}_7\text{H}_{14}\text{O}$) هستند.

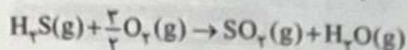
پرسش عبارت‌ها:

۱) مقدار کربن دی‌اکسید حاصل از سوختن کامل یک مول از هر کدام از دو ترکیب A و B با هم برابر است. زیرا شمار اتم‌های کربن دو ترکیب با هم برابر است.

۲) در ساختار آلدهید A، یک اتم کربن که با * مشخص شده، وجود دارد که فقط به هم‌های کربن متصل است. اما در ساختار کتون B چنین اتم کربنی وجود ندارد:



معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



$$\Delta H = \left[\begin{array}{c} \text{مجموع آنتالپی} \\ \text{پیوندهای فراورده‌ها} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{مجموع آنتالپی} \\ \text{پیوندهای واکنش دهنده‌ها} \end{array} \right]$$

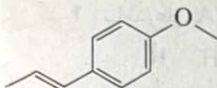
$$\begin{aligned} -229/5 &= [2\Delta H(H-S) + \frac{3}{2}\Delta H(O=O)] - [\Delta H(S=O) \\ &+ \Delta H(S-O) + 2\Delta H(O-H)] \Rightarrow -229/5 = [2\Delta H(H-S) \\ &- 2\Delta H(O-H)] + [\frac{3}{2}(495) - (523) - (223)] \\ \Rightarrow \Delta H(H-S) - \Delta H(O-H) &= -118 kJ.mol^{-1} \end{aligned}$$

۷۸/۳ بررسی گزینه‌ها:

(۱) ساختار داده شده مربوط به کتون است که عامل طعم و بوی زردچوبه به شمار می‌آید.

(۲) فرمول مولکولی ساختار داده شده و ۲- هپتانون به ترتیب به صورت $C_7H_{14}O$ و $C_{15}H_{30}O$ است. تفاوت شمار اتم‌های H و C در این دو ترکیب به ترتیب برابر با ۵ و ۷ است.

(۳) در ساختار عامل طعم و بوی رازیانه که به صورت زیر است، همانند ترکیب داده شده در سؤال، یک حلقه بنزنی وجود دارد:



(۴) هر مولکول از $C_{15}H_{30}O$ شامل ۴۱ جفت الکترون پیوندی است:

$$\frac{15(4) + 30(1) + 1(2)}{2} = 41$$

(۸۰/۲) فرمول مولکولی ساده‌ترین آلدهید، ساده‌ترین کتون و ساده‌ترین اتر به ترتیب به صورت CH_3O ، C_2H_4O و C_2H_6O است. جرم مولی این سه ترکیب به ترتیب برابر با ۳۰، ۵۸، ۴۶ گرم بر مول است:

$$a=30, b=58, c=46$$

$$\frac{(30+58)}{88} < \frac{2(46)}{92}$$

این مقدار گرما برای هیدروژن‌دار شدن ۰/۳ مول پروین است. در صورتی که یک مول پروین هیدروژن‌دار شود ΔH واکنش برابر است با:

$$\Delta H = -\left(\frac{39/6}{0/3}\right) = -122 kJ$$

$$\Delta H = \left[\begin{array}{c} \text{مجموع آنتالپی} \\ \text{پیوندهای فراورده‌ها} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{مجموع آنتالپی} \\ \text{پیوندهای واکنش دهنده‌ها} \end{array} \right]$$

$$\begin{aligned} \Delta H &= [\Delta H(C=C) + \Delta H(C-C) + 6\Delta H(C-H) + \\ &\Delta H(H-H)] - [4\Delta H(C-H) + 2\Delta H(C-C)] \\ \Rightarrow -122 &= [(615) + (350) + 6(416) + x] - [4(416) + 2(350)] \\ \Rightarrow x &= 435 kJ.mol^{-1} \end{aligned}$$

(۷۷/۱) برای ترکیبی با فرمول مولکولی C_8H_8O که آروماتیک است، در

مجموع ۵ ساختار با گروه عاملی کربونیل ($-C(=O)-$) می‌توان در نظر گرفت

که چهار مورد آلدهید و یک مورد کتون است:

