



کد مدرسه

دفترچه شماره ۱

آزمون

۸



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲



آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	—	—	نیمسال اول
هندسه	—	—	نیمسال اول
گسسته	—	—	نیمسال اول

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

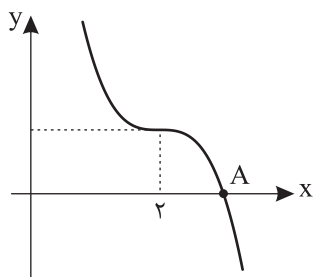


۱- نمودار تابع $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ را نسبت به محور y ها قرینه کرده و طول نقاط آن را نصف و عرض آنها را دو برابر می‌کنیم. نمودار حاصل

خط $y = 6$ را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲- نمودار تابع $f(x) = -(x+b)^3 + 1$ به صورت زیر است. نقطه A' واقع بر نمودار تابع $y = 1 - 2f(\frac{x}{2})$ با نقطه A روی f متناظر است.



مجموع مختصات نقطه A' کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۷

۳- تابع $f(x) = x - \sqrt{2-x}$ مفروض است. مجموعه جواب نامعادله $f(x) < f^{-1}(2)$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۳

۴- تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2mx & x \leq 1 \\ m - 3x & x > 1 \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ اکیداً یکنواست. مجموع مقادیر صحیح ممکن برای m کدام است؟

(۱) -10

(۳) -3

۵- باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + 3$ بر $x^2 - 1$ برابر $2x + 2$ است. باقیمانده تقسیم $p(x-1) + 2p(1-x)$ بر

$x - 2$ کدام است؟

(۱) -3

(۳) -2

۶- باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای درجه سوم f بر $x-1$ ، $x-2$ و $x-3$ به ترتیب برابر ۱، ۲ و ۳ است. اگر $f(0) = 12$ باشد، مقدار $f(-1)$

کدام است؟

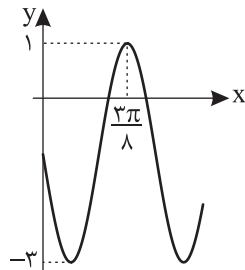
- (۱) -49 (۲) 47 (۳) 23 (۴) -25

محل انجام محاسبات

۷- دوره تناوب و ماکزیمم تابع $f(x) = 2 - a \cos \frac{x}{b}$ به ترتیب برابر $\frac{\pi}{3}$ و ۶ است. دوره تناوب تابع $g(x) = \sin(abx)$ کدام است؟

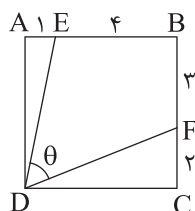
- (۱) $\frac{2\pi}{3}$ (۲) $\frac{2\pi}{3}$ (۳) 3π (۴) 2π

۸- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = c + a \cos^2(bx + \frac{\pi}{4})$ به صورت زیر است. حاصل $\frac{ab}{c}$ کدام است؟



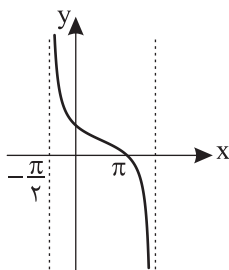
- (۱) $\frac{4}{3}$
(۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $-\frac{1}{3}$
(۴) $-\frac{4}{3}$

۹- در مربع شکل زیر مقدار $\cot \theta$ چقدر است؟



- (۱) $\frac{6}{23}$
(۲) $\frac{17}{23}$
(۳) $\frac{18}{23}$
(۴) $\frac{15}{23}$

۱۰- نمودار تابع $f(x) = a + \tan(bx + \frac{\pi}{4})$ در یک دوره تناوب به صورت زیر است. مقدار $a - b$ کدام است؟



- (۱) ۲
(۲) ۱
(۳) $1/5$
(۴) $5/5$

۱۱- مجموع جوابهای معادله $\sin^2 2x = 1 - \cos 2x$ در بازه $(0, \pi)$ برابر θ است. حاصل $\tan(\theta + \frac{\pi}{3})$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $-\sqrt{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

محل انجام محاسبات

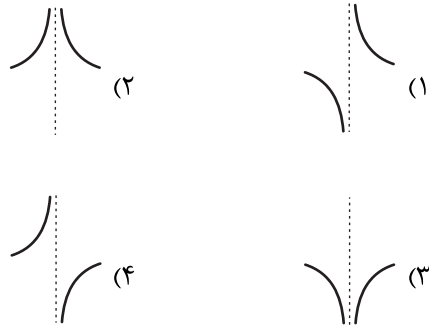
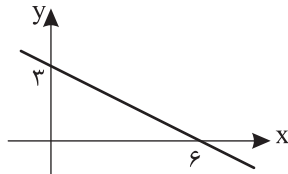
۱۲- معادله $\sin(x + \frac{\pi}{3}) + \cos(x + \frac{\pi}{6}) = 0$ در بازه $(0, 2\pi)$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a+x}{a+b \cos(\pi x)} = -\infty$ باشد، مقدار $[a]$ کدام است؟

- (۱) -۲ یا -۳ (۲) صفر یا -۱ (۳) -۱ یا -۲ (۴) ۱ یا صفر

۱۴- نمودار تابع f به صورت زیر است. نمودار تابع $g(x) = \frac{x-3}{f(x)-f^{-1}(x)}$ در مجاورت $x=2$ چگونه است؟



۱۵- اگر f یک تابع خطی اکیداً صعودی و $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{x^2 + 2x}{f(x)} - f(x)) = 3$ باشد، مقدار $f(2)$ کدام است؟

- (۱) ۱/۵ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۲/۵

۱۶- اگر $\lim_{x \rightarrow 0^-} x f(\frac{1}{x}) = 3$ باشد، $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x) + \sqrt{4x^2 + 6x + 1}}{2 - |x|}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{7}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{7}{2}$

۱۷- اگر A نقطه برخورد مجانب‌های تابع $f(x) = 1 + \tan \frac{\pi}{4x}$ و طول نقطه A ، بیشترین مقدار ممکن باشد، فاصله A از مبدأ چقدر است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۸- نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{(ax+4)(x+a)}$ فقط یک مجانب قائم دارد. اگر $a > 0$ باشد، نمودار f در مجاورت مجانب افقی خود، چگونه است؟



محل انجام محاسبات

۱۹- اگر $7A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس $A + A^2 + A^3 + A^4$ برابر کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) ۳/۵

۲۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & a \\ -1 & b \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 2 & 10 \end{bmatrix}$ و دو ماتریس A و B تعویض‌پذیر باشند، مجموع درایه‌های ماتریس A^{25} کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$ و $AB = 2I$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس $(A + B^{-1})^{-1}$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) -۳

۲۲- اگر A ماتریس وارون‌پذیر و $A^3 + A = I$ باشد، وارون ماتریس $A^2 + A + 2I$ کدام است؟

- (۱) $-A^3$ (۲) A^3 (۳) $A + I$ (۴) $A^3 - A$

۲۳- مجموع جواب‌های معادله $\begin{vmatrix} x & 1 & x+2 \\ 2 & x+1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x+2 & 2 \\ x-2 & 3 \end{vmatrix}$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) -۴ (۳) ۴ (۴) -۶

۲۴- با فرض $2A = \begin{bmatrix} 4 & |A| \\ |A| & -1 \end{bmatrix}$ حاصل $|A| A^3 - \frac{1}{4}|A|$ برابر کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) -۴ (۳) ۸ (۴) ۴

۲۵- تعداد نقاطی از صفحه که از خط d و نقطه A به فاصله $\sqrt{3}$ باشند، کدام است؟

- (۱) دقیقاً ۲ نقطه (۲) حداکثر ۲ نقطه (۳) دقیقاً ۴ نقطه (۴) حداکثر ۴ نقطه

۲۶- نقطه A از خط d به فاصله یک سانتی‌متر قرار دارد. نقاطی که از خط d به فاصله ۳ سانتی‌متر و از نقطه A به فاصله ۴ سانتی‌متر

هستند، سه نقطه است. مساحت مثلثی که با این سه نقطه ساخته می‌شود، کدام است؟

- (۱) $24\sqrt{3}$ (۲) $12\sqrt{7}$ (۳) $24\sqrt{7}$ (۴) $12\sqrt{3}$

محل انجام محاسبات

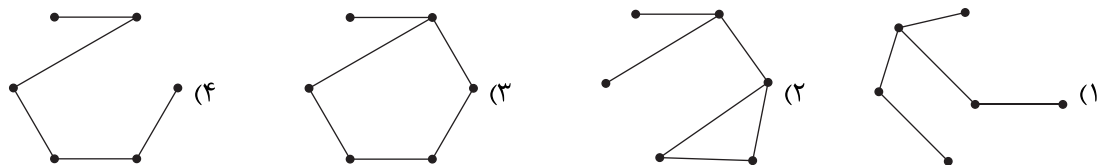
- ۲۷- فاصله مبدأ مختصات از خطی که در نقطه $A(0, 2)$ بر دایره به معادله $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$ مماس می‌شود، کدام است؟
 (۱) $1/2$ (۲) $1/4$ (۳) $1/6$ (۴) $1/8$
- ۲۸- نقطه $A(m, -1)$ درون دایره به معادله $x^2 + y^2 = 20$ قرار دارد. به‌ازای کدام مقدار مثبت m ، حاصل ضرب کمترین و بیشترین فاصله نقطه A از نقاط واقع بر این دایره، برابر ۱۵ است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۲۹- طول وتری از دایره $2x^2 + 2y^2 - 8x + 4y = 2$ که روی خط $x + 2y = m$ قرار دارد، برابر ۳ است. اختلاف مقادیر m برابر کدام است؟
 (۱) صفر (۲) $5\sqrt{3}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{15}{4}$
- ۳۰- دو دایره به شعاع ۴ واحد که مرکز هر دو روی خط $d: y = x + 2$ قرار داشته و بر خط $d': y = 3$ مماس می‌باشند، مفروض‌اند. این دو دایره نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟
 (۱) مماس خارج (۲) مماس درون (۳) متقاطع (۴) متخارج
- ۳۱- در بین اعداد طبیعی سه‌رقمی چند عدد به فرم $4k + 1$ است که در آن k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد؟
 (۱) ۲۱ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۲۲
- ۳۲- اگر اعداد صحیح a ، b و c چنان باشند که $a^3 | b^2$ ، $b^2 | c^4$ ، $a | b^3$ ، آنگاه کوچک‌ترین مقدار طبیعی n که به‌ازای آن رابطه $a | c^n$ برقرار باشد، کدام است؟
 (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲
- ۳۳- چند عدد طبیعی دورقمی مانند a وجود دارد به طوری که تساوی $[a, 24] = 240$ برقرار باشد؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۳۴- عدد طبیعی a در تقسیم بر دو عدد طبیعی متوالی b و $b+1$ باقیمانده یکسان داشته ولی خارج‌قسمت‌هایی دارد که دو عدد طبیعی متوالی شده‌اند. در هر تقسیم اختلاف بین مقسوم‌علیه و خارج‌قسمت چند واحد می‌تواند باشد؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۳۵- کوچک‌ترین مقدار طبیعی x که جوابی از معادله سیاله $7x + 11y = 10$ باشد، از نزدیک‌ترین مربع کامل چند واحد اختلاف دارد؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۳۶- اگر هر دو عبارت $11n + 1$ و $9 | 11n - 3$ برقرار باشند، آنگاه کوچک‌ترین مقدار طبیعی دورقمی برای n کدام رقم دهگان را دارد؟
 (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۶

محل انجام محاسبات

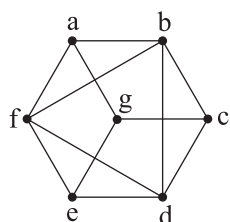
۳۷- اگر عدد شش رقمی $a\Delta a2a6$ در تقسیم بر ۱۱ باقیمانده ۸ داشته باشد، آنگاه آن عدد در تقسیم بر ۹ چه باقیمانده‌ای خواهد داشت؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۳۸- کدام یک از گراف‌های زیر، زیرگرافی از منتظم از مرتبه ۶ ندارد؟



۳۹- در گراف زیر چند دور به طول ۴ وجود دارد؟



- (۱) ۳
(۲) ۹
(۳) ۸
(۴) ۶

۴۰- در گرافی از مرتبه ۸ و اندازه ۲۵، حداکثر مقدار ممکن برای $3\delta - 4\Delta$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۷ (۴) ۱۶

محل انجام محاسبات

دفترچه شماره ۲



کد مدرسه

آزمون

۸



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲

تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۱۰/۲۵

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ گویی
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
فیزیک	—	—	نیمسال اول
شیمی	—	—	نیمسال اول

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵

فیزیک

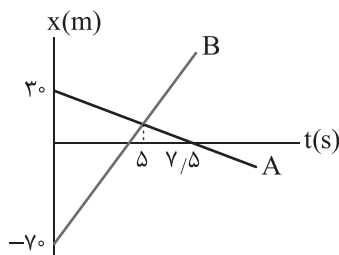
۴۱- معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = -2t^2 + 10t + 2/5$ است. در چه فاصله‌ای از مبدأ مکان، جهت حرکت عوض می‌شود؟

- (۱) $12/5m$ (۲) $15m$ (۳) $7/5m$ (۴) $5m$

۴۲- متحرکی فاصله ۹۸ متری بین دو نقطه را در مدت ۱۴ ثانیه طی می‌کند. اگر متحرک بخش اول این مسیر را با تندی ثابت $10 \frac{m}{s}$ در مدت t_1 و باقی مسیر را با تندی ثابت $6 \frac{m}{s}$ در مدت t_2 طی کرده باشد، $\frac{t_1}{t_2}$ کدام است؟

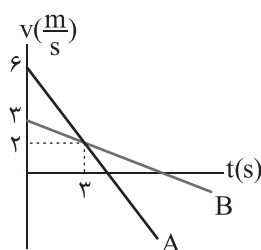
- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۴۳- نمودار مکان - زمان دو ذره A و B که بر روی یک خط راست در حرکت‌اند، مطابق شکل است. در لحظه $t = 15s$ ذره B از چه مکانی می‌گذرد؟



- (۱) $140m$
(۲) $150m$
(۳) $170m$
(۴) $180m$

۴۴- نمودار سرعت - زمان متحرک‌های A و B که در مبدأ زمان از کنار هم عبور می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در لحظه‌ای که دوباره دو متحرک



به هم می‌رسند، $\frac{v_A}{v_B}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$
(۲) $-\frac{3}{2}$
(۳) -۱
(۴) -۲

۴۵- متحرکی از حال سکون و با شتاب ثابت حرکت می‌کند و پس از مدتی حرکت تندشونده، با شتاب ثابت ترمز می‌کند و می‌ایستد. اگر

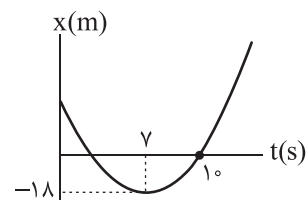
کل مدت حرکت ۲۴ ثانیه و بزرگی شتاب در قسمت اول ۲ برابر بزرگی شتاب در قسمت دوم و تندی متوسط در کل این مدت $24 \frac{m}{s}$ باشد، بزرگی شتاب در مدتی که حرکت کندشونده است، چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $\frac{3}{2}$

۴۶- متحرکی روی خط راست حرکت می‌کند و معادله مکان - زمان آن در SI به صورت $x = 3t^2 - 24t + 15$ است. در مدت $t = 0$ تا $t = 6s$ تندی متوسط چند برابر بزرگی سرعت متوسط است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{5}{3}$

۴۷- سهمی شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی است که روی خط راست حرکت می‌کند. بزرگی سرعت اولیه حرکت چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۱۶
(۲) ۱۴
(۳) ۳۲
(۴) ۲۸

محل انجام محاسبات

۴۸- گلوله‌ای از یک بلندی رها می‌شود و با تندی $48 \frac{m}{s}$ به زمین می‌رسد. با چشم‌پوشی از مقاومت هوا، مسافتی که در سه ثانیه آخر

سقوط می‌کند، چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۱۰۲ (۲) ۱۰۵ (۳) ۹۶ (۴) ۹۹

۴۹- متحرکی روی محور X و با شتاب ثابت حرکت می‌کند. در مکان $x_1 = -18m$ سرعت متحرک $4 \frac{m}{s}$ و در مکان $x_2 = +24m$ سرعت

متحرک $10 \frac{m}{s}$ است. سرعت متحرک در وسط فاصله بین x_1 و x_2 چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۷ (۲) $\sqrt{52}$ (۳) ۸ (۴) $\sqrt{58}$

۵۰- هر یک از شکل‌های زیر مکان خودرویی را در لحظات $t = 0$, $t_1 = T$, $t_2 = 2T$, $t_3 = 3T$, ... را نشان می‌دهد. هر دو خودرو از $t = 0$ تا t_3 با سرعت ثابت و از آن به بعد با شتاب ثابت حرکت می‌کند. چه تعداد از جملات زیر در مورد آنها درست است؟



الف) سرعت اولیه متحرک A بیشتر از سرعت اولیه متحرک B است.

ب) سرعت نهایی متحرک A بیشتر از سرعت نهایی متحرک B است.

ج) در مدت $t = t_3$ تا $t = t_2$ شتاب متحرک A کوچک‌تر از شتاب متحرک B است.

د) ممکن است بعد از $t = t_2$ جهت حرکت یکی از دو متحرک عوض شود.

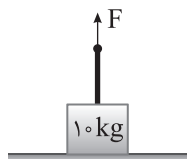
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۱- گلوله به جرم m گرم از ارتفاع 80 متری زمین در شرایط خلأ رها می‌شود. بزرگی تغییر تکانه گلوله در 5 متر اول مسیر چند برابر

بزرگی تغییر تکانه آن در بقیه مسیر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۵۲- در شکل زیر، جرم طناب ناچیز و بزرگی نیرویی که سطح زمین بر وزنه وارد می‌کند، برابر 20 نیوتون است. اگر بزرگی نیروی F دو برابر



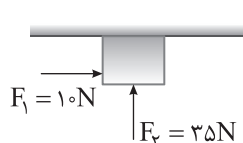
شود، بزرگی شتاب وزنه چند متر بر مجذور ثانیه می‌شود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۸ (۲) ۲ (۳) ۶ (۴) ۴

۵۳- تکانه جسمی در SI به صورت $\vec{p} = (t^2 - 3t)\vec{i} + (\Delta t + 1)\vec{j}$ است. بردار نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در مدت $t = 0$ تا $t = 4s$ با یکای SI کدام است؟

- (۱) $2\vec{i} + 2\vec{j}$ (۲) $\vec{i} + 5\vec{j}$ (۳) $\vec{i} + 2\vec{j}$ (۴) $2\vec{i} + 5\vec{j}$

۵۴- مطابق شکل زیر جسمی به جرم $m = 2kg$ تحت تأثیر نیروی F_1 زیر سقف افقی اتاقی شروع به حرکت می‌کند. اگر ضریب اصطکاک



جنبشی سقف $\mu_k = 0.4$ باشد، جسم در 4 ثانیه اول حرکت چند متر جابه‌جا می‌شود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۲۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۱۲

۵۵- تویی به جرم 500 گرم از بلندی رها می‌شود و در راستای قائم با تندی $24 \frac{m}{s}$ به سطح افقی زمین برخورد می‌کند و پس از برخورد با زمین در همین راستا با تندی 18 متر بر ثانیه برمی‌گردد. اگر مدت تماس توپ با سطح زمین $3/0$ ثانیه باشد، بزرگی نیروی متوسطی که

سطح زمین بر توپ وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) ۶۵ (۲) ۱۵ (۳) ۷۵ (۴) ۲۵

محل انجام محاسبات

۵۶- در شکل زیر، جرم جعبه 10 kg است و از حال سکون توسط نیروی F به طرف راست کشیده می شود و در مدت 2 ثانیه تندی آن به $6\frac{\text{m}}{\text{s}}$ می رسد. اگر وزنه ای به جرم 5 kg داخل جعبه قرار دهیم، بزرگی نیروی F چند نیوتون باشد تا وقتی جعبه را از حال سکون به

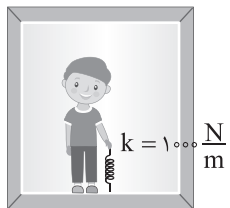


طرف راست می کشیم، بزرگی شتاب آن $2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ شود؟ ($g \approx 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

- (۱) 110
(۲) 105
(۳) 90
(۴) 95

۵۷- شخصی به جرم 50 کیلوگرم در آسانسوری که با شتاب ثابت به بزرگی $2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به صورت کندشونده در حال پایین رفتن است، ایستاده

است. این شخص فنری با جرم ناچیز و ثابت $1000\frac{\text{N}}{\text{m}}$ را که به کف آسانسور متصل است، می کشد و طول آن را 2 cm از حالت عادی بیشتر می کند. بزرگی نیرویی که پاهای شخص در این حالت به کف آسانسور وارد می کند، چند نیوتون است؟

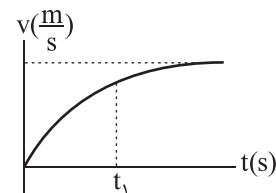


- (۱) 420
(۲) 380
(۳) 580
(۴) 620

۵۸- جسمی به جرم 5 کیلوگرم از ارتفاع h بالای سطح زمین در هوا رها می شود و نمودار سرعت - زمان آن به صورت زیر است. اگر شیب

خط مماس بر نمودار در لحظه t_1 ، $\frac{1}{4}$ شیب خط مماس در لحظه $t = 0$ باشد، بزرگی نیروی مقاومت هوای وارد بر جسم در لحظه t_1

چند نیوتون است؟ (شتاب گرانش در مسیر حرکت ثابت و بزرگی آن برابر $10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ فرض می شود و نیروی شناوری که هوا بر جسم وارد



می کند، قابل چشم پوشی است.)

- (۱) $12/5$
(۲) 25
(۳) $37/5$
(۴) $42/5$

۵۹- چه تعداد از جمله های زیر درست است؟

(الف) وقتی جسمی روی سطح شیبدار سر می خورد و پایین می آید، واکنش نیروی وزن جسم به سطح شیبدار وارد می شود.

(ب) در حرکت یک ذره بر مسیر منحنی با تندی ثابت نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.

(ج) در هر حرکت کندشونده با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم، نیروی خالص وارد بر جسم در خلاف جهت سرعت آن است.

(د) در حرکت با شتاب ثابت، شتاب متوسط در هر بازه زمانی در جهت نیروی خالص وارد بر آن است.

- (۱) 1
(۲) 2
(۳) 3
(۴) 4

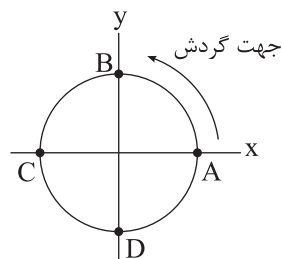
۶۰- اتومبیلی به جرم 1500 کیلوگرم با تندی ثابت $108\frac{\text{km}}{\text{h}}$ در یک پیچ مسطح و افقی به شعاع 120 متر بدون لغزیدن می پیچد. بزرگی

شتاب اتومبیل چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) $7/5$
(۲) $12/5$
(۳) 5
(۴) 15

۶۱- ذره ای به صورت یکنواخت روی دایره شکل زیر به شعاع 10 متر، پادساعتگرد می گردد و در هر ثانیه یک ربع دایره را طی می کند. در

مورد بردار شتاب یا سرعت آن کدام یک از موارد زیر درست است؟ (همه مقادیر با یکای SI هستند.)



$$\vec{a}_B = -\Delta\pi\vec{i} \quad (1)$$

$$\vec{v}_C = -\Delta\pi\vec{i} \quad (2)$$

$$\vec{a}_A = -\frac{\Delta\pi^2}{4}\vec{i} \quad (3)$$

$$\vec{v}_D = \frac{\Delta\pi^2}{4}\vec{i} \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

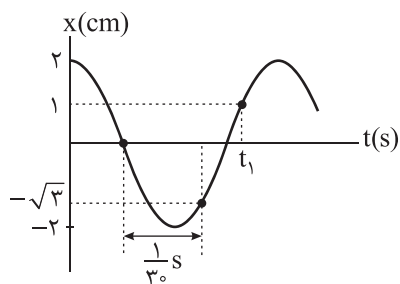
۶۲- دو ماهواره A و B به ترتیب با جرم‌های m و ۲m در مدارهای دایره‌ای دور زمین می‌چرخند. اگر دورهٔ ماهوارهٔ B، ۸ برابر دورهٔ ماهوارهٔ A باشد، نسبت تندی‌ها $\frac{v_B}{v_A}$ و نسبت بزرگی شتاب ماهواره‌ها $\frac{a_B}{a_A}$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{16}, \frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{16}, \frac{1}{4}$

۶۳- یک آونگ ساده در ۱۰ ثانیه، ۱۵ نوسان انجام می‌دهد. طول آونگ را تقریباً چند سانتی‌متر تغییر دهیم تا در همان محل در هر ۵ ثانیه، ۵ نوسان انجام دهد؟ ($\pi^2 \approx g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۱) ۱۰/۵ (۲) ۹/۶ (۳) ۱۵/۱ (۴) ۱۳/۹

۶۴- نمودار مکان - زمان در یک حرکت هماهنگ ساده به شکل زیر است. بزرگی شتاب متحرک در لحظهٔ $t = t_1$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟ ($\pi^2 \approx 10$)



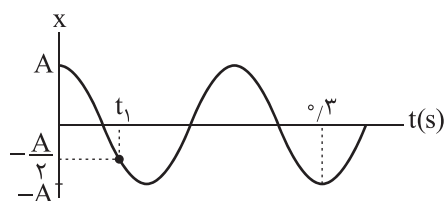
(۱) ۱۰

(۲) ۲۰

(۳) ۸۰

(۴) ۴۰

۶۵- نمودار مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل زیر است. اگر بزرگی شتاب متحرک در لحظهٔ t_1 برابر $4\pi^2 \frac{m}{s}$ باشد، معادلهٔ مکان - زمان نوسانگر در SI کدام است؟



(۱) $x = 0.08 \cos 2\pi t$

(۲) $x = 0.08 \cos 10\pi t$

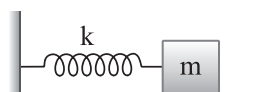
(۳) $x = 0.04 \cos 2\pi t$

(۴) $x = 0.04 \cos 10\pi t$

۶۶- معادلهٔ مکان - زمان نوسانگر ساده‌ای در SI به صورت $x = A \cos \omega t$ است. اگر بزرگی بیشینهٔ نیروی خالص وارد بر نوسانگر برابر 2π نیوتون باشد، نیروی خالص متوسط وارد بر متحرک در بازهٔ زمانی $\frac{T}{4}$ تا $\frac{3T}{4}$ چند نیوتون است؟ (T دورهٔ حرکت است.)

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) صفر

۶۷- مطابق شکل وزنهٔ متصل به فنر را به اندازهٔ ۲۸ cm روی سطح افقی بدون اصطکاک از حالت تعادل به طرف راست کشیده و سپس رها می‌کنیم. این نوسانگر در هر دقیقه، ۴۰ بار طول پاره‌خط مسیر را طی می‌کند. در بازهٔ زمانی صفر تا ۷ s، تندی متوسط نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟



(۱) ۰/۱۸ (۲) ۰/۲۸

(۳) ۰/۳۸ (۴) ۰/۴۸

۶۸- وزنه‌ای به فنری با ثابت $100 \frac{N}{m}$ متصل بوده و روی سطح افقی در حال نوسان است. اگر در لحظه‌ای که تندی نوسانگر $\frac{1}{3}$ تندی بیشینهٔ آن است، انرژی پتانسیل نوسانگر $0.32 J$ باشد، دامنهٔ نوسان چند سانتی‌متر است؟

(۱) ۶ (۲) $6\sqrt{2}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{3}$

محل انجام محاسبات

۶۹- وزنه‌ای به جرم 2 kg به انتهای فنری به ثابت $200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ و جرم ناچیز آویخته شده و در راستای قائم نوسان می‌کند. اگر طول فنر بدون وزنه 50 سانتی‌متر و بیشترین طول فنر در حین نوسان وزنه 64 سانتی‌متر باشد، بیشینه تندی وزنه چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

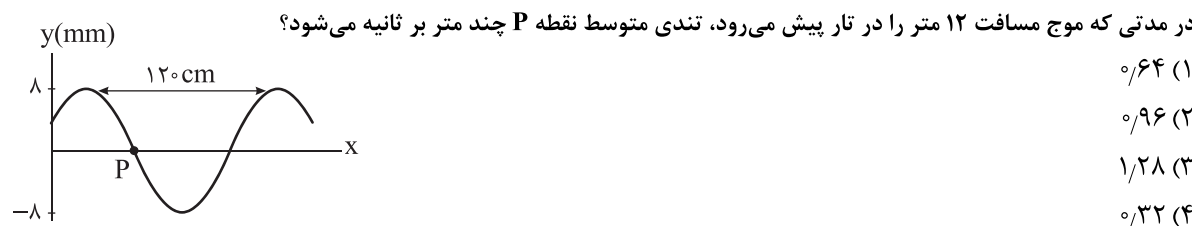
- (۱) ۳۰ (۲) ۲۰ (۳) ۴۰ (۴) ۶۰

۷۰- تندی انتشار یک موج الکترومغناطیسی در خلأ $3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و در یک مایع $2/5 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است. وقتی این موج از خلأ وارد این مایع

شود، طول موج آن 50 نانومتر تغییر می‌کند. بسامد این موج در داخل مایع چند تراهرتز است؟ ($1 \text{ THz} = 10^{12} \text{ Hz}$)

- (۱) ۱۰۰۰ (۲) ۱۲۰۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۲۰

۷۱- یک موج عرضی با بسامد 20 هرتز در تار کشیده شده‌ای منتشر می‌شود و در یک لحظه شکل موج در بخشی از تار به شکل زیر است.



۷۲- چشمه موجی با معادله $y = 0.2 \cos 50\pi t$ در SI نوسان می‌کند و در طنابی کشیده شده موج عرضی ایجاد می‌کند. اگر تندی انتشار

موج در طناب $8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، کدام گزینه می‌تواند فاصله یک قله و دره موج بر حسب سانتی‌متر باشد؟

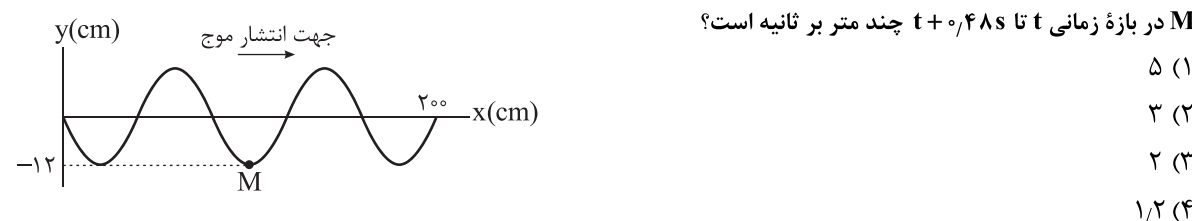
- (۱) ۹۶ (۲) ۶۴ (۳) ۸۰ (۴) ۷۲

۷۳- در دو تار فلزی هم جنس موج‌های عرضی با بسامد $f_1 = \frac{1}{3} f_2$ منتشر می‌شود. اگر قطر تار دوم 5 برابر قطر تار اول و نیروی کشش

آن 4 برابر نیروی کشش تار اول باشد، طول موج در تار دوم چند برابر تار اول می‌شود؟

- (۱) $\frac{5}{6}$ (۲) $\frac{15}{2}$ (۳) $\frac{6}{5}$ (۴) $\frac{2}{15}$

۷۴- شکل زیر نقش یک موج عرضی در طناب را در لحظه t نشان می‌دهد. اگر تندی انتشار موج در طناب $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، تندی متوسط ذره



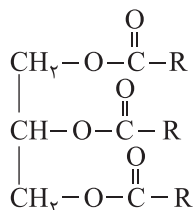
M در بازه زمانی t تا $t + 0.48 \text{ s}$ چند متر بر ثانیه است؟

۷۵- موج عرضی در یک تار منتشر می‌شود و شکل زیر وضعیت بخشی از تار را در $t = 0$ نشان می‌دهد. نیروی کشش تار 20 نیوتون و

چگالی خطی جرم تار 0.72 گرم بر سانتی‌متر است. در مدت $t = 0$ تا $t = 70 \text{ ms}$ نقطه P چند میلی‌متر مسافت طی می‌کند؟



۷۶- در ارتباط با ترکیبی با ساختار زیر، همه گزینه‌های زیر صحیح هستند، به جز (بخش R نشان‌دهنده زنجیر بلند هیدروکربنی است.)



(۱) یک مول از این ترکیب، حاصل واکنش یک مول الکل سه عاملی و سه مول اسید چرب یک عاملی است.

(۲) بخش ناقطبی آن دارای اتم‌های کربن، هیدروژن و اکسیژن است.

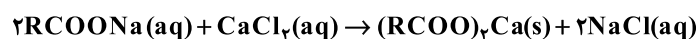
(۳) مخلوط این ماده در هگزان همانند مخلوط اتیلن گلیکول در آب همگن است.

(۴) در اثر واکنش این ماده با NaOH می‌توان صابون جامد تهیه نمود.

۷۷- اگر به ۲۵۰ میلی‌لیتر آب سخت حاوی یون‌های Ca^{2+} ، ۴/۵۹ گرم از صابون جامد که زنجیره هیدروکربنی آن دارای ۱۷ اتم کربن و سیر شده است اضافه کنیم و طبق معادله واکنش زیر، همه صابون اضافه شده قدرت پاک‌کنندگی خود را از دست بدهد، غلظت ppm

یون‌های Ca^{2+} چند واحد کاهش می‌یابد؟

(حجم آب را ثابت در نظر بگیرید؛ $1 \text{ g.mL}^{-1} = \text{آب و محلول}$ ، d ، $\text{H} = 1$ ، $\text{C} = 12$ ، $\text{O} = 16$ ، $\text{Na} = 23$ ، $\text{Ca} = 40$.)



(۱) ۲۴۰۰

(۳) ۱۸۰۰

(۴) ۱۲۰۰

۷۸- عبارت بیان شده در کدام گزینه نادرست است؟

(۱) با افزودن مقدار کافی $\text{C}_{16}\text{H}_{33}\text{COOK}$ به مخلوطی از H_2O و $\text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{COOH}$ ، یک کلئید پایدار تشکیل می‌شود.

(۲) شمار اتم‌های کربنی که به هیچ اتم هیدروژنی اتصال ندارند، در یک پاک‌کننده غیرصابونی و یک صابون جامد که هر دو دارای زنجیر آلکیل سیر شده هستند، برابر است.

(۳) در اثر افزودن صابون دارای مقدار کافی نمک‌های فسفات به آب سخت، فرمول شیمیایی رسوب‌های تشکیل شده به صورت $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ و $\text{Mg}_3(\text{PO}_4)_2$ است.

(۴) ذرات سازنده مخلوط‌های همگن، یون‌ها و مولکول‌ها هستند که توانایی پخش نور را ندارند.

۷۹- با توجه به دو نوع پاک‌کننده زیر، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) پاک‌کننده : Al(s) ، NaOH(s)

(۲) پاک‌کننده : $\text{R}-\text{C}_6\text{H}_4-\text{SO}_3\text{Na}$

(۱) با افزودن پاک‌کننده (۱) به آب، دمای آب افزایش یافته و گاز H_2 تولید می‌شود.

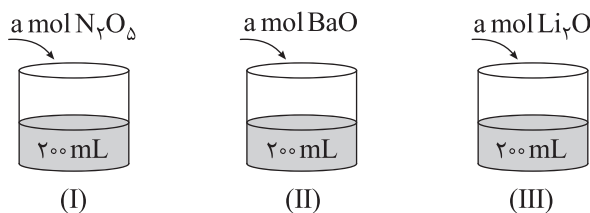
(۲) پاک‌کننده (۱) برخلاف پاک‌کننده (۲)، افزون بر برقراری برهم‌کنش با آلاینده‌ها، با آنها واکنش نیز می‌دهد.

(۳) ارتفاع کف ایجاد شده در اثر ریختن مقدار معینی پاک‌کننده (۲) در آب، مستقل از غلظت یون‌های Mg^{2+} موجود در آب است.

(۴) پاک‌کننده (۲) به کمک قسمت SO_3^- و با برقراری جاذبه‌های مناسب با مولکول‌های آب، در آن حل می‌شود.

محل انجام محاسبات

۸۰- با توجه به شکل زیر، عبارت بیان شده در کدام گزینه درست است؟ ($\theta = 25^\circ\text{C}$)



- (۱) اگر محلول‌های (I) و (II) در مدار الکتریکی قرار بگیرند، شدت روشنایی لامپ در هر دو یکسان است.
 (۲) اگر $a = 0.5$ باشد، اختلاف شمار کاتیون‌های فلزی در دو محلول (II) و (III) برابر 6.2×10^{23} است.
 (۳) اگر $a = 1$ باشد، با افزودن دو مول HCl در حجم ثابت به محلول (I)، غلظت یون هیدرونیوم آن دو برابر می‌شود.
 (۴) خاصیت بازی محلول (III) نسبت به محلول (II) بیشتر است.

۸۱- عبارت بیان شده در کدام گزینه درست است؟

- (۱) در محلول آبی اسیدهای تک پروتون‌دار، غلظت یون‌های حاصل از یونش با یکدیگر برابر است.
 (۲) غلظت یون هیدرونیوم در محلول آبی اسیدهای قوی نسبت به اسیدهای ضعیف بیشتر است.
 (۳) رسانایی الکتریکی محلول یک مولار اسید قوی HBr نسبت به محلول 0.7 مولار $\text{Al}(\text{NO}_3)_3$ بیشتر است.
 (۴) در محلولی از استیک اسید، نسبت غلظت یون‌های استات به غلظت اولیه اسید، عددی بزرگ‌تر از یک است.
 ۸۲- اگر در 0.4 لیتر محلول 0.2 مولار اسید ضعیف HA، مجموع غلظت گونه‌های موجود در محلول (با صرف نظر از مولکول‌های آب)، پس از یونش 30% درصد افزایش یابد، مجموع شمار مول یون‌های حاصل از یونش اسید برابر با کدام است؟

(۱) $4/8 \times 10^{-2}$ (۲) $1/2 \times 10^{-1}$ (۳) $2/4 \times 10^{-2}$ (۴) $1/8 \times 10^{-1}$

- ۸۳- اگر در دمای اتاق K_a اسید HA برابر با $3/2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ و K_a اسید HB برابر با $5/4 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$ باشد، کدام موارد از عبارت‌های زیر در ارتباط با این دو اسید نادرست است؟ (غلظت محلول دو اسید را برابر در نظر بگیرید).
 (آ) قدرت اسیدی و خاصیت اسیدی محلول HA نسبت به HB بیشتر است.

- (ب) در اثر افزودن مقدار برابری HCl به هر یک از این دو محلول، ثابت یونش اسید HA نسبت به HB به مقدار بیشتری تغییر می‌کند.
 (پ) نسبت غلظت یون هیدروکسید به غلظت آنیون حاصل از یونش اسید، در محلول HA نسبت به HB کمتر است.
 (ت) تفاوت غلظت یون هیدرونیوم در محلول یک مولار آمونیاک و محلول HA کمتر از تفاوت $[\text{H}^+]$ در محلول یک مولار آمونیاک و محلول HB است.

(۱) آ و پ (۲) ب و ت (۳) ب و پ (۴) آ و ت

- ۸۴- در دمای اتاق، در ظرف (I) محلولی از نیترواسید و در ظرف (II) محلولی از نیتریک اسید با pH برابر وجود دارد؛ چند مورد از عبارت‌های زیر در ارتباط با محلول موجود در این دو ظرف درست است؟

- اگر حجم دو محلول برابر باشد، مقدار گاز هیدروژن تولیدی پس از واکنش کامل محلول هر یک از این دو اسید با مقدار کافی فلز Mg برابر است.
 ● مجموع شمار یون‌های موجود در محلول‌های (I) و (II) با یکدیگر برابر است.
 ● جرم اولیه نیتریک اسید مصرفی می‌تواند بیشتر از جرم اولیه نیترواسید مصرفی باشد.
 ● اگر با افزودن m گرم NaOH به 200 ml از محلول موجود در هر یک از این دو ظرف، pH محلول حاوی نیترواسید به ۷ برسد، pH محلول حاوی نیتریک اسید نیز برابر ۷ خواهد بود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۸۵- چند میلی گرم اسید ضعیف HC را در دمای اتاق به یک لیتر آب اضافه کنیم تا در محلول حاصل غلظت یون های هیدرونیوم 10^4 برابر

غلظت یون های هیدروکسید باشد؟ ($K_a = 2/5 \times 10^{-6}$, $HC = 74 \text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) $3/57$ (۲) $4/21$ (۳) $2/96$ (۴) $1/89$

۸۶- اگر غلظت آغازی باز AOH در محلول آن برابر با $0/4$ مولار و درصد یونش آن در دمای اتاق ۲ درصد باشد، pH محلول این باز برابر با کدام است؟

- (۱) $10/1$ (۲) $12/1$ (۳) $11/9$ (۴) $13/9$

۸۷- به محلولی حاوی اسید HI با pH برابر ۳ به مدت $\frac{4}{3}$ دقیقه گاز HCl با سرعت ثابت $\bar{R}$ در شرایط STP وارد می شود؛ اگر حجم محلول در طول فرایند ثابت و برابر $0/5$ لیتر باشد و پس از این بازه زمانی pH محلول به $2/3$ برسد، $\bar{R}$ برابر با چند میلی لیتر بر ثانیه است؟

- (۱) $0/56$ (۲) $0/75$ (۳) $0/35$ (۴) $1/12$

۸۸- کدام موارد از عبارت های زیر درست است؟

(آ) در محلول $0/5$ مولار باز آمونیاک با $\alpha = 0/1$ ، نسبت $[NH_4^+]$ به $[H_2O^+]$ برابر $2/5 \times 10^{11}$ است.

(ب) در دمای اتاق، تفاوت pH محلول مولار پتاس سوزآور و محلول شیشه پاک کن کمتر از تفاوت pH محلول مولار پتاس سوزآور و محلول لوله بازکن است.

(پ) اگر در شرایط یکسان، pH محلول باز AOH بیشتر از باز BOH باشد، باز BOH نسبت به AOH دارای K_b کوچک تری است.

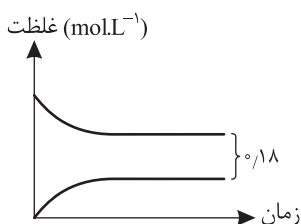
(ت) در هر واحد فرمولی از آنیون ترکیبی که برای افزایش قدرت پاک کردن چربی ها به مواد شوینده افزوده می شود، ۶ اتم وجود دارد.

- (۱) ب و ت (۲) ب و پ (۳) آ و ت (۴) آ و پ

۸۹- نمودار زیر غلظت مولکول های اسید و یون های هیدرونیوم در محلولی از هیدروسولفاتیک اسید که درصد یونش آن برابر ۵ است را نشان می دهد، برای

خنثی کردن کامل 500 میلی لیتر از محلول این اسید به چند گرم پتاسیم هیدروکسید نیاز است؟ ($K = 39$, $O = 16$, $H = 1$: g.mol^{-1})

(۱) $3/3$ (۲) $0/28$ (۳) $1/12$ (۴) $5/6$



۹۰- عبارت بیان شده در همه گزینه های زیر صحیح است، به جز

(۱) معادله واکنش خنثی شدن اسیدها و بازها برخلاف معادله یونش هیدروفلوئوریک اسید در آب یک طرفه است.

(۲) pH محلول آبی حاصل از مخلوط کردن محلول دارای دو مول HCl و یک مول NaOH، کوچکتر از ۷ است.

(۳) گل ادریسی در خاکی که غلظت یون هیدروکسید آن بزرگتر از 10^{-7} مولار است، به رنگ آبی شکوفا می شود.

(۴) شیر منیزی، یکی از رایج ترین ضداسیدها است که به شکل سوسپانسیون مصرف شده و حاوی منیزیم هیدروکسید است.

۹۱- عبارت بیان شده در کدام گزینه نادرست است؟

(۱) واکنش هایی که شامل دادوستد الکترون هستند، مبنای تولید انرژی الکتریکی می باشند.

(۲) در باتری مورد استفاده در چراغ خورشیدی یک واکنش اکسایش - کاهش برگشت پذیر انجام می شود.

(۳) برقکافت و سلول سوختی جزء قلمرو تولید مواد در الکتروشیمی هستند.

(۴) در ساخت باتری لیمویی که توانایی روشن کردن یک لامپ LED را دارد، از دو تیغه فلزی متفاوت استفاده می شود.

محل انجام محاسبات

۹۲- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

(آ) در واکنشی که در گذشته به عنوان منبع نور در عکاسی از آن استفاده می‌شد، نسبت شمار مول‌های الکترون مبادله شده به شمار مول‌های گونه کاهنده مصرفی برابر ۲ است.

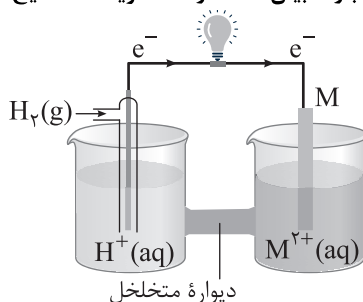
(ب) با توجه به واکنش $\text{Zn(s)} + 2\text{V}^{3+}(\text{aq}) \rightarrow \text{Zn}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{V}^{2+}(\text{aq})$ که به طور طبیعی انجام می‌شود، می‌توان دریافت که قدرت کاهندگی Zn از V^{3+} بیشتر است.

(پ) شمار مول الکترون مبادله شده به ازای مصرف هر مول گونه اکسنده در واکنش فلز روی با محلول هیدروکلریک اسید، برابر با بار الکتریکی گونه حاصل از نیم‌واکنش اکسایش است.

(ت) اگر تغییر دمای مخلوط واکنش $(\text{A} + \text{Cu}^{2+} \rightarrow \dots)$ بیشتر از مخلوط واکنش $(\text{B} + \text{Cu}^{2+} \rightarrow \dots)$ باشد، فلز A در سری الکتروشیمیایی در جایگاه پایین‌تری نسبت به فلز B قرار می‌گیرد.

(۱) آ و ت (۲) ب و پ (۳) آ و پ (۴) ب و ت

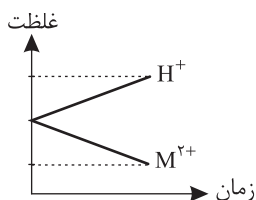
۹۳- با توجه به سلول گالوانی استاندارد داده شده، عبارت بیان شده در همه گزینه‌ها صحیح است، به جز



(۱) کاتیون‌های H^+ برخلاف کاتیون‌های M^{2+} از دیواره متخلخل عبور می‌کنند.

(۲) در قطب منفی این سلول، واکنش‌دهنده مصرفی یک گاز دو اتمی است.

(۳) نمودار تغییرات غلظت یون‌ها در این سلول به صورت زیر است.



(۴) آنیون‌ها در خلاف جهت حرکت الکترون‌ها و از طریق دیواره متخلخل بین دو نیم‌سلول جابه‌جا می‌شوند.

۹۴- اگر ولتاژ تولیدی سلول گالوانی دارای الکترودهای فلزی A و B برابر ۰٫۲۴ ولت باشد، با مصرف ۰٫۶ مول از فلز آند، جرم تیغه کاتدی

چند گرم افزایش می‌یابد؟ ($A = 46$, $B = 52 \text{ g.mol}^{-1}$)



۲۷/۶۰ (۴)

۲۲/۰۸ (۳)

۲۰/۸۰ (۲)

۱۶/۶۴ (۱)

۹۵- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) هر سلول گالوانی ولتاژ معینی داشته و به دلیل تولید انرژی الکتریکی ویژگی‌های یک باتری را دارد.

(۲) شرایط استاندارد اندازه‌گیری پتانسیل نیم‌سلول‌ها، دمای 0°C ، فشار 1 atm و غلظت یک مولار برای محلول‌های الکترولیت است.

(۳) در همه باتری‌ها با انجام شدن نیم‌واکنش‌های آندی و کاتدی، جریان الکتریکی در مدار بیرونی برقرار می‌شود.

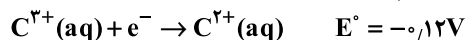
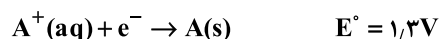
(۴) پسماندهای الکترونیکی حاوی مقدار قابل توجهی از فلزات ارزشمند بوده و منبعی برای بازیافت این مواد هستند.

محل انجام محاسبات

۹۶- کدام موارد از عبارت‌های زیر نادرست هستند؟

(آ) اگر X کاهنده‌ترین فلز جدول تناوبی باشد، عدد اکسایش منگنز در XMnO_3 برابر ۳+ است.

(ب) با توجه به نیم‌واکنش‌های زیر، A برخلاف D می‌تواند C^{2+} را اکسید کند.



(پ) هنگامی که تلفن یا رایانه همراه روشن است، باتری موجود در آن نقش سلول الکترولیتی را دارد.

(ت) همواره عدد اکسایش اکسندۀترین عنصر در جدول دورۀای در ترکیب‌هایش، برابر با (۱-) است.

(۱) آ و ت (۲) پ و ت (۳) آ و ب (۴) ب و پ

۹۷- عبارت بیان‌شده در کدام گزینه از نظر درستی و یا نادرستی با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

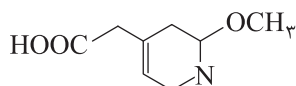
(۱) بازده اکسایش گاز H_2 در سلول سوختی نسبت به بازده سوزاندن آن در موتور درون‌سوز، به تقریب ۴۰ درصد بیشتر است.

(۲) تغییر عدد اکسایش هر مول گونه کاهنده در سلول سوختی متان - اکسیژن، چهار برابر این مقدار در سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن است.

(۳) در رایج‌ترین نوع سلول سوختی، فراورده نهایی واکنش انجام شده در سلول، در قسمت کاتدی تشکیل می‌شود.

(۴) در نیم‌واکنش کاهش انجام شده در سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن، یون‌ها و الکترون‌های تولیدی در آنند سلول، با نسبت مولی نابرابر حضور دارند.

۹۸- مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در ترکیب زیر، چند برابر عدد اکسایش اتم کربن در هر واحد فرمولی از گونه گازی تولیدی در فرایند هال است؟



(۲) -۱

(۱) ۱

(۴) ۲

(۳) -۲

۹۹- با توجه به معادله موازنه‌نشده واکنش اکسایش - کاهش زیر، عبارت بیان‌شده در همه گزینه‌های زیر نادرست است، به جز



(۱) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادله موازنه‌شده واکنش، ۴ برابر اندازه تغییر عدد اکسایش هر مول گونه اکسندۀ در این واکنش است.

(۲) مجموع عدد اکسایش اتم‌های گوگرد واکنش‌دهنده در معادله موازنه‌شده واکنش با مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در ترکیب C_8H_{18} برابر است.

(۳) اگر عدد اکسایش اتم کربن در ترکیبی برابر با عدد اکسایش اتم نیتروژن موجود در واکنش‌دهنده باشد، اتم کربن موردنظر در شرایط مناسب می‌تواند نقش اکسندۀ و یا کاهنده داشته باشد.

(۴) اگر در این واکنش ۵/۰ مول اسید مصرف شود، $\frac{1}{3}$ مول الکترون میان گونه‌های اکسندۀ و کاهندۀ مبادله خواهد شد.

۱۰۰- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

(آ) نیم‌واکنش کاهش انجام‌شده در سلول برقکافت آب و سلول نور - الکتروشیمیایی متفاوت است.

(ب) گاز تولیدی در قطب منفی سلول برقکافت آب، همان گاز مصرفی در قطب منفی سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن است.

(پ) در باتری‌های روی - نقره، گونه اکسندۀ ZnO است.

(ت) هر مول گونه اکسندۀ در نیم‌واکنش کاهش انجام‌شده در فرایند سوختن فلز منیزیم، با دریافت ۴ مول الکترون، دو مول آنیون تولید می‌کند.

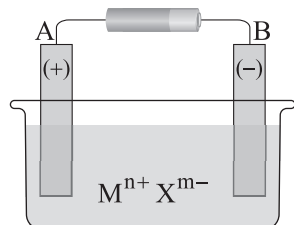
(۱) آ و پ (۲) ب و ت (۳) آ و ب (۴) پ و ت

محل انجام محاسبات

۱۰۱- اگر در معادله واکنش انجام شده در برقکافت آب، مجموع حجم گازهای تولیدی در شرایط STP برابر با ۱۳/۴۴ لیتر باشد، شمار الکترون عبوری از مدار بیرونی سلول برابر کدام است؟

- (۱) $72/24 \times 10^{22}$ (۲) $24/08 \times 10^{23}$ (۳) $56/12 \times 10^{23}$ (۴) $48/16 \times 10^{22}$

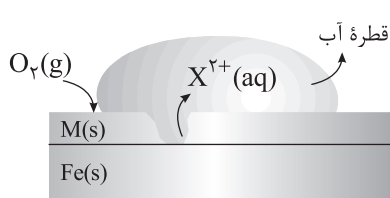
۱۰۲- با توجه به شکل زیر عبارت بیان شده در کدام گزینه نادرست است؟ ($\text{Mg} = 24$, $\text{Na} = 23$; g.mol^{-1})



- (۱) اگر شکل مربوط به سلول مورد استفاده در تهیه فلز Mg از آب دریا باشد، اطراف الکترود A گاز Cl_2 تولید می شود.
 (۲) جرم فلز مذاب تولیدی به ازای مبادله یک مول الکترون در برقکافت منیزیم کلرید نسبت به برقکافت سدیم کلرید، ۱۱ گرم کمتر است.
 (۳) اگر n و m در شکل برابر باشند، به ازای مبادله دو مول الکترون، شمار مول گونه های تولیدی در A و B برابر است.

(۴) اگر شکل مربوط به تولید فلز Na از نمک خوراکی باشد، برای تهیه الکترولیت مصرفی به ترکیب یونی موردنظر مقداری CaCl_2 می افزایند.

۱۰۳- با توجه به شکل زیر که یک قطعه آهن پوشانده شده با فلز M را نشان می دهد، کدام گزینه نادرست است؟



- (۱) اگر M فلز روی باشد، X^{2+} همان یون تولیدی در نیم واکنش اکسایش انجام شده در سلول گالوانی روی - مس است.
 (۲) اگر این ورقه آهنی، حلی باشد، فلز M در شرایط داده شده در شکل، به فرایند خوردگی آهن سرعت می بخشد.

(۳) اگر X^{2+} یون حاصل از فلز M باشد، فلز Fe در این فرایند در نقش کاتد محافظت می شود.

(۴) اگر M فلز منیزیم باشد، به ازای مصرف هر مول گونه اکسند در این فرایند، دو مول یون چند اتمی در نیم واکنش کاهش تولید می شود.

۱۰۴- در فرایند آبکاری یک قاشق مسی با فلز X،
 (۱) فلز X قطب مثبت سلول بوده و جرم آن کاهش می یابد.

(۲) محلول الکترولیت حاوی یون های Cu^{2+} است.

(۳) غلظت محلول الکترولیت مصرفی با گذشت زمان کاهش می یابد.

(۴) با انجام فرایند به صورت خودبه خودی، لایه ای از فلز X بر روی قاشق قرار می گیرد.

۱۰۵- فلز آلومینیم تولیدی در فرایند هال به ازای مبادله $36/12 \times 10^{22}$ الکترون را وارد ۵/۵ لیتر محلول اسید با غلظت یک مولار از یون های هیدرونیوم می کنیم، پس از مصرف نیمی از فلز، pH محلول اسید چند واحد تغییر می کند و در این لحظه مجموع شمار مول های

H^+ و Al^{3+} موجود در محلول برابر با چند مول است؟ (گزینه ها را از راست به چپ بخوانید.)

- (۱) $0/3 - 0/4$ (۲) $0/3 - 0/6$ (۳) $0/4 - 0/4$ (۴) $0/4 - 0/6$



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۸
۲۵ دی ۱۴۰۴



پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان		
۲	هندسه	مهریار راشدی	امیرحسین ابومحبوب - احمد رضا فلاح حسن محمدبیگی	مهدی حسینی - سینا پرهیزکار
۳	گسسته	رسول حاجی زاده	رسول حاجی زاده - نیما مهندس	ابوالفضل فروغی - پارسا رضایی
۴	فیزیک	علی نعیمی	مهدی داداشی - مرتضی میرخانی - علی نعیمی	محمدرضا خادمی - رضا یارمحمدی
۵	شیمی	مسعود جعفری	محبوبه بیگ محمدی - کامران کیومرثی	پرهام امیری - حسن تاشلی پور

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



حسابان

۱. گزینه ۲ صحیح است.

$y = f(-x)$: قرینه نسبت به محور y ها
 $y = f(-2x)$: طول نقاط نصف
 $y = 2f(-2x)$: عرض نقاط دو برابر
 $\Rightarrow 2f(-2x) = 6 \Rightarrow f(-2x) = 3 \Rightarrow \frac{-4x-1}{-2x+1} = 3 \Rightarrow x = 2$
 (حسابان دوازدهم، صفحه های ۲ تا ۱۲)

۲. گزینه ۴ صحیح است.

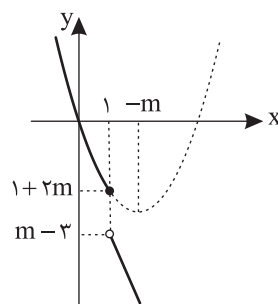
ریشه $x+b=0$ همان $x=2$ است پس $b=-2$ است.
 $f(x) = -(x-2)^3 + 1$
 $f(x) = 0 \Rightarrow (x-2)^3 = 1 \Rightarrow x = 3$
 مختصات A به صورت $(3, 0)$ است.
 $\begin{cases} f(3) = 0 \\ y = 1 - 2f(\frac{x}{2}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = 3 \Rightarrow x = 6 \\ 1 - 2 \times 0 = y \Rightarrow y = 1 \end{cases} \Rightarrow x+y = 7$
 (حسابان دوازدهم، صفحه های ۱۴، ۲۱ و ۲۲)

۳. گزینه ۱ صحیح است.

دقت کنید که $f(2) = 2$ پس $f^{-1}(2) = 2$ تابع f اکیداً صعودی است.
 پس:
 $f(-3) \leq f(x) < f(2)$
 $\Rightarrow -3 \leq x < 2 \Rightarrow x = -3, -2, -1, 0, 1$
 (حسابان دوازدهم، صفحه های ۱۷ و ۱۸)

۴. گزینه ۱ صحیح است.

رأس سهمی ضابطه اول باید بزرگ تر یا مساوی یک باشد. در واقع نمودار فرضی f به صورت زیر است:



$$\begin{cases} -m \geq 1 \\ m-3 \leq 1+2m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq -4 \end{cases} \Rightarrow -4 \leq m \leq -1$$

پس $m = -4, -3, -2, -1$ است.
 مجموع مقادیر m برابر -10 است.

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۱۷ و ۱۸)

۵. گزینه ۴ صحیح است.

قضیه تقسیم را می نویسیم:

$P(x) = (x^2 - 1)Q(x) + 3x + 2 \Rightarrow \begin{cases} P(1) = 5 \\ P(-1) = -1 \end{cases}$
 باقیمانده خواسته شده به ازای $x = 2$ به دست می آید.
 $g(x) = P(x-1) + 2P(1-x) \Rightarrow g(2) = P(1) + 2P(-1)$
 $= 5 + 2(-1) = 3$
 (حسابان دوازدهم، صفحه های ۱۸ تا ۲۲)

۶. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به فرض، چندجمله ای $f(x) - x$ بر $x-1, x-2, x-3$ و $x-3$ بخش پذیر است.
 $f(x) - x = k(x-1)(x-2)(x-3)$
 $x=0 \Rightarrow f(0) = -6k = 12 \Rightarrow k = -2$
 $f(-1) + 1 = -2(-2)(-3)(-4)$
 $f(-1) = 48 - 1 = 47$
 (حسابان دوازدهم، صفحه های ۱۸ تا ۲۲)

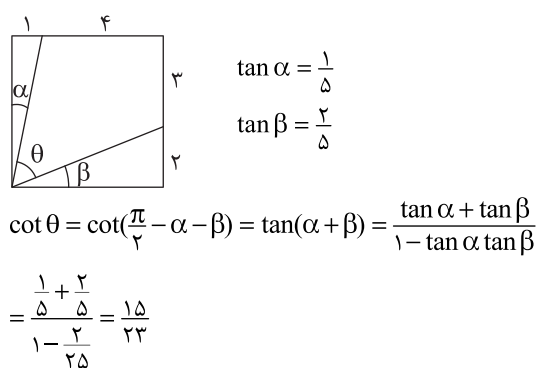
۷. گزینه ۳ صحیح است.

$T = \frac{2\pi}{|\frac{1}{b}|} = 2|b|\pi = \frac{\pi}{3} \Rightarrow |b| = \frac{1}{6}$
 $\max = 2 + |a| = 6 \Rightarrow |a| = 4$
 دوره تناوب g برابر $\frac{2\pi}{|ab|}$ است.
 $T' = \frac{2\pi}{|ab|} = \frac{2\pi}{\frac{1}{6} \times 4} = 3\pi$
 (حسابان دوازدهم، صفحه های ۲۴ تا ۲۹)

۸. گزینه ۳ صحیح است.

$f(x) = c + \frac{a}{4}(1 + \cos(2bx + \frac{\pi}{4})) = c + \frac{a}{4} - \frac{a}{4} \sin 2bx$
 در $x=0$ تابع اکیداً نزولی است پس $ab > 0$ فرض کنید $b > 0$ و $a > 0$ باشد.
 $\begin{cases} \min = c + \frac{a}{4} - \frac{a}{4} = -3 \Rightarrow c = -3 \\ \max = c + \frac{a}{4} + \frac{a}{4} = 1 \Rightarrow a = 4 \end{cases}$
 $f(\frac{3\pi}{8}) = 1 \Rightarrow 1 = -3 + 2 - 2 \sin(\frac{3\pi}{4}b) \Rightarrow \frac{3\pi}{4}b = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow b = 2$
 $\Rightarrow \frac{ab}{c} = -\frac{8}{3}$
 (حسابان دوازدهم، صفحه های ۲۴ تا ۲۹)

۹. گزینه ۴ صحیح است.



۱۰. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به نزولی بودن f ، b منفی است. $x = -\frac{\pi}{4}$ اولین مجانب قائم سمت چپ محور y هاست و چون b منفی است، پس:
 $bx + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow b(-\frac{\pi}{4}) + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow b = -\frac{1}{4}$
 $f(\pi) = 0 \Rightarrow a + \tan(-\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}) = 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow a - b = 1, 5$
 (حسابان دوازدهم، صفحه های ۲۹ تا ۳۴)



۱۱. گزینه ۱ صحیح است.

$$1 - \cos^2 2x = 1 - \cos 2x \Rightarrow \cos 2x (1 - \cos 2x) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \\ \cos 2x = 1 \Rightarrow 2x = 2\pi \Rightarrow x = \pi \end{cases}$$

$$\tan(\theta + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{3} \text{ و } \theta = \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} = \pi \text{ پس}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۱۲. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت‌ها را بسط می‌دهیم:

$$\sin x (\frac{1}{\sqrt{3}}) + \cos x (\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}) + \cos x (\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}) - \sin x (\frac{1}{\sqrt{3}}) = 0$$

$$\Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۳۵ تا ۴۱)

۱۳. گزینه ۳ صحیح است.

مخرج کسر به ازای $x = 1$ برابر صفر است.

$$a + b \cos \pi = 0 \Rightarrow a - b = 0 \Rightarrow a = b$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a + x}{a + a \cos(\pi x)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a + x}{a(1 + \cos \pi x)} = \frac{a + 1}{a \times 0^+} = -\infty$$

$$\Rightarrow \frac{a + 1}{a} < 0 \Rightarrow -1 < a < 0 \Rightarrow [a] = -1 \text{ یا } -2$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۴۶ تا ۵۵)

۱۴. گزینه ۴ صحیح است.

معادله f و f^{-1} را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = -\frac{1}{x} + 3$$

$$f^{-1}(x) = -2x + 6$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{x - 3}{-\frac{1}{x} + 3 + 2x - 6} = \frac{2x - 6}{2x - 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = \frac{-2}{\pm} = \mp\infty$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۴۶ تا ۵۵)

۱۵. گزینه ۱ صحیح است.

فرض کنید $f(x) = ax + b$ باشد:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{x^2 + 2x}{ax + b} - ax - b) = 3$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x - a^2 x^2 - 2abx - b^2}{ax + b} = 3$$

بزرگ‌ترین درجه صورت، نمی‌تواند درجه ۲ باشد.

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 - a^2 = 0 \\ \frac{2 - 2ab}{a} = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$f(2) = 2a + b = 1/5$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲)

۱۶. گزینه ۳ صحیح است.

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{2f(t)}{t} = 3 \text{ پس } t = \frac{2}{x} \text{ فرض کنید}$$

پس می‌توان $f(t)$ را در $-\infty$ با $\frac{3}{2}t$ هم‌ارز گرفت.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x) + \sqrt{4x^2}}{2 - (-x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{3}{2}x - 2x}{x} = -\frac{1}{2}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲)

۱۷. گزینه ۲ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ مجانب افقی}$$

برای یافتن مجانب‌های قائم داریم:

$$\frac{\pi}{4x} = \frac{\pi}{2} + k\pi = \frac{(2k+1)\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{4k+2}$$

بیشترین مقدار x به ازای $k = 0$ برابر $x = \frac{1}{2}$ است. پس $A(\frac{1}{2}, 1)$ و

$$OA = \sqrt{\frac{1}{4} + 1} = \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ است.}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸ و ۶۷ تا ۶۹)

۱۸. گزینه ۴ صحیح است.

مخرج کسر فقط یک ریشه دارد پس ریشه‌های دو پرانتز با هم برابرند.

$$-\frac{4}{a} = -a \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$$

(دقت کنید $a = 0$ قابل قبول نیست.)

$$f(x) = \frac{x}{(2x+4)(x+2)} = \begin{cases} 0^+ & x \rightarrow +\infty \\ 0^- & x \rightarrow -\infty \end{cases}$$

چون مجانب افقی $y = 0$ است، پس نمودار به صورت زیر است:

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸ و ۶۷ تا ۶۹)

هندسه

۱۹. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا ماتریس A^2 را به دست می‌آوریم.

$$7A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \frac{1}{49} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{49} \begin{bmatrix} 7 & 21 \\ 14 & 42 \end{bmatrix} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} = A$$

بنابراین $A^3 = A^4 = A$ داریم:

$$A + A^2 + A^3 + A^4 = A + A + A + A = 4A = \frac{4}{7} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع درایه‌های قطر اصلی} = \frac{4}{7}(7) = 4$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۰)

۲۰. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا شرط تعویض‌پذیری دو ماتریس A و B را می‌نویسیم.

$$AB = BA \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & a \\ -1 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 2 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 2 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & a \\ -1 & b \end{bmatrix}$$



از طرفی دترمینان ماتریس 2×2 برابر است با:

$$\begin{vmatrix} x+2 & 2 \\ x-2 & 3 \end{vmatrix} = 3(x+2) - 2(x-2) = x+10$$

از برابری دترمینان این دو ماتریس داریم:

$$x^2 - 3x + 5 = x + 10 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow (x-5)(x+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -1 \end{cases}$$

مجموع جواب‌های معادله برابر با ۴ است.

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۲۴. گزینه ۱ صحیح است.

از طرفین تساوی داده‌شده دترمینان می‌گیریم.

$$2A = \begin{bmatrix} 4 & A \\ A & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow |2A| = \begin{vmatrix} 4 & A \\ A & -1 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow 2^2 |A| = -4 - |A| \Rightarrow |A|^2 + 4|A| + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (|A| + 2)^2 = 0 \Rightarrow |A| = -2$$

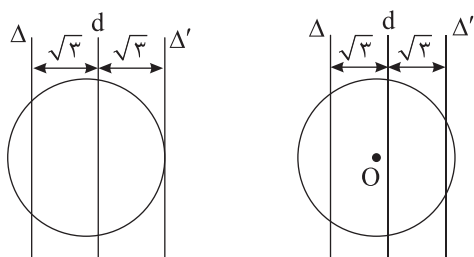
پس:

$$|-\frac{1}{2}|A|A^3| = |(-\frac{1}{2})(-2)A^3| = |A^3| = (-2)^3 = -8$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۱)

۲۵. گزینه ۲ صحیح است.

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه A به فاصله $\sqrt{3}$ هستند، دایره‌ای به مرکز A و شعاع $\sqrt{3}$ است و مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله $\sqrt{3}$ هستند دو خط موازی d در طرفین آن است. نقاط تلاقی این دو مکان هندسی جواب این سؤال می‌باشند. مسلماً دو خط موازی d هر دو نمی‌توانند دایره را در دو نقطه قطع کنند یعنی مسئله چهار جواب ندارد به همین دلیل مسئله سه جواب هم نمی‌تواند داشته باشد زیرا فاصله دو خط موازی با d برابر $2\sqrt{3}$ است و بیشترین فاصله بین نقاط دایره هم $2\sqrt{3}$ است.



این دو حالت هرگز ایجاد نمی‌شود

ولی یکی از دو خط موازی می‌تواند دایره را در دو نقطه قطع کند یا مماس با دایره شود یا هیچ‌کدام از دو خط موازی دایره را قطع نکنند پس این مسئله حداکثر ۲ جواب دارد.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۸)

۲۶. گزینه ۴ صحیح است.

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از A به فاصله ۴ سانتی‌متر هستند دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۴ است و مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ۳ سانتی‌متر قرار دارند، دو خط Δ و Δ' موازی با d به فاصله ۳ از آن هستند. چون این مسئله سه جواب دارد، پس خط Δ

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 4+2a & -12+10a \\ -2+2b & 6+10b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 2a-6b \\ -6 & 2a+10b \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4+2a=10 \Rightarrow a=3 \\ -2+2b=-6 \Rightarrow b=-2 \end{cases}$$

بنابراین $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ است. برای محاسبه A^{25} ، ابتدا A^2 را پیدا می‌کنیم.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$\Rightarrow A^{25} = \underbrace{(A^2)^{12}}_I \times A = A$$

$$\Rightarrow A^{25} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 2$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۲۱. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا ماتریس B^{-1} را برحسب ماتریس A به دست می‌آوریم.

$$AB = 2I \xrightarrow{+2} (\frac{1}{2}A)B = I \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{2}A$$

بنابراین داریم:

$$(A+B^{-1})^{-1} = (A+\frac{1}{2}A)^{-1} = (\frac{3}{2}A)^{-1} = \frac{2}{3}A^{-1}$$

حال کافی است ماتریس A^{-1} را محاسبه کنیم.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}A^{-1} = -\frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = -\frac{1}{3}(-1-1+3+5) = -2$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۲. گزینه ۲ صحیح است.

$$A^3 + A = I \Rightarrow A^3 - I + A = \bar{O}$$

$$\Rightarrow (A-I)(A^2 + A + I) + A = \bar{O}$$

$$\xrightarrow{-I} (A-I)(A^2 + A + I) + A - I = -I$$

$$(A-I)(A^2 + A + I + I) = -I \Rightarrow (A-I)(A^2 + A + 2I) = -I$$

$$(A^2 + A + 2I)^{-1} = -(A-I) \xrightarrow{\text{طبق فرض}} A^3 \xrightarrow{A-I} A - I = -A^3$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۲)

۲۳. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا دترمینان ماتریس 3×3 را با استفاده از دستور ساروس محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{vmatrix} x & 1 & x+2 \\ 2 & x+1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x & 1 \\ 2 & x+1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= (2x(x+1) + 3 + 4(x+2)) - ((x+1)(x+2) + 6x + 4)$$

$$= (2x^2 + 6x + 11) - (x^2 + 9x + 6) = x^2 - 3x + 5$$



طبق فرض حاصل ضرب کمترین و بیشترین فاصله نقطه A از نقاط واقع بر دایره برابر ۱۵ است، پس داریم:

$$(R-d)(R+d)=15 \Rightarrow R^2-d^2=15$$

$$\frac{R=2\sqrt{5}}{\rightarrow 20-d^2=15 \Rightarrow d^2=5 \Rightarrow m^2+1=5}$$

$$\Rightarrow m^2=4 \xrightarrow{m>0} m=2$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

۲۹. گزینه ۲ صحیح است.

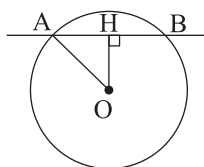
طرفین معادله دایره را به ۲ تقسیم می‌کنیم تا مرکز و شعاع آن را پیدا کنیم.

$$2x^2+2y^2-8x+4y=2 \xrightarrow{\div 2} x^2+y^2-4x+2y-1=0$$

$$O=(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2})=(2, -1)$$

$$R=\frac{\sqrt{a^2+b^2-4c}}{2}=\frac{\sqrt{16+4+4}}{2}=\sqrt{6}$$

اگر خط $x+2y=m$ دایره را در نقطه‌های A و B قطع کند، در این صورت $AH=\frac{AB}{2}=\frac{3}{2}$ است. بنابراین:



$$\text{فاصله } O \text{ تا خط } OH=\frac{|2-2-m|}{\sqrt{1+4}}=\frac{|m|}{\sqrt{5}}$$

$$OA^2=OH^2+AH^2 \Rightarrow 6=\frac{m^2}{5}+\frac{9}{4} \Rightarrow \frac{m^2}{5}=\frac{15}{4}$$

$$\Rightarrow m^2=\frac{75}{4} \Rightarrow m=\pm \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

در نتیجه تفاضل مقادیر m مساوی $5\sqrt{3}$ است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۳)

۳۰. گزینه ۴ صحیح است.

مرکز دو دایره روی خط $y=x+2$ قرار دارند پس مراکز آنها به فرم $O(\alpha, \alpha+2)$ است. فاصله مراکز این دو دایره تا خط $y=3$ برابر شعاع دایره می‌باشد. پس:

$$R=4=|y_O-3| \Rightarrow |\alpha+2-3|=4 \Rightarrow |\alpha-1|=4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha-1=4 \Rightarrow \alpha=5 \Rightarrow O_1(5, 7) \\ \alpha-1=-4 \Rightarrow \alpha=-3 \Rightarrow O_2(-3, -1) \end{cases}$$

برای تعیین وضعیت دو دایره نسبت به هم طول خط‌المركزین دو دایره را با جمع و تفاضل شعاع دایره‌ها مقایسه می‌کنیم.

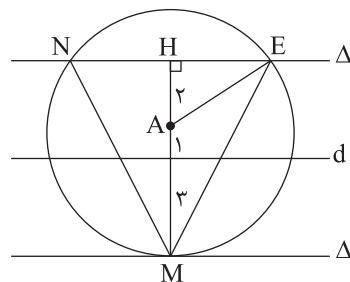
$$O_1O_2=\sqrt{(5+3)^2+(7+1)^2}=\sqrt{64+64}=8\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} R_1+R_2=8 \\ |R_1-R_2|=0 \end{cases}$$

دو دایره متخارج‌اند $O_1O_2 > R_1+R_2 \Rightarrow$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۴)

دایره به مرکز A را در دو نقطه N و E قطع می‌کند و خط Δ' در نقطه M بر دایره مماس است و این سه نقطه مثلث MNE را ایجاد کرده‌اند.



در این مثلث ارتفاع MH برابر $3+1+2=6$ است. اگر از مرکز A به نقطه E وصل کنیم آنگاه AE برابر شعاع دایره یعنی ۴ است. بنابراین:

$$\begin{aligned} \Delta AHE: HE^2 &= AE^2 - AH^2 \Rightarrow HE^2 = 4^2 - 1^2 = 15 \\ \Rightarrow HE &= \sqrt{15} \Rightarrow NE = 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

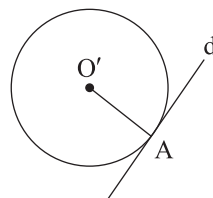
پس:

$$S_{\Delta MNE} = \frac{1}{2} MH \times NE = \frac{1}{2} (6)(4\sqrt{3}) = 12\sqrt{3}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۹)

۲۷. گزینه ۳ صحیح است.

مطابق شکل فرض کنید خط d در نقطه A بر این دایره مماس باشد. ابتدا مختصات مرکز دایره و سپس شیب پاره خط $O'A$ را به دست می‌آوریم.



$$\text{مرکز دایره } O'(-2, 3) \Rightarrow m_{O'A} = \frac{3-(-2)}{-3-0} = -\frac{5}{3}$$

خط d (مماس بر دایره) بر $O'A$ عمود است، پس داریم:

$$m_d = \frac{3}{5} \Rightarrow \text{معادله خط } d: y-2 = \frac{3}{5}(x-0) \Rightarrow y-2 = \frac{3}{5}x$$

$$\xrightarrow{\times 5} 5y-10=3x \Rightarrow 3x-5y+10=0$$

اگر فاصله مبدأ مختصات از این خط را با D نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$D = \frac{|3(0)-5(0)+10|}{\sqrt{3^2+(-5)^2}} = \frac{10}{\sqrt{34}} = \frac{5}{\sqrt{17}}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۵)

۲۸. گزینه ۲ صحیح است.

فرض کنید فاصله نقطه A از مرکز دایره برابر d و شعاع دایره برابر R باشد. اگر نقطه A درون دایره قرار داشته باشد، آنگاه کمترین و بیشترین فاصله نقطه A از نقاط واقع بر دایره به ترتیب برابر $R-d$ و $R+d$ است. بنابراین کافی است مختصات مرکز و اندازه شعاع دایره و سپس فاصله نقطه A از مرکز دایره را به دست می‌آوریم.

$$\text{شعاع } R=2\sqrt{5}, \text{ مرکز } O(0, 0)$$

$$d=OA=\sqrt{m^2+1}$$



۳۷. گزینه ۲ صحیح است.

$$\overline{a\delta a\tau a\epsilon} \equiv 11 \Rightarrow \epsilon - a + \tau - a + \delta - a \equiv 11 \Rightarrow 3a \equiv 5 \equiv 27$$

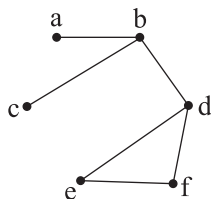
$$a \equiv 9 \Rightarrow a = 9$$

$$9\delta 9\tau 9\epsilon \equiv 9 + 5 + 9 + 2 + 9 + 6 \equiv 4$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۰)

۳۸. گزینه ۲ صحیح است.

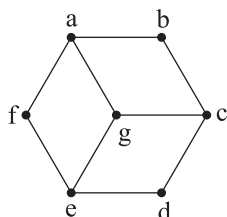
شرط لازم برای ساختن گرافی ۱- منتظم از مرتبه ۶ آن است که درجه هر دو رأس a و c برابر ۱ باشد و در این صورت باید هر دو یال ab و cb موجود باشند که در این صورت درجه رأس b از ۱ فراتر می‌رود.



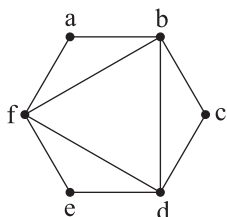
(ریاضیات گسسته، صفحه ۴۲)

۳۹. گزینه ۴ صحیح است.

اگر رأس g را در دور به طول ۴ مشارکت بدهیم، ۳ دور یافت می‌شود (به‌ازای انتخاب هر دو یالی از ۳ یال متصل به g ، یک دور به طول ۴ وجود دارد).



ولی اگر g را مشارکت ندهیم، می‌توانیم آن را به همراه یال‌های متصل به آن، از شبکه حذف کنیم که به گراف زیر خواهیم رسید که باز به‌ازای انتخاب هر دو یال از یال‌های سه‌گانه bd ، bf و fd به یک دور به طول ۴ خواهیم رسید.



پس:

$$4 \text{ تعداد دور به طول } 4 = \binom{3}{2} + \binom{3}{2} = 6$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۴۲)

۴۰. گزینه ۴ صحیح است.

گراف k_8 دارای ۲۸ یال است. بنابراین گراف داده‌شده گرافی است که از k_8 دقیقاً ۳ یال برداشت شده باشد، قبل از برداشته شدن آن ۳ یال درجه هر رأسی از رئوس ۸ گانه برابر ۷ است. آن ۳ یال هر طوری که برداشت شوند، حداقل ۲ رأس با رأس ۷ باقی می‌ماند که نقش Δ را

ریاضیات گسسته

۳۱. گزینه ۳ صحیح است.

عدد $4k+1$ مربع کامل است اگر و تنها اگر k به صورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد. بنابراین تعداد مربع کامل‌های فرد سه‌رقمی مطلوب است که اعداد $11^2, 13^2, \dots, 31^2$ سه رقمی بوده و خاصیت موردنظر را دارند.

$$\text{تعداد} = \frac{31-11}{2} + 1 = 11$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۵)

۳۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{cases} a | b^2 \Rightarrow a^2 | b^4 \\ b^2 | c^4 \Rightarrow b^4 | c^8 \Rightarrow a^2 | c^8 \Rightarrow a | c^4 \end{cases} \Rightarrow n \geq 11$$

برای $n=10$ مثال نقض $a=2^{21}, b=2^7, c=2^2$ وجود دارد.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۳)

۳۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$240 = 2^4 \times 3^1 \times 5^1, 24 = 2^3 \times 3^1$$

$$\Rightarrow [a, 2^3 \times 3^1] = 2^4 \times 3^1 \times 5^1 \Rightarrow a = 2^4 \times 5^1 \times k$$

k می‌تواند ۱ یا ۳ باشد.

$$\Rightarrow a_1 = 80, a_2 = 240$$

فقط عدد 80 دورقمی است.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۴)

۳۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{cases} a = b \cdot q + r \\ a = (b+1) \cdot (q-1) + r \end{cases} \Rightarrow q - b - 1 = 0 \Rightarrow q - b = 1$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۵)

۳۵. گزینه ۱ صحیح است.

$$7x \equiv 10 \Rightarrow 7x \equiv 10 + 11 \Rightarrow 7x \equiv 21 \Rightarrow x \equiv 3$$

$$\Rightarrow x = 11k + 3 \Rightarrow x_{\min} = 3$$

عدد ۳ از نزدیک‌ترین مربع کامل به خودش (یعنی عدد ۴) فقط ۱ واحد اختلاف دارد.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۰)

۳۶. گزینه ۴ صحیح است.

$$7 | 15n + 1 \Rightarrow 15n + 1 \equiv 0 \Rightarrow 14n + n + 1 \equiv 0 \Rightarrow n \equiv -1 \equiv 6$$

$$9 | 11n - 3 \Rightarrow 11n - 3 \equiv 0 \Rightarrow 9n + 2n \equiv 3 \Rightarrow 2n \equiv 12 \Rightarrow n \equiv 6$$

$$\begin{cases} n \equiv 6 \\ n \equiv 6 \end{cases} \Rightarrow n \equiv 6^{63} \Rightarrow n = 63k + 6$$

کوچک‌ترین عدد دورقمی به فرم $63k + 6$ عدد 69 است.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۰)



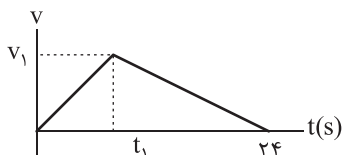
بنابراین روی محور سرعت خواهیم داشت:

$$\begin{cases} 3-2=2-v_B \Rightarrow v_B = 1 \frac{m}{s} \\ 6-3=v_B-v_A \Rightarrow v_A = -2 \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = -2$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴۵. گزینه ۳ صحیح است.

می‌توانیم از نمودار سرعت - زمان متحرک کمک بگیریم:



اندازه شیب قسمت اول ۲ برابر قسمت دوم است.

$$\frac{v_1-0}{t_1} = 2 \times \frac{v_1-0}{24-t_1} \Rightarrow 24-t_1 = 2t_1 \Rightarrow t_1 = 8s$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 \Delta t}{\Delta t} = \frac{v_1}{2} \Rightarrow 24 = \frac{v_1}{2} \Rightarrow v_1 = 48 \frac{m}{s}$$

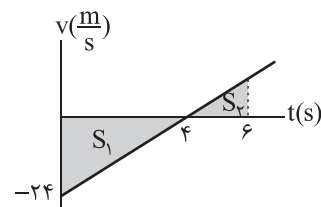
$$a = \frac{0-48}{24-8} = \frac{-48}{16} = -3 \frac{m}{s^2} \Rightarrow |a| = 3 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴۶. گزینه ۴ صحیح است.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow a = 6 \frac{m}{s^2}, v_0 = -24 \frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 6t - 24$$



$$\ell = S_1 + S_2, |\Delta x| = |S_2 - S_1|$$

$$\text{تشابه دو مثلث} \Rightarrow S_1 = 4S_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \ell = 5S_2 \\ |\Delta x| = 3S_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \\ |v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} \Rightarrow \frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{\ell}{|\Delta x|} = \frac{5}{3} \end{cases}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۴۷. گزینه ۴ صحیح است.

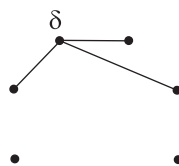
رأس سهمی در $x = -18m$ و $t = 7s$ است.

$$v = at + v_0, v(7) = 0 \Rightarrow 7a + v_0 = 0 (*)$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} -18 = \frac{49}{2}a + 7v_0 + x_0 \\ 0 = 49a + 49v_0 + x_0 \end{cases}$$

$$18 = \frac{49}{2}a + 3v_0 (**)$$

دارند. برای حداکثر شدن $4\Delta - 3\delta$ لازم است δ مینیمم باشد و آن موقعی است که هر ۳ یال از یک رأس برداشت شوند که در این صورت مقدار δ از ۷ به ۴ تقلیل می‌یابد:



$$(4\Delta - 3\delta)_{\min} = (4 \times 7 - 3 \times 4) = 16$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۴۲)

فیزیک

۴۱. گزینه ۲ صحیح است.

معادله مکان - زمان درجه ۲ است، پس شتاب حرکت ثابت است.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = -2t^2 + 10t + 2/5$$

$$\Rightarrow a = -4 \frac{m}{s^2}, v_0 = 10 \frac{m}{s}$$

در حرکت با شتاب ثابت اگر a و v_0 هم‌علامت نباشند، جهت حرکت یک مرتبه عوض می‌شود و آن هم در لحظه‌ای است که سرعت صفر می‌شود.

$$v = at + v_0 = -4t + 10 = 0 \Rightarrow t = 2/5s$$

$$x = -2t^2 + 10t + 2/5 = -2 \times (2/5)^2 + 10 \times 2/5 + 2/5 = 15m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ و ۱۷)

۴۲. گزینه ۴ صحیح است.

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 98 \Rightarrow 10t_1 + 6t_2 = 98$$

$$t_1 + t_2 = 14 \Rightarrow 10t_1 + 6(14 - t_1) = 98 \Rightarrow 4t_1 + 84 = 98$$

$$\Rightarrow t_1 = 3/5s, t_2 = 19/5s \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{1}{3}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۳)

۴۳. گزینه ۳ صحیح است.

$$v_A = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_A = \frac{0-30}{7/5} = -4 \frac{m}{s} \Rightarrow x_A = -4t + 30$$

مکان A در لحظه $t = 5s$:

$$t = 5s \Rightarrow x_A = (-4 \times 5) + 30 = 10m$$

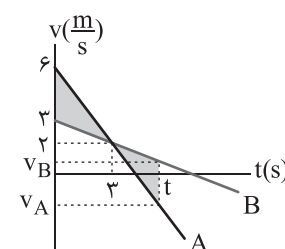
$$v_B = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10 - (-70)}{5-0} = \frac{80}{5} = 16 \frac{m}{s} \Rightarrow x_B = 16t - 70$$

$$t = 15s \Rightarrow x_B = (16 \times 15) - 70 = 240 - 70 = 170m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۴۴. گزینه ۴ صحیح است.

چون دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت کرده‌اند، تا لحظه رسیدن آنها به هم (لحظه t)، باید مساحت دو مثلث نشان داده‌شده در شکل با هم برابر باشد و چون این مثلث‌ها متشابه هم هستند، می‌بایست هم‌نهشت باشند.





۵۱. گزینه ۴ صحیح است.

گلوله با شتاب ثابت g سقوط می کند.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}gt^2 = \Delta t^2$$

$$h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow \Delta = \Delta t_1^2 \Rightarrow t_1 = 1s \rightarrow \text{مدت طی کردن } \Delta \text{ متر اول}$$

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \Delta = \Delta t^2 \Rightarrow t = 2s \rightarrow \text{مدت کل سقوط}$$

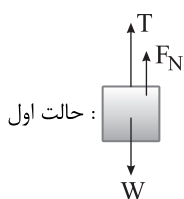
در تمام طول مسیر، نیروی خالص وارد بر جسم وزن آن است که ثابت است. $\Delta \vec{p} = F_{\text{net}} \Delta t$

$$\frac{\Delta p_1}{\Delta p_2} = \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{1}{2-1} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۲۲ و ۴۷)

۵۲. گزینه ۳ صحیح است.

بزرگی کشش طناب با F برابر است. $T = F$



$$T + F_N - W = 0 \Rightarrow T + 20 - 10 = 0$$

$$\Rightarrow T = 10N \Rightarrow F = 10N$$

حالت دوم: بزرگی F دو برابر شده است. یعنی 160 نیوتون در این حالت وزنه از زمین جدا می شود. ($160N > W$)

$$T - W = ma \Rightarrow 160 - 100 = 10a \Rightarrow a = 6 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۷ تا ۴۵)

۵۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\vec{p}(4) - \vec{p}(0)}{4} = \frac{4\vec{i} + 2\vec{j}}{4} = \vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۴۷)

۵۴. گزینه ۳ صحیح است.

$$F_{\text{net}} = F - f_k = ma, f_k = \mu_k F_N = \mu_k (F_y - mg)$$

$$\Rightarrow F_{\text{net}} = 10 - 0.4 \times (35 - 20) = 2a \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 4^2 = 16m$$

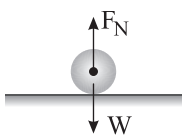
(فیزیک دوازدهم، صفحه ۴۱)

۵۵. گزینه ۳ صحیح است.

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow |\vec{F}_{av}| = \frac{|\Delta \vec{p}|}{\Delta t} = \frac{m|\Delta \vec{v}|}{\Delta t}$$

$$|\vec{F}_{av}| = 0.5 \times \left(\frac{18 - (-24)}{0.3} \right) = \frac{5}{3} \times 42 = 70N$$

در مدت تماس توپ با زمین بر آن دو نیرو وارد می شود، یکی وزن جسم و دیگری نیروی عمودی سطح که این 70 نیوتون برآیند آنها است.



$$F_{\text{net}} = F_N - W \Rightarrow 70 = F_N - 5 \Rightarrow F_N = 75N$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۷ تا ۴۷)

$$\xrightarrow{(*), (**)} \begin{cases} va + v_0 = 0 \\ \frac{1}{2}at + v_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{3}a = 6 \Rightarrow a = 9$$

$$\Rightarrow v_0 = -28 \frac{m}{s} \Rightarrow |v_0| = 28 \frac{m}{s}$$

راه دوم: با توجه به مختصات رأس سهمی معادله سهمی به صورت زیر است:

$$x = m(t - \gamma)^2 - 18$$

$$x(10) = 0 \Rightarrow 0 = m \times (10 - \gamma)^2 - 18 \Rightarrow m = 2$$

$$\Rightarrow x = 2(t - \gamma)^2 - 18 = 2t^2 - 2\gamma t + 18$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 4 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -28 \frac{m}{s} \Rightarrow |v_0| = 28 \frac{m}{s} \\ x_0 = 18m \end{cases}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

۴۸. گزینه ۴ صحیح است.

$$\Delta v = a \cdot \Delta t \Rightarrow v_2 - v_1 = g \cdot \Delta t \Rightarrow 48 - v_1 = 10 \times 3$$

$$\Rightarrow v_1 = 18 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot \Delta t = \frac{18 + 48}{2} \times 3 = 99m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۲۱ تا ۲۴)

۴۹. گزینه ۴ صحیح است.

$$x_2 \text{ تا } x_1: v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 10^2 - 4^2 = 2a(24 - (-18))$$

$$\Rightarrow a = 1 \frac{m}{s^2}$$

$$x_3 = \frac{x_1 + x_2}{2} = 3$$

$$x_3 \text{ تا } x_1: v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v_2^2 - 4^2 = 2 \times 1 \times (3 - (-18))$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{48} \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۲۸)

۵۰. گزینه ۲ صحیح است.

الف) درست، چون از $t = 0$ تا t_3 در هر بازه زمانی مساوی، متحرک A مسافت بیشتری طی می کند.

ب) نادرست، چون پس از شروع حرکت شتابدار، با اینکه متحرک B سرعت اولیه کمتری داشته ولی مسافت بیشتری را طی کرده است. طبق رابطه:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t$$

ج) درست، چون پس از شروع حرکت شتابدار، با اینکه سرعت اولیه A بیشتر است، ولی مسافت کمتری را طی می کند. طبق رابطه:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

د) نادرست، چون حرکت هر دو متحرک تندشونده است، پس در نتیجه هیچ کدام از دو متحرک در ادامه مسیر تغییر جهت نخواهند داشت.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۲۶)



در حرکت کندشونده با شتاب ثابت بر خط راست نیروی خالص وارد بر جسم همواره در خلاف جهت سرعت است. ولی دقت کنید که اگر حرکت با شتاب ثابت بر روی مسیر منحنی باشد، نیروی خالص وارد بر جسم با سرعت آن زاویه‌ای بزرگ‌تر از 90° می‌سازد. مثلاً اگر در شرایط خلأ جسمی به صورت مایل به طرف بالا پرتاب شود، حرکت کندشونده است ولی نیروی خالص وارد بر جسم که همان وزن جسم است، بر مسیر حرکت مماس نیست.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

۶۰. گزینه ۱ صحیح است.

$$a_C = \frac{v^2}{R} = \frac{30 \times 30}{120} = \frac{30}{4} = 7.5 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

۶۱. گزینه ۳ صحیح است.

$$\frac{T}{4} = 1 \Rightarrow T = 4s$$

$$v = \frac{2\pi}{T} R = \frac{2\pi}{4} \times 10 = 5\pi \frac{m}{s}$$

$$a = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R = \left(\frac{2\pi}{4}\right)^2 \times 10 = \frac{5\pi^2}{2} \frac{m}{s^2}$$

بردار سرعت مماس بر دایره و بردار شتاب به طرف مرکز دایره است.

$$\vec{a}_C = -\vec{a}_A = \frac{5\pi^2}{2} \vec{i}, \vec{a}_B = -\vec{a}_D = -\frac{5\pi^2}{2} \vec{j}$$

$$\vec{v}_A = -\vec{v}_C = 5\pi \vec{j}, \vec{v}_B = \vec{v}_D = -5\pi \vec{i}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

۶۲. گزینه ۳ صحیح است.

در حرکت ماهواره‌ها دور زمین داریم:

$$T^2 \propto r^3 \Rightarrow \left(\frac{T_B}{T_A}\right)^2 = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3 \Rightarrow 64 = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3 \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = 4$$

$$v = R_c \sqrt{\frac{g}{r}} \Rightarrow v \propto \frac{1}{\sqrt{r}} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \sqrt{\frac{r_A}{r_B}} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a_B}{a_A} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{a_B}{a_A} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۵۱، ۵۴ و ۵۵)

۶۳. گزینه ۴ صحیح است.

$$\text{حالت اول: } T_1 = \frac{1}{15} = \frac{2}{3} s$$

$$\text{حالت دوم: } T_2 = \frac{5}{5} = 1 s$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{\ell_2}{\ell_1}} \Rightarrow \frac{1}{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{\ell_2}{\ell_1}} \Rightarrow \ell_2 = \frac{9}{4} \ell_1$$

$$\Rightarrow \ell_2 - \ell_1 = \frac{5}{4} \ell_1$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \simeq 2\sqrt{\ell} \Rightarrow \frac{2}{3} = 2\sqrt{\ell_1} \Rightarrow \ell_1 = \frac{1}{9} m = \frac{10}{9} cm$$

$$\ell_2 - \ell_1 = \frac{5}{4} \times \frac{10}{9} = \frac{125}{9} cm \simeq 13.9 cm$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۵۶. گزینه ۲ صحیح است.

آزمایش اول:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 6 = 2a + 0 \Rightarrow a = 3 \frac{m}{s^2}$$

$$F - f_k = ma, f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg$$

$$80 - (10 \times 10 \times \mu_k) = 10 \times 3 \Rightarrow \mu_k = 0.5$$

آزمایش دوم:

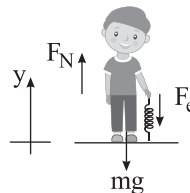
$$F - f_k = ma \Rightarrow F - mg\mu_k = ma$$

$$\Rightarrow F - (15 \times 10 \times 0.5) = 15 \times 2 \Rightarrow F = 105 N$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۵ تا ۴۶)

۵۷. گزینه ۴ صحیح است.

حرکت کندشونده است، پس جهت شتاب، مخالف جهت حرکت یعنی رو به بالا است. مطابق شکل بر این شخص سه نیروی وزن و عمودی سطح (F_N) و نیروی فتر (F_e) وارد می‌شود.



$$F_N - mg - F_e = ma \Rightarrow F_N = m(g + a) + F_e$$

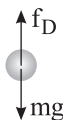
$$F_e = k\Delta\ell = 1000 \times \frac{2}{100} = 20 N$$

$$\Rightarrow F_N = 50(10 + 2) + 20 = 620 N$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۸ و ۴۳)

۵۸. گزینه ۳ صحیح است.

اگر جهت مثبت محور مکان را رو به پایین فرض کنیم، در هر لحظه داریم:



$$mg - f_D = ma$$

مقاومت شاره بستگی به تندی حرکت توپ در هوا دارد و هر چه تندی بیشتر باشد، مقاومت شاره نیز بیشتر می‌شود.

$$t = 0 \Rightarrow v_0 = 0 \Rightarrow f_D = 0 \Rightarrow a_0 = g$$

در لحظه t_1 ، شتاب حرکت برابر ($a = \frac{1}{4} a_0 = \frac{1}{4} g$) است.

$$mg - f_D = \frac{1}{4} mg \Rightarrow f_D = \frac{3}{4} mg \Rightarrow f_D = \frac{3}{4} \times 5 \times 10 = 37.5 N$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

۵۹. گزینه ۲ صحیح است.

موارد (ج) و (د) درست هستند. برطبق قانون دوم نیوتون $\vec{F}_{net} = m\vec{a}$ ، شتاب لحظه‌ای همواره در جهت نیروی خالص وارد بر آن است و در حرکت با شتاب ثابت، شتاب متوسط در هر بازه زمانی برابر شتاب لحظه‌ای است.

واکنش وزن یک جسم در هر شرایطی به کره زمین وارد می‌شود. در حرکت یک جسم در مسیر منحنی با تندی ثابت، جهت سرعت لحظه به لحظه تغییر می‌کند. بنابراین حرکت در هر لحظه شتابدار است و طبق قانون دوم نیوتون نیروی خالصی غیر صفر بر جسم اثر می‌کند.



۶۸. گزینه ۲ صحیح است.

طبق رابطه $k = \frac{1}{2}mv^2$ برای انرژی جنبشی، در لحظه‌ای که تندی نوسانگر $\frac{1}{3}$ تندی بیشینه است، انرژی جنبشی آن $\frac{1}{9}$ بیشینه انرژی جنبشی است.

$$K = \frac{1}{9} K_{\max}$$

$$U + K = E = K_{\max} \Rightarrow U = \frac{8}{9} K_{\max} = 8K$$

$$\Rightarrow K = \frac{U}{8} = 0.04J$$

$$E = K + U = 0.04 + 0.32 = \frac{1}{4} kA^2 \Rightarrow \frac{1}{4} \times 100 \times A^2 = 0.36$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{0.0144} = 0.12m = 12cm$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۶۹. گزینه ۳ صحیح است.

در نقطه تعادل، نیروی فنر با وزن وزنه برابر است:

$$kd = mg \Rightarrow 200d = 20 \Rightarrow d = 0.1m = 10cm$$

بیشترین طول فنر در پایین‌ترین نقطه مسیر است.

$$64 = 50 + 10 + A \Rightarrow A = 4cm$$

$$v_{\max} = A\omega = 0.04 \times \sqrt{\frac{200}{2}} = 0.4 \frac{m}{s} = 40 \frac{cm}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۴ و ۶۷)

۷۰. گزینه ۱ صحیح است.

با تغییر محیط، بسامد موج عوض نمی‌شود و طول موج، متناسب با تندی انتشار موج تغییر می‌کند.

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\lambda - 5}{\lambda} = \frac{2/5 \times 10^8}{3 \times 10^8} = \frac{2}{15}$$

$$\Rightarrow 6\lambda - 300 = 2\lambda \Rightarrow \lambda = 75nm$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow 300 \times 10^{-9} = \frac{3 \times 10^8}{f} \Rightarrow f = 10^{15} Hz = 1000 THz$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

۷۱. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به شکل طول موج $\frac{1}{2}$ متر است. پس مسافت ۱۲ متر معادل ۱۰ برابر طول موج است، یعنی موج این مسافت را در مدت ۱۰ دوره پیش می‌رود.

$$\Delta t = 10T = 10 \times \frac{1}{4} = \frac{5}{2}s$$

هر نقطه از تار در مدت هر دوره مسافت ۴A طی می‌کند (A دامنه موج است).

$$\ell = 10 \times 4A = 10 \times 4 \times 8 = 320mm = 0.32m$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{0.32}{\frac{5}{2}} = 0.128 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۲ تا ۷۳)

۶۴. گزینه ۴ صحیح است.

$$\frac{1}{30} = \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{T}{3} \Rightarrow T = \frac{1}{10}s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.1} = 20\pi \frac{rad}{s}$$

$$|a| = \omega^2 |x| = (20\pi)^2 \times \frac{1}{100} \approx \frac{20 \times 20 \times 10}{100} = 40 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۶۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$\frac{3}{2}T = 0.3 \Rightarrow T = 0.2s$$

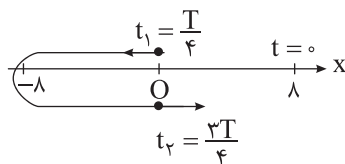
$$\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 10\pi \frac{rad}{s}$$

$$t_1 \text{ در لحظه } t: |a| = \omega^2 |x| \Rightarrow (10\pi)^2 \times (\frac{A}{4}) = 4\pi^2 \Rightarrow A = 0.04m$$

$$\Rightarrow x = 0.04 \cos 10\pi t$$

(فیزیک دوازدهم، تمرین ۵ صفحه ۱۵)

۶۶. گزینه ۲ صحیح است.



$$v_1 = -A\omega, v_2 = +A\omega$$

$$(F_{\text{net}})_{\text{av}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m(\Delta v)}{\Delta t} \Rightarrow (F_{\text{net}})_{\text{av}} = \frac{m(2A\omega)}{\frac{T}{2}} = \frac{4mA\omega}{T}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$(F_{\text{net}})_{\text{av}} = \frac{4mA\omega}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{4mA\omega^2}{2\pi} = \frac{2F_{\max}}{\pi}$$

$$(F_{\text{net}})_{\text{av}} = \frac{2 \times 2\pi}{\pi} = 4N$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۳، ۶۴ و ۶۷)

۶۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$N = \frac{40}{2} = 20 \text{ تعداد نوسان در هر دقیقه}$$

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{60}{20} = 3s$$

$$\Delta t = v_s \Rightarrow \Delta t = 2T + \frac{T}{3}$$

$$\frac{T}{3} \text{ در هر دوره نوسانگر مسافتی برابر ۴A را طی می‌کند و در مدت}$$

$$-\frac{A}{4} \text{ به } +A \text{ می‌رسد.}$$

$$\ell = 8A + A + \frac{A}{4} = 9.25A$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{9.25 \times 28}{3} = 86 \frac{cm}{s}$$

$$s_{av} = 0.86 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۶۳)



۷۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$\omega = 50\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 25\text{Hz}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{\lambda}{25} = 0.32\text{m}$$

فاصله یک قله و دره متوالی $\frac{\lambda}{2}$ است و به طور کلی مقدار فاصله یک قله و دره $\frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \dots, \frac{(2n-1)\lambda}{2}$ می تواند باشد. پس گزینه ای مورد قبول است که مضرب فرد $\frac{\lambda}{2}$ باشد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۷۲)

۷۳. گزینه ۳ صحیح است.

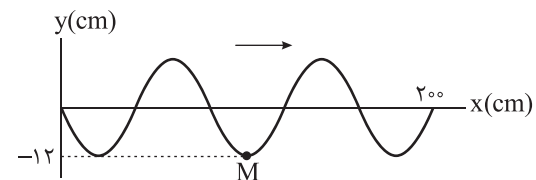
$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \xrightarrow{F_1=4F_1, A_1=25A_1} \frac{v_2}{v_1} = \frac{2}{5}$$

$$\lambda = \frac{v}{f}, v_2 = \frac{2}{5}v_1, f_2 = \frac{1}{3}f_1 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{6}{5}\lambda_1$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۷۳)

۷۴. گزینه ۲ صحیح است.

مطابق شکل، $5\frac{\lambda}{4} = 200\text{cm}$ است.



$$\lambda = 0.8\text{m}, T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0.8}{5} = 0.16\text{s}$$

پس بازه زمانی 0.4s برابر $2T$ خواهد بود. در هر نوسان کامل، نوسانگر مسافت $4A$ را طی می کند.

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{2(4A)}{0.4\text{s}} = \frac{0.12}{0.04} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

در هر بازه زمانی که مضرب درست دوره باشد، تندی متوسط نوسانگر $\frac{4A}{T}$ می شود.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۸۶)

۷۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$\mu = 0.72 \frac{\text{g}}{\text{cm}} = 72 \frac{\text{g}}{\text{m}} = 72 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$\frac{\lambda}{2} = 100\text{cm} \Rightarrow \lambda = 200\text{cm} = 2\text{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{20}{72 \times 10^{-3}}} = \sqrt{\frac{10^4}{36}} = \frac{100}{6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\lambda = v.T \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{2}{\frac{100}{6}} = 0.12\text{s} = 120\text{ms}$$

$$\Delta t = 70\text{ms} \Rightarrow \Delta t = \frac{7T}{12}$$

نقطه P الان در $y = \frac{A}{2}$ است و به طرف نقطه تعادل می رود. پس در

مدت $T \frac{7}{12}$ به ترتیب مقابل حرکت می کند. ($\frac{A}{2} \rightarrow 0 \rightarrow -A \rightarrow 0$)

$$\ell = \frac{A}{2} + A + A = \frac{5A}{2} = \frac{5}{2} \times 8 = 20\text{mm}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۷۰ تا ۷۴)

شیمی

۷۶. گزینه ۲ صحیح است.

زنجیره های هیدروکربنی R ، بخش ناقطبی این ترکیب را تشکیل داده و تنها شامل اتم های کربن و هیدروژن هستند.

بررسی سایر گزینه ها:

(۱) ترکیب داده شده یک استر بلند زنجیر و سه عاملی است که از واکنش یک مول الکل ۳ عاملی و سه مول اسید چرب یک عاملی به دست می آید.
(۳) این ترکیب ناقطبی بوده و در حلال ناقطبی هگزان حل می شود در حالی که اتیلن گلیکول قطبی بوده و در حلال قطبی آب حل می شود.
(۴) صابون جامد را از گرم کردن مخلوط روغن های گوناگون یا چربی با سدیم هیدروکسید تهیه می کنند.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۴ تا ۶)

۷۷. گزینه ۴ صحیح است.

فرمول شیمیایی صابون جامد استفاده شده به صورت $C_{17}H_{35}COONa$ بوده و

$$?gCa^{2+} = 4/59gC_{17}H_{35}COONa \times \frac{1\text{mol}C_{17}H_{35}COONa}{306gC_{17}H_{35}COONa}$$

$$\times \frac{1\text{mol}Ca^{2+}}{2\text{mol}C_{17}H_{35}COONa} \times \frac{40gCa^{2+}}{1\text{mol}Ca^{2+}} = 0.3gCa^{2+}$$

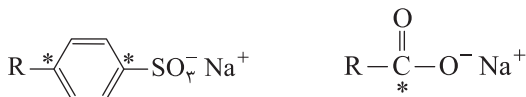
پس مقدار کاهش غلظت ppm این یون در آب برابر است با:

$$\text{ppm} = \frac{\text{میلی گرم } Ca^{2+} \text{ مصرفی}}{\text{کیلوگرم محلول}} = \frac{0.3 \times 10^{-3}}{250 \times 10^{-3}} = 1200$$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۹)

۷۸. گزینه ۲ صحیح است.

شمار اتم های کربنی که به هیچ اتم هیدروژنی اتصال ندارند، در پاک کننده غیرصابونی و صابون جامد به ترتیب برابر دو و یک است؛ در ساختارهای زیر، این اتم ها با علامت * مشخص شده اند.



بررسی سایر گزینه ها:

(۱) مخلوط آب، روغن یا چربی و صابون نوعی کلوئید به شمار می رود.

(۳) آنیون های فسفات موجود در صابون با یون های Ca^{2+} و Mg^{2+} موجود در آب سخت تشکیل رسوب داده و از ایجاد رسوب توسط صابون جلوگیری می کند.

(۴) محلول ها نور را از خود عبور می دهند.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۷ و ۱۰)

۷۹. گزینه ۴ صحیح است.

بخش قطبی جزء آنیونی پاک کننده (۲)، گروه $-\text{SO}_3^-$ است که آبدوست است.

بررسی سایر گزینه ها:

(۱) واکنش پاک کننده (۱) با آب گرماده است.

(۲) پاک کننده (۱) نوعی پاک کننده خورنده است.

(۳) پاک کننده (۲)، غیرصابونی بوده و در آب های سخت نیز خاصیت پاک کنندگی خود را حفظ می کند.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۰ تا ۱۳)



درصد افزایش غلظت گونه‌های موجود در محلول برابر است با:

$$\frac{(M + M\alpha) - M}{M} \times 100 = \text{درصد افزایش غلظت گونه‌ها}$$

$$= \alpha \times 100 = 30 \Rightarrow \alpha = 0.3$$

مجموع غلظت یون‌های موجود در محلول برابر $2M\alpha$ است.

$$[\text{ion}] = 2M\alpha = 2(0.2)(0.3) = 0.12 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow ? \text{ mol ion} = 0.4 \text{ L} \times \frac{0.12 \text{ mol ion}}{1 \text{ L}} = 4.8 \times 10^{-2} \text{ mol ion}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۱۹)

۸۳. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت‌های (ب) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) K_a اسید HA نسبت به اسید HB بزرگ‌تر است و از این رو HA اسید قوی‌تری است و در غلظت یکسان از محلول دو اسید، خاصیت اسیدی محلول HA نیز بیشتر است.

(ب) ثابت یونش اسیدها تنها به دما وابسته است.

(پ) در محلول HA، غلظت OH^- و غلظت آنیون حاصل از یونش به ترتیب نسبت به محلول HB، کمتر و بیشتر است.

(ت) محلول آمونیاک بازی بوده و $[\text{H}^+]$ موجود در آن از 10^{-7} مولار کمتر است. پس تفاوت غلظت مولار یون هیدرونیوم در محلول مولار آمونیاک و محلول HA نسبت به محلول HB بیشتر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۸۴. گزینه ۱ صحیح است.

HNO_3 (I) و HNO_3 (II) به ترتیب اسید ضعیف و قوی هستند و با توجه به اطلاعات سؤال داریم:

$$[\text{H}^+]_{\text{I}} = [\text{H}^+]_{\text{II}} \Rightarrow M_{\text{I}}\alpha_{\text{I}} = M_{\text{II}}\alpha_{\text{II}} \Rightarrow M_{\text{I}} > M_{\text{II}}$$

پس تنها عبارت سوم درست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: با توجه به اینکه غلظت اولیه نیترواسید بیشتر است، حجم گاز H_2 تولیدی در ظرف حاوی این اسید نیز بیشتر است.

عبارت دوم: بدون دانستن حجم دو محلول نمی‌توان مجموع شمار مول یون‌های موجود در ظرف را مقایسه کرد.

عبارت سوم: با توجه به اینکه اطلاعاتی راجع به حجم محلول‌ها نداریم، جرم HNO_3 مصرفی می‌تواند بیشتر از جرم HNO_3 مصرفی باشد.

عبارت چهارم: با توجه به اینکه شمار مول اسید در محلول نیتریک اسید نسبت به نیترواسید کمتر است، مقداری از باز استفاده شده در محلول باقیمانده و pH محلول نهایی از ۷ بزرگ‌تر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵، ۳۰ و ۳۱)

۸۵. گزینه ۳ صحیح است.

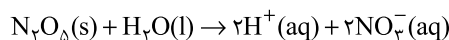
با توجه به اطلاعات سؤال ابتدا $[\text{H}^+]$ موجود در محلول اسید را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} [\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \\ \frac{[\text{H}^+]}{[\text{OH}^-]} = 10^4 \end{cases} \Rightarrow [\text{H}^+] \frac{[\text{H}^+]}{10^4} = 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$$

۸۰. گزینه ۳ صحیح است.

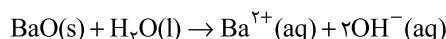
از انحلال هر مول N_2O_5 در آب، مطابق معادله زیر دو مول یون H^+ تولید می‌شود.



با افزودن دو مول HCl به محلول نیز دو مول H^+ دیگر وارد محلول شده و غلظت یون‌های هیدرونیوم دو برابر می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) با توجه به معادله بالا و معادله:



غلظت یون‌ها و رسانایی الکتریکی محلول (I) از محلول (II) بیشتر است.

(۲) در اثر انحلال هر مول BaO در آب، یک مول کاتیون Ba^{2+} تولید شده و در اثر انحلال هر مول Li_2O در آب نیز ۲ مول کاتیون Li^+ مطابق معادله $\text{Li}_2\text{O}(\text{s}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow 2\text{Li}^+(\text{aq}) + 2\text{OH}^-(\text{aq})$ تولید می‌شود. پس تفاوت شمار کاتیون‌های فلزی در دو محلول برابر است با:

$$\begin{aligned} & \frac{6.02 \times 10^{23}}{1 \text{ mol}} \times \frac{\text{تفاوت شمار کاتیون}}{1 \text{ mol}} \times \frac{1 \text{ mol}}{\text{اکسید فلز}} \times \frac{1 \text{ mol}}{\text{اکسید فلز}} \\ & = 3.01 \times 10^{23} \end{aligned}$$

(۴) از آنجا که $[\text{OH}^-]$ در دو محلول یکسان است، خاصیت بازی دو محلول برابر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۸۱. گزینه ۱ صحیح است.

در معادله یونش اسیدهای تک پروتون‌دار (مانند HA) در آب، ضریب استوکیومتری یون‌های H^+ و A^- تولیدی برابر است. بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) بدون دانستن غلظت محلول هر یک از اسیدها نمی‌توان اظهار نظر نمود.

(۳) غلظت یون‌ها در محلول یک مولار HBr برابر با دو مولار (2×1) بوده در حالی که غلظت یون‌ها در محلول ۰.۷ مولار $\text{Al}(\text{NO}_3)_3$ برابر $2/8$ مولار (4×0.7) است؛ پس رسانایی الکتریکی محلول HBr از محلول $\text{Al}(\text{NO}_3)_3$ کمتر است.

(۴) اگر غلظت اولیه اسید برابر M باشد، نسبت خواسته شده برابر است با:

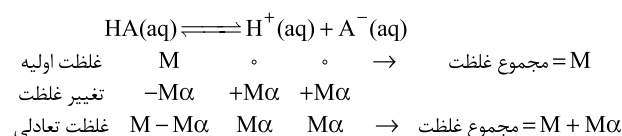
$$\frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]}{M} = \frac{M\alpha}{M} = \alpha$$

استیک اسید، اسید ضعیف بوده و درجه یونش (α) آن عددی کوچک‌تر از یک است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

۸۲. گزینه ۱ صحیح است.

تغییرات غلظت گونه‌ها در یونش اسید HA در آب به صورت زیر است:





۸۸. گزینه ۴ صحیح است.

عبارت‌های (ا) و (ب) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(ا) نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\left. \begin{aligned} [\text{NH}_4^+] &= [\text{OH}^-] = M\alpha = 0.5 \times 10^{-2} = 5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \\ [\text{H}_3\text{O}^+] &= \frac{10^{-14}}{[\text{OH}^-]} = \frac{10^{-14}}{5 \times 10^{-3}} = 2 \times 10^{-12} \text{ mol.L}^{-1} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{[\text{NH}_4^+]}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = \frac{5 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-12}} = 2.5 \times 10^{11}$$

(ب) pH محلول مولار پتاس سوزآور برابر ۱۴ است و از این رو تفاوت pH آن با محلول لوله بازکن (حاوی NaOH با pH = ۱۳/۴) نسبت به محلول شیشه پاک‌کن (حاوی NH₃ با pH = ۱۰/۷) کمتر است.

(پ) [OH⁻] در محلول AOH بیشتر بوده و در نتیجه این باز نسبت به BOH قوی‌تر بوده و K_b بزرگ‌تری دارد.

(ت) ترکیب موردنظر جوش شیرین (NaHCO₃) است که در هر واحد فرمولی آنیون آن (HCO₃⁻)، ۵ اتم وجود دارد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۸، ۲۹ و ۳۲)

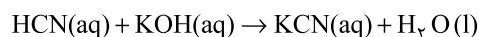
۸۹. گزینه ۴ صحیح است.

اگر غلظت اولیه اسید را برابر M مولار در نظر بگیریم، غلظت مولکول‌های یونیده نشده اسید در محلول (نمودار بالایی) برابر M - Mα بوده و غلظت یون‌های هیدرونیوم تولیدی (نمودار پایینی) برابر Mα است و با توجه به نمودار داریم:

$$(M - M\alpha) - M\alpha = 0.18 \Rightarrow M - 2M\alpha = 0.18$$

$$\Rightarrow M(1 - 2(0.05)) = 0.18 \Rightarrow M = 0.2 \text{ mol.L}^{-1}$$

معادله واکنش خنثی شدن HCN و KOH به صورت زیر است:



جرم KOH مورد نیاز برابر است با:

$$? \text{ gKOH} = 0.5 \text{ L} \times \frac{0.2 \text{ molHCN}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol KOH}}{1 \text{ molHCN}}$$

$$\times \frac{56 \text{ gKOH}}{1 \text{ molKOH}} = 5.6 \text{ g}$$

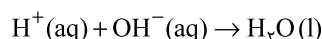
(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۹۰. گزینه ۳ صحیح است.

گل ادریسی در خاک بازی به رنگ سرخ شکوفا می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) معادله واکنش خنثی شدن اسید و باز به صورت زیر است:



(۲) یک مول HCl و یک مول NaOH با یکدیگر خنثی شده و یک مول HCl در محلول باقی می‌ماند.

(۴) شیر منیزی یکی از رایج‌ترین ضد اسیدها است که شامل Mg(OH)₂ است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲ و ۳۴)

با توجه به اینکه K_a اسید از ۱۰^{-۴} کوچک‌تر است، داریم:

$$K_a = \frac{[\text{H}^+]}{M} \Rightarrow 2.5 \times 10^{-6} = \frac{(10^{-5})^2}{M} \Rightarrow M = 4 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$$

پس جرم اسید مورد نیاز برابر است با:

$$? \text{ mgHC} = 1 \text{ L} \times \frac{4 \times 10^{-5} \text{ molHC}}{1 \text{ L}} \times \frac{74 \text{ gHC}}{1 \text{ molHC}}$$

$$\times \frac{10^3 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 2.96 \text{ mg}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۲، ۲۳، ۲۶ و ۲۷)

۸۶. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به اطلاعات داده شده، غلظت یون هیدروکسید در محلول این باز برابر است با:

$$[\text{OH}^-] = M\alpha = 0.4 \times 0.2 = 8 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

پس [H⁺] و pH محلول این باز برابر است با:

$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{H}^+] = \frac{10^{-14}}{8 \times 10^{-3}} = \frac{10^{-14}}{8 \times 10^{-3}}$$

$$= \frac{1}{8} \times 10^{-11} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log \frac{1}{8} \times 10^{-11} = -(\log 2^{-3} + \log 10^{-11})$$

$$= -(-3(0.3) - 11) = 11.9$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۸)

۸۷. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا با توجه به مقدار اولیه و نهایی pH، شمار مول‌های H⁺ موجود در محلول را در هر یک از این دو حالت حساب می‌کنیم:

$$\text{pH}_1 = 3 \Rightarrow [\text{H}^+]_1 = 10^{-\text{pH}_1} = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow [\text{H}^+]_1 = \frac{n_1}{V_1} \Rightarrow n_1 = 0.5 \times 10^{-3} = 5 \times 10^{-4} \text{ molH}^+$$

$$\text{pH}_2 = 2/3 \Rightarrow [\text{H}^+]_2 = 10^{-\text{pH}_2} = 10^{-2/3} = 10^{-3} \times 10^{1/3}$$

$$= 5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \Rightarrow [\text{H}^+]_2 = \frac{n_2}{V}$$

$$\Rightarrow n_2 = 0.5 \times 5 \times 10^{-3} = 2.5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

پس شمار مول‌های H⁺ اضافه شده به محلول برابر است با:

$$\text{شمار مول H}^+ \text{ اضافه شده} = n_2 - n_1 = 2.5 \times 10^{-3} - 5 \times 10^{-4}$$

$$= 2 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

شمار مول HCl اضافه شده به محلول نیز برابر با ۲ × ۱۰^{-۳} مول بوده و سرعت ورود آن به محلول برابر است با:

$$\bar{R}_{\text{HCl}} = \frac{\text{حجم گاز HCl ورودی}}{\Delta t}$$

$$= \frac{2 \times 10^{-3} \text{ mol} \times \frac{22.4 \times 10^3 \text{ mL}}{1 \text{ mol}}}{\frac{4}{3} \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}} = 0.56 \text{ mL.s}^{-1}$$

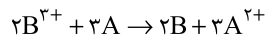
(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)



با توجه به ولتاژ تولیدی سلول، بازده آن برابر است با:

$$\%80 = \frac{0.24}{0.3} \times 100 = \frac{\text{مقدار ولتاژ تولیدی}}{\text{emf}} \times 100 = \text{بازده}$$

پس جرم فلز B تولیدی برابر است با:



$$?gB = \frac{0.6 \text{ mol A} \times \frac{2 \text{ mol B}}{3 \text{ mol A}} \times \frac{52gB}{1 \text{ mol B}} \times \frac{100}{100} = 16.64gB$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

۹۵. گزینه ۲ صحیح است.

شرایط استاندارد اندازه‌گیری پتانسیل نیم‌سلولها، دمای 25°C ، فشار 1 atm و غلظت یک مولار برای محلول‌های الکترولیت است.

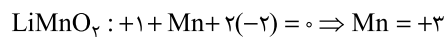
(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۷، ۴۹ و ۵۰)

۹۶. گزینه ۴ صحیح است.

عبارت‌های (ب) و (پ) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) کاهنده‌ترین فلز جدول تناوبی، لیتیم است.



(ب) A^{+} می‌تواند گونه C^{2+} را اکسید کند.

(پ) هنگامی که تلفن یا رایانه همراه روشن است، باتری موجود در آن نقش سلول گالوانی را دارد.

(ت) اکسندترین عنصر جدول دوره‌ای، فلوئور است که عدد اکسایش آن در تمام ترکیب‌هایش برابر -1 است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۷، ۴۹، ۵۱، ۵۲ و ۶۳ تا ۶۵)

۹۷. گزینه ۴ صحیح است.

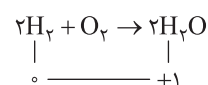
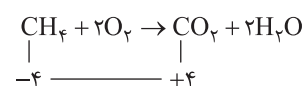
عبارت بیان‌شده در گزینه ۴ برخلاف سایر گزینه‌ها نادرست است. معادله نیم‌واکنش کاهش انجام‌شده در سلول سوختی هیدروژن -

اکسیژن به صورت $2H_2O(l) + 4e^{-} \rightarrow 4H^{+}(aq) + O_2(g)$ است که در آن یون‌های H^{+} و الکترون‌ها با نسبت مولی برابر حضور دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) سوزاندن گاز هیدروژن در موتور درون‌سوز، بازدهی نزدیک به 20% درصد دارد، در حالی که اکسایش آن در سلول سوختی بازده را تا سه برابر (60% درصد) افزایش می‌دهد.

(۲) هر مول CH_4 به اندازه ۸ واحد اکسایش یافته در حالی که هر مول H_2 ، دو واحد اکسایش می‌یابد.



(۳) رایج‌ترین سلول سوختی، سلول هیدروژن - اکسیژن است که فرآورده نهایی آن (H_2O) در قسمت کاتدی سلول تشکیل می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۳)

۹۱. گزینه ۳ صحیح است.

باتری‌ها، سلول سوختی و سوخت آنها جزء قلمرو تأمین انرژی و همچنین برق‌کافت و آبکاری جزء قلمرو تولید مواد در الکتروشیمی هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) درست

(۲) باتری مورد استفاده در چراغ خورشیدی قابل شارژ است.

(۴) برای نمونه با یک تیغه مسی و تیغه‌ای دیگر مانند روی و میوه‌ای مانند لیمو می‌توان نوعی باتری ساخت.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۹۲. گزینه ۱ صحیح است.

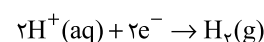
عبارت‌های (آ) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) گونه کاهنده در این واکنش فلز Mg است که هر مول آن با از دست دادن ۲ مول الکترون به Mg^{2+} تبدیل می‌شود.

(ب) با توجه به معادله واکنش می‌توان دریافت که قدرت کاهندگی Zn از V^{2+} بیشتر است.

(پ) نیم‌واکنش کاهش انجام‌شده در این فرایند به صورت:



است که در آن به‌ازای مصرف هر مول گونه اکسند (H^{+}) ، یک مول الکترون مبادله می‌شود، در حالی که در نیم‌واکنش اکسایش یون Zn^{2+} تولید می‌شود.

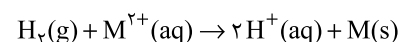
(ت) فلز A نسبت به فلز B کاهنده‌تر بوده و از این‌رو E° منفی‌تری دارد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴ و ۴۷)

۹۳. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به جهت حرکت الکترون‌ها در شکل، نیم‌سلول SHE، آند و نیم‌سلول M، کاتد است.

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



با توجه به آن، شیب تغییرات غلظت یون H^{+} باید دو برابر یون M^{2+} باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) کاتیون‌ها با گذر از دیواره متخلخل به سمت کاتد می‌روند.

(۲) در آند این سلول، گاز H_2 اکسایش می‌یابد.

(۴) آنیون‌ها به طرف آند حرکت می‌کنند در حالی که جهت حرکت الکترون‌ها به سمت کاتد است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

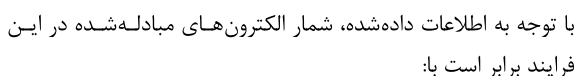
۹۴. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به معادله نیم‌واکنش‌های داده‌شده، نیم‌سلول‌های A و B به ترتیب نقش آند و کاتد سلول را داشته و مقدار emf سلول برابر است با:

$$\text{emf} = E^{\circ} \text{ کاتد} - E^{\circ} \text{ آند} = -0.82 - (-1.12) = 0.30$$

۱۰۱. گزینه ۴ صحیح است.

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



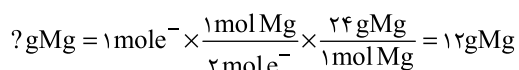
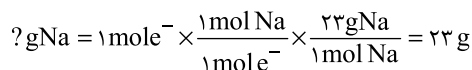
$$\times \frac{9.0 \times 10^{23} e}{1 \text{ mole } e^-} = 4.19 \times 10^{23} e$$

۱۰۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$\gamma \text{NaCl(l)} \rightarrow \gamma \text{Na(l)} + \text{Cl}_{\gamma} \text{(g)}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) با توجه به معادله نیم‌واکنش کاهش انجام‌شده، جرم فلز تولیدی در هر حالت برابر است با:



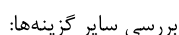
پس تفاوت جرم فلزهای تولیدی برابر با $11g(12-23)$ است.

۴) افزودن مقداری CaCl_2 به NaCl ، دمای ذوب آن را کاهش می‌دهد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۱۰۳. گزینه ۴ صحیح است.

صرف نظر از فلز M معادله نیم واکنش کاهش در این فرایند به صورت زیر است که در آن به ازای مصرف هر مول گونه اکسندۀ (O_۲), چهار مول یون چند اتمی (OH⁻) تولید می شود:



(۱) در این صورت یون X^{2+} همان یون Zn^{2+} است.

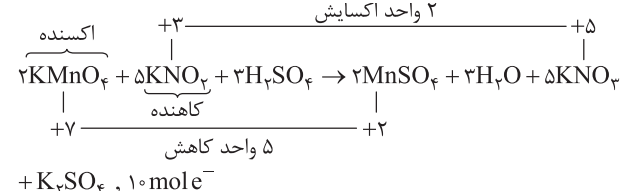
۲) قوطی‌هایی از جنس حلبی در اثر خراش زودتر و آسان‌تر دچار خوردگی می‌شوند.

۳) در این صورت فلز M از فلز Fe کاهنده تر بوده و در نیم واکنش اکسایش شرکت می کند.

(شیمی، دوازدهم، صفحه‌های ۵۱ و ۵۹)

۹۹. گزینه ۳ صحیح است.

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



بررسی گزینه‌ها:

(۱) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادله موازنه‌شده واکنش برابر ۲۱ است در حالی که تغییر عدد اکسایش هر مول گونه اکسندۀ برابر ۵ واحد است.

(۲) عدد اکسایش گوگرد در H_2SO_4 برابر +۶ بوده و مجموع عدد اکسایش اتم‌های گوگرد در واکنش دهنده برابر ۱۸ است. در حالی که مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در C_8H_{18} برابر -۱۸ است.

(۳) دامنه تغییرات عدد اکسایش اتم کربن از -۴ تا $+۴$ است و در نتیجه اتم کربن با عدد اکسایش $+۳$ می‌تواند نقش اکسنده و یا کاهنده داشته باشد.

(۴)

$$? \text{ mol} = 0.1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4 \times \frac{1 \text{ mole}^-}{2 \text{ mol H}_2\text{SO}_4} = 0.05 \text{ mole}^-$$

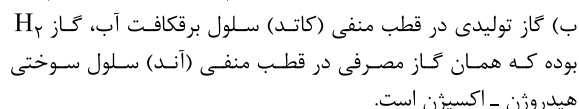
(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۱۰۰. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت‌های (ب) و (ت) درست هستند.

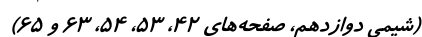
بررسی عبارت ها:

(آ) معادله نیم واکنش کاهش انجام شده در هر دو فرایند به صورت زیر است:



پ) گونه‌های اکسند و کاهنده در این باتری‌ها به ترتیب Ag_2O و Zn است.

(ت) معادله نیم‌واکنش کاهش انجام‌شده به صورت زیر است:





۱۰۴. گزینه ۱ صحیح است.

فلز X در قطب مثبت سلول و در نقش آند اکسایش می‌یابد.
بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) محلول الکترولیت حاوی یون‌های X^{2+} است.

(۳) با گذشت زمان، غلظت محلول الکترولیت مصرفی ثابت باقی می‌ماند.

(۴) این فرایند غیر خودبه‌خودی بوده و در یک سلول الکترولیتی انجام می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۶۰ و ۶۱)

۱۰۵. گزینه ۱ صحیح است.

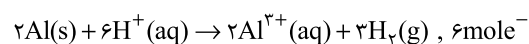
قسمت اول: معادله موازنه شده انجام شده در فرایند هال به صورت زیر است:



شمار مول‌های فلز Al تولیدی در این فرایند برابر است با:

$$? \text{ mol Al} = 3612 \times 10^{22} e \times \frac{1 \text{ mole}}{6.02 \times 10^{23} e} \times \frac{4 \text{ mol Al}}{12 \text{ mole}} = 0.2 \text{ mol Al}$$

از طرفی معادله واکنش فلز Al با یون‌های H^+ نیز به صورت زیر است:



شمار مول‌های H^+ مصرفی در اثر واکنش ۰/۱ مول فلز Al برابر است با:

$$\left. \begin{aligned} ? \text{ mol } H^+ &= 0.1 \text{ mol Al} \times \frac{6 \text{ mol } H^+}{2 \text{ mol Al}} = 0.3 \text{ mol } H^+ \\ \text{مول } H^+ \text{ اولیه} &= 0.5 \text{ L} \times \frac{1 \text{ mol } H^+}{1 \text{ L}} = 0.5 \text{ mol } H^+ \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \text{مول } H^+ \text{ باقیمانده} = 0.5 - 0.3 = 0.2 \text{ mol}$$

$$\Rightarrow [H^+] = \frac{n}{v} = \frac{0.2}{0.5} = 0.4 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{pH} = -\log[H^+] = -\log 4 \times 10^{-1}$$

$$= -(2 \log 2 + \log 10^{-1}) = -(0.6 - 1) = 0.4$$

با توجه به اینکه غلظت H^+ در محلول اولیه یک مولار بوده، pH اولیه محلول برابر صفر بوده و میزان تغییرات pH برابر ۰/۴ واحد است.

قسمت دوم: با توجه به قسمت قبل شمار مول H^+ باقیمانده در

محلول برابر ۰/۲ مول بوده و با مصرف ۰/۱ مول Al نیز ۰/۱ مول

Al^{3+} تولید می‌شود، پس داریم:

$$Al^{3+}, H^+ \text{ مجموع مول} = 0.1 + 0.2 = 0.3 \text{ mol}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۲ و ۴۱)