

استاد فرشید کریمی

◀ فارغ التحصیل دانشگاه فرهنگیان
◀ طراح و ویراستار آزمون های آزمایشی کشور
◀ مدرس رتبه ۶ کنکور ۱۴۰۲

📷 karimi_farshid_riazi

فصل ۱

۱- معادله درجه دوم $3x^2 - 19x - 4 = 0$ را با استفاده از روش مربع کامل به شکل $(x - b)^2 = a$ درآورده‌ایم. مقدار $\sqrt{a} + b$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ - خارج - پایه ۱۰ - فصل ۱)

- ۶ (۴) ۶٫۵ (۳) ۷ (۲) ۷٫۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$3x^2 - 19x - 4 = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{19}{3}x + \left(\frac{19}{6}\right)^2 = \frac{14}{3} + \left(\frac{19}{6}\right)^2$$

$$\left(x - \underbrace{\frac{19}{6}}_b\right)^2 = \frac{14 \times 12 + 19^2}{36} = \underbrace{\frac{529}{36}}_a \Rightarrow \sqrt{a} + b = \sqrt{a} + \frac{19}{6} = \frac{23}{6} + \frac{19}{6} = \frac{42}{6} = 7$$

۲- اگر $2 - a = \frac{1}{a}$ باشد، معادله $\frac{a}{x} = \frac{x+1}{x+a}$ دارای چند جواب است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ - خارج - پایه ۱۰ - فصل ۱)

- ۴ صفر (۴) ۱ (۳) ۷ (۲) ۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$2 - a = \frac{1}{a} \Rightarrow 2a - a^2 = 1 \Rightarrow -a^2 + 2a - 1 = 0$$

$$\text{ضرایب مجموع} = 0 \Rightarrow -1 + 2 - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{-1} = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{a}}{x} = \frac{x+1}{x+\frac{1}{a}} \Rightarrow \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow x = 1$$

۳- معادله درجه دوم $ax^2 + (2 - 3a)x - 18 = 0$ را با استفاده از روش مربع کامل به شکل $(x - 1/3)^2 = a$ درآورده‌ایم. مقدار \sqrt{b} کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ - تیر - پایه ۱۰ - فصل ۱)

- ۲٫۳ (۴) ۲٫۱ (۳) ۱٫۹ (۲) ۱٫۷ (۱)

$$(x - 1/3)^2 = b$$

$$x^2 - 2/6x + 1/69 = b \Rightarrow x^2 - 2/6x + 1/69 - b = 0$$

$$\xrightarrow{\times a} \Rightarrow ax^2 - 2/6ax + (1/69 - b)a = 0$$

از مقایسه با صورت سوال داریم:

$$-2/6a = 2 - 3a \Rightarrow 3a - 2/6a = 2 \Rightarrow 0.4a = 2 \Rightarrow a = \frac{20}{4} = 5$$

$$(1/69 - b)5 = -18 \Rightarrow 1/69 - b = -\frac{18}{5} \times \frac{2}{2} \Rightarrow 1/69 - b = -3/6 \Rightarrow b = +1/69 + 3/6$$

$$= 5/29 \Rightarrow \sqrt{b} = \sqrt{\frac{529}{100}} = 2/3$$

ع-۴ اگر $\frac{6-a}{3} = \frac{3}{a}$ باشد، معادله $\frac{a}{x} = \frac{x+1}{x+a}$ دارای چند جواب است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۱)

۳ (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (صفر)

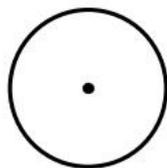
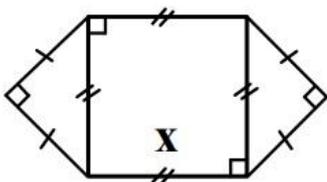
$$\frac{6-a}{3} = \frac{3}{a} \Rightarrow a = 3 \Rightarrow \frac{3}{x} = \frac{x+1}{x+3} \Rightarrow 3x+9 = x^2+x \Rightarrow x^2-2x-9=0$$

$$\Delta' = 1 - (-9) = 10, \Delta' > 0$$

پس معادله دو جواب دارد.

۵- اگر شعاع دایره شکل زیر برابر $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}x$ و مجموع مساحت‌های دو شکل برابر ۱۶ باشد، محیط دایره کدام است؟ (کنکور

۱۴۰۴ انسانی اردیبهشت - پایه ۱۰ - فصل ۱)



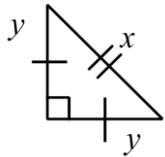
$$\sqrt{\pi} (1)$$

$$2\sqrt{\pi} (2)$$

پاسخ: گزینه ۴

$$S_{\text{کل}} = S_{\text{مربع}} + S_{\text{دایره}} + ۲ \times S_{\text{مثلث}}$$

$$S_{\text{دایره}} = \pi r^2 = \pi \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right)^2 = \pi \frac{1}{2\pi} x^2 = \frac{x^2}{2}$$



فیثاغورث

$$\rightarrow x^2 = 2y^2 \Rightarrow y^2 = \frac{x^2}{2}$$

$$S_{\text{مربع}} = x^2$$

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} y^2 \rightarrow S = \frac{x^2}{4}$$

$$\rightarrow \text{کل } S = \frac{x^2}{2} + x^2 + 2 \frac{x^2}{4} = \frac{x^2}{2} + x^2 + \frac{x^2}{2} \Rightarrow 2x^2 = 16 \Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow x = \sqrt{8}$$

$$S_{\text{دایره}} = 2\pi r = 2\pi \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times \sqrt{8} \right) = 4\sqrt{\pi}$$

۶- مجموع معکوس دو مضرب متوالی عدد ۵ برابر $\frac{1}{6}$ است. اگر مجموع آن دو عدد باشد، مجموع ارقام a کدام است؟ (کنکور ۱۴۰۴ انسانی اردیبهشت - پایه ۱۰ - فصل ۱)

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$x, x + 5 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x + 5} = \frac{1}{6}$$

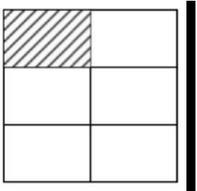
$$\frac{2x + 5}{x(x + 5)} = \frac{1}{6} \Rightarrow x^2 + 5x = 12x + 30 \Rightarrow x^2 - 7x - 30 = 0 \Rightarrow (x - 10)(x + 3) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 10 & \text{قابل قبول} \\ x = -3 & \text{غیر قابل قبول} \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 10 \\ x + 5 = 15 \end{array} \right\} a = 10 + 15 = 25 \Rightarrow 2 + 5 = 7$$

۷- در شکل زیر از کنار هم قرار گرفتن ۶ مستطیل یکسان یک مربع ساخته شده است. اگر مساحت هر مستطیل از $\frac{1}{3}$ مساحت مربع ۶ واحد کمتر باشد، اختلاف طول و عرض کوچکترین مستطیل کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ خارج-)

پایه ۱۰ - فصل ۱)



۱ (۱) ۲ (۲)

۱٫۵ (۳) ۲٫۵ (۴)

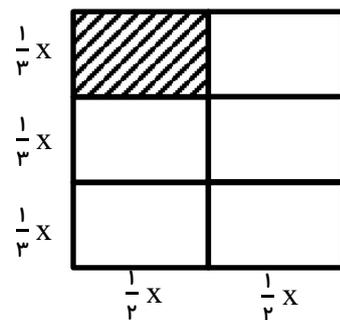
پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{1}{3} S - 6$$

$$\frac{1}{2}x \cdot \frac{1}{3}x = \frac{1}{3}x^2 - 6 \Rightarrow \frac{1}{6}x^2 - \frac{1 \times 2}{3 \times 2}x^2 = -6 \Rightarrow \frac{-1}{6}x^2 = -6$$

$$\Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

$$\text{اختلاف طول و عرض کوچکترین مستطیل} : \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x = \frac{1}{6}x = \frac{1}{6}(6) = 1$$



$S =$ مستطیل

۸- هر دو ریشه معادله $a^2 + (1 - a)x + 1 - 2a = 0$ منفی هستند. a کدام مقدار زیر می تواند باشد؟ (کنکور انسانی)

۱۴۰۳ خارج- پایه ۱۰ - فصل ۱)

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$a + c = b \rightarrow a + (1 - 2a) = 1 - a \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{-c}{a} = -\frac{1 - 2a}{a} = \frac{2a - 1}{a} < . \end{cases}$$

$$\frac{(2a-1)}{a} > \frac{1}{2} \text{ : گزینه ۱} \Rightarrow \frac{2(\frac{1}{2})-1}{\frac{1}{2}} = \frac{1-1}{\frac{1}{2}} = \frac{0}{\frac{1}{2}} = 0 > \frac{1}{2}$$

$$\frac{(2a-1)}{a} > \frac{1}{2} \text{ : گزینه ۲} \Rightarrow \frac{2(\frac{5}{6})-1}{\frac{5}{6}} = \frac{1-1}{\frac{5}{6}} = \frac{0}{\frac{5}{6}} = 0 > \frac{1}{2}$$

$$\text{گزینه ۳: } \frac{2\left(\frac{-3}{2}\right)-1}{\frac{-3}{2}} = \frac{-6-1}{-3} = \frac{-7}{-3} = \frac{7}{3}$$

$$\text{گزینه ۴: } \frac{2\left(\frac{1}{4}\right)-1}{\frac{1}{4}} = \frac{\left(\frac{2}{4}-1\right)}{\frac{1}{4}} = \frac{-\frac{2}{4}}{\frac{1}{4}} = -2 < 0$$

۹- معادله $\frac{x^2-5x}{x^2-4} - 3 = \frac{x+3}{2-x}$ دارای چند جواب است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ خارج- پایه ۱۰ - فصل ۱)

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

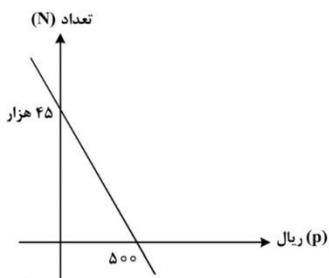
$$\frac{x^2-5x}{x^2-4} - 3 = \frac{x+3}{2-x} \Rightarrow \frac{x(x-5)}{(x-2)(x+2)} - \frac{3(x^2-4)}{(x-2)(x+2)} - \frac{(x+3)(x+2)}{(x-2)(x+2)} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x - 3x^2 + 12 - x^2 - 5x - 6 = 0 \Rightarrow -3x^2 - 10x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 10x - 6 = 0 \Rightarrow \Delta' = 25 - (3)(-6) = 25 + 18 = 43 > 0 \quad \text{جواب دارد ۲}$$

۱۰- نمودار زیر، تعداد فروش یک کالا توسط یک بنگاه اقتصادی را با توجه به قیمت آن نشان می‌دهد. اگر هزینه تولید هر واحد از این کالا ۲۰ ریال و هزینه اولیه ۴۵ هزار ریال باشد، بنگاه برای به دست آوردن بیشترین سود، این کالا را باید چند ریال بفروشد؟ (کنکور

انسانی ۱۴۰۳ خارج- پایه ۱۰ - فصل ۱)



۲۹۰ (۱) ۲۰ (۲)

۲۶۰ (۳) ۲۴۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

تعداد کالا: N هزینه: $20N + 45000$

$$\text{شیب خط: } \frac{-45000}{500} = -90$$

$$\text{قیمت: } N = -90P + 45000 \Rightarrow P = \frac{N - 45000}{-90} = \frac{-1}{90}N + 1500$$

$$\text{درآمد: } N \cdot P = N \left(\frac{-1}{90}N + 1500 \right) = \frac{-1}{90}N^2 + 1500N$$

سود = درآمد - هزینه

$$\text{سود} = \frac{-1}{90}N^2 + 1500N - 20N - 45000$$

$$\text{سود} = \frac{-1}{90}N^2 + 1480N - 45000$$

بیشترین سود در راس سهمی اتفاق می‌افتد:

$$N = \frac{(-b)}{2a} = \frac{-\overbrace{48}^{24}}{2 \cdot \left(\frac{-1}{9}\right)} = 24 \cdot \text{ties } 9 = 216$$

$$\text{قیمت } P = \frac{-1}{9} \times 216 + 50 = -24 + 50 = 26$$

۱۱- در شکل زیر مستطیل بزرگ از ۳ مربع یکسان تشکیل شده است. اگر مساحت مستطیل بزرگ از $\frac{2}{3}$ مساحت یکی از مربعها ۱۴ واحد بیشتر باشد، اختلاف طول و عرض مستطیل بزرگ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ تیر- پایه ۱۰ -

فصل ۱)



$$\sqrt{6} \quad (2)$$

$$2\sqrt{6} \quad (1)$$

$$\sqrt{3} \quad (4)$$

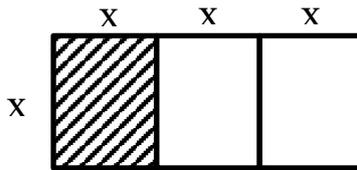
$$2\sqrt{3} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

$$\text{مستطیل بزرگ } S = (3x)(x) = 3x^2$$

$$\text{مربع } S = x^2$$

$$\text{مستطیل بزرگ } S = \frac{2}{3} S + 14$$



$$3x^2 = \frac{2}{3}x^2 + 14 \Rightarrow 3x^2 - \frac{2}{3}x^2 = 14 \Rightarrow \frac{9x^2 - 2x^2}{3} = 14 \Rightarrow \frac{7x^2}{3} = 14 \Rightarrow x^2 = 6 \Rightarrow x = \sqrt{6}$$

عرض مستطیل $\sqrt{6}$

$$3\sqrt{6} = 3x = \text{طول مستطیل}$$

$$3\sqrt{6} - \sqrt{6} = 2\sqrt{6} \quad \text{اختلاف طول و عرض مستطیل}$$

۱۲- هر دو ریشه معادله $(2a+1)x^2 - 4ax + 2a-1 = 0$ مثبت هستند. a کدام مقدار زیر می تواند باشد؟ (کنکور

انسانی ۱۴۰۳ تیر- پایه ۱۰ - فصل ۱)

$$\frac{3}{8} \quad (4)$$

$$-\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$-\frac{3}{10} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

$$\text{مجموع ضرایب: } 2a+1 - 4a + 2a-1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2a-1}{2a+1} > 0 \end{cases}$$

$$\text{گزینه ۱} \rightarrow a = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{2a-1}{2a+1} = \frac{\frac{1}{2}-1}{\frac{1}{2}+1} = \frac{\left(\frac{-1}{2}\right)}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3} < .$$

$$\text{گزینه ۲} \rightarrow a = \frac{-3}{10} \rightarrow \frac{\frac{-3}{5}-1}{\frac{-3}{5}+1} = \frac{\frac{-8}{5}}{\frac{2}{5}} = -4 < .$$

$$\text{گزینه ۳} \rightarrow a = \frac{-2}{3} \rightarrow \frac{2\left(\frac{-2}{3}\right)-1}{2\left(\frac{-2}{3}\right)+1} = \frac{\frac{-4}{3}-1}{\frac{-4}{3}+1} = \frac{\frac{-7}{3}}{\frac{-1}{3}} = 7 > .$$

$$\text{گزینه ۴} \rightarrow a = \frac{3}{8} \rightarrow \frac{2\left(\frac{3}{8}\right)-1}{2\left(\frac{3}{8}\right)+1} = \frac{\frac{3}{4}-1}{\frac{3}{4}+1} = \frac{\frac{-1}{4}}{\frac{7}{4}} = \frac{-1}{7} < .$$

۱۳- معادله $\frac{x^2-2x+3}{x^2-2x} - 1 = \frac{x}{x-2}$ دارای چند جواب منفی است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۱)

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

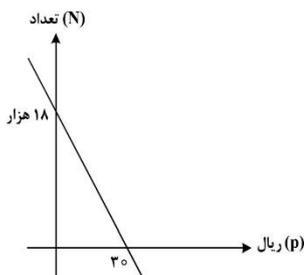
پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{aligned} \frac{x^2-2x+3}{x^2-2x} - 1 &= \frac{x}{x-2} \\ \Rightarrow \frac{x^2-2x+3}{x(x-2)} &= \frac{x}{(x-2) \times x} + \frac{1 \times (x^2-x)}{1 \times (x^2-x)} \Rightarrow \frac{x^2-2x+3}{x(x-2)} = \frac{x^2+x^2-2x}{x(x-2)} \\ \Rightarrow x^2-2x+3 &= 2x^2-2x \Rightarrow x^2=3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3} \end{aligned}$$

یک جواب منفی قابل قبول دارد.

۱۴- نمودار زیر، تعداد فروش یک کالا توسط یک بنگاه اقتصادی را با توجه به قیمت آن نشان می‌دهد. اگر هزینه تولید هر واحد از این کالا ۲۵ ریال و هزینه اولیه ۱۸ هزار ریال باشد، بنگاه این کالا را با چه قیمتی بفروشد تا بیشترین سود را به دست

آورد؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۱)



۲۷,۵ (۴)

۳۰ (۳)

۳۲,۵ (۲)

۳۵ (۱)

N: تعداد کالا هزینه متغیر + هزینه اولیه = هزینه کل

$$C(N) = 18000 + 25N$$

$$N \text{ شیب} = -\frac{18000}{30} = -600 \Rightarrow N = -600P + 18000$$

$$-600P = N - 18000 \Rightarrow P = \frac{N - 18000}{-600} = \frac{-1}{600}N + 30 \quad \text{قیمت}$$

$$R(N) = N \cdot P = \left(\frac{-1}{600}N + 30\right)N = \frac{-1}{600}N^2 + 30N$$

P(N) = هزینه - درآمد

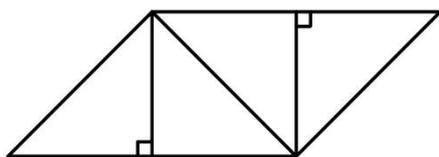
$$\frac{-1}{600}N^2 + 30N - 18000 - 25N = \frac{-1}{600}N^2 + 5N - 18000$$

$$N = \frac{-b}{2a} = \frac{-5}{2 \left(\frac{-1}{600}\right)} = 5 \times 300 = 1500$$

$$\text{قیمت: } \frac{-1}{600} \left(\frac{1500}{2}\right) + 30 = \frac{-5}{2} + 30 = \frac{55}{2} = 27.5$$

۱۵- در شکل زیر که از کنار هم قرار گرفتن ۴ مثلث یکسان تشکیل شده است، مساحت متوازی الاضلاع از مساحت هر مثلث قائم الزاویه ۳ واحد بیشتر است. اندازه قطر مربع کدام است؟ (کنکور انسانی)

۱۴۰۳ اردیبهشت - پایه ۱۰ - فصل ۱



$$\sqrt{2} \quad (2) \quad 2 \quad (1)$$

$$\sqrt{3} \quad (4) \quad 3 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

$$S_{\text{متوازی الاضلاع}} = 4S_{\text{مثلث}}, S_{\text{متوازی الاضلاع}} = S_{\text{مثلث}} + 3$$

$$4S_{\text{مثلث}} = S_{\text{مثلث}} + 3 \Rightarrow 3S_{\text{مثلث}} = 3 \Rightarrow S_{\text{مثلث}} = 1 \Rightarrow S_{\text{مربع}} = 2S_{\text{مثلث}} = 2(1) = 2$$

$$S_{\text{مربع}} = (\text{یک ضلع})^2 \Rightarrow \text{ضلع مربع}^2 = 2 \Rightarrow \text{ضلع مربع} = \sqrt{2}$$

$$\text{قطر} = \text{ضلع مربع} \times \sqrt{2} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$$

۱۶- یک کیک را ابتدا بین افراد حاضر در یک مهمانی به طور مساوی تقسیم کردیم. سپس چهار نفر این مهمانی را ترک کردند و دوباره کیک به همان اندازه قبل را بین نفرات باقیمانده تقسیم کردیم که $\frac{1}{3}$ بیشتر از قبل به هر نفر رسید. اگر نصف

یک را بین نفرات ابتدایی تقسیم می‌کردیم به هر نفر چه سهمی از یک می‌رسید؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ اردیبهشت -

پایه ۱۰ - فصل ۱)

$$\frac{1}{24} \text{ (۴)} \quad \frac{1}{۱۲} \text{ (۳)} \quad \frac{1}{۱۶} \text{ (۲)} \quad \frac{1}{۶} \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۳

n = تعداد افراد

مرحله ۱ معکوس $n \rightarrow \frac{1}{n}$

مرحله ۲ $n - 4 \rightarrow \frac{1}{n-4}$

$$\rightarrow \frac{1}{n} + \frac{1}{3} = \frac{1}{n-4} \Rightarrow \frac{1}{n-4} - \frac{1}{n} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{n - n + 4}{n(n-4)}$$

$$= \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} n^2 - 4n = 12 \Rightarrow n^2 - 4n - 12 = 0 \Rightarrow (n-6)(n+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = \boxed{6} \\ n = -2 \text{ غیر قابل قبول} \end{cases} \rightarrow \frac{\text{نصف یک}}{6} = \frac{1}{12} = \frac{1}{24}$$

۱۷- اگر $P(x) = 200(x^2 - 540x + 112000)$ ، سود حاصل از فروش تعداد x کالای تولیدی یک شرکت باشد، این

شرکت با فروش چند کالا، نه سود و نه ضرر می‌کند؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ اردیبهشت - پایه ۱۰ - فصل ۱)

$$۱۴۰ \text{ (۴)} \quad ۱۶۰ \text{ (۳)} \quad ۷۰۰ \text{ (۲)} \quad ۸۰۰ \text{ (۱)}$$

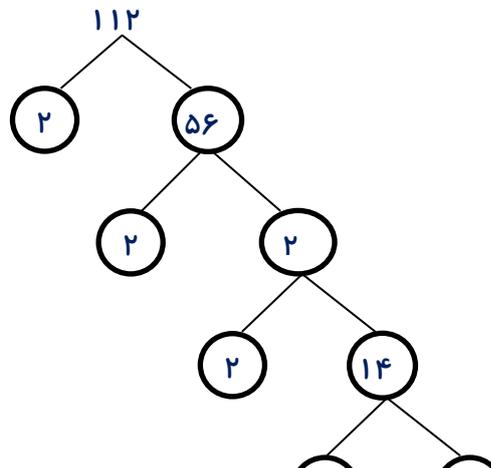
پاسخ: گزینه ۳

زمانی که نه سود و نه ضرر داریم که $p(x) = 0$

$$-x^2 - 540x + 112000 = 0 \xrightarrow{\times -1} x^2 + 540x - 112000 = 0 \Rightarrow (x + 700)(x - 160) = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = -700 \text{ قبول قابل غیز} \\ x = 160 \text{ قبول قابل} \end{cases}$$

$$7 \times 16$$



۱۸- حسن و امیر در شهر A ساکن هستند. حسن برای رفتن به شهر B، ابتدا ۱۵ کیلومتر در جهت جنوب و سپس ۱۵ کیلومتر در جهت شرق می‌پیماید. امیر برای رفتن به شهر B در مسیر اول ۱۴ کیلومتر را در جهتی می‌پیماید که با طی کردن a کیلومتر در مسیر دوم و عمود بر مسیر اول به نقطه C برسد. نهایتاً با پیمایش ۷ کیلومتری عمود بر مسیر دوم به شهر B می‌رسد. در مجموع دو نفر کمترین مسافت را طی می‌کنند. کدام فرد و چند کیلومتر کمتر مسافت را برای رسیدن به شهر B طی می‌کند؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر خارج- پایه ۱۰- فصل ۱)

(۱) حسن، ۶ (۲) امیر، ۶

(۳) حسن، ۳ (۴) امیر، ۳

پاسخ: گزینه ۲

$$AB = 15\sqrt{2}$$

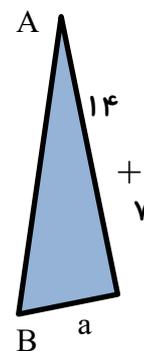
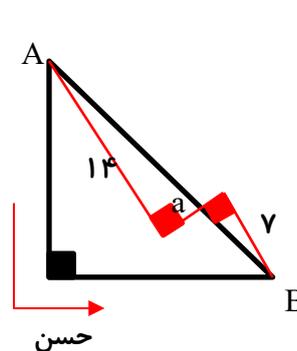
$$AB^2 = \left(\frac{21}{14+7} \right)^2 + a^2 = (15\sqrt{2})^2$$

$$\Rightarrow a^2 = 450 - 441 = 9 \Rightarrow a = 3$$

$$30 = \text{مسیر حسن}$$

$$14 + 3 + 7 = 24$$

۶ کیلومتر کمتر می‌پیماید



مسیر امیر
بنابراین امیر

۱۹- مثلی که رئوس آن مبدأ مختصات، نقطه‌ای با عرض C و نقطه‌ای با طول یکی از ریشه‌های معادله $-x^2 + 2x + c = 0$ روی محورهای مختصات باشد را در نظر بگیرید. اگر مساحت مثلث برابر c^2 باشد، مقدار c کدام است؟

(کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر خارج- پایه ۱۰- فصل ۱)

(۴) ۱/۲۵

(۳) ۱/۲

(۲) ۰/۸

(۱) ۰/۷۵

پاسخ: گزینه ۴

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{|c| \times |x|}{2} = c^2 \Rightarrow |x| = 2|c| \rightarrow \begin{cases} x = 2c \\ x = -2c \end{cases}$$

$$-x^2 + 2x + c = 0$$

$$\xrightarrow{x=2c} -4c^2 + 4c + c = 0 \Rightarrow -4c^2 = -5c \Rightarrow c = \frac{5}{4} = 1/25$$

$$\xrightarrow{x=-2c} -4c^2 - 4c + c = 0 \Rightarrow -4c^2 = 3c \Rightarrow c = \frac{-3}{4} = -0/75$$

با توجه به گزینه‌های موجود، $c = 1/25$ است.

۲۰- دو شیر A و B به یک استخر متصل هستند. شیر A، ۱۵ ساعت دیرتر از شیر B استخر را پر می‌کند. اگر دو شیر باز باشند، استخر در ۴ ساعت پر می‌شود. چند شیر از نوع A به استخر اضافه کنیم تا وقتی همه شیرها به طور همزمان باز باشند، استخر در یک ساعت پر شود؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر خارج - پایه ۱۰ - فصل ۱) **ظاهره گزینه صحیح برای سوال ۹ بین گزینه ها نیست**

۱۲ (۱) ۱۴ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴)

پاسخ: گزینه صحیح موجود نیست

$$A: t + 15 \rightarrow \frac{1}{t+15}$$

$$B: t \rightarrow \frac{1}{t} \rightarrow \frac{1}{t+15} + \frac{1}{t} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{2t+15}{t(t+15)} = \frac{1}{4} \rightarrow 8t+60 = t^2+15t \Rightarrow t^2+7t-60$$

$$A, B: 4 \rightarrow \frac{1}{4}$$

$$= 0 \Rightarrow (t+12)(t-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -12 \text{ غیر قابل قبول} \\ t = 5 \end{cases}$$

$$A: \rightarrow 5 + 15 = 20$$

$$B: 5$$

$$A, B: 1 \quad \frac{1}{20} + \frac{1}{20}m + \frac{1}{5} = 1 \Rightarrow \frac{1}{20}m = \frac{4}{5} - \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{1}{20}m = \frac{15}{20} \Rightarrow m = 15$$

۲۱- دو نفر می‌خواهند زمینی به شکل مستطیل را به دو قسمت مساوی تقسیم کرده و حصار کشی کنند، به طوری که یک حصار بین دو قسمت مشترک باشد. اگر کمترین طول حصار کشی ۲۱۰ متر باشد، ضابطه جبری مساحت زمین کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر خارج - پایه ۱۰ - فصل ۱)

$$S(x) = 210x - \frac{1}{4}x^2 \text{ و } 0 < x < 105 \quad (2) \quad S(x) = 210x - \frac{1}{4}x^2 \text{ و } 0 < x < 70 \quad (1)$$

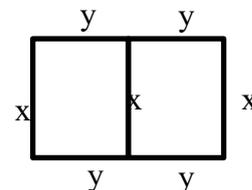
$$S(x) = 105x - \frac{3}{4}x^2 \text{ و } 0 < x < 105 \quad (4) \quad S(x) = 105x - \frac{3}{4}x^2 \text{ و } 0 < x < 70 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

$$4y = 3x = 210 \Rightarrow 2y = \frac{210-3x}{2}$$

$$S = x(2y) = x\left(\frac{210-3x}{2}\right) = \frac{-3}{2}x^2 + 105x$$

$$\rightarrow 0 < x, 210 - 3x > 0 \Rightarrow x < \frac{210}{3} = 70 \Rightarrow 0 < x < 70$$



۲۲- رضا و علی به ترتیب در دو شهر A و B ساکن هستند. رضا برای رفتن به شهر B در مسیر اول، ۱۴ کیلومتر را در جهتی می‌پیماید که با طی کردن ۷ کیلومتر در مسیر دوم و عمود بر مسیر اول به نقطه C برسد. نهایتاً با پیمایش ۹ کیلومتری عمود بر مسیر دوم به شهر B می‌رسد. علی برای رفتن به شهر A تصمیم دارد ابتدا a کیلومتر به سمت شمال و به همان اندازه به سمت غرب پیماید. در مجموع دو نفر کمترین مسافت را طی می‌کنند. مقدار a کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر- پایه ۱۰ - فصل ۱)

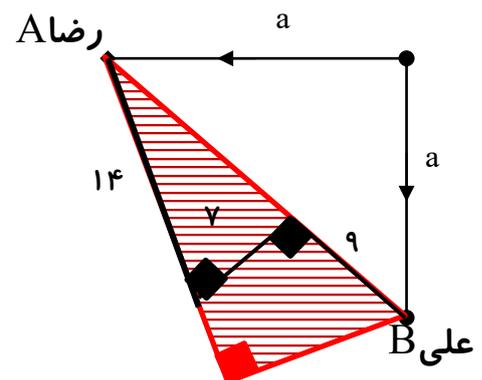
- ۱۵ (۱) ۱۷ (۲) ۲۱ (۳) ۲۳ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$AB^2 = 7^2 + \left(\frac{14+9}{2}\right)^2 = 578 \rightarrow AB = \sqrt{578}$$

$$= \sqrt{17^2 \times 2} = 17\sqrt{2}$$

$$a\sqrt{2} = 17\sqrt{2} \Rightarrow a = 17$$



۲۳- مثلثی که رئوس آن مبدأ مختصات، نقطه‌ای با عرض c و نقطه‌ای با طول یکی از ریشه‌های معادله

$$x^2 + 5x + c = 0$$

روی محورهای مختصات باشد را در نظر بگیرید. اگر مساحت مثلث برابر c^2 باشد، مقدار c کدام

است؟ ($c \neq 0$) (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر- پایه ۱۰ - فصل ۱)

- ۱,۷۵ (۱) ۲,۷۵ (۲) -۱,۷۵ (۳) -۲,۷۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{|c| \times |x|}{2} = c^2 \Rightarrow |x| = 2|c| \rightarrow \begin{cases} x = 2c \\ x = -2c \end{cases}$$

$$x^2 + 5x + c = 0$$

$$\xrightarrow{x=2c} 4c^2 + 10c + c = 0 \Rightarrow 4c^2 = -11c \Rightarrow c = -\frac{11}{4} = -2,75$$

$$\xrightarrow{x=-2c} 4c^2 - 10c + c = 0 \Rightarrow 4c^2 = 9c \Rightarrow c = \frac{9}{4} = 2,25$$

با توجه به گزینه‌ها، گزینه ۴ درست است.

۲۴- راننده یک خودرو باید مسیری ۲۰۰ کیلومتری را طی کند. اگر او سرعتش را ۲۰ کیلومتر بر ساعت کاهش دهد، ۵۰ دقیقه دیرتر به مقصد می‌رسد. نسبت سرعت اولیه خودرو به سرعت خودرو پس از کاهش کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲)

تیر- پایه ۱۰ - فصل ۱)

$$\frac{6}{5} (۴) \quad \frac{5}{4} (۳) \quad \frac{4}{3} (۲) \quad \frac{3}{2} (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{ساعت } ۵۰' = \frac{5}{6}, \quad t_{\text{ثانویه}} = \frac{200}{V-20}, \quad t_{\text{اولیه}} = \frac{200}{V}$$

$$\left(\frac{200}{V-20} - \frac{200}{V} = \frac{5}{6} \right) \times 6V(V-20)$$

$$\Rightarrow 1200V - 1200(V-20) = 5(V^2 - 20V) \Rightarrow \cancel{1200V} - \cancel{1200V} + 24000 = 5V^2 - 100V$$

$$\Rightarrow 5V^2 - 100V - 24000 = 0 \xrightarrow{\div 5} V^2 - 20V - 4800 = 0 \Rightarrow (V+60)(V-80) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} V = -60 & \text{قبول غیر قابل} \\ V = 80 & \text{قبول قابل} \end{cases}$$

$$V_{\text{ثانویه}} = V - 20 = 80 - 20 = 60$$

$$\frac{V_{\text{اولیه}}}{V_{\text{ثانویه}}} = \frac{80}{60} = \frac{4}{3}$$

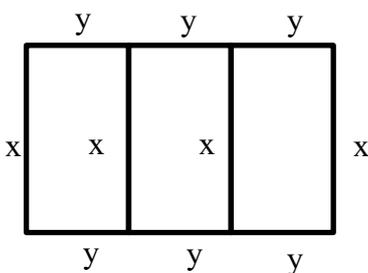
۲۵- سه نفر می‌خواهند زمین مستطیل شکلی را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده و حصارکشی کنند، به طوری که یک حصار مشترک بین دو قسمت کشیده شود. اگر کمترین حصارکشی ۱۹۰ متر باشد ضابطه جبری مساحت زمین کدام است؟

(کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر- پایه ۱۰ - فصل ۱)

$$S(x) = 190x - x^2 \text{ و } 0 < x < 95 \quad (۲) \quad S(x) = 95x - 2x^2 \text{ و } 0 < x < 47.5 \quad (۱)$$

$$S(x) = 190x - x^2 \text{ و } 0 < x < 47.5 \quad (۴) \quad S(x) = 95x - 2x^2 \text{ و } 0 < x < 95 \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۱



$$6y + 4x = 190 \xrightarrow{\div 2} 3y + 2x = 95 \Rightarrow 3y = 95 - 2x$$

$$S = x(3y) = x(95 - 2x) = -2x^2 + 95x$$

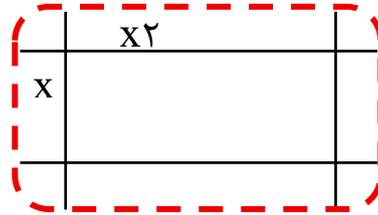
$$0 < x, 95 - 2x > 0 \Rightarrow 2x < 95 \Rightarrow x < 47.5 \Rightarrow$$

$$0 < x < 47.5$$

۲۶- می‌خواهیم دور تا دور باغچه‌ای به شکل مستطیل که طول آن، دو برابر عرض آن است را حصار بکشیم. به طوری که بازدیدکنندگان به یک متری باغچه نزدیک نشوند. اگر مساحت زمین محصور شده $1 + \frac{1}{18}\pi$ برابر بیشتر از مساحت باغچه باشد، طول باغچه چند متر است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ دی - پایه ۱۰ - فصل ۱)

۸ (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴)

پاسخ: گزینه ۲



$$S \text{ باغچه} = (2x)(x) = 2x^2$$

$$S \text{ زمین} = 2x^2 + \frac{2(2x \times 1)}{4x} + \frac{2(2x \times 1)}{2x} + \pi = 2x^2 + 6x + \pi$$

$$S \text{ زمین} = S \text{ باغچه} + 1 \left(1 + \frac{\pi}{18}\right)$$

$$2x^2 + 6x + \pi = 2x^2 + 2x^2 \left(1 + \frac{\pi}{18}\right)$$

حال گزینه‌ها را امتحان می‌کنیم، چون گزینه‌ها مقدار طول زمین است بایستی نصف آنها را در نظر بگیریم

$$1 \text{ گزینه } ۱ \quad 6(4) + \pi \neq 2(4)^2 \left(1 + \frac{\pi}{18}\right)$$

$$2 \text{ گزینه } ۲ \quad 6(3) + \pi = 2(3)^2 \left(1 + \frac{\pi}{18}\right)$$

۲۷- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 7x - 3 = 0$ باشد. حاصل $|\alpha + 2\beta| + |\alpha| - |\beta|$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ دی - پایه ۱۰ - فصل ۱)

۳β+۲α (۱) -۳β-۲α (۲) -β (۳) β (۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = -7, \quad \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = -3$$

بنابراین یک ریشه مثبت که خود سوال α در نظر گرفته و ریشه دیگر $\beta < 0$

$$|\alpha + 2\beta| + |\alpha| - |\beta| = \underbrace{|\alpha + \beta + \beta|}_{+} + \underbrace{|\alpha|}_{+} - \underbrace{|\beta|}_{-} = \alpha - \beta - \beta + \alpha + \beta = -\beta$$

۲۸- ضرایب معادله $2kx^2 - 4x - 4k - 5 = 0$ صحیح هستند. اگر به ازای مقدار k ، حاصل ضرب ریشه‌های این معادله دارای بیشترین مقدار باشد، مقدار Δ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ دی - پایه ۱۰ - فصل ۱)

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۲۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$P = \frac{c}{a} = \frac{-4k - 5}{2k} = -2 - \frac{5}{2k}$$

برای اینکه این مقدار ماکزیموم گردد، باتوجه به اینکه $2k$ عددی صحیح است، بایستی $2k$ عددی منفی باشد و چون در مخرج کسر است، بایستی کمترین مقدار قدر مطلق داشته باشد تا خود کسر بزرگ شود پس

$$k = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow 2k = -1$$

$$-x^2 - 4x - 3 = 0 \rightarrow \Delta = 16 - 4(-1)(-3) = 16 - 12 = 4$$

۲۹- تابع هزینه برای تولید تعداد x کالا از یک محصول، به صورت خطی است. به ازای هزینه‌های ۸۵۰ و ۱۰۰۰ تومانی به ترتیب ۲۰ و ۲۵ کالا تولید می‌شود. اگر شرکت هر کالا را ۵۵ تومان بفروشد، این شرکت، حداقل چه تعداد از این کالا را باید بفروشد تا سوددهی آغاز شود؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ دی - پایه ۱۰ - فصل ۱)

- ۹ (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$m = \frac{1000 - 850}{25 - 20} = \frac{150}{5} = 30$$

$$y - 1000 = 30(x - 25) \Rightarrow y = 30x - 750 + 1000 \Rightarrow y = 30x + 250$$

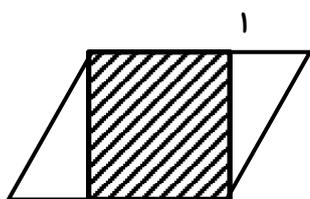
$$R(x) = 55x \quad P(x) = 0$$

$$\Rightarrow 30x + 250 = 55x \Rightarrow 25x = 250 \Rightarrow x = \frac{250}{25} = 10$$

بنابراین با حداقل ۱۱ کالا سوددهی آغاز می‌شود

۳۰- در شکل زیر، مساحت مربع هاشور خورده از $\frac{3}{4}$ مساحت یکی از مثلث‌ها به اندازه $\frac{27}{33}$ واحد مربع بیشتر است. اندازه

قاعده متوازی الاضلاع کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ خراج - پایه ۱۰ - فصل ۱)



- $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{9}{8}$ (۱)
 $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{17}{3}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

$$\Delta \text{مربع} = \frac{3}{4} \text{مثلث} + \frac{27}{32}$$

$$x^2 = \frac{3}{4} \left(\frac{1}{2} \times x \times 1 \right) + \frac{27}{32} \Rightarrow x^2 = \frac{3x \times 4}{8 \times 4} + \frac{27}{32} = \frac{12x + 27}{32} \Rightarrow 32x^2 = 12x + 27$$

$$\Rightarrow 32x^2 - 12x - 27 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 32 \\ b' = -6 \rightarrow \Delta' = (-6)^2 - \frac{-869}{(32)(-27)} = 36 + 869 \\ c = -27 \end{cases}$$

$$= 900$$

$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{6 \pm \sqrt{900}}{32} = \begin{cases} \frac{6+30}{32} = \frac{26}{32} = \frac{9}{8} \\ \frac{6-30}{32} < 0 \text{ غير قابل قبول} \end{cases}$$

$$\text{ضلع متوازی الاضلاع } x + 1 = \frac{9}{8} + 1 = \frac{17}{8}$$

۳۱- به ازای چند مقدار m ، $x = 2$ جواب معادله $\frac{x+1}{x-3} - \frac{2}{x} = \frac{2m^2}{x(x-3)}$ است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ خارج- کنکور انسانی

۱۴۰۱ خارج- پایه ۱۰- فصل ۱)

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ هیچ مقداری از m

پاسخ: گزینه ۲

$$x=2 \rightarrow \frac{2+1}{2-3} - \frac{2}{2} = \frac{2m^2}{2(2-3)} \Rightarrow -3 - 1 = -m^2 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2$$

۳۲- یک شرکت روزانه ۷۲۰,۰۰۰ ریال برای تولید یک نوع کالا هزینه می‌کند. اگر $R(x) = 2200x + 10x^2$ تابع

درآمد روزانه شرکت حاصل از فروش x واحد از همین کالا باشد، نقطه سربه‌سر کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ خارج-

پایه ۱۰- فصل ۱)

۹۰۰ (۱) ۴۰۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۸۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

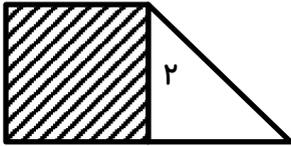
$$P(x) = 0 \Rightarrow R(x) = C(x)$$

$$2200x + 10x^2 = 720000 \Rightarrow 10x^2 + 2200x - 720000 = 0 \Rightarrow x^2 + 220 - 72000 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 180)(x + 400) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 180 \text{ قابل قبول} \\ x = -400 \text{ غير قابل قبول} \end{cases}$$

۳۳- در شکل زیر مساحت مربع از $\frac{1}{3}$ مساحت مثلث به اندازه ۳ واحد مربع بیشتر است. مساحت دوزنقه کدام است؟ (کنکور

انسانی ۱۴۰۱ تیر - کنکور انسانی ۱۴۰۱ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۱)



(۱) ۵

(۲) ۵٫۵

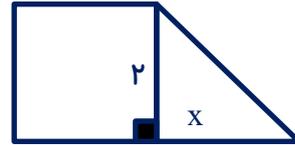
(۳) ۶٫۵

(۴) ۷

پاسخ: گزینه ۴

$$S_{\text{مربع}} = \frac{1}{3} S_{\text{مثلث}} + 3 \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} \times 2 \times x\right) + 3 \Rightarrow \frac{1}{3}x + 3 = 4 \Rightarrow \frac{1}{3}x = 1 \Rightarrow x = 3$$

$$S_{\text{دو زنقه}} = S_{\text{مربع}} + S_{\text{مثلث}} = 4 + \frac{2 \times 3}{2} = 4 + 3 = 7$$



۳۴- حاصل ضرب ریشه‌های معادله $\frac{x}{x-2} - \frac{3}{x+3} = 2$ ، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۱)

(۱) -۱۸ (۲) -۶٫۵ (۳) -۳ (۴) -۱٫۵

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{x(x+3) - 3(x-2)}{(x-2)(x+3)} = 2 \Rightarrow x^2 + 3x - 3x + 6 = 2x^2 + 2x - 12 \Rightarrow x^2 + 2x - 18 = 0 \xrightarrow{\text{ضرب}} P = \frac{c}{a}$$

$$= \frac{-18}{1} = -18$$

۳۵- یک شرکت تولیدی هر واحد کالای خود را ۲۰۵ ریال می‌فروشد و $C(x) = x^2 + 2x + 600$ تابع هزینه x واحد از این نوع کالا برحسب ریال است. اگر تولید این شرکت در یک روز به بیشترین مقدار نقطه سر به سر برسد. درآمد شرکت چند هزار ریال است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۱)

(۱) ۴۲٫۲ (۲) ۴۱ (۳) ۲۶ (۴) ۱۱٫۴

پاسخ: گزینه ۲

$$P(x) = 0 \Rightarrow R(x) = C(x) \Rightarrow 205x = x^2 + 2x + 600 \Rightarrow x^2 + 2x - 205x + 600 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 203x - 600 = 0 \Rightarrow (x - 200)(x - 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 200 \end{cases}$$

ماکزیم نقطه‌ای سر به سر به سر

$$\xrightarrow{x=200} R(x) = 205 \times 200 = 41000 = 41 \text{ هزار ریال}$$

۳۶- اگر عبارتهای گویا تعریف شده باشند، قدر مطلق تفاضل جوابهای معادله $\frac{9x^2 - (x+3)^2}{2x-3} - \frac{2}{x} = 1$ کدام است؟

(کنکور انسانی ۱۴۰۰ خارج - پایه ۱۰ - فصل ۱)

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{3}{2}$

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{aligned} \frac{9x^2 - (x+3)^2}{2x-3} - \frac{2}{x} = 1 &\rightarrow \frac{9x^2 - x^2 - 9 - 6x}{(2x-3)} = 1 + \frac{2}{x} \Rightarrow \frac{8x^2 - 6x - 9}{2x-3} = \frac{x+2}{x} \\ &\Rightarrow \frac{(2x-3)(4x+3)}{(2x-3)} = \frac{x+2}{x} \Rightarrow 4x^2 + 3x = x+2 \Rightarrow 4x^2 - 2x - 2 \\ &= 0 \rightarrow 2x^2 - 1x - 1 = 0 \rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4(2)(-1) = 1 + 8 = 9 \\ |x_1 x_2| &= \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{9}}{2} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

۳۷- اگر معادله $\frac{x^2 - a}{x+3} = 2x - 1$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز باشد، محدوده تغییرات a ، کدام می‌تواند باشد؟ (کنکور

انسانی ۱۴۰۰ خارج - پایه ۱۰ - فصل ۱)

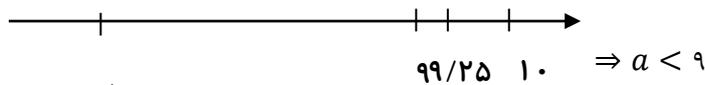
- (۱) $a < 9$ (۲) $a > 9$ (۳) $a < \frac{37}{4}$ (۴) $a > \frac{37}{4}$

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - a}{x+3} = 2x - 1 &\Rightarrow x^2 - a = (2x-1)(x+3) \Rightarrow x^2 - a = 2x^2 + \frac{5x}{2x-1} - 3 \\ &\Rightarrow 2x^2 - x^2 + 5x + a - 3 = 0 \Rightarrow x^2 + 5x + a - 3 = 0 \end{aligned}$$

برای اینکه این معادله دارای دو ریشه حقیقی متمایز باشد، بایستی $\Delta > 0$

$$\begin{aligned} \Delta = 5^2 - 4(a-3) = 25 - 4a + 12 = -4a + 37 > 0 &\Rightarrow a < \frac{37}{4} = 9\frac{1}{4} \xrightarrow{x \neq -3} 9 + \frac{5(-3)}{-15} + a - 3 \\ &= a - 6 - 3 = a - 9 \neq 0 \Rightarrow a \neq 9 \end{aligned}$$



۳۸- تابع درآمد شرکتی به ازای تولید x واحد از یک کالای مصرفی به صورت $R(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 8x$ و تابع هزینه آن به

صورت $C(x) = 4x + b$ است. اگر فاصله دو نقطه سر به سر تابع سود این شرکت، ۱۲ واحد کالا باشد، مقدار b کدام

است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۱)

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

پاسخ: گزینه ۳

$$P(x) = \cdot \Rightarrow R(x) = C(x) \Rightarrow -\frac{1}{4}x^2 + 8x = 4x + b \Rightarrow -\frac{1}{4}x^2 + 4x - b = \cdot \rightarrow \Delta$$

$$= 4^2 - 4\left(-\frac{1}{4}\right)(-b) = 16 - b$$

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{16 - b}}{\frac{1}{4}} = 12 \Rightarrow \sqrt{16 - b} = 3 \Rightarrow 16 - b = 9 \Rightarrow b = 16 - 9 = 7$$

۳۹- اگر عبارت‌های گویا تعریف شده باشند، مجموع جواب‌های معادله $\frac{4x^2 - (2-x)^2}{x+2} - \frac{7}{x} = 2$ ، کدام است؟ (کنکور انسانی)

۱۴۰۰ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۱)

(۱) -۱ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{7}{3}$

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{4x^2 - (2-x)^2}{x+2} - \frac{7}{x} = 2 \Rightarrow \frac{4x^2 - 4 - x^2 + 4x}{x+2} = \frac{7}{x} + \frac{2x}{x} \Rightarrow \frac{3x^2 + 4x - 4}{x+2} = \frac{7+2x}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{(3x-2)(x+2)}{x+2} = \frac{7+2x}{x} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 3x^2 - 2x = 7 + 2x \Rightarrow 3x^2 - 4x - 7 = \cdot$$

$$\Rightarrow S = \frac{-b}{a} = \frac{4}{3}$$

۴۰- معادله $\frac{ax^3 + 2x}{x+1} = x^2 - x$ دارای سه ریشه حقیقی متمایز است. کدام نامساوی زیر همواره برقرار است؟ (کنکور

انسانی ۱۴۰۰ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۱)

(۱) $a < -2$ (۲) $a \geq -2$ (۳) $a \leq 1$ (۴) $a < 1$

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{ax^3 + 2x}{x+1} = x^2 - x \text{ و } x \neq -1$$

$$\frac{x(ax^2 + 2)}{x+1} = x(x-1), x = \cdot \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} ax^2 + 2 = x^2 - 1 \Rightarrow (a-1)x^2 = -3 \quad [I]$$

اگر $x \neq -1$ باشد، آن گاه $(a-1)(-1)^2 = -3 \Leftrightarrow a-1 \neq -3 \Leftrightarrow a \neq -2$

برای اینکه معادله I دارای ۲ ریشه حقیقی باشد بایستی $\Delta > \cdot$

$$(a-1)x^2 + 3 = \cdot \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = \cdot - 4(a-1)(3) \Rightarrow \Delta = -12(a-1) > \cdot \Rightarrow a-1 < \cdot \Rightarrow a < 1$$

با توجه به اینکه $a \neq -2$ و $a < 1$ ، و گزینه‌ها $a < -2$

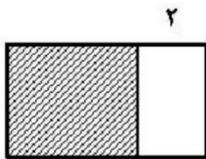
۴۱- با فرض این که مخرج کسرها صفر نیستند، حاصل عبارت $\frac{x+2}{x^2+x-2} - \frac{2x}{x^2-x}$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۹۹ خارج - پایه ۱۰ - فصل ۱)

(۱) $\frac{1}{x+1}$ (۲) $\frac{1}{x-1}$ (۳) $\frac{x-2}{x-1}$ (۴) $\frac{x-2}{x+1}$

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{x+2}{x^2+x-2} - \frac{2x}{x^2-x} = \frac{\cancel{(x+2)}}{\cancel{(x+2)}(x-1)} - \frac{2x}{x(x-1)(x+1)} = \frac{x+1-2}{(x-1)(x+2)} = \frac{\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}(x+1)} = \frac{1}{x+1}$$

۴۲- در شکل زیر، مساحت مربع از $\frac{3}{4}$ مساحت مستطیل بزرگ تر، ۱۸ واحد مربع بیشتر است. محیط مستطیل بزرگ تر کدام است؟ (کنکور انسانی ۹۹ خارج - پایه ۱۰ - فصل ۱)



(۱) ۴۴ (۲) ۴۸
(۳) ۵۲ (۴) ۵۴

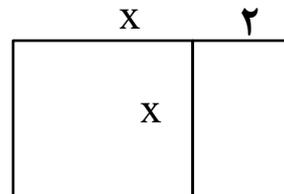
پاسخ: گزینه ۳

$$S_{\text{مربع}} = \frac{3}{4} S_{\text{مستطیل}} - 18$$

$$x^2 = \frac{3}{4} x(x+2) - 18 \Rightarrow 4x^2 = 3x^2 + 6x - 72 \Rightarrow x^2 - 6x - 72 = 0 \Rightarrow (x-12)(x+6) = 0$$

$$\begin{cases} x = 12 & \text{قابل قبول} \\ x = -6 & \text{غیر قابل قبول} \end{cases}$$

$$\text{محیط مستطیل: } 2[x + x + 2] \stackrel{x=12}{\Rightarrow} 2[26] = 52$$



۴۳- قدر مطلق تفاضل ریشه‌های معادله $\frac{x-3}{x-4} + \frac{1}{2x-2} = \frac{2}{3}$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۹۹ خارج - پایه ۱۰ - فصل ۱)

(۱) ۴ (۲) ۴٫۵ (۳) ۵ (۴) ۵٫۵

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{x-3}{x-4} + \frac{1}{2x-2} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2(x-3)(x-1) + (x-4)}{2(x-4)(x-1)} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3(2x^2 - 8x + 6 + x - 4) = 2(2x^2 - 5x + 4)$$

$$\Rightarrow 6x^2 - 21x + 6 = 4x^2 - 20x + 16 \Rightarrow 2x^2 - x - 10 = 0$$

$$\Rightarrow (2x-5)(x+2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\left| \frac{5}{2} - (-2) \right| = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$$

۴۴- در بسط عبارت $(x^2 + 2x)^3$ ، ضریب x^4 ، کدام است؟ (کنکور انسانی ۹۹ خارج - پایه ۱۰ - فصل ۱)

- ۳ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$(x^2 + 2x)^3 = (x^2)^3 + 3(x^2)^2(2x) + \underbrace{3(x^2)(2x)^2}_{x^4 \text{ ضریب} = 3 \times 2^2 = 12} + (2x)^3$$

این فصل از کتاب چاپ قدیم می باشد و حذف شده است.

۴۵- اگر عبارت مخرج کسرها، صفر نباشند. حاصل عبارت $\frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x(x+1)(x^2-4)} - \frac{2}{x^2-2x}$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۹ تیر -

پایه ۱۰ - فصل ۱)

- $\frac{1}{x}$ (۱) $\frac{1}{x-2}$ (۲) $\frac{2}{x}$ (۳) $\frac{x}{x-2}$ (۴)

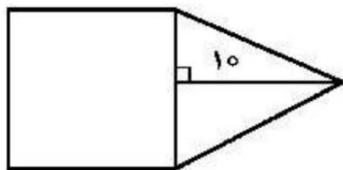
پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x(x+1)(x^2-4)} - \frac{2}{x^2-2x} = \frac{x \overbrace{(x^2+3x+2)}^{(x+2)(x+1)}}{x(x+1)(x-2)(x+2)} - \frac{2}{x(x-2)} = \frac{1}{x-2} - \frac{2}{x(x-2)}$$

$$= \frac{(x-2)}{x(x-2)} = \frac{1}{x}$$

۴۶- در شکل زیر، مساحت مثلث متساوی الساقین، از $\frac{2}{3}$ مساحت مربع به اندازه $\frac{1}{3}$ واحد مربع، کمتر است. مساحت مثلث

کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۹ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۱)

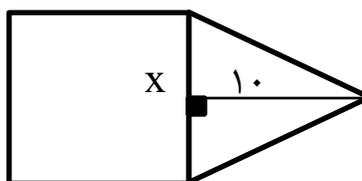


- ۳۰ (۱) ۳۵ (۲)

- ۴۰ (۳) ۴۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{2}{3} S_{\text{مربع}} + \frac{1}{3}$$



$$\frac{5}{x} = \frac{2}{3}x^2 + \frac{8}{3} \Rightarrow 15x = 2x^2 + 8 \Rightarrow 2x^2 - 15x + 8 = 0$$

$$\Rightarrow (2x + 1)(x - 8) = 0 \rightarrow \begin{cases} \text{غیر قابل قبول } x = -\frac{1}{2} \\ \text{قابل قبول } x = 8 \end{cases}$$

$$S = 5x = 5(8) = 40$$

۴۷- مجموع ریشه‌های معادله $\frac{2x-1}{x+2} - \frac{x-3}{x-2} = \frac{2}{3}$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۹ تیر- پایه ۱۰- فصل ۱)

- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۱۲

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{aligned} \frac{2x-1}{x+2} - \frac{x-3}{x-2} = \frac{2}{3} &\Rightarrow \frac{(2x-1)(x-2) - (x-3)(x+2)}{x^2-4} = \frac{2}{3} \\ &\Rightarrow \frac{2x^2 - 4x - x + 2 - x^2 + x + 6}{x^2-4} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{x^2 - 4x + 8}{x^2-4} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3x^2 - 12x + 24 \\ &= 2x^2 - 8 \Rightarrow x^2 - 12x + 32 = 0 \rightarrow S = \frac{-b}{a} = 12 \end{aligned}$$

۴۸- حاصل عبارت با معنی $\frac{2a}{a^2-4b^2} + \frac{1}{a+b} - \frac{1}{a-2b}$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ خراج- پایه ۱۰- فصل ۱)

- (۱) $\frac{2}{a+2b}$ (۲) $\frac{2}{a-2b}$ (۳) $\frac{a}{a+2b}$ (۴) $\frac{a}{a-2b}$

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{aligned} \frac{2a}{a^2-4b^2} + \frac{1(a-2b)}{(a+2b)(a-2b)} - \frac{1(a+2b)}{(a-2b)(a+2b)} &= \frac{2a + a - 2b - a - 2b}{(a-2b)(a+2b)} \\ &= \frac{2a - 4b}{(a-2b)(a+2b)} = \frac{2(a-2b)}{(a-2b)(a+2b)} = \frac{2}{a+2b} \end{aligned}$$

۴۹- به ازای کدام مقدار a ، معادله $\frac{4}{a-2x} + \frac{a}{x+1} = \frac{a}{x}$ دارای جواب $x=1$ است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ خراج- پایه ۱۰- فصل ۱)

پاسخ: گزینه ۲

- (۱) -۴، ۲ (۲) -۲، ۴ (۳) ۲، ۴ (۴) -۲، ۳

پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{aligned} x=1 \rightarrow \frac{4}{a-2} + \frac{a}{\underbrace{1+1}_2} &= \frac{a}{1} \Rightarrow \frac{4}{a-2} = \frac{a \times 2}{1 \times 2} - \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{4}{a-2} = \frac{a}{2} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} a^2 - 2a = 8 \Rightarrow a^2 - 2a - 8 \\ &= 0 \Rightarrow (a-4)(a+2) = 0 \rightarrow \begin{cases} a=4 \\ a=-2 \end{cases} \end{aligned}$$

۵۰- اگر تابع در آمد به صورت $y = -\frac{1}{3}x^2 + 28x$ و تابع هزینه $y = 16x + 55$ باشد. ماکسیمم مقدار سود، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ خارج - پایه ۱۰ - فصل ۱)

- ۴) ۵۷ ۳) ۵۳ ۲) ۴۸ ۱) ۴۵

پاسخ: گزینه ۳

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

$$P(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 28x - 16x - 55 = -\frac{1}{3}x^2 + 12x - 55$$

$$\Delta = 12^2 - 4\left(-\frac{1}{3}\right)(-55) = 144 - \frac{220}{3} = \frac{432 - 220}{3} = \frac{212}{3}$$

$$y_{\text{ماکزیمم}} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{\frac{-212}{3}}{4\left(\frac{-1}{3}\right)} = \frac{212}{4} = 53$$

۵۱- در یک جامعه آماری کدام مشخصه عددی، درست است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ خارج - پایه ۱۰ - فصل ۱)

- ۱) پارامتر ثابت و آماره ثابت ۲) پارامتر ثابت و آماره متغیر
۳) پارامتر متغیر و آماره ثابت ۴) پارامتر متغیر و آماره متغیر

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به متن درسی پارامتر همواره ثابت و آماره متغیر است.

۵۲- حاصل عبارت با معنی $\frac{2x^2-x}{4x^2-1} + \frac{x-1}{2x+1} - \frac{2x+1}{2x-1}$ ، به صورت $\frac{P(x)}{4x^2-1}$ است. کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ تیر -

پایه ۱۰ - فصل ۱)

- ۱) $-8x$ ۲) $-4x$ ۳) $-4x+1$ ۴) $2x-3$

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1} + \frac{(x-1)(2x-1)}{(2x+1)(2x-1)} - \frac{(2x+1)(2x+1)}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{2x^2 - x + 2x^2 - 3x + 1 - 4x^2 - 4x + 1}{4x^2 - 1}$$

$$= \frac{-8x}{4x^2 - 1} = \frac{P(x)}{4x^2 - 1}$$

۵۳- به ازای کدام مقدار a ، معادله $\frac{x-2}{ax-5} = \frac{a+2}{x-1}$ دارای جواب $x=3$ است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ تیر- پایه ۱۰ - فصل ۱)

$\frac{2}{3}, 1$ (۴) $-\frac{2}{3}, 1$ (۳) $-\frac{1}{3}, 2$ (۲) $\frac{1}{3}, -2$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{aligned} x=3 \rightarrow \frac{3-2}{3a-5} = \frac{a+2}{3-1} - 1 &\Rightarrow \frac{1}{3a-5} = \frac{a+2}{2} - \frac{1 \times 2}{1 \times 2} \Rightarrow \frac{1}{3a-5} = \frac{a+2-2}{2} \Rightarrow a(3a-5) = 2 \\ &\Rightarrow 3a^2 - 5a - 2 = 0 \\ &\Rightarrow (3a+1)(a-2) = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -\frac{1}{3} \end{cases} \end{aligned}$$

فصل ۲

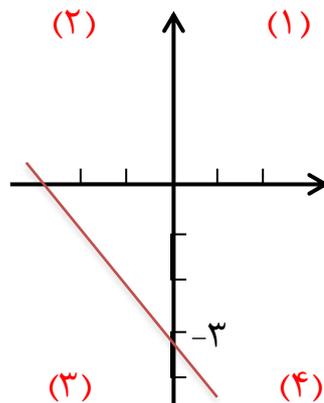
۵۴- اگر سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ در نقطه رأس خود دارای بیشترین مقدار باشد، نمودار خط به معادله $y = ax + a - 3$ از کدام ناحیه محورهای مختصات نمی‌گذرد؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ خراج - پایه ۱۰ - فصل ۲)

(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

پاسخ: گزینه ۱

• $a < 0 \Rightarrow \max$ راس سهمی

مبدا از عرض $-3 < a - 3 < 0 \rightarrow a < 0$ خط شیب



ناحیه اول عبور نمی‌کند.

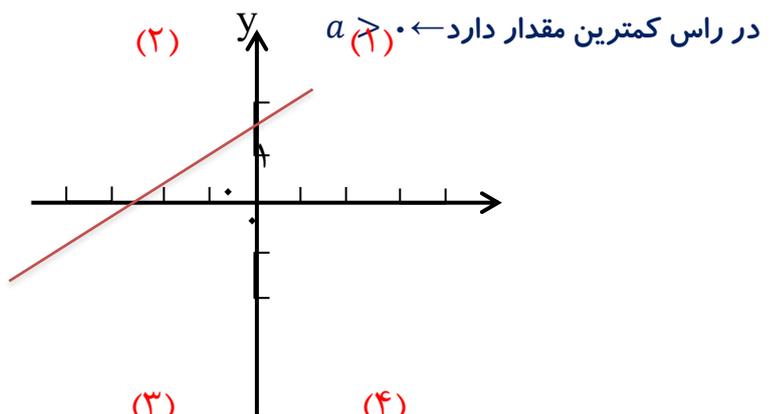
۵۵- اگر تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ در رأس خود دارای کمترین مقدار باشد، نمودار خط به معادله $y = ax + a + 1$ از کدام ناحیه محورهای مختصات نمی‌گذرد؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۲)

(۱) چهارم (۲) سوم (۳) دوم (۴) اول

پاسخ: گزینه ۱

• $m = a > 0$ خط شیب

۱ $> a + 1$: مبدا از عرض



۵۶- اگر تابع f به هر عدد حقیقی، دو برابر مکعب همان عدد، منهای ۳ را نسبت دهد، $f(\sqrt[3]{4}) - f(\frac{1}{\sqrt[3]{4}})$ کدام است؟ (کنکور ۱۴۰۴ انسانی اردیبهشت - پایه ۱۰ - فصل ۲)

۷,۵ (۴)

۲,۵ (۳)

-۲,۵ (۲)

-۷,۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$f(x) = 2x^3 - 3 \rightarrow \begin{cases} f(\sqrt[3]{4}) = 2(4) - 3 = 5 \\ f(\frac{1}{\sqrt[3]{4}}) = \frac{2}{4} - 3 = -\frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow 5 - \left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{15}{2} = \frac{7}{5}$$

۵۷- می‌خواهیم از یک رشته سیم به طول ۱۰۰، یک مستطیل به اضلاع $\frac{a}{2}$ و $2x$ بسازیم به طوری که مساحت آن ماکسیم شود. مقدار x کدام است؟ (کنکور ۱۴۰۴ انسانی اردیبهشت - پایه ۱۰ - فصل ۲)

۶,۲۵ (۴)

۱۲,۵ (۳)

۲۵ (۲)

۵۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$P = 2\left(2x + \frac{a}{2}\right) = 100 \Rightarrow 2x + \frac{a}{2} = 50$$

نکته: اگر $mx + ny = k$ و بخواهیم x, y ماکسیم گردد، داریم: $x = \frac{k}{2m}$ و $y = \frac{k}{2n}$

$$\Rightarrow x = \frac{50}{2(2)} = 12,5$$

۵۸- نقاط متمایز $(\frac{a}{2}, 5/2)$ ، $(3, a-2)$ و $(3a, -1)$ روی یک خط قرار دارند. مقدار a کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ خارج - پایه ۱۰ - فصل ۲)

-۳ (۴)

۳ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{a - 2 - (-1)}{3 - 3a} = \frac{5/2 - (a - 2)}{-\frac{a}{2} - 3} = \frac{\cancel{a} - 1}{3 \cdot \underbrace{(1 - a)}_{-1}} = \frac{-a + 5/4}{-\frac{1}{2}(a + 6)} \Rightarrow 3a - 5/13 = -5/10 \cdot a - 3$$

$$\Rightarrow 0,5a + 3a = 5/13 - 3 \Rightarrow +5/3a = 10/5 \Rightarrow a = \frac{10 \cdot 5}{35} = 3$$

۵۹- نقاط متمایز $(1, 3a)$ ، $(a, -1)$ و $(3, a)$ روی یک خط قرار دارند. مقدار a کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ تیر-)

پایه ۱۰ - فصل ۲)

۱) ۲- ۲) ۳- ۳) ۱ ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۲

چون نقاط روی یک خط هستند، پس شیب هر ۲ نقطه برابر است یعنی:

$$\frac{3a - a}{1 - (-1)} = \frac{3 - a}{a - (-1)} \Rightarrow \frac{2a}{2} = \frac{3 - a}{a + 1} \Rightarrow a^2 + a = 3 - a \Rightarrow a^2 + 2a - 3 = 0 \Rightarrow (a + 3)(a - 1)$$

$$\rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ a = 1 \text{ غیر قابل قبول} \end{cases}$$

برای $a=1$ نقاط متمایز نیستند $\rightarrow (1, 3), (1, -1), (3, 1)$

۶۰- نمودار دو تابع خطی $f(x) = -mx - h$ و $g(x) = ax + h$ از نقطه $(-2, 3)$ می‌گذرند. اگر $f\left(-\frac{5}{4}\right) =$

$g(-5)$ باشد، مقدار $\frac{m}{a}$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ اردیبهشت - پایه ۱۰ - فصل ۲)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینه ۳

$$x = -2 \rightarrow \begin{cases} f(-2) = 2m - h \\ g(-2) = -2a + h \end{cases} \Rightarrow 2m - h = -2a + h \quad [1]$$

$$\begin{cases} f\left(-\frac{5}{4}\right) = \frac{5}{4}m - h \\ g(-5) = -5a + h \end{cases} \Rightarrow \frac{5}{4}m - h = -5a + h \quad [2]$$

معادلات [۱] و [۲] را در دستگاه معادلات خطی قرار می‌دهیم

$$\begin{cases} \frac{5}{4}m - h = -5a + h \\ 2m - h = -2a + h \end{cases}$$

$$\left(\frac{5}{4} - 2\right)m = \frac{(-5 + 2)a}{-3} \Rightarrow \frac{m}{a} = \frac{3}{4} = 0.75$$

۶۱- اگر ضابطه تابع خطی $f(x) = \frac{-4}{a+2}x + b$ ، $f(1) = 2a - 1$ و $f\left(-\frac{a}{2}\right) = 2$ باشد، مقدار $\frac{b}{a}$ کدام است؟ (کنکور

انسانی ۱۴۰۲ تیر خارج - پایه ۱۰ - فصل ۲)

۱) ۳/۲ ۲) ۱/۶ ۳) ۲ ۴) ۱

$$f(1) = 2a - 1 \Rightarrow \frac{-4}{a+2} + b = 2a - 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{-4}{a+2} + b = 2a - 1 \\ \frac{-2a}{a+2} - b = -2 \end{array} \right.$$

$$f\left(\frac{-a}{2}\right) = 2 \Rightarrow \frac{-4}{a+2} \times \frac{-a}{2} + b = 2 \xrightarrow{\times -1} \left\{ \begin{array}{l} \frac{-2a}{a+2} - b = -2 \\ \frac{-4}{a+2} + b = 2a - 1 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{-2a - 4}{a+2} = 2a - 3$$

$$\Rightarrow \frac{-2(a+2)}{a+2} = 2a - 3 \Rightarrow 2a - 3 = -2 \Rightarrow 2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

در یکی از معادلات قرار می‌دهیم تا مقدار b بدست آید:

$$a = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{-4}{\frac{1}{2} + 2} + b = 2\left(\frac{1}{2}\right) - 1 \Rightarrow b = \frac{+4}{\frac{5}{2}} = \boxed{+\frac{8}{5}}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{+\frac{8}{5}}{\frac{1}{2}} = +\frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$$

۶۲- اگر تابع خطی $f(x) = \left(\frac{1-m}{2}\right)x - m + \frac{1}{2}$ به ازای همه مقادیر m از نقطه (a,b) بگذرد، مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

(کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر خارج - پایه ۱۰ - فصل ۲)

$$\frac{1}{4} \quad (1) \quad -\frac{1}{4} \quad (2) \quad 4 \quad (3) \quad -4 \quad (4)$$

چون گفته به ازای همه مقادیر m، پس میتوان به m مقدار دلخواه داد.

$$m=1 \rightarrow f(x) = -1 + \frac{1}{2} = \frac{-1}{2} \rightarrow f(a) = b = \frac{-1}{2} \Rightarrow \boxed{b = \frac{-1}{2}}$$

$$m=0 \rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \rightarrow f(a) = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2} = \frac{-1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}a = -1 \Rightarrow \boxed{a = -2}$$

$$\frac{a}{b} = -\frac{2}{-\frac{1}{2}} = 4$$

۶۳- مجموع ریشه‌های معادله $ax^2 + \left(a + \frac{4}{3}\right)x + 2 = 0$ با حاصل ضرب ریشه‌های معادله

$3x^2 - 4x - a = 0$ برابر است. محور تقارن سهمی $y = -ax^2 - 1\left(1 + \frac{5}{4}a\right)x - 1$ کدام است؟ (کنکور انسانی

۱۴۰۲ تیر خارج - پایه ۱۰ - فصل ۲)

$$x = -\frac{11}{8} \quad (4) \quad x = \frac{11}{8} \quad (3) \quad x = -\frac{3}{4} \quad (2) \quad x = \frac{3}{4} \quad (1)$$

$$S = \frac{-b}{a} = -\frac{a + \frac{4}{3}}{a}, P = \frac{c}{a} = -\frac{a}{3}$$

$$\rightarrow -\frac{a + \frac{4}{3}}{a} = -\frac{a}{3} \Rightarrow 3a + 4 = a^2 \Rightarrow a^2 - 3a - 4 = 0 \Rightarrow (a - 4)(a + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 4 \end{cases}$$

$$a = -1 \rightarrow -x^2 + \frac{1}{3}x + 2 = 0 \xrightarrow{\times 3} -3x^2 + x + 6 = 0 \rightarrow \Delta = 1 - 4(-3)(6) = 73$$

$$a = 4 \Rightarrow 4x^2 + \frac{16}{3}x + 2 = 0 \xrightarrow{\times 3} 12x^2 + 16x + 6 = 0 \xrightarrow{\div 2} 6x^2 + 8x + 3 = 0 \rightarrow \Delta = 16 - (6)(3) = 16 - 18 = -2 < 0$$

پس $a = 4$ قابل قبول نیست و $a = -1$ قابل قبول است

$$\text{سهمی } y = x^2 + \frac{3}{2}x - 1 \rightarrow \text{محور تقارن } x = \frac{-b}{2a} = \frac{-\frac{3}{2}}{1} = -\frac{3}{4}$$

۶۴- تابع خطی $f(x) = mx + h$ در هیچ نقطه‌ای با خط $3x - 2y = b$ برخورد ندارد. اگر $f(1) - f(2) = 2a - 1$ باشد مقدار $f(-6)$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۲)

- (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۱۱ (۴) ۸

پاسخ: گزینه ۱

چون هیچ نقطه‌ی برخوردی ندارند، بنابراین دو خط موازی اند یعنی $m = -\frac{3}{2} = \frac{3}{2}$

$$f(x) = \frac{3}{2}x + h \Rightarrow \begin{cases} f(2) = 3 + h = 2a - 1 \Rightarrow 2a - h = 4 & \text{I} \\ f(1 - a) = \frac{3}{2}(1 - a) + h = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{3}{2}a + h = 2 \Rightarrow -\frac{3}{2}a + h = \frac{1}{2} & \text{II} \end{cases}$$

معادله I و II را دستگاه معادلات خطی حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} -\frac{3}{2}a + h = \frac{1}{2} \\ 2a - h = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -\frac{3}{2}a + h = \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2}a - \frac{3}{4}h = 3 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{4}h = \frac{7}{2} \Rightarrow h = 14$$

$$f(x) = \frac{3}{2}x + 14 \rightarrow f(-6) = \frac{3}{2}(-6) + 14 = -9 + 14 = 5$$

۶۵- اگر تابع خطی $f(x) = (1 - 2m)x - \frac{2m+3}{2}$ به ازای همه مقادیر m از نقطه (α, β) بگذرد، مقدار $\alpha - \beta$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۲)

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $-\frac{5}{2}$

پاسخ: گزینه ۲

چون گفته به ازای تمام مقادیر m ، بنابراین $m = 0$ را بررسی می‌کنیم:

$$f(\alpha) = \underbrace{(1 - 2(\cdot))}_1 \alpha - \frac{\overbrace{2m}^{\cdot} + 3}{2} = \beta \Rightarrow \alpha - \beta = \frac{3}{2} \Rightarrow \beta - \alpha = -\frac{3}{2}$$

۶۶- مجموع ریشه‌های معادله $x^2 - ax - a = 0$ با حاصل‌ضرب ریشه‌های معادله $ax^2 - 4x + a + 2 = 0$ برابر است. طول رأس سهمی $y = x^2 + (1 - 2a)x - 3$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۲)

۳ (۴)

-۱/۵ (۳)

-۳ (۲)

۱/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$S = \frac{-b}{a} = a, P = \frac{c}{a} = \frac{a+2}{a}$$

$$\rightarrow \frac{a+2}{a} = a \Rightarrow a^2 = a+2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow (a-2)(a+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ a=-1 \end{cases}$$

برای $a=2$

$$\implies 2x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow \Delta' = 4 - 2(4) = 2 - 8 = -6 < 0$$

پس $a = -1$ قابل قبول است

$$\text{سهمی راس} = \frac{-b}{2a} = \frac{-(1-2a)}{2} = \frac{-\left(1-2(-1)\right)}{2} = \frac{-3}{2} = -1/5$$

۶۷- رابطه $f = \{(a, x+y)(b, m^2)(a, m^2-1)(b, x-y)(a, 4)\}$ ، یک تابع است. مقدار $x^2 + y^2$ کدام است؟

(کنکور انسانی ۱۴۰۲ دی - پایه ۱۰ - فصل ۲)

۴۲ (۴)

۲۴ (۳)

۲۰/۵ (۲)

۲/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

اگر f بخواهد تابع باشد، بایستی مولفه‌های اول یکسان نداشته باشد و اگر مولفه‌های اول یکسان دارد، بایستی مولفه‌های دوم نیز برابر شود، یعنی:

$$x+y = m^2 - 1 = 4 \Rightarrow m^2 = 1 + 4 = 5, x-y = m^2 \rightarrow \begin{cases} x+y = 4 \\ x-y = 5 \end{cases} \Rightarrow 2x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{2} \Rightarrow y$$

$$= 4 - \frac{9}{2} = \frac{-1}{2}$$

$$x^2 + y^2 = \left(\frac{9}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{81}{4} + \frac{1}{4} = \frac{82}{4} = \frac{41}{2} = 20/5$$

۶۸- شیب خط $y = ax + b$ ، $1/5$ برابر شیب خط $y = cx + d$ است. اگر دو خط در $x = -2$ روی محور x ها یکدیگر

را قطع کنند، محور تقارن $f(x) = \left(\frac{c}{2}x + d\right) - (ax + b)^2$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ دی - پایه ۱۰ - فصل ۲)

$$x = -\frac{7}{4} \quad (۴) \quad x = -\frac{3}{2} \quad (۳) \quad x = -3 \quad (۲) \quad x = -2 \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴

$$a = -1/5c \Rightarrow a = \frac{-3}{2}c$$

$$\xrightarrow{x=-2} -2a + b = 0 \Rightarrow b = 2a = 2\left(\frac{-3}{2}c\right) \Rightarrow b = \boxed{-3c}$$

$$-2c + d = 0 \Rightarrow d = \boxed{2c}$$

$$f(x) = \underbrace{\left(\frac{c}{2}x + d\right)^2}_{\text{اتحاد مزدوج}} - (ax + b)^2 = \left(\frac{c}{2}x + \underbrace{d}_{2c} + \underbrace{\frac{3}{2}c}_{\tilde{a}}x + \underbrace{b}_{-3c}\right) \left(\frac{c}{2}x + \underbrace{d}_{2c} - \underbrace{\frac{3}{2}c}_{\tilde{a}}x - \underbrace{b}_{-3c}\right)$$

$$= \left(\frac{c}{2}x + 2c - \frac{3}{2}cx - 3c\right) \left(\frac{c}{2}x + 2c + \frac{3}{2}cx + 3c\right) = (-cx - c)(2cx + 5c)$$

$$= -c(x+1).c(2x+5) = -c^2(2x^2 + 7x + 5) \quad \text{محور تقارن: } \frac{(-b)}{2a} = \frac{-7}{4}$$

۶۹- در یک تابع خطی $f(1) = 5$ و $f(3) = -9$ است. اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 5\}$ دامنه تابع f باشد، برد این تابع

کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ خارج - پایه ۱۰ - فصل ۲)

$$-23 \leq y \leq 7 \quad (۲) \quad -47 \leq y \leq 7 \quad (۱)$$

$$-23 \leq y \leq 12 \quad (۴) \quad -47 \leq y \leq 12 \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۴

$$m = \frac{\text{تفاضل عرضها}}{\text{تفاضل طولها}} = \frac{-9-5}{3-1} = \frac{-14}{2} = \boxed{-7}$$

معادله تابع خطی را مینویسم:

$$y = mx + b \xrightarrow{(1,5)} 5 = \overbrace{-7(1)}^{-7} + b \Rightarrow b = 5 + 7 \Rightarrow b = \boxed{12}$$

$$f(x) = y = -7x + 12 \quad \text{معادله تابع خطی}$$

$$f(0) = -7(0) + 12 = 12$$

$$f(5) = -7(5) + 12 = -35 + 12 = -23 \rightarrow -23 \leq f(x) \leq 12$$

۷۰- خط $x = -1$ محور تقارن سهمی $y = ax^2 + 3x + c$ است. اگر راس سهمی روی خط $y = 1$ قرار داشته باشد.

مقدار ac کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ خارج - پایه ۱۰ - فصل ۲)

-۵/۲۵ (۴)

-۳/۲۵ (۳)

۳/۷۵ (۲)

۵/۷۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

چون راس سهمی روی خط $y = 1$ است با توجه به اینکه $x = -1$ علاوه بر محور تقارن سهمی طول راس سهمی نیز هست پس نقطه $(-1, 1)$ در معادله سهمی صدق می‌کند و طبق فرمول طول راس سهمی داریم:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{2a} = -1 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$\xrightarrow{a = \frac{3}{2}} y = ax^2 + 3x + c \Rightarrow 1 = \frac{3}{2}(-1)^2 + \underbrace{3(-1)}_{-3} + c \Rightarrow c = 1 - \frac{3}{2} + 3 = 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

$$a \cdot c = \frac{3}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{4} = 3/75$$

۷۱- به ازای چند مقدار m تابع $y = (1 - 18m)x^2 + 8(m^2 + 1)x + 11$ در نقطه‌ای به طول $\frac{1}{4}$ و دارای ماکسیمم است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ خارج - پایه ۱۰ - فصل ۲)

۴ تمام مقادیر m ۳ هیچ مقدار m

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

طول $\frac{1}{4}$ همان طول راس سهمی است. با استفاده از فرمول طول راس سهمی داریم:

$$x = \frac{-b}{2a} = -\frac{8(m^2 + 1)}{2(1 - 18m)} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} -8m^2 - 8 = 1 - 18m \Rightarrow 8m^2 - 18m + 9 = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b' = -9 \\ c = 9 \end{cases} \rightarrow \Delta' = (-9)^2 - (8)(9) = 81 - 72 = 9 > 0$$

$$m = \frac{-(-9) \pm \sqrt{9}}{8} \rightarrow \begin{cases} \frac{9+3}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \\ \frac{9-3}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

از طرفی برای اینکه سهمی دارای ماکسیمم باشد بایستی ضریب x^2 منفی باشد یعنی:

$$1 - 18m < 0 \rightarrow 1 < 18m \Rightarrow m > \frac{1}{18}$$

بنابراین هر دو جواب بدست آمده برای m در شرط بالا صدق می‌کند.

۷۲- نمودار یک تابع خطی از نقاط $(-2, a)$, $(-1, 3)$ و $(1, -4)$ می‌گذرد. مقدار a کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ تیر -

پایه ۱۰ - فصل ۲)

۷,۵ (۴)

۷ (۳)

۶,۵ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$m = \frac{3 - (-4)}{-1 - 1} = \frac{7}{-2} = -\frac{7}{2}$$

$$y = mx + b \xrightarrow[m = -\frac{7}{2}]{(1, -4)} -4 = -\frac{7}{2}(1) + b \Rightarrow b = \frac{7}{2} - 4 = \frac{-1}{2} \Rightarrow y = -\frac{7}{2}x - \frac{1}{2} \xrightarrow{x = -2} y$$

$$= -\frac{7}{2}(-2) - \frac{1}{2} = 7 - \frac{1}{2} = \frac{13}{2} = 6,5$$

۷۳- اگر $f = \{(1, x - 2y), (2, 3), (9, 5), (1, -7), (9, x + y)\}$ یک تابع باشد، مقدار $x^2 + y^2$ چند برابر $-x - 4y$

است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۲)

-۲ (۴)

-۱ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

برای اینکه f یک تابع باشد، نباید مولفه اول تکراری داشته باشد و اگر مولفه اول تکراری باشد، بایستی مولفه دوم نیز تکراری باشد، یعنی:

$$(1, x - 2y) = (1, -7) \Rightarrow x - 2y = -7 \quad [I]$$

$$(9, 5) = (9, x + y) \rightarrow x + y = 5 \quad [II]$$

$$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow 3y = 12 \Rightarrow y = \frac{12}{3} = 4 = [4] \Rightarrow x = 5 - 4 = 1 = [1]$$

$$x^2 + y^2 = 1 + 4^2 = 1 + 16 = 17 \Rightarrow \frac{x^2 + y^2}{-x - 4y} = \frac{17}{-1 - 4(4)} = \frac{17}{-17} = -1$$

۷۴- نمودار $y = x^2 + 6x + 5$ را حداقل چند واحد به سمت راست حرکت دهیم تا طول دو نقطه مشترک آن با نمودار

$y = |x|$ ، نامنفی باشد؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۲)

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$y = x^2 + 6x + 5 = 0 \Rightarrow (x + 1)(x + 5) = 0 \begin{cases} x = -1 \\ x = -5 \end{cases}$$

ریشه‌های معادله (نقاط تقاطع با محور xها).

بنابراین اگر سهمی را به اندازه حداقل ۵ واحد به راست منتقل کنیم در نقطه $x = 0$ با نمودار $y = |x|$ نقطه مشترک خواهد داشت.

۷۵- محیط مستطیلی ۳۰ متر است، ماکسیمم مساحت این مستطیل، چقدر است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ تیر - پایه ۱۰ -)

فصل ۲)

۱) ۲۲۵ (۲) ۲۰۹ (۳) ۵۶/۲۵ (۴) ۱۱/۲۵

پاسخ: گزینه ۳

$$P = 2(x + y) = 30 \Rightarrow x + y = 15$$

$$y = x = \frac{15}{2} = 7.5 \rightarrow S = xy = 7.5 \times 7.5 = 56.25$$

۷۶- فرض کنید تابع درآمد شرکتی به ازای تولید x محصول از یک کالا به صورت $R(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 30x$ و تابع هزینه

به صورت $C(x) = ax + 18$ باشد. اگر بیشترین سود این شرکت به ازای تولید ۹ واحد کالا باشد، مقدار a کدام است؟

(کنکور انسانی ۱۴۰۰ خراج - پایه ۱۰ - فصل ۲)

۱) ۲۱ (۲) ۱۸ (۳) ۳۰ - ۲۱ (۴) -۳۹

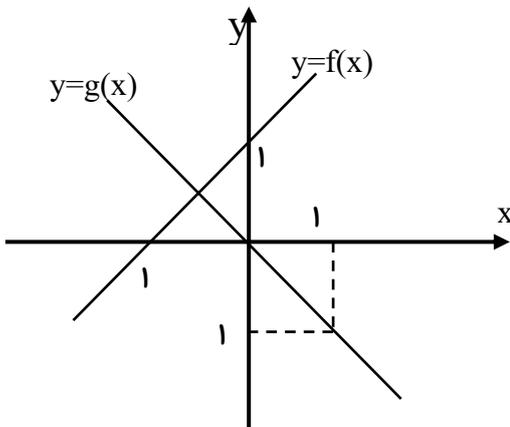
پاسخ: گزینه ۱

$$P(x) = R(x) - C(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 30x - ax - 18 = -\frac{1}{2}x^2 + (30 - a)x - 18$$

$$x \text{ راس} = \frac{-b}{2a} = -\frac{30 - a}{2(-\frac{1}{2})} = 30 - a = 9 \Rightarrow a = 30 - 9 = 21$$

۷۷- فرض کنید نمودار تابع‌های خط راست $y = f(x)$ و $y = g(x)$ در صفحه مختصات مطابق شکل زیر داده شده باشند.

قدر مطلق اختلاف جواب‌های معادله $\frac{f^2(x)}{g(x)}$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ خراج - پایه ۱۰ - فصل ۲)



۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۲) $\sqrt{3}$

۳) $2\sqrt{3}$

۴) $3\sqrt{3}$

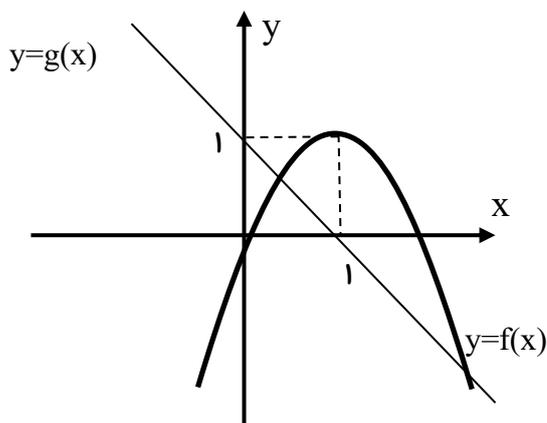
پاسخ: گزینه ۳

$$f(x) = x + 1, g(x) = -x$$

$$\frac{f'(x)}{g(x)} = \frac{(x+1)^2}{-x} = 2 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = -2x \Rightarrow x^2 + 4x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 4^2 - 4(1) = 16 - 4$$

$$= 12 \rightarrow |x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{12}}{|a|} = \frac{(2\sqrt{3})}{1} = 2\sqrt{3}$$

۷۸- نمودار تابع با ضابطه‌های سهمی $y = f(x)$ و خط راست $y = g(x)$ در صفحه مختصات مطابق شکل زیر داده شده است. مجموع جواب‌های معادله $f(x) = g^2(x)$ ، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۲)



(۱) -۲

(۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$

(۴) ۲

پاسخ: گزینه ۴

$$\text{معادله } y = g(x) = -x + 1$$

$$\text{محل تقاطع با محور } y \text{ ها } c = 0 \text{ معادله } y = f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\begin{cases} (1, 1): f(1) = a + b = 1 \\ (2, 0): f(2) = 4a + 2b = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2a + 2b = -2 \\ 4a + 2b = 0 \end{cases} \rightarrow 2a = -2 \Rightarrow a = \boxed{-1}$$

$$a + b = 1 \xrightarrow{a=-1} b = \boxed{2}$$

$$\text{معادله سهمی } y = f(x) = -x^2 + 2x$$

$$f(x) = g^2(x) \rightarrow -x^2 + 2x = (-x + 1)^2 \Rightarrow -x^2 + 2x = x^2 - 2x + 1 \rightarrow 2x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow S$$

$$= \frac{-b}{a} = \frac{4}{2} = 2$$

۷۹- یک کارگاه نوعی کالا تولید و هر واحد آن را ۲۴۰ ریال می‌فروشد، اگر صاحب کارگاه در هر روز، x واحد کالا تولید

کرده و تابع هزینه آن $C(x) = x^2 + 60x + 200$ باشد، بیشترین سود روزانه آن کدام است؟ (کنکور انسانی ۹۹ خارج -

پایه ۱۰ - فصل ۲)

۸۱۰۰ (۴)

۷۹۰۰ (۳)

۶۱۰۰ (۲)

۵۶۰۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$R(x) = 240 \cdot x$$

$$P(x) = R(x) - C(x) = 24 \cdot x - x^2 - 6 \cdot x - 200 = -x^2 - 18 \cdot x - 200$$

$$\Delta = (\underbrace{18}_{9 \cdot 2})^2 - 4(-1)(-200) = 4 \times 9 \cdot 2^2 - 4 \times 200 = 4 \left(\frac{81 \cdot 4 - 800}{4} \right)$$

$$\text{بیشترین سود: } \frac{-\Delta}{4a} = \frac{7900}{-4} = +7900$$

۸۰- سهمی $y = -\frac{1}{2}x^2 + ax + b$ با خط $y = 13 - x$ ، در دو نقطه به طول‌های ۲ و ۸ متقاطع‌اند. مختصات رأس این

سهمی، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۹ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۲)

- (۱) (۹, ۱) (۲) (۹, ۳) (۳) (۱۲, ۳) (۴) (۱۳, ۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$x=2 \rightarrow -\frac{1}{2}(2)^2 + a(2) + b = 13 - 2 \Rightarrow -2 + 2a + b = 11 \Rightarrow 2a + b = 13$$

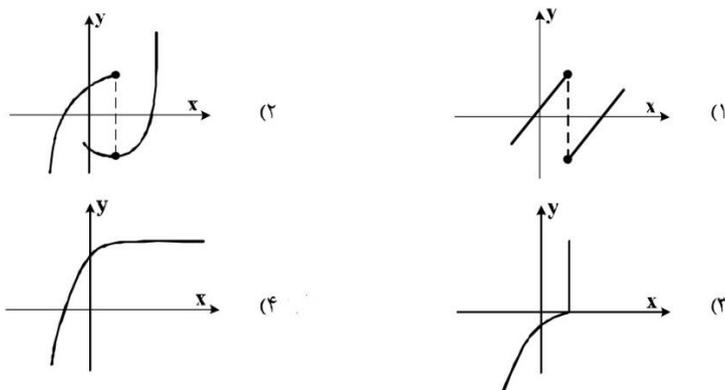
$$x=8 \rightarrow -\frac{1}{2}(8)^2 + a(8) + b = 13 - 8 \Rightarrow -32 + 8a + b = 5 \Rightarrow 8a + b = 37$$

$$\begin{cases} 8a + b = 37 \\ -2a - b = -13 \end{cases} \rightarrow 6a = 24 \Rightarrow a = \frac{24}{6} = 4 \Rightarrow b = 13 - 2a = 13 - 2(4) \Rightarrow b = 13 - 8 = 5$$

$$\text{سهمی: } y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x + 5 \quad \text{طول راس: } \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot (-\frac{1}{2})} = 4$$

$$y = \frac{-1}{2}(4)^2 + 4(4) + 5 = -8 + 16 + 5 = 13 \Rightarrow \text{راس (4, 13)}$$

۸۱- کدام نمودار نمایش یک تابع $y = f(x)$ است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ خراج - پایه ۱۰ - فصل ۲)



پاسخ: گزینه ۴

یک نمودار وقتی تابع است که هر خط موازی محور y ها، نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند و این فقط در گزینه ۴ برقرار است.

۸۲- اگر رابطه $\{(3, a+2b), (5, 4), (7, 2), (3, 7), (5, 2a-b)\}$ یک تابع باشد، $a^2 - b^2$ کدام است؟ (کنکور انسانی)

۱۳۹۸ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۲)

۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

برای اینکه رابطه یک تابع بایستی مولفه‌های اول مثل هم نباشد، و اگر مثل هم باشند بایستی مولفه‌های دوم نیز مثل هم باشد:

$$\begin{aligned} (3, a+2b) = (3, 7) &\Rightarrow \begin{cases} a+2b = 7 \\ 2a-b = 4 \end{cases} \xrightarrow{\times -2} \begin{cases} a+2b = 7 \\ 2a-b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a-4b = -14 \\ 2a-b = 4 \end{cases} \rightarrow -5b = -10 \Rightarrow b = \frac{-10}{-5} = 2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a + 2b = 7 \Rightarrow a + \overbrace{2(2)}^4 = 7 \Rightarrow a = 7 - 4 = 3$$

$$a^2 - b^2 = (3)^2 - (2)^2 = 9 - 4 = 5$$

۸۳- می‌خواهیم با یک قطعه سیم به طول ۵۶ متر، زمینی به شکل مستطیل، که یک طرف آن دیوار است محصور شود.

بیشترین مساحت زمین محصور شده، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۲)



۳۶۴ (۱) ۳۷۸ (۲)

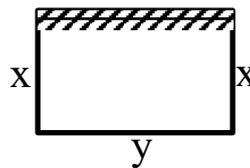
۳۹۲ (۳) ۴۰۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$2x + y = 56$$

$$x = \frac{56}{2(2)} = 14, y = \frac{56}{2(1)} = 28$$

$$S = xy = 14 \times 28 = 392$$



فصل ۳

۸۴- میانگین پنج داده آماری برابر ۳ است. اگر ابتدا به هر یک از داده ها ۴ واحد اضافه کنیم و سپس داده‌های حاصل را در ۶ ضرب کنیم، میانگین داده‌های جدید کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ - خارج - پایه ۱۰ - فصل ۳)

۲۲ (۱) ۲۷ (۲) ۴۲ (۳) ۴۷ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$\bar{x} = 3 \rightarrow \text{جدید } \bar{x} = 6 \times (3 + 4) = 6 \times 7 = 42$$

۸۵- در نمودار جعبه‌ای ۲۸ داده آماری، میانگین داده‌های هر سیل (به جز انتهای آن سیل) به طور جداگانه، به ترتیب ۹/۵ و ۱۰/۵ میانگین کل داده‌ها برابر ۱۲ است. اگر ۳ و ۱۷، به ترتیب انتهای دو سیل باشند، میانگین داده‌های داخل جعبه کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ - خارج - پایه ۱۰ - فصل ۳)

۱۲ (۴) ۱۳ (۳) ۱۴ (۲) ۱۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲



$$\frac{28}{4} = 7$$

$$\sum \boxed{1} = 9/5 \times 6 = 57$$

$$\sum \boxed{2} = 10/5 \times 6 = 63$$

$$\sum \text{کل} = 12 \times 28 = 336$$

$$\bar{x}_{\text{جعبه}} = \frac{336 - 63 - 57 - 3 - 17}{14} = \frac{196}{14} = 14$$

۸۶- میانگین هفت داده آماری برابر ۶ است. اگر ابتدا از هر یک از داده ها ۲ واحد کم کنیم و سپس داده‌های حاصل را در ۴ ضرب کنیم، میانگین داده‌های جدید کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۳)

- ۱) ۲۶ ۲) ۲۲ ۳) ۱۶ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینه ۳

میانگین نیز ابتدا ۲ واحد کم و سپس ضربدر ۴ می‌شود. $\bar{x} = 4 \times (6 - 2) = 16$ جدید

۸۷- دو مجموعه ۲۰ عضوی $A = \{3x_1 - 5, 3x_2 - 5, \dots, 3x_n - 5\}$ و $B = \{\frac{x_1+4}{5}, \frac{x_2+4}{5}, \dots, \frac{x_n+4}{5}\}$ را در نظر بگیرید. اگر میانگین اعضای مجموعه A برابر ۱۳ باشد، میانگین اعضای مجموعه B کدام است؟ (کنکور ۱۴۰۴ انسانی اردیبهشت - پایه ۱۰ - فصل ۳)

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۱

اعضای مجموعه A ضرب در ۳ و بعد منهای ۵ شده است. بنابراین برای مجموعه داده‌های $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ داریم:

$$\bar{x} = \frac{13 + 5}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

حال برای مجموعه B علاوه ۴ و تقسیم بر ۵ می‌کنیم: $\bar{x}_B = \frac{6+4}{5} = \frac{10}{5} = 2$

۸۸- انحراف معیار ۳۰ داده آماری که ۱۰ درصد آن‌ها با میانگین برابر است، ۳ می‌باشد. اگر داده‌های برابر میانگین را از کل داده ها کنار بگذاریم، واریانس داده‌های باقیمانده کدام است؟ (کنکور ۱۴۰۴ انسانی اردیبهشت - پایه ۱۰ - فصل ۳)

- ۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۹ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۴

۱۰٪ سی داده می‌شود ۳ تا داده ها به صورت زیر بوده‌اند:

x_1, \dots, \bar{x} و \bar{x} و \bar{x} و \bar{x} و \dots, x_n .

$$(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + 3(\bar{x} - \bar{x})^2 + \dots + (\bar{x} - x_{30})^2$$

واریانس این داده‌ها ۹ و تعداد ۳۰ تا است: $9 \times 30 = 270$

داده‌های جدید: $(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{30} - \bar{x})^2 = 270$ تعداد ۲۷ تا

$$\rightarrow \sigma^2 = \frac{270}{27} = 10$$

۸۹- در داده‌های ۱۱، ۱۷/۵، ۱۵، ۸، ۲۰، ۵، ۱۰/۵، ۱۲، ۱۸ و ۲۳ نسبت میانه به میانگین کدام است؟ (کنکور انسانی)

۱۴۰۳ خارج- پایه ۱۰ - فصل ۳

- ۱) ۰٫۷۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۱٫۲۵

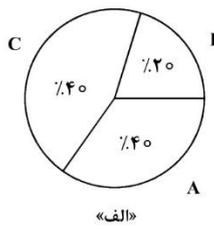
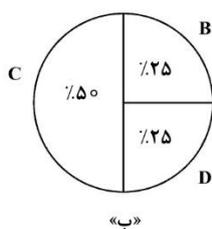
پاسخ: گزینه ۲

داده‌های مرتب شده: $8, 5/10, 11, 12, 15, 17/5, 18, 20, 23$

میانه: ۱۵

$$\frac{\text{میانه}}{\text{میانگین}} = \frac{15}{15} = 1 \quad \text{میانگین} = \frac{135}{9} = 15$$

۹۰- مجموع فراوانی‌ها در نمودار «الف» برابر ۲۰ است. اگر یک نمودار دایره‌ای دیگر برای چهار داده A، B، C و D رسم شود، زاویه مربوط به داده C در نمودار جدید چند درجه است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ خارج- پایه ۱۰ - فصل ۳)



- ۱) ۱۲۰ ۲) ۱۸۰

- ۳) ۱۴۰ ۴) ۱۶۰

پاسخ: گزینه ۱

$$B \rightarrow 2x$$

$$A \rightarrow 4x$$

$$C \rightarrow 4x$$

$$D \rightarrow 4x$$

$$A + B + C + D = 12x \cdot 10 \cdot x = 20 \Rightarrow x = 2$$

$$C \quad 4x \quad | \quad \Rightarrow C = 120$$

$$\begin{array}{r|l} 12x & 360 \\ \hline & \rightarrow \\ & \times 30 \end{array}$$

۹۱- در داده‌های ۱۵، ۱۱/۵، ۴، ۵، ۹، ۱۰/۵، ۱۷ و ۱ حاصل ضرب میانه و میانگین کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ تیر-)

پایه ۱۰ - فصل ۳)

۶۳ (۱) ۷۲ (۲) ۸۴ (۳) ۹۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

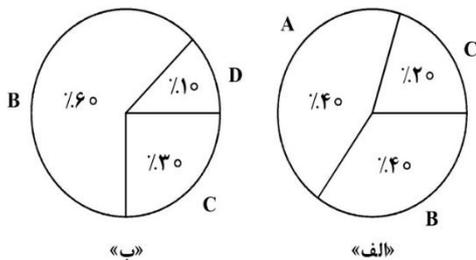
داده‌های مرتب شده: $1, 4, 5, 9, 10/5, 11, 11/5, 15, 17$

$$\text{میانه} = 10/5 \quad \text{میانگین} = \frac{84}{9} = \frac{28}{3}$$

$$\text{میانه} \times \text{میانگین} = 10/5 \times \frac{28}{3} = \frac{10}{5} \times \frac{28}{3} = 7 \times 14 = 98$$

۹۲- اگر زاویه مربوط به داده «A» در یک نمودار دایره‌ای شامل چهار داده A، B، C و D برابر ۱۳۵ درجه باشد، کدام عدد

زیر مجموع فراوانی نمودار «ب» است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ تیر- پایه ۱۰ - فصل ۳)



۱۶ (۱) ۱۵ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$D \rightarrow x$$

$$C \rightarrow 3x$$

$$B \rightarrow 6x$$

بایستی مضرب ۱۰ باشد \Rightarrow مجموع فراوانی ها $10 \times x$

۹۳- اگر یکی از داده‌های ۲، ۴، ۶ و ۸ را با یک عدد فرد که فقط کوچک‌تر از همان عدد است، جایگزین کنیم، به طوری که

واریانس داده‌های جدید کمتر از واریانس داده‌های اولیه باشد. میانگین داده‌های جدید کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳

اردیبهشت- پایه ۱۰ - فصل ۳)

۴,۷۵ (۴)

۴,۵ (۳)

۴,۲۵ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

\overline{x}_1 : ۲, ۴, ۶, ۸ یا \overline{x}_2 : ۲, ۴, ۶, ۸ یا \overline{x}_3 : ۲, ۴, ۶, ۸ یا \overline{x}_4 : ۲, ۴, ۶, ۷

اگر بخواهیم واریانس داده‌های جدید کمتر از داده‌های اولیه باشد، بایستی پراکندگی کمتری داشته باشیم که این فقط در حالت آخر یعنی \overline{x}_4 اتفاق می‌افتد.

$$\bar{x} = \frac{2 + 4 + 6 + 7}{4} = \frac{19}{4} = 4.75$$

۹۴- در یک نمایندگی خودرو، روزانه حداقل یک دستگاه خودرو به فروش می‌رسد. اطلاعات فروش روزانه این نمایندگی در یک هفته، مطابق جدول زیر کامل می‌شود. اگر معلوم شود بیشترین فروش روزانه در روز یکشنبه بوده، متوسط تعداد فروش روزانه این نمایندگی در این هفته کدام عدد زیر، می‌تواند باشد؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ خارج - پایه ۱۰ - فصل ۳)

روز	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه
تعداد فروش		۸				

۸ (۴)

۵ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

این نمایندگی حداقل یک خودرو و حداکثر ۷ خودرو در روزهای غیر یکشنبه می‌فروشد یعنی

$$\text{حداقل متوسط فروش روزانه در این هفته: } \frac{(1 \times 5) + 8}{6} = \frac{13}{6} \approx 2.16$$

$$\text{حداکثر متوسط فروش روزانه در این هفته: } \frac{(7 \times 5) + 8}{6} = \frac{43}{6} \approx 7.16$$

پی عددی بین $2.16 \leq x \leq 7.16$ با توجه به گزینه عدد ۵ درست است.

۹۵- اگر انحراف معیار پنج داده برابر صفر باشد و با ترکیب داده‌های ۸، ۵ و ۱۱ با پنج داده اولیه، میانگین هشت داده تغییر نکند، انحراف معیار این هشت داده، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ خارج - پایه ۱۰ - فصل ۳)

۲,۵ (۴)

۳,۲۵ (۳)

۱,۵ (۲)

۱,۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

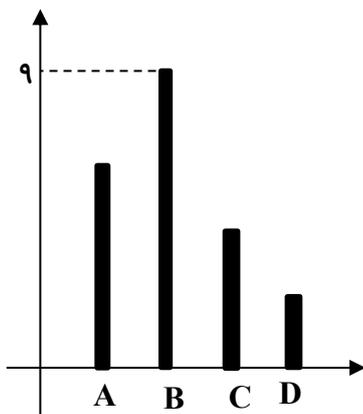
چون انحراف معیار برابر صفر است، پس هر ۵ داده با هم برابرند و برابر میانگین $\bar{x} = x, x, x, x, x$ چون میانگین در حالت اولیه و حالت جدید برابر است پس میانگین داده‌های جدید اضافه شده = میانگین داده‌ها قبلی

$$\frac{8 + 5 + 1}{3} = \frac{14}{3} = 4 \Rightarrow \bar{x} = 4 \text{ و داده‌ها: } 5, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 11$$

$$\sigma^2 = \frac{\left(\frac{3}{8-5}\right)^2 + \left(\frac{-3}{8-11}\right)^2}{3} = \frac{9+9}{8} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4} \rightarrow \sigma = \frac{3}{2} = 1.5$$

۹۶- نمودار زیر تعداد گل‌های زده یک فصل ۴ بازیکن A، B، C و D را نشان می‌دهد. میانگین گل زده این چهار بازیکن،

کدام عدد زیر می‌تواند باشد؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۳)



۸ (۱)

۴ (۲)

۳ (۳)

۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$D < C < A < B \rightarrow \bar{x} = \frac{30}{4} = 7.5$$

$$D < C < A < 9 \rightarrow \bar{x} = \frac{15}{4} = 3.75$$

$$\bar{x} = 4 \text{ با توجه به گزینه‌ها } 3.75 < \bar{x} < 7.5$$

۹۷- اگر درآمد افراد یک جامعه ۴ برابر شود مقادیر خط فقر با استفاده از میانگین (a) و خط فقر با استفاده از میانه (b) چه

تغییری می‌کنند؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۳)

(۱) a و b، ۲ برابر می‌شوند

(۲) a و b، ۴ برابر می‌شوند

(۳) a، ۲ برابر و b، ۴ برابر می‌شوند.

(۴) a، ۴ برابر و b، ۲ برابر می‌شوند.

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به اینکه هر تغییراتی اعم از جمع، تفریق، ضرب یا تقسیم روی داده‌ها، همان تغییرات روی میانگین و میانه نیز اعمال می‌گردد. پس گزینه ۲ درست است.

۹۸- در داده‌های ۱۰، ۲، ۵، ۴، ۸، ۱۲، ۲ با حذف داده‌های کوچک‌تر از چارک اول و داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم، دامنه تغییرات چند درصد کاهش می‌یابد؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۳)

- (۱) ۵۰ (۲) ۴۰ (۳) ۲۵ (۴) ۲۰

پاسخ: گزینه ۴

$$2, \underset{Q_1=2}{2}, 4, \underset{Q_2=5}{5}, 8, \underset{Q_3=10}{10}, 12 \xrightarrow{\text{حذف قبل از } Q_1 \text{ و بعد } Q_3} 2, 4, 5, 8, 10$$

دامنه تغییرات قدیم: $12 - 2 = 10$ دامنه تغییرات جدید: $10 - 2 = 8$

$$\frac{\text{دامنه تغییرات قدیم} - \text{دامنه تغییرات جدید}}{\text{دامنه تغییرات قدیم}} \times 100 = \frac{10 - 8}{10} \times 100 = -20\%$$

۹۹- برای اندازه‌گیری ویژگی افراد یا اشیاء با دقت زیاد از کدام مقیاس اندازه‌گیری، استفاده می‌شود؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ خراج - پایه ۱۰ - فصل ۳)

- (۱) اسمی (۲) نسبتی (۳) ترتیبی (۴) فاصله‌ای

پاسخ: گزینه ۴

۱۰۰- در یک جامعه با میانگین ۴۰ تقریباً ۶۸ درصد داده‌ها بین ۳۵ و ۴۵ قرار می‌گیرند. واریانس داده‌ها، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ خراج - پایه ۱۰ - فصل ۳)

- (۱) ۵ (۲) ۱۵ (۳) ۲۵ (۴) ۴۰

پاسخ: گزینه ۳

$$68\% \rightarrow (\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma) = (35, 45) \quad \bar{x} = 40$$

$$\bar{x} - \sigma = 35 \Rightarrow \sigma = 40 - 35 = 5 \rightarrow \sigma^2 = 25$$

۱۰۱- جمعیت ده کشور دنیا برحسب میلیون نفر به صورت داده‌های زیر است.

- ۸۵، ۱۰۵۰، ۲۴۰، ۸۵، ۶۵، ۳، ۸، ۴۲، ۲۵، ۳۶

نسبت دامنه کل به دامنه میان چارکی کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ خراج - پایه ۱۰ - فصل ۳)

- (۱) ۱۲،۳۵ (۲) ۱۷،۴۵ (۳) ۱۹،۳۵ (۴) ۱۹،۵۵

پاسخ: گزینه ۲

۳, ۸, $\boxed{۲۵}$, ۳۶, ۴۲	۶۵, ۸۵, $\boxed{۸۵}$, ۲۴۰, ۱۰۵۰
Q_1	Q_3

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 85 - 25 = 60$$

$$\text{دامنه تغییرات: } 1050 - 3 = 1047 \quad \frac{\text{دامنه کل}}{IQR} = \frac{1047}{60} = 17/45$$

۱۰۲- تابع $f(x) = -\frac{1}{4}x + 4$ را در دامنه $\{-99, -98, \dots, 0, 1, \dots, 99, 100\}$ در نظر بگیرید. مقدار متوسط عضوهای برد تابع f ، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ تیر - کنکور انسانی ۱۴۰۰ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۳)

- (۱) ۳/۵ (۲) ۳/۷۵ (۳) ۴ (۴) ۴/۲۵

پاسخ: گزینه ۲

$$\bar{x} \text{ دامنه} = \frac{(-99) + (-98) + \dots + 0 + 1 + \dots + 98 + 99 + 100}{200} = \frac{100}{200} = \frac{1}{2}$$

$$\text{تعداد} = 100 - (-99) + 1 = 200$$

$$\bar{x} \text{ برد} = \frac{-1}{2} \left(\frac{1}{2} \right) + 4 = 4 - \frac{1}{4} = 3/75$$

۱۰۳- برای اندازه گیری داده‌هایی که قابل مرتب کردن بوده و اختلاف بین مقادیر داده‌ها با معنا است، از کدام مقیاس اندازه گیری استفاده می‌شود؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۳)

- (۱) اسمی (۲) نسبتی (۳) ترتیبی (۴) فاصله‌ای

پاسخ: گزینه ۴

۱۰۴- میانگین و واریانس داده‌های یک جامعه به ترتیب ۱۵۲ و ۳۶ است. تقریباً ۹۶ درصد داده‌ها در کدام فاصله قرار می‌گیرند؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۳)

(۱) (۱۱۶, ۱۸۸) (۲) (۱۳۴, ۱۷۰)

(۳) (۱۴۶, ۱۵۸) (۴) (۱۴۰, ۱۶۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$\sigma^2 = 36 \rightarrow \sigma = 6 \quad \text{انحراف معیار}$$

$$96\% \rightarrow (\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma) = \left(152 - \overbrace{2(6)}^{12}, 152 + \overbrace{2(6)}^{12} \right) = (140, 164)$$

۱۰۵- نوع متغیر رتبه‌های شرکت‌کنندگان، در آزمون سراسری، کدام است؟ (کنکور انسانی ۹۹ خارج - پایه ۱۰ - فصل ۳)

- (۱) کمی - نسبتی
(۲) کمی - فاصله‌ای
(۳) کمی - ترتیبی
(۴) کیفی - ترتیبی

پاسخ: گزینه ۴

رتبه از نوع متغیر کیفی - ترتیبی است

۱۰۶- در داده‌های آماری ۱۵، ۱۷، ۱۰، ۱۲/۵، ۱۳، ۹، ۱۶، ۱۷/۵، ۱۳، ۱۴ تفاضل میانه از میانگین، کدام است؟ (کنکور

انسانی ۹۹ خارج - پایه ۱۰ - فصل ۳)

- (۱) ۰/۱
(۲) ۰/۲
(۳) ۰/۳
(۴) ۰/۴

پاسخ: گزینه ۲

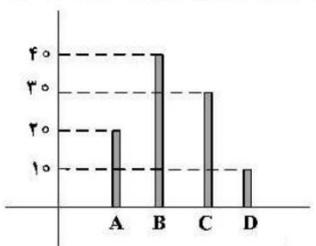
داده مرتب شده ۹، ۱۰، ۱۲/۵، ۱۳، $\boxed{13, 14}$ ، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۷/۵
میانه = ۱۳/۵

$$\bar{x} = \frac{9 + 10 + 12/5 + 13 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 17/5}{10} = \frac{137}{10} = 13/7$$

تفاضل میانه از میانگین: $13/7 - 13/5 = 0/2$

۱۰۷- نمودار میله‌ای زیر، درصد تعداد عضوهای متغیر کیفی اسمی است. در نمودار دایره‌ای آن، زاویه مربوط به گروه B،

چند درجه است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۹ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۳)



- (۱) ۱۳۲
(۲) ۱۴۴
(۳) ۱۵۰
(۴) ۱۵۶

پاسخ: گزینه ۲

$$A + D + C + D = 20 + 40 + 30 + 10 = 100$$

$$B \quad \begin{array}{c|c} 40 & x \\ \hline 100 & 360 \end{array} \Rightarrow x = 4 \times 36 = 144$$

۱۰۸- در داده‌های آماری ۱۸، ۸، ۱۵، ۷، ۱۴، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۸، ۱۰، ۱۲، ۱۷، انحراف معیار داده‌های بیشتر از چارک اول و

کمتر از چارک سوم، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ خارج - پایه ۱۰ - فصل ۳)

۱) ۱/۶ (۲) ۱/۹ (۳) ۲/۱ (۴) ۲/۴

پاسخ: گزینه ۲

داده‌های مرتب شده :

۷, ۸, ۹, ۱۰ , ۱۰, ۱۱,	۱۲, ۱۴, ۱۵, ۱۷ , ۱۸, ۱۸,
$Q_1 = 9/5$	$Q_3 = 16$

$Q_2 = 11/5$

داده‌های بین چارک اول و چارک سوم ۱۵ و ۱۴ و ۱۲ و ۱۱ و ۱۰ و ۱۰ :

$$\bar{x} = \frac{10 + 10 + 11 + 12 + 14 + 15}{6} = \frac{72}{6} = 12$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{2 \left(\frac{12-10}{2} \right)^2 + \left(\frac{12-11}{1} \right)^2 + \left(\frac{12-14}{1} \right)^2 + \left(\frac{12-14}{-2} \right)^2 + \left(\frac{12-15}{-3} \right)^2}{6}}$$

$$= \sqrt{\frac{8 + 1 + 4 + 9}{6}} = \sqrt{\frac{22}{6}} = \sqrt{3/6} \approx 1/9$$

۱۰۹- نمرات ادبیات دانش‌آموزی در ۱۰ آزمون به صورت زیر است. با حذف دو نمره کمترین و بیشترین آن‌ها، مقدار

انحراف معیار، تقریباً کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۳)

۱۴, ۱۲, ۱۵, ۹, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۵, ۲۰, ۱۱

۱) ۰/۹ (۲) ۱/۲ (۳) ۱/۵ (۴) ۱/۶

پاسخ: گزینه ۴

داده‌های مرتب شده: ۹ و ۱۱ و ۱۲ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۵ و ۱۵ و ۱۵ و ۱۶ و ۱۵ و ۱۱

کمترین و بیشترین نمره را حذف می‌کنیم ۱۶ و ۱۵ و ۱۵ و ۱۵ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۲ و ۱۱

$$\bar{x} = \frac{11 + 12 + 14 + 14 + 15 \times 3 + 16}{8} = 14$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\left(\frac{14-11}{3} \right)^2 + \left(\frac{14-12}{2} \right)^2 + 2 \left(\frac{14-14}{1} \right)^2 + 3 \left(\frac{14-15}{1} \right)^2 + \left(\frac{14-16}{2} \right)^2}{8}}$$

$$= \sqrt{\frac{9 + 4 + 3 + 4}{8}} = \sqrt{\frac{20}{8}} = \sqrt{2/5} \approx 1/58 \approx 1/6$$

۱۱۰- در مورد گردآوری داده‌ها، کدام بیان درست است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۳)

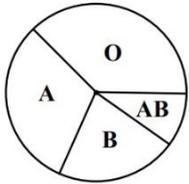
- ۱) علم آمار نحوه گردآوری، سازماندهی، تحلیل و تفسیر اطلاعات است.
- ۲) یک روش آماری مناسب می‌تواند دقیق‌تر از داده‌ها و حقایق اصلی باشد.
- ۳) دادگان‌ها همیشه اطلاعات ثبتي را در اختیار آمارگر قرار می‌دهند.
- ۴) عدد آماره همواره کوچک‌تر از عدد پارامتر است.

پاسخ: گزینه ۱

از متن کتاب درسی

فصل ۴

۱۱۱- نمودار دایره‌ای زیر، مربوط به گروه‌های خونی A، B، AB و O، جمعیت یک شهر است. اگر تعداد افراد با گروه‌های خونی A و B، به ترتیب ۵ و ۳ برابر گروه خونی AB و گروه خونی O دو برابر گروه خونی B باشد، زاویه مربوط به گروه خونی O چند درجه است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ خارج - پایه ۱۰ - فصل ۴)



۹۶ (۱) ۱۲۰ (۲)

۱۴۴ (۳) ۱۶۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$AB = x$$

$$AB + A + B + O = 360^\circ$$

$$x + 5x + 3x + 2(3x) = 360^\circ \Rightarrow 15x = 360^\circ \rightarrow x = \frac{360}{15}$$

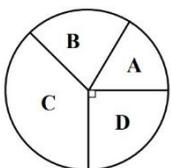
$$\hat{O} = 6 \times \frac{360}{15} = 2 \times 27 = 144^\circ$$

۱۱۲- به منظور مقایسه شاخص سلامت در چهار کشور A، B، C و D، متغیرهای $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ و x_8 برای این کشورها گردآوری شده و در قالب یک نمودار راداری نمایش داده شده است. زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری چند درجه است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ خارج - پایه ۱۰ - فصل ۴)

۳۰ (۱) ۴۵ (۲) ۶۰ (۳) ۷۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{360}{8} = \frac{90}{2} = 45$$



۱۱۳- نمودار دایره‌ای زیر، مربوط به نمرات A، B، C و D از ۹۶ دانش آموز در درس «ریاضی و آمار» است. اگر تعداد دانش‌آموزانی که نمره‌های B و C گرفته‌اند، به ترتیب ۲ و ۳ برابر تعداد دانش‌آموزانی باشد که نمره A گرفته‌اند، چه تعداد دانش‌آموز نمره C گرفته است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ تیر - پایه ۱۰)

۳۹ (۲) ۴۲ (۱)

۳۳ (۴) ۳۶ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

$$A + B + C = ۲۷۰^\circ$$

$$A + ۲A + ۳A = ۶A \Rightarrow A = \frac{۲۷۰^\circ}{۶} = ۴۵^\circ \Rightarrow \hat{C} = ۳ \times ۴۵^\circ = ۱۳۵^\circ$$

۱۳۵	C
۳۶۰	۹۶

$$\Rightarrow C = \frac{۱۳۵ \times ۹۶}{۳۶۰} = ۳۶ \text{ نفر}$$

۱۱۴- قرار است داده‌های مربوط به پنج شاخص سلامت x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 برای سه کشور A, B و C در قالب یک نمودار راداری نمایش داده شود. زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری چند درجه است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ تیر -

پایه ۱۰ - فصل ۴)

۱۲۰ (۱) ۷۲ (۲) ۶۰ (۳) ۳۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{با } ۵ \text{ متغیر داریم: } \frac{۳۶۰}{۵} = ۷۲^\circ$$

۱۱۵- در نمودار جعبه‌ای ۲۲ داده آماری متمایز، میانگین داده‌های سبیل چپ با داده‌های انتهایی ۸ و سبیل سمت راست با داده انتهایی ۵۶، به ترتیب ۱۲ و ۴۷ است. اگر میانگین داده‌های بین کمترین و بیشترین داده برابر ۲۸ باشد، میانگین داده‌های داخل جعبه کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۴)

۳۱ (۱) ۳۰ (۲) ۲۸ (۳) ۲۷ (۴)

$$\left(\frac{1}{4}\right) \sum x_i = 8 \times 12 = 96$$

$$\left(\frac{1}{4}\right) \sum x_i = 8 \times 47 = 376$$

$$\text{کل} \sum x_i = 32 \times 28 = 896$$

$$\bar{x}_{\text{جعبه داخل}} = \frac{896 - 376 - 96 + 8}{16} = 27$$

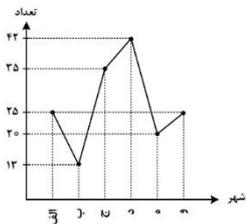
۱۱۶- در یک نمودار حبابی، سه تایی مرتب (a,b,c) مربوط به حبابی به شعاع $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$ است. کدام مورد در خصوص مختصات این حباب می تواند درست باشد؟ (کنکور ۱۴۰۴ انسانی اردیبهشت - پایه ۱۰ - فصل ۴)

(۱) (۴,۴,۴) (۲) (۲,۲,۲) (۳) (۴√π, ۴√π, ۴√π) (۴) ($\frac{2}{\sqrt{\pi}}, \frac{2}{\sqrt{\pi}}, \frac{2}{\sqrt{\pi}}$)

متغیر سوم نمودار حبابی متناسب با مساحت دایره است $C \propto S$

$$S = \pi \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\right)^2 = \pi \frac{4}{\pi} = 4$$

۱۱۷- نمودار زیر جمعیت دانش آموزان ۶ شهر را برحسب هزار نفر نشان می دهد. در نمودار دایره‌ای آن، زاویه مربوط به جمعیت دانش آموزان شهر «ج»، چند درجه است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ اردیبهشت - پایه ۱۰ - فصل ۴)



(۱) ۷۸,۷۵ (۲) ۹۴,۵

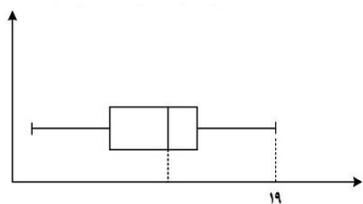
(۳) ۵۶,۲۵ (۴) ۶۴,۵

$$\text{مجموع دانش آموزان } 160 = 25 + 13 + 35 + 42 + 20 + 25$$

زاویه شهر ج ۳۵ X

$$\Rightarrow x = \frac{\frac{360 \times 35}{160}}{\frac{160}{4}} = \frac{315}{4} = 78.75$$

۱۱۸- داده‌های نمودار، زیر اعداد فرد هستند. اگر ۵ داده کمتر از میانه باشد، کدام می‌تواند بیشترین مقدار ممکن برای میانه باشد؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر خارج - پایه ۱۰ - فصل ۴)



۱۸ (۱)

۱۴ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

حالت اول: $\frac{19}{2}$ میانه

که تعداد کل داده‌ها فرد می‌باشد، چون خود اعداد نیز فرد است، پس میانه نیز باید عددی فرد باشد که در گزینه‌ها موجود نیست.

حالت دوم: $\frac{19}{2}$ میانه

بیشترین حالت ممکن برای $Q_3 = 17$ است.

$$\frac{15+17}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

۱۱۹- اگر ۱، ۲a، ۱، ۴ به ترتیب مربع انحراف از میانگین داده‌های ۱۱، ۶a، ۹، ۸ باشد مقدار انحراف معیار داده‌ها کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر خارج - پایه ۱۰ - فصل ۴)

۲/۵ (۴) ۱/۸ (۳) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ (۲) $\frac{5}{\sqrt{10}}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\sigma^2 = \frac{4 + 1 + 1 + 2a}{4} = \frac{6 + 2a}{4} = \frac{a}{2} + \frac{3}{2}$$

$$\bar{x} = \frac{8 + 9 + 6a + 11}{4} = \frac{28 + 6a}{4} = \frac{3a}{2} + 7$$

$$(8 - \bar{x})^2 = 4 \Rightarrow 8 - \bar{x} = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} \bar{x} = 6 \\ \bar{x} = 10 \end{cases}$$

$$(9 - \bar{x})^2 = 1 \Rightarrow 9 - \bar{x} = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} \bar{x} = 10 \\ \bar{x} = 8 \end{cases}$$

از اشتراک جواب‌ها پس: $\bar{x} = 10$

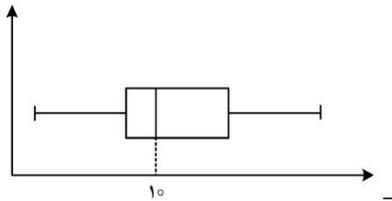
$$\frac{3}{2}a + 7 = 10 \Rightarrow \frac{3}{2}a = 3 \Rightarrow a = \boxed{2}$$

$$\sigma^2 = \frac{a}{2} + \frac{3}{2} = \frac{2}{2} + \frac{3}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow \sigma = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{10}}$$

۱۲۰- داده‌های نمودار، زیر اعداد زوج هستند. اگر مقدار ۴ داده بیشتر از میانه باشد، کدام می‌تواند بیشترین مقدار ممکن

برای میانگین داده‌های کمتر از میانه باشد؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر - پایه ۱۰)

فصل ۴)



۵ (۱) ۷,۵ (۲)

۸,۵ (۳) ۹ (۴)

پاسخ: گزینه ۴



چون میانہ ۱۰ است بنابراین: میانہ = $\frac{\text{مجموع این دو داده}}{2}$

داده‌های کمتر از میانہ بطوری که بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد، حداکثر ۹ است.

۱۲۱- اگر ۲۵، ۱۷-۲a، ۱۶، ۴ به ترتیب مربع انحراف از میانگین داده‌های متمایز ۱۳، a، ۴، ۶ باشد واریانس این داده‌ها

کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۴)

۹ (۱) ۹,۵ (۲) ۱۱ (۳) ۱۱,۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$\sigma^2 = \frac{4 + 16 + 25 + 2a - 17}{4} = \frac{2a + 28}{4} = \frac{a}{2} + 7$$

$$\bar{x} = \frac{6 + 4 + 13 + a}{4} = \frac{23 + a}{4}$$

$$\text{مربع انحراف از میانگین: } (\bar{x} - 6)^2 = 4 \Rightarrow \bar{x} - 6 = 2 \Rightarrow \frac{23 + a}{4} = \overbrace{6+2}^8 \Rightarrow 23 + a = 32 \Rightarrow a = 32 - 23 = \boxed{9}$$

$$\sigma^2 = \frac{9}{2} + 7 = 4\frac{1}{2} + 7 = 11\frac{1}{2}$$



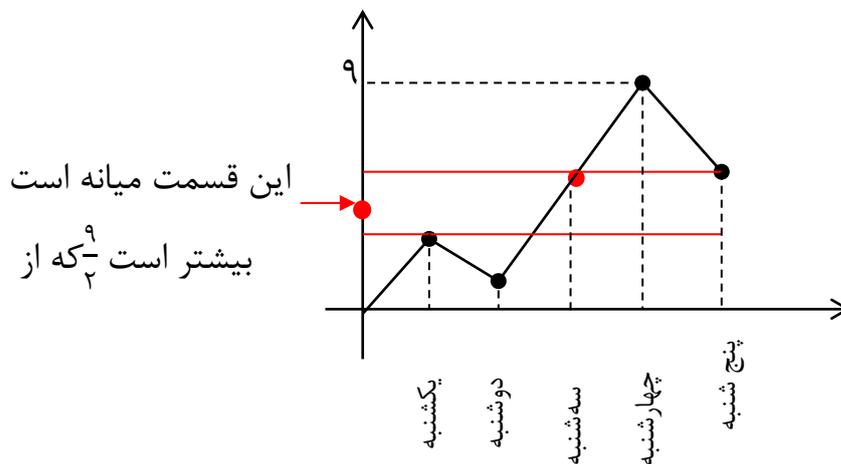
۱۲۲- به یک مرکز درمانی، هر روز تعدادی بیمار مراجعه می‌کنند. نمودار زیر، تعداد

مراجعه کنندگان در روزهای کاری یک هفته به این مرکز درمانی را نشان می‌دهد.

کدام عدد می‌تواند میانه تعداد بیماران در این هفته باشد؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ دی - پایه ۱۰ - فصل ۴)

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۶
(۴) ۷

پاسخ: گزینه ۳



	a	b	9
چهارشنبه	سه‌شنبه	پنجشنبه	یکشنبه
$2 \leq a \leq 6$	$3 \leq b \leq 7$		
$\frac{5}{2} \leq \frac{a+b}{2} \leq \frac{13}{2} \Rightarrow \frac{2}{5} \leq \frac{a+b}{2} \leq \frac{6}{5}$			

گزینه ۲ یا ۳

- باتوجه به نمودار به صورت تخمینی انتخاب گزینه میانه، برابر عدد ۶ معقول‌تر است.

۱۲۳- محصول تولیدی یک شرکت، در بطری بسته‌بندی می‌شود. بنا بر آنچه روی بطری‌ها درج شده، تقریباً حجم ۹۶٪ بطری‌های بسته‌بندی شده، بین ۲۲۰ و ۲۳۰ میلی‌لیتر است. واریانس حجم بطری‌ها کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ دی -

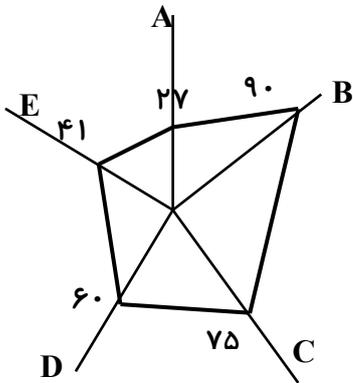
پایه ۱۰ - فصل ۴)

- (۱) ۲,۵۶
(۲) ۶,۲۵
(۳) ۱۶
(۴) ۲۵

پاسخ: گزینه ۲

$$(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma) = (220, 230) \Rightarrow 4\sigma = 10 \Rightarrow \sigma = \frac{10}{4} = \frac{2.5}{1} \Rightarrow \sigma^2 = (2.5)^2 = 6.25$$

۱۲۴- یک شرکت تولیدی برای سهولت مقایسه کیفیت محصول خود توسط خریداران، داده‌های گردآوری شده ۵ متغیر A، B، C، D و E به ترتیب با بیشینه‌های ۷، ۹۵، ۶، ۱ و ۵ را به صورت نمودار راداری زیر (برحسب درصد ارائه) کرده است. مقدار متغیر E، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ خارج - پایه ۱۰ - فصل ۴)



۱) ۱,۸۹

۲) ۲,۰۵

۳) ۱۸,۹

۴) ۲۰,۵

پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{array}{r|l}
 \text{برای E} & X \\
 \hline
 41 & 5 \\
 \hline
 100 & \\
 \hline
 x = \frac{41 \times 5}{100} = \frac{41}{20} = 2.05
 \end{array}$$

۱۲۵- اگر زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری ۴۵ درجه باشد. داده‌ها برای چند متغیر گردآوری شده است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۴)

۳ (۴)

۴ (۳)

۷ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{360^\circ}{n} = 45^\circ \Rightarrow n = \frac{360}{45} = 8$$

۱۲۶- دامنه میان چارکی نمودار جعبه‌ای شامل ۱۰ داده، ۲۵ و اختلاف چارک اول با سیلها ۳۸ و ۲۶ است. اگر کوچک‌ترین عضو داده‌ها ۳ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای چارک سوم، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۴)

۳۶ (۴)

۶۴ (۳)

۱۰۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

حالت اول : ۳ = کوچکترین داده (ک)

$$Q_3 - Q_1 = 25$$

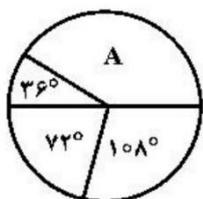
$$Q_1 - 5 = 38 \Rightarrow Q_1 = 38 + 3 = 41 \Rightarrow Q_3 = Q_1 + 25 = 41 + 25 = \boxed{66}$$

حالت دوم:

$$Q_1 - 5 = 26 \Rightarrow Q_1 = 26 + 3 = 29 \Rightarrow Q_3 = Q_1 + 25 = 29 + 25 = \boxed{54}$$

$$\text{مجموع مقادیر: } 66 + 54 = 120$$

۱۲۷- نمودار دایره‌ای زیر، نسبت نمرات مسئولیت‌پذیری ۸۰ نفر از کارکنان یک شرکت، در ۴ بازه مورد قبول را نشان می‌دهد. تعداد کارکنان در گروه A، کدام است؟ (کنکور انسانی ۹۹ خارج - پایه ۱۰ - فصل ۴)



$$32 \quad (2) \quad 30 \quad (1)$$

$$36 \quad (4) \quad 34 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{زاویه } A: 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$$

$$144 \mid x \quad x \Rightarrow \frac{144 \times 2}{9} = 32$$

۱۲۸- داده‌های آماری ۱۳، ۱۸، ۲۰، ۱۸/۵، ۱۴/۵، ۱۲، ۱۵، ۱۵/۵ و ۱۷ با نمودار جعبه‌ای، نشان داده شده است. انحراف معیار داده‌های داخل جعبه، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۹ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۴)

$$1,1 \quad (4) \quad 1,2 \quad (3) \quad 1,3 \quad (2) \quad 1,5 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{داده‌های مرتب شده: } 12, \underbrace{13, 14/5}_{Q_1 = \frac{27/5}{2} = 13/5}, \boxed{15/5}, \underbrace{17, 18, 18/5}_{Q_3 = 18/5}, 20$$

$$\text{داده‌های داخل جعبه: } 14/5, 15, 15/5, 17, 18 \rightarrow \bar{x} = 16$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(16 - 14/5)^2 + (16 - 15)^2 + (16 - 15/5)^2 + (17 - 16)^2 + (16 - 18)^2}{4}} = \sqrt{1/7} \approx 1/3$$

۱۲۹- در نمودار جعبه‌ای داده‌های ۱۶، ۱۷/۵، ۱۴، ۱۷، ۱۳، ۱۰، ۱۲/۵، ۹، ۱۵ و ۱۳، تفاضل داده‌های ابتدا و انتهای جعبه، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۹ تیر - پایه ۱۰ - فصل ۴)

$$4 \quad (4) \quad 3,5 \quad (3) \quad 3,25 \quad (2) \quad 3 \quad (1)$$

داده‌های مرتب شده: $9, 10, \underbrace{12/5}_{Q_1}, 13, 13, \underbrace{14, 15, 16}_{Q_3}, 17, 17/5$

$$16 - 12/5 = 3/5$$

فصل ۱

۱- دانش‌آموزی با توجه به تساوی $a = \frac{a-d}{c-d}$ برای محاسبه d ، استدلال زیر را ارائه داده است. ایراد این استدلال (در صورت وجود) در کدام گام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ - خارج - پایه ۱۱ - فصل ۱)

(۱) پنجم (۲) چهارم (۳) دوم (۴) استدلال فاقد ایراد است.

اول) $a = \frac{a-d}{c-d}$

دوم) $a(c-d) = a-d$

سوم) $ac - a = ad - d$

چهارم) $ac - a = (a-1)d$

پنجم) $\frac{ac-a}{a-1} = d$

پاسخ: گزینه ۱

در مرحله ۵، ممکنه $a = 1$ باشد که مخرج را صفر می‌کند.

۲- کدام یک از گزاره‌های زیر، با $p \Rightarrow q \Rightarrow \sim q$ هم ارز منطقی است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ - خارج - پایه ۱۱ - فصل ۱)

(۱) $p \Rightarrow \sim q$ (۲) $\sim q \Rightarrow \sim p$ (۳) $q \Rightarrow \sim p$ (۴) $\sim p \Rightarrow q$

پاسخ: گزینه ۴

$\sim q \Rightarrow p \xrightarrow{\text{تقیض عکس}} \sim p \Rightarrow q$

۳- دانش‌آموزی با توجه به تساوی $\frac{a-d}{a} = \frac{d-c}{c}$ برای محاسبه d ، استدلال زیر را ارائه داده است. ایراد این استدلال (در صورت وجود) در کدام گام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ - تیر - پایه ۱۱ - فصل ۱)

(۱) دوم (۲) چهارم (۳) پنجم (۴) استدلال فاقد ایراد است.

اول) $\frac{a-d}{a} = \frac{d-c}{c}$

دوم) $c(a-d) = a(d-c)$

سوم) $ac + ac = ad + cd$

چهارم) $2ac = (a+c)d$

پنجم) $d = \frac{2ac}{a+c}$

پاسخ: گزینه ۳

در گام پنجم، مخرج کسر $(a+c)$ ممکن است صفر گردد.

۴- کدام یک از گزاره‌های زیر، با $p \Leftrightarrow q \Leftrightarrow \sim p$ هم ارز منطقی نیست؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ - تیر - پایه ۱۱ - فصل ۱)

$$q \Leftrightarrow \sim p \quad (۴) \quad \sim q \Leftrightarrow p \quad (۳) \quad p \Leftrightarrow \sim q \quad (۲) \quad \sim q \Leftrightarrow \sim p \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

گزینه ۴ همان صورت سوال است. گزینه ۳ عکس نقیض آن است و گزینه ۲ همان گزینه ۳ است. بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است

۵- دانش آموزی معادله « $x - 2 = 2$ » را با استدلال زیر حل کرده است. ایراد این استدلال در کدام گام است؟ (کنکور ۱۴۰۴ انسانی اردیبهشت - پایه ۱۱ - فصل ۱)

اول $(x - 2)(x - 5) = 2(x - 5)$

دوم $x^2 - 7x + 10 = 2x - 10$

سوم $(x^2 - 7x + 10) - (x - 6) = (2x + 10) - (x - 6)$

چهارم $x^2 - 8x + 16 = x - 4$

پنجم $\frac{(x-4)^2}{x-4} = \frac{x-4}{x-4}$

ششم $x - 4 = 1$

هفتم $x=5$

(۴) ششم

(۳) پنجم

(۲) سوم

(۱) یکم

پاسخ: گزینه ۳

در مرحله ۵ تقسیم بر $(x - 4)$ ایراد استدلال است، زیرا $x = 4$ جواب معادله می‌باشد و نمی‌بایست $(x - 4)$ مخرج کسر می‌باشد

۶- اگر گزاره $(q \vee \sim p) \Rightarrow r$ نادرست باشد، آنگاه کدام گزاره زیر با آن هم ارزش است؟ (کنکور ۱۴۰۴ انسانی اردیبهشت - پایه ۱۱ - فصل ۱)

$p \Rightarrow q$ (۴)

$q \Rightarrow p$ (۳)

$p \Rightarrow r$ (۲)

$r \Rightarrow p$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$r \Rightarrow (q \vee \sim p) \equiv F$

بایستی $r \equiv T$ و $(q \vee \sim p) \equiv F$ پس $q \equiv F$ و $\sim p \equiv F$ یعنی $p \equiv T$

بررسی گزینه ها: | گزینه ۱: $r \Rightarrow p$ | $T \Rightarrow T \equiv T$ | گزینه ۲: $p \Rightarrow r$ | $T \rightarrow T \equiv T$ | گزینه ۳: $q \Rightarrow p$ | $F \Rightarrow T \equiv T$ | گزینه ۴: $p \Rightarrow q$ | $T \Rightarrow F \equiv F$ بنابراین با گزینه ۴ هم ارزش است

۷- اگر p گزاره درست، q گزاره نادرست و r گزاره دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره نادرست است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳)

خارج- پایه ۱۱- فصل ۱)

$$\begin{aligned} (p \Rightarrow q) \Rightarrow r & (1) & (r \Rightarrow q) \Rightarrow p & (2) \\ (r \Rightarrow p) \Rightarrow q & (3) & (\sim q \Rightarrow \sim p) \Rightarrow \sim r & (4) \end{aligned}$$

پاسخ: گزینه ۳

دلخواه، $q \equiv F$ ، $p \equiv T$

$$\text{گزینه ۱: } \underbrace{\left(\underbrace{p}_{T} \Rightarrow \underbrace{q}_{F} \right)}_F \Rightarrow r \equiv T$$

$$\text{گزینه ۲: } \left(\underbrace{r}_{T} \Rightarrow \underbrace{q}_{F} \right) \Rightarrow P \quad \begin{cases} (T \Rightarrow F) \Rightarrow T \equiv F \Rightarrow T \equiv T \\ (F \Rightarrow F) \Rightarrow T \equiv T \Rightarrow T \equiv T \end{cases}$$

$$\text{گزینه ۳: } (r \Rightarrow p) \Rightarrow q \quad \begin{cases} (T \Rightarrow T) \Rightarrow F \equiv T \Rightarrow F \equiv F \\ (F \Rightarrow T) \Rightarrow F \equiv T \Rightarrow F \equiv F \end{cases}$$

$$\text{گزینه ۴: } \underbrace{\left(\underbrace{\sim q}_F \Rightarrow \underbrace{\sim p}_T \right)}_T \Rightarrow \sim r \quad \begin{cases} T \Rightarrow F \equiv F \\ T \Rightarrow T \equiv T \end{cases}$$

۸- اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر هم ارز منطقی r

است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ اردیبهشت- پایه ۱۱- فصل ۱)

$$\begin{aligned} (\sim q \Rightarrow \sim p) \wedge r & (1) & (p \Rightarrow (p \wedge q)) \wedge r & (2) \\ (q \Rightarrow (p \wedge q)) \wedge r & (3) & (p \Rightarrow q) \wedge r & (4) \end{aligned}$$

پاسخ: گزینه ۳

دلخواه، $q \equiv F$ ، $p \equiv T$

$$\begin{aligned} \text{گزینه ۱: } & \underbrace{\left(\underbrace{\sim q}_T \Rightarrow \underbrace{\sim p}_F \right)}_F \wedge r \equiv F \\ \text{گزینه ۲: } & \underbrace{\left(\underbrace{p}_T \Rightarrow \underbrace{(p \wedge q)}_F \right)}_F \wedge r \equiv F \end{aligned}$$

$$\underbrace{\left(\underbrace{\underbrace{q \Rightarrow \left(\underbrace{p \wedge q}_{\substack{T \\ F}} \right)}_{\substack{T \\ F}}}_{\substack{T \\ F}} \right) \wedge r}_{T} \equiv r \quad \text{گزینه ۳}$$

$$\underbrace{\left(\underbrace{p \Rightarrow q}_{\substack{T \\ F}} \right) \wedge r}_{F} \equiv F \quad \text{گزینه ۴}$$

۹- قرار است در زمینی به مساحت b مدرسه‌ای ساخته شود که مساحت حیاط آن برابر a باشد. دانش‌آموزی استدلال زیر را در مورد رابطه بین a و b نوشته است. ایراد این استدلال در کدام گام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر خارج - پایه ۱۱ -

فصل ۱)

۱) $a < b$	طرفین نامساوی گام ۱ را در a ضرب کرده است.....	۲) $a < ab$
	طرفین نامساوی گام ۲ کم کرده است.....	۳) $a^2 - b^2 < ab - b^2$
	طرفین نامساوی گام ۳ را تجزیه کرده است.....	۴) $(a - b)(a + b) < (a - b)b$
	طرفین نامساوی گام ۴ را بر $a - b$ تقسیم کرده است.....	۵) $\frac{(a-b)(a+b)}{a-b} = \frac{(a-b)b}{a-b}$
	طرفین نامساوی گام ۶ کم کرده است.....	۶) $a + b - (b) < b(-b)$
۷) $a < \cdot$		

۶ (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

ایراد استدلال در گام پنجم است زیرا $a < b \Rightarrow a - b < \cdot$ یعنی $a - b$ منفی است و در گام پنجم بر $a - b$ که عددی منفی است تقسیم کرده ولی جهت برنگشته است.

۱۰- کدام گزاره هم ارز منطقی گزاره $\sim [(p \vee \sim q) \Rightarrow (p \vee \sim q)] \Rightarrow r$ است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر خارج -

پایه ۱۱ - فصل ۱)

$$1) [(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)] \wedge r \quad 2) [(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)] \vee \sim r$$

$$3) (p \vee \sim q \vee \sim r) \wedge (\sim p \vee q \vee \sim r)$$

$$4) (p \wedge \sim q \wedge \sim r) \vee (\sim p \wedge q \wedge \sim r)$$

پاسخ: گزینه ۴

$$\sim [(p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge \sim q)] \Rightarrow r \equiv \sim [\sim ((p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge \sim q)) \vee r]$$

$$\equiv ((p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge \sim q)) \wedge (\sim r)$$

$$\equiv [\sim (p \vee \sim q) \vee (p \wedge \sim q)] \wedge (\sim r) \equiv [(\sim p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)] \wedge (\sim r)$$

$$\equiv (\sim p \wedge q \wedge \sim r) \vee (p \wedge \sim q \wedge \sim r)$$

۱۱- با چیدن قطعات یک پازل در کنار هم، مربعی به مساحت a ساخته می‌شود. این پازل طوری طراحی شده است که با تغییر چینش بعضی قطعات می‌توان یک مثلث قائم الزاویه به مساحت b نیز درست کرد. دانش آموزی استدلال زیر را در مورد رابطه بین a و b نوشته است. ایراد این استدلال در کدام گام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر - پایه ۱۱ - فصل ۱)

۱) $a = b$

۲) $a^2 = ab$... طرفین تساوی گام ۱ را در a ضرب کرده است

۳) $a^2 - b^2 = ab - b^2$ b^2 را از طرفین تساوی گام ۲ کم کرده است

۴) $(a - b)(a + b) = (a - b)b$ طرفین تساوی گام ۳ را تجزیه کرده است

۵) $\frac{(a-b)(a+b)}{a-b} = \frac{(a-b)b}{a-b}$ طرفین تساوی گام ۴ را بر $a-b$ تقسیم کرده است

۶) $b + b = b$ به جای a طبق گام ۱، مقدار b را قرار داده است

۷) $\frac{2b}{b} = \frac{b}{b}$ طرفین تساوی گام ۷ را بر b تقسیم کرده است

۸) $2 = 1$

۳ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

ایراد استدلال در مرحله ۵ است، زیرا $a = b$ ، پس $a - b = 0$ و تقسیم بر صفر ایراد دارد.

۱۲- کدام گزاره، هم ارز منطقی گزاره $\sim [((q \vee r) \Rightarrow (q \wedge r)) \Rightarrow p]$ است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر - پایه ۱۱ - فصل ۱)

- (۱) $p \wedge ((q \wedge r) \vee (\sim q \wedge \sim r))$ (۲) $\sim p \vee ((q \wedge r) \vee (\sim q \wedge \sim r))$
- (۳) $(\sim p \wedge q \wedge r) \vee (\sim p \wedge \sim q \wedge \sim r)$ (۴) $(p \wedge q \wedge r) \vee (\sim p \wedge \sim q \wedge \sim r)$

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{aligned} \sim [((q \vee r) \Rightarrow (q \wedge r)) \Rightarrow p] &\equiv \sim [\sim((q \vee r) \Rightarrow (q \wedge r)) \vee p] \equiv ((q \vee r) \Rightarrow (q \wedge r)) \wedge \sim p \\ &\equiv [\sim(q \vee r) \vee (q \wedge r)] \wedge \sim p \equiv [(\sim q \wedge \sim r) \vee (q \wedge r)] \wedge \sim p \\ &\equiv (\sim q \wedge \sim r \wedge \sim p) \vee (q \wedge r \wedge \sim p) \end{aligned}$$

۱۳- با کدام شرط، استدلال گزاره زیر، درست است؟

« در یک مستطیل با اضلاع a و b اگر اندازه a ، $\frac{16}{9}$ برابر شود، اندازه قطر $\frac{4}{3}$ برابر می‌شود. » (کنکور انسانی ۱۴۰۲ دی - پایه ۱۱ - فصل ۱)

- (۱) $b = a$ (۲) $b = \frac{4}{3}a$
- (۳) $b = \frac{16}{9}a$ (۴) برای هر مستطیلی، این گزاره درست است.

پاسخ: گزینه ۲

قطر اولیه : $\sqrt{a^2 + b^2}$

قطر جدید: $\sqrt{\left(\frac{16}{9}a\right)^2 + b^2}$

$$\frac{16 \times 16}{9 \times 9} a^2 + b^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین } 16} \frac{16 \times 16}{9 \times 9} \times 9 a^2 + 9b^2 = 16a^2 + 16b^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\frac{16 \times 16}{9} - 16}{\frac{16 \times 16 - 16 \times 9}{9} = \frac{16(16-9)}{9}} \right) a^2 = 7b^2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{7}{\frac{16 \times 7}{9}} = \frac{9 \times 9}{16 \times 7} \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{4} \Rightarrow b = \frac{4}{3}a$$

۱۴- کدام مورد در خصوص ارزش گزاره و $(p \wedge \sim q) \Rightarrow q$ درست است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ دی - پایه ۱۱ - فصل ۱)

(۱) هم ارز $p \Rightarrow q$ است. (۲) همواره نادرست است.

(۳) همواره درست است. (۴) هم ارز $p \Rightarrow \sim q$ است.

پاسخ: گزینه ۱

$$(p \wedge \sim q) \Rightarrow q \equiv \sim (p \wedge \sim q) \vee q \equiv \sim p \vee q \vee q \equiv \sim p \vee q \equiv p \Rightarrow q$$

۱۵- اگر p گزاره درست، q گزاره نادرست و r گزاره دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره درست است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱)

خارج - پایه ۱۱ - فصل ۱)

(۱) $(p \Leftrightarrow \sim q) \vee r$ (۲) $\sim (p \wedge \sim q) \wedge r$

(۳) $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \sim q)$ (۴) $(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim (p \vee q)$

پاسخ: گزینه ۱

بررسی گزینه‌ها

گزینه ۱ $\left(\underbrace{\underbrace{p}_{T} \Leftrightarrow \underbrace{\sim q}_{T}}_T \right) \vee r \equiv T$

گزینه ۲: $\sim \left(\underbrace{\underbrace{p}_{T} \wedge \underbrace{\sim q}_{T}}_T \right) \wedge r \equiv F$

گزینه ۳: $\left(\underbrace{\underbrace{p}_{T} \Leftrightarrow \underbrace{q}_{F}}_F \right) \Leftrightarrow \left(\underbrace{\underbrace{p}_{T} \Rightarrow \underbrace{\sim q}_{T}}_T \right) \equiv F$

$$\text{گزینه ۴: } \left(\underbrace{\underbrace{\sim p \vee \sim q}_F}_T \right) \Leftrightarrow \underbrace{\underbrace{\sim(p \vee q)}_T}_F \equiv F$$

۱۶- جدول ارزشی کدام گزاره با جدول ارزشی گزاره $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (r \wedge (p \Rightarrow q))$ ، یکسان نیست؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰)

خارج - پایه ۱۱ - فصل ۱)

$$(1) p \vee q \vee r \quad (2) (p \wedge \sim q) \vee r$$

$$(3) \sim(p \Rightarrow q) \vee r \quad (4) (p \vee r) \wedge (q \Rightarrow r)$$

پاسخ: گزینه ۱

بررسی گزینه‌ها با توجه به اینکه $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

$$\text{گزینه ۱: } p \vee q \vee r$$

$$\text{گزینه ۲: } (p \wedge \sim q) \vee r \equiv (p \wedge r) \vee (\sim q \vee r)$$

$$\text{همان گزینه ۲ است } \sim(\sim p \vee q) \vee r \equiv (p \wedge \sim q) \vee r$$

$$\text{همان گزینه ۲ است } (p \vee r) \wedge (q \Rightarrow r) \equiv (p \vee r) \wedge (\sim q \vee r)$$

۱۷- ارزش گزاره $(\sim(p \Leftrightarrow q) \wedge p) \Rightarrow \sim q$ ، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ خارج - پایه ۱۱ - فصل ۱)

(۱) همواره درست است. (۲) همواره نادرست است.

(۳) به ارزش q بستگی دارد. (۴) به ارزش p بستگی دارد.

پاسخ: گزینه ۱

$$(\sim(p \Leftrightarrow q) \wedge p) \Rightarrow \sim q$$

$$\text{حالت ۱: } p \equiv q \equiv T \quad \sim \left(\underbrace{T \Leftrightarrow T}_T \right) \equiv F \quad \left(\underbrace{F \wedge T}_F \right) \Rightarrow \underbrace{\sim q}_F \equiv T$$

$$\text{حالت ۲: } p \equiv q \equiv F \quad \sim \left(\underbrace{F \Leftrightarrow F}_T \right) \equiv F \quad \left(\underbrace{F \wedge F}_F \right) \Rightarrow \underbrace{\sim q}_T \equiv T$$

$$\text{حالت ۳: } p \equiv T, q \equiv F \quad \sim \left(\underbrace{T \Leftrightarrow F}_F \right) \equiv T \quad \left(\underbrace{T \wedge T}_T \right) \Rightarrow \underbrace{\sim q}_T \equiv T$$

$$\text{حالت ۴: } p \equiv F, q \equiv T \quad \sim \left(\underbrace{F \Leftrightarrow T}_F \right) \equiv T \quad \left(\underbrace{T \wedge F}_F \right) \Rightarrow \underbrace{\sim q}_F \equiv T$$

۱۸- جدول ارزشی کدام یک از گزاره‌های زیر با جدول ارزشی گزاره $(p \vee q) \Rightarrow (q \vee r)$ ، یکسان نیست؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ تیر - پایه ۱۱ - فصل ۱)

۱۴۰۰ تیر - پایه ۱۱ - فصل ۱)

$$(1) p \Rightarrow (q \vee r) \quad (2) (p \wedge q) \vee r$$

پاسخ: گزینه ۲

بررسی گزینه‌ها

گزینه ۱: $p \Rightarrow (q \vee r) \equiv \sim p \vee (q \vee r) = \sim p \vee q \vee r$

گزینه ۲: $(p \wedge q) \vee r$

گزینه ۳: $\sim p \vee q \vee r$

گزینه ۴: $(p \Rightarrow q) \vee r \equiv (\sim p \vee q) \vee r \equiv \sim p \vee q \vee r$

گزینه ۱ و ۳ و ۴ مثل هم‌اند و فقط گزینه ۲ با بقیه یکسان نیست.

۱۹- اگر گزاره‌های $p \Rightarrow q$ و $\sim p \Rightarrow q$ هر دو درست باشند، آنگاه کدام گزاره زیر همواره درست است؟ (کنکور انسانی

۱۴۰۰ تیر - پایه ۱۱ - فصل ۱)

$q \vee p \Rightarrow p$ (۲) $q \vee p \Rightarrow q$ (۱)

$q \vee p \Rightarrow p \wedge q$ (۴) $p \wedge \sim q$ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

$$p \Rightarrow q \equiv T \begin{cases} p \equiv T, q \equiv T^{**} \\ p \equiv F, q \equiv T^* \\ p \equiv F, q \equiv F \end{cases}, \quad \sim p \Rightarrow q \equiv T \begin{cases} \sim p \equiv T, p \equiv F, q \equiv T^* \\ \sim p \equiv F, p \equiv T, q \equiv T^{**} \\ \sim p \equiv F, p \equiv T, q \equiv F \end{cases}$$

حالت اول: $p \equiv T, q \equiv T^{**}$

گزینه ۱: $q \vee p \Rightarrow q \equiv T$

گزینه ۲: $q \vee p \Rightarrow p \equiv T$

گزینه ۳: $p \wedge \sim q \equiv F$

گزینه ۴: $q \vee p \Rightarrow p \wedge q \equiv T$

حالت دوم: $p \equiv F, q \equiv T$

گزینه ۱: $q \vee p \Rightarrow q \equiv T$

گزینه ۲: $q \vee p \Rightarrow p \equiv F$

گزینه ۳: $p \wedge \sim q \equiv F$

گزینه ۴: $q \vee p \Rightarrow p \wedge q \equiv F$

۲۰- هم ارز گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$ ، کدام است؟ (کنکور انسانی ۹۹ خارج - پایه ۱۱ - فصل ۱)

$\sim q$ (۴) q (۳) p (۲) $\sim p$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q) \equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q) \equiv \sim p \vee \underbrace{(q \wedge \sim q)}_F \equiv \sim p$$

۲۱- گزاره $p \Rightarrow \sim(p \Leftrightarrow q) \wedge p$ ، در کدام حالت نادرست است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۹ تیر- پایه ۱۱- فصل ۱)

- (۱) p و $\sim q$ درست
 (۲) p و q درست
 (۳) $\sim p$ و $\sim q$ درست
 (۴) $\sim p$ و q درست

پاسخ: گزینه ۲

$$(p \Leftrightarrow q) \wedge p \Rightarrow \sim p$$

برای اینکه این گزاره نادرست باشد، بایستی که به $\sim p \equiv F$ ، $p \equiv T$ و $(p \Leftrightarrow q) \equiv T$ ، پس $(p \Leftrightarrow q) \equiv T$ ، در نتیجه $q \equiv T$

۲۲- کدام یک از هم ارزی‌های، زیر نادرست است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ خراج- پایه ۱۱- فصل ۱)

- (۱) $p \wedge (p \vee q) \equiv p$
 (۲) $p \vee (p \wedge q) \equiv p$
 (۳) $(\sim p \vee q) \equiv (q \Rightarrow p)$
 (۴) $(\sim p \vee q) \equiv (p \Rightarrow q)$

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به هم ارزی $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$ گزینه ۳ باید به صورت باشد: $(q \Rightarrow p) \equiv (\sim q \vee p)$

۲۳- اگر p گزاره درست و q گزاره نادرست و r گزاره دلخواه باشد. ارزش گزاره $(p \wedge q) \Rightarrow (r \Leftrightarrow p)$ ، برابر ارزش

کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ تیر- پایه ۱۱- فصل ۱)

- (۱) r
 (۲) همیشه درست
 (۳) $\sim r$
 (۴) همیشه نادرست

پاسخ: گزینه ۳

r دلخواه، $q \equiv F$ ، $p \equiv T$

$$\left(r \Leftrightarrow \underbrace{p}_T \right) \Rightarrow \underbrace{(p \wedge q)}_F$$

چون r گزاره‌ای دلخواه است هر ۲ حالت را در نظر می‌گیریم

حالت ۱ $r \equiv T$: $(r \Leftrightarrow p) \equiv T \Rightarrow T \Rightarrow F \equiv F$ ارزش کل

حالت ۲ $r \equiv F$: $(r \Leftrightarrow p) \equiv F \Rightarrow F \Rightarrow F \equiv T$ ارزش کل

پس ارزش گزاره $r \sim$ است.

فصل ۲

۲۴- اگر $f = \{(1,1), (2,2), (3,-1), (-1,3)\}$ و $g = \{(1,5), (2,5), (4,-1), (-1,0)\}$ باشد، تابع $\frac{1+2f}{f \times g - g}$ چند

عضو دارد؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ - خارج - پایه ۱۱ - فصل ۲)

- ۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$D_f \cap D_g = \{1, 2, -1\}$$

$$f \times g - g \neq \cdot \Rightarrow f \times g - g = \{(1,0), (2,5), (-1,0)\}$$

فقط (۲ و ۵) باقی می‌ماند.

۲۵- اگر سهمی به معادله $y = ax^2 + 2x + 3$ در نقطه ای به طول ۳ تابع همانی را قطع کند، طول رأس این سهمی کدام

است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ - خارج - پایه ۱۱ - فصل ۲)

- ۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$ax^2 + 2x + 3 = 3 \xrightarrow{x=3} 9a + 6 + 3 = 3 \Rightarrow 9a = -6 \Rightarrow a = \frac{-6}{9} \Rightarrow a = \frac{-2}{3}$$

$$\text{رأس طول} = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2\left(\frac{-2}{3}\right)} = \frac{3}{2}$$

۲۶- مساحت بخشی از سطح زیر نمودار تابع $y = 2 - |3x + 1|$ که بالای محور xها قرار دارد، کدام است؟ (کنکور انسانی

۱۴۰۴ - خارج - پایه ۱۱ - فصل ۲)

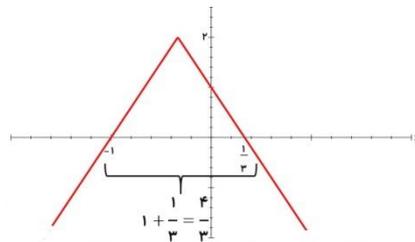
- ۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$3x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{3}$$

$$\begin{cases} 2 - (3x + 1) = -3x + 1 & \text{و } x \geq \frac{-1}{3} \\ 2 + (3x + 1) = 3x + 3 & \text{و } x < \frac{-1}{3} \end{cases}$$

$$s = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times 2 = \frac{4}{3}$$



۲۷- اگر $f = \{(-1,1), (2,5), (\frac{1}{2}, -1), (0,1)\}$ و $g = \{(-1,2), (0,5), (5,2), (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})\}$ باشد، دامنه تابع $\frac{2-f \times g}{f+2g}$ چند

عضو دارد؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ - تیر - پایه ۱۱ - فصل ۲)

- ۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

$$D_{\frac{f \times g}{f+g}} = D_f \cap D_g - \{x | f + g = 0\}$$

$$f + g = \left\{ (-1, 5) \left(\frac{1}{2}, 0 \right) (0, 11) \right\}$$

$\left(\frac{1}{2}, 0 \right)$ نمی تواند در دامنه حضور داشته باشد، پس دامنه تابع شامل ۲ عضو است

۲۸- اگر تابع همانی در نقطه‌ای به طول ۲- از سهمی $y = ax^2 + 3x - 2$ بگذرد، طول رأس این سهمی کدام است؟ (کنکور)

انسانی ۱۴۰۴ تیر - پایه ۱۱ - فصل ۲)

۱ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) -۱ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$ax^2 + 3x - 2 = x \xrightarrow{x=-2} 4a - 6 - 2 = 2 \Rightarrow a = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\text{طول رأس} = \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{2 \left(\frac{3}{2} \right)} = -1$$

۲۹- مساحت بخشی از سطح زیر نمودار تابع $y = 4 - |5x - 3|$ که بالای محور xها قرار دارد، کدام است؟ (کنکور انسانی)

۱۴۰۴ تیر - پایه ۱۱ - فصل ۲)

۱ (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

راس قدر مطلق $\left(\frac{3}{5}, 4 \right)$

$$(y = 0) \Rightarrow 4 = |5x - 3|$$

$$\begin{cases} 5x - 3 = 4 \Rightarrow 5x = 7 \Rightarrow x_1 = \frac{7}{5} \\ 5x - 3 = -4 \Rightarrow 5x = -1 \Rightarrow x_2 = -\frac{1}{5} \end{cases}$$

$$|x_2 - x_1| = \left| \frac{7}{5} + \frac{1}{5} \right| = \frac{8}{5} \quad \text{قاعده}$$

$$s = \frac{1}{2} \times \frac{8}{5} \times 4 = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$$

۳۰- اگر رابطه $f = \{(-1, 1 - 2a^2), (a^2 - 3b, 2a + b + 1), (a + 6b, 4b^2 - a)\}$ تابع همانی باشد، مقدار b-a

کدام است؟ (کنکور ۱۴۰۴ انسانی اردیبهشت - پایه ۱۱ - فصل ۲)

$\frac{3}{2}$ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$-1 = 1 - 2a^2 \Rightarrow 2a^2 = 2 \Rightarrow a^2 = 1$$

$$a^2 - 3b = 2a + b + 1 \Rightarrow 1 - 3b = 2a + b + 1 \Rightarrow 2a + 4b = 0 \rightarrow a + 2b = 0$$

$$a + 6b = 4b^2 - a \Rightarrow \underbrace{2a + 6b}_{2a+4b+2b} = 4b^2 \Rightarrow 2b = 4b^2 \rightarrow 1 = 2b \Rightarrow b = \frac{1}{2} \text{ و } a = -2b = -1$$

$$b - a = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

۳۱- تابع $f: A \rightarrow B$ که در آن B مجموعه‌ای تک عضوی است را در نظر بگیرید. اگر $a \in A \cap B$ و $a = \frac{f(1)}{f(a)}$ باشد، کدام مورد قطعاً درست است؟ (کنکور ۱۴۰۴ انسانی اردیبهشت - پایه ۱۱ - فصل ۲)

$$2 \notin A \text{ (۴)}$$

$$3 \notin A \text{ (۳)}$$

$$2 \in A \text{ (۲)}$$

$$3 \in A \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۲

$$f: A \rightarrow B$$

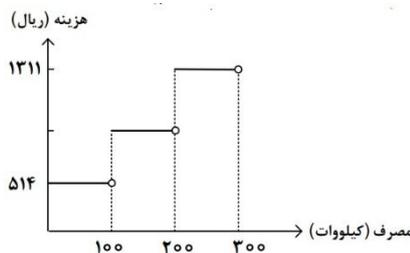
$$a \in B_f \Rightarrow \begin{cases} f\left(\frac{1}{a}\right) = a \\ f(1) = a \\ f(a) = a \end{cases}$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{1}{a}\right) = \frac{f(1)}{f(a)} - a \Rightarrow a = 1 - a \rightarrow 2a - 1 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} f\left(\frac{1}{a}\right) = f(2) \\ f(1) \\ f\left(\frac{1}{2}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow 1 \text{ و } 2 \text{ و } \frac{1}{2} \in A_f$$

۳۲- نمودار پلکانی هزینه برق مصرفی در یک دوره در زیر رسم شده است. اگر هزینه مصرفی مازاد بر ۱۰۰ تا ۲۰۰ (کیلووات ساعت) ۶۱۵۰ تومان باشد، هزینه کل برق مصرفی در این دوره چند هزار ریال است؟ (کنکور ۱۴۰۴ انسانی اردیبهشت -

پایه ۱۱ - فصل ۲)



$$240 \text{ (۱)}$$

$$244 \text{ (۲)}$$

$$250 \text{ (۳)}$$

$$254 \text{ (۴)}$$

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{ریال } 615 = x = 100x \Rightarrow x = 615$$

$$\text{هزینه کل} = 514(100) + 615(100) = 1311(100) = 2440(100) = \text{ریال } 244 \text{ هزار}$$

۳۳- دنباله‌های $a_n = n^2 - 2$ و a_{n+1} فرد $\frac{1}{2}b_n$ و a_{n+1} زوج $3b_n + 1$ را در نظر بگیرید. اگر $b_1 = -3a_1$ باشد، حاصل

$a_3 \times b_3 + a_1 \times b_2$ کدام است؟ (کنکور ۱۴۰۴ انسانی اردیبهشت - پایه ۱۱ - فصل ۲)

۴۵ (۴)

۴۰ (۳)

۳۰ (۲)

۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$n = 1 \Rightarrow a_1 = 1^2 - 2 = 1 - 2 = \boxed{-1}$$

$$n = 2 \Rightarrow a_2 = 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2 \text{ زوج}$$

$$n = 3 \Rightarrow a_3 = 3^2 - 2 = 9 - 2 = 7 \text{ فرد}$$

$$b_2 = \begin{cases} \frac{1}{2}b_1, & \text{فرد } a_2 \\ 3b_1 + 1, & \text{زوج } a_2 \end{cases} \text{ و } b_3 = \begin{cases} \frac{1}{2}b_2, & \text{فرد } a_3 \\ 3b_2 + 1, & \text{زوج } a_3 \end{cases}$$

$$b_1 = -3a_1 = -3(-1) = \boxed{3} \text{ و } b_2 = 3b_1 + 1 = 3(3) + 1 = \boxed{10} \quad b_3 = \frac{1}{2}b_2 = \frac{1}{2}(10) = \boxed{5}$$

$$\Rightarrow a_3 b_3 + a_1 b_2 + 7(5) + (-1)(10) = 35 - 10 = 25$$

۳۴- تابع با ضابطه $f(x) = c + (x + a)(bx + 2) - 3x^2$ همانی است. حاصل $\left[\frac{a}{c}\right]$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳)

خارج - پایه ۱۱ - فصل ۲

-۱ (۴)

-۲ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$f(x) = c + \frac{(x+a)(bx+2)}{bx^2+(2+ab)x+2a} - 3x^2 = (b-3)x^2 + (2+ab)x + c + 2a$$

برای اینکه $f(x)$ همانی باشد $f(x)=x$ بایستی $b-3 = 0 \Rightarrow b = \boxed{3}$

$$2 + ab = 1 \Rightarrow 2 + 3a = 1 \Rightarrow 3a = -1 \Rightarrow a = \boxed{\frac{-1}{3}}$$

$$c + 2a = 0 \Rightarrow c = -2a \Rightarrow c = \boxed{\frac{+2}{3}}$$

$$\left[\frac{c}{a}\right] = \left[\frac{\frac{+2}{3}}{\frac{-1}{3}}\right] = \left[\frac{-1}{2}\right] = -1$$

۳۵- اگر $|x|$ زوج $\left[\frac{x}{3} + \frac{9}{5}\right]$ و $|x|$ فرد $\left[\frac{x}{2} - \frac{2}{3}\right]$ باشد، مقدار $f(-2) + f(-3)$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ خارج-)

پایه ۱۱ - فصل ۲

۳ (۴)

-۳ (۳)

۲ (۲)

-۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$f(-2) = \left[\frac{-2}{3} + \frac{9}{5} \right] = \left[\frac{-10+27}{15} \right] = \left[\frac{17}{15} \right] = 1$$

$$f(-3) = \left[\frac{-3}{2} - \frac{2}{3} \right] = \left[\frac{-9-4}{6} \right] = \left[\frac{-13}{6} \right] = -3$$

$$f(-2) + f(-3) = 1 - 3 = -2$$

۳۶- رابطه‌های زیر، تابع هستند. اگر مجموعه A برد تابع $f+g$ باشد، مجموع مقادیر اعضای A کدام است؟ (کنکور انسانی)

۱۴۰۳ خارج- پایه ۱۱ - فصل ۲

$$f = \{(-1, n^2), (-2, 1-n), (2, 5), (-2, 2n-5)\}$$

$$g = \{(1, m+2), (-2, m), (2, m^2-1), (1, -1)\}$$

۱۵ (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

چون f تابع است پس

$$(-2, 1-n) = (-2, 2n-5) \rightarrow 1-n = 2n-5 \Rightarrow 1+5 = 2n+n \Rightarrow 3n = 6 \Rightarrow \boxed{n=2}$$

$$(1, m+2) = (1, -1) \Rightarrow m+2 = -1 \Rightarrow m = \boxed{-3}$$
 چون g تابع است پس:

$$f+g = \{(-2, 1-n+m), (2, 5+m^2-1)\}$$

$$A = \{1-n+m, 4+m^2\} \xrightarrow[m=-3]{n=2} (1-2+(-3)) + (4+9) = -4+13 = 9$$

۳۷- تابع با ضابطه $f(x) = (5x^2 - (ax+1)(x-b))c$ ثابت است. اگر $f(x+y) = f(x)f(y) - 2$ باشد، مقدار

مثبت c کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ تیر- پایه ۱۱ - فصل ۲)

۱۰ (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

چون f تابعی ثابت است به ازای هر $x, k \in \mathbb{R}$ در نظر می‌گیریم:

$$\underbrace{f(x+y)}_k = f(x) \cdot f(y) - 2$$

$$k = \underbrace{k \cdot k}_{k^2} - 2 \Rightarrow k^2 - k - 2 = 0 \Rightarrow (k-2)(k+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} k=2 \\ \text{یا} \\ k=-1 \end{cases}$$

$$f(x) = [5x^2 - (ax^2 - abx + x - b)]c = [5x^2 - ax^2 + abx - x + b]c$$

$$x^2 \text{ ضریب} = 0 \Rightarrow c(5-a) = 0 \Rightarrow a = 5$$

$$x \text{ ضریب} = 0 \Rightarrow c(ab-1) = 0 \xrightarrow{a=5} 5b-1 = 0 \Rightarrow b = \frac{1}{5}$$

$$\text{جمله ثابت} = bc = k \xrightarrow{b=\frac{1}{5}} \begin{cases} \frac{1}{5}c = 2 \Rightarrow c = \boxed{10} \\ \frac{1}{5}c = -1 \Rightarrow c = -5 \text{ غیر قابل قبول} \end{cases}$$

۳۸- اگر $f(x) = \begin{cases} |x| & x \text{ مثبت} \\ |x| & x \text{ منفی} \end{cases}$ باشد، حاصل $f(\sqrt{\pi}) + f(-\sqrt{\pi})$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ تیر-)

پایه ۱۱ - فصل ۲

- (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) -۴ (۴) -۱

پاسخ: گزینه ۳

$$\left. \begin{aligned} f(\sqrt{\pi}) &= \left[1 - \sqrt{\pi} \right] \approx \left[1 - \frac{1}{\sqrt{7}} \right] = [-0.14] = -1 \\ f(-\sqrt{\pi}) &= \left[1 + 2\left(-\frac{1}{\sqrt{7}}\right) \right] = \left[-\frac{2}{\sqrt{7}} \right] = -3 \end{aligned} \right\} \rightarrow f(\sqrt{\pi}) + f(-\sqrt{\pi}) = -1 - 3 = -4$$

۳۹- رابطه‌های زیر تابع هستند، اگر مجموعه A بُرد تابع f-g باشد، مجموع مقادیر اعضای A کدام است؟ (کنکور انسانی)

۱۴۰۳ تیر- پایه ۱۱ - فصل ۲

$$\left. \begin{aligned} f &= \left\{ \left(\sqrt{7}, \frac{k}{\sqrt{2}} - 1 \right), \left(-\frac{5}{\sqrt{2}}, 1 - k \right), (5, 2), \left(\sqrt{7}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right\} \\ g &= \left\{ (5, n), \left(-\frac{5}{\sqrt{2}}, \frac{n-1}{\sqrt{2}} \right), (4, 3 - 2n^2), \left(-\frac{5}{\sqrt{2}}, -\frac{3}{\sqrt{2}} \right) \right\} \end{aligned} \right\}$$

- (۱) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۲) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ (۳) $\frac{11}{6}$ (۴) $-\frac{\sqrt{7}}{6}$

پاسخ: گزینه ۲

چون f تابع است، پس:

$$\left(\sqrt{7}, \frac{k}{\sqrt{2}} - 1 \right) = \left(\sqrt{7}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \Rightarrow \frac{k}{\sqrt{2}} - 1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{k}{\sqrt{2}} = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{k}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \Rightarrow k = 3$$

چون g تابع است، پس:

$$\left(-\frac{5}{\sqrt{2}}, \frac{n-1}{\sqrt{2}} \right) = \left(-\frac{5}{\sqrt{2}}, -\frac{3}{\sqrt{2}} \right) \Rightarrow \frac{n-1}{\sqrt{2}} = -\frac{3}{\sqrt{2}} \Rightarrow n-1 = -3 \Rightarrow n = -2$$

حال f-g را تشکیل می‌دهیم:

$$f - g = \left\{ \left(-\frac{5}{\sqrt{2}}, 1 - k - \left(-\frac{3}{\sqrt{2}} \right) \right), (5, 2 - n) \right\}$$

$$A \text{ مجموعه: } \left\{ 1 - k + \frac{3}{\sqrt{2}}, 2 - n \right\} \xrightarrow[n=-2]{k=3} 1 - 3 + \frac{3}{\sqrt{2}} + 2 = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

۴۰- اگر $f = \{(m, 3m - 1), (-1, k^2 - k), (k^2 - k, 2)\}$ تابع ثابت باشد، حاصل ضرب اعضای دامنه f کدام است؟

(کنکور انسانی ۱۴۰۳ اردیبهشت- پایه ۱۱ - فصل ۲)

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۸ (۴) -۸

پاسخ: گزینه ۲

چون f تابعی ثابت است، مولفه‌های دوم بایستی با هم برابر باشند یعنی:

$$3m - 1 = k^2 - k = 2 \rightarrow \begin{cases} k^2 - k = 2 \\ 3m - 1 = 2 \Rightarrow 3m = 3 \Rightarrow m = 1 \end{cases}$$

اعضای دامنه f :

$$\{m, -1, k^2 - k\} = \{1, -1, 2\} \xrightarrow{\text{که حاصلضرب آنها}} 1 \times (-1) \times 2 = -2$$

۴۱- اگر $f(x) = \begin{cases} |x| \operatorname{sign}(-x) & [x] \geq 0 \\ 2 - \operatorname{sign}(-x) & [x] < 0 \end{cases}$ باشد، حاصل $f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(-\frac{1}{3}\right)$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳)

اردیبهشت - پایه ۱۱ - فصل ۲)

$$\frac{1}{2} (۴) \quad -\frac{5}{6} (۳) \quad -\frac{1}{4} (۲) \quad \frac{1}{2} (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

$$\left[\frac{1}{2}\right] = 0 \rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \left|\frac{1}{2}\right| \underbrace{\operatorname{sign}\left(-\frac{1}{2}\right)}_{-1} = -\frac{1}{2}$$

ضابطه اولی

$$\left[-\frac{1}{3}\right] = -1 \rightarrow f\left(-\frac{1}{3}\right) = 2 - \underbrace{\operatorname{sign}\left(+\frac{1}{3}\right)}_{+1} = 2 - 1 = 1$$

ضابطه دوم

$$f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

۴۲- اگر توابع f و g به صورت زیر باشد، مجموعه برد تابع $\frac{f}{f \times g}$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ اردیبهشت - پایه ۱۱ -

فصل ۲)

$$f = \{(1, -1), (\sqrt{2}, -2), (\sqrt{3}, -3), (2, 2), (\sqrt{5}, 1)\}$$

$$g = \{(3, -1), (\sqrt{2}, -1), (-3, 4), (\sqrt{5}, -3), (\sqrt{3}, 2)\}$$

$$\left\{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -1\right\} (۴) \quad \{-3, 1, -2\} (۳) \quad \left\{\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -1\right\} (۲) \quad \{2, -3, -1\} (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{f}{f \cdot g} = \left\{ \left(\sqrt{2}, \frac{-2}{-2 \times -1} \right), \left(\sqrt{3}, -\frac{-3}{-3 \times 2} \right), \left(\sqrt{5}, \frac{1}{1 \times -3} \right) \right\} = \left\{ (\sqrt{2}, -1), \left(\sqrt{3}, \frac{1}{2} \right), \left(\sqrt{5}, -\frac{1}{3} \right) \right\}$$

مجموعه برد تابع $\left\{-1, \frac{-1}{3}, \frac{1}{2}\right\}$

۴۳- اگر تابع f ثابت و برای $m, n, k \in \mathbb{N}$ ، $f(kx) = (k^2 - 3)f(x)$ و تابع g به صورت تابع همانی باشد، مقدار $f(m)$

کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر خارج - پایه ۱۱ - فصل ۲)

$$g = \{(k, n^2 - 3n + 4), (2n, m^2 - 4m + 4), (f(n), n - 4)\}$$

$$-4 (۱) \quad -3 (۲) \quad -2 (۳) \quad \text{صفر} (۴)$$

پاسخ: گزینه ۱

چون f تابعی ثابت است. $f(x) = b$

$$f(kx) = (k^2 - 3) \underbrace{f(x)}_b = b \Rightarrow k^2 - 3 = 1 \Rightarrow k^2 = 4 \rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k = -2 \notin \mathbb{N} \end{cases}$$

چون تابع g تابعی همانی است، پس مولفه اول برابر مولفه دوم است یعنی:

$$n^2 - 3n + 4 = 2 \Rightarrow n^2 - 3n + 2 = 0 \Rightarrow (n-2)(n-1) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} n = 1 \rightarrow m^2 - 4m + 4 = 2 \Rightarrow m^2 - 4m + 2 = 0 \rightarrow \Delta' = 4 - (-2) = 2 \Rightarrow m \notin \mathbb{N} \\ n = 2 \rightarrow m^2 - 4m + 4 = 2 \Rightarrow m(m-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \notin \mathbb{N} \\ m = 4 \end{cases} \end{cases}$$

$$f(n) = n - 4 \Rightarrow b = 2 - 4 = -2 \Rightarrow b = -2 \Rightarrow f(m) = b = -2$$

۴۴- تابع f همانی و $g(x) = |x| + |-x|$ با دامنه $-1 \leq x \leq 1$ و g است. به ازای چند مقدار صحیح x ، اعضای مجموعهبرد تابع $\frac{g}{f}$ مقداری صحیح است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر خارج - پایه ۱۱ - فصل ۲)

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۱

$$g(x) = [x] + [-x] = \begin{cases} 0, & x \in \mathbb{Z} \\ -1, & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

بنابراین در تمام نقاط صحیح، تابع $\frac{g}{f}$ تعریف نشده است.۴۵- تابع f ، تابع ثابت و برای $m, n \in \mathbb{N}$ داریم $f(m) + f(n) = f(m)f(n)$. اگر دو زوج مرتب $(2n^2 - 7n + 1, -f(m))$ و $(m^2 - 4m + 6, nf(n))$ روی نیمساز ناحیه اول و سوم باشند، مقدار $\left[\frac{mn}{5}\right]$ کدام است؟ (کنکور انسانی

۱۴۰۲ تیر - پایه ۱۱ - فصل ۲)

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۳

چون f تابعی ثابت است. بنابراین مقدار تابع برابر c در نظر می‌گیریم:

$$f(m) + f(n) = f(m) \cdot f(n) \Rightarrow c + c = c^2 \Rightarrow 2c = c^2 \Rightarrow c = 2$$

$$2n^2 - 7n + 1 = -2 \Rightarrow 2n^2 - 7n + 3 = 0 \Rightarrow (2n-1)(n-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = \frac{1}{2} \\ n = 3 \in \mathbb{N} \end{cases}$$

$$m^2 - 4m + 6 = n \cdot f(n) \Rightarrow m^2 - 4m + 6 = 6 \Rightarrow m(m-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 4 \in \mathbb{N} \end{cases}$$

$$\left[\frac{mn}{5}\right] = \left[\frac{4 \times 3}{5}\right] = 2$$

۴۶- تابع $f(x) = [x] + [-x]$ با دامنه $-3 \leq x \leq 3$ و g تابع ثابت است. مقدار تابع $\frac{g}{f}$ در چند نقطه صحیح در دامنه برابر

۳ است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر - پایه ۱۱ - فصل ۲)

(۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) صفر

پاسخ: گزینه ۴

$$f(x) = [x] + [-x] = \begin{cases} 0, & x \in \mathbb{Z} \\ -1, & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

بنابراین در تمام نقاط صحیح، تابع $\frac{g}{f}$ تعریف نشده است.

۴۷- برای برخی مقادیر x زوج مرتب $(f(x) + f(-x), 3x^2 - 17x + 10)$ ، روی نیمساز ناحیه دوم و چهارم قرار دارد.

اگر تابع f همانی با دامنه \mathbb{R} باشد. اختلاف مقادیر x کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ دی - پایه ۱۱ - فصل ۲)

(۱) $\frac{7}{3}$ (۲) $\frac{10}{3}$ (۳) $\frac{12}{3}$ (۴) $\frac{17}{3}$

پاسخ: گزینه ۳

$$f \text{ همانی} \rightarrow f(x) + f(-x) = x - x = 0$$

$$\text{زوج مرتب } (0, 3x^2 - 17x + 10)$$

مولفه اول و دوم بایستی قرینه باشند یعنی:

$$-(3x^2 - 17x + 10) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 17x + 10 = 0 \Rightarrow (3x - 2)(x - 5) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2}{3} \\ x_2 = 5 \end{cases}$$

$$\rightarrow \text{اختلاف ریشه‌ها} : \left| 5 - \frac{2}{3} \right| = \left| \frac{15 - 2}{3} \right| = \frac{13}{3}$$

۴۸- تابع $f(x) = |2x - 2|$ و $g(x) = |x|$ با دامنه $-1 \leq x \leq 1$ است. اگر مجموعه A برد تابع $f.g$ باشد، کدام عدد

عضو A است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ دی - پایه ۱۱ - فصل ۲)

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴) -۳

پاسخ: گزینه ۴

$$g(x) = [x] = \begin{cases} -1, & -1 \leq x < 0 \\ 0, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & x = 1 \end{cases}, f(x) = |2x - 2| = \begin{cases} 2x - 2, & x \geq 1 \\ -2x + 2, & x < 1 \end{cases}$$

$$f.g(x) = \begin{cases} \overbrace{(-2x+2)}^{2x-2}, & -1 \leq x < 0 \\ 0, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

در دامنه نیست $2x - 2 = 2 \Rightarrow x = 2$: گزینه ۱

در دامنه نیست $2x - 2 = 3 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$: گزینه ۲

در دامنه نیست $2x - 2 = -2 \Rightarrow x = 0$: گزینه ۳

در دامنه است $2x - 2 = -3 \Rightarrow x = \frac{-1}{2}$: گزینه ۴

۴۹- برای رسم نمودار تابع $y = -\frac{1}{2}|2x + 1|$ به کمک نمودار $y = |x|$ ، کدام مورد برای کامل کردن جمله زیر، مناسب است؟ «ابتدا نمودار تابع قدرمطلق را $\frac{1}{2}$ واحد به سمت جابه‌جا کرده و سپس قرینه آن را نسبت به محور.....رسم می‌کنیم.» (کنکور انسانی ۱۴۰۲ دی - پایه ۱۱ - فصل ۲)

(۱) چپ - xها (۲) راست - xها (۳) بالا - yها (۴) پایین - yها

پاسخ: گزینه ۱

$$y = \frac{-1}{2} \left| 2 \left(x + \frac{1}{2} \right) \right| = \frac{-1}{2} \times 2 \left| x + \frac{1}{2} \right| = - \left| x + \frac{1}{2} \right|$$

$\frac{1}{2}$ واحد به چپ و سپس قرینه نسبت به محور xها

۵۰- رابطه $f = \{(m + 3n, 2t^2), (-2, n^2 + 2n), (1 - 3m, 8)\}$ یک تابع ثابت با دامنه دو عضوی است. اگر m و n عضوی از اعداد طبیعی باشند، مجموع دو عضو دامنه چقدر است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ خراج - پایه ۱۱ - فصل ۲)

(۱) ۲۳ (۲) ۲۱ (۳) ۵ (۴) ۳

پاسخ: گزینه ۳

چون f تابعی ثابت است، پس تمام خروجی‌ها بایستی برابر ۸ باشد یعنی:

$$n^2 + 2n = 8 \Rightarrow n^2 + 2n - 8 = 0 \rightarrow (n + 4)(n - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} n = -4 \notin \mathbb{N} \\ n = 2 \in \mathbb{N} \end{cases}$$

از آنجائیکه که گفته تابع f با دامنه دو عضوی است، پس بایستی: $m + 3n = -2$ یا $1 - 3m = -2$

$$1 - 3m = -2 \Rightarrow -3m = -3 \rightarrow m = \frac{-3}{-3} = 1$$

یا

$$m + 3n = -2 \xrightarrow{n=2} m = -6 - 2 = -8 \notin \mathbb{N}$$

$$f \text{ دامنه} = \{m + 3n = 1 + 6 = 7, -2\} \xrightarrow{\text{مجموع}} 7 - 2 = 5$$

۵۱- دو تابع $f(x) = a + 3(b^2 - 1)x^2$ و $g(x) = bx^2 - 2a + x^2$ ثابت هستند. اگر $f \times g = -8$ باشد. حاصل $|ab|$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ خراج - پایه ۱۱ - فصل ۲)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

پاسخ: گزینه ۲

چون f تابعی ثابت است، پس ضریب x^2 یعنی

$$3(b^2 - 1) = 0 \Rightarrow b^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} b = 1 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = a :$$

چون g تابعی ثابت است، پس ضریب x^2 یعنی:

$$b + 1 = 0 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow g(x) = -2a$$

$$f \times g = a(-2a) = -2a^2 = -8 \Rightarrow a^2 = 4 \rightarrow a = \pm 2$$

$$|ab| = |\pm 2(-1)| = 2$$

۵۲- اگر $f(x) = \left[1 - \frac{x}{3}\right]$ باشد، مقدار $f(\pi) + 2f(\cdot/\gamma)$ کدام است؟ ([] جزء صحیح است.) (کنکور انسانی ۱۴۰۱ خارج - پایه ۱۱ - فصل ۲)

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

پاسخ: گزینه ۱

$$f(\cdot/\gamma) = \left[1 - \frac{\cdot/\gamma}{3}\right] = \left[\frac{3 - \cdot/\gamma}{3}\right] = \left[\frac{2/3}{3}\right] = 0$$

$$f(\pi) = \left[1 - \frac{\pi}{3}\right] = \left[\frac{1 - \pi}{3}\right] = \left[\frac{-0/14}{3}\right] = -1$$

$$f(\cdot/\gamma) + 2f(\pi) = 0 + 2(-1) = -2$$

۵۳- اگر $f(x) = (|a| - |b|)x$ تابع همانی، $g(x) = (b^2 - 1)x + (a^2 + 1)c$ تابعی ثابت و $(f - g)(x) = x + 5$ چند مقدار برای ac وجود دارد؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ تیر - پایه ۱۱ - فصل ۲)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲

چون $f(x) = x \iff |a| = |b| = 1$ پس

چون $g(x)$ تابعی ثابت است، پس $b^2 - 1 = 0 \Rightarrow b^2 = 1$ و $a = \pm 2$ و $|a| = 2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow g(x) = (a^2 + 1)c = a^2c + c$$

$$(f - g)(x) = x - a^2c - c = x + 5 \Rightarrow -c(a^2 + 1) = 5$$

$$\xrightarrow{a^2=4} -c(\underbrace{4+1}_5) = 5 \Rightarrow c = -1$$

$$ac = \begin{cases} 2 \times -1 = -2 \\ \text{یا} \\ -2 \times -1 = 2 \end{cases} \quad \text{۲ مقدار وجود دارد}$$

۵۴- اگر $f(x) = [1 - 3x]$ باشد مقدار $f(-\cdot/\gamma) - f(-\cdot/\cdot\gamma)$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ تیر - پایه ۱۱ - فصل ۲)

(۱) صفر (۲) ۶ (۳) ۲ (۴) ۱

پاسخ: گزینه ۳

$$f(-\cdot/\gamma) = \left[1 - \frac{3(-\cdot/\gamma)}{3}\right] = [3/1] = 3$$

$$f(-\cdot/\cdot\gamma) = \left[1 - \frac{3(-\cdot/\cdot\gamma)}{\cdot/\gamma}\right] = [1/21] = 1$$

$$f(-\cdot/\gamma) - f(-\cdot/\cdot\gamma) = 3 - 1 = 2$$

۵۵- گزاره $((\sim p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)) \Rightarrow p$ در کدام حالت نادرست است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ تیر - پایه ۱۱ -)

فصل ۲)

- (۱) p و q درست و $\sim p$ و $\sim q$ نادرست
 (۲) p و q درست و p و $\sim q$ نادرست
 (۳) p و q درست و $\sim q$ نادرست
 (۴) p و $\sim q$ نادرست

پاسخ: گزینه ۴

گزاره $((\sim p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)) \Rightarrow p$ زمانی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست باشد. یعنی $p \equiv F$ پس $\sim p \equiv T$

حال مقدم یعنی $(\sim p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$ زمانی درست است که هر دو عبارت

$$\begin{cases} (\sim p \Rightarrow q) \equiv T \\ \text{و} \\ (p \Rightarrow \sim q) \equiv T \end{cases} \xrightarrow{\sim p \equiv T \text{ به } T} q \equiv T$$

پس زمانی گزاره همواره نادرست است که $p \equiv F$ و $\sim q \equiv F$

۵۶- فرض کنید $f(x) = \frac{2x-1}{[x]-\text{sign}(x)}$ بر مجموعه $\{-2/5, 2/1, 0/8, 4\}$ تعریف شده باشد، ماکزیمم عضو مجموعه

برد تابع f ، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ خارج - پایه ۱۱ - فصل ۲)

- (۱) $\frac{7}{3}$ (۲) ۳ (۳) $3/2$ (۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳

$$f(-2/5) = \frac{2(-2/5) - 1}{[-2/5] - \text{sign}(-2/5)} = \frac{-5 - 1}{-3 + 1} = \frac{-6}{-2} = 3$$

$$f(2/1) = \frac{2(2/1) - 1}{[2/1] - \text{sign}(2/1)} = \frac{4 - 1}{2 - 1} = 3 \rightarrow \max$$

$$f(0/8) = \frac{2(0/8) - 1}{[0/8] - \text{sign}(0/8)} = \frac{1 - 1}{0 - 1} = 0$$

$$f(4) = \frac{2(4) - 1}{[4] - \text{sign}(4)} = \frac{8 - 1}{4 - 1} = \frac{7}{3} \approx 2.33$$

۵۷- فرض کنید $f(x) = |x - 1|$ ، $g(x) = [2x]$ و $h(x) = \text{sign}(-x)$ باشد. ضابطه تابع $y = 2f(x) -$

$h(x)g(x)$ در بازه $-\frac{3}{2} < x < -1$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ خارج - پایه ۱۱ - فصل ۲)

- (۱) $3x - 2$ (۲) $5 - 2x$ (۳) $-2x + 3$ (۴) $-8x - 4$

پاسخ: گزینه ۲

$$-\frac{3}{2} < x < -1 \rightarrow h(x) = \text{sign}(-x) = +1$$

$$-3 < 2x < -2 \rightarrow g(x) = [2x] = -3, f(x) = -(x-1) = -x+1$$

$$y = 2f(x) - h(x)g(x) = 2(-x+1) - (+1)(-3) = -2x+2+3 = -2x+5$$

۵۸- فرض کنید $f = \{(x, x^2) | x = \pm 5, \pm 4, \dots, \pm 1, 0\}$ و $g = \{(x, x^3) | x = \pm 5, \pm 4, \dots, \pm 1, 0\}$ دو تابع در

صفحهٔ مختصات باشند. تعداد عناصر برد تابع $y = \frac{g}{f}(x)$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ خارج - پایه ۱۱ - فصل ۲)

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۶ (۴) ۵

پاسخ: گزینه ۲

$$y = \frac{g}{f}(x) \rightarrow f(x) \neq 0 \rightarrow (0, 0) \notin y$$

باقی عناصر می توانند عضو y باشند که تعداد آنها ۱۰ تا است.

۵۹- ضابطهٔ تابع $y = [-2x + |x|] + x$ در دامنهٔ $-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3}$ ، کدام است؟ (نماد جزء صحیح است.) (کنکور انسانی

۱۴۰۰ تیر - پایه ۱۱ - فصل ۲)

- (۱) $-2x$ (۲) $x+1$ (۳) $x-2$ (۴) $2x + \frac{1}{3}$

پاسخ: گزینه ۲

$$-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3} \rightarrow |x| = -x$$

$$y = [-2x - x] + x = \underbrace{[-3x]}_1 + x = x + 1$$

۶۰- اگر $f = \{(5,3), (1,5), (3,4), (6,2)\}$ و $g = \{(3,2), (5,6), (1,2), (2,1)\}$ باشند. برد تابع $\frac{f+g}{f}$ ، کدام است؟

(کنکور انسانی ۹۹ خارج - پایه ۱۱ - فصل ۲)

- (۱) $\{1/4, 1/5, 3\}$ (۲) $\{1/5, 1/8, 3\}$

- (۳) $\{1, 1/4, 4\}$ (۴) $\{1, 2/5, 4\}$

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{f+g}{f} = \left\{ \left(3, \frac{6}{4} \right), \left(5, \frac{9}{3} \right), \left(1, \frac{7}{5} \right) \right\}$$

برد تابع: $\{1/5, 3, 1/4\}$

۶۱- نمودار $y = \frac{|2x|}{x}$ و خط $y = 2x - 1$ در دو نقطه A و B مشترک اند. میانگین طول نقاط A و B، کدام است؟ (کنکور

انسانی ۹۹ خارج - پایه ۱۱ - فصل ۲)

پاسخ: گزینه ۳

$$y = \begin{cases} \frac{2x}{x} = 2, & x \geq 0 \\ \frac{-2x}{x} = -2 & x < 0 \end{cases} \quad y = 2x - 1$$

$$x \geq 0 \rightarrow 2x - 1 = 2 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = 1/5$$

$$x < 0 \rightarrow 2x - 1 = -2 \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = -0.5$$

$$A \text{ و } B \text{ نقاط میانگین} = \frac{1/5 + (-0.5)}{2} = \frac{1}{2}$$

۶۲- اگر $f(x) = \left[1 - \frac{x}{2}\right]$ باشد، مقدار $f(\sqrt{2}) + f\left(-\frac{3}{2}\right)$ ، کدام است؟ (کنکور انسانی ۹۹ خارج - پایه ۱۱ - فصل ۲)

پاسخ: گزینه ۴

$$f(\sqrt{2}) = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right] = \left[\frac{2 - \sqrt{2}}{2}\right] = 0$$

$$f\left(-\frac{3}{2}\right) = \left[1 - \left(-\frac{3}{4}\right)\right] = \left[1 + \frac{3}{4}\right] = \left[\frac{7}{4}\right] = 1$$

$$\Rightarrow f(\sqrt{2}) + f\left(-\frac{3}{2}\right) = 0 + 1 = 1$$

۶۳- اگر $f = \{(3,4), (2,6), (5,3), (1,5)\}$ و $g = \{(5,6), (1,2), (3,2), (4,1)\}$ باشد، برد تابع $\frac{f+g}{f-g}$ کدام است؟

(کنکور انسانی ۱۳۹۹ تیر - پایه ۱۱ - فصل ۲)

(۱) $\left\{\frac{5}{3}, 2, -3\right\}$ (۲) $\left\{\frac{7}{3}, 3, -3\right\}$

(۳) $\left\{\frac{5}{3}, 4, -2\right\}$ (۴) $\left\{\frac{7}{3}, 3, -2\right\}$

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{f+g}{f-g} = \left\{ \left(5, \frac{3+6}{3-6}\right), \left(1, \frac{5+2}{5-2}\right), \left(3, \frac{4+3}{4-2}\right) \right\} \quad \text{برد} = \left\{-3, \frac{7}{3}, 3\right\}$$

۶۴- دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = x^2 - 2x - 2$ و $g(x) = \frac{|x|}{x}$ ، در نقطه‌ای با کدام طول، مشترک‌اند؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۹ تیر - پایه ۱۱ - فصل ۲)

(۱۳۹۹ تیر - پایه ۱۱ - فصل ۲)

(۱) $1 - \sqrt{2}$ و $2 + \sqrt{2}$ (۲) $1 + \sqrt{2}$ و $3 - \sqrt{2}$ (۳) $1 + \sqrt{2}$ و $4 - \sqrt{2}$ (۴) $1 - \sqrt{2}$ و 1

پاسخ: گزینه ۱

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x}{x} = 1 & , x \geq 0 \\ \frac{-x}{x} = -1 & , x < 0 \end{cases} \quad f(x) = x^2 - 2x - 2$$

$$x \geq 0 \rightarrow x^2 - 2x - 2 = 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases} \text{ قابل قبول}$$

$$x < 0 \rightarrow x^2 - 2x - 2 = -1 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{1+1} = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 1 - \sqrt{2} < 0 \text{ قابل قبول} \\ x = 1 + \sqrt{2} > 0 \end{cases}$$

۶۵- اگر $f(x) = [2x - 1]$ باشد. مقدار $f\left(-\frac{3}{4}\right) + f\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۹ تیر - پایه ۱۱ - فصل ۲)

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

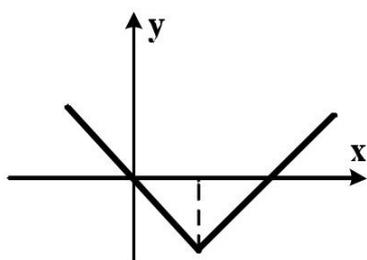
پاسخ: گزینه ۴

$$f(x) = [2x] - 1 \rightarrow f\left(-\frac{3}{4}\right) = \left[2\left(-\frac{3}{4}\right)\right] - 1 = -2 - 1 = -3$$

$$f\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) = \left[2\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\right] - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$f\left(-\frac{3}{4}\right) + f\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) = -3 + 1 = -2$$

۶۶- شکل زیر، نمودار کدام تابع است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ خراج - پایه ۱۱ - فصل ۲)



$$y = -|x - 2| + 2 \quad (1)$$

$$y = x + 2|x| \quad (2)$$

$$y = 2x - |x| \quad (3)$$

$$y = |x - 2| - 2 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۴

رأس را در هر گزینه بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱: $(2, 2)$ گزینه ۲: $(0, 0)$ گزینه ۳: $(0, 0)$ گزینه ۴: $(2, -2)$

با توجه به رأس در نمودار $(2, -2)$ گزینه ۴ درست است

۶۷- در تابع $f(x) = 2[x] + [-x]$ مقدار $f\left(-\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{3}{2}\right)$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ خارج - پایه ۱۱ -)

فصل ۲)

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) ۱

پاسخ: گزینه ۱

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 2\left[-\frac{1}{2}\right] + \left[-\frac{1}{2}\right] = 2(-1) + 0 = -2$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = 2\left[\frac{3}{2}\right] + \left[-\frac{3}{2}\right] = 2(1) + (-2) = 0$$

$$\Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{3}{2}\right) = -2 + 0 = -2$$

۶۸- اگر $f = \{(1,2), (2,4), (4,5), (3,3)\}$ و $g = \{(3,2), (2,3), (6,1), (1,8)\}$ باشند. برد تابع $g \times f$ کدام است؟ (کنکور

انسانی ۱۳۹۸ خارج - پایه ۱۱ - فصل ۲)

(۱) $\{6, 8, 12\}$ (۲) $\{3, 6, 12, 16\}$

(۳) $\{6, 12, 16\}$ (۴) $\{6, 8, 12, 16\}$

پاسخ: گزینه ۳

$$g \times f = \{(3,2 \times 3)(2,3 \times 4)(1,8 \times 2)\}$$

برد: $\{6, 12, 16\}$

۶۹- اگر هر سه زوج مرتب $(n^2 - 3n, 4)$ و $(20, n^2 + n)$ و $(1, m + n)$ بر روی نیمساز ناحیه اول و سوم باشند، m

کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ خارج - پایه ۱۱ - فصل ۲)

(۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۶

پاسخ: گزینه ۱

اینکه زوج‌های مرتب روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار دارند، یعنی تابع همانی است و $y=x$ ، پس:

$$m + n = 1 \quad \boxed{I}$$

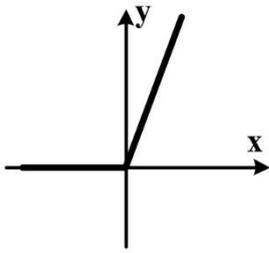
$$n^2 + n = 20 \Rightarrow n^2 + n - 20 = 0 \Rightarrow (n + 5)(n - 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} n = 4 \\ n = -5 \end{cases} \quad \boxed{II}$$

$$n^2 - 3n = 4 \Rightarrow n^2 - 3n - 4 = 0 \Rightarrow (n - 4)(n + 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} n = 4 \\ n = -1 \end{cases} \quad \boxed{III}$$

مشترک بین II و III بایستی $n = 4$ باشد، با قرار دادن در I داریم:

$$m = 1 - 4 = -3$$

۷۰- شکل روبه رو نمودار کدام تابع است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ تیر - پایه ۱۱ - فصل ۲)



$$y = x - |x| \quad (1)$$

$$y = x + |x| \quad (2)$$

$$y = |x - 1| - 1 \quad (3)$$

$$y = 1 - |x - 1| \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲

بررسی گزینه‌ها:

$$\text{گزینه ۱: } y = \begin{cases} x - x = 0, & x \geq 0 \\ x - (-x) = 2x, & x < 0 \end{cases}$$

$$\text{گزینه ۲: } y = \begin{cases} x + x = 2x, & x \geq 0 \\ x - x = 0, & x < 0 \end{cases} \quad \checkmark$$

$$\text{گزینه ۳: } y = \begin{cases} x - 1 - 1 = x - 2, & x \geq 0 \\ -x + 1 - 1 = -x, & x < 0 \end{cases}$$

$$\text{گزینه ۴: } y = \begin{cases} 1 - x + 1 = -x + 2, & x \geq 0 \\ 1 + x - 1 = x, & x < 0 \end{cases}$$

۷۱- در تابع $f(x) = \left[x + \frac{3}{4}\right] - [-x]$ مقدار $f\left(\frac{9}{4}\right) + f\left(-\frac{1}{4}\right)$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ تیر - پایه ۱۱ - فصل ۲) است؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

پاسخ: گزینه ۴

$$f\left(\frac{9}{4}\right) = \left[\frac{9}{4} + \frac{3 \times 2}{2 \times 2}\right] - \left[-\frac{9}{4}\right] = \left[\frac{15}{4}\right] - \left[\frac{-9}{4}\right] = 3 - (-3) = 6$$

$$f\left(-\frac{1}{4}\right) = \left[\frac{-1}{4} + \frac{3}{2}\right] - \left[\frac{+1}{4}\right] = 1 - 0 = 1 \Rightarrow f\left(\frac{9}{4}\right) + f\left(-\frac{1}{4}\right) = 6 + 1 = 7$$

۷۲- اگر $f = \{(2, 5), (3, 4), (4, 6), (1, 7)\}$ و $g = \{(1, 3), (2, 6), (5, 2), (4, 9)\}$ باشند، برد تابع $g - f$ کدام

است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ تیر - پایه ۱۱ - فصل ۲)

(۱) $\{-4, 1, 3\}$ (۲) $\{-4, 2, 3\}$

(۳) $\{-4, 1, 2, 3\}$ (۴) $\{1, 2, 3, 4\}$

پاسخ: گزینه ۱

$$g - f = \{(1, 3 - 7), (2, 6 - 5), (4, 9 - 6)\}$$

برد: $\{-4, 1, 3\}$

۷۳- اگر $f = \{(3, n^2 - 2n), (m, 8), (2n - 5, t), (4, 3m + 2)\}$ یک تابع ثابت سه عضوی باشد. $m + n + t$ ، کدام

است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ تیر - پایه ۱۱ - فصل ۲)

۱۰ (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

چون تابع f تابعی ثابت است پس مولفه‌های دوم بایستی با 8 برابر باشند:

$$n^2 - 2n = 8 \rightarrow n^2 - 2n - 8 = 0 \Rightarrow (n - 4)(n + 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} n = -2 \\ n = 4 \end{cases}$$

$$\boxed{t = 8}$$

$$3m + 2 = 8 \rightarrow 3m = 6 \Rightarrow m = \boxed{2}$$

$$f = \{(3, 8)(2, 8)(2n - 5, 8)(4, 8)\}$$

چون بایستی تابع f ، ۳ عضوی باشد، پس

$$2n - 5 = 3 \Rightarrow 2n = 8 \Rightarrow n = 4 \text{ قابل قبول}$$

$$\text{یا } 2n - 5 = 2 \Rightarrow 2n = 7 \Rightarrow n = \frac{7}{2} \text{ غیر قابل قبول}$$

$$\text{یا } 2n - 5 = 4 \Rightarrow 2n = 9 \Rightarrow n = \frac{9}{2} \text{ غیر قابل قبول}$$

$$m + n + t = 2 + 4 + 8 = 14$$

فصل ۳

۷۴- رُمان انگلیسی زبان با متوسط طول جمله‌های ۹ کلمه‌ای و ۲۲ درصد کلمهٔ دشوار، برای دانش آموزان چه پایه‌ای مناسب است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ خارج - پایه ۱۱ - فصل ۳)

(۱) نهم (۲) دهم (۳) یازدهم (۴) دوازدهم

پاسخ: گزینه ۴

$$\left[\left(\text{میانگین تعداد کلمه در جمله} + \text{درصد کلمات دشوار} \right) \times \frac{0}{4} \right] = \text{شاخص پایه آموزش}$$

$$= \left[(22 + 9) \times \frac{0}{4} \right] = \frac{12}{4}$$

مناسب پایه دوازدهم

۷۵- رُمان انگلیسی زبانی با متوسط طول جمله‌های ۸ کلمه‌ای و ۱۸ درصد کلمهٔ دشوار، برای دانش آموزان چه پایه‌ای مناسب است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ تیر - پایه ۱۱ - فصل ۳)

(۱) یازدهم (۲) دهم (۳) نهم (۴) هشتم

پاسخ: گزینه ۲

$$\left[\left(\text{میانگین تعداد کلمه در هر جمله} + \text{درصد کلمات دشوار} \right) \times \frac{0}{4} \right] = \text{شاخص پایه آموزش}$$

$$= \left[(18 + 8) \times \frac{0}{4} \right] = \frac{10}{4}$$

۷۶- داده‌های ۸، ۹، ۶، ۳، ۸، ۱، ۴، ۷، a در آمد ماهانه کارمندان یک اداره بر حسب میلیون تومان است. اگر مقدار خط فقر از دو روش میانگین و میانه برابر باشد، چند کارمند زیر خط فقر قرار دارند؟ (کنکور ۱۴۰۴ انسانی اردیبهشت - پایه ۱۱ - فصل ۳)

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

پاسخ: گزینه ۳

۱ و ۳ و ۴ و ۶ و ۷ و ۸ و ۸ و ۹

$$\bar{x} = \frac{1+3+4+6+7+8+8+9+a}{9} = \frac{46+a}{9}$$

از آنجاییکه میانگین و میانه برابر بود و مقدار داده‌ها فرد است، پس میانه عددی از بین خود داده‌ها است. بایستی میانگین مضربی از ۹ باشد و از عدد ۴۶ بزرگتر باشد.

اگر $9 \times 6 = 54$ در نظر بگیریم:

$$46 + a = 54 \Rightarrow a = 8 \Rightarrow \boxed{1 \text{ و } 3 \text{ و } 4 \text{ و } 6} \text{ و } 7 \text{ و } \boxed{8 \text{ و } 8 \text{ و } 8 \text{ و } 9} \Rightarrow \begin{matrix} \text{میانه} = 7 \\ \text{میانگین} = 6 \end{matrix}$$

که برابر نیستند.

بنابراین $9 \times 7 = 63$

$$46 + a = 63 \Rightarrow a = 17$$

$$\boxed{1 \text{ و } 3 \text{ و } 4 \text{ و } 6} \text{ و } 7 \text{ و } \boxed{8 \text{ و } 8 \text{ و } 9 \text{ و } 17} \Rightarrow \text{میانہ} = \bar{x} = 7$$

$$\text{دو کارمند زیر خط فقر} \quad \frac{7}{2} = 3.5 = \text{خط فقر}$$

۷۷- در یک شرکت هیچ کدام از کارکنان با حداقل حقوق ۵۰ میلیون ریالی زیر خط فقر نیستند. میانگین درآمد خانوارهای کشور حداکثر چند میلیون ریال است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ - خارج - پایه ۱۱ - فصل ۳)

$$125 (4) \quad 100 (3) \quad 50 (2) \quad 25 (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

$$\text{میانگین} \\ \text{خط فقر} = \frac{\text{میانگین}}{2} \Rightarrow \text{میانگین} = 50 \times 2 = 100$$

۷۸- در یک شرکت هیچ کدام از کارکنان با حداقل حقوق ۸۰ میلیون ریالی زیر خط فقر نیستند. میانگین درآمد خانوارهای کشور حداکثر چند میلیون ریال است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ - تیر - پایه ۱۱ - فصل ۳)

$$160 (4) \quad 120 (3) \quad 80 (2) \quad 40 (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

$$\text{میانگین} \\ \text{خط فقر} = \frac{\text{میانگین}}{2} \Rightarrow \text{میانگین} = 2 \times 80 = 160$$

۷۹- شاخص اجاره‌بهای مسکن در سال ۹۵، ۶ واحد بیشتر از شاخص اجاره‌بها در سال ۹۴ و درصد تورم شاخص اجاره‌بها در سال ۹۶ نسبت به سال ۹۴، ۴۴ درصد است. اگر درصد تورم این شاخص در هر سال نسبت به سال قبل یکسان باشد، درصد تورم اجاره‌بهای مسکن در سال ۹۵ نسبت به سال ۹۴ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ اردیبهشت - پایه ۱۱ - فصل ۳)

$$16 (4) \quad 18 (3) \quad 20 (2) \quad 22 (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{سال } a = 94 \quad \text{سال } b = 95 \quad \text{سال } c = 96$$

$$I \quad b = a + 6 \Rightarrow b - a = 6$$

$$II \quad \frac{c - a}{a} = 0.44 \Rightarrow c - a = 0.44a$$

$$III \quad \frac{c - b}{b} = \frac{\overset{5}{\cancel{b}} - 6}{a} \Rightarrow c - b = \frac{6b}{a}$$

I را در III قرار می‌دهیم:

$$c - (a + 6) = \frac{6b}{a} \Rightarrow \underbrace{c - a}_{0.44a} - 6 = \frac{6\overset{a+6}{\cancel{b}}}{a}$$

و با توجه به II داریم:

$$\begin{aligned} \cdot/44a - 6 &= \frac{6(a+6)}{a} \Rightarrow \cdot/44a^2 - 6a = 6a + 36 \Rightarrow \cdot/44a^2 - 12a - 36 \\ &= \cdot \xrightarrow{\times 25} 11a^2 - 300a - 900 = 0 \Rightarrow (11a + 30)(a - 30) = 0 \\ &\rightarrow \begin{cases} a = -\frac{30}{11} & \text{قبول غیر قابل} \\ a = 30 & \text{قبول قابل} \end{cases} \Rightarrow b = \frac{30}{a} + 6 = 36 \end{aligned}$$

$$94 \text{ به } 95 \text{ تورم} = \frac{b-a}{a} \times 100 = \frac{36-30}{30} \times 100 = \frac{6}{30} \times 100 = 20\%$$

۸۰- در یک منطقه ۲۲۵ نفر از افراد ۱۸ ساله و بیشتر جویای کار هستند. اگر ۴۵ شغل ایجاد شود، ۵ درصد از نرخ بیکاری کمتر می‌شود. چند شغل دیگر ایجاد شود تا نرخ بیکاری $\frac{1}{3}$ کاهش یابد؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر خارج- پایه ۱۱ - فصل ۳)

۱۵۰ (۴) ۷۵ (۳) ۶۰ (۲) ۳۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

تعداد فعالین را m و تعداد بیکاران را با x نشان می‌دهیم:

$$\frac{225}{m} - \frac{225 - 45}{m} = \frac{5}{100} \Rightarrow \frac{45}{m} = \frac{5}{100} \Rightarrow m = 900$$

نرخ بیکاری $\frac{1}{3}$ کاهش یابد یعنی $\frac{2}{3}$ شود

$$\frac{\text{جدید}}{\text{قدیم}} = \frac{225 - 45 - x}{\frac{225}{9}} = \frac{180 - x}{\frac{225}{9}} = \frac{2}{3} \Rightarrow 180 - x = 150 \Rightarrow x = 180 - 150 = 30$$

۸۱- در یک منطقه ۱۵۰۰ نفر از افراد ۱۸ ساله و بیشتر هستند اگر با ایجاد n شغل ۲۰ درصد از تعداد بیکارها کم شود، نرخ بیکاری ۵ درصد کاهش می‌یابد چند شغل دیگر ایجاد شود تا نرخ بیکاری $\frac{2}{3}$ کاهش یابد؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر- پایه ۱۱ - فصل ۳)

۲۵۰ (۴) ۱۷۵ (۳) ۱۲۵ (۲) ۵۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

تعداد بیکاران را با x نشان می‌دهیم

$$\begin{aligned} \text{نرخ بیکاری} &: \frac{x}{1500} \rightarrow \text{نرخ بیکاری جدید} \frac{x-n}{1500} \\ \frac{x}{1500} - \frac{x-n}{1500} &= \frac{5}{100} \Rightarrow \frac{n}{1500} = \frac{5}{100} \Rightarrow n = 15 \times 5 = 75 \end{aligned}$$

با ایجاد ۷۵ شغل، ۲۰٪ از تعداد بیکارها کم می‌شود

$$\frac{x-75}{1500} \times 100 = 20 \Rightarrow x-75 = 300 \Rightarrow x = 375$$

تعداد بیکاران جدید $x-75 = 375 - 75 = 300$

$$\frac{\text{نرخ بیکاری جدید}}{\text{نرخ بیکاری ثانویه}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{300 - y}{\frac{1500}{375}} = \frac{1}{3} \Rightarrow 300 - y = \frac{375}{3} \Rightarrow 300 - y = 125 \Rightarrow y = 300 - 125 = 175$$

۸۲- قیمت برنج و گوشت در سال پایه به ترتیب ۴۲ و ۱۳۷/۵ هزار تومان و در سال مورد نظر به ترتیب ۱۲۰ و ۲۴۰ هزار تومان است. اگر شاخص بهای برنج و گوشت در سال مورد نظر ۲۴۰ و مقادیر مصرفی برنج و گوشت به ترتیب a و ۱۶ کیلوگرم باشد، مقدار a چند کیلوگرم است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ دی - پایه ۱۱ - فصل ۳)

۴۸ (۱) ۵۰ (۲) ۶۴ (۳) ۷۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

شاخص بهای برنج و گوشت

$$\begin{aligned} &= \frac{(\text{مقدار مصرف} \times \text{قیمت برنج سال جدید}) + (\text{مقدار مصرف} \times \text{قیمت گوشت جدید})}{(\text{مقدار مصرف} \times \text{قیمت گوشت پایه}) + (\text{مقدار مصرف} \times \text{قیمت برنج پایه})} \times 100 \\ \Rightarrow 240 &= \frac{\frac{3840}{2200} + \frac{120a}{42a}}{\frac{(137/5 \times 16)}{2200} + \frac{(42 \times a)}{42a}} \times 100 \Rightarrow (3840 + 120a) \times 100 = \frac{240 \times 2200}{52800} + \frac{240 \times 42a}{1008a} \\ \Rightarrow 38400 + 12000a &= 52800 + 1008a \Rightarrow 192a = 14400 \Rightarrow a = \frac{14400}{192} = 75 \end{aligned}$$

۸۳- داده‌های زیر درآمد افراد یک جامعه برحسب میلیون تومان و خط فقر با استفاده از میانگین در این جامعه ۳/۵ میلیون تومان است. اگر برای محاسبه خط فقر از میانه استفاده شود، چند نفر از افراد این جامعه، زیر خط فقر هستند؟ (کنکور انسانی

۱۴۰۱ خارج - پایه ۱۱ - فصل ۳)

۱۹, ۸/۲, ۱/۸, ۲/۲, ۶, ۱۳, ۳/۴, ۳/۴, a , ۶/۲, ۱۰, ۴/۸

۲ (۴) ۳ (۳) ۴ (۲) ۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \bar{x} = 2 \times 3/5 = 7$ (میلیون)

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{12} = \frac{19 + 8/2 + 1/8 + 2/2 + 6 + 13 + 3/4 + 3/4 + 6/2 + 10 + 4/8 + a}{12} = \frac{78 + a}{12}$$

$$\Rightarrow 78 + a = 12 \times 7 = 84 \rightarrow a = 84 - 78 = 6$$

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم

$\boxed{1/8, 2/2, 3/4, 3/4, 4/8, 6}, \boxed{6, 6/2, 8/2, 10, 13, 19}$

$$\text{میانه} = \frac{6 + 6}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$\text{خط فقر با میانه} = \frac{6}{2} = 3$$

۸۴- در یک نمونه تصادفی از کارکنان یک شرکت، میانه و میانگین درآمد ماهیانه آنان، به ترتیب، ۲۵۰ و ۳۰۰ واحد پول است. اگر ۳ نفر آنان درآمد بسیار بالایی داشته باشند، خط فقر کدام است؟ (کنکور انسانی ۹۹ خارج - پایه ۱۱ - فصل ۳)

- (۱) ۱۲۵ (۲) ۱۵۳ (۳) ۱۸۳ (۴) ۲۵۰

پاسخ: گزینه ۱

چون داده دورافتاده وجود دارد، بنابراین خط فقر با نصف میانه محاسبه می شود یعنی

$$\frac{250}{2} = 125 \text{ خط فقر}$$

$$\begin{array}{r|l} 360 & K \\ \hline 9 & 9 \end{array}$$

۸۵- اگر در شاخص بهای کالا و خدمات، واحد اندازه گیری ۲ برابر شود، آنگاه تغییرات مقدار این شاخص، کدام است؟

(کنکور انسانی ۱۳۹۹ تیر - پایه ۱۱ - فصل ۳)

- (۱) تغییر نمی کند. (۲) نصف می شود
(۳) دو برابر می شود. (۴) قابل پیش بینی نیست

پاسخ: گزینه ۱

چون شاخص بهای کالا و خدمات به واحد اندازه گیری بستگی ندارد، بنابراین با تغییر واحد اندازه گیری، مقدار شاخص تغییر نمی کند.

۸۶- قیمت سه نوع کالا در سال پایه ۲۰۰۰ و ۷۵۰۰ و ۳۵۰۰ واحد پول، در سال مورد نظر به ترتیب ۳۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ و ۵۰۰۰ واحد پول است. تعداد مورد نیاز این سه کالا در سال به ترتیب ۶۰ و ۱۰۰ و ۸۰ می باشد. مقدار تورم آن تقریباً چند

درصد است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ خارج - پایه ۱۱ - فصل ۳)

- (۱) ۳۵٫۸ (۲) ۳۷٫۴ (۳) ۳۹٫۲ (۴) ۴۰٫۱

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{تورم} = \frac{\text{سال پایه} - \text{سال مورد نظر}}{\text{سال پایه}} \times 100$$

$$\text{سال مورد نظر: } \frac{(3000 \times 60)}{18000} + \frac{(10000 \times 100)}{10000} + \frac{(5000 \times 80)}{40000} = 158000$$

$$\text{سال پایه: } \frac{(2000 \times 60)}{12000} + \frac{(7500 \times 100)}{75000} + \frac{(3500 \times 80)}{28000} = 115000$$

$$\text{تورم: } \frac{158 - 115}{115} \times 100 = \frac{43}{115} \times 100 \approx 37.4\%$$

۸۷- در یک منطقه ۱۵۰۰ نفر، از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغل‌اند. در این منطقه ۱۴۳ نفر، ۱۶ ساله و بیشتر جویای کار هستند، حداقل چند شغل ایجاد شود تا نرخ بیکاری ۶ درصد باشد؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ تیر- پایه ۱۱ - فصل ۳)

- (۱) ۴۰ (۲) ۴۵ (۳) ۵۰ (۴) ۶۰

پاسخ: گزینه ۲

جمعیت بیکار + جمعیت شاغل = جمعیت فعال

$$جمعیت فعال = ۱۵۰۰ + ۱۴۳ = ۱۶۴۳$$

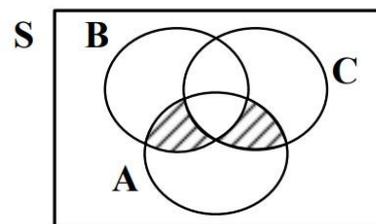
$$\begin{aligned} \text{نرخ بیکاری} &= \frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{جمعیت فعال}} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۶ = \frac{۱۴۳ - x}{۱۶۴۳} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۱۴۳ - x = \frac{۶ \times ۱۴۳}{۱۰۰} = ۹۸/۵۸ \Rightarrow x \\ &= ۱۴۳ - ۹۸/۵۸ = ۴۴/۴۲ \end{aligned}$$

بنابراین بایستی حداقل ۴۵ شغل ایجاد شود.

فصل ۱

۱- اگر A، B و C سه پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، پیشامد نظیر قسمت هاشور خورده در شکل زیر، کدام است؟

(کنکور انسانی ۱۴۰۴ - خارج - پایه ۱۲ - فصل ۱)



$$(1) A - [(B \cup C') \cap (B' \cup C)]'$$

$$(2) A - [(B' \cup C') - (B \cup C)]'$$

$$(3) A \cap [(B \cup C) \cap (B \cap C)]$$

$$(4) A \cap [(B \cup C) - (B \cap C)]$$

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به شکل، اگر $[(B \cup C) - (B \cap C)]$ را در نظر بگیریم و با A اشتراک بگیریم، قسمت هاشور خورده بدست می‌آید.

۲- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ چند عدد سه رقمی زوج و بدون تکرار ارقام کوچکتر از ۴۴۰ می‌توان نوشت؟ (کنکور انسانی)

(۱۴۰۴ - خارج - پایه ۱۲ - فصل ۱)

(۱) ۴۴ (۲) ۴۲ (۳) ۳۸ (۴) ۳۶

پاسخ: گزینه ۳

۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵

یکان صفر	یکان ۲	یکان ۴
$(4 \times 3) + 3 = \underline{15}$	$(4 \times 2) + 3 = \underline{11}$	$(4 \times 3) = \underline{12}$

$$\Rightarrow 15 + 11 + 12 = 38$$

۳- در یک مزرعه ۱۴ قوچ وجود دارد که ۵ تا از آنها شاخدار است. به طور تصادفی ۷ تا از آنها برای فروش انتخاب می‌شود. احتمال اینکه از بین این ۷ تایی انتخابی، حداکثر ۲ تا از آنها شاخدار باشد، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴)

خارج - پایه ۱۲ - فصل ۱

۰٫۲ (۴) ۰٫۳ (۳) ۰٫۴ (۲) ۰٫۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

شاخ ۹	شاخ ۵
۷	۰
۶	۱
۵	۲

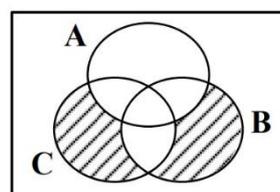
$$n(A) = \binom{9}{7} + \binom{5}{1} \binom{9}{6} + \binom{5}{2} \binom{9}{5} = 36 + (5 \times 84) + (10 \times 126) = 36 + 420 + 1260 = 1716$$

$$n(S) = \binom{14}{7} = \frac{14!}{7!7!} = 3432$$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1716}{3432} = \frac{1}{2} = 0.5$$

۴- اگر A، B و C سه زیرمجموعه از مجموعه مرجع U باشند، کدام مورد نمایش قسمت هاشور خورده در شکل زیر است؟

(کنکور انسانی ۱۴۰۴ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۱)



$$[(B \cup C) \cap A'] \cup [(B \cap C) - A] \quad (1)$$

$$[(B \cup C) \cap A'] \cup [(B - A) - C] \quad (2)$$

$$[(B - A) - C] \cup [(C - B) - A] \quad (3)$$

$$[B - (A \cap C)] \cup [C - (A \cap B)] \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به گزینه‌ها $[(C - B) - A] \cup [(B - A) - C]$

۵- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ چند عدد سه رقمی مضرب ۵ و بدون تکرار ارقام کوچک‌تر از ۴۴۰ می‌توان نوشت؟ (کنکور)

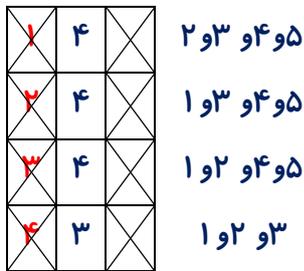
انسانی ۱۴۰۴ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۱

۳۰ (۴) ۳۱ (۳) ۲۰ (۲) ۲۱ (۱)

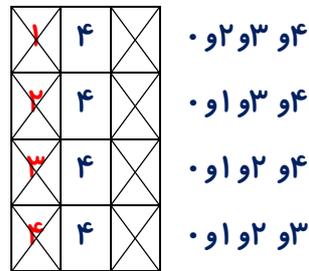
پاسخ: گزینه ۳

یکان صفر

یکان ۵



$$(4 \times 3) + 3 = \boxed{15}$$



$$(4 \times 4) = \boxed{16}$$

$$\Rightarrow 15 + 16 = 31$$

۶- نیمی از ۱۰ کبوتر گرفتار در دام صیاد، نوکشان سرخ است. موشی توانسته بند از پای ۷۰ درصد کبوترها را باز نموده و آنها را آزاد کند. احتمال اینکه حداکثر ۲ کبوتر نوک سرخ هنوز در بند گرفتار باشند، چقدر است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴)

تیر- پایه ۱۲ - فصل ۱

$$\frac{1}{12} (1) \quad \frac{5}{12} (3) \quad \frac{7}{12} (2) \quad \frac{11}{12} (4)$$

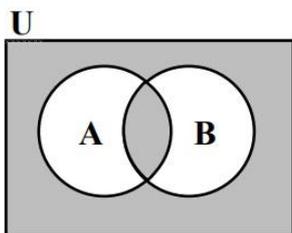
پاسخ: گزینه ۱

نوک سرخ	غیر نوک
۵	سرخ ۵
۰	۳
۱	۲
۲	۱

$$n(A) = \binom{5}{0} \binom{5}{3} + \binom{5}{1} \binom{5}{2} + \binom{5}{2} \binom{5}{1} = 10 + 50 + 50 = 110$$

$$n(S) = \binom{10}{3} = 120 \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{110}{120} = \frac{11}{12}$$

۷- با توجه به نمودار ون زیر، مجموعه سایه زده شده کدام است؟ (کنکور ۱۴۰۴ انسانی اردیبهشت - پایه ۱۲ - فصل ۱)



$$(A \cup B)' (1)$$

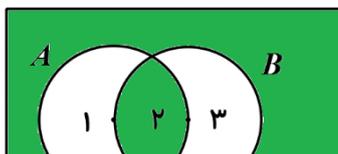
$$(A' \cap B')' (2)$$

$$(A \cup B') \cap (A' \cup B) (3)$$

$$(A' \cup B') \cup (A \cap B) (4)$$

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به ناحیه جواب بایستی {۲،۴} باشند، گزینه ها را امتحان می کنیم



$$(A \cup B)' = \{4\} \text{ گزینه ۱}$$

۲ گزینه $(A' \cap B) = A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$

۳ گزینه $(A \cup B') \cap (A' \cup B) = \{1, 2, 4\} \cap \{3, 4, 2\} = \{2, 4\}$

۸- با حروف کلمه «آموزشی» چند کلمه ۶ حرفی بدون تکرار حروف می توان نوشت به طوریکه هیچ حرف نقطه داری قبل از «آ» ظاهر نشود؟ (بدون توجه به معنی) (کنکور ۱۴۰۴ انسانی اردیبهشت - پایه ۱۲ - فصل ۱)

- ۱۵۶ (۱) ۱۸۰ (۲) ۲۱۶ (۳) ۲۴۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

: آ م و ز ش ی

۵	$\times 4$	$\times 3$	$\times 2$	$\times 1$	\bar{A}	$= 120+$
۴	$\times 3$	$\times 2$	$\times 1$	\bar{A}	$\times 2$	$= 48+$
۳	$\times 2$	$\times 1$	\bar{A}	$\times 2$	$\times 1$	$= 12$
						<hr/>
						۱۸۰

۹- هر یک از اعداد دو رقمی را که می توان با ارقام ۱، ۲، ۳ و ۴ نوشت، روی کارت هایی می نویسیم و پس از مخلوط کردن کارت ها، یک کارت را به طور تصادفی خارج می کنیم. با کدام احتمال عدد روی کارت مضرب ۴ یا ۶ است؟ (کنکور ۱۴۰۴)

انسانی اردیبهشت - پایه ۱۲ - فصل ۱

- $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{5}{16}$ (۲) $\frac{7}{16}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$S = \{11, 12, 13, 14, 21, 22, 23, 24, 31, 32, 33, 34, 41, 42, 43, 44\}$ $n(S) = 16$

$A = \{12, 24, 32, 44, 42\}$ $n(A) = 5$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{16}$

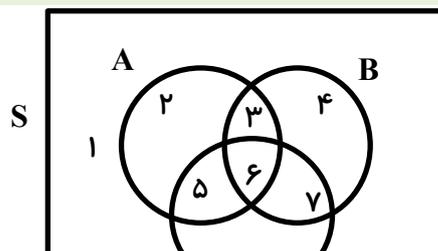
۱۰- متمم مجموعه $(B' - C) - A'$ با کدام یک از مجموعه های زیر برابر است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ خارج - پایه ۱۲ - فصل ۱)

- $A \cup (C - B)$ (۲) $A \cup (B - C)'$ (۱)
 $(B - A) \cup (C' - A)$ (۴) $(B - A) \cup (A \cup C)'$ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

سوال $[A' - (B' - C)]'$ صورت

$(B' - C') = \{1, 2, 5, 8\} - \{1, 2, 3, 4\} = \{5, 8\}$
 $A' - (B' - C') = \{1, 4, 7, 8\} - \{5, 8\} = \{1, 4, 7\}$
 $\{1, 4, 7\} \rightarrow$ متمم: $\{2, 3, 5, 6, 8\}$



$$\text{گزینه ۱: } A \cup (B - C') = \{2, 3, 5, 6\} \cup \left[\underbrace{\{3, 4, 6, 7\} - \{1, 2, 3, 4\}}_{\{6, 7\}} \right]' = \{2, 3, 5, 6\} \cup \{1, 2, 3, 4, 5, 8\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$$

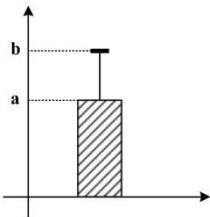
$$\text{گزینه ۲: } A \cup (C - B) = \{2, 3, 5, 6\} \cup \left[\underbrace{\{5, 6, 7, 8\} - \{3, 4, 6, 7\}}_{\{5, 8\}} \right] = \{2, 3, 5, 6, 8\}$$

$$\text{گزینه ۳: } (B - A) \cup (A \cup C)' = \{4, 7\} \cup \{1, 4\} = \{1, 4, 7\}$$

$$\text{گزینه ۴: } (B - A) \cup (C' - A) = \{4, 7\} \cup \{1, 4\} = \{1, 4, 7\}$$

۱۱- نمودار زیر توصیف کننده شاخص‌های (مرکزی و پراکندگی) مناسب برای داده‌های ۱۷، ۱۵، b، ۱۳، ۱۲، a و ۱۱ است.

اگر واریانس این داده‌ها ۴ باشد، مقدار b کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ - خارج - پایه ۱۲ - فصل ۱)



فصل ۱

۱۶،۴ (۱)

۱۶ (۲)

۱۴ (۴)

۱۴،۴ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

$$b - a = \sigma \rightarrow b - a = 2$$

$$\bar{x} = \frac{11 + 12 + 13 + 15 + 17 + a + b}{7} = a \Rightarrow 68 + a + b = 7a \Rightarrow 6a - b = 68 \quad \text{II}$$

$$\begin{cases} 6a - b = 68 \\ -a + b = 2 \end{cases} \xrightarrow{I+II} \Rightarrow 5a = 70 \Rightarrow a = \frac{70}{5} = 14 \Rightarrow b = a + 2 = 14 + 2 = 16$$

۱۲- با حروف کلمه «مهدوی» چند کلمه ۵ حرفی بدون نقطه می‌توان نوشت؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ - خارج - پایه ۱۲ - فصل ۱)

۲۴ (۴)

۱۸ (۳)

۷۲ (۲)

۱۲۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

برای اینکه بدون نقطه باشد، بایستی «ی» در خانه آخر باشد

$$\underline{۴} \times \underline{۳} \times \underline{۲} \times \underline{۱} \text{ ی} = ۲۴$$

۱۳- رضا و امین قرار است پنجره‌های یک ساختمان ۶ طبقه را نصب کنند. اگر نصب پنجره‌های نیمی از طبقات را رضا و

نیمی دیگر از طبقات را امین برعهده بگیرد. با کدام احتمال طبقات مربوط به رضا غیرمتوالی است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ - خارج - پایه ۱۲ - فصل ۱)

خارج - پایه ۱۲ - فصل ۱

$\frac{۳}{۵}$ (۴)

$\frac{۴}{۱۰}$ (۳)

$\frac{۹}{۱۰}$ (۲)

$\frac{۴}{۵}$ (۱)

از متمم محاسبه می‌کنیم:

طبقات رضا که متوالی باشد: (۴, ۵, ۶) یا (۳, ۴, ۵) یا (۲, ۳, ۴) یا (۱, ۲, ۳)

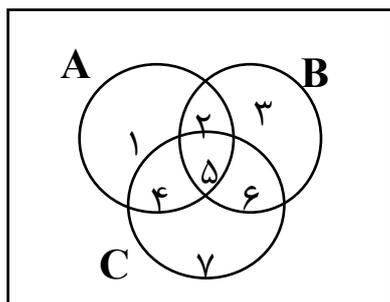
$$n(A') = 4$$

$$n(S) = \binom{6}{3} = \frac{6 \times 5 \times 4}{6} = 20$$

$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{4}{20} \rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{4}{20} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

۱۴- مجموعه $(A - B) - (C - B)$ با کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ تیر - پایه ۱۲ -)

فصل ۱)



$$A - (B \cup C) \quad (2)$$

$$(B - C) - A \quad (1)$$

$$(A - B) - C \quad (4)$$

$$B - (A \cup C) \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

$$\text{سوال صورت } (A - B) - (C - B) = \{1, 4\} - \{4, 7\} = \{1\}$$

$$\text{گزینه ۱: } (B - C) - A = \{2, 3\} - \{1, 2, 4, 5\} = \{3\}$$

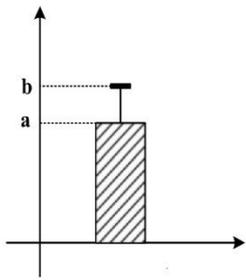
$$\text{گزینه ۲: } (A - (B \cup C)) = \{1, 2, 4, 5\} - \{2, 3, 5, 6, 1\} = \{1, 4\}$$

$$\text{گزینه ۳: } B - (A \cup C) = \{2, 3, 5, 6\} - \{1, 2, 7, 4, 5, 6\} = \{3\}$$

$$\text{گزینه ۴: } (A - B) - C = \{1, 4\} - \{4, 5, 6, 7\} = \{1\}$$

۱۵- داده‌های ۲۱، ۲۳، ۲۵، ۲۷، a و b مربوط به سن دوستان مریم است که در تولد ۲۲ سالگی‌اش (مهمانی اول) شرکت داشتند و نمودار زیر نشان دهنده دو شاخص سن افراد حاضر در این مهمانی است. مریم ۱۰ سال بعد، زمانی که صاحب فرزند شد، تصمیم می‌گیرد به اتفاق پدربزرگ و مادربزرگش یک مهمانی مهمانی (دوم) ترتیب دهد و همه دوستانش که در مهمانی اول حضور داشتند را دعوت کند. اگر واریانس سن افراد در مهمانی اول ۴ باشد، مقدار

شاخص مرکزی مناسب برای سن افراد در مهمانی دوم، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۱)



۳۴ (۲)

۳۴,۵ (۱)

۳۳ (۴)

۳۳,۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

$$b - a = \sigma \rightarrow b - a = 2 \quad I$$

$$\bar{x} = a \Rightarrow \frac{21 + 23 + 25 + 27 + \widehat{22} + a + b}{7} = a \Rightarrow 118 + a + b = 7a \Rightarrow 6a - b = 118 \quad II$$

$$\begin{cases} 6a - b = 118 \\ -a + b = 2 \end{cases}$$

$$5a = 120 \Rightarrow a = \frac{120}{5} = 24 \Rightarrow b = 24 + 2 = 26$$

مهمانی دوم: ۳۱, ۳۲, ۳۳, ۳۴, ۳۵, ۳۶, ۳۷, مادر بزرگ, پدر بزرگ

چون داده دورافتاده داریم، پس شاخص مرکزی میانه است: ۳۴/۵ : میانه

۱۶- با حروف کلمه «پارسی» چند کلمه ۵ حرفی می‌توان نوشت به طوری که در نوشتن آن فقط یک حرف، نقطه دار ظاهر شود؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۱)

۷۲ (۱) ۳۶ (۲) ۲۴ (۳) ۱۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

برای اینکه فقط یک حرف نقطه دار باشد، بایستی حرف «ی» در آخرین خانه قرار گیرد:

$$\underline{۴} \times \underline{۳} \times \underline{۲} \times \underline{۱} \text{ ی} = ۲۴$$

۱۷- حسن و علی قرار است هر کدام به ۳ سؤال از ۶ سؤالی که روی برگه‌ای نوشته شده، پاسخ دهند. به طوری که برای همه سؤالات پاسخ تهیه شود. با کدام احتمال شماره سؤالات حسن متوالی است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۱)

$\frac{1}{40}$ (۴) $\frac{1}{20}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{10}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

حالت ۴ $\rightarrow (۱, ۲, ۳) - (۲, ۳, ۴) - (۳, ۴, ۵) - (۴, ۵, ۶)$ شماره سؤالات متوالی

$$n(A) = 4$$

$$n(S) = \binom{6}{3} \binom{3}{3} = \frac{6 \times 5 \times 4}{6} \times 1 = 20.$$

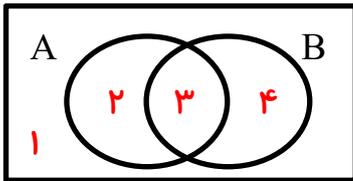
$$P(A) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

۱۸- اگر $C = (A' - B) \cup (A' - B')$ ، $D = (B' - A) \cup (B' - A')$ و $E = C \cup D$ باشد، E' کدام است؟ (کنکور)

انسانی انسانی ۱۴۰۳ اردیبهشت - پایه ۱۲ - فصل ۱)

$$\square A \cap B \quad (4) \quad A \cup B \quad (3) \quad A' \cap B' \quad (2) \quad A' \cup B' \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴



$$A' = \{1, 4\}$$

$$B' = \{1, 2\}$$

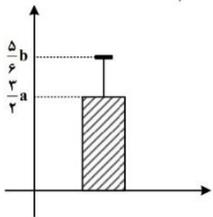
$$C = (A' - B) \cup (A' - B') = \{1\} \cup \{4\} = \{1, 4\}$$

$$D = (B' - A) \cup (B' - A') = \{1\} \cup \{2\} = \{1, 2\}$$

$$E = C \cup D = \{1, 2, 4\} \rightarrow E' = \{3\} = A \cap B$$

۱۹- نمودار زیر توصیف کننده شاخص‌های (مرکزی و پراکندگی) مناسب داده‌های $a, b, \frac{a}{2}, 12, 6$ است. اگر انحراف معیار

این داده‌ها $\frac{1}{4}$ میانگین باشد، انحراف معیار داده‌ها کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ اردیبهشت - پایه



۱۲ - فصل ۱)

$$1/8 \quad (2) \quad 1/2 \quad (1)$$

$$3/6 \quad (4) \quad 2/4 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

$$\bar{x} = \frac{3}{2}a = \frac{a + b + \frac{a}{2} + 12 + 6}{5} \Rightarrow \frac{15}{2}a - \frac{a}{2} - a = b + 18 \Rightarrow 6a = b + 18 \quad [I]$$

$$\sigma = \frac{5}{6}b - \frac{3}{2}a = \frac{1}{4} \left(\frac{3}{2}a \right) \Rightarrow \frac{5}{6}b = \frac{3}{8}a + \frac{3 \times 4}{2 \times 4}a \Rightarrow \frac{15}{8}a = \frac{5}{6}b \Rightarrow b = \frac{9a}{4}$$

مقدار b را در I قرار می‌دهیم

$$6a = \frac{9}{4}a + 18 \Rightarrow 6a - \frac{9}{4}a = 18 \Rightarrow \frac{15}{4}a = 18 \Rightarrow a = \frac{24}{5}$$

$$\sigma = \frac{5}{6}b - \frac{3}{2}a = \frac{5}{6} \left(\frac{9}{4}a \right) - \frac{3}{2}a = \left(\frac{15}{8} - \frac{3 \times 4}{2 \times 4} \right) a = \frac{3}{8}a \Rightarrow \sigma = \frac{3}{8} \times \frac{24}{5} = \frac{9}{5} = 1/8$$

۲۰- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۴، ۵، ۷، چند عدد سه رقمی فرد بدون تکرار رقم‌ها که مضرب ۵ نباشد، می‌توان نوشت؟ (کنکور انسانی

۱۴۰۳ اردیبهشت - پایه ۱۲ - فصل ۱)

پاسخ: گزینه ۴

ارقام ۷ و ۵ و ۴ و ۲ و ۱ در صورتی عدد سه رقمی فرد می‌شود که یکان آن ۱ یا ۵ یا ۷ باشد که چون گفته مضرب ۵ نباشد

$$\frac{4}{10} \times \frac{4}{9} \times \frac{2}{8} = 32 \text{ یا } 7 \text{ باشد.}$$

۲۱- مریم می‌خواهد ۶ کتاب متمایز را به تعداد یکسان در دو ردیف یک قفسه به تصادف قرار دهد. با کدام احتمال مریم دو

کتاب با عناوین ریاضی و ادبیات را کنار هم در یک ردیف قرار می‌دهد؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ اردیبهشت - پایه ۱۲ -

فصل ۱)

$$\frac{4}{15} (۱) \quad \frac{1}{5} (۲) \quad \frac{5}{6} (۳) \quad \frac{9}{10} (۴)$$

پاسخ: گزینه ۱

ردیف اول $\otimes \times$	یا	ردیف اول $\times \otimes$	یا	ردیف اول $\times \times \times$	یا	ردیف اول $\times \times \times$
ردیف دوم $\times \times \times$		ردیف دوم $\times \times \times$		ردیف دوم $\otimes \times$		ردیف دوم $\times \otimes$
$4! \times 2! = 48$	+	$4! \times 2! = 48$	+	$4! \times 2! = 48$	+	$4! \times 2! = 48$

$$= 48 \times 4 = 192$$

$$P(A) = \frac{192}{6!} = \frac{192}{720} = \frac{4}{15}$$

۲۲- ک فروشگاه دارای ۵ درب است. وقتی مشتری از یک درب وارد می‌شود باید از درب دیگری خارج شود. زهرا و

نازنین به چند طریق می‌توانند از فروشگاه خرید کنند به طوری که آنها از درب ورودی و خروجی یکسانی استفاده نکرده

باشند؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر خارج - پایه ۱۲ - فصل ۱)

$$۱۳۰ (۴) \quad ۱۶۰ (۳) \quad ۲۶۰ (۲) \quad ۳۲۰ (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{5}{4} \times \frac{4}{3} = 20$$

تعداد انتخاب خروجی برای زهرا \times تعداد انتخاب ورودی برای زهرا

برای نازنین دو حالت اتفاق می‌افتد (۱) از ۳ خروجی بجز خروجی زهرا وارد شود. (۲) از خروجی که زهرا خارج شود، وارد

گردد.

$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد انتخاب خروجی برای نازنین} \times \text{تعداد انتخاب ورودی برای نازنین} = 9 \\ \text{تعداد انتخاب خروجی برای نازنین} \times \text{تعداد انتخاب ورودی برای نازنین} = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow 9 + 4 = 13$$

$$\Rightarrow 20 \times 13 = 260$$

۲۳- خانواده ای ۵ فرزند دارد که دو فرزند آنها دوقلو هستند. قرار است والدین به همراه ۳ تا از فرزندان به یک مهمانی بروند، احتمال اینکه دوقلوها با هم به مهمانی نروند، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر خارج - پایه ۱۲ - فصل ۱)

- (۱) ۰٫۱ (۲) ۰٫۶ (۳) ۰٫۳ (۴) ۰٫۷

پاسخ: گزینه ۴

هر ۲ والد و سه بچه دیگر یا هر ۲ والد و یکی از دوقلوها و دوتا از بچه‌های دیگر

$$n(A) = \binom{2}{2} \binom{3}{3} + \binom{2}{2} \binom{2}{1} \binom{3}{2} = 1 + 6 = 7$$

$$n(S) = \binom{5}{3} = \frac{5 \times 4 \times 3}{3!} = 10 \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{10} = 0.7$$

۲۴- یک پارکینگ دارای ۴ درب است. وقتی از یک درب وارد می‌شوید باید از درب دیگری خارج شوید. به چند طریق حسن و علی می‌توانند از این پارکینگ استفاده کنند به طوری که آنها درب ورودی و درب خروجی یکسانی نداشته باشند؟

(کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۱)

- (۱) ۱۶۸ (۲) ۱۰۸ (۳) ۸۴ (۴) ۵۴

پاسخ: گزینه ۳

$$4 \times 3 = 12$$

تعداد انتخاب خروجی برای علی × تعداد انتخاب ورودی برای علی

برای حسن دو حالت اتفاق می‌افتد (۱) از ۲ خروجی بجز خروجی علی وارد شود. (۲) از خروجی که علی خارج شود، وارد گردد.

$$\left. \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ \text{تعداد انتخاب خروجی برای حسن} \\ \text{تعداد انتخاب ورودی برای حسن} \end{array} \right\} \\ \left. \begin{array}{l} 1 \times 3 = 3 \\ \text{تعداد انتخاب خروجی برای حسن} \\ \text{تعداد انتخاب ورودی برای حسن} \end{array} \right\} \Rightarrow 4 + 3 = 7 \\ \Rightarrow 12 \times 7 = 84 \end{array} \right\}$$

۲۵- خانواده‌ای دارای ۵ فرزند شامل ۲ فرزند پسر و ۳ فرزند دختر است. قرار است ۵ نفر از اعضای این خانواده با اتومبیل شخصی به مسافرت بروند. احتمال اینکه فقط والدین حق رانندگی داشته باشند و دو فرزند پسر با هم به مسافرت نروند،

کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۱)

- (۱) $\frac{11}{21}$ (۲) $\frac{10}{21}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{1}{7}$

پاسخ: گزینه ۱

دختر پسر والدین
۲ ۲ ۳

$$n(S) = \binom{7}{5} = \frac{7 \times 6}{2} = 21$$

هر ۲ والدین و ۳ دختر یا یک والد و یک پسر و ۳ دختر یا هر ۲ والدین و یک پسر و ۲ دختر

$$\frac{3}{\text{مقام اول}} \times \frac{5}{\text{مقام هفتم}} \times \frac{4}{\text{مقام هفتم}} \times \frac{3}{\text{مقام هفتم}} \times \frac{2}{\text{مقام هفتم}} \times \frac{1}{\text{مقام هفتم}} \times \frac{2}{\text{مقام هفتم}} = 5! \times 2 \times 3$$

$$P(A) = \frac{2 \times 3 \times 5!}{7!} = \frac{2 \times 3 \times 5!}{7 \times 6 \times 5!} = \frac{1}{7}$$

۲۹- در چند زیرمجموعه ۵ عضوی از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ حداقل سه عضو زوج وجود دارد؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱)

خارج- پایه ۱۲- فصل ۱)

۶۰ (۱) ۵۵ (۲) ۴۵ (۳) ۴۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

حداقل ۳ تا زوج یعنی ۳ زوج و ۲ فرد یا ۴ زوج و ۱ فرد

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \rightarrow \begin{array}{l} \text{زوج } \{2, 4, 6, 8\} \\ \text{فرد } \{1, 3, 5, 7, 9\} \end{array}$$

$$\binom{4}{3} \times \binom{5}{2} + \binom{4}{4} \times \binom{5}{1} = (4 \times 10) + (1 \times 5) = 45$$

طریق

۳۰- در هیئت مدیره یک شرکت، ۹ نفر عضو هستند. در رأی‌گیری برای یک سرمایه‌گذاری ۴ نفر رأی موافق، ۳ نفر رأی مخالف و ۲ نفر رأی ممتنع داده‌اند. اگر سه نفر به طور تصادفی انتخاب شوند، احتمال این که نظر هیچ دو نفری مثل هم

نباشد، چقدر است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ خارج- پایه ۱۲- فصل ۱)

$\frac{2}{7}$ (۱) $\frac{1}{21}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{3 \times 2 \times 6!} = 3 \times 4 \times 7$$

چون هیچ دو نفری مثل هم نباشند، یعنی یک نفر موافق و یک نفر مخالف و یک نفر ممتنع

$$n(A) = \binom{4}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{2}{1} = 4 \times 3 \times 2$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 4 \times 7} = \frac{2}{7}$$

۳۱- تعداد زیر مجموعه‌های ۴ عضوی مجموعه $\{0, 1, 2, 4, 6, 8, 9\}$ که شامل عدد ۸ باشد، ولی شامل عدد ۴ نباشد، کدام

است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ تیر- پایه ۱۲- فصل ۱)

۱۰ (۱) ۵۰ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$\text{تعداد زیرمجموعه ۴ عضوی} \binom{۷}{۴} \xrightarrow[\text{فاقد ۴}]{\text{شامل ۸}} \binom{۷-۱-۱}{۴-۱} = \binom{۵}{۳} = \frac{۵ \times ۴}{۲} = ۱۰$$

۳۲- پنج بازیکن فوتسال تیم مدرسه‌ای، به طور تصادفی در یک ردیف کنار یکدیگر می‌ایستند. اگر دروازه‌بان و کاپیتان دو نفر متفاوت باشند، با کدام احتمال بین دروازه‌بان و کاپیتان دقیقاً دو نفر حضور دارند؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۱)

$$\frac{1}{5} (۱) \quad \frac{1}{۱۰} (۲) \quad \frac{1}{۱۵} (۳) \quad \frac{1}{۲۰} (۴)$$

پاسخ: گزینه ۱

د یعنی دروازه‌بان و ک یعنی کاپیتان

۱: ○ د ○ ○ ک ○

۲: ○ د ○ ○ ک

$$n(A) = ۲ \times \underset{\text{حالت}}{۲} \times \underset{\text{جابجایی ک و د}}{۲} \times \underset{\text{جابجایی ۳ نفر دیگر}}{۳!} = ۲۴$$

$$n(S) = ۵! = ۱۲۰ \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۲۴}{۱۲۰} = \frac{۱}{۵}$$

۳۳- اگر $A \subseteq B'$ باشد حاصل $((A - B) \cup (B - A))'$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ خارج - پایه ۱۲ - فصل ۱)

$$A' \cup B' (۴) \quad A \cup B (۳) \quad A' \cap B' (۲) \quad A \cap B (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

$$((A - B) \cup (B - A))' = (\{۲\} \cup \{۳\})' = \{۲, ۳\}' = \{۱\}$$

از آنجاییکه $A \subseteq B'$ پس A و B مجزایند

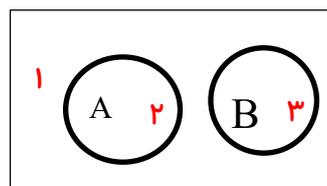
بررسی گزینه‌ها

گزینه ۱: $A \cap B = \{\}$

گزینه ۲: $A' \cap B' = \{۱, ۳\} \cap \{۱, ۲\} = \{۱\}$ ✓

گزینه ۳: $A \cup B = \{۲, ۳\}$

گزینه ۴: $A' \cup B' = \{۱, ۳\} \cup \{۱, ۲\} = \{۱, ۲, ۳\}$



۳۴- در یک بازی ۱۶ نفره به هر نفر یکی از شماره‌های ۳، ۴، ۵، ...، ۱۸ را تخصیص می‌دهیم. سه تاس را پرتاب می‌کنیم و اعداد روبروده را با یکدیگر جمع می‌کنیم. شخصی که آن شماره را داشته باشد، انتخاب می‌شود. احتمال این که شخص صاحب

شماره ۱۰ انتخاب شود، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ خارج - پایه ۱۲ - فصل ۱)

$$\frac{1}{۱۰} (۱) \quad \frac{1}{۹} (۲) \quad \frac{1}{۸} (۳) \quad \frac{1}{۷} (۴)$$

پاسخ: گزینه ۳

$$n(S) = ۶ \times ۶ \times ۶ = ۶^۳$$

$$A = (1, 3, 6) \xrightarrow{\text{جایابی این اعداد}} 3! = 6 \quad (2, 2, 6) \rightarrow 3$$

$$(1, 4, 5) \rightarrow 3! = 6 \quad (2, 2, 4) \rightarrow 3$$

$$(2, 3, 5) \rightarrow 3! = 6 \quad (3, 3, 4) \rightarrow 3$$

$$n(A) = (6 \times 3) + (3 \times 3) = 27$$

$$P(A) = \frac{27}{6 \times 6 \times 6} = \frac{1}{8}$$

۳۵- فرض کنید تابع f به صورت $f = \{(a, a^2); a = 0, 1, 2\} \cup \{(a, a+b) | a, b \in \{0, 1, 2\}\}$ توصیف شده باشد. تعداد عناصر f ، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۱)

۸ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$f_1 = \{(0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$$

$$f_2 = \{(0, b), (1, b+1), (2, b+2) | b \in \{0, 1, 2\}\}$$

$$= \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (2, 4)\}$$

$$f = f_1 \cup f_2 = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (1, 1), (2, 4)\}$$

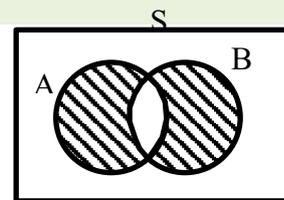
تعداد عناصر ۹ تا

۳۶- اگر متمم مجموعه $(A - B) \cup (B - A)$ برابر $A \cap B$ باشد، کدام عبارت درست است؟ (S مجموعه مرجع است). (کنکور انسانی ۱۴۰۰ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۱)

$$A \subseteq B' \quad (۲) \quad A \subseteq B \quad (۱)$$

$$B = \emptyset \text{ یا } A = \emptyset \quad (۴) \quad A \cup B = S \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۳



$$[(A - B) \cup (B - A)]' = A \cap B$$

$$(A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B) = S \text{ بنابراین}$$

$$\Rightarrow (A \cup B) = S$$

۳۷- یک کتابخانه شامل ۵ کتاب ریاضی، ۳ کتاب ادبیات و ۲ کتاب داستان است. ۴ کتاب به دلخواه انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این چهار کتاب حداقل در دو موضوع مختلف هستند؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۱)

$$\frac{41}{42} \quad (۴) \quad \frac{20}{21} \quad (۳) \quad \frac{13}{14} \quad (۲) \quad \frac{19}{21} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴

$$n(S) = \binom{10}{4} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 6!} = 210$$

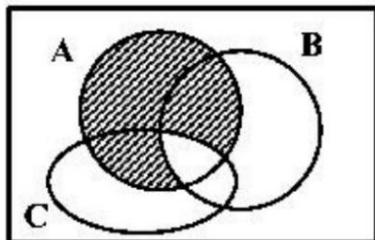
حداقل دو موضوع مختلف یعنی دو موضوع مختلف یا سه موضوع مختلف که نوشتن تمام این حالات وقت گیر است و بهتر است از متمم محاسبه کنیم، یعنی چهار موضوع یکسان و تنها کتابی که بیش از ۴ تا موجود است کتاب ریاضی می باشد.

$$n(A') = \binom{5}{4} = 5$$

$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{5}{210} \rightarrow P(A) = \frac{210 - 5}{210} = \frac{41}{42}$$

۳۸- مطابق شکل، زیر فرض کنید A، B و C سه مجموعه باشند. کدام مورد برای قسمت سایه خورده، نادرست است؟

(کنکور انسانی ۹۹ خارج - پایه ۱۲ - فصل ۱)



$$(1) (A - B) \cup (A - C)$$

$$(2) A \cap (B' \cup C')$$

$$(3) A - (B \cap C)$$

$$(4) A' - (B \cup C)$$

پاسخ: گزینه ۴

جواب قسمت سایه خورده: {۲, ۳, ۵}

گزینه ۱: $(A - B) \cup (A - C) = \{۲, ۵\} \cup \{۲, ۳\} =$

$$\{۲, ۳, ۵\}$$

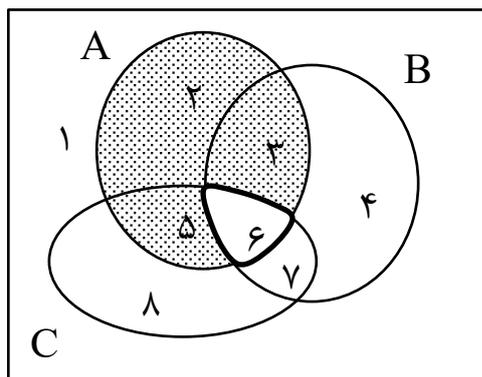
گزینه ۲: $A \cap (B' \cup C') = \{۲, ۳, ۶, ۵\} \cap$

$$\left(\underbrace{\{۱, ۲, ۵\} \cup \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}}_{\{۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}} \right) = \{۲, ۳, ۵\}$$

گزینه ۳: $A - (B \cap C) = \{۲, ۳, ۵, ۶\} - \{۶, ۷\} =$

گزینه ۴: $A - (B \cup C) = \{۲, ۳, ۵, ۶\} -$

$$\{۴, ۳, ۷, ۶, ۸\} = \{۲, ۵\}$$



$$\{۲, ۳, ۵\}$$

۳۹- دور یک میز گرد، ۶ نفر به چند طریق می توانند قرار گیرند، به طوری که ۲ فرد مورد نظر از آنان همواره کنار یکدیگر

باشند؟ (کنکور انسانی ۹۹ خارج - پایه ۱۲ - فصل ۱)

$$۱۲۰ (۴) \quad ۹۶ (۳) \quad ۴۸ (۲) \quad ۳۶ (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

دو نفر را یک نفر در نظر می گیریم و چون دور یک میز گرد می نشینند، پس $۴! = (۵ - ۱)!$. تعداد جایگشت دو نفر کنار

$$\text{هم نیز } ۲! = ۲, \text{ پس } ۴! \times ۲ = ۲۴ \times ۲ = ۴۸$$

۴۰- در پرتاب یک تاس و ۲ سکه، احتمال این که لااقل یکی از سکه‌ها «پشت» و عدد رو شده در تاس، فرد باشد، کدام

است؟ (کنکور انسانی ۹۹ خارج - پایه ۱۲ - فصل ۱)

پاسخ: گزینه ۱

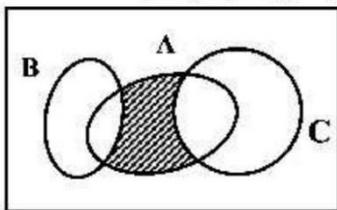
۲ و ۱۰: پشت

$$n(A) = n\left\{\binom{\text{فرد پ پ}}{\underbrace{\quad}_3}\binom{\text{فرد ر پ}}{\underbrace{\quad}_3}\binom{\text{فرد پ ر}}{\underbrace{\quad}_3}\right\} = 9 \text{ حالت}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\overset{3}{9}}{\underset{2}{2} \times \underset{2}{2} \times \underset{2}{6}} = \frac{3}{8}$$

۴۱- مجموعه های A، B و C، مطابق شکل زیر، مفروضاند. کدام مورد برای قسمت سایه خورده، نادرست است؟ (کنکور

انسانی ۱۳۹۹ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۱)



$$(1) A \cap (B' \cap C')$$

$$(2) A \cap (B \cup C)'$$

$$(3) (A - C) \cap (A - B)$$

$$(4) (A - C) \cup (A - B)$$

پاسخ: گزینه ۴

جواب ناحیه سایه خورده: {۴}

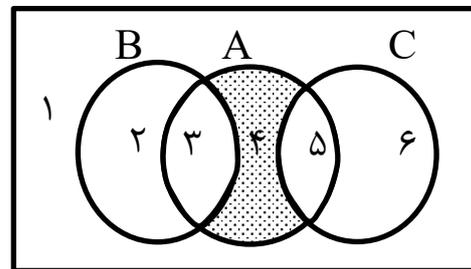
گزینه ۱: $A \cap (B' \cap C') = \{۳, ۴, ۵\} \cap (\{۱, ۴, ۵, ۶\} \cap$

$$\{۱, ۲, ۳, ۴\}) = \{۳, ۴, ۵\} \cap \{۱, ۴\} = \{۴\}$$

گزینه ۲: $A \cap (B \cup C)' = \{۳, ۴, ۵\} \cap \{۱, ۴\} = \{۴\}$

گزینه ۳: $(A - C) \cap (A - B) = \{۳, ۴\} \cap \{۴, ۵\} = \{۴\}$

گزینه ۴: $(A - C) \cup (A - B) = \{۳, ۴\} \cup \{۴, ۵\} =$



{۳, ۴, ۵}

۴۲- در یک اتومبیل معمولی، ۵ نفر به چند طریق می‌توانند بنشینند، به طوری که ۳ نفر آن‌ها، مجاز به رانندگی باشند؟

(کنکور انسانی ۱۳۹۹ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۱)

۸۴ (۴)

۷۵ (۳)

۷۲ (۲)

۶۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{طریق } ۳ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۷۲$$

راننده

۴۳- در جعبه‌ای ۵ مهره سفید و ۴ مهره سیاه یکسان، قرار دارد. به تصادف ۳ مهره خارج می‌کنیم. با کدام احتمال، ۲ مهره

سفید و یک مهره سیاه، خارج می‌شود؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۹ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$P(A) = \frac{\overbrace{\binom{5}{2}}^{\text{سیاه سفید}} \binom{4}{1}}{\binom{9}{3}} = \frac{10 \times \cancel{4}^1}{\underbrace{84}_{21}} = \frac{10}{21}$$

۴۴- با ارقام موجود در مجموعه $\{1, 2, 4, 6, 7, 8\}$ ، چند عدد پنج رقمی فرد، بدون تکرار رقم‌ها، می‌توان نوشت؟ (کنکور)

انسانی ۱۳۹۸ خارج - پایه ۱۲ - فصل ۱)

۱۲۰ (۱) ۱۸۰ (۲) ۲۴۰ (۳) ۳۰۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

۱, ۲, ۴, ۶, ۷, ۸

برای اینکه فرد باشد، بایستی رقم یکان آن ۷ یا ۱ باشد.

$$\boxed{5} \times \boxed{4} \times \boxed{3} \times \boxed{2} \times \underbrace{\boxed{2}}_{1 \text{ یا } 7} = 5! \times 2 = 120 \times 2 = 240$$

۴۵- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال جمع دو عدد روشده، کمتر از ۱۰ می‌باشد؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸)

خارج - پایه ۱۲ - فصل ۱)

$\frac{5}{6}$ (۴) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{7}{12}$ (۲) $\frac{5}{9}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

از متمم استفاده می‌کنیم، احتمال مجموع ۱۰ و بیشتر از ۱۰ را محاسبه می‌کنیم

$$\begin{aligned} & (4, 6) \quad (5, 5) \quad (6, 5) \\ & (6, 4) \quad (5, 6) \quad (6, 6) \rightarrow n(A') = 6, n(S) = 36 \\ & P(A') = \frac{6}{36} \rightarrow P(A) = 1 - \frac{6}{36} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6} \end{aligned}$$

۴۶- جعبه‌ای شامل ۸ سیب سالم و ۴ سیب لکه‌دار است. به تصادف ۳ سیب از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال فقط ۲ سیب

خارج شده، سالم است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ خارج - پایه ۱۲ - فصل ۱)

$\frac{28}{55}$ (۴) $\frac{24}{55}$ (۳) $\frac{8}{15}$ (۲) $\frac{7}{15}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

دو سیب سالم و یکی لکه‌دار

لکه دار سالم

$$\frac{\binom{8}{2} \binom{4}{1}}{\binom{12}{3}} = \frac{28 \times 4}{\frac{224}{5}} = \frac{28}{55}$$

۴۷- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، چند عدد چهار رقمی بخش پذیر بر ۵، بدون تکرار رقم‌ها، می‌توان نوشت؟ (کنکور انسانی)

۱۳۹۸ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۱

۷۲ (۱) ۹۶ (۲) ۱۰۸ (۳) ۱۲۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 4 & \times 4 & \times 3 & 5 \\ \hline \end{array} = 48 \text{ یکان } 5$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 5 & \times 4 & \times 3 & 0 \\ \hline \end{array} = 60 \text{ یکان صفر}$$

$$\Rightarrow 60 + 48 = 108$$

۴۸- یک سکه و یک تاس با هم پرتاب می‌شود. با کدام احتمال سکه «رو» و عدد تاس مضرب ۳ ظاهر می‌شود؟ (کنکور)

انسانی ۱۳۹۸ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۱

$\frac{1}{12}$ (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$n(S) = 2 \times 6 = 12$$

$$A = \{(r, 3), (r, 6)\} \rightarrow n(A) = 2 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

۴۹- در ظرفی ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه است. به تصادف ۲ مهره از ظرف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال مهره‌های خارج شده از یک رنگ هستند؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۱)

۱۳۹۸ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۱

$\frac{5}{14}$ (۱) $\frac{3}{7}$ (۲) $\frac{4}{7}$ (۳) $\frac{9}{14}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

دو مهره سفید با دو مهره سیاه

$$\frac{\binom{4}{2} + \binom{3}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{6 + 3}{21} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

فصل ۲

۵۰- اگر $a_1 = 24$ جمله اول دنباله بازگشتی a_n زوج $a_n = \frac{1}{2}a_n$ باشد، کوچکترین جمله دنباله کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ خارج - پایه ۱۲ - فصل ۲)

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$a_1 = 24 \text{ زوج}$$

$$n=1 \rightarrow a_2 = \frac{1}{2}a_1 = \frac{1}{2} \times 24 = 12 \text{ زوج}$$

$$n=2 \rightarrow a_3 = \frac{1}{2}a_2 = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ زوج}$$

$$n=3 \rightarrow a_4 = \frac{1}{2}a_3 = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \text{ فرد}$$

$$n=4 \rightarrow a_5 = 3a_4 + 1 = 3(3) + 1 = 10 \text{ زوج}$$

$$n=5 \rightarrow a_6 = \frac{1}{2}a_5 = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ فرد}$$

$$n=6 \rightarrow a_7 = 3a_6 + 1 = 3(5) + 1 = 16 \text{ زوج}$$

$$n=7 \rightarrow a_8 = \frac{1}{2}a_7 = \frac{1}{2} \times 16 = 8 \text{ زوج}$$

$$a_9 = \frac{1}{2}a_8 = 4 \text{ زوج و } a_{10} = \frac{1}{2}a_9 = 2 \text{ زوج, } a_{11} = \frac{1}{2}a_{10} = 1 \text{ فرد}$$

۵۱- در یک دنباله حسابی، مجموع جملات سوم و هشتم برابر ۲۲ است. اگر مجموع ۱۱ جمله اول این دنباله برابر ۱۶۵ باشد، اختلاف مشترک دنباله کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ خارج - پایه ۱۲ - فصل ۲)

۱ (۸) ۲ (۵) ۳ (۴) ۴ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

$$a_3 + a_8 = a_1 + 2d + a_1 + 7d \Rightarrow 2a_1 + 9d = 22 \quad [I]$$

$$S_{11} = \frac{11[2a_1 + 10d]}{2} = \frac{15}{165} \Rightarrow 2a_1 + 10d = 30 \quad [II]$$

$$\begin{cases} 2a_1 + 10d = 30 \\ 2a_1 + 9d = 22 \end{cases} \Rightarrow d = 8$$

۵۲- ۱۷- اگر $a_1 = 15$ جمله اول دنباله بازگشتی a_n فرد $a_n = 3a_n - 1$ باشد، مقدار a_8 کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۲)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ: گزینه ۲

$$a_1 = 15 \text{ فرد}$$

$$n=1 \rightarrow a_2 = 3a_1 - 1 = (3 \times 15) - 1 = 44 \text{ زوج}$$

$$n=2 \rightarrow a_3 = \frac{1}{2}a_2 = \frac{1}{2} \times 44 = 22 \text{ زوج}$$

$$n=3 \rightarrow a_4 = \frac{1}{2}a_3 = \frac{1}{2} \times 22 = 11 \text{ فرد}$$

$$n=4 \rightarrow a_5 = 3a_4 - 1 = 3(11) - 1 = 32 \text{ زوج}$$

$$n=5 \rightarrow a_6 = \frac{1}{2}a_5 = \frac{1}{2} \times 32 = 16 \text{ زوج}$$

$$n=6 \rightarrow a_7 = \frac{1}{2}a_6 = \frac{1}{2} \times 16 = 8$$

$$n=7 \rightarrow a_8 = \frac{1}{2}a_7 = \frac{1}{2} \times 8 = 4$$

۵۳- در یک دنباله حسابی، مجموع جملات دوم و دهم برابر ۳۴ است. اگر مجموع جملات چهارم تا دوازدهم این دنباله برابر ۱۱۷ باشد، جمله اول دنباله کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۲)

۷ (۴)

۳۷ (۳)

۱۷ (۲)

۲۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$a_2 + a_{10} = 34 \Rightarrow a_1 + d + a_1 + 9d \Rightarrow 2a_1 + 10d = 34 \Rightarrow a_1 + 5d = 17 \Rightarrow a_6 = 17 \quad [I]$$

$$a_4 + a_8 + \dots + a_{12} = 117 \Rightarrow a_1 + 3d + a_1 + 4d + \dots + a_1 + 11d = 117 \Rightarrow 9a_1 + 63d = 117 \Rightarrow a_1 + 7d = 13 \quad [II]$$

$$\begin{cases} a_1 + 7d = 13 \\ a_1 + 5d = 17 \end{cases} \Rightarrow 2d = -4 \Rightarrow d = -2$$

$$a_1 = 13 - 7(-2) = 13 + 14 = 27$$

۵۴- اگر مجموع جملات یازدهم و نوزدهم یک دنباله خطی برابر ۱۴۴ باشد، جمله پانزدهم این دنباله کدام است؟ (کنکور

۱۴۰۴ انسانی اردیبهشت - پایه ۱۲ - فصل ۲)

۸۴ (۴)

۷۲ (۳)

۵۲ (۲)

۴۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{cases} a_{11} = a_1 + 10d \\ a_{19} = a_1 + 18d \end{cases}$$

$$2a_1 + 28d = 144 \Rightarrow a_1 + 14d = 72 = a_{15}$$

۵۵- در دنباله بازگشتی $a_{n+1} = \frac{1}{1+a_n}$ جمله اول $\frac{2}{3}$ است. نسبت a_3 به a_2 کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ خراج -

پایه ۱۲ - فصل ۲)

پاسخ: گزینه ۲

$$a_1 = \frac{2}{3}$$

$$\xrightarrow{n=1} a_2 = \frac{1}{1+a_1} = \frac{1}{1+\frac{2}{3}} = \frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{a_2}{a_3} = \frac{\frac{1}{1+a_1}}{\frac{1}{1+a_2}} = \frac{1+a_2}{1+a_1} = \frac{1+\frac{3}{5}}{1+\frac{2}{3}} = \frac{\frac{8}{5}}{\frac{5}{3}} = \frac{24}{25} \times \frac{4}{4} = \frac{96}{100} = 96\%$$

۵۶- در یک سالن سینما در ردیف اول ۸، در ردیف دوم ۱۲ و در ردیف سوم ۱۶ صندلی قرار دارد. صندلی‌ها با همین نظم در ۲۴ ردیف چیده شده‌اند. اگر بخواهند ظرفیت این سالن را به ۴ قسمت یکسان تفکیک کنند، به طوری که هر قسمت دارای همان نظم قبلی با ۱۲ ردیف باشد، در ردیف نخست سالن‌های جدید، چند صندلی قرار می‌گیرد؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳)

خارج - پایه ۱۲ - فصل ۲

۸ (۱) ۷ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$8, 12, 16, \dots$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 8 + (n-1)4 = 4n + 4$$

$$a_{24} = \frac{4(24)}{96} + 4 = 100$$

$$S_{24} = \frac{(a_1 + a_{24}) \times 24}{2} = \left(\frac{8+100}{2} \right) \times 12 = 1296 \text{ صندلی}$$

تعداد ردیف صندلی سالن جدید: ۱۲ تا ۳۲۴ = $\frac{1296}{4}$

$$S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2} \Rightarrow 324 = \frac{12}{2} \left[2a_1 + \left(\frac{44}{11 \times 4} \right) \right] \Rightarrow 2a_1 + 44 = 54 \Rightarrow 2a_1 = 54 - 44 = 10 \Rightarrow a_1 = \frac{10}{2} = 5$$

۵۷- در دنباله بازگشتی به صورت $a_{n+1} = \frac{1}{1+2a_n}$ جمله اول $\frac{3}{4}$ است. نسبت جمله دوم به جمله سوم کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۲)

پاسخ: گزینه ۱

۰٫۷۲ (۱) ۰٫۷ (۲) ۰٫۶۴ (۳) ۰٫۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$a_1 = \frac{3}{4}$$

$$\xrightarrow{n=1} a_2 = \frac{1}{1+2a_1} = \frac{1}{1+\frac{3}{2}} = \frac{1}{\frac{5}{2}} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{a_2}{a_3} = \frac{\frac{1}{1+2a_1}}{\frac{1}{1+2a_2}} = \frac{1+2a_2}{1+2a_1} = \frac{1+2\left(\frac{2}{5}\right)}{1+2\left(\frac{3}{2}\right)} = \frac{\frac{9}{5}}{\frac{5}{2}} = \frac{18}{25} = 0.72$$

۵۸- در یک سالن در ردیف اول ۸، در ردیف دوم ۱۲ و ردیف سوم ۱۶ صندلی قرار دارد. صندلی‌ها با همین نظم در ۱۲ ردیف چیده شده‌اند. اگر بخواهند این سالن را به دو سالن با نصف ظرفیت کنونی تفکیک کنند به طوری که در سالن‌های جدید چیدمان صندلی‌ها دارای همان نظم قبلی ولی با ۴ صندلی در ردیف نخست شروع شود، در سالن‌های جدید چند ردیف صندلی قرار دارد؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۲)

- ۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۳

$$8, 12, 16, \dots$$

$$a_n = 8 + (n-1)4 = 4n + 4 \rightarrow a_{12} = 4(12) + 4 = 48 + 4 = 52$$

$$S_{12} = \frac{(a_1 + a_{12}) \times 12}{2} = \left(\frac{8 + 52}{2} \right) \times 6 = 360$$

نصف ۳۶۰ هر سالن می‌شود ۱۸۰ صندلی با چیدمان جدید

$$4, 8, 12, \dots \quad \begin{cases} a_1 = 4 \\ d = 4 \end{cases}$$

$$S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2} \Rightarrow 180 = \frac{n}{2} \left[2(4) + \left(\frac{4n-4}{(n-1)} \right) \right] \Rightarrow 360 = n(4n+4)$$

$$\Rightarrow 4n^2 + 4n - 360 = 0 \xrightarrow{\div 4} n^2 + n - 90 = 0 \Rightarrow (n-9)(n+10) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} n = 9 \\ n = -10 \text{ غیر قابل قبول} \end{cases}$$

۵۹- اگر دنباله‌های $a_n = \frac{1}{n^2+1}$ و $b_n = \frac{2n+1}{n+1}$ باشند، حاصل $b_4 - a_3$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ اردیبهشت - پایه ۱۲ - فصل ۲)

- ۱) ۱/۲ ۲) -۱/۲ ۳) ۱/۷ ۴) -۱/۷

پاسخ: گزینه ۳

$$\xrightarrow{n=3} a_3 = \frac{1}{9+1} = \frac{1}{10}, \quad \xrightarrow{n=4} b_4 = \frac{2(4)+1}{4+1} = \frac{9}{5}$$

$$b_4 - a_3 = \frac{9}{5} - \frac{1}{10} = \frac{18-1}{10} = \frac{17}{10} = 1.7$$

۶۰- در یک دنباله حسابی، مجموع جملات سوم و بیست و هشتم از جمله پنجم، ۶۱ واحد بیشتر است. جمله بیست و ششم این دنباله کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ اردیبهشت - پایه ۱۲ - فصل ۲)

- ۷۶ (۱) ۶۱ (۲) ۵۵ (۳) ۴۳ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{روش تستی: } a_3 + a_{28} = a_5 + 61$$

$$\text{مجموع اندیس‌ها: } 3 + 28 = 5 + x \Rightarrow x = 26$$

پس جمله بیست و ششم برابر ۶۱ است

روش تشریحی:

$$a_3 + a_{28} = a_5 + 1 \xrightarrow{\text{باز می‌کنیم}} a_1 + 2d + a_1 + 27d = a_1 + 4d + 61 \Rightarrow a_1 + 25d = 61 \Rightarrow a_{26} = 61$$

۶۱- جمله شش دنباله بازگشتی $a_1 = a_2 = 1$ ، $a_{n-1} = a_{n-\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} + a_{n-\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}$ ، کدام است؟ ([]، علامت جزء صحیح است.)

(کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر خارج - پایه ۱۲ - فصل ۲)

- ۱ (۴) -۱ (۳) ۳ (۲) -۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$a_1 = a_2 = 1$$

$$\xrightarrow{n=4} a_3 = a_{4-\lfloor \frac{4}{2} \rfloor} + 2a_{4-\lfloor \frac{4}{2} \rfloor} = a_2 + 2a_2 \Rightarrow -a_3 = a_2 \Rightarrow a_3 = -a_2 \rightarrow a_3 = \boxed{-1}$$

$$\xrightarrow{n=5} a_4 = a_{5-\lfloor \frac{5}{2} \rfloor} + 2a_{5-\lfloor \frac{5}{2} \rfloor} = a_3 + 2a_4 \Rightarrow -a_4 = a_3 \Rightarrow a_4 = -a_3 \Rightarrow \boxed{a_4 = 1}$$

$$\xrightarrow{n=6} a_5 = a_{6-\lfloor \frac{6}{2} \rfloor} + 2a_{6-\lfloor \frac{6}{2} \rfloor} = a_3 + 2a_4 = -1 + 2(1) = \boxed{1}$$

$$\xrightarrow{n=7} a_6 = a_{7-\lfloor \frac{7}{2} \rfloor} + a_{7-\lfloor \frac{7}{2} \rfloor} = a_4 + 2a_5 = 1 + 2(1) = 1 + 2 = \boxed{3}$$

۶۲- جمله نهم دنباله بازگشتی $a_1 = a_2 = 1$ ، $a_{n+1} = a_{n-\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} + a_{n-\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}$ ، کدام است؟ ([]، علامت جزء صحیح است.)

(کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۲)

- ۴ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$a_1 = a_2 = 1$$

$$\xrightarrow{n=2} a_3 = a_{2-\lfloor \frac{2}{2} \rfloor} + a_{2-\lfloor \frac{2}{2} \rfloor} = a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2$$

$$n=3 \rightarrow a_3 = a_{3-\binom{3}{2}} + a_{3-\binom{3}{1}} = a_2 + a_1 = 1 + 1 = 2$$

$$n=4 \rightarrow a_4 = a_{4-\binom{4}{2}} + a_{4-\binom{4}{1}} = a_2 + a_3 = 1 + 2 = 3$$

$$n=5 \rightarrow a_5 = a_{5-\binom{5}{2}} + a_{5-\binom{5}{1}} = a_3 + a_4 = 2 + 3 = 5$$

$$n=6 \rightarrow a_6 = a_{6-\binom{6}{2}} + a_{6-\binom{6}{1}} = a_4 + a_5 = 3 + 5 = 8$$

$$n=7 \rightarrow a_7 = a_{7-\binom{7}{2}} + a_{7-\binom{7}{1}} = a_5 + a_6 = 5 + 8 = 13$$

$$n=8 \rightarrow a_8 = a_{8-\binom{8}{2}} + a_{8-\binom{8}{1}} = a_6 + a_7 = 8 + 13 = 21$$

۶۳- مقدار $a_8 = \frac{17}{12}$ از رابطه بازگشتی $a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{a_1}{a_n} \right)$ تقریبی از \sqrt{k} است. اگر $k \in \mathbb{N}$ و $a_1 = k$ باشد. مقدار k

کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ دی - پایه ۱۲ - فصل ۲)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

پاسخ: گزینه ۱

$$k = 2 \text{ پس } \sqrt{2} \approx 1/4 \text{ (جمله سوم) } a_8 = \frac{17}{12} \approx 1/4 \text{ تقریبی از } \sqrt{k} \text{ است پس یعنی } 1/4 \approx \sqrt{2} \text{ پس } k = 2$$

راه حل تستی:

راه حل تشریحی:

$$n=1 \rightarrow a_1 = \frac{1}{2} \left(a_1 + \frac{a_1}{a_1} \right) = \frac{1}{2} (k + 1)$$

$$n=2 \rightarrow a_2 = \frac{1}{2} \left(a_2 + \frac{a_1}{a_2} \right) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} (k + 1) + \frac{k}{\frac{1}{2} (k + 1)} \right] = \frac{17}{12} \Rightarrow \frac{1}{2} (k + 1) + \frac{2k}{k + 1} = \frac{17}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{(k + 1)^2 + 4k}{2(k + 1)} = \frac{17}{6} \Rightarrow 6k^2 + 12k + 6 + \overbrace{24k}^{-1 \cdot k} = 17k + 17 \Rightarrow 6k^2 + 2k - 11 = 0$$

$$\Rightarrow 3k^2 + k - 11 = 0 \Rightarrow (3k + 7)(k - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k = \frac{-7}{3} \text{ غیر قابل قبول} \end{cases}$$

۶۴- دو جمله متوالی دنباله $a_n = \begin{cases} 100 - \frac{1}{2}n^2 & \text{زوج } n \\ \frac{2}{15}n & \text{فرد } n \end{cases}$ برابر هستند. اگر مقدار این دو جمله متوالی برابر مقدار صحیح

k باشد مقدار $k - a_{16}$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ خراج - پایه ۱۲ - فصل ۲)

- (۱) ۲۶ (۲) ۲۸ (۳) ۳۰ (۴) ۳۲

پاسخ: گزینه ۳

یعنی به ازای یک n فرد و یک n زوج مقدار جملات برابر و صحیح k است.

$$\frac{2}{15}n \in \mathbb{Z} \Rightarrow n = 15 \text{ یا } 30 \text{ یا } 45 \dots$$

از طرفی n بایستی فرد باشد پس $n = 30$ قبول نیست، $n = 15$ را امتحان می‌کنیم.

$$\xrightarrow{n=15 \text{ فرد}} a_{15} = \frac{2}{15} \times 15 = 2 = k$$

از طرفی برای جمله متوالی $n = 14$ یا $n = 16$ را می‌توانیم در نظر بگیریم، $n = 14$ را امتحان می‌کنیم:

$$\xrightarrow{n=14 \text{ زوج}} a_{14} = 100 - \frac{1}{2} \left(\frac{7}{14} \times 14 \right) = 100 - 98 = 2$$

$$\text{پس } a_{14} = a_{15}$$

$$\xrightarrow{n=16 \text{ زوج}} a_{16} = 100 - \frac{1}{2} \left(\frac{8}{16} \times 16 \right) = 100 - 128 = -28$$

$$k - a_{16} = 2 - (-28) = 30$$

۶۵- در یک دنباله حسابی، اختلاف مشترک 0.5 و مجموع دوازده جمله اول برابر ۹ است. جمله اول این دنباله کدام است؟

(کنکور انسانی ۱۴۰۱ خارج - پایه ۱۲ - فصل ۲)

$$\frac{7}{2} (۴) \quad \frac{3}{2} (۳) \quad -\frac{3}{2} (۲) \quad -\frac{7}{2} (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴

$$S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2} \xrightarrow{n=12} S_{12} = \frac{12}{2} \left[2a_1 + 11 \left(-\frac{1}{2} \right) \right] = \frac{3}{2} \Rightarrow 4a_1 - 11 = 3 \Rightarrow 4a_1 = 14$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$$

۶۶- جمله 400 ام دنباله اعداد با رابطه $a_1 = 1$ و $a_{n+1} = \begin{cases} 1, & \text{زوج } n \\ \frac{1}{1+a_n}, & \text{فرد } n \end{cases}$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ تیر -

پایه ۱۲ - فصل ۲)

$$۲ (۱) \quad ۱ (۲) \quad \frac{1}{2} (۳) \quad \text{صفر } (۴)$$

پاسخ: گزینه ۳

$$a_1 = 1$$

$$\xrightarrow{n=1 \text{ فرد}} a_2 = \frac{1}{1+a_1} = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{n=2 \text{ زوج}} a_3 = 1$$

$$\xrightarrow{n=3 \text{ فرد}} a_4 = \frac{1}{1+a_3} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \overbrace{1, \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, \dots}^{\text{زوج فرد}} \Rightarrow a_{100} = \frac{1}{2}$$

۶۷- اگر جمله اول و پنجم یک دنباله حسابی به ترتیب ۳ و ۱۱ باشد، جمله دهم این دنباله کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۲)

۲۱ (۱) ۲۲ (۲) ۲۳ (۳) ۲۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$a_1 = 3$$

$$a_5 = a_1 + 4d = 11 \xrightarrow{a_1=3} 4d = 11 - 3 = 8 \Rightarrow d = \frac{8}{4} = 2$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 3 + 9(2) = 3 + 18 = 21$$

۶۸- جمله دهم دنباله بازگشتی $a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1$ و $a_1 = 1$ ، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ خراج - پایه ۱۲ - فصل ۲)

۵۵ (۱) ۱۴۴ (۲) ۶۱۰ (۳) ۸۹ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1$$

$$n=1 \rightarrow a_2 = \frac{1}{a_1} + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$n=2 \rightarrow a_3 = \frac{1}{a_2} + 1 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

$$n=3 \rightarrow a_4 = \frac{1}{a_3} + 1 = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$$

$$n=4 \rightarrow a_5 = \frac{1}{a_4} + 1 = \frac{3}{5} + 1 = \frac{8}{5}$$

$$n=5 \rightarrow a_6 = \frac{1}{a_5} + 1 = \frac{5}{8} + 1 = \frac{13}{8}$$

$$n=6 \rightarrow a_7 = \frac{1}{a_6} + 1 = \frac{8}{13} + 1 = \frac{21}{13}$$

$$n=7 \rightarrow a_8 = \frac{1}{a_7} + 1 = \frac{13}{21} + 1 = \frac{13+21}{21} = \frac{34}{21}$$

$$n=8 \rightarrow a_9 = \frac{1}{a_8} + 1 = \frac{21}{34} + 1 = \frac{55}{34}$$

$$n=9 \rightarrow a_{10} = \frac{1}{a_9} + 1 = \frac{34}{55} + 1 = \frac{89}{55}$$

۶۹- مجموع ۱۰ جمله اول یک دنباله حسابی ۲۶- و نسبت جمله پانزدهم به جمله ششم دنباله ۶ است. جمله یازدهم دنباله

کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۲)

-۱۳/۶ (۱) -۱۴/۸ (۲) -۱۵/۶ (۳) -۱۶/۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{aligned} \frac{a_{15}}{a_6} = 6 \rightarrow a_{15} = 6a_6 \Rightarrow a_1 + 14d = 6(a_1 + 5d) \rightarrow a_1 + 14d = 6a_1 + 30d \Rightarrow 5a_1 = -16d \Rightarrow a_1 \\ = -\frac{16}{5}d \Rightarrow a_1 = -\frac{3}{2}d \end{aligned}$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} [2a_1 + 9d] = 5 \left[\frac{2(-3/2)d + 9d}{-6/4} \right] = 5[2/6 d] = 13d = -26 \Rightarrow d = \frac{-26}{13} = \boxed{-2} \Rightarrow a_1$$

$$= -3/2(-2) = \boxed{6/4}$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = 6/4 + 10(-2) = 6/4 - 20 = \boxed{-13/4}$$

۷۰- جمله چهاردهم دنباله بازگشتی $a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1$ با فرض $a_{16} = \frac{1597}{987}$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ تیر -

پایه ۱۲ - فصل ۲)

(۱) $\frac{232}{377}$ (۲) $\frac{377}{610}$ (۳) $\frac{377}{232}$ (۴) $\frac{610}{377}$

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{1}{a_n} = a_{n+1} - 1 \rightarrow a_n = \frac{1}{a_{n+1} - 1}$$

$$\xrightarrow{n=15} a_{15} = \frac{1}{a_{16} - 1} = \frac{1}{\frac{1597}{987} - 1} = \frac{1}{\frac{1597 - 987}{987}} = \frac{1}{\frac{610}{987}} = \frac{987}{610}$$

$$\xrightarrow{n=14} a_{14} = \frac{1}{a_{15} - 1} = \frac{1}{\frac{987}{610} - 1} = \frac{1}{\frac{987 - 610}{610}} = \frac{1}{\frac{377}{610}} = \frac{610}{377}$$

بنابراین در هر دو حالت گزینه اول همواره درست است.

۷۱- در یک دنباله حسابی، مجموع جملات سوم، پنجم و سیزدهم برابر ۷۵ است. جمله هفتم، کدام است؟ (کنکور انسانی ۹۹

خارج - پایه ۱۲ - فصل ۲)

(۱) ۲۲ (۲) ۲۴ (۳) ۲۵ (۴) ۲۹

پاسخ: گزینه ۳

$$a_3 + a_5 + a_{13} = 75$$

$$a_1 + 2d + a_1 + 4d + a_1 + 12d = 75 \Rightarrow 3a_1 + 18d = 75 \xrightarrow{\div 3} a_1 + 6d = 25 \Rightarrow a_7 = 25$$

۷۲- جمله هشتم از دنباله اعداد با رابطه $a_r = 3$ و $a_{n+r} = a_{n+1} + a_n - n$ ، کدام است؟ (کنکور انسانی ۹۹ خارج -

پایه ۱۲ - فصل ۲)

(۱) ۲۳ (۲) ۱۹ (۳) ۱۷ (۴) ۱۳

پاسخ: گزینه ۳

$$a_1 = a_r = 3$$

$$\xrightarrow{n=1} a_3 = a_r + a_1 - 1 = 3 + 3 - 1 = 5$$

$$\xrightarrow{n=2} a_4 = a_3 + a_r - 2 = 5 + 3 - 2 = 6$$

$$\xrightarrow{n=3} a_5 = a_4 + a_r - 3 = 6 + 3 - 3 = 6$$

$$\xrightarrow{n=4} a_6 = a_5 + a_r - 4 = 6 + 3 - 4 = 5$$

$$\xrightarrow{n=5} a_5 = a_4 + a_3 - 5 = 10 + 8 - 5 = 13$$

$$\xrightarrow{n=6} a_6 = a_5 + a_4 - 6 = 13 + 10 - 6 = 17$$

۷۳- در یک دنباله حسابی، مجموع ۹ جمله اول برابر ۹۰ و جمله هفتم آن ۱۳ است. تفاضل جملات متوالی، کدام است؟

(کنکور انسانی ۱۳۹۹ تیر- پایه ۱۲ - فصل ۲)

- ۱) ۱٫۵ ۲) ۲ ۳) ۲٫۵ ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۱

$$S_9 = \frac{9}{2} [2a_1 + 8d] = \frac{10}{2} \Rightarrow 2a_1 + 8d = 20 \Rightarrow a_1 + 4d = 10$$

$$a_6 = a_1 + 5d = 13$$

$$\begin{cases} a_1 + 5d = 13 \\ -a_1 - 4d = -10 \end{cases} \rightarrow 2d = 3 \Rightarrow d = \frac{3}{2}$$

۷۴- جمله پنجم از دنباله اعداد با رابطه $a_1 = 2$ و $a_{n+1} = \frac{2}{1+a_n}$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۹ تیر- پایه ۱۲-)

(فصل ۲)

- ۱) $\frac{22}{21}$ ۲) $\frac{32}{31}$ ۳) $\frac{10}{11}$ ۴) $\frac{42}{43}$

پاسخ: گزینه ۱

$$a_1 = 2$$

$$\xrightarrow{n=1} a_2 = \frac{2}{1+a_1} = \frac{2}{3}$$

$$\xrightarrow{n=2} a_3 = \frac{2}{1+a_2} = \frac{2}{1+\frac{2}{3}} = \frac{2}{\frac{5}{3}} = \frac{6}{5}$$

$$\xrightarrow{n=3} a_4 = \frac{2}{1+\frac{6}{5}} = \frac{2}{\frac{11}{5}} = \frac{10}{11}$$

$$\xrightarrow{n=4} a_5 = \frac{2}{1+\frac{10}{11}} = \frac{2}{\frac{21}{11}} = \frac{22}{21}$$

۷۵- در دنباله فیبوناچی $a_1 = a_2 = 1$ و $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ جمله یازدهم، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ خراج-)

(پایه ۱۲ - فصل ۲)

- ۱) ۸۹ ۲) ۹۲ ۳) ۹۴ ۴) ۹۶

پاسخ: گزینه ۱

$$a_1 = a_2 = 1$$

هر جمله دنباله فیبوناچی از مجموع دو جمله قبلی بدست می‌آید

۸۹ و ۵۵ و ۳۴ و ۲۱ و ۱۳ و ۸ و ۵ و ۳ و ۲ و ۱ و ۱

۷۶- مجموع ۳۵ عدد طبیعی بخش پذیر بر ۳، که بزرگترین آن‌ها ۱۵۰ باشد، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ خارج - پایه ۱۲ - فصل ۲)

۳۵۰۰ (۴)

۳۴۷۵ (۳)

۳۴۶۵ (۲)

۳۴۲۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$۱۵۰ = ۳ \times ۵۰$$

پنجاهمین عدد طبیعی که بر ۳ بخش پذیر است، عدد ۱۵۰ است

$$۳۵ = ۵۰ - x + ۱ \Rightarrow x = ۵۰ - ۳۵ + ۱ = ۱۶$$

از شانزدهمین مضرب ۳ تا پنجاهمین عدد را در نظر می گیریم

$$۱۶ \times ۳ = ۴۸ \rightarrow ۴۸, \overset{+۳}{\rightarrow} ۵۱, \dots, ۱۵۰$$

$$S_{۳۵} = \frac{n[a_1 + a_{۳۵}]}{۲} = \frac{۳۵ \left[\frac{۴۸ + ۱۵۰}{۲} \right]}{۲} = ۳۵ \times ۹۹ = ۳۴۶۵$$

۷۷- در دنباله اعداد ... ۱، ۲، ۴، ۷، ۱۱، ۱۶، ...، ۴۶، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۲)

۴۶ (۴)

۴۵ (۳)

۴۲ (۲)

۳۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$۱, ۲, ۴, ۷, ۱۱, ۱۶, \underline{۲۲}, \underline{۲۹}, \underline{۳۷}, \underline{۴۶}$$

$$\begin{matrix} \vec{+۱} & \vec{+۲} & \vec{+۳} & \vec{+۴} & \vec{+۵} & \vec{+۶} & \vec{+۷} & \vec{+۸} & \vec{+۹} \end{matrix}$$

۷۸- مجموع ۳۰ عدد طبیعی فرد متوالی، با کوچکترین عدد ۵۱، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۲)

۲۴۰۰ (۴)

۲۲۵۰ (۳)

۲۱۰۰ (۲)

۱۸۰۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$۵۱, ۵۳, ۵۵, \dots \begin{cases} a_1 = ۵۱ \\ d = ۲ \end{cases}$$

$$S_{۳۰} = \frac{۳۰ \cdot [۲a_1 + ۲۹d]}{۲} = \frac{۳۰ \cdot \left[\frac{۱۰۲}{(۲ \times ۵۱)} + \frac{۵۸}{(۲۹ \times ۲)} \right]}{۲} = \frac{۳۰ \times ۱۶۰}{۲} = ۲۴۰۰$$

فصل ۳

۷۹- اگر S مجموع شش جمله اول دنباله $\frac{2}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \dots$ باشد، مقدار $\frac{1}{9}S$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ خارج - پایه ۱۲ - فصل ۳)

- (۱) $\frac{17}{16}$ (۲) $\frac{15}{16}$ (۳) $\frac{7}{8}$ (۴) $\frac{9}{8}$

پاسخ: گزینه ۳

$$r = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{1}{2}$$

$$S_6 = a_1 \times \frac{1-r^6}{1-r} = \frac{2}{5} \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^6}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{2}{5} \times \frac{2}{1} \left(1 - \frac{1}{64}\right) = \frac{2}{5} \left(\frac{63}{64}\right) = \frac{63}{5 \times 16}$$

$$\frac{1}{9}S = \frac{2}{9} \times \frac{63}{5 \times 16} = \frac{7}{8}$$

۸۰- با توجه به شکل زیر، کدام مورد درخصوص سه تایی مرتب (a,b,c) می تواند درست باشد؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ خارج - پایه ۱۲ - فصل ۳)

(۱) $(2, 2\frac{1}{2}, 2)$

(۲) $(2^{-1}, 2\frac{1}{2}, 2)$

(۳) $(3^{-1}, 3, 3\frac{1}{2})$

(۴) $(3^{-1}, 3^{-\frac{1}{2}}, 3\frac{1}{2})$

پاسخ: گزینه ۲

$$\left. \begin{matrix} 1 < b \\ 1 < c \end{matrix} \right\} \rightarrow b < c \Rightarrow 0 < a < 1 < b < c$$

$$0 < a < 1$$

این حالت فقط در گزینه ۲ هست.

۸۱- اگر S مجموع شش جمله نخست دنباله $\frac{9}{5}, \frac{6}{5}, \frac{4}{5}, \dots$ باشد، مقدار $\frac{3}{7}S$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۳)

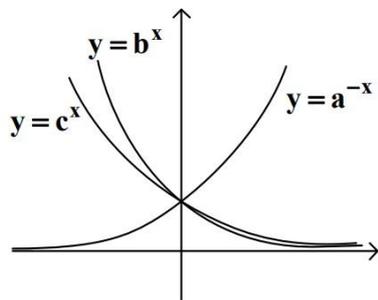
- (۱) $\frac{17}{7}$ (۲) $\frac{19}{7}$ (۳) $\frac{17}{9}$ (۴) $\frac{19}{9}$

$$r = \frac{\frac{6}{5}}{\frac{1}{5}} = \frac{6}{1} = \frac{2}{3} \quad a_1 = \frac{9}{5}$$

$$S_6 = a_1 \times \frac{1-r^6}{1-r} = \frac{9}{5} \times \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^6}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{9}{5} \times \frac{3}{1} \left(\frac{3^6 - 2^6}{3^6} \right) = \frac{665}{5 \times 27}$$

$$\frac{3}{5} S = \frac{3}{5} \times \frac{665}{5 \times 27} = \frac{19}{9}$$

۸۲- با توجه به شکل زیر، کدام مورد در خصوص سه تایی مرتب (a,b,c) می تواند درست باشد؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۴ تیر-)



پایه ۱۲ - فصل ۳

(۱) $(2, 2^{-\frac{1}{3}}, 2^{\frac{1}{2}})$

(۲) $(2, 2^{-\frac{1}{2}}, 2^{-\frac{1}{3}})$

(۳) $(0.5, 0.5^{\frac{1}{2}}, 0.5^{\frac{1}{3}})$

(۴) $(0.5, 0.5^{\frac{1}{3}}, 0.5^{\frac{1}{2}})$

پاسخ: گزینه ۴

• $b < 1$

• $c < 1$

$$y = a^{-x} = \left(\frac{1}{a}\right)^x \quad \frac{1}{a} > 1 \Rightarrow 0 < a < 1$$

گزینه ۱ و ۲ رد می شوند.

$$c^x < b^x$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} < \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

۸۳- دنباله a_n با رابطه بازگشتی $a_{n+1} = ra_n$ را در نظر بگیرید. اگر جملات دوم و سوم این دنباله به ترتیب $-9\sqrt{3}$ و 9

باشند، جمله هشتم این دنباله کدام است؟ (کنکور ۱۴۰۴ انسانی اردیبهشت - پایه ۱۲ - فصل ۳)

$-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴)

$-\frac{\sqrt{3}}{9}$ (۳)

$-\frac{1}{3}$ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

از رابطه بازگشتی $a_{n+1} = ra_n$ ، دنباله هندسی است.

$$r = \frac{9}{-9\sqrt{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow a_1 = \frac{-9\sqrt{3}}{-\frac{1}{\sqrt{3}}} = 27$$

$$a_n = a_1 r^n = 27 \left(\frac{-1}{\sqrt{3}} \right)^n = \frac{-27}{27} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

۸۴- در تساوی $21^5 = \frac{x^5 \times \sqrt[6]{5^3} \times \sqrt[3]{15^9}}{\sqrt[4]{5^6} \times \left(\frac{3}{5}\right)^{-2}}$ مقدار x کدام است؟ (کنکور ۱۴۰۴ انسانی اردیبهشت - پایه ۱۲ - فصل ۳)

۲۱ (۴)

۵ (۳)

۱۵ (۲)

۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$x^5 \times \frac{5^{\frac{3}{6}}}{5^{\frac{6}{4}}} \times \frac{5^3 \times 3^3}{3^{-2} \times \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}} = 21^5$$

$$x^5 \times 5^{-1} \times 3^5 \times 5^{3-2} = 21^5 \rightarrow x^5 \times 3^5 = 21^5 \Rightarrow x = 7$$

۸۵- جملات چهارم و ششم یک دنباله هندسی به ترتیب $\frac{1}{27}$ و $\frac{1}{81}$ هستند. جمله هشتم این دنباله کدام است؟ (کنکور انسانی

۱۴۰۳ خارج - پایه ۱۲ - فصل ۳)

 $\frac{\sqrt{3}}{243}$ (۴) $\frac{1}{729}$ (۳) $\frac{1}{243}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{729}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$r = \sqrt[6-4]{\frac{\frac{1}{81}}{\frac{1}{27}}} = \sqrt[2]{\frac{27}{81}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$a_4 = a_1 r^3 \rightarrow \frac{1}{27} = a_1 \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^3 \Rightarrow a_1 = \frac{\frac{1}{27}}{\frac{1}{3\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{9}$$

$$a_8 = a_1 r^7 = \frac{\sqrt{3}}{9} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^7 = \frac{1}{9 \times 3^3} = \frac{1}{243}$$

۸۶- اگر $\frac{1 \cdot 8 \times \sqrt[3]{27a^3}}{8^5 \times 4^{-10}}$ باشد، مقدار $f\left(\frac{1}{2}\right)$ در تابع $f(x) = \sqrt{2}a^x - \frac{3}{5}$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ خارج - پایه ۱۲ -

فصل ۳)

-۰٫۱ (۴)

۰٫۳ (۳)

-۳٫۲ (۲)

۳٫۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{1.8 \times \sqrt[3]{27a^3}}{8^5 \times 4^{-10}} = 6^4 \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 3^3 \times 4 \times 3a^1 = 8^5 \times 4^{-10} \times 6^4 \Rightarrow 3^3 \times 4^2 a$$

$$= (2^3)^5 \times (2^2)^{-10} \times 3^3 \times \overbrace{2^2}^{2^2} \Rightarrow a = 2^{15} \times 2^{-20} \times 2^2 = 2^{15-20+2} = 2^{-3} = \frac{1}{8}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{2} \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{5} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} - \frac{3}{5} = \frac{5-6}{10} = \frac{-1}{10} = -1/10$$

۸۷- جملات سوم و هفتم یک دنباله هندسی به ترتیب ۷ و ۴۹ هستند. جمله یازدهم این دنباله کدام است؟ (کنکور انسانی)

۱۴۰۳ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۳

۳۴۳ (۴) ۴۹√۷ (۳) ۳۳۶ (۲) ۳۴۳√۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$r = \sqrt[7-3]{\frac{49}{7}} = \sqrt[4]{7}, \quad a_3 = a_1 r^2 \Rightarrow 7 = a_1 \left(\sqrt[4]{7}\right)^2 \Rightarrow a_1 = \frac{7}{\sqrt{7}}$$

$$a_{11} = a_1 r^{10} = \frac{7}{\sqrt{7}} \left(\sqrt[4]{7}\right)^{\frac{5}{2}} = 7 \times 7^{-\frac{1}{2}} \times 7^{\frac{5}{2}} = 7^{\frac{6}{2}} = 7^3 = 343$$

۸۸- اگر $\frac{a^5 \times 15^3}{3^3 \times \left(\frac{a}{5}\right)^5} = 5^{a+3}$ باشد، مقدار f در تابع $f(x) = \frac{1}{5}a^x - 1$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ تیر - پایه ۱۲)

فصل ۳

۵ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{a^5 \times 15^3}{3^3 \times \left(\frac{a}{5}\right)^5} = 5^{a+3} \Rightarrow a^5 \times 5^3 \times 3^3 = 5^a \times 5^3 \times 3^3 \times a^5 \times 5^{-5} \Rightarrow 5^{a-5} = 5^0 \Rightarrow a-5=0 \Rightarrow a=5$$

$$f(2) = \frac{1}{5} \times 5^2 - 1 = 5 - 1 = \boxed{4}$$

۸۹- اگر $\sqrt{3}$ واسطه هندسی ریشه‌های معادله $mx^2 - 4x + m^2 - 4 = 0$ باشد، مجموع ریشه‌های این معادله کدام

است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ اردیبهشت - ترکیبی پایه ۱۲ - فصل ۳ و پایه ۱۰ - فصل ۱)

-۴ (۴) ۴ (۳) -۱ (۲) ۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

ریشه‌های α و β می‌نامیم

$$\alpha\beta = (\sqrt{3})^2 = 3$$

$$p = \frac{c}{a} = \frac{m^2 - 4}{m} = 3 \Rightarrow m^2 - 4 = 3m \rightarrow m^2 - 3m - 4 = 0 \Rightarrow (m - 4)(m + 1) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} m = 4 \Rightarrow 4x^2 - 4x + 12 = 0 \Rightarrow x^2 - x + 3 = 0 \\ \text{در این حالت } \Delta = 1 - 4(3) = -11 < 0 \text{ منفی است و ریشه نداریم} \\ m = -1 \Rightarrow -x^2 - 4x - 3 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \end{cases}$$

پس $m = -1$ است $s = \frac{-b}{a} = \frac{-4}{1} = -4$

۹۰- جمله اول و نسبت مشترک یک دنباله هندسی به ترتیب برابر ۱۴۵۸ و $\frac{1}{3}$ است. اگر جمله n ام این دنباله برابر ۲ باشد، n کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ اردیبهشت - پایه ۱۲ - فصل ۳)

- ۹ (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{cases} a_1 = 1458 \\ r = \frac{1}{3} \end{cases} \quad a_n = a_1 r^{n-1} = 2 \rightarrow \frac{1458}{729} \left(\frac{1}{3}\right)^{1-n} = \frac{2}{1} \rightarrow 729 = 3^6 \rightarrow 3^6 \times 3^{(1-n)} = 3^0 \Rightarrow -n + 7 = 0 \Rightarrow n = 7$$

۹۱- در تساوی $7^3 = \frac{(2x)^5 \times 21^3}{15^3 \times 5^2}$ مقدار x کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۳ اردیبهشت - پایه ۱۲ - فصل ۳)

- ۲٫۵ (۱) ۳ (۲) ۴٫۵ (۳) ۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{(2x)^5 \times 21^3}{15^3 \times 5^2} = 7^3 \Rightarrow \frac{2^5 \times x^5 \times \cancel{3^3} \times \cancel{3^3}}{5^3 \times \cancel{3^3} \times 5^2} = 7^3 \Rightarrow 2^5 \times x^5 = 5^5 \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2} = 2.5$$

۹۲- اگر $A = \sqrt[5]{4\sqrt{2}(18)^{-1/5}}$ باشد، حاصل $(10 + A^{-1})^{-1/3}$ حاصل کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر خارج - پایه ۱۲ - فصل ۳)

- ۱ (۱) ۰٫۷۵ (۲) ۰٫۵ (۳) ۰٫۲۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$A = \left(2^2 \times 2^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{5}} \times (2 \times 3^2)^{-\frac{3}{5}} = \left(2^{\frac{7}{2}}\right)^{\frac{1}{5}} \times 2^{-\frac{3}{5}} \times 3^{-3} = 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{-\frac{3}{2}} \times 3^{-3} = 2^{-1} \times 3^{-3} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{27} = \frac{1}{54}$$

$$A^{-1} = 54 \Rightarrow (10 + A^{-1})^{-\frac{1}{3}} = (64)^{-\frac{1}{3}} = (2^6)^{-\frac{1}{3}} = 2^{-2} = \frac{1}{4} = 0.25$$

۹۳- جملات x, y, z سه جمله متوالی یک دنباله حسابی و مجموع آنها برابر ۲۱ است. اگر $2 + z + 4 + y + 6 + x$ یک دنباله هندسی باشد، مقدار $\left[\frac{xy}{z}\right]$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر خارج - پایه ۱۲ - فصل ۳)

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$\text{حسابی } \begin{matrix} x \\ y-d \end{matrix}, y, \begin{matrix} z \\ y+d \end{matrix} \Rightarrow y-d, y, y+d \Rightarrow 3y = 21 \Rightarrow y = \frac{21}{3} = 7$$

$$2y = x + z \Rightarrow x + z = 14 \Rightarrow x = 14 - z$$

$$\text{هندسی دنباله: } \overbrace{14-z+6}^{-z+20}, \overbrace{7+4}^{11}, z+2 \Rightarrow (11)^2 = (z+2)(-z+20) \Rightarrow$$

$$121 = -z^2 + 20z - 2z + 40 \Rightarrow -z^2 + 18z - 81 = 0 \Rightarrow z^2 - 18z + 81 = 0 \Rightarrow (z-9)(z-9) = 0 \Rightarrow z=9 \Rightarrow x = 14 - 9 = 5$$

$$\left[\frac{xy}{z} \right] = \left[\frac{5 \times 7}{9} \right] = \left[\frac{35}{9} \right] = 3$$

۹۴- نمودار تابع نمایی $f(x) = k - \left(\frac{1}{9}\right)^{ax-b}$ محورهای طول و عرض را در نقاطی به فاصله ۶ واحدی از مبدأ مختصات قطع می‌کند. مقدار bk کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر خارج - پایه ۱۲ - فصل ۳)

- (۱) $-5/5$ (۲) $-2/5$ (۳) $-4/5$ (۴) $3/5$

پاسخ: گزینه ۳

$$(0, 6) \rightarrow f(0) = k - \left(\frac{1}{9}\right)^b = 6 \Rightarrow 3^{-2b} = k - 6 \quad [I]$$

$$(6, 0) \rightarrow f(6) = k - \left(\frac{1}{9}\right)^{6a+b} = 0 \Rightarrow (3^{-2})^{6a+b} = k \Rightarrow 3^{-12a-2b} = k$$

از معادله I برای اینکه سمت راست پایه ۳ شود، $k = 9$ در نظر می‌گیریم

$$3^{-2b} = 3^1 \Rightarrow -2b = 1 \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

$$bk = -\frac{1}{2} \times 9 = -\frac{9}{2} = -4.5$$

۹۵- اگر $A = \sqrt[3]{27} \sqrt[3]{243} \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$ باشد، حاصل $(5+A)^{-\frac{1}{5}}$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۳)

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۲ (۴) ۴

پاسخ: گزینه ۱

$$A = \sqrt[3]{(3^3)} \times \sqrt[3]{3^5} (3^{-1})^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 3^5} \cdot (3)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{3^8} (3)^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{8}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{9}{3}} = 3^3 = 27$$

$$(5+A)^{-\frac{1}{5}} = (5+27)^{-\frac{1}{5}} = (32)^{-\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{\left(\frac{1}{32}\right)} = \frac{1}{2}$$

۹۶- اگر x, y, z دنباله‌ای هندسی با جملات نابرابر و $z, 3y, 5x$ یک دنباله حسابی باشد، مقدار $\left[\frac{x}{z}\right]$ کدام است؟ (کنکور

انسانی ۱۴۰۲ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۳)

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۹ (۴) ۲۵

$$\text{هندسی } x, y, z \rightarrow y^2 = xz$$

$$\text{حسابی } x, 3y, 5z \rightarrow 3y = \frac{x + 5z}{2} \Rightarrow y = \frac{x + 5z}{6}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x + 5z}{6}\right)^2 = xz \Rightarrow x^2 + 25z^2 + 10xz = 36xz \Rightarrow x^2 + 25z^2 - 26xz = 0 \Rightarrow (x - 25z)(x - z) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = z & \text{غیر قابل قبول} \\ x = 25z \end{cases} \Rightarrow \left[\frac{x}{z}\right] = 25$$

۹۷- نمودار تابع نمایی $f(x) = k + 4^{ax-b}$ محورهای طول و عرض را در نقاطی به فاصله ۲ واحدی از مبدأ مختصات قطع می‌کند. مقدار bk کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۳)

- ۱ (۴) ۲ (۳) ۴ (۲) ۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$(0, 2) \rightarrow f(0) = k + 4^{-b} = 2 \Rightarrow 4^{-b} = 2 - k \quad [I]$$

$$(2, 0) \rightarrow f(2) = k + 4^{2a-b} = 0 \Rightarrow 4^{2a-b} = -k$$

از معادله I اگر $k = -2$ بگیریم، داریم:

$$4^{-b} = 2 - (-2) = 4 \Rightarrow 4^{-b} = 4^1 \Rightarrow b = -1$$

$$bk = (-1)(-2) = 2$$

۹۸- اگر ریشه دوم جملات دوم، نهم و شانزدهم از یک دنباله حسابی، سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی را تشکیل دهند، نسبت مشترک دنباله هندسی کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ دی - پایه ۱۲ - فصل ۳)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۲ (-۲)

پاسخ: گزینه ۲

$$\sqrt{a_2}, \sqrt{a_9}, \sqrt{a_{16}} \rightarrow (\sqrt{a_9})^2 = \sqrt{a_2} \cdot \sqrt{a_{16}} \Rightarrow a_9 = \sqrt{a_2 \cdot a_{16}} \Rightarrow a_9^2 = a_2 \cdot a_{16}$$

$$(a_1 + 8d)^2 = (a_1 + d)(a_1 + 15d) \Rightarrow a_1^2 + 16a_1d + 64d^2 = a_1^2 + 16a_1d + 15d^2$$

$$\Rightarrow (64 - 15)d^2 = 0 \Rightarrow d = 0 \Rightarrow \sqrt{a}, \sqrt{a}, \sqrt{a} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = 1$$

۹۹- تابع نمایی $f(x) = 5 - 3^{ax+b}$ را در نظر بگیرید. اگر $f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$ و $f(0) = 2$ باشد. مقدار جزء صحیح $f\left(-\frac{1}{3}\right)$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۲ دی - پایه ۱۲ - فصل ۳)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

پاسخ: گزینه ۳

$$f(0) = 5 - 3^{a(0)+b} = 2 \Rightarrow -3^b = -3 \Rightarrow \boxed{b = 1}$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = 5 - 3^{\frac{a}{3}+1} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3^{\frac{a}{3}+1} = 1 = 3^0 \Rightarrow \frac{a}{3} + 1 = 0 \rightarrow \frac{a}{3} = -1 \rightarrow \boxed{a = -3}$$

$$f\left(\frac{-1}{4}\right) = 5 - 3^{-1} a+h = 5 - 3^{\frac{-1}{4}(-2)+1} = 5 - 3^{\frac{3}{2}} = 5 - \sqrt[4]{3^6} \approx -0.1 \Rightarrow [-0.1] = -1$$

۱۰۰- در دنباله هندسی $a, b, c, \frac{1}{3}, d, e$ مقدار e کدام است؟ ($d > 0$) (کنکور انسانی ۱۴۰۱ خارج- پایه ۱۲- فصل ۳)

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{12}$ (۳) $\frac{1}{3\sqrt{2}}$ (۴) $\frac{2}{3\sqrt{2}}$

پاسخ: گزینه ۱

$$r = \sqrt[4]{\frac{1}{\frac{3}{4}}} = \sqrt[4]{\frac{4}{3}} = \sqrt[2]{\frac{2}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{3} \xrightarrow{\times \frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{\sqrt{2}}{6} \xrightarrow{\times \frac{\sqrt{2}}{2}} \boxed{\frac{1}{6}} = e$$

۱۰۱- از تساوی $(\frac{1}{3})^x = 9^{x-1} \times (81)^{-1}$ ، مقدار x کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ خارج- پایه ۱۲- فصل ۳)

- (۱) صفر (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۲

پاسخ: گزینه ۴

$$(81)^{-1} \times 9^{x-1} = \left(-\frac{1}{3}\right)^x$$

$$(3^4)^{-1} \times (3^2)^{x-1} = (-1)^x (3^{-1})^x \Rightarrow 3^{-4} \times 3^{2x-2} = (-1)^x \times 3^{-x}$$

x بایستی زوج باشد که تساوی برقرار شود

$$-4 + 2x - 2 = -x \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$$

۱۰۲- در یک دنباله هندسی، جمله هشتم، ۸۱ برابر جمله چهارم است. اگر جمله سوم برابر ۱۸- باشد، جمله پنجم چقدر از

جمله هفتم بیشتر است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ تیر- پایه ۱۲- فصل ۳)

- (۱) ۸۹۱ (۲) ۹۷۲ (۳) ۱۰۵۶ (۴) ۱۲۹۶

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{a_8}{a_4} = 81 \Rightarrow \frac{a_1 r^7}{a_1 r^3} = r^4 = 81 \Rightarrow r = \boxed{3}$$

$$a_3 = a_1 r^2 = 9a_1 = -18 \Rightarrow a_1 \frac{-18}{9} = \boxed{-2}$$

$$a_5 - a_7 = a_1 r^4 - a_1 r^6 = a_1 r^4 (1 - r^2) = (-2) \times (81) \left[\frac{-8}{9} \right] = 1296$$

۱۰۳- حاصل عبارت $\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{72} + \sqrt{3} (\sqrt{96} - \sqrt{12}) - \sqrt{162}$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۱ تیر- پایه ۱۲- فصل ۳)

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{18}$ (۴) $\sqrt{6}$

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{\sqrt{72}} + \sqrt{3} \left(\sqrt{\frac{96}{32 \times 3}} - \sqrt{\frac{12}{3 \times 4}} \right) - \sqrt{\frac{162}{81 \times 2}} \\ &= \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{3^2 \times 2^3} + \sqrt{3} \left(\sqrt{2^5 \times 3} - \sqrt{2^2 \times 3} \right) - \sqrt{3^4 \times 2} \\ &= \sqrt[3]{3^3 \times 2^3} + \sqrt{2^4 \times 2 \times 3^2} - \sqrt{2^2 \times 3^2} - \sqrt{3^4 \times 2} \\ &= 6 + \sqrt{12 \times 3} - 6 - \sqrt{9} = 12\sqrt{2} - 9\sqrt{2} = 3\sqrt{2} = \sqrt{18} \end{aligned}$$

۱۰۴- نمودار تابع با ضابطه $y = a\left(\frac{1}{3}\right)^x$ در نقطه‌ای به عرض ۴ محور yها را قطع می‌کند. مقدار تابع در $x = -2$ ، کدام

است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ خارج - پایه ۱۲ - فصل ۳)

- (۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) ۲۷ (۴) ۳۶

پاسخ: گزینه ۴

$$\xrightarrow{x=0} y = a \left(\frac{1}{3} \right)^0 = 4 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow y = 4 \left(\frac{1}{3} \right)^{x=-2} \Rightarrow y = 4 \left(\frac{3}{1} \right)^2 = 36$$

۱۰۵- اگر $12^B \times 3^A = \frac{\frac{1}{3^4} \times \frac{1}{3^8} \times 9^{\frac{1}{32}} \times 9^{\frac{1}{64}}}{\frac{1}{3^2} \times \frac{1}{4^2} \times \frac{3}{3^8} \times \frac{3}{4^8}}$ باشد مقدار $A+B$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ خارج - پایه ۱۲ - فصل ۳)

- (۱) $-\frac{13}{32}$ (۲) $\frac{13}{32}$ (۳) $\frac{13}{16}$ (۴) $-\frac{13}{16}$

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{1}{3^4} \times \frac{1}{3^8} \times (3^2)^{\frac{1}{32}} \times (3^2)^{\frac{1}{64}}}{\frac{1}{3^2} \times \frac{1}{4^2} \times \frac{3}{3^8} \times \frac{3}{4^8}} = 3^A \times 3^B \times (2^2)^B \\ & \frac{\frac{1}{3^4} \times (2^2)^{\frac{1}{32}} \times \frac{3}{3^8} \times (2^2)^{\frac{1}{64}}}{\frac{1}{3^2} \times \frac{1}{4^2} \times \frac{3}{3^8} \times \frac{3}{4^8}} \\ & \Rightarrow \frac{1}{3^4+8+16+32} = 3^{\frac{A}{8}} \times 2^{\frac{B}{4}} \times 3^{A+B} \times 2^{2B} \end{aligned}$$

توان دنباله هندسی است

$$r = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}} = \frac{4}{3} = \frac{1}{\frac{3}{4}}, S_{\infty} = \frac{a_1 - r a_{\infty}}{1 - r} = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{3} \times \frac{1}{32}}{1 - \frac{4}{3}} = \frac{\frac{1}{4} \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{32} \right]}{\frac{1}{3}} = \frac{15}{32}$$

$$\Rightarrow \frac{15}{32} \times 2^0 = 3^{\frac{A}{8} + A + B} \times 2^{\frac{B}{4} + 2B} \Rightarrow \begin{cases} 2B + \frac{B}{4} = 0 \Rightarrow B = \frac{-\frac{B}{4}}{\frac{1}{2}} = -\frac{B}{8} \\ \frac{15}{32} = \frac{B}{8} + A + B \Rightarrow A + B = \frac{15}{32} - \frac{B}{8} \times 4 = \frac{15 - 2B}{32} = \frac{-13}{32} \end{cases}$$

۱۰۶- اگر $z, x+2, x-1, y$ ، جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، مقدار xyz ، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰)

خارج - پایه ۱۲ - فصل ۳

۲ (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$x^2 = (x-1)(x+2) \Rightarrow x^2 = x^2 + x - 2 \Rightarrow x = 2$$

$$y, x-1, x, x+2, z$$

$$\frac{1}{2}, 1, 2, 4, 8 \Rightarrow xyz = 2 \times \frac{1}{2} \times 8 = 8$$

۱۰۷- جمله پنجم یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک ناصفر، واسطه هندسی بین جملات سوم و نهم آن دنباله است. اگر

جمله پنجم دنباله ۷ باشد، جمله صد و یکم دنباله، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ - خارج - پایه ۱۲ - فصل ۳)

۲۰۰ (۱) ۱۷۵ (۲) ۱۵۰ (۳) ۱۲۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

روش تشریحی:

$$a_5 = a_1 + 4d = 7 \Rightarrow a_1 = 7 - 4d$$

$$a_5^2 = a_3 \cdot a_9 \Rightarrow 7^2 = 49 = (a_1 + 2d)(a_1 + 8d) \Rightarrow a_1^2 + 10a_1d + 16d^2 = 49$$

$$\xrightarrow{a_1=7-4d} (7-4d)^2 + \overbrace{10(7-4d)d + 16d^2}^{10 \cdot d(7-4d)} = 49$$

$$\Rightarrow 49 + 16d^2 - 56d + 70d - 40d^2 + 16d^2 = 49 \Rightarrow -8d^2 + 14d = 0 \Rightarrow 8d^2$$

$$= 14d \Rightarrow d = \frac{14}{8} = \frac{7}{4} \Rightarrow a_1 = 7 - 4\left(\frac{7}{4}\right) = 0 \Rightarrow a_{101} = a_1 + 100 \cdot d = 100 \cdot \left(\frac{7}{4}\right)$$

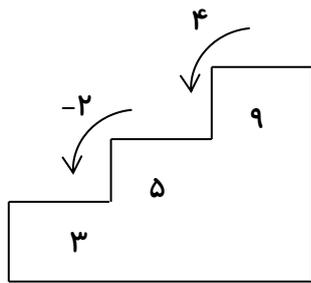
$$= 175$$

روش تستی:

a_3 و a_5 و a_9

قانون پله $r = \frac{4}{2} = 2$ قدر نسبت دنباله هندسی

$$\frac{7}{2} \xleftarrow{+2} \frac{7}{4} \xrightarrow{\times 2} \frac{14}{4}$$



$$\text{حسابی } a_5 = a_1 + 4d = 7 \begin{cases} a_1 + 8d = 14 \\ -a_1 - 4d = -7 \end{cases} \rightarrow 4d = 7 \Rightarrow d = \frac{7}{4} \rightarrow a_5 = 7 = a_1 + 4\left(\frac{7}{4}\right) \Rightarrow 7$$

$$a_9 = a_1 + 8d = 14$$

$$= a_1 + 7 \Rightarrow a_1 = 0$$

$$a_{101} = a_1 + 100 \cdot d = 0 + 100 \cdot \left(\frac{7}{4}\right) = 175$$

۱۰۸- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = a\left(\frac{1}{2}\right)^x + b$ محور x ها را با طول ۱- و محور ها را با عرض ۲ قطع می کند. مقدار تابع

f در $x = 1$ ، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۳)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$\xrightarrow{(-1, \cdot)} f(-1) = a\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + b = \cdot \Rightarrow 2a + b = \cdot \quad \text{I}$$

$$\xrightarrow{(\cdot, 2)} f(\cdot) = a + b = 2 \Rightarrow a + b = 2 \quad \text{II}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2a + b = \cdot \\ -a + b = -2 \end{cases} \rightarrow a = \underline{-2} \rightarrow b = 2 + 2 = \underline{4} \Rightarrow f(x) = -2\left(\frac{1}{2}\right)^x + 4$$

$$f(1) = -2\left(\frac{1}{2}\right)^1 + 4 \Rightarrow f(1) = 4 - 1 = 3$$

۱۰۹- مقدار عبارت $\frac{1}{3^{256}} \times \frac{1}{3^{128}} \times \frac{1}{3^{64}} \times \dots \times \frac{1}{3^{255}}$ ، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۴۰۰ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۳)

- ۱ (۱) $\frac{127}{3^{256}}$ ۲ (۲) $\frac{127}{3^{512}}$ ۳ (۳) $\frac{63}{3^{256}}$ ۴ (۴) $\frac{255}{3^{512}}$

پاسخ: گزینه ۱

یکی از پایه ها را می نویسیم و توان ها را با هم جمع می کنیم

$$\frac{1}{3^4} + \frac{1}{3^8} + \dots + \frac{1}{3^{256}}$$

توان یک دنباله هندسی است که $a_1 = \frac{1}{3}$ و $a_n = \frac{1}{3^{256}}$ و $r = \frac{1}{3}$ است.

طبق فرمول مجموع n جمله اول دنباله هندسی داریم:

$$S_n = \frac{a_1 - ra_n}{1 - r} = \frac{\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{3^{256}}\right)}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{3} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3^{256}}\right)}{\frac{2}{3}} = \frac{1 \times 128}{2 \times 128} - \frac{1}{256} = \frac{(128 - 1)}{256} = \frac{127}{256}$$

بنابراین حاصل عبارت برابر $\frac{127}{3^{256}}$

۱۱۰- اگر $x - \frac{3}{y}$ و $y, x, z, 4x$ جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، مقدار $|x| + |y| + |z|$ کدام است؟ (کنکور

انسانی ۱۴۰۰ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۳)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵)

پاسخ: گزینه ۴

$$r = \sqrt{\frac{4x}{x}} = \sqrt{4} = \pm 2 \quad r = 2 \text{ فرض می کنیم}$$

$$x - \frac{3}{y} \xrightarrow{\times y} \frac{yx - 3}{y} \xrightarrow{\times y} \frac{4yx - 6}{y} = \frac{4x - 6}{x} = \frac{8x - 12}{z} = \frac{16x - 24}{4x}$$

$$4x - 6 = x \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = \boxed{2}, y = 2x - 3 = 2(2) - 3 = \boxed{1},$$

$$z = 8x - 12 = 8(2) - 12 = 16 - 12 = \boxed{4}$$

$$|x| + |y| + |z| = 2 + 1 + 4 = 7$$

۱۱۱- جمله‌های دوم و پنجم یک دنباله هندسی، به ترتیب، $\frac{1}{4}$ و ۴ هستند. مجموع هشت جمله اول دنباله، کدام است؟ (کنکور)

انسانی ۹۹ خارج - پایه ۱۲ - فصل ۳

۶۷,۷۵ (۴)

۶۴,۵ (۳)

۶۳,۷۵ (۲)

۶۳,۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{a_5}{a_2} = \frac{4}{\frac{1}{2}} = 8 \quad r^3 = 8 \Rightarrow r = \boxed{2}$$

$$a_2 = a_1 r \Rightarrow \frac{1}{2} = a_1 (2) \Rightarrow a_1 = \boxed{\frac{1}{4}}$$

$$S_8 = a_1 \times \frac{1 - r^8}{1 - r} = \frac{1}{4} \times \frac{1 - 2^8}{1 - 2} = \frac{-255}{-1} = 63,75$$

۱۱۲- مجموع هشت جمله اول دنباله هندسی ... ۱۶, ۳۲, ۶۴, کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۹ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۳)

۱۲۷ (۴)

۱۲۷,۵ (۳)

۱۲۸ (۲)

۱۲۸,۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$r = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$$

$$S_8 = a_1 \times \frac{1 - r^8}{1 - r} = 2^6 \times \frac{1 - 2^{-8}}{1 - \frac{1}{2}} = 2^6 \left[1 - \frac{1}{256} \right] = 2^6 \times \frac{255}{256} = \frac{255}{2} = 127,5$$

۱۱۳- در یک دنباله هندسی جمله اول ۲۲۴ با قدر نسبت $\frac{1}{2}$ ، جمله n ام آن ۷ می‌باشد. مجموع جملات این دنباله از ۲۲۴ تا

عدد ۷ و خود این اعداد، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ خراج - پایه ۱۲ - فصل ۳)

۴۵۸ (۴)

۴۴۱ (۳)

۴۲۰ (۲)

۳۶۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$224, \dots, \frac{7}{2^m}$$

$$S_n = \frac{a_1 - r a_n}{1 - r} = \frac{224 - \frac{1}{2} \times 7}{1 - \frac{1}{2}} = 2 \left[224 - \frac{7}{2} \right] = 448 - 7 = 441$$

۱۱۴- حاصل $2^{-\frac{1}{3}}(\sqrt[3]{16})\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{5}}$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ خارج - پایه ۱۲ - فصل ۳)

- ۱ (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) ۲ (۴) ۴

پاسخ: گزینه ۴

$$2^{-\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}} \times \frac{2^1}{2^1} = 2^1 \times 2^1 = 2^2 = 4$$

۱۱۵- بین دو عدد ۴ و ۹۷۲، چهار عدد صحیح طوری قرار می‌دهیم که جملات دنباله هندسی از ۴ شروع و به ۹۷۲ ختم شوند. مجموع این ۶ عدد، کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۳)

- ۱ (۱) ۱۴۵۶ (۲) ۱۴۶۸ (۳) ۱۵۴۶ (۴) ۱۶۵۴

پاسخ: گزینه ۱

$$4, _, _, _, _, 972$$

$$r = \sqrt[5]{\frac{972}{4}} = \sqrt[5]{243} = \sqrt[5]{3^5} = 3$$

$$S_6 = 4 \times \frac{1 - 3^6}{1 - 3} = -2 \left[\frac{1 - 729}{-2} \right] = 2 \times 728 = 1456$$

۱۱۶- حاصل $2^{0/76} \times 4^{0/12} \times 8^{-\frac{1}{3}}$ کدام است؟ (کنکور انسانی ۱۳۹۸ تیر - پایه ۱۲ - فصل ۳)

- ۱ (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) ۲

پاسخ: گزینه ۳

$$2^{0/76} \times (2^2)^{0/12} \times (2^3)^{-\frac{1}{3}} = 2^{0/76} \times 2^{0/24} \times 2^{-1} = 2^1 \times 2^{-1} = 2^0 = 1$$