

آزمون شماره (۱۶)

جمعه

۱۴۰۴/۱۲/۰۱

دفترچه
شماره ۱آزمون‌های سراسر
کاج

گزینه درسد را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴

یازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۸۰	مدت پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

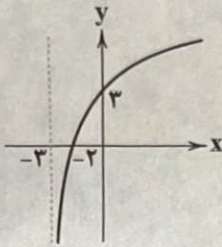
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال از تا	مدت پاسخگویی
۱	حسابان ۱	۱۰	۱	۴۵ دقیقه
	آمار و احتمال	۱۰	۱۱	
	هندسه ۲	۱۰	۲۱	
۲	فیزیک	۲۵	۳۱	۳۰ دقیقه
۳	شیمی	۲۵	۵۶	۲۵ دقیقه

ریاضیات



حسابان (۱)

۱- شکل زیر نمودار تابع $f(x) = 2 - \log_c(ax+b)$ می باشد. حاصل $a^2 + b^2 + c^2$ کدام است؟



(۱) $\frac{10}{9}$

(۲) $\frac{26}{9}$

(۳) $\frac{31}{9}$

(۴) $\frac{28}{9}$

۲- اگر دامنه تابع $f(x) = \sqrt{3 - \log_2(x^2 - 2x)}$ به صورت $[a, b) \cup (c, d]$ باشد، حاصل $ad + bc$ کدام است؟

(۴) ۸

(۳) -۸

(۲) -۴

(۱) ۴

۳- اگر $A = (\log_{26} 4)^2 + \log_{26} (27 \cdot 4) \log_{26} (169)$ باشد، حاصل $\left[\frac{A^2}{3} \right]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

(۴) ۷

(۳) ۶

(۲) ۵

(۱) ۴

۴- اگر $A = \{ \log_{125} x + \log_x 625 \mid 0 < x < 1 \}$ باشد، بزرگ ترین عضو مجموعه A کدام است؟

(۴) $-3\sqrt{3}$

(۳) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۲) $-2\sqrt{3}$

(۱) $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

۵- جمعیت شهری هر سال ده درصد کم می شود. پس از گذشت چند سال جمعیت باقی مانده به ۲۵ درصد جمعیت اولیه می رسد؟ ($\log 3 \approx 0.47$, $\log 2 \approx 0.3$)

(۴) ۱۰

(۳) ۵

(۲) ۱۵

(۱) ۲۰

۶- اگر $\log_3 24 = a$ و $\log_3 20 = b$ باشند، حاصل $\log_3 5$ کدام است؟

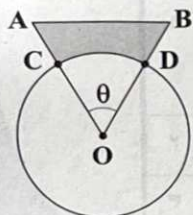
(۴) $\frac{1+3b-4a}{2a-3}$

(۳) $\frac{2+3b-4a}{2a+3}$

(۲) $\frac{2-3b+4a}{2a-3}$

(۱) $\frac{1-3b+4a}{2a+3}$

۷- در شکل مقابل، اگر مثلث OAB متساوی الاضلاع به ضلع ۸ و طول کمان CD برابر $\sqrt{3}\pi$ باشد، مساحت ناحیه رنگی کدام است؟



(۱) $16\sqrt{3} - \frac{7\pi}{2}$

(۲) $12\sqrt{3} - \frac{9\pi}{2}$

(۳) $16\sqrt{3} - \frac{9\pi}{2}$

(۴) $12\sqrt{3} - \frac{7\pi}{2}$

۸- اگر طول عقربه ساعت شمار ساعتی، ۱۲ سانتی متر باشد، بعد از گذشت چند ساعت، این عقربه کمانی به طول 5π سانتی متر را طی می کند؟

(۴) $3/5$

(۳) ۳

(۲) $2/5$

(۱) ۲

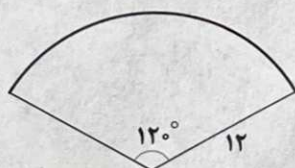
۹- شکل گسترده یک مخروط به صورت زیر است. ارتفاع مخروط کدام است؟

(۱) $4\sqrt{2}$

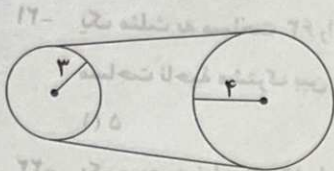
(۲) $8\sqrt{2}$

(۳) $6\sqrt{2}$

(۴) $2\sqrt{2}$



- ۱۰- دو قرقره مانند شکل زیر با یک تسمه به هم متصل شده‌اند و می‌چرخند. اگر حاصل ضرب زاویه‌های چرخش دو قرقره برابر $\frac{25\pi^2}{3}$ باشد،



قرقره بزرگ‌تر چند دوره چرخیده است؟

(۱) $\frac{1}{25}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{1}{5}$

آمار و احتمال

- ۱۱- اعداد ۱ تا ۲۰ را روی کارت می‌نویسیم. دو کارت به توالی و به تصادف و بدون جایگذاری از بین آن‌ها انتخاب می‌کنیم. اگر بدانیم شماره کارت اول بزرگ‌تر از شماره کارت دوم است، چقدر احتمال دارد مجموع آن‌ها ۳۰ شود؟

(۴) $\frac{2}{47}$

(۳) $\frac{1}{30}$

(۲) $\frac{1}{38}$

(۱) $\frac{3}{95}$

- ۱۲- فردی سه سکه در جیب دارد که یک سکه سالم، یک سکه هر دو سمت شیر و یک سکه هر دو سمت خط هست. وی به تصادف یک سکه از جیب خود خارج می‌کند و آن را دو بار پرتاب می‌کند، با چه احتمالی هر دو شیر ظاهر می‌شود؟

(۴) $\frac{5}{12}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) $\frac{1}{4}$

- ۱۳- در یک شهر ۱۰ درصد ساکنان به ویروس خاصی مبتلا هستند. آزمایش تشخیص این ویروس، توانایی تشخیص درست ۸۰ درصد موارد برای افراد سالم و ۹۵ درصد برای افراد بیمار را دارد. فردی آزمایش شد و بیمار تشخیص داده شده است. احتمال غلط بودن تشخیص چقدر است؟

(۴) $\frac{13}{185}$

(۳) $\frac{36}{55}$

(۲) $\frac{2}{3}$

(۱) $\frac{20}{33}$

- ۱۴- جعبه A شامل ۳ مهره سفید و ۷ مهره قرمز، جعبه B شامل ۴ مهره سفید و ۶ مهره قرمز و جعبه C شامل ۸ مهره سفید و ۲ مهره قرمز است. یکی از جعبه‌ها را به تصادف انتخاب نموده و یک مهره به تصادف از آن برمی‌داریم. احتمال قرمز بودن مهره چقدر است؟

(۴) $\frac{4}{5}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۱) $\frac{2}{3}$

- ۱۵- اگر $P(A|B) = 0/3$ و $P(B) = 2P(A) = 0/8$ باشد، کدام یک از موارد زیر درست است؟

(۴) $P(A'|B') = 0/2$

(۳) $P(A'|B') = 0/7$

(۲) $P(A|B') = 0/2$

(۱) $P(A|B') = 0/7$

- ۱۶- در کیسه‌ای ۴ مهره سفید و ۳ مهره قرمز وجود دارد. از این کیسه یک مهره بیرون آورده و بدون نگاه کردن به رنگ آن، آن را کنار می‌گذاریم. احتمال این‌که مهره دوم که از کیسه بیرون می‌آید سفید باشد، چقدر است؟

(۴) $\frac{4}{7}$

(۳) $\frac{3}{7}$

(۲) $\frac{2}{3}$

(۱) $\frac{1}{2}$

- ۱۷- در ظرف اول ۵ مهره قرمز و ۳ مهره سبز و در ظرف دوم ۴ مهره قرمز و ۵ مهره سبز داریم. به تصادف یک مهره از ظرف اول خارج کرده و بدون نگاه کردن به رنگ آن در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس از ظرف دوم یک مهره به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال قرمز بودن این مهره چقدر است؟

(۴) $\frac{3}{8}$

(۳) $\frac{7}{16}$

(۲) $\frac{9}{20}$

(۱) $\frac{37}{80}$

- ۱۸- شرکتی به ترتیب ۵۰ درصد، ۳۰ درصد و ۲۰ درصد محصولاتش را از کارخانه‌های A، B و C می‌خرد. اگر بدانیم به ترتیب ۲ درصد، ۴ درصد و ۳ درصد محصولات کارخانه‌های A، B و C معیوب هستند، احتمال این‌که محصول سالمی به تصادف انتخاب شود به شرط این‌که از شرکت C باشد، چقدر است؟

(۴) $\frac{5}{37}$

(۳) $\frac{47}{243}$

(۲) $\frac{97}{486}$

(۱) $\frac{195}{972}$

- ۱۹- در جعبه اول ۵ مهره سفید و ۷ مهره سیاه و در جعبه دوم ۶ مهره سفید و ۳ مهره سیاه داریم. به تصادف ۴ مهره از جعبه اول و ۵ مهره از جعبه دوم انتخاب می‌کنیم و در جعبه سوم قرار می‌دهیم. از جعبه سوم مهره‌ای به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال سفید بودن این مهره چقدر است؟

(۴) $\frac{32}{81}$

(۳) $\frac{14}{27}$

(۲) $\frac{5}{9}$

(۱) $\frac{2}{3}$

- ۲۰- در یک سؤال دو گزینه‌ای، فردی یکی از دو گزینه را انتخاب می‌کند، اگر احتمال انتخاب گزینه اول p باشد و با احتمال q گزینه را در پاسخ‌برگ اشتباه وارد کند، با چه احتمالی گزینه (۱) در پاسخ‌برگ ثبت می‌شود؟

(۴) $1-p-q+2pq$

(۳) $p+q-2pq$

(۲) $p+q$

(۱) p^q

هندسه (۲)

۲۱- یک مثلث به مساحت ۶۳ را تحت برداری که ابتدای آن یک رأس مثلث و انتهای آن محل هم‌رسمی میانه‌های مثلث است، انتقال می‌دهیم. مساحت ناحیه مشترک بین مثلث و تصویرش کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۲۲- یک مربع به ضلع ۱۲cm را در انتقالی که ابتدای بردار آن یک رأس مربع و انتهای آن محل تلاقی قطرهای است تصویر می‌کنیم. مساحت ناحیه مشترک بین مربع و تصویرش کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴) ۳۶

۲۳- نقطه A به فاصله ۵cm از خط d قرار دارد. تصویر نقطه A تحت بازتاب نسبت به خط d را A' می‌نامیم. اگر A را حول نقطه A' به اندازه ۶۰° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران دهیم تا نقطه A'' حاصل شود، آن‌گاه طول AA'' چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۲۴- در مستطیل ABCD، AB=۱۲ و AD=۷ و نقطه E روی ضلع AB است که آن را به نسبت ۵ به ۱ تقسیم می‌کند، E را در بازتاب نسبت به خط AD تصویر می‌کنیم و سپس نقطه حاصل را در بازتاب نسبت به محور BC تصویر می‌کنیم تا نقطه E' به دست آید. اندازه EE' کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۴ (۳) ۲۸ (۴) ۳۲

۲۵- اگر دایره C'(O', ۶) تجانس یافته دایره C(O, ۳) باشد و OO'=۲۰ باشد، کم‌ترین فاصله مرکز تجانس معکوس تا دایره C کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{10}{3}$ (۳) $\frac{11}{3}$ (۴) ۱۲

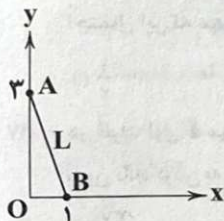
۲۶- اگر M' مجانس نقطه M به مرکز O و نسبت $\frac{3}{4}$ باشد و MM'=۱۲ باشد، حاصل OM'^۲+OM^۲ کدام است؟

- (۱) ۴۹۸ (۲) ۵۰۶ (۳) ۵۲۲ (۴) ۵۲۵

۲۷- یک مربع را در تجانسی با نسبت تجانس $\frac{3}{4}$ و به مرکز تجانس محل تلاقی قطرهای تصویر کرده‌ایم. اگر مساحت بین مربع و تصویرش ۱۱۲ باشد، محیط مربع اولیه کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۳۲ (۳) ۴۸ (۴) ۶۴

۲۸- در شکل زیر، خط L را در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس ۲ تصویر می‌کنیم و آن را L' می‌نامیم. مساحت بین خطوط L و L' و محورها مختصات کدام است؟



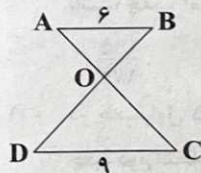
- (۱) ۴/۵

- (۲) ۶

- (۳) ۷/۵

- (۴) ۹

۲۹- در شکل زیر AB||CD و هر دو مثلث OAB و OCD متساوی‌الاضلاع هستند. فاصله مرکز تجانس مستقیم و معکوس که ضلع AB را بر DC تصویر می‌کند، کدام است؟



- (۱) $12\sqrt{3}$

- (۲) $15\sqrt{3}$

- (۳) $18\sqrt{3}$

- (۴) $21\sqrt{3}$

در یک مثلث دایره محاطی داخلی را با نسبت تجانس k و به مرکز M تجانس می‌دهیم تا بر دایره محیطی مثلث تصویر شود و تنها نقطه ثابت این تبدیل محل تلاقی نیمسازهای داخلی مثلث است. اگر محیط مثلث ۱۸ باشد و با همین تبدیل مثلث را تجانس دهیم، مساحت مثلث جدید کدام است؟

- (۴) $64\sqrt{3}$

- (۳) $49\sqrt{3}$

- (۲) $42\sqrt{3}$

- (۱) $36\sqrt{3}$

فیزیک



۳۱- با توجه به گزاره‌های زیر کدام گزینه درست است؟

(الف) اگر n مقاومت به صورت متوالی بسته شوند، مقاومت معادل از تک تک مقاومت‌ها بیشتر است.

(ب) اگر n مقاومت به صورت موازی باشند، مقاومت معادل از تک تک مقاومت‌ها بیشتر است.

(ج) اگر n مقاومت به صورت متوالی بسته شوند، مجموع اختلاف پتانسیل آن‌ها بیشتر از حالتی است که به صورت موازی در مدار بسته شوند.

(۴) فقط «ب»

(۳) «ب» و «ج»

(۲) «الف» و «ج»

(۱) فقط «الف»

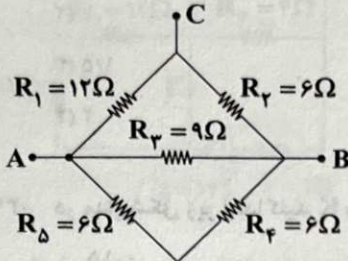
۳۲- مقاومت معادل در شکل زیر بین دو نقطه A و B چند برابر مقاومت معادل بین دو نقطه A و C است؟

(۱) $\frac{3}{5}$

(۲) $\frac{5}{3}$

(۳) $\frac{13}{9}$

(۴) $\frac{9}{13}$



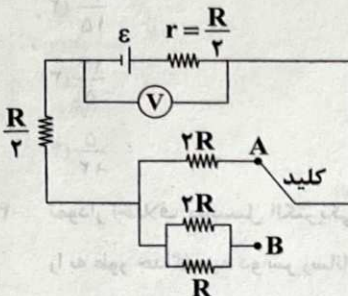
۳۳- در مدار شکل زیر، اگر کلید را از نقطه A به نقطه B وصل کنیم، عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، نسبت به حالت قبل چند برابر می‌شود؟

(۱) 0.25

(۲) 0.5

(۳) $\frac{21}{25}$

(۴) $\frac{23}{25}$



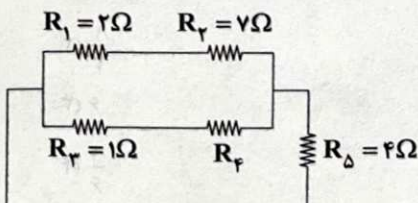
۳۴- با توجه به شکل زیر که قسمتی از یک مدار است، توان مصرفی در مقاومت‌های R_1 و R_2 به ترتیب $0.5W$ و $16W$ است. مقاومت R_3 چند اهم است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴



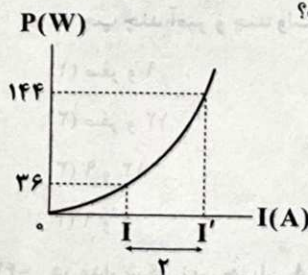
۳۵- نمودار توان مصرفی برحسب جریان عبوری از دو سر مقاومت R مطابق شکل زیر است. R چند اهم است؟

(۱) ۳

(۲) ۶

(۳) $4/5$

(۴) ۹



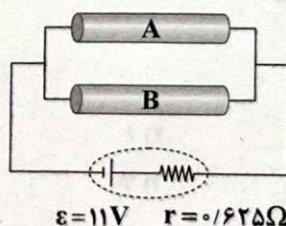
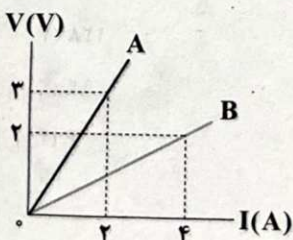
۳۶- نمودار اختلاف پتانسیل برحسب جریان عبوری از دو سیم رسانای A و B مطابق شکل است. اگر دو سیم را به صورت زیر در مدار ببندیم، اختلاف پتانسیل دو سر مولد چند ولت است؟

(۱) $4/125$

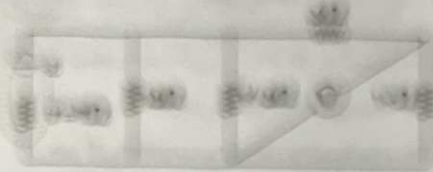
(۲) $8/25$

(۳) $12/375$

(۴) $16/5$

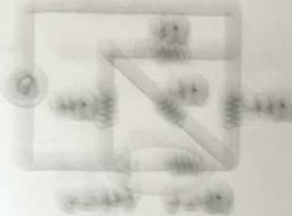


۶۴. در مدار شکل زیر ولتسنجی آرمانی و واتسنجی آرمانی را به هم وصل می‌کنیم. ولتسنجی به ولتاژ میان دو نقطه A و B را اندازه‌گیری می‌کند و واتسنجی به توان در شاخه دارای مقاومت 10Ω را اندازه‌گیری می‌کند. ولتاژ و توان اندازه‌گیری شده به ترتیب کدام است؟



- ۱) ۱۲V و ۱۲W
- ۲) ۱۲V و ۱۰W
- ۳) ۱۰V و ۱۰W
- ۴) ۱۰V و ۱۲W

۶۵. در مدار شکل زیر ولتسنجی آرمانی و واتسنجی آرمانی را به هم وصل می‌کنیم. ولتسنجی به ولتاژ میان دو نقطه A و B را اندازه‌گیری می‌کند و واتسنجی به توان در شاخه دارای مقاومت 10Ω را اندازه‌گیری می‌کند. ولتاژ و توان اندازه‌گیری شده به ترتیب کدام است؟



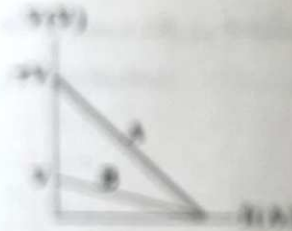
- ۱) ۱۲V و ۱۲W
- ۲) ۱۲V و ۱۰W
- ۳) ۱۰V و ۱۰W
- ۴) ۱۰V و ۱۲W

۶۶. در مدار شکل زیر ولتسنجی آرمانی و واتسنجی آرمانی را به هم وصل می‌کنیم. ولتسنجی به ولتاژ میان دو نقطه A و B را اندازه‌گیری می‌کند و واتسنجی به توان در شاخه دارای مقاومت 10Ω را اندازه‌گیری می‌کند. ولتاژ و توان اندازه‌گیری شده به ترتیب کدام است؟



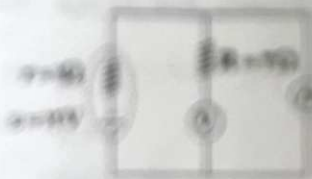
- ۱) ۱۲V و ۱۲W
- ۲) ۱۲V و ۱۰W
- ۳) ۱۰V و ۱۰W
- ۴) ۱۰V و ۱۲W

۶۷. نمودار مشخصات ولتاژ-توان یک دیود نیمه هادی را در شکل زیر مشاهده می‌کنیم. اگر ولتاژ منبع تغذیه را ۱۰V و توان مصرفی را ۱۰W در نظر بگیریم، ولتاژ و توان خروجی دیود به ترتیب کدام است؟



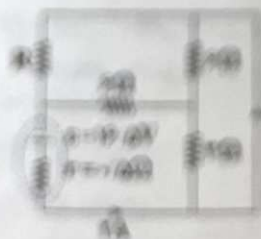
- ۱) ۵V و ۵W
- ۲) ۱۰V و ۱۰W
- ۳) ۵V و ۱۰W
- ۴) ۱۰V و ۵W

۶۸. در مدار شکل زیر ولتسنجی آرمانی و واتسنجی آرمانی را به هم وصل می‌کنیم. ولتسنجی به ولتاژ میان دو نقطه A و B را اندازه‌گیری می‌کند و واتسنجی به توان در شاخه دارای مقاومت 10Ω را اندازه‌گیری می‌کند. ولتاژ و توان اندازه‌گیری شده به ترتیب کدام است؟



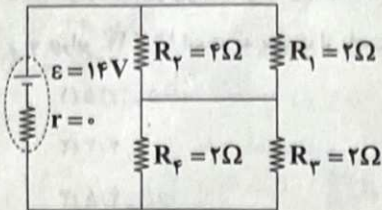
- ۱) ۱۲V و ۱۲W
- ۲) ۱۲V و ۱۰W
- ۳) ۱۰V و ۱۰W
- ۴) ۱۰V و ۱۲W

۶۹. در مدار شکل زیر ولتسنجی آرمانی و واتسنجی آرمانی را به هم وصل می‌کنیم. ولتسنجی به ولتاژ میان دو نقطه A و B را اندازه‌گیری می‌کند و واتسنجی به توان در شاخه دارای مقاومت 10Ω را اندازه‌گیری می‌کند. ولتاژ و توان اندازه‌گیری شده به ترتیب کدام است؟



- ۱) ۱۲V و ۱۲W
- ۲) ۱۲V و ۱۰W
- ۳) ۱۰V و ۱۰W
- ۴) ۱۰V و ۱۲W

۴۳- در مدار شکل زیر، توان مصرفی در مقاومت R_p چند وات است؟



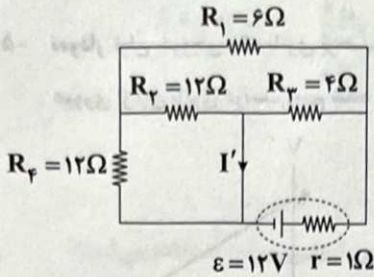
(۱) ۸

(۲) ۱۶

(۳) ۲۴

(۴) ۳۲

۴۴- در مدار شکل زیر، جریان I' چند آمپر است؟



(۱) ۰/۲۵

(۲) ۰/۷۵

(۳) $\frac{2}{8}$

(۴) $\frac{21}{8}$

۴۵- یک لامپ ۳ راهه $200V$ که دو رشته دارد، مطابق شکل برای کار در سه توان مختلف ساخته شده است. کمترین و بیشترین توان مصرفی

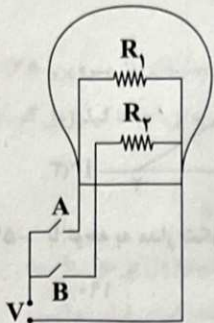
این لامپ $100W$ ، $400W$ است. مقاومت هر یک از این رشته‌ها برابر با چند اهم است؟

(۱) $\frac{400}{3}$ ، $\frac{400}{3}$

(۲) $\frac{400}{3}$ ، 100

(۳) 100 ، 400

(۴) 100 ، 100



۴۶- روی دستگاه برقی دو عدد $200W$ و $100V$ نوشته شده است. اگر این دستگاه به مدت ۲ ساعت، به اختلاف پتانسیل $50V$ متصل شود،

انرژی الکتریکی مصرفی توسط این دستگاه چند کیلوژول است؟

(۴) ۷۲۰

(۳) ۵۴۰

(۲) ۳۶۰

(۱) ۱۸۰

۴۷- دو سیم هم جنس و هم طول A و B در اختیار داریم. اگر سیم A توپر به قطر $2mm$ و سیم B توخالی به شعاع خارجی $2mm$ و شعاع

داخلی $1mm$ را به اختلاف پتانسیل‌های یکسان V متصل کنیم، توان مصرفی در سیم A چند برابر توان مصرفی در سیم B است؟

(۴) ۱۲

(۳) $\frac{1}{12}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) ۳

۴۸- روستایی در اطراف یک شهر صنعتی شامل ۲۰۰۰ منزل مسکونی است. در هر یک از این منازل یک لامپ 100 وات به صورت اضافی از ساعت

۶ عصر تا ۱۰ شب روشن می‌شود. اگر بهای برق مصرفی به ازای هر کیلووات ساعت ۲۰۰ تومان فرض شود، هزینه برق مصرفی این لامپ‌های

اضافی در روستا در مدت ۳۰ روز برابر چند تومان است؟

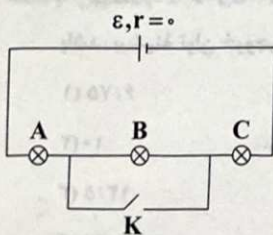
(۲) چهار و هشت میلیون تومان

(۱) چهار میلیون و هشتصد هزار تومان

(۴) چهار میلیارد و هشتصد میلیون تومان

(۳) چهارصد و هشتاد هزار تومان

۴۹- در مدار شکل زیر لامپ‌های A، B و C همگی یکسان هستند. با بسته شدن کلید K چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟



(الف) جریان عبوری از لامپ C، ۵۰ درصد افزایش می‌یابد.

(ب) اختلاف پتانسیل دو سر لامپ B، ۵۰ درصد کاهش می‌یابد.

(ج) توان خروجی باتری ۵۰ درصد افزایش می‌یابد.

(د) مقاومت معادل در مدار ۵۰ درصد کاهش می‌یابد.

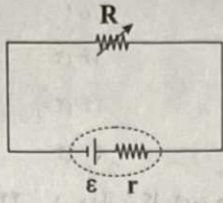
(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۳

(۳) ۲

۵۰- در شکل زیر رئوس در مدار بسته شده است. به ازای جریان عبوری $5A$ توان خروجی برابر $9/5W$ و به ازای جریان $7A$ ، توان خروجی



برابر $12/6W$ است. به ترتیب از راست به چپ، نیروی محرکه باتری و مقاومت درونی آن چند واحد SI است؟

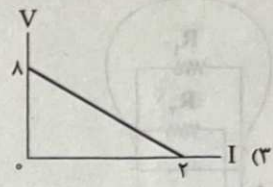
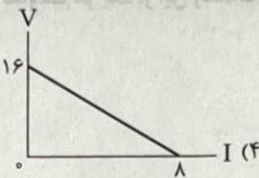
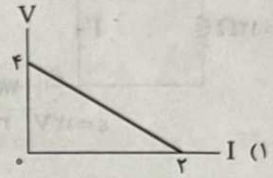
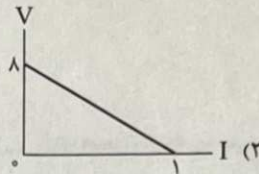
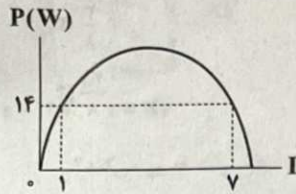
(۱) $0/5, 2/15$

(۲) $0/1, 4/3$

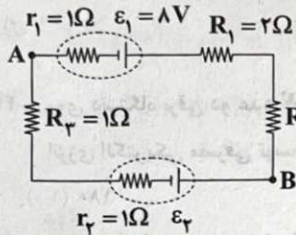
(۳) $0/1, 2/5$

(۴) $0/5, 4/3$

۵۱- نمودار توان خروجی یک باتری برحسب جریان عبوری از آن، مطابق شکل زیر است. در کدام گزینه، نمودار اختلاف پتانسیل برحسب جریان عبوری از این باتری درست رسم شده است؟ (نمودار سهمی است.)



۵۲- با توجه به مدار شکل زیر $V_A - V_B$ برابر $18V$ ولت است. توان خروجی باتری ϵ چند وات است؟



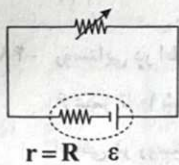
(۱) 190

(۲) 240

(۳) 40

(۴) 170

۵۳- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت الکتریکی رئوس از $2R$ به $3R$ برسد، توان خروجی باتری چند برابر می شود؟



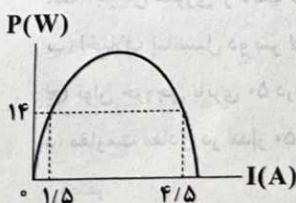
(۱) $32/27$

(۲) $27/32$

(۳) $25/32$

(۴) $32/25$

۵۴- شکل زیر، نمودار توان خروجی یک باتری برحسب جریان الکتریکی عبوری از آن را نشان می دهد. اگر مقاومت درونی باتری برابر $1/5\Omega$ باشد، بیشینه توان خروجی باتری چند وات است؟



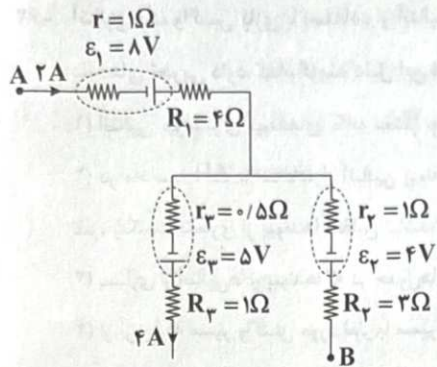
(۱) $6/75$

(۲) 10

(۳) $13/5$

(۴) $20/25$

۵۵- شکل زیر قسمتی از یک مدار الکتریکی است. توان ورودی باتری (۲) چند وات است؟



۱۲ (۱)

۸ (۲)

۴ (۳)

۲ (۴)

شیمی



۵۶- برای کدام یک از پیوندهای زیر، بدون توجه به یگانه، دوگانه یا سه گانه بودن آن از مفهوم «میانگین آنتالپی پیوند» استفاده می شود؟

(۱) اکسیژن - اکسیژن (۲) کربن - اکسیژن (۳) کربن - کربن (۴) نیتروژن - نیتروژن

۵۷- اگر جرم مولی ترکیب های آلی زیر به تقریب با هم برابر باشد، کدام یک از آن ها آسان تر از بقیه از حالت گاز به مایع تبدیل می شود؟

(۱) کتون (۲) آلدئید (۳) اتر (۴) الکل

۵۸- بر اثر سوختن کامل نمونه ای از اتیلن، ۰/۶ مول فرآورده و ۲۱۱/۵ کیلوژول گرما تولید می شود و برای سوختن کامل نمونه ای از پروپن، ۱/۳۵

مول اکسیژن مصرف و ۶۱۷/۴ کیلوژول گرما تولید می شود. با توجه به این داده ها بر اثر سوختن کامل ۰/۲ مول ۱- بوتن، چند کیلوژول گرما آزاد می شود؟

۵۶۸/۵ (۴)

۵۴۱/۲ (۳)

۵۲۱/۴ (۲)

۵۰۲/۶ (۱)

۵۹- با توجه به داده های جدول زیر، اگر تفاوت آنتالپی (میانگین آنتالپی) پیوندهای $C \equiv N$ و $C - N$ برابر با ۵۸۲ کیلوژول بر مول باشد، در

واکنش: $HCN(g) + 2H_2(g) \rightarrow CH_3NH_2(g)$ ، سطح انرژی واکنش دهنده ها به میزان کیلوژول از سطح انرژی فرآورده است.

(۱) ۱۵۸، بالاتر

(۲) ۱۵۸، پایین تر

(۳) ۴۲۴، بالاتر

(۴) ۴۲۴، پایین تر

۶۰- ارزش سوختی نخستین عضو آلکان ها از دومین عضو آلکان ها و ارزش سوختی اتانول، از آلکن هم کربن با آن است. (گزینیه ها

را به ترتیب از راست به چپ بخوانید.)

(۱) بیشتر - کم تر (۲) بیشتر - بیشتر (۳) کم تر - کم تر (۴) کم تر - بیشتر

۶۱- کدام مطلب در ارتباط با قانون هس نادرست است؟

(۱) این قانون نشان می دهد که گرمای واکنش ها خاصیت جمع پذیری دارد.

(۲) در مقایسه با استفاده از آنتالپی های پیوند برای تعیین ΔH واکنش ها، روش دقیق تری است.

(۳) قانون هس بیانگر آن است که گرمای یک واکنش معین به راهی که برای انجام آن در پیش گرفته می شود، وابستگی کمی دارد.

(۴) شرط استفاده از قانون هس این است که شرایط انجام همه واکنش های مرتبط با واکنش مورد نظر، باید یکسان و برابر با شرایط آن واکنش باشد.

۶۲- گرمای واکنش: $CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)$ را نمی توان به طور مستقیم و با استفاده از گرماسنج تعیین کرد. مهم ترین توجیه

علمی این محدودیت کدام است؟

(۱) این واکنش گرماگیر بوده و گرماسنج ها فقط برای واکنش های گرماده مناسب هستند.

(۲) تولید گاز در این واکنش باعث تبدیل بخشی از انرژی به کار شده و خطای زیادی در گرمای واکنش ایجاد می کند.

(۳) واکنش در دمای بالا انجام می شود و شرایط آن با فرض های گرماسنج های معمول سازگار نیست.

(۴) ظرفیت گرمایی جامدهای کلسیم کربنات و کلسیم اکسید به طور دقیق قابل تعیین نیست.

۶۳- آنتالپی یک واکنش گازی با استفاده از آنتالپی های پیوند اجزای آن واکنش محاسبه شده است. مقدار به دست آمده تفاوت قابل توجهی با داده های تجربی دارد. کدام گزینه دلیل این اختلاف را به خوبی توضیح می دهد؟

(۱) آنتالپی پیوند برای پیوندهای یگانه معتبر بوده و ممکن است در این واکنش شمار قابل توجهی پیوند چندگانه وجود داشته باشد.
(۲) در محاسبه ΔH با استفاده از آنتالپی پیوند فرض بر این است که هر پیوند به طور کاملاً متقارن شکسته می شود و ممکن است در واکنش مورد نظر، شکست شماری از پیوندها متقارن نباشد.

(۳) بسیاری از آنتالپی های پیوندها که در جدول ها آمده است، مقدار میانگین را نشان می دهند که ممکن است با مقدار واقعی تفاوت معناداری داشته باشند.

(۴) از آن جا که مسیر واکنش مورد نظر با مسیر فرض شده در محاسبه ΔH با استفاده از آنتالپی پیوند متفاوت است، آنتالپی واکنش تغییر می کند.

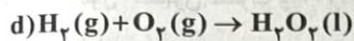
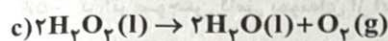
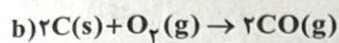
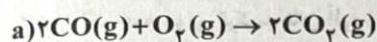
۶۴- برای کتونی که عامل طعم و بوی میخک به شمار می رود، چند ایزومر می توان در نظر گرفت که نام آن به «۲- هگزانون» ختم شود؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۵- مقایسه میان گرمای حاصل از سوختن یک مول اتان (a)، یک مول اتانول (b) و یک مول اتین (c) به کدام صورت درست است؟

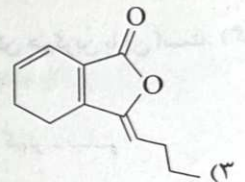
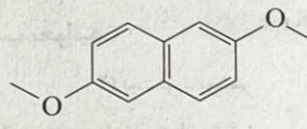
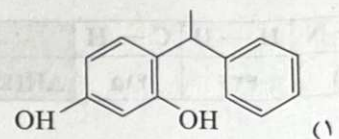
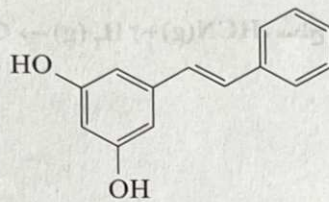
(۱) $a > c > b$ (۲) $a > b > c$ (۳) $b > c > a$ (۴) $b > a > c$

۶۶- آنتالپی کدام واکنش ها را باید از روش های غیرمستقیم مانند قانون هس تعیین کرد؟



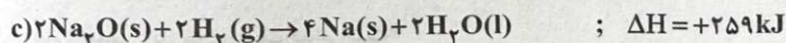
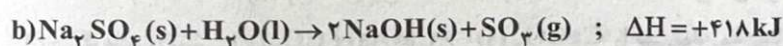
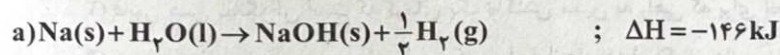
(۱) a, c (۲) d, b (۳) c, b (۴) d, a

۶۷- جرم مولی کدام ترکیب آلی، دو برابر جرم مولی عامل طعم و بوی بادام به شمار می آید؟ ($H=1, C=12, O=16: g.mol^{-1}$)



با توجه به واکنش های زیر، اگر تفاوت جرم واکنش دهنده های مصرفی در واکنش $Na_2O(s) + SO_3(g) \rightarrow Na_2SO_4(s)$ برابر با $7/2$ گرم

اشد، مقدار گرمای مبادله شده چند کیلوژول است؟ ($O=16, Na=23, S=32: g.mol^{-1}$)



۲۲۳/۲ (۲) ۳۲۳/۲ (۳) ۳۳۲/۲ (۴) ۳۳۲/۲ (۱)

بهای A و B به ترتیب عامل طعم و بوی رازیانه و گشنیز هستند. کدام توصیف در ارتباط با این دو ترکیب درست است؟

ا: اتر حلقوی، B: الکل خطی سیرنشده

A: اتر خطی سیرنشده، B: الکل حلقوی

: الکل حلقوی، B: اتر خطی سیرنشده

A: الکل خطی سیرنشده، B: اتر حلقوی

۷۰- با توجه به واکنش ترموشیمیایی زیر، اگر ارزش سوختی پروپن، 49.05 kJ.g^{-1} و آنتالپی سوختی پروپن برابر $-1940 \text{ kJ.mol}^{-1}$ باشد.

نسبت آنتالپی سوختن پروپن به آنتالپی سوختن هیدروژن، به تقریب کدام است؟ ($H=1, C=12 \text{ g.mol}^{-1}$)



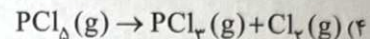
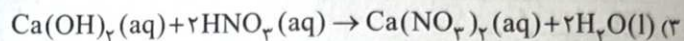
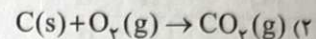
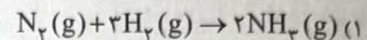
۷/۷ (۴)

۷/۲ (۳)

۶/۷ (۲)

۶/۲ (۱)

۷۱- برای اندازه‌گیری گرمای مبادله‌شده در کدام واکنش می‌توان از گرماسنج لیوانی استفاده کرد؟



۷۲- کدام مورد در ارتباط با گرماسنج لیوانی، نادرست است؟

(۱) لیوان داخلی باید از ماده‌ای انتخاب شود تا تبادل گرما با محیط، حداقل باشد.

(۲) وجود درپوش عایق باعث می‌شود، اتلاف گرما و تبخیر مایع به حداقل برسد.

(۳) دماسنج باید با دیواره لیوان تماس مستقیم داشته باشد تا دمای واقعی اندازه‌گیری شود.

(۴) با کمک این گرماسنج می‌توان گرمای واکنش را در فشار ثابت به روش تجربی تعیین کرد.

۷۳- کدام گزینه در تهیه و نگهداری مواد غذایی سالم، نقش کلیدی و تعیین‌کننده دارد؟

(۱) به طور طبیعی انجام شدن واکنش

(۲) بازده درصدی واکنش

(۳) آنتالپی واکنش

(۴) آهنگ انجام واکنش

۷۴- شواهد تجربی نشان می‌دهند که تهیه آمونیاک به روش هابر از گازهای نیتروژن و هیدروژن یک واکنش دو مرحله‌ای است. کدام مطالب در

ارتباط با این واکنش و مراحل آن درست است؟

(آ) آنتالپی واکنش مرحله اول را نمی‌توان به روش تجربی تعیین کرد.

(ب) فراورده مرحله اول، پایدارتر از فراورده مرحله دوم است.

(پ) ΔH واکنش کلی، هم‌علامت با ΔH واکنش مرحله دوم است.

(ت) در واکنش مرحله اول همانند واکنش کلی، سطح انرژی مواد کاهش می‌یابد.

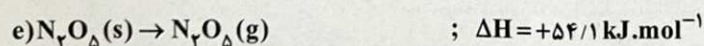
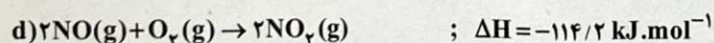
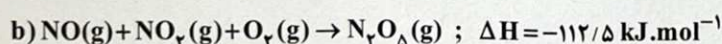
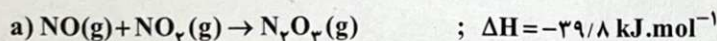
(۴) «ب» و «ت»

(۳) «آ» و «ت»

(۲) «آ» و «پ»

(۱) «ب» و «پ»

۷۵- با توجه به واکنش‌های زیر، آنتالپی واکنش $\text{N}_2\text{O}_4(\text{s}) + \text{N}_2\text{O}_3(\text{g}) \rightarrow 2\text{N}_2\text{O}_5(\text{g})$ برحسب کیلوژول کدام است؟



-۲۲/۲ (۴)

-۷۶/۳ (۳)

+۳۵۰/۰ (۲)

+۳۱/۹ (۱)

۷۶- یک فرد بالغ با فعالیت متوسط (ورزش سبک و پیاده‌روی منظم) روزانه به حدود ۲۲۰۰ کیلوکالری انرژی نیاز دارد. اگر این فرد به طور میانگین

هر روز ۴۰۰ کیلوکالری انرژی بیشتری دریافت کند، پس از یک سال به تقریب چند کیلوگرم به وزنش اضافه خواهد شد؟ (فرض کنید با افزایش

انرژی دریافتی، متابولیسم (سوخت و ساز) در بدن تغییر نکند، $1 \text{ cal} = 4.2 \text{ J}$)

ماده غذایی	کربوهیدرات	پروتئین	چربی
ارزش سوختی (kJ.g^{-1})	۱۷	۱۷	۳۸

۲۲ (۴)

۱۶ (۳)

۱۲ (۲)

۶ (۱)

۷۷- برای ترکیبی با فرمول مولکولی C_2H_4O چند ایزومر خطی با گروه عاملی کربونیل می توان در نظر گرفت؟ (ساختارهایی مدنظر هستند که

تمام پیوندهای کربن - کربن، یگانه باشد.)

۶ (۴)

۷ (۳)

۸ (۲)

۹ (۱)

۷۸- طی واکنشی می توان گاز متان را به گازهای اتان و هیدروژن تجزیه کرد. اگر حجم فراورده های این واکنش در شرایط STP برابر با $67/2$ لیتر

باشد، با توجه به داده های جدول مقابل، ΔH واکنش چند کیلوژول است؟

پیوند	$\Delta H(kJ.mol^{-1})$
H — H	۴۳۶
C — H	۴۱۰
C — C	۳۲۴

+۹۰ (۱)

-۹۰ (۲)

+۷۵ (۳)

-۷۵ (۴)

۷۹- کدام یک از مطالب زیر در ارتباط با هیدروژن پراکسید، نادرست است؟

(۱) ماده ای است که با نام تجاری آب اکسیژنه به فروش می رسد.

(۲) تشکیل این ماده از واکنش میان گازهای هیدروژن و اکسیژن با آزاد شدن گرما همراه است.

(۳) واکنش تجزیه آن و تولید آب و گاز اکسیژن، یک واکنش گرماگیر است.

(۴) سطح انرژی آن بالاتر از سطح انرژی آب است.

۸۰- کدام گزینه در ارتباط با متان درست است؟

(۱) متان، ساده ترین هیدروکربن است و نیمی از گاز طبیعی را تشکیل می دهد.

(۲) متان از تجزیه گیاهان به وسیله باکتری های هوازی در زیر آب تشکیل می شود.

(۳) گاز متان را می توان از واکنش میان گرافیت و گاز هیدروژن در آزمایشگاه تهیه کرد.

(۴) متان به گاز مرداب معروف است زیرا نخستین بار از سطح مرداب ها جمع آوری شده است.

آزمون شماره (۱۶)
جمعه
۱۴۰۴/۱۲/۱۲

دفترچه
شماره ۲

آزمون‌های سراسری کاج

گروه آموزشی ریاضیات

سال تحصیلی ۱۴۰۴ - ۱۴۰۳
پاسخنامه یازدهم ریاضی
دوره دوم متوسطه



دانلود کنید
پاسخنامه یازدهم ریاضی
گروه آموزشی ریاضیات

نام و نام خانوادگی:	شماره ثبت‌نام:
شماره سبزه‌ای که باید پاسخ دهید:	شماره پاسخ‌گویی: (با خط قرمز)

معاونین مواد امتحانی آزمون گروه آموزشی ریاضیات: تعداد سوالات و مدت پاسخ‌گویی:

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوالات	مدت پاسخ‌گویی	مدت پاسخ‌گویی
۱	هندسی ۱	۱۵	۱۰	۱۰
	آمار و احتمال	۱۵	۱۰	۱۰
	هندسه ۲	۱۵	۱۰	۱۰
۲	فیزیک	۱۵	۱۰	۱۰
۳	شیمی	۱۵	۱۰	۱۰

آزمون‌های سراسر گاج

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	سیروس نصیری - مجید فرهمندپور علی بهره‌مندپور - علی عبدی‌پور	محدثه کارگرفرد - محمدجواد محمدی‌زاده ندا فرهختی - مینا نظری - زهرا ساسانی
فیزیک	ارسلان رحمانی امیررضا خوشینی‌ها - امیررضا خدایی	رزیتا قاسمی
شیمی	پویا الفتی - مریم تمدنی	ایمان زارعی - یاسر راش فاطمه عبدالله‌خانی

آماده‌سازی آزمون	
مدیریت آزمون:	ابوالفضل مزروعی
بازبینی و نظارت نهایی:	سارا نظری
برنامه‌ریزی و هماهنگی:	سارا نظری
بازبینی دفترچه:	بهاره سلیمی
ویراستاران فنی:	ساناز فلاحی - مریم پارسائیان - نوشین تاکی - فاطمه عبدالله‌خانی
صفحه‌آرا:	فرهاد عبدی
طراح شکل:	آرزو گلفر
حروف‌نگاران:	ربابه الطافی - فرزانه رجبی - فاطمه میرزایی - لیلا نعمت‌پور

۲/۳

$$\log_{26}(27 \cdot 4) = \log_{26}(26^2 \cdot 4) = \log_{26} 26^2 + \log_{26} 4 = 2 + \log_{26} 4$$

$$\log_{26}(169) = \log_{26}\left(\frac{26^2}{4}\right) = \log_{26} 26^2 - \log_{26} 4 = 2 - \log_{26} 4$$

$$\Rightarrow A = (\log_{26} 4)^2 + (2 + \log_{26} 4)(2 - \log_{26} 4)$$

$$\Rightarrow A = (\log_{26} 4)^2 + 4 - (\log_{26} 4)^2 = 4 \Rightarrow \left[\frac{A}{2}\right] = \left[\frac{4}{2}\right] = 2$$

دوستانه

چند ویژگی مهم تابع لگاریتم: ($n \in \mathbb{R}, c \neq 1, a, b, c > 0$)

$$\textcircled{1} \log_c ab = \log_c a + \log_c b \quad \textcircled{2} \log_c a^n = n \log_c a$$

$$\textcircled{3} \log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b \quad \textcircled{4} \log_a a = 1$$

هر عضو مجموعه A برابر است با:

$$\log_{125} x + \log_x 625 = \log_{25} x + \log_x 5^4$$

$$= \frac{1}{3} \log_5 x + \frac{4}{x} \log_x 5 = \frac{1}{3} \log_5 x + \log_x 5$$

اگر $u = \log_5 x$ در نظر بگیریم، آن گاه $\log_x 5 = \frac{1}{u}$ خواهد بود، بنابراین باتوجه به این که به ازای هر x متعلق به بازه $(0, 1)$ مقدار $u < 0$ است، می توان نوشت:

$$\frac{1}{3}u + \frac{1}{u} \leq -2 \Rightarrow \frac{1}{3}u + \frac{1}{u} \leq \frac{-2}{\sqrt{3}}$$

در نتیجه بزرگترین عضو مجموعه A، عدد $\frac{-2\sqrt{3}}{3}$ می باشد.

دوستانه

$$(b \neq 1, a \neq 1, a, b > 0) \log_b a = \frac{1}{\log_a b} \quad \textcircled{1}$$

در مورد حدود عبارت ها به فرم کلی $ax + \frac{b}{x}$ می توان نوشت:

$$x > 0 \Rightarrow ax + \frac{b}{x} \geq 2\sqrt{ab}$$

یا

$$x < 0 \Rightarrow ax + \frac{b}{x} \leq -2\sqrt{ab}$$

اگر جمعیت اولیه شهر را A در نظر بگیریم، بعد از یک سال، ده

درصد (یعنی $\frac{1}{10}$) از جمعیت کم شده و به $\frac{9}{10}A$ رسیده است. بعد از گذشتدو سال، جمعیت برابر با $\frac{9}{10}A$ جمعیت سال قبل، یعنی $(\frac{9}{10})^2 A$ می شود. به

همین ترتیب بعد از گذشت ۴ سال، جمعیت باقی مانده این شهر برابر

با $f(t) = (\frac{9}{10})^4 A$ خواهد بود. بنابراین:

$$f(t) = (\frac{9}{10})^4 A \Rightarrow \frac{1}{4}A = (\frac{9}{10})^t A \Rightarrow (\frac{9}{10})^t = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow t = \log_{\frac{9}{10}} \frac{1}{4} \Rightarrow t = \frac{\log \frac{1}{4}}{\log \frac{9}{10}} = \frac{\log 2^{-2}}{\log \frac{9}{10}} = \frac{-2 \log 2}{\log 9 - \log 10}$$

$$\Rightarrow t = \frac{-2 \log 2}{2 \log 3 - 1} = \frac{-2 \times 0.3}{2(0.47) - 1} = \frac{-0.6}{-0.06} = 10$$

یعنی بعد از گذشت ۱۰ سال جمعیت به ۲۵ درصد جمعیت اولیه می رسد.

ریاضیات

۳/۱ مطابق شکل چون نمودار به خط $x = -3$ نزدیک می شود،لذا $x = -3$ باید ریشه عبارت جلوی لگاریتم باشد. بنابراین:

$$-2a + b = 0 \Rightarrow b = 2a$$

از طرف دیگر با توجه به نقاط برخورد نمودار با محورهای مختصات داریم:

$$f(0) = 2 \Rightarrow 2 - \log_c b = 2 \Rightarrow \log_c b = 0$$

$$\Rightarrow b = c^{-1} \Rightarrow b = \frac{1}{c} \Rightarrow c = \frac{1}{b} = \frac{1}{2a}$$

$$f(-2) = 0 \Rightarrow 2 - \log_c (-2a + b) = 0$$

$$\Rightarrow \log_c (b - 2a) = 2 \Rightarrow b - 2a = c^2$$

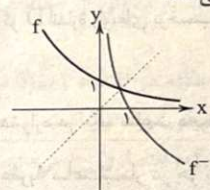
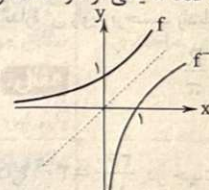
$$\frac{b=2a}{c=\frac{1}{2a}} \Rightarrow 2a - 2a = \frac{1}{(2a)^2} \Rightarrow a^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{4}}$$

$$\Rightarrow b = \sqrt{2} \Rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = \frac{1}{4} + 2 + \frac{1}{2} = \frac{9}{4}$$

دوستانه

نمودار تابع لگاریتمی: اگر a عددی مثبت و مخالف یک باشد، تابع نمایی $f(x) = a^x$ یک به یک است و از این رو دارای تابع وارون f^{-1} است که تابع لگاریتمی پایه a نامیده می شود و با نماد $f^{-1}(x) = \log_a x$ نمایش داده می شود. برای رسم نمودار این تابع، کافی است قرینه نمودار $y = a^x$ را نسبت به نیمساز ربع اول و سوم رسم کنیم، لذا با توجه به مقدار عدد a یکی از دو حالت زیر اتفاق می افتد:

 $0 < a < 1$  $a > 1$

$$1) x^2 - 2x > 0 \Rightarrow x < 0 \text{ یا } x > 2$$

$$2) 3 - \log_7 (x^2 - 2x) \geq 0 \Rightarrow \log_7 (x^2 - 2x) \leq 3$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x \leq 7^3 \Rightarrow x^2 - 2x - 343 \leq 0 \Rightarrow (x-4)(x+2) \leq 0$$

$$\Rightarrow -2 \leq x \leq 4$$

$$\textcircled{1} \cap \textcircled{2} \Rightarrow D_f = [-2, 0) \cup (2, 4] \Rightarrow a = -2, b = 0, c = 2, d = 4$$

$$\Rightarrow ad + bc = -8$$

دوستانه

دامنه تابع لگاریتمی: برای تعیین دامنه تابع لگاریتمی با ضابطه $f(x) = \log_{q(x)} p(x)$ باید شرایط زیر را اعمال نموده و از مجموعه جواب های به دست آمده اشتراک بگیریم:

$$1) p(x) > 0, 2) q(x) > 0, 3) q(x) \neq 1$$

نامعادله لگاریتمی:

$$\log_b a < c \begin{cases} b > 1 \\ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < b^c \\ a > b^c \end{cases}$$

$$0 < b < 1$$

دوستانه

۱ طول کمان L مقابل زاویه θ (رادیان) در قطاعی از دایره به شعاع r برابر است با:

$$L = r\theta$$

۲ مساحت قطاعی از دایره به شعاع r و دارای زاویه مرکزی θ برابر است با:

$$S = \frac{1}{2}r^2\theta \quad (\theta \text{ برحسب رادیان})$$

$$S = \frac{\theta}{360}(\pi r^2) \quad (\theta \text{ برحسب درجه})$$

۸ ابتدا زاویه‌ای که عقربه در این مدت زمان می‌پیماید را به دست می‌آوریم:

$$L = r\theta \Rightarrow \theta = \frac{L}{r} \quad \frac{L = \Delta\pi}{r = 12} \Rightarrow \theta = \frac{\Delta\pi}{12} \text{ rad}$$

از طرفی می‌دانیم عقربه ساعت‌شمار در هر ساعت $360^\circ = 2\pi$ می‌چرخد

(معادل $\frac{\pi}{6}$ رادیان) لذا کافیت محاسبه کنیم که در چه مدت زمانی $\frac{\Delta\pi}{12}$ رادیان دوران کرده است:

$$t = \frac{\frac{\Delta\pi}{12}}{\frac{\pi}{6}} = \frac{\Delta}{2} = 2/\Delta h$$

دوستانه

۱ اگر D اندازه زاویه‌ای برحسب درجه و R اندازه آن زاویه برحسب رادیان باشد:

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$

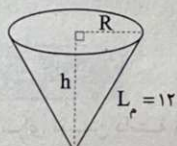
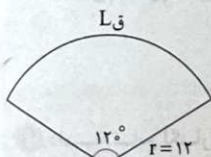
۲ همواره در یک ساعت دایره شکل:

الف) عقربه ساعت‌شمار در هر ساعت به اندازه $360^\circ = 2\pi$ در جهت منفی مثلثاتی دوران می‌کند.

ب) عقربه دقیقه‌شمار در هر دقیقه به اندازه $360^\circ = 2\pi$ در جهت منفی مثلثاتی دوران می‌کند.

۹ اگر زاویه قطاع را θ بنامیم:

$$\theta = \frac{\pi}{180} \times 120 = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$$



و طول کمان مقابل به این زاویه برابر است با:

$$L = r\theta = 12 \times \frac{2\pi}{3} = 8\pi$$

از طرفی می‌دانیم که طول کمان قطاع (L) برابر با محیط قاعده مخروطی است که گسترده شده، بنابراین:

$$2\pi R = 8\pi \Rightarrow R = 4$$

دوستانه

قاعده تغییر مبنای:

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b} \quad (c \neq 1, b \neq 1, a, b, c > 0)$$

۳ ۶

$$b = \log_3 20 = \log_3 (4 \times 5) = \log_3 4 + \log_3 5$$

$$\Rightarrow b = 2\log_3 2 + \log_3 5 = \log_3 2^2 = \log_3 4$$

$$a = \log_{25} 24 = \frac{\log_3 24}{\log_3 25} = \frac{\log_3 (8 \times 3)}{\log_3 (5 \times 5)}$$

$$= \frac{\log_3 8 + \log_3 3}{\log_3 5 + \log_3 5} = \frac{1 + \log_3 8}{2 + \log_3 5}$$

$$\Rightarrow a = \frac{1 + 3\log_3 2}{2 + \log_3 5} \quad \log_3 2 = \frac{1}{3}(b - \log_3 5) \Rightarrow a = \frac{1 + \frac{1}{3}(b - \log_3 5)}{2 + \log_3 5}$$

$$\Rightarrow 2a + a\log_3 5 = 1 + \frac{1}{3}b - \frac{1}{3}\log_3 5$$

$$\xrightarrow{\times 3} 2a + 3a\log_3 5 = 3 + b - \log_3 5$$

$$\Rightarrow (2a + 3)\log_3 5 = 3 + b - 4a \Rightarrow \log_3 5 = \frac{3 + b - 4a}{2a + 3}$$

دوستانه

دو ویژگی مهم تابع لگاریتم: ($n \in \mathbb{R}, c \neq 1, b \neq 1, a, b, c > 0$)

$$1 \log_c a^n = n \log_c a$$

$$2 \log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$

۷ با توجه به شکل، اگر مساحت ناحیه رنگی را S بنامیم، داریم:

مساحت قطاع OCD - مساحت مثلث OAB

از طرفی مساحت مثلث OAB برابر است با:

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2}OA \times OB \times \sin \theta$$

$$\xrightarrow{\theta = 60^\circ} S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3}$$

حال با استفاده از طول کمان CD می‌توان شعاع دایره را به دست آورد:

$$r = \frac{\widehat{CD}}{\theta} \quad \widehat{CD} = \sqrt{3}\pi \quad \theta = \frac{\pi}{3} \text{ rad} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{3}\pi}{\frac{\pi}{3}} = 3\sqrt{3}$$

پس مساحت قطاع OCD برابر است با:

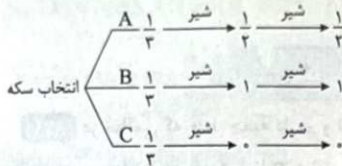
$$S_{\text{قطاع OCD}} = \frac{60^\circ}{360^\circ}(\pi r^2) = \frac{\pi}{6}(3\sqrt{3})^2 = \frac{9\pi}{2}$$

و در نهایت مساحت ناحیه رنگی به دست می‌آید:

$$S = 16\sqrt{3} - \frac{9\pi}{2}$$

۴ | ۱۲

A: سکه سالم
B: سکه هر دو سمت شیر
C: سکه هر دو سمت خط
H: هر دو سکه شیر ظاهر شود.



$$P(H) = P(A) \times P(H|A) + P(B) \times P(H|B) + P(C) \times P(H|C)$$

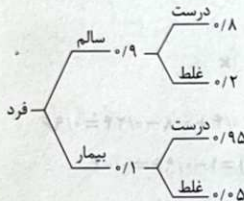
$$\Rightarrow P(H) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 0 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

دوستنامه

نکته: به پیشامدی که احتمال رخ دادن آن برابر ۱ باشد، پیشامد حتمی گویند و به پیشامدی که احتمال رخ دادن آن صفر باشد، پیشامد محال گویند. مثلاً اگر در ظرفی ۲۰ مهره قرمز باشد، پیشامد این که مهره‌ای خارج و قرمز باشد حتمی و پیشامد این که مهره آبی باشد، محال است.

۳ | ۱۳

A: فرد سالم باشد
A': فرد بیمار باشد
B: تشخیص آزمایش بیماری باشد



طبق قاعده بیز داریم:

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(A')P(B|A')} \\ = \frac{0.9 \times 0.2}{0.9 \times 0.2 + 0.1 \times 0.95} = \frac{180}{275} = \frac{36}{55}$$

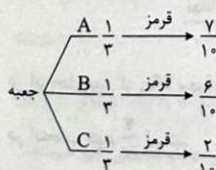
دوستنامه

قانون بیز: فرض کنید $B_1, B_2, \dots, B_n$ پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت به‌ازای هر پیشامد دلخواه A و هر $1 \leq i \leq n$ داریم:

$$P(B_i|A) = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{P(A)}$$

۳ | ۱۴ روش اول:

T: قرمز بودن مهره

و شعاع قطاع (r) برابر با مولد مخروط (L_M) می‌باشد، در نتیجه:

$$L_M^2 = h^2 + R^2 \Rightarrow h^2 = L_M^2 - R^2 = 12^2 - 4^2 = 128$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}$$

دوستنامه

از گسترده کردن شکل یک مخروط، قطاعی از یک دایره ساخته می‌شود که در آن:

الف) طول مولد مخروط برابر با طول شعاع قطاع (و دایره) است.

ب) محیط قاعده مخروط، طول کمان قطاع است.

۱ | ۱۰

چون دو قرقره با یک تسمه به هم متصل هستند، لذا مسافت (طول کمان) طی شده توسط هر دو یکسان است. حال اگر طول کمان طی شده برای قرقره‌های بزرگ و کوچک را به ترتیب L_1 و L_2 و زوایای چرخش آن‌ها را به ترتیب θ_1 و θ_2 در نظر بگیریم، داریم: r_1 شعاع قرقره بزرگ و r_2 شعاع قرقره کوچک

$$L_1 = L_2 \Rightarrow r_1 \theta_1 = r_2 \theta_2 \Rightarrow 4\theta_1 = 3\theta_2$$

از طرفی طبق فرض تست داریم:

$$\theta_1 \theta_2 = \frac{25\pi^2}{3} \Rightarrow \theta_2 = \frac{25\pi^2}{3\theta_1}$$

با ترکیب دو رابطه فوق می‌توان نوشت:

$$4\theta_1 = 3\theta_2 \Rightarrow 4\theta_1 = 3\left(\frac{25\pi^2}{3\theta_1}\right) \Rightarrow \theta_1^2 = \frac{25\pi^2}{4} \Rightarrow \theta_1 = \frac{5\pi}{2}$$

در نتیجه قرقره بزرگ $\frac{5\pi}{2}$ رادیان چرخیده است و از آن‌جا که هر دور طی شده

توسط قرقره‌ها 2π رادیان است، پس قرقره بزرگ $\frac{5}{4} = 1.25$ دور چرخیده است.

دوستنامه

در سیستم‌هایی که در آن دو قرقره (چرخ) توسط یک تسمه به هم متصل هستند، ضمن حرکت سیستم در یک زمان ثابت، مسافت طی شده توسط دو قرقره (چرخ) یکسان است.

۲ | ۱۱

شماره کارت اول بزرگ‌تر از شماره کارت دوم است: A:

$$\Rightarrow n(A) = \frac{20 \times 19}{2} = 190$$

B: مجموع دو کارت عدد ۳۰ شود:

$$A \cap B = \{(20, 10), (19, 11), (18, 12), (17, 13), (16, 14)\}$$

$$P(B|A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{5}{190} = \frac{1}{38}$$

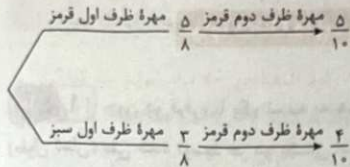
دوستنامه

نکته: اگر دو کارت یا مهره به توالی برداشته شوند، ترتیب رنگ یا شماره اهمیت دارد. در نصف حالات اولی بزرگ‌تر از دومی و در نصف دیگر دومی بزرگ‌تر از اولی است.

دوستنامه

نکته: اگر از ظرفی با n مهره با چند رنگ، هر تعداد مهره برداریم و بدون نگاه کردن به آن دور بیندازیم و بعد مهره‌های خارج کنیم، احتمال این که مهره رنگ خاصی داشته باشد، با احتمال اولین بار بدون خارج شدن مهره‌ها برابر است و تغییری صورت نمی‌گیرد.

۱/۱۷



$$P(\text{مهره دوم قرمز باشد}) = \frac{5}{10} \times \frac{4}{9} + \frac{5}{10} \times \frac{5}{9} = \frac{25+25}{90} = \frac{50}{90} = \frac{5}{9}$$

دوستنامه

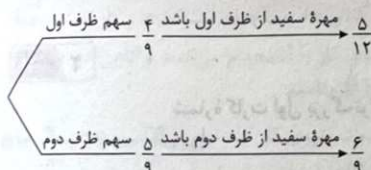
نکته: هر وقت از ظرفی مهره‌های خارج و در ظرف دیگر قرار می‌دهیم و بعد از ظرف دوم مهره‌های خارج می‌کنیم همیشه نسبت رنگ‌های ظرف اول به کل مهره‌های ظرف اول، عبارات $P(B_i)$ ها در احتمال کل را به ما می‌دهد.

۲/۱۸

A	۵۰	سالم بودن محصول	۹۸
	۱۰۰		۱۰۰
B	۳۰	سالم بودن محصول	۹۶
	۱۰۰		۱۰۰
C	۲۰	سالم بودن محصول	۹۷
	۱۰۰		۱۰۰

$$P(E|C) = \frac{\frac{2}{10} \times \frac{97}{100}}{\frac{5}{10} \times \frac{98}{100} + \frac{3}{10} \times \frac{96}{100} + \frac{2}{10} \times \frac{97}{100}} = \frac{194}{972} = \frac{97}{486}$$

۲/۱۹ S: سفید بودن مهره



$$P(S) = \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} + \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} = \frac{12+20}{72} = \frac{32}{72} = \frac{4}{9}$$

دوستنامه

نکته: اگر m مهره از ظرف اول و n مهره از ظرف دوم به تصادف برداشته و در ظرف سومی قرار دهیم، احتمال این که رنگ خاصی از ظرف سوم خارج شود برابر است با:

$$P(A) = \frac{m}{m+n} \times P(A|B_1) + \frac{n}{m+n} \times P(A|B_2)$$

B_1 و B_2 متناظر ظرف اول و دوم است.

بنابر قانون احتمال کل:

$$P(T) = P(A) \times P(T|A) + P(B) \times P(T|B) + P(C) \times P(T|C)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{7}{10} + \frac{1}{3} \times \frac{6}{10} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{10} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

روش دوم: چون تعداد مهره‌ها در هر جعبه برابر است:

$$P(T) = \frac{7+6+2}{3 \times 10} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

دوستنامه

نکته: در مواقعی که چند جعبه داریم و تعداد مهره‌های هر جعبه n باشد و تعداد مهره‌های قرمز جعبه ۱ تا n به ترتیب $k_1, k_2, \dots, k_n$ باشد، در این صورت احتمال این که یک مهره به تصادف از یکی از جعبه‌ها برداریم و قرمز باشد، برابر نسبت تعداد کل مهره‌های قرمز به تعداد کل مهره‌های جعبه‌ها است.

۴/۱۵

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} \quad \text{و} \quad P(A'|B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')}$$

چون $P(B) = 0/8$ ، پس $P(B') = 0/2$. پس تنها کافی است $P(A \cap B')$ و $P(A' \cap B')$ را به دست آوریم:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow 0/2 = \frac{P(A \cap B)}{0/8} \Rightarrow P(A \cap B) = 0/24$$

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B') \Rightarrow 0/4 = 0/24 + P(A \cap B')$$

$$\Rightarrow P(A \cap B') = 0/16$$

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{0/16}{0/2} = 0/8 \quad \times$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/4 + 0/8 - 0/24 = 0/96$$

$$P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0/96 = 0/96$$

$$P(A'|B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{0/96}{0/2} = 0/2 \quad \checkmark$$

دوستنامه

نکته: به ازای هر دو پیشامد A و B ، رابطه زیر همواره برقرار است:

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B')$$

۴/۱۶ روش اول: با توجه به روش احتمال کل:

A: سفید بودن مهره

B: قرمز بودن مهره

$$P(A_2) = P(A_1)P(A_2|A_1) + P(B_1)P(A_2|B_1)$$

$$= \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} + \frac{3}{7} \times \frac{4}{6} = \frac{4}{7}$$

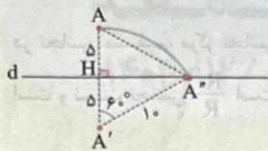
روش دوم: چون از رنگ مهره خارج شده اطلاعی نداریم، احتمال بیرون آمدن هر مهره در هر بار انتخاب، بدون در نظر گرفتن مهره خارج شده عبارت است از:

$$\text{تعداد مهره‌های موردنظر در ابتدا} = \frac{\text{احتمال موردنظر}}{\text{کل مهره‌ها}}$$

در این جا چون از رنگ مهره اول خبر نداریم، احتمال بیرون آمدن مهره سفید

در انتخاب دوم $\frac{4}{7}$ است.

۴ ۲۳



$$S_d(A) = A' \Rightarrow AH = HA' = 5$$

$$R_{A'}^{A'}(A) = A'' \Rightarrow \begin{cases} \hat{A}' = 60^\circ \\ AA' = A'A'' = 10 \end{cases}$$

$$\Delta AA'A' : AA' = A'A'' = 10$$

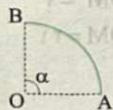
$$\xrightarrow{\text{متساوی الساقین}} \left. \begin{matrix} \hat{A} = \hat{A}' \\ \hat{A}' = 60^\circ \end{matrix} \right\} \Rightarrow \hat{A} = \hat{A}' = \hat{A}'' = 60^\circ$$

مثلث $AA'A''$ متساوی الاضلاع است، پس $AA'' = 10$ سانتی متر است.

دورسنامه

دوران

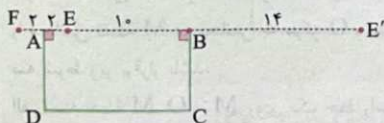
دوران R به مرکز نقطه O و زاویه α تبدیلی در صفحه است که هرگاه اگر تصویر نقطه A برابر نقطه B شود، داشته باشیم:



$$OA = OB$$

$$\angle AOB = \alpha$$

۲ ۲۴



$$S_{AD}(E) = F \Rightarrow AF = AE = 2$$

$$S_{BC}(F) = E' \Rightarrow FB = BE' = 14$$

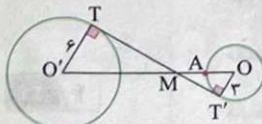
$$EE' = EB + BE' = 10 + 14 = 24$$

دورسنامه

نکته:

ترکیب دو بازتاب با محورهای موازی یک انتقال است که بردار انتقال عمود بر هر دو محور است و طول بردار انتقال دو بردار فاصله دو محور بازتاب است.

۳ ۲۵ محل برخورد مماس مشترک داخلی و خط‌المركزین، مرکز تجانس معکوس دو دایره است. اگر $OM = x$ باشد، $O'M = 20 - x$ است.



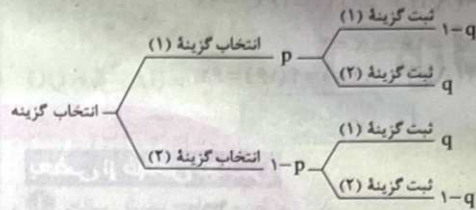
$$|k| = \frac{R'}{R} = \frac{O'M}{OM} \Rightarrow \frac{6}{3} = \frac{20-x}{x} \Rightarrow 2x = 20-x \Rightarrow 3x = 20$$

$$\Rightarrow x = \frac{20}{3}$$

$$MA = MO - OA = \frac{20}{3} - 3 = \frac{11}{3}$$

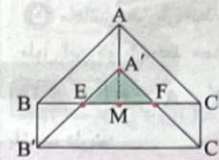
هر دو دایره که شعاع‌های متفاوتی داشته باشند، در دو حالت مجانس هم هستند.

۳ ۲۰



$$P(\text{ثابت گزینۀ (۱)}) = p(1-q) + (1-p)q = p - pq + q - pq = p + q - 2pq$$

چون انتقال شیب خط را حفظ می‌کند و طولی است، داریم:



$$EF \parallel BC \xrightarrow{\text{اساسی تشابه}} \left. \begin{matrix} \Delta A'EF \sim \Delta A'BC \\ \Delta ABC \cong \Delta A'BC' \end{matrix} \right\} \Rightarrow \Delta A'EF \sim \Delta ABC$$

بنا به خاصیت میانه‌ها داریم:

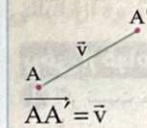
$$k = \frac{A'M}{AM} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{S_{\Delta A'EF}}{S_{\Delta ABC}} = k^2 \Rightarrow \frac{S_{\Delta A'EF}}{63} = \frac{1}{9} \Rightarrow S_{\Delta A'EF} = 7$$

دورسنامه

انتقال

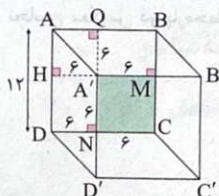
انتقال T تحت بردار $\vec{v}$ تبدیلی از صفحه است که در آن، هر نقطه مثل A از صفحه P را به نقطه A' در همان صفحه تصویر می‌کند به طوری که همواره داریم:



نکته: هرگاه دو مثلث متشابه باشند و نسبت تشابه این دو مثلث برابر k باشد، داریم:

$$\begin{matrix} \text{نسبت} & \text{نسبت} & \text{نسبت} \\ \text{نسبت محیط‌ها} & = & \text{نسبت ارتفاع‌ها} = \text{نسبت میانه‌ها} = \text{نسبت نیمسازها} \\ \text{متناظر} & & \text{متناظر} \end{matrix} \Rightarrow k^2 = \text{نسبت مساحت‌ها}$$

۴ ۲۲ اگر A' محل تلاقی قطرهای مربع ABCD باشد و از A' به هر ضلع عمود کنیم، در این صورت داریم:



$$A'M = A'N = A'H = A'Q = \frac{AB}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

پس چهارضلعی A'MCN یک مربع به ضلع ۶ است.

$$S_{A'MCN} = (6)^2 = 36$$

$$S = (AB)^2 - (A'B')^2 \Rightarrow 112 = 16x^2 - 9x^2$$

$$\Rightarrow 7x^2 = 112 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$$

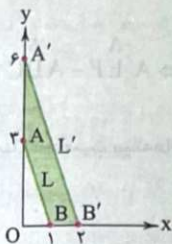
$$ABCD \text{ محیط} = 4(AB) = 4(4x) = 4(16) = 64$$

دورسنانه

بعضی از خواص تجانس

۱. تجانس شیب خط را حفظ می‌کند.
۲. تجانس اندازه زاویه را حفظ می‌کند.
۳. هر شکل با مجانش همواره متشابه است.
۴. تجانس جهت شکل را حفظ می‌کند.
۵. مجانس هر پاره خط، یک پاره خط است که موازی با آن است و نسبت طول این دو پاره خط همان نسبت تجانس است.

۱/۲۸ اگر A' و B' مجانس نقاط A و B به مرکز O و نسبت ۲ باشند، داریم:



$$k = \frac{OA'}{OA} \Rightarrow 2 = \frac{OA'}{1} \Rightarrow OA' = 2$$

$$k = \frac{OB'}{OB} \Rightarrow 2 = \frac{OB'}{1} \Rightarrow OB' = 2$$

$$S = \frac{1}{2} OA' \times OB' - \frac{1}{2} OA \times OB$$

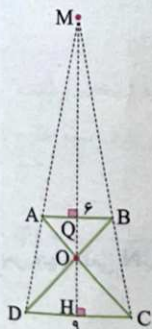
$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = 2 - \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

دورسنانه

برخی از خواص تجانس

۱. اگر نسبت تجانس k باشد، نسبت مساحت‌های دو شکل متجانس برابر k^2 است.
۲. اگر نقطه M' مجانس نقطه M نسبت به نقطه O و نسبت تجانس k باشد، در این صورت نقطه M مجانس نقطه M' نسبت به نقطه O و نسبت $\frac{1}{k}$ است.
۳. هر خطی که مجانس یک نقطه را به آن نقطه وصل کند، حتماً از مرکز تجانس عبور می‌کند.

۳/۲۹ D را به A وصل کرده و امتداد می‌دهیم و C را به B وصل می‌کنیم تا امتداد AD را در M قطع کند. M مرکز تجانس مستقیم و O مرکز تجانس معکوس دو پاره خط AB و CD است.

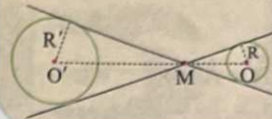


دورسنانه

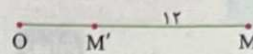
در تجانس مستقیم، مرکز تجانس محل برخورد مماس مشترک‌های خارجی است و نسبت تجانس $\frac{R'}{R}$ است.



در تجانس معکوس، مرکز تجانس محل برخورد مماس مشترک‌های داخلی است و نسبت تجانس $-\frac{R'}{R}$ است.



۳/۲۶



$$k = \frac{OM'}{OM} \Rightarrow \frac{3}{12} = \frac{OM'}{OM} \Rightarrow OM' = 3x, OM = 12x$$

$$MM' = OM - OM' \Rightarrow 12 = 12x - 3x \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \begin{cases} OM' = 6 \\ OM = 24 \end{cases}$$

$$\Rightarrow OM'^2 + OM^2 = 6^2 + 24^2 = 36 + 576 = 612$$

دورسنانه

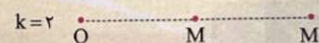
تجانس

اگر O نقطه‌ای ثابت در صفحه و $k \neq 0$ یک عدد حقیقی باشد، نقطه M' را مجانس نقطه M در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس k گوئیم، هرگاه سه شرط زیر برقرار باشد:

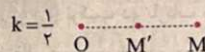
(الف) سه نقطه M, O, M' روی یک خط راست باشند.

(ب) $OM' = |k| OM$

(ج) اگر k مثبت باشد، M' روی نیم خط OM و نقاط M و M' در یک طرف نقطه O قرار دارند.

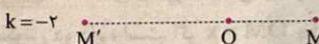


$$OM' = 2OM$$



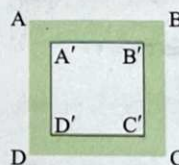
$$OM' = \frac{1}{2} OM$$

ز k منفی باشد، M' روی نیم خط OM و نقاط M و M' در دو طرف نقطه O قرار دارند.



$$OM' = 2OM$$

۴

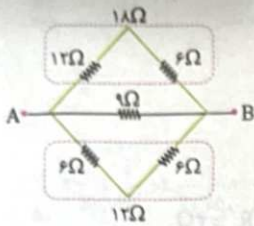


$$k = \frac{A'B'}{AB} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{A'B'}{AB} \Rightarrow \begin{cases} A'B' = 2x \\ AB = 4x \end{cases}$$

فیزیک

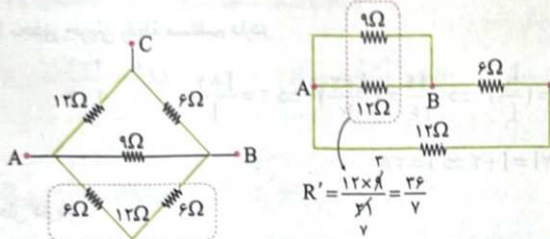
۳۱/۲ در حالتی که مقاومت‌ها متوالی بسته می‌شوند، جریان در مدار کاهش و اختلاف پتانسیل کل نیز افزایش خواهد یافت.

۳۲/۴ ابتدا مقاومت معادل بین دو نقطه A و B را محاسبه می‌کنیم:



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{12} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12} = \frac{2+4+2}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9} \Rightarrow R_{AB} = \frac{9}{2} \Omega$$

حال مقاومت معادل بین دو نقطه A و C را محاسبه می‌کنیم:



$$R' = \frac{36}{5} \Omega \quad \Rightarrow R'' = \frac{36}{5} + 6 = \frac{36+30}{5} = \frac{66}{5} \Omega$$

$$\frac{1}{R_{AC}} = \frac{1}{\frac{66}{5}} + \frac{1}{12} = \frac{5}{66} + \frac{1}{12} = \frac{5+11}{66} = \frac{16}{66} = \frac{8}{33}$$

$$\Rightarrow R_{AC} = \frac{33}{8} \Omega$$

$$\frac{R_{AB}}{R_{AC}} = \frac{\frac{9}{2}}{\frac{33}{8}} = \frac{9 \times 8}{2 \times 33} = \frac{36}{66} = \frac{6}{11}$$

۳۳/۳ در حالت اول کلید در نقطه A متصل است و مقاومت‌های R و R حذف هستند، مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq1} = 2R + \frac{R}{2} = \frac{5R}{2}$$

در حالت دوم کلید به نقطه B متصل است، پس داریم:

$$R_{eq2} = \frac{2R \times R}{2R + R} + \frac{R}{2} = \frac{2R}{3} + \frac{R}{2} = \frac{7R}{6}$$

حال داریم:

$$V = \frac{\varepsilon R_{eq}}{R_{eq} + r} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{R_{eq2} (R_{eq1} + r)}{R_{eq1} (R_{eq2} + r)} = \frac{\frac{7R}{6} (\frac{5R}{2} + r)}{\frac{5R}{2} (\frac{7R}{6} + r)} = \frac{7R(\frac{5R}{2} + r)}{5R(\frac{7R}{6} + r)}$$

$$= \frac{\frac{7R}{6} \times \frac{5R}{2}}{\frac{5R}{2} \times \frac{7R}{6}} = \frac{7}{5}$$

$$OH = \frac{\sqrt{3}}{2} DC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 \Rightarrow OH = \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

$$OQ = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 \Rightarrow OQ = 3\sqrt{3}$$

$$QH = OH + OQ \Rightarrow QH = \frac{15}{2} \sqrt{3}$$

$$AB \parallel DC \xrightarrow{\text{اساسی تشابه}} \Delta MAB \sim \Delta MDC \Rightarrow \frac{MQ}{MH} = \frac{6}{9}$$

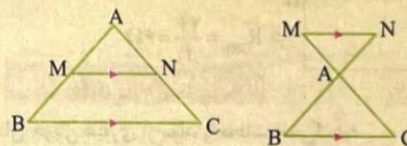
$$\Rightarrow \frac{MQ}{MH - MQ} = \frac{6}{9-6} \Rightarrow \frac{MQ}{QH} = \frac{6}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{MQ}{\frac{15}{2} \sqrt{3}} = \frac{6}{3} \Rightarrow MQ = 15\sqrt{3}$$

$$MO = MQ + QO = 15\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \Rightarrow MO = 18\sqrt{3}$$

درسنامه

قضیه اساسی تشابه: اگر خط راستی موازی یکی از اضلاع مثلثی، دو ضلع دیگر (یا امتداد آن‌ها) را در دو نقطه قطع کند، مثلثی که با رأس سوم و آن دو نقطه تشکیل می‌شود با مثلث اولیه متشابه است.



$$MN \parallel BC \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta AMN$$

نسبت ارتفاع‌های نظیر دو مثلث متشابه برابر نسبت تشابه دو مثلث است.

۳۰/۱ محل تلاقی نیمسازها، مرکز دایره محاطی داخل مثلث است و چون مرکز دایره محاطی داخلی و دایره محیطی دو مثلث یکسان است (نقطه ثابت تبدیل) پس مثلث متساوی‌الاضلاع است و اگر اندازه هر ضلع آن a باشد، داریم:



$$k = \frac{R}{r} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} a}{\frac{\sqrt{3}}{6} a} \Rightarrow k = 3$$

$$2p = 3a \Rightarrow 18 = 3a \Rightarrow a = 6$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \Rightarrow S = 9\sqrt{3}$$

$$\frac{S'}{S} = k^2 \Rightarrow \frac{S'}{9\sqrt{3}} = (3)^2 \Rightarrow S' = 81\sqrt{3}$$

درسنامه

یادآوری:

۱ شعاع دایره محاطی مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a برابر $\frac{\sqrt{3}}{6} a$ است.

۲ شعاع دایره محیطی مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a برابر $\frac{\sqrt{3}}{3} a$ است.

۳ مرکز دایره محاطی داخلی و محیطی مثلث متساوی‌الاضلاع یک نقطه هستند.

با محاسبه مقاومت معادل در مدار و استفاده از رابطه $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r}$ نیروی

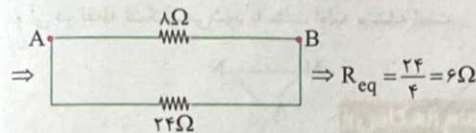
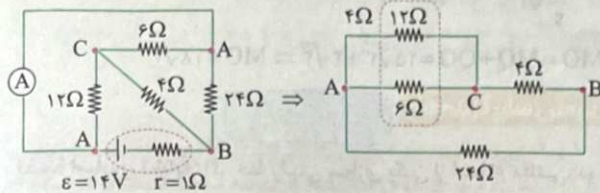
محرکه باتری را به دست می آوریم:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{15} + \frac{1}{7.5} + \frac{1}{15} = \frac{1+2+1}{15} = \frac{4}{15}$$

$$\Rightarrow R_{eq} = \frac{15}{4} \Omega = 3.75 \Omega$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}} \Rightarrow 0.6 = \frac{\mathcal{E}}{3.75 + 2} \Rightarrow \mathcal{E} = 0.6 \times 5.75 = 3.45 V$$

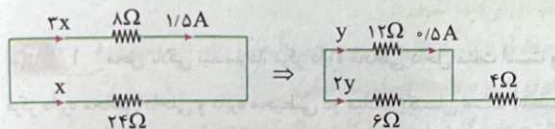
ابتدا مدار را به صورت ساده رسم می کنیم:



حال جریان عبوری از مولد را محاسبه می کنیم:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} = \frac{14}{6 + 1} = 2 A$$

جریان در مقاومت های موازی به نسبت عکس مقاومت ها بخش خواهد شد.

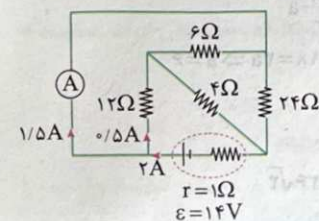


$$x + 3x = 2 \Rightarrow x = 0.5$$

$$y + 2y = 1.5$$

$$3y = 1.5 \Rightarrow y = 0.5$$

با توجه به مدار داریم:



در حالت اول کلید K باز است، پس مقاومت 12Ω در محاسبات

لحاظ نمی شود و مقاومت 6Ω و 4Ω موازی هستند.

$$R_{eq} = \frac{6 \times 4}{10} = 2.4 \Omega$$

جریان در مدار برابر است با:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} = \frac{30}{2.4 + 2} = \frac{30}{4.4}$$

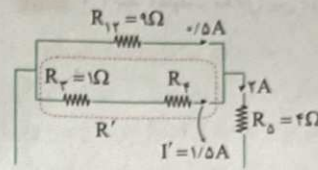
ولت سنج موازی با مولد است، بنابراین:

$$V_1 = \mathcal{E} - Ir = 30 - \frac{30}{4.4} \times 2 = 30 - \frac{60}{4.4} = \frac{72}{4.4} V$$

توان مصرفی در مقاومت ها از رابطه $P = RI^2$ به دست می آید:

$$P = RI^2 \Rightarrow \begin{cases} 0.5 = 2 \times I_1^2 \Rightarrow I_1^2 = 0.25 \Rightarrow I_1 = 0.5 A \\ 16 = 4 I_2^2 \Rightarrow I_2^2 = 4 \Rightarrow I_2 = 2 A \end{cases}$$

با توجه به مدار داریم:



$$0.5 + I' = 2 \Rightarrow I' = 1.5 A$$

$$V_{R'} = V_{R_{12}} \Rightarrow 1.5 \times R' = 9 \times 0.5 \Rightarrow R' = 3 \Omega$$

$$\Rightarrow 1 + R_f = 3 \Rightarrow R_f = 2 \Omega$$

مقاومت R ثابت است. با توجه به رابطه $P = RI^2$ توان مصرفی

با مجذور جریان رابطه مستقیم دارد:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{144}{36} = \left(\frac{I+2}{I}\right)^2 \Rightarrow 2 = \frac{I+2}{I}$$

$$\Rightarrow 2I = I+2 \Rightarrow I = 2 A$$

حال داریم:

$$P = RI^2 \Rightarrow 36 = R \times 2^2 \Rightarrow R = 9 \Omega$$

با استفاده از نمودار، مقاومت سیم های A و B را به دست

می آوریم:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \begin{cases} R_A = \frac{2}{2} = 1 \Omega \\ R_B = \frac{2}{4} = 0.5 \Omega \end{cases}$$

دو سیم به صورت موازی در مدار بسته شده اند، بنابراین:

$$R_{eq} = \frac{1 \times 0.5}{1 + 0.5} = 0.33 \Omega$$

اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با:

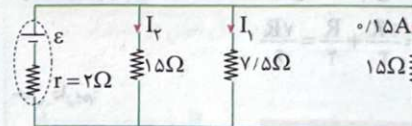
$$V = \frac{\mathcal{E} R_{eq}}{R_{eq} + r} = \frac{11 \times 0.33}{0.33 + 0.67} = 4.125 V$$

ولت سنج موازی با مقاومت 10Ω اهمی است، پس جریان عبوری از

آن برابر است با:

$$V = IR \Rightarrow 1.5 = I \times 10 \Rightarrow I = 0.15 A$$

مقاومت های 5Ω و 10Ω اهمی با هم متوالی هستند. پس داریم:



مقاومت های موازی اختلاف پتانسیل آن ها برابر است.

$$V = IR \Rightarrow I_1 \times 7.5 = 0.15 \times 15$$

$$I_1 \times 15 = 0.15 \times 15$$

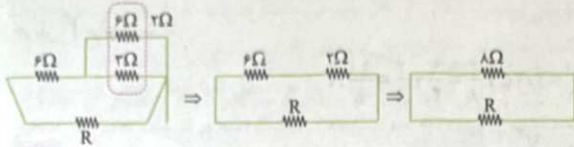
$$\Rightarrow I_1 = 0.2 A, I_2 = 0.15 A$$

جریان در کل مدار برابر $0.15 + 0.3 + 0.15 = 0.6 A$ است.

حال به کمک رابطه جریان، مقاومت معادل را به دست می آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow 2 = \frac{16/5}{R_{eq} + 0.5} \Rightarrow 8/25 = R_{eq} + 0.5$$

$$\Rightarrow R_{eq} = 7/25 \Omega$$



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{8} + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{7/25} = \frac{1}{8} + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{7/25} - \frac{1}{8} = \frac{0.25}{62}$$

$$\Rightarrow R = \frac{62}{0.25} \Rightarrow R = 248 \Omega$$

با توجه به مدار، مقاومت‌های R_1 و R_2 با هم و R_3 و R_4 با هم موازی هستند.

$$R_{12} = \frac{2 \times 4}{2 + 4} = \frac{8}{6} \Omega$$

$$R_{34} = \frac{2 \times 2}{2 + 2} = 1 \Omega$$

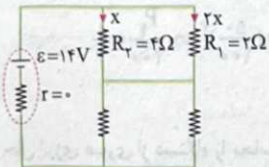
حال با هم متوالی خواهند شد:

$$R_{eq} = R_{12} + R_{34} = \frac{8}{6} + 1 = \frac{14}{6} \Omega$$

جریان در کل مدار برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{14}{\frac{14}{6} + 1} = 6 A$$

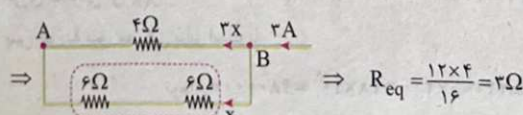
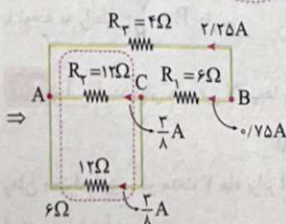
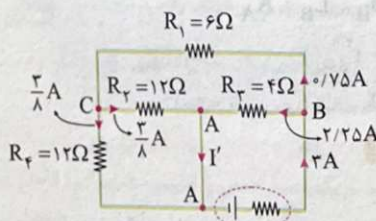
جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت عکس مقاومت‌ها بخش می‌شود؛ پس داریم:



$$x + 2x = 6 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$$

$$P = RI^2 \Rightarrow P_2 = 4(2)^2 = 16 W$$

ابتدا مدار را ساده می‌کنیم:



$$\Rightarrow R_{eq} = \frac{12 \times 4}{16} = 3 \Omega$$

در حالت دوم اگر کلید بسته شود، هر ۳ مقاومت موازی هستند.

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{2+1+3}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow R_{eq} = 2 \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{30}{2+2} = \frac{30}{4} = 7.5 A$$

$$V_p = \varepsilon - Ir = 30 - 7.5 \times 2 = 15 V$$

حال خواسته سؤال را محاسبه می‌کنیم.

$$V_2 - V_1 = 15 - \frac{72}{4/4} = \frac{66-72}{4/4} = \frac{-6}{4/4} = \frac{-60}{44} = \frac{-15}{11}$$

۲۰ عرض از مبدأ نمودار اختلاف پتانسیل بر حسب جریان عبوری از آن برابر نیروی محرکه باتری است. بنابراین با توجه به نمودار داده شده در سؤال، نیروی محرکه باتری ۳ A، برابر نیروی محرکه باتری B است.

$$\varepsilon_A = 3 \varepsilon_B$$

از طرفی داریم:

$$\frac{\varepsilon_A}{r_A} = \frac{\varepsilon_B}{r_B} \Rightarrow \frac{3 \varepsilon_B}{r_A} = \frac{\varepsilon_B}{r_B} \Rightarrow r_A = 3 r_B$$

رابطه جریان الکتریکی در یک مدار تک حلقه را برای هر یک از مدارها

می‌نویسیم:

$$I_A = 2/5 I_B \Rightarrow I_A = \frac{2}{5} I_B \Rightarrow \frac{\varepsilon_A}{R + r_A} = \frac{2}{5} \times \frac{\varepsilon_B}{R + r_B}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{R + 3r_B} = \frac{2}{5} \times \frac{1}{R + r_B} \Rightarrow \frac{3}{R + 3r_B} = \frac{2}{5(R + r_B)}$$

$$\Rightarrow 6R + 6r_B = 5R + 15r_B \Rightarrow R = 9r_B$$

$$r_B = \frac{1}{3} r_A \Rightarrow R = 9 \times \frac{1}{3} r_A \Rightarrow R = 3r_A \Rightarrow r_A = \frac{1}{3} R$$

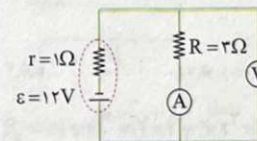
۴۱ در حالت اول چون ولت‌سنج سر راه مقاومت ۳Ω قرار دارد،

جریانی از مقاومت $R = 3 \Omega$ عبور نمی‌کند. پس داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{12}{0 + 1} = 12 A$$

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow V = 12 - 12 \times 1 = 0$$

در حالت دوم داریم:

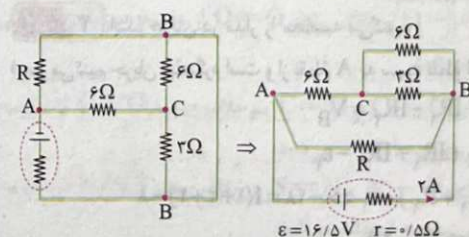


$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{12}{3 + 1} = 3 A$$

$$V = IR = 3 \times 3 = 9 V$$

پس جریان در مدار ۹A کاهش و ولت‌سنج ۹V افزایش داشته است.

۱۲۲ ابتدا مدار را به صورت ساده رسم می‌کنیم:



۳۹ با بسته شدن کلید K، اتصال کوتاه به وجود می‌آید و لامپ B از مدار حذف می‌شود و مقاومت معادل از $3R$ به $2R$ می‌رسد. پس جریان در مدار افزایش می‌یابد.

$$\begin{cases} I_1 = \frac{\varepsilon}{3R} \Rightarrow I_2 = \frac{\varepsilon}{2R} = 1/5 \\ I_2 = \frac{\varepsilon}{2R} \Rightarrow I_1 = \frac{\varepsilon}{3R} \end{cases}$$

جریان ۵۰ درصد افزایش می‌یابد.

اختلاف پتانسیل دو سر لامپ از رابطه $V = IR$ به دست می‌آید. دقت کنید جریانی از لامپ B عبور نمی‌کند.

$$\begin{cases} V_1 = \frac{\varepsilon}{3R} \times R = \frac{\varepsilon}{3} \Rightarrow 100\% \text{ کاهش یافته} \\ V_2 = 0 \end{cases}$$

توان خروجی باتری با توان مصرفی مقاومت در لامپ‌ها برابر است:

$$P = R_{eq} I^2 \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 3R \times \frac{\varepsilon^2}{9R^2} = \frac{\varepsilon^2}{3R} \\ P_2 = 2R \times \frac{\varepsilon^2}{4R^2} = \frac{\varepsilon^2}{2R} \end{cases} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 1/5 \Rightarrow 50\% \text{ افزایش یافته}$$

پس عبارتهای «الف» و «ج» صحیح هستند.

۵۰ با استفاده از رابطه $P = \varepsilon I - rI^2$ داریم:

$$\begin{cases} 9/5 = \varepsilon \times 5 - r \times 25 \Rightarrow -7 \times \begin{cases} 9/5 = 5\varepsilon - 25r \\ 12/6 = \varepsilon \times 7 - r \times 49 \end{cases} \\ 12/6 = \varepsilon \times 7 - r \times 49 \Rightarrow 5 \times \begin{cases} 9/5 = 5\varepsilon - 25r \\ 12/6 = \varepsilon \times 7 - r \times 49 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -66/5 = -35\varepsilon + 175r \\ 63 = 35\varepsilon - 245r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon = 2/15 V \\ r = 0/05 \Omega \end{cases}$$

۵۱ با ازای جریان‌های ۱A و ۷A توان خروجی در باتری یکسان است، پس باید داشته باشیم:

$$I_1 + I_2 = \frac{\varepsilon}{r} \Rightarrow 1 + 7 = \frac{\varepsilon}{r} \Rightarrow \varepsilon = 8r$$

رابطه توان خروجی برابر است با:

$$P = \varepsilon I - rI^2 \Rightarrow 14 = \varepsilon \times 1 - r \times 1 \Rightarrow 14 = 8r - r \Rightarrow 14 = 7r \Rightarrow r = 2 \Omega$$

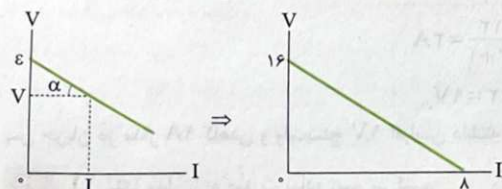
در نتیجه:

$$\varepsilon = 8r \Rightarrow \varepsilon = 8 \times 2 = 16 V$$

$$V = \varepsilon - rI$$

$$\Rightarrow V = 16 - 2I \Rightarrow \begin{cases} V = 0 \Rightarrow I = 8 A \\ I = 0 \Rightarrow V = 16 V \end{cases}$$

$$\text{شیب: } \tan \alpha = \frac{\varepsilon - V}{I} = \frac{rI}{I} = r$$



۵۲ ابتدا جریان در مدار را محاسبه می‌کنیم.

فرض می‌کنیم جریان ساعتگرد است و از نقطه A به سمت نقطه B حرکت می‌کنیم:

$$V_A - Ir_1 + \varepsilon_1 - IR_1 - IR_2 = V_B$$

$$V_A - V_B = Ir_1 + IR_1 + IR_2 - \varepsilon_1$$

$$-18 = I(r_1 + R_1 + R_2) - \varepsilon_1 \Rightarrow -18 = I(1 + 2 + 2) - 8$$

$$\Rightarrow -10 = I \times 5 \Rightarrow I = -2 A$$

حال جریان در کل مدار برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{12}{3+1} = 3 A$$

$$x + 3x = 3 \Rightarrow 4x = 3 \Rightarrow x = 0/75$$

جریان I' برابر است با:

$$I' = 2/25 + \frac{3}{8} = \frac{9}{4} + \frac{3}{8} = \frac{21}{8} A$$

۴۵ همان‌طور که می‌دانیم توان الکتریکی مصرفی از رابطه $P = \frac{V^2}{R}$

به دست می‌آید.

در بستن مقاومت‌ها به صورت موازی، کم‌ترین مقاومت و بیشترین توان را داریم.

$$P = \frac{V^2}{R_{eq}} \Rightarrow 400 = \frac{200 \times 200}{R_{eq}} \Rightarrow R_{eq} = 100 \Omega$$

از طرفی کم‌ترین توان مربوط به وقتی است که کلید مربوط به رشته با مقاومت بیشتر، بسته شده باشد. اگر این مقاومت را با R_1 نمایش دهیم، داریم:

$$R_1 = R_{max} = \frac{V^2}{P_{min}} = \frac{200 \times 200}{100} = 400 \Omega$$

بنابراین مقاومت مجهول R_p از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_{eq}} - \frac{1}{R_1} = \frac{1}{100} - \frac{1}{400} = \frac{3}{400} \Rightarrow R_p = \frac{400}{3} \Omega$$

۴۶ ابتدا توان مصرفی دستگاه برقی را زمانی که به اختلاف

پتانسیل ۵۰V متصل می‌کنیم به دست می‌آوریم. دقت کنید که مقاومت دستگاه ثابت است.

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_2}{200} = \left(\frac{50}{100}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_2}{200} = \frac{1}{4} \Rightarrow P_2 = 50 W$$

حال انرژی عبوری از دستگاه را محاسبه می‌کنیم:

$$U = Pt = 50 \times 7200 = 360000 J = 360 kJ$$

۴۷ ابتدا نسبت مقاومت‌ها را به دست می‌آوریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$\Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\pi(r_{\text{خارجی}}^2 - r_{\text{داخلی}}^2)}{\pi r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{4-1}{1} = 3$$

$$V = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{R_B}{R_A} = \frac{1}{3} \quad \text{چون به رابطه } P = \frac{V^2}{R} \text{ داریم:}$$

۱ ابتدا توان مصرفی لامپ‌ها را در روستا محاسبه می‌کنیم:

$$P = 2000 \times 100 = 2 \times 10^5 W = 200 kW$$

صرف انرژی در مدت ۱ ماه برابر است با:

$$t = 30 \times 24 = 720 h$$

$$U = Pt = 200 \times 720 = 144000 kW \cdot h$$

پس برق مصرفی برابر است با:

$$\text{تومان} = 24000 \times 200 = 48 \times 10^5 = 4800000$$

= چهار میلیون و هشتصد هزار تومان

درسنامه

آنتالپی پیوند

مقدار انرژی مصرف شده در فشار ثابت هنگام شکستن یک مول پیوند بین دو اتم گازی و تبدیل آن به اتم‌های گازی جدا از هم را آنتالپی پیوند می‌گویند.

یکای آنتالپی پیوند، kJ.mol^{-1} است. چون شکستن پیوند همواره نیاز به جذب انرژی دارد، پس فرایندی گرماگیر بوده و مقدار آن همواره مثبت ($\Delta H > 0$) است.

میانگین آنتالپی پیوند

در مولکول‌هایی که اتم مرکزی به چند اتم کناری یکسان با پیوندهای اشتراکی متصل است، به جای واژه آنتالپی، عبارت «میانگین آنتالپی» را به کار می‌برند.

هر چه تعداد پیوندهای بین دو اتم بیشتر باشد، گرمای مورد نیاز برای شکستن این پیوندها نیز بیشتر است. برای محاسبه آنتالپی یک واکنش گازی می‌توان از آنتالپی پیوند یا میانگین آنتالپی پیوند استفاده کرد.

۴/۵۷ هر چه نقطه جوش یک ترکیب بالاتر باشد، تبدیل آن از حالت گاز به مایع، آسان‌تر انجام می‌شود. وجود پیوندهای هیدروژنی میان مولکول‌های الکلی، باعث می‌شود نقطه جوش یک الکلی بالاتر از نقطه جوش اتر، آلدهید و کتون هم‌جرم با آن باشد.

درسنامه

مقایسه نقطه جوش ترکیب‌های آلی با جرم مولی برابر

نقطه جوش یک ماده به دمایی گفته می‌شود که در آن فشار بخار مایع با فشار محیط برابر می‌شود و مایع به بخار تبدیل می‌گردد. در ترکیب‌های آلی، نوع و قدرت نیروهای بین‌مولکولی مهم‌ترین عامل تعیین‌کننده نقطه جوش است. عوامل مؤثر بر نقطه جوش:

- ۱) نوع نیروهای بین‌مولکولی
 - پیوند هیدروژنی ← قوی‌ترین
 - دوقطبی-دوقطبی ← متوسط
 - وان دروالس ← ضعیف‌ترین

۲) جرم مولکولی

بررسی نقطه جوش گروه‌های عاملی مختلف با جرم مولکولی مشابه:

ترکیب	گروه عاملی	نقطه جوش
الکلی	—OH	بسیار بالا
کتون	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \\ \text{R}-\text{C}-\text{R}' \end{array}$	بالا
آلدهید	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \\ \text{R}-\text{C}-\text{H} \end{array}$	متوسط
اتر	R—O—R'	پایین

چون جریان منفی به دست آمده، نتیجه می‌گیریم جریان در مدار پادساعتگرد است و $\mathcal{E}_p > \mathcal{E}_1$ خواهد بود.

$$I = \frac{\mathcal{E}_p - \mathcal{E}_1}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}_p - 8}{7} \Rightarrow 14 = \mathcal{E}_p - 8 \\ \Rightarrow \mathcal{E}_p = 14 + 8 = 22 \text{ V}$$

حال توان خروجی باتری $\mathcal{E}_p$ برابر است با:

$$P_p = \mathcal{E}_p I - V_p I^2 \Rightarrow P_p = 22 \times 2 - 1 \times 4 = 40 \text{ W}$$

۵۲/۲ در هر حالت جریان عبوری از مولد را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{\mathcal{E}}{2R + R} = \frac{\mathcal{E}}{3R} \\ I_p = \frac{\mathcal{E}}{3R + R} = \frac{\mathcal{E}}{4R} \end{cases}$$

توجه کنید که توان خروجی باتری با توان مصرفی در رئوسا برابر است، بنابراین:

$$P = RI^2 \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 2R \times \frac{\mathcal{E}^2}{9R^2} = \frac{2}{9} \frac{\mathcal{E}^2}{R} \\ P_p = 3R \times \frac{\mathcal{E}^2}{16R^2} = \frac{3}{16} \frac{\mathcal{E}^2}{R} \end{cases}$$

$$\frac{P_p}{P_1} = \frac{\frac{3}{16} \frac{\mathcal{E}^2}{R}}{\frac{2}{9} \frac{\mathcal{E}^2}{R}} = \frac{3}{16} \times \frac{9}{2} = \frac{27}{32}$$

بنابراین:

۵۲/۳ اگر به ازای جریان‌های I_1 و I_p ، توان خروجی باتری یکسان باشد

باید شرط $I_1 + I_p = \frac{\mathcal{E}}{r}$ برقرار باشد، پس:

$$I_1 + I_p = \frac{\mathcal{E}}{r} \xrightarrow{r=1/5\Omega} 6 = \frac{\mathcal{E}}{1/5} \Rightarrow \mathcal{E} = 9 \text{ V}$$

توان خروجی باتری از رابطه $P = \frac{\mathcal{E}^2}{4r}$ قابل محاسبه است:

$$P_{\max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r} \Rightarrow P_{\max} = \frac{9^2}{4 \times 1/5} = \frac{81}{6} = 13.5 \text{ W}$$

۵۵/۱ مجموع جریان‌های ورودی به هر گره با مجموع جریان‌های

خروجی از همان گره برابر است. با توجه به جهت جریان و قرارگیری باتری (۲)، توان ورودی در آن برابر است با:

$$P_p = \mathcal{E}I + rI^2 = 4 \times 2 + 1 \times 2^2 = 8 + 4 = 12 \text{ W}$$

شیمی

۵۶/۳ برای هرکدام از پیوندهای $\text{C} \equiv \text{C}$ ، $\text{C} = \text{C}$ ، $\text{C} - \text{C}$ ، از

مفهوم «میانگین آنتالپی پیوند» استفاده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) برای پیوند $\text{O} = \text{O}$ برخلاف پیوند $\text{O} = \text{O}$ از مفهوم «میانگین آنتالپی پیوند» استفاده می‌شود.

(۲) برای پیوندهای $\text{C} = \text{O}$ و $\text{C} - \text{O}$ برخلاف پیوند $\text{C} \equiv \text{O}$ از مفهوم «میانگین آنتالپی پیوند» استفاده می‌شود.

(۴) برای پیوندهای $\text{N} = \text{N}$ و $\text{N} - \text{N}$ برخلاف پیوند $\text{N} \equiv \text{N}$ از مفهوم «میانگین آنتالپی پیوند» استفاده می‌شود.

کارت مسئله

ارزش سوختن

به مقدار انرژی که بر اثر سوختن یک گرم ماده سوختنی آزاد می شود، ارزش سوختنی می گویند.

رابطه ارزش سوختنی و آنتالپی سوختن به شکل زیر است:

$$\text{ارزش سوختنی} = \frac{\Delta H_{\text{سوختن}}}{\text{جرم مولی ماده}}$$

نکته: آنتالپی سوختن همواره منفی دارد و یگای آن $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ است.

به طور کلی ارزش سوختنی ترکیبات اکسیژن دار (مانند الکل ها) از قبیل متانول، اتانول و ... کم تر از ارزش سوختنی ترکیبات هیدروکربنی همگرن آن هاست.

۶۱- ۳

نخستین بار هنری هس دریافت که گرمای یک واکنش معین به راهی که برای انجام آن در پیش گرفته می شود وابسته نیست. به دیگر سخن با استفاده از ΔH دو یا چند واکنش دیگر می توان ΔH یک واکنش معین را به دست آورد، به شرطی که شرایط انجام همه واکنش ها یکسان باشد. امروزه از این نتیجه به نام قانون هس یاد می شود، قانونی که به جمع بندی گرمای واکنش ها معروف است. بیان علمی قانون هس براساس مفهوم ΔH ، به صورت زیر است: «اگر معادله واکنشی را بتوان از جمع معادله دو یا چند واکنش دیگر به دست آورد، ΔH آن نیز از جمع جبری ΔH همان واکنش ها به دست می آید»

۶۲- ۳ آنتالپی بسیاری از واکنش های شیمیایی را نمی توان به روش

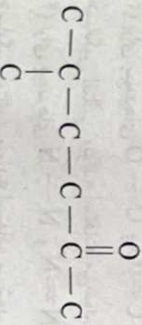
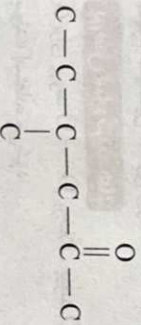
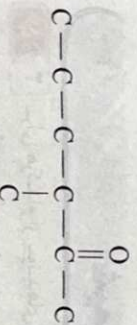
تجربی اندازه گیری کرد، زیرا برخی از آن ها مرحله ای از یک واکنش پیچیده هستند و برخی دیگر به آسانی انجام نمی شوند. آشکار است که تامین شرایط بهینه برای انجام آن ها بسیار دشوار است. شیمی دان ها برای تعیین ΔH چنین واکنش هایی از روش های دقیق دیگری همانند قانون هس بهره می برند. تجزیه کلسیم کربنات در دمای بسیار بالا و شرایط سختی انجام می شود. هیچ کدام از گرماسنج ها برای این شرایط ساخته نشده اند.

۶۳- ۳ مقادیر آنتالپی پیوند که در جدول ها آمده است، به جز شمار

خاصی پیوند، به صورت میانگین است که با مقدار تجربی آنتالپی پیوندها متفاوت است و همین مطلب بر روی ΔH واکنش بسیار مؤثر است.

۶۴- ۳ کتونی که عامل طعم و بوی میخک به شمار می رود، $\text{C}_9\text{H}_{14}\text{O}$ است.

با فرمول مولکولی $\text{C}_9\text{H}_{14}\text{O}$ است. فرمول مولکولی تمام کتون های زیر به صورت $\text{C}_9\text{H}_{14}\text{O}$ بوده، زنجیر اصلی آن ها شامل ۶ اتم کربن است و گروه عاملی بر روی کربن شماره (۲) قرار گرفته، در نتیجه نام هر کدام از آن ها به «۲- هگزانون» ختم می شود.



الکل ها نقطه جوش بالاتری دارند. زیرا گروه OH — در الکل ها قادر است پیوند هیدروژنی بین مولکول ها برقرار کند و این پیوند نیاز به انرژی بیشتری برای شکسته شدن دارد.

اگر جرم مولکولی ترکیبات برابر باشد، نوع گروه عاملی و در نتیجه نوع نیروی بین مولکولی تعیین کننده نقطه جوش است.

ترتیب نقطه جوش از بیشترین به کمترین: الکل > کتون > آلدهید > اتر

نکته:

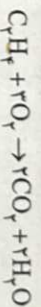
۱ همواره باید به وجود پیوند هیدروژنی بین مولکولی توجه شود (نه صرفاً حضور O_2 و H).

۲ آلدهید و کتون هر دو گروه کربونیل دارند ولی چون کتون دو گروه آلکیلی دارد معمولاً از قابلیت بیشتری برخوردار است — نقطه جوش بالاتری دارد. اترها نقطه جوش پائینی دارند، چون پیوند هیدروژنی ندارند.

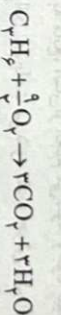
۳

۵۸- ۳ ابتدا با توجه به داده های سوال، آنتالپی سوختن اتیلن (C_2H_4)

و پروپن (C_3H_6) را به دست می آوریم:



$$? \text{ kJ} = (2 + 2) \text{ mol} \times \frac{211 / 5 \text{ kJ}}{6 \text{ mol}} = 140 \text{ kJ}$$



$$? \text{ kJ} = \frac{9}{2} \text{ mol O}_2 \times \frac{617 / 4 \text{ kJ}}{1 / 25 \text{ mol O}_2} = 705 \text{ kJ}$$

با افزایش یک گروه متیلن (— CH_2 —) در پروپن نسبت به اتن، 648 kJ کیلوژول آنتالپی سوختن افزایش یافته است.

$$705 - 648 = 57 \text{ kJ}$$

۱- بون نسبت به پروپن یک گروه متیلن بیشتر دارد و آنتالپی سوختن آن بایستی حدود 648 kJ از پروپن بیشتر باشد.

$$705 + 648 = 1353 \text{ kJ} \Rightarrow \Delta H_{\text{سوختن}} (\text{C}_4\text{H}_8) = -1353 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$? \text{ kJ} = 0.2 \text{ mol} \times 1353 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} = 270.6 \text{ kJ}$$

۵۹- ۱ واضح است که میانگین آنتالپی پیوند سه گانه $\text{C} \equiv \text{N}$ ، بیشتر از میانگین آنتالپی پیوند یگانه $\text{C} - \text{N}$ است.

$$\Delta H_{\text{مجموع آنتالپی پیوندهای}} - [\Delta H_{\text{مجموع آنتالپی پیوندهای}}] = \Delta H_{\text{واکنش}} \quad \text{فرآورده}$$

$$\Delta H(\text{H}-\text{C} \equiv \text{N}) = [\Delta H(\text{C}-\text{H}) + \Delta H(\text{C} \equiv \text{N}) + 2\Delta H(\text{H}-\text{N})] - [\Delta H(\text{H}-\text{C}-\text{H}) + \Delta H(\text{C}-\text{N}) + 2\Delta H(\text{H}-\text{N})]$$

$$\Rightarrow \Delta H(\text{واکنش}) = (415) + (x + 587) + 2(226) - [3(415) + (x) + 2(291)] = -158 \text{ kJ}$$

اکشن گرما ده ($\Delta H < 0$) است و به میزان 158 kJ ، سطح انرژی دهنده ها، بالاتر از سطح انرژی فرآورده است.

۱ ارزش سوختن نخستین عضو آلکان ها یعنی متان، بیشتر از وقتی هر هیدروکربن دیگر است.

حاصل از سوختن یک مول اتانول، کم تر از گرمای حاصل از سوختن ول الکن هم کربن با آن (اتن) است. از طرفی جرم مولی $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$ بیشتر از جرم مولی اتن (C_2H_6) است. بنابراین ارزش اتنول، کم تر از ارزش سوختن اتن خواهد بود.

از طرفی آنتالپی سوختن پروپن (y) برابر است با:

$$\frac{\text{آنتالپی سوختن پروپن}}{\text{جرم مولی پروپن}} = \frac{491.05}{42} = \frac{|y|}{42}$$

$$\Rightarrow y = -2.6 \cdot 10^4 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$x - (-2.6 \cdot 10^4) = 1774 \Rightarrow x = -286 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

به این ترتیب نسبت خواسته شده برابر است با:

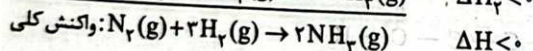
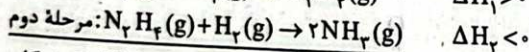
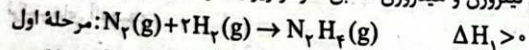
$$\frac{\text{آنتالپی سوختن پروپن (y)}}{\text{آنتالپی سوختن هیدروژن (x)}} = \frac{-2.6 \cdot 10^4}{-286} = 7/2$$

۳/۷۱ گرماسنج لیوانی برای تعیین ΔH فرایندهای انحلال و واکنش هایی که در حالت محلول انجام می شوند، مناسب است.

۳/۷۲ برای محاسبه گرمای واکنش، دمای محلول اهمیت دارد. دماسنج نباید به دیواره لیوان بچسبد، زیرا دمای دیواره با دمای محلول تفاوت دارد و خطا ایجاد می شود.

۴/۷۳ یکی از ویژگی های مهم یک واکنش، آهنگ انجام آن است؛ کمیتی که در تهیه و نگهداری مواد غذایی سالم، نقش کلیدی و تعیین کننده دارد.

۲/۷۴ شواهد تجربی نشان می دهند که تهیه آمونیاک به روش هابر از گازهای نیتروژن و هیدروژن مطابق نمودار زیر یک واکنش دوجمله ای است.



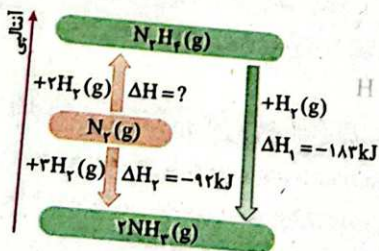
بررسی عبارت ها:

(ا) آنتالپی واکنش مرحله اول را نمی توان به روش تجربی تعیین کرد، زیرا بر اثر واکنش میان گازهای N_2 و H_2 ، علاوه بر تولید هیدرازین (N_2H_4)، مقداری آمونیاک (NH_3) نیز تولید می شود.

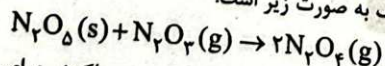
(ب) فراورده مرحله اول (N_2H_4) در مقایسه با فراورده مرحله دوم (NH_3) سطح انرژی بالاتری دارد و ناپایدارتر است.

(پ) واکنش مرحله دوم همانند واکنش کلی، گرماده ($\Delta H < 0$) است.

(ت) در واکنش مرحله اول، برخلاف واکنش کلی، سطح انرژی مواد افزایش می یابد.



۴/۷۵ معادله واکنش هدف به صورت زیر است:



برای رسیدن به واکنش هدف، کافیت تغییرات زیر را بر روی واکنش های کمکی داده شده اعمال کنیم:

• واکنش e را به همان صورت بنویسیم.

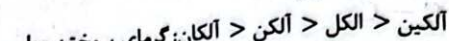
• واکنش b را وارونه کنیم.

• واکنش a را وارونه کنیم.

• ضرایب واکنش c را در عدد ۲ ضرب کنیم.

• واکنش d را به همان صورت می نویسیم.

۲/۶۵ مقایسه میان گرمای حاصل از سوختن یک مول آلکان، آلکن، آلکین و الکل هم کربن با آن به صورت زیر است:



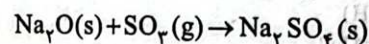
بنابراین گرمای حاصل از سوختن یک مول اتان، بیشتر از اتانول و گرمای حاصل از سوختن یک مول اتانول نیز بیشتر از اتین است.

۲/۶۶ • شواهد نشان می دهد که ΔH واکنش تولید $\text{CO}(\text{g})$ (واکنش b) را نمی توان به روش تجربی تعیین کرد، زیرا در اثر سوختن ناقص گرافیت، علاوه بر گاز کربن مونوکسید، مقداری گاز کربن دی اکسید هم تولید می شود.

• شواهد نشان می دهد که ΔH واکنش تولید $\text{H}_2\text{O}_2(\text{l})$ (واکنش d) را نمی توان به روش تجربی تعیین کرد، زیرا در اثر واکنش میان گازهای H_2 و O_2 علاوه بر آب اکسیژنه، مقداری آب هم تولید می شود.

۲/۶۷ عامل طعم و بوی بادام یک آلدهید آروماتیک با فرمول مولکولی $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}$ و با نام بنزالدهید است. فرمول مولکولی ترکیب گزین (۲) به صورت $\text{C}_{14}\text{H}_{12}\text{O}_2$ بوده و جرم مولی آن، دقیقاً دو برابر جرم مولی بنزالدهید است.

۳/۶۸ معادله واکنش هدف به صورت زیر است:



برای رسیدن به واکنش هدف، باید تغییرات زیر را بر روی واکنش های کمکی اعمال کنیم:

• ضرایب واکنش (c) را در عدد $\frac{1}{2}$ ضرب کنیم.

• واکنش (b) را وارونه کنیم.

• ضرایب واکنش (a) را در عدد ۲ ضرب کنیم.

سپس هر سه واکنش را با هم جمع کنیم.

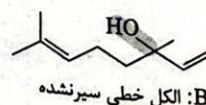
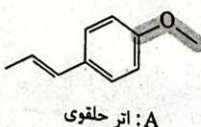
$$\Delta H(\text{هدف}) = \frac{1}{2}\Delta H_c - \Delta H_b + 2\Delta H_a$$

$$\Rightarrow \Delta H(\text{هدف}) = \frac{1}{2}(259) - (-418) + 2(-146) = -58.5 \text{ kJ}$$

ΔH به دست آمده مربوط به مصرف یک مول سدیم اکسید ($62 \text{ g Na}_2\text{O}$) و یک مول گوگرد تری اکسید (80 g SO_3) است. در این صورت تفاوت جرم واکنش دهنده های مصرفی برابر با $80 - 62 = 18$ گرم خواهد بود. اگر تفاوت جرم واکنش دهنده های مصرفی برابر با $7/2 \text{ g}$ باشد، مقدار گرمای مبادله شده برابر است با:

$$? \text{ kJ} = 7/2 \text{ g} \times \frac{58.5 \text{ kJ}}{18 \text{ g}} = 232/2 \text{ kJ}$$

۱/۶۹ ساختار ترکیب های A و B که به ترتیب مربوط به عامل طعم و بوی رازیانه و گشنیز هستند، در زیر آمده است:

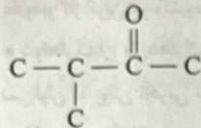
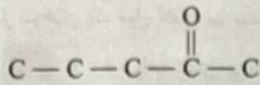
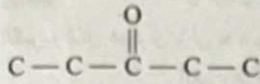


۳/۷۰ برای آنتالپی واکنش می توان نوشت:

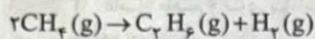
$$\Delta H(\text{واکنش}) = [\text{مجموع آنتالپی سوختن واکنش دهنده ها}] - [\text{آنتالپی سوختن فراورده}]$$

$$-166 = [(-1940 + x)] - [y] \Rightarrow x - y = 1774 \text{ kJ}$$

ترکیب‌های کتونی:



معادله واکنش مورد نظر به صورت زیر است:

 ΔH این واکنش را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\Delta H_{\text{(واکنش)}} = \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندهای فراورده‌ها} \right] - \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندهای واکنش‌دهنده‌ها} \right]$$

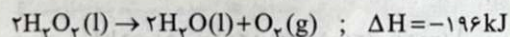
$$\Delta H_{\text{(واکنش)}} = \left[8\Delta H(\text{C}-\text{H}) \right] - \left[2\Delta H(\text{C}-\text{H}) + 6\Delta H(\text{C}-\text{H}) + \Delta H(\text{H}-\text{H}) \right]$$

$$= [2(410)] - [2(224) + (436)] = +60 \text{ kJ}$$

 ΔH به دست آمده مربوط به تولید دو مول فراورده گازی (۴۴/۸ L) است.

$$? \text{ kJ} = 67/2 \text{ L} \times \frac{+60 \text{ kJ}}{44/8 \text{ L}} = +90 \text{ kJ}$$

۳ ۷۹ واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید (H_2O_2) و تبدیل آن به آب و گاز اکسیژن، یک واکنش گرماده ($\Delta H < 0$) است:



۴ ۸۰ بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) متان، ساده‌ترین هیدروکربن است و بخش عمده گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد.
- (۲) متان از تجزیه گیاهان به وسیله باکتری‌های بی‌هوازی در زیر آب تشکیل می‌شود.
- (۳) گاز متان را نمی‌توان از واکنش میان گرافیت و گاز هیدروژن در آزمایشگاه تهیه کرد. زیرا تأمین شرایط بهینه برای انجام این واکنش بسیار دشوار و پرهزینه است.

در نهایت این واکنش‌ها را با هم جمع می‌کنیم. آنتالپی واکنش هدف برابر با جمع جبری آنتالپی این واکنش‌ها است.

$$\Delta H_{\text{(هدف)}} = \Delta H_{\text{e}} - \Delta H_{\text{b}} - \Delta H_{\text{a}} + 2\Delta H_{\text{c}} + \Delta H_{\text{d}}$$

$$\Delta H_{\text{(هدف)}} = (+54/1) - (-112/5) - (-39/8) + 2(-57/2) + (-114/2) = -22/2 \text{ kJ}$$

۳ ۷۶ ابتدا مقدار انرژی دریافتی اضافی را در یک سال برحسب کیلوژول

حساب می‌کنیم:

$$? \text{ kJ} = 400 \text{ kcal} \times \frac{4/2 \text{ J}}{1 \text{ cal}} \times 365 = 613200 \text{ kJ}$$

مطلق متن کتاب درسی هر مقدار اضافی از مواد و انرژی دریافتی از مواد غذایی به طور عمده به شکل چربی در بدن ذخیره و باعث چاقی (اضافه وزن) می‌شود.

$$? \text{ kg} = 613200 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ g}}{38 \text{ kJ}} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} = 16/1 \text{ kg}$$

۳ ۷۷ با توجه به داده‌های سؤال، ترکیب مورد نظر یک آلدهید یا یک

کتون سیرشده است و فرمول مولکولی آن به صورت $\text{C}_5\text{H}_{10}\text{O}$ است. تمام

ساختارهای زیر دارای گروه عاملی کربونیل ($\text{C}=\text{O}$) بوده و فرمول مولکولی آن‌ها با فرمول مولکولی مورد نظر مطابقت دارد.

ترکیب‌های آلدهیدی:

