www.konkur.in

آزمون خیلی سبز؛ یک آزمون استراتژیک



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

مثلِ کنکورترین آزمونِ آزمایشی

دفترچه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی،نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه آرایی، فونت سؤالات،سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و ...) در شبیه ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می شود.



مرحلهٔ ۶ دوازدهم تجربی | زیست‌شناسی

صفحه ۲

۱- در بخشی از کتاب درسی، آزمایشات دانشمندی در سه مرحلهٔ کلی آورده شده است که به بحث‌ها و پژوهش‌های چندساله دربارهٔ ماهیت مادهٔ ژنتیک خاتمه داد. در هر مرحله‌ای از این آزمایشات که از پروتئازها استفاده شد، کدام مورد زیر مشاهده می‌شود؟

۱) عدم تجزیهٔ مادهٔ وراثتی
۲) انتقال صفت بین یاخته‌های زنده
۳) عدم استفاده از گریزانه (سانتریفیوژ)
۴) قرارگیری باکتری‌ها در چهار ظرف متمایز

۲- کدام ویژگی، دربارهٔ هیچ‌یک از کاتالیزورهای زیستی فعال در یاخته‌های کبدی انسان صادق نیست؟

۱) در طی شرکت در واکنش‌های شیمیایی مصرف می‌شوند.
۲) پس از قرارگرفتن مواد سمی در جایگاه فعال آن‌ها، به فعالیت صحیحشان ادامه می‌دهند.
۳) با اثر بر یک نوع پیش‌مادهٔ خاص، قادر به تولید چند نوع فراورده مختلف در درون یاخته می‌باشند.
۴) بدون نیاز به شکل‌گیری جایگاه فعال در نتیجهٔ تشکیل ساختار سوم پروتئینی، به انجام واکنش‌های شیمیایی می‌پردازند.

۳- کدام مورد برای تکمیل عبارت زیر، مناسب است؟

«فقط یکی از آنزیم‌های شرکت‌کننده در فرایند همانندسازی DNA که بلافاصله بعد از تشکیل دوراهی همانندسازی، فعالیت خود را آغاز می‌کند .....»

۱) مارپیچ دنا و دو رشتهٔ آن را از هم باز می‌کند
۲) در ساخت یک رشتهٔ دنا در مقابل رشتهٔ الگو نقش دارد
۳) بین گروه فسفات و گروه هیدروکسیل، پیوند اشتراکی می‌سازد
۴) فاقد توانایی شکستن پیوند اشتراکی در فعالیت بسپارازی خود است

۴- با توجه به اطلاعات کتاب درسی دربارهٔ انواع نوکلئیک اسیدهای دورشته‌ای در یاخته‌های موروثی، نوکلئیک اسیدی که ساختار حلقوی دارد نسبت به نوکلئیک اسیدی که ساختار خطی دارد، چه مشخصه‌ای دارند؟ (در نظر بگیرید هر یک در زمان مشابهی همانندسازی می‌شوند.)

۱) توسط تعداد غشای کم‌تری محصور شده است.
۲) همانندسازی را در جهات بیشتری انجام می‌دهد.
۳) تعداد دوراهی‌های همانندسازی بیشتری دارد.
۴) برای تکثیر آن، مقدار نوکلئوتیدهای آزاد کم‌تری مصرف می‌شود.

۵- کدام مورد، در خصوص آزمایشات یا نتایج کارهای گریفیت، نادرست است؟

۱) در یکی از آزمایشات خود، علی‌رغم استفاده از باکتری‌های زندهٔ بدون پوشینه، سبب مرگ موش شد.
۲) در یکی از آزمایشات خود، علی‌رغم تزریق باکتری‌های زنده به موش، شاهد زنده‌ماندن موش بود.
۳) در یکی از آزمایشات خود، باکتری‌های پوشینه‌دار زنده را در محلی غیر از خون موش‌های مرده مشاهده کرد.
۴) در یکی از آزمایشات خود، بدون پی‌بردن به ماهیت مادهٔ ژنتیک، نحوهٔ انتقال آن بین یاخته‌های زنده را متوجه شد.

۶- کدام عبارت در خصوص پیوندهایی که در ساختار «عامل اصلی انتقال صفات وراثتی» حضور دارند، نادرست است؟

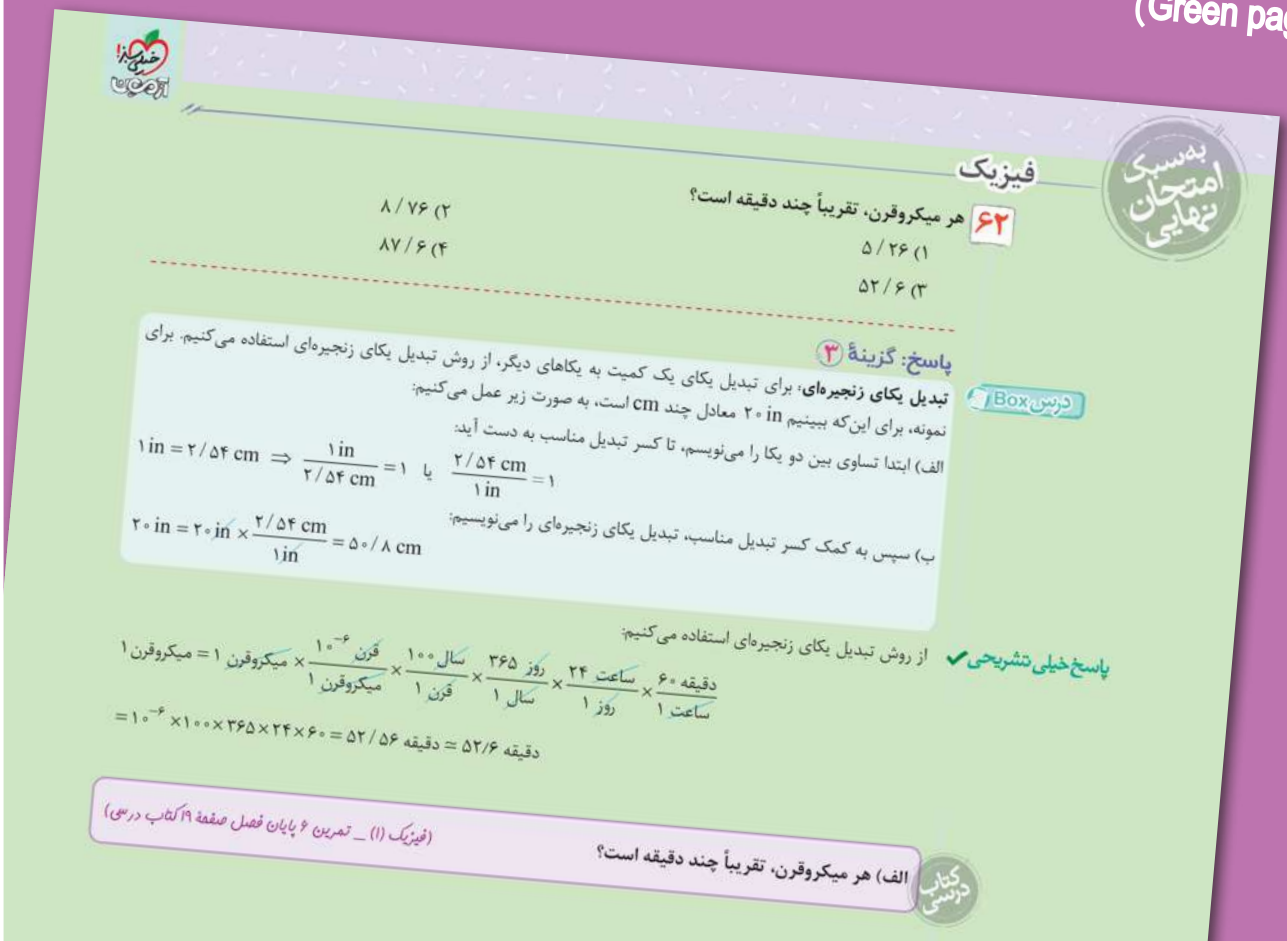
۱) پیوندی که بین قندهای دو نوکلئوتید مجاور برقرار است

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

Green Page

- سؤال‌هایی که با توجه به تمرین‌ها و مثال‌های کتاب درسی و سؤال‌های امتحان‌های نهایی برگزار شده، تو آزمون خیلی سبز براتون شبیه‌سازی شدن، البته سؤال‌های خاص امتحان نهایی؛ همون سؤال‌هایی که تضمین می‌کنه ۲۰ بگیری
- (سبک و نوع نگارش سؤال‌ها مشابهت دقیق با امتحان‌های نهایی دارن)
- تقریباً تو هر آزمون، برای هر درس ۲ یا ۳ تا سؤال شبیه‌ساز نهایی (Green Page) داریم.
- رنگ زمینه صفحه پاسخنامه این سؤال‌ها سبزرنگه به همین دلیل معروفن به (Green page)



فیزیک

به‌سبک امتحان نهایی

۶۲ هر میکروقرن، تقریباً چند دقیقه است؟

۱) ۵/۲۶
۲) ۸/۷۶
۳) ۵۲/۶
۴) ۸۷/۶

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

تبدیل یکای زنجیره‌ای: برای تبدیل یکای یک کمیت به یکاهای دیگر، از روش تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. برای نمونه، برای این‌که ببینیم ۲۰ in معادل چند cm است، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

الف) ابتدا تساوی بین دو یکا را می‌نویسم، تا کسر تبدیل مناسب به دست آید:

$$۱\,in = ۲/۵۴\,cm \Rightarrow \frac{۱\,in}{۲/۵۴\,cm} = ۱ \quad \text{یا} \quad \frac{۲/۵۴\,cm}{۱\,in} = ۱$$

ب) سپس به کمک کسر تبدیل مناسب، تبدیل یکای زنجیره‌ای را می‌نویسیم:

$$۲۰\,in = ۲۰\,\cancel{in} \times \frac{۲/۵۴\,cm}{۱\,\cancel{in}} = ۵۰/۸\,cm$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ از روش تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$\frac{\text{دقیقه}}{\text{ساعت}\ ۱} \times \frac{۶۰}{\text{ساعت}\ ۱} \times \frac{\text{ساعت}}{\text{روز}\ ۱} \times \frac{۲۴}{\text{روز}\ ۱} \times \frac{\text{روز}}{\text{سال}\ ۱} \times \frac{۳۶۵}{\text{سال}\ ۱} \times \frac{\text{سال}}{\text{قرن}\ ۱} \times \frac{۱۰۰}{\text{قرن}\ ۱} \times \frac{\text{قرن}}{\text{میکروقرن}\ ۱} \times \frac{۱۰^{-۶}}{\text{میکروقرن}\ ۱} = ۱\ \text{میکروقرن}$$

$$= ۱۰^{-۶} \times ۱۰۰ \times ۳۶۵ \times ۲۴ \times ۶۰ = ۵۲/۵۶\ \text{دقیقه} \simeq ۵۲/۶\ \text{دقیقه}$$

کتاب درسی الف) هر میکروقرن، تقریباً چند دقیقه است؟ (فیزیک (۱) _ تمرین ۶ پایان فصل صفحهٔ ۱۹ کتاب درسی)

پایین صفحه پاسخنامه این سؤال‌ها، سؤال اصلی که تو امتحان نهایی اومده (یا تمرین و مثال کتاب) با ذکر آدرسش نوشته شده.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

Red Page

- برای این که با سبک سؤال‌های کنکور خیلی دقیق آشنا بشین؛ خیلی سبز تو هر آزمون برای هر درس ۲ یا ۳ تا از سؤال‌های کنکور رو شبیه‌سازی می‌کنه.
- همیشه سعی میشه که این مدل شبیه‌سازی‌ها از بین (سؤال‌های کنکور) که معمولاً تکرار میشن انجام بشه
- توی پاسخنامه صفحه مربوط به پاسخ این سؤال‌ها رنگ زمینه قرمز داره به خاطر همین بهش می‌گیم (Red page)
- اگه دقت کنید می‌بینید که سبک و مدل این سؤال‌های شبیه‌سازی شده دقیقاً مثل همون سؤال کنکوره



مشابه کنکور

فیزیک

۴۵ معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = t^2 - 4t + 5$ است. شتاب متوسط این متحرک از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که سرعت آن به $\vec{v} = (1\,m/s)\vec{i}$ می‌رسد، بر حسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟

۱) $4\vec{i}$
۲) $-4\vec{i}$
۳) $2\vec{i}$
۴) $-2\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

سرعت در مبدأ زمان (v_0) و لحظهٔ t_1 که بردار سرعت در آن لحظه برابر $\vec{v}_1 = (1\,m/s)\vec{i}$ است را به دست آورید و سپس از رابطهٔ $\vec{a}_{av} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ خواستهٔ سؤال را حساب کنید.

درس Box

بردار شتاب متوسط متحرک از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$\vec{v}$: بردار سرعت متحرک (m/s)

t: زمان (s)

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: سرعت متحرک در مبدأ زمان را به دست می‌آوریم:

$$v_0 = (0)^2 - 4(0) + 5 = 5\,m/s$$

گام دوم: اکنون لحظه‌ای را که سرعت متحرک $1\,m/s$ است، محاسبه می‌کنیم:

$$v = t^2 - 4t + 5 = 1 \Rightarrow t^2 - 4t + 4 = 0 \Rightarrow (t-2)^2 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

گام سوم: بردار شتاب متوسط متحرک را در بازهٔ زمانی ۰ تا ۲ ثانیه به دست می‌آوریم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{v_{2s} - v_0}{2-0} = \frac{(1-5)\vec{i}}{2} = (-2\,m/s^2)\vec{i}$$

کنکور

معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی در SI به صورت $v = 2t^2 - 8$ است. شتاب متوسط آن در ۲ ثانیهٔ دوم چند متر بر مربع ثانیه است؟ (سؤال ۴۸ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)

۱) ۱۸
۲) ۱۲
۳) ۸
۴) ۴

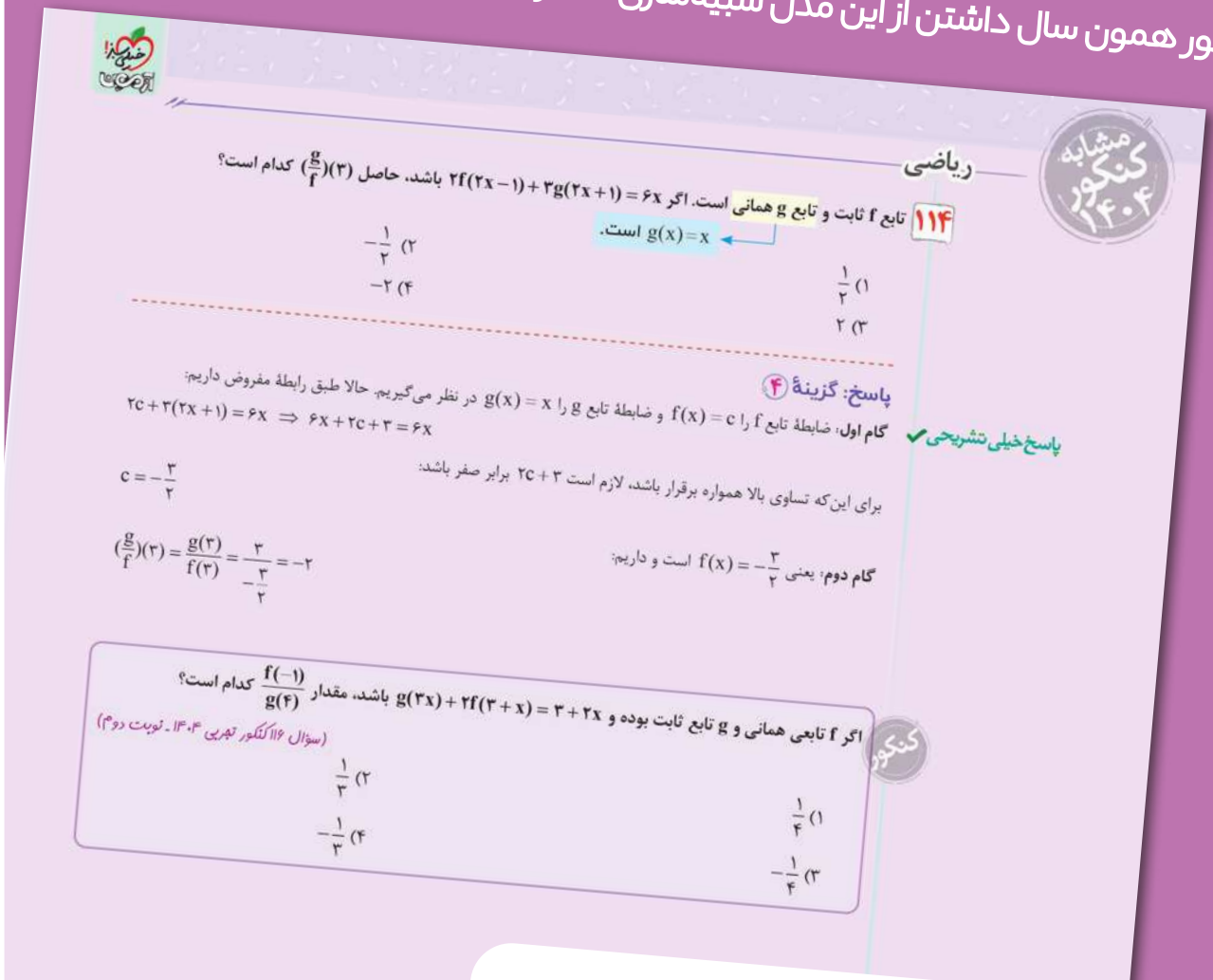
سؤال اصلی کنکور که این سؤال از درسش شبیه‌سازی شده رو می‌تونی پایین صفحهٔ پاسخنامه ببینید.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

Purple Page

- مرسومه که هر سال سؤال‌های یکی دو تا درس تو کنکور سراسری سخت‌تر (یا خاص‌تر) طراحی میشن
- مثلاً کنکور سال ۱۴۰۴ تو رشته ریاضی و تجربی درس‌های ریاضی و شیمی اینجوری بودن و برای رشته انسانی این اتفاق برای علوم و فنون و فلسفه (کمی هم جغرافیا) افتاده بود.
- خیلی سبز این مدل سؤال‌های خاص رو هم تو هر آزمون شبیه‌سازی می‌کنه (۱ یا ۲ سؤال برای هر درس)
- صفحه پاسخ هر کدوم از این سؤال‌ها رنگ زمینه بنفش داره.
- Purple Page برای همه درس‌ها نیست و فقط برای درس‌هایی که سؤال خاص‌تر (یا سخت‌تر) تو کنکور همون سال داشتن از این مدل شبیه‌سازی‌ها داریم.



ریاضی

مشابه کنکور ۱۴۰۴

۱۱۴ تابع f ثابت و تابع g همانی است. اگر $۲f(۲x-۱)+۳g(۲x+۱)=۶x$ باشد، حاصل $(\frac{g}{f})(۳)$ کدام است؟

تابع همانی است. $g(x)=x$

۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $-\frac{۱}{۲}$
۳) ۲
۴) -۲

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ضابطهٔ تابع f را $f(x)=c$ و ضابطهٔ تابع g را $g(x)=x$ در نظر می‌گیریم. حالا طبق رابطهٔ مفروض داریم:

$$۲c+۳(۲x+۱)=۶x \Rightarrow ۶x+۲c+۳=۶x$$

برای این‌که تساوی بالا همواره برقرار باشد، لازم است $۲c+۳$ برابر صفر باشد:

$$c=-\frac{۳}{۲}$$

گام دوم: یعنی $f(x)=-\frac{۳}{۲}$ است و داریم:

$$(\frac{g}{f})(۳)=\frac{g(۳)}{f(۳)}=\frac{۳}{-\frac{۳}{۲}}=-۲$$

کنکور

اگر f تابعی همانی و g تابع ثابت بوده و $g(۳x)+۲f(۳+x)=۳+۲x$ باشد، مقدار $\frac{f(-۱)}{g(۴)}$ کدام است؟

(سؤال ۱۱۶ کنکور تجربی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)

۱) $\frac{۱}{۴}$
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $-\frac{۱}{۴}$
۴) $-\frac{۱}{۳}$

سؤال اصلی کنکور که این سؤال با توجه به اون شبیه‌سازی شده هم پایین صفحهٔ پاسخنامه سؤال آورده شده که بتونی بلافاصله بعد از حل کردنش سؤال اصلی کنکورش رو هم ببینی و این مدل سؤال خاص رو دقیقاً به ذهن بسپری.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخنامه‌ای برای تکمیل یادگیری

- پاسخنامهٔ خیلی سبز فقط یک پاسخنامهٔ معمولی نیست، بلکه یه مسیره؛ یه مسیر فکر شده و مرحله به مرحله برای تکمیل یادگیری.
- هر سؤال و پاسخ رو تو یه صفحه میاریم که دسترسی به هر سؤال راحت‌تر باشه.

صورت سؤال رو دوباره اینجا میاره که حین بررسی پاسخنامه صورت سؤال هم دم دستت باشه.

گاهی وقت‌ها دلیل اینکه نتونستی به جواب برسی اینه که صورت سؤال رو خوب متوجه نشدی، **تعبیر سؤال** (که دقیقاً رو قسمت خاص فهم سؤال نوشته می‌شه) به فهم دقیق سؤال کمکت می‌کنه.

زیست‌شناسی

۱۶ شکل زیر، ترسیمی ساده مربوط به یکی از انواع الگوهای پیشنهادی برای همانندسازی دنا است. کد
به این شکل، درست بیان شده است؟ (فرض کنید تمام نوکلئوتیدهای دنای A معمولی هستند، در ض
را برابر با یک رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی در نظر بگیرید.)

همانندسازی حفاظتی

۱) شکستن پیوند اشتراکی در این الگو تنها به واسطهٔ فعالیت نوکلئازی دنابسپاراز محتمل است.

۲) در این الگو برخلاف الگوی تأییدشده توسط مزلسون و استال، تغییر ساختار رشتهٔ الگو محتمل نیست.

۳) به دنبال ۲ دور همانندسازی دنای B با این الگو و در شرایطی مشابه با آزمایش مزلسون و استال، تشکیل نوار در میانهٔ لوله محتمل است.

۴) در پی ۴ دور همانندسازی دنای C با این الگو و در محیط دارای ^{15}N، فقط یک نوار در لول تشکیل می‌شود.

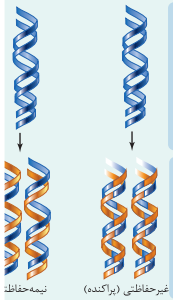
پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۱ ـ طرح های همانندسازی

Hint

شکل، نشان‌دهندهٔ طرح همانندسازی حفاظتی است، چراکه در آن، هر دو رشتهٔ دنای اولیه به صورت دست‌نخ
وارد یکی از یاخته‌های حاصل می‌شوند. دو رشتهٔ دنای جدید هم، با هم، وارد یاختهٔ دیگر می‌شوند. از طرفی
دارای نیتروژن ۱۴ هستند و دنای C هم فقط دارای نیتروژن ۱۵ است.

درس Box



طرح‌های پیشنهادی همانندسازی دنا

حفاظتی: هر دو رشتهٔ دنای قبلی (اولیه) به صورت دست‌نخورده باقی مانده، وارد یکی از یاخته‌های حاصل از تقسیم می‌شوند، دو رشتهٔ دنای جدید هم وارد یاختهٔ دیگر می‌شوند؛ چون دنای اولیه به صورت دست‌نخورده در یکی از یاخته‌ها حفظ شده است.

نیمه‌حفاظتی: در این طرح در هر یاخته یکی از دو رشتهٔ دنا مربوط به دنای اولیه است و رشتهٔ دیگر با نوکلئوتیدهای جدید ساخته شده است، چون در هر یاختهٔ حاصل، فقط یکی از دو رشتهٔ دنای قبلی وجود دارد.

غیرحفاظتی (پراکنده): هر کدام از رشته‌های دناهای حاصل، قطعاتی از رشتهٔ قبلی و ر
صورت پراکنده در خود دارند.

پاسخ خیلی تشریحی

اگر دنا با نیتروژن ۱۵ (دنای C)، یک بار در محیط دارای نیتروژن ۱۵ به روش حفاظتی همانندسازی شود، در
دنا با نوکلئوتیدهای حاوی نیتروژن ۱۵ ایجاد می‌شود. اگر این دو دنای جدید دوباره به صورت حفاظتی همانند
دناهای دارای نیتروژن ۱۵ ایجاد می‌شود. پس در نهایت، فقط یک نوار در سانتریفیوژ ایجاد می‌شود که دناهای

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): طی همانندسازی دنا، هنگام اضافه‌شدن هر نوکلئوتید سه‌فسفاته به انتهای رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی در
طی فعالیت بسپارازی دنابسپاراز، دوتا از فسفات‌های آن از نوکلئوتید جدا می‌شوند. طی فعالیت نوکلئازی د
فسفودی‌استر برای رفع اشتباه شکسته می‌شود. پس هم طی همانندسازی دنا (فعالیت بسپارازی) و هم طی
دنابسپاراز شکستن پیوند اشتراکی رخ می‌دهد.

نکته

اگر همانندسازی دنا در آزمایش‌های مزلسون و استال با الگوی حفاظتی ممکن باشد، به ازای هر دور همانندسا
تشکیل‌شده دارای چگالی سبک یا سنگین هستند و در لولهٔ آزمایش هیچ‌گاه دنایی با چگالی متوسط تشکیل

هدف اصلی این مدل پاسخنامه اینه که فقط پاسخنامه رو نخونی و رد بشی بلکه مرحله به مرحله بهت کمک بکنه خودت سؤال رو حل کنی.
Hint یه اشارهٔ دقیقه برای اینکه بدونی برای جواب دادن به این سؤال از کجا شروع کنی و چیکار کنی.

درس Box یه درسنامهٔ کامل در عین حال جمع‌وجوره برای یادآوری درسنامهٔ مربوط به اون سؤال.
اگه تا این مرحله هنوز به جواب نرسیدی درس‌باکس کمک می‌کنه به یادآوری و تلاش مجدد برای حل سؤال.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ یه پاسخنامهٔ خیلی خیلی تشریحی که هم پاسخ درست رو کامل تشریح می‌کنه و هم تک‌تک گزینه‌هارو بررسی می‌کنه.
معمولاً این پاسخنامه گام به گامه و برای اینکه با خوندن گام اول دوباره سعی کنی ادامه راه‌حل رو خودت پیدا کنی.

نکته نکته‌های خیلی خاص (کنکوری)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گول‌نخوری سعی کردیم اشتباهات متدوالی که تو هر سؤال اتفاق می‌افته رو تحت عنوان گول نخوری برای هر سؤال بیاریم.
این قراره بهت کمک کنه که تو دام سؤال‌ها نیفتی و بعد از یه مدتی دام سؤال‌ها رو بشناسی.

یه‌جور دیگه اگر سؤال رو درست حل کردی یه راه حل متفاوت هم اینجا ببین.
یه‌جوردیگه نگاه کردن به هر سؤال کمک زیادی به بالا بردن سرعت حل تست‌ها می‌کنه.

تیزبازی حتی اگر یکی دوتا سؤال رو بتونی سر جلسه آزمون (مخصوصاً کنکور) سریع و خاص حل کنی علاوه بر ذخیره کردن زمان از نظر روحی هم خیلی خیلی بهت کمک می‌کنه.
تیزبازی یه آیتم جذابه برای یاد گرفتن و تمرین کردن حل سؤال‌ها با روش‌های تند و تیز.

شکل‌نامه شکل‌های کتاب تو بعضی از درس‌ها (مخصوصاً زیست‌شناسی) خیلی خیلی مهمه . موشکافی شکل‌های مهم کتاب درسی رو اینجا ببین.

مشاوره اهمیت تست‌ها توی کنکور، پرتکرار بودنشون و توضیحات تخصصی یه طراح حرفه‌ای رو توی مشاوره هر تست دقیق بخون.

این همه آیتم توی پاسخنامه به خاطر اینه که هر کسی متناسب با نیاز خودش از اون بهره‌مند بشه.

مثلاً کسی که به یه سؤال جواب درست داده فقط می‌تونه یه‌جوردیگه یا تیزبازی سؤال رو ببینه نه همه پاسخ‌نامه رو.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

موارد (ب) و (ت) درستاند.

بررسی موارد:

الف) یون‌ها با قرارگیری در مدار الکتریکی به سوی قطب‌های ناهمنام خود حرکت می‌کنند، نه قطب‌های همنام!

ب) گرافیت، رسانای الکترونی است و دو مادهٔ دیگر، رسانای جریان برق نیستند.

گول‌نخوری ✘ ترکیب‌های یونی در حالت جامد، رسانای جریان برق نیستند؛ زیرا یون‌ها در حالت جامد نمی‌توانند آزادانه جابه‌جا ش

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: برای این‌که نمودار سهمی پایین‌تر از خط قرار گیرد باید $(-2,3)$ مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ زیر باشد:

$$b < 2ax + 4b \Rightarrow x^2 - 3ax - 5b < 0$$

گام دوم: با توجه به تعیین علامت عبارت درجه ۲، می‌توان نتیجه گرفت که $x=-2$ و $x=3$ جواب $x^2 - 3ax - 5b = 0$ هستند، در نتیجه:

$$\left.\begin{matrix} 9a - 5b = 0 \\ +6a - 5b = 0 \end{matrix}\right\} \xrightarrow[\text{کم می‌کنیم}]{\text{بالایی را از پایینی}} 5 - 15a = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{3}, b = \frac{6}{5}$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{2}{5} = 0/4$$

یه‌جوردیگه ✔ می‌تونستی برای مشخص‌کردن a و b از S و P استفاده کنی.

$$3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow -5b = -6 \Rightarrow b = \frac{6}{5}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: از جدول تعیین علامت استفاده می‌کنیم؛ زیرا دامنهٔ تابع f مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $\frac{1-2x}{2[x]-1} \geq 0$ اس

	$\frac{1}{2}$	
	‖	
	−	

و براساس روابط درس‌باکس، جدول تعیین علامت عبارت $2[x]-1$ را می‌نویسیم:

	1	
	−	+

گام دوم: حالا جدول هم‌زمان این دو عبارت را داریم:

	$\frac{1}{2}$		1	
	+ ‖	−		−
	−	−		+
	−	0 +		−

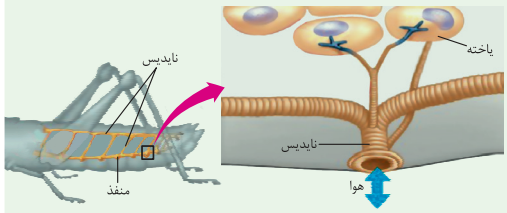
با توجه به جدول بالا، مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $\frac{1-2x}{2[x]-1} \geq 0$ که همان دامنهٔ تابع f است، بازهٔ $[\frac{1}{2}, 1)$ خواهد هیچ عدد صحیحی را شامل نمی‌شود.

تیزبازی ✔ اگر $x \in \mathbb{Z}$، آن‌گاه $[x] = x$ و ضابطهٔ تابع f به صورت $f(x) = \sqrt{-1}$ خواهد شد که غیر قابل قبول است؛ پس شامل هیچ عدد صحیحی نیست.

شکل‌نامه ✔

۱) قطر نایدیس‌ها با میزان انشعابات آن‌ها، رابطهٔ عکس دارد؛ یعنی هر چه‌قدر از بخش‌های ابتدایی به سمت انتهایی می‌رویم، قطر کاهش می‌یابد.

۲) جهت جریان هوا درون نایدیس‌ها دوطرفه است.



۳) از یک نایدیس می‌تواند انشعاباتی با قطر متفاوت جدا شود. این انشعابات می‌توانند به بخش‌های مختلف بدن بروند، گ
به سمت منافذ تنفسی دیگر می‌روند تا با انشعابات آن‌ها یکی شوند، گروهی هم می‌توانند بروند و انشعابات پایانی نایدیس

۴) در مجاورت هر یاخته، ممکن است بیش از یک انشعاب پایانی وجود داشته باشد.

مشاوره تو یکی از سؤال‌های کنکور که تیپ مشابهی با سؤال ما داشت، یکی از موارد تو همهٔ گزینه‌ها تکرار شده بود (مثل مورد (د) تو این‌جا) خب این یعنی این گزینه درسته و لازم نیست بخونیدش، پس با خیالت راحت برو سراغ بقیهٔ گزینه‌ها و زمانت رو save کن.

درون سیتوپلاسم کروموزوم کمکی نیز حضور دارد و از نظر تعداد جایگاه آغاز همانندسازی و یک یا دو همانند اغلب پروکاریوت‌ها است.)

الف) ساختاری متشکل از دو رشتهٔ موازی است که در جهتی خاص حول محور فرضی پیچیده شده‌اند.

ب) در یک نقطهٔ ویژه از دنا، فرایند همانندسازی، آغاز شده و با رسیدن مجدد به آن پایان می‌یابد.

ج) مشابه دنای کمکی، از طریق بخش مشترکی به غشای یاخته اتصال می‌یابد.

د) تعداد ساختارهای Yشکل آن حین همانندسازی کم‌تر از دنای اصلی آغازیان است.

۱) «الف» و «د»
۲) «الف»، «ب» و «د»
۳) «ب»، «ج» و «د»
۴) «الف»، «ب»، «ج» و «د»

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دهم	مرحله نهم
سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴	۰۸/اسفند/۱۴۰۴

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	دهم
ریاضی	۲۰	۱	۲۰	۳۵ دقیقه	فصل ۴ (درس ۲ و ۳) و فصل ۵ (درس ۱ و ۲) صفحهٔ ۷۸ تا ۱۰۸
هندسه	۱۰	۲۱	۳۰	۲۰ دقیقه	فصل ۲ (درس ۴) و فصل ۳ (درس ۱) صفحهٔ ۴۵ تا ۶۴
فیزیک	۲۰	۳۱	۵۰	۳۰ دقیقه	فصل ۴ (تا ابتدای روش‌های انتقال گرما) صفحهٔ ۸۳ تا ۱۱۱
شیمی	۲۰	۵۱	۷۰	۲۵ دقیقه	فصل ۲ (از ابتدای چه بر سر هواکره می‌آوریم؟) صفحهٔ ۶۶ تا ۸۴
مجموع	۷۰ سؤال			۱۱۰ دقیقه	–

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس ـ گزینشگر
ریاضی	طراحان: کوروش اسلامی ـ عادل حسینی ـ مصطفی دیداری ـ محمدرضا راسخ محمد گودرزی ـ حسین نادری ـ جهانبخش نیکنام کارشناسان علمی: فرشاد حسن‌زاده ـ سجاد داوطلب	عادل حسینی
هندسه	طراحان: امیرحسین ابومحبوب ـ حسین هاشمی طاهری کارشناس علمی: سید عباس حسینی	امیرحسین ابومحبوب
فیزیک	طراحان: علیرضا جباری ـ مسعود خندانی ـ رضا سبزمیدانی ـ اکبر فرزانه محمدکاظم منشادی ـ احسان محمدی کارشناسان علمی: سعید محبی ـ هادی نجفی	رضا سبزمیدانی ـ علیرضا جباری
شیمی	طراحان: ارژنگ خانلری ـ یاسر عبداللهی ـ محمد عظیمیان زواره ـ وحید فارسیان کارشناسان علمی: مرتضی نصیرزاده ـ یاشار ذریه	یاسر عبداللهی ـ وحید فارسیان

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانپور

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

دفتر چه سؤالات آزمون های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه ها، نوع صفحه آرایی، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه ترین حالت به دفتر چه سؤالات کنکور سراسری طراحی می شود.

ویژه دهمی های ۱۴۰۴

Azmoon.kheilisabz.com

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

ریاضی دهم

۱- چند مورد از روابط زیر الزاماً تابع است؟

- **رابطه‌ای که به هر ضلع یک مربع، محیط آن را نسبت می‌دهد.**
- **رابطه‌ای که به هر دانش‌آموز، دوستان او را نسبت می‌دهد.**
- **رابطه‌ای که به هر عدد نامنفی، ریشهٔ دوم آن را نسبت می‌دهد.**

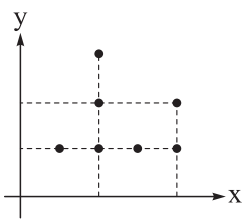
۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲- کدام گزینه، عبارت زیر را به درستی تکمیل می‌کند؟

«تابعی با ..... را نمی‌توان تعریف کرد.»

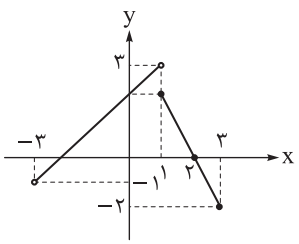
۱) دامنهٔ ۵عضوی و برد ۴عضوی
۲) دامنهٔ ۳عضوی و برد ۳عضوی
۳) دامنهٔ ۵عضوی و برد ۷عضوی
۴) دامنهٔ ۲عضوی و برد تک‌عضوی

۳- حداقل چند نقطه از نقاط نمودار زیر را حذف کنیم تا تبدیل به نمودار یک تابع شود؟



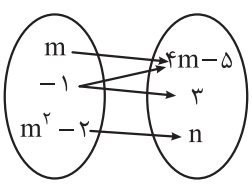
۱) ۴
۲) ۳
۳) ۲
۴) ۱

۴- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. اشتراک دامنه و برد آن کدام است؟



۱) $[-۲,۲]$
۲) $(-۱,۳)$
۳) $(-۱,۲]$
۴) $[-۲,۳)$

۵- نمودار پیکانی مقابل مربوط به یک تابع است. مقدار n کدام است؟



۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۶- رابطهٔ $f=\{(۲,۴),(-۱,m^۲),(-۱,m+۲),(m+۳,۶m+۱),(۷,۸)\}$، تابع است. مقدار $f(۳m-۱)$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۴
۳) ۸ ۴) ۱۳

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷- تابع $f=\{(-۱,۲),(۰,۱),(۱,۰),(۲,۳),(۳,-۱)\}$ مفروض است. اگر $f(f(k))=k-۱$ باشد، $f(f(k-۱))$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۸- دو تابع f و g با ضابطه‌های $f(x)=x^۲-۴x+۷$ و $g(x)=۳x-۱$ مفروض‌اند. حاصل $\frac{f(۲-\sqrt{۳})}{g(۱)}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۳

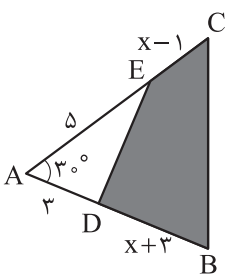
۹- تابع خطی f مفروض است. اگر $f(۲)=۹$ و $f(-۱)=۷$ باشد، مقدار $f(۳)$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) $\frac{۲۹}{۳}$ ۳) $\frac{۲۸}{۳}$ ۴) $\frac{۲۰}{۳}$

۱۰- تابع f با ضابطهٔ $f(x)=۲x+۱$ مفروض است. اگر برد تابع f مجموعهٔ $[۱,۷)\cup\{-۳\}$ باشد، دامنهٔ آن شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۱- ضابطهٔ تابعی که مساحت چهارضلعی BCED را برحسب x نمایش می‌دهد، کدام است؟



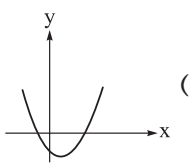
۱) $s(x)=\frac{(x+۱)(x+۹)}{۴}\ ;\ x>-۳$

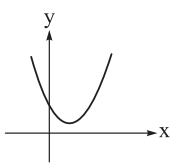
۲) $s(x)=\frac{۱}{۴}(x+۵)^۲-۴\ ;\ x>۱$

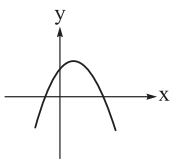
۳) $s(x)=\frac{۱}{۴}(x^۲+۱۰x+۱۰)\ ;\ x>۳$

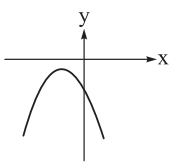
۴) $s(x)=\frac{۱}{۴}(x+۵)^۲-\frac{۱۵}{۴}\ ;\ x>۱$

۱۲- در کدام سهمی به معادلهٔ $y=ax^۲+bx+c$، حاصل Δabc منفی است؟ $(\Delta=b^۲-۴ac)$

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۱۳- به ازای چند مقدار صحیح k، خط $y=۲x+k$ سهمی به معادلهٔ $y=kx-x^۲$ را قطع نمی‌کند؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۴- علامت عبارت $P(x)=\frac{5x-1}{ax+3}-2$ مطابق جدول زیر است. حاصل $a+b$ کدام است؟

x		b		$-\frac{2}{3}$	
P(x)	−	۰	+	ت‌ن	−

۱) $\frac{25}{4}$
۲) ۱۰
۳) -4
۴) $\frac{11}{4}$

۱۵- مجموعهٔ جواب‌های معادلهٔ $|\frac{5x-7}{2x+1}|=\frac{7-5x}{2x+1}$ کدام است؟

۱) $(-\frac{1}{2},\frac{7}{5}]$
۲) $\mathbb{R}-[-\frac{1}{2},\frac{7}{5})$
۳) $[\frac{7}{5},+\infty)$
۴) $(-\infty,\frac{7}{5}]-\{-\frac{1}{2}\}$

۱۶- اگر $2<\frac{1}{x-2}<3$ باشد، حدود عبارت $\frac{2x-1}{x+1}$ کدام است؟

۱) $(\frac{17}{10},\frac{12}{7})$
۲) $(\frac{11}{10},\frac{8}{7})$
۳) $(\frac{5}{4},\frac{4}{3})$
۴) $(\frac{7}{6},\frac{6}{5})$

۱۷- در بازهٔ (a,b) عبارت $5x^2+63x+36$ منفی و عبارت $|\frac{x-2}{3}|$ بزرگ‌تر از ۲ است. بیشترین مقدار $a-b$ کدام است؟

۱) ۸
۲) ۱۰
۳) ۱۲
۴) ۱۴

۱۸- مجموعه جواب‌های نامعادلهٔ $|x|(2x+1)<2$، $5x^2+x-12$ بازهٔ (a,b) است. بیشترین مقدار $a-b$ کدام است؟

۱) ۴
۲) $\frac{14}{3}$
۳) ۵
۴) $\frac{16}{3}$

۱۹- یک سهمی از سه نقطهٔ $(-9,-2)$، $(3,2)$ و $(-24,8)$ عبور می‌کند. مساحت بزرگ‌ترین مثلثی که بین این سهمی و محور x در عرض‌های مثبت محصور می‌شود، کدام است؟

۱) ۳
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۱۲

۲۰- تابع خطی f مفروض است. اگر $x=\frac{2}{3}$ تنها جواب معادلهٔ $f(1)x^2-f(2)x+6=0$ باشد، مقدار $f(0)$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۴
۲) $\frac{9}{2}$
۳) ۸
۴) ۹

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

هندسه دهم

۲۱- کدام مورد زیر در تعریف n‌ضلعی وجود ندارد؟

۱) n‌ضلعی شامل n $(n \geq ۳)$ پاره‌خط متوالی است.

۲) هر پاره‌خط، دقیقاً دو پاره‌خط دیگر را در نقاط انتهایی خودش قطع می‌کند.

۳) هر دو پاره‌خط که در یک انتها مشترک‌اند، روی یک خط قرار ندارند.

۴) با در نظر گرفتن خط شامل هر ضلع آن، بقیهٔ نقاط n‌ضلعی در یک طرف آن خط قرار می‌گیرند.

۲۲- طول‌های اضلاع یک مثلث، ۱۰، ۱۲/۵ و ۱۵ واحد و طول بلندترین ضلع مثلثی متشابه آن ۲۵ واحد است. محیط مثلث دوم کدام است؟

۱) ۶۰ ۲) ۶۲/۵ ۳) ۶۷/۵ ۴) ۷۵

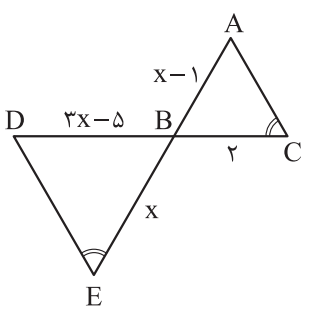
۲۳- اگر اندازه‌های دو زاویهٔ مجاور متوازی‌الاضلاعی برحسب درجه برابر $۳x - ۱۰$ و $x + ۳۰$ باشند، کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند اندازهٔ یکی از زاویه‌های آن برحسب درجه باشد؟

۱) ۳۰ ۲) ۵۰ ۳) ۶۰ ۴) ۷۰

۲۴- اگر تعداد اضلاع یک n‌ضلعی دو برابر شود، تعداد قطرهای آن ۵ برابر می‌شود. هر زاویهٔ خارجی یک $(n+۱)$ ضلعی منتظم چند درجه است؟

۱) ۳۰ ۲) ۳۶ ۳) ۴۰ ۴) ۴۵

۲۵- در شکل زیر $\hat{C} = \hat{E}$ است. اگر دو مثلث هم‌نهشت نباشند، نسبت مساحت مثلث ABC به مساحت مثلث BDE کدام است؟



۱) ۰/۱۶

۲) ۰/۲۵

۳) ۰/۳۶

۴) ۰/۶۴

۲۶- دو مستطیل متشابه‌اند. اگر طول یکی از آن‌ها برابر با عرض مستطیل دیگر و طول مستطیل بزرگ‌تر چهار برابر عرض مستطیل کوچک‌تر باشد، نسبت طول قطر مستطیل کوچک‌تر به طول قطر مستطیل بزرگ‌تر کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

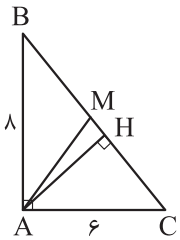
۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۵}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۷- در شکل زیر، مثلث ABC در رأس A قائم‌الزاویه، M وسط وتر BC و AH ارتفاع وارد بر BC است. طول پاره‌خط MH کدام است؟



۱) ۱/۷
۲) ۱/۶
۳) ۱/۵
۴) ۱/۴

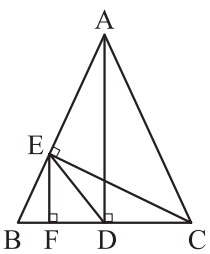
۲۸- در یک چهارضلعی محدب که متوازی‌الاضلاع نیست، طول‌های دو ضلع مقابل به ترتیب ۵ و ۲ هستند. وسط‌های دو قطر چهارضلعی و وسط‌های دو ضلع مقابل دیگر را به هم وصل می‌کنیم تا یک چهارضلعی جدید پدید آید. محیط چهارضلعی جدید کدام است؟

۱) ۶
۲) ۷
۳) ۱۲
۴) ۱۴

۲۹- نیمسازهای زاویه‌های داخلی مستطیلی به ابعاد ۴ و ۶ را رسم می‌کنیم تا چهارضلعی جدیدی پدید آید. طول یکی از قطرهای چهارضلعی جدید کدام است؟

۱) ۲
۲) $\sqrt{۲}$
۳) ۳
۴) $۲\sqrt{۲}$

۳۰- در شکل زیر، مثلث ABC متساوی‌الساقین (AB = AC) بوده و AB = ۲CE است. اگر DE = ۶ باشد، مساحت مثلث BEC کدام است؟



۱) ۹
۲) ۱۲
۳) ۱۸
۴) ۲۴

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

فیزیک دهم

۳۱- اگر دمای جسمی برحسب کلوین ۳ برابر شود، دمای آن برحسب درجهٔ سلسیوس ۶ برابر خواهد شد. دمای اولیهٔ این جسم چند درجهٔ سلسیوس بوده است؟

۱) ۹۱ ۲) ۱۳۲ ۳) ۱۸۲ ۴) ۱۹۲

۳۲- یک دماسنج خاص، دمای $2\,^{\circ}C$ را با عدد ۲ و دمای $20\,^{\circ}C$ را با عدد ۵۰ نشان می‌دهد. این دماسنج، دمای بدن شخصی را که $38\,^{\circ}C$ است، با چه عددی نشان می‌دهد؟

۱) ۱۵ ۲) ۳۸ ۳) ۹۶ ۴) ۹۸

۳۳- کدام‌یک از دماسنج‌های زیر، جزء دماسنج‌های معیار نیستند؟

الف) دماسنج مقاومت پلاتینی ب) دماسنج گازی پ) ترموکوپل

ت) دماسنج بیشینه ـ کمینه ث) تف‌سنج

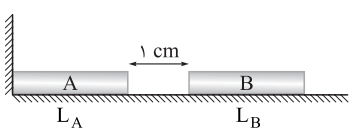
۱) «ب» ـ «پ» ۲) «الف» ـ «ت» ۳) «ب» ـ «ث» ۴) «پ» ـ «ت»

۳۴- در منطقه‌ای که اختلاف بیشترین و کم‌ترین دما در طول سال $90\,^{\circ}F$ است، طول یک پل معلق فلزی در سردترین روز سال $600\,m$ است. در گرم‌ترین روز سال، طول این پل به چند متر می‌رسد؟ $(\alpha = 1/2\times10^{-5}\ K^{-1})$

۱) ۶۰۰/۳۶ ۲) ۶۰۰/۴۲

۳) ۶۰۰/۴۸ ۴) ۶۰۰/۵۴

۳۵- مطابق شکل، دو میلهٔ فلزی A و B روی سطح افقی در امتداد هم قرار گرفته‌اند و میلهٔ A به دیواری ثابت تکیه دارد و میلهٔ B آزادانه روی سطح افقی قرار دارد. اگر طول میله‌های A و B به ترتیب $5\,m$ و $4\,m$ و ضریب انبساط طولی آن‌ها به ترتیب $4\times10^{-5}\,K^{-1}$ و $10^{-4}\,K^{-1}$ باشد، دمای دو میله را حداقل چند درجهٔ فارنهایت افزایش دهیم تا دو میله به هم برسند؟



۱) ۲۵ ۲) ۳۰

۳) ۴۰ ۴) ۴۵

۳۶- طول میلهٔ A در دمای $0\,^{\circ}C$ دو برابر طول میلهٔ B در همین دما است. اگر دمای هر دو میله را به یک اندازه افزایش دهیم، افزایش طول میلهٔ A، $\frac{1}{5}$ افزایش طول میلهٔ B می‌شود. نسبت $\frac{\alpha_A}{\alpha_B}$ کدام است؟

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۵ ۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۷- دمای یک قرص فلزی را $100\ ^\circ C$ افزایش می‌دهیم، در نتیجه مساحت آن ۴ درصد افزایش می‌یابد. ضریب انبساط طولی این فلز در SI کدام است؟

۱) 10^{-4}
۲) 2×10^{-4}
۳) 4×10^{-4}
۴) 8×10^{-4}

۳۸- دو کرهٔ فلزی هم‌جنس A و B در دمای $0\ ^\circ C$ با شعاع یکسان R را در نظر بگیرید. کرهٔ A توپر و کرهٔ B دارای حفره‌ای به شعاع $\frac{R}{2}$ است. در صورت گرمادادن به کره‌ها، نسبت تغییرات چگالی فلز کرهٔ A به تغییرات چگالی فلز کرهٔ B برابر با $\frac{7}{8}$ می‌شود. افزایش حجم کرهٔ A چند برابر افزایش حجم حفرهٔ کرهٔ B خواهد بود؟

۱) $\frac{7}{64}$
۲) $\frac{8}{7}$
۳) ۷
۴) $\frac{7}{8}$

۳۹- جسم جامدی در دمای $100\ ^\circ C$ دارای چگالی $4\ g/cm^3$ است. اگر ضریب انبساط طولی این جسم $10^{-5}\ K^{-1}$ باشد، در چه دمایی برحسب یکای SI، چگالی آن تقریباً $6\ kg/m^3$ افزایش می‌یابد؟

۱) ۵۰
۲) ۱۵۰
۳) ۳۲۳
۴) ۴۲۳

۴۰- مقداری بنزین تا ارتفاع $10\ m$ درون مخزنی استوانه‌ای ریخته شده است. در دمای $250\ K$، فاصلهٔ بین سطح بنزین تا بالای مخزن برابر $1\ m$ است. حداقل در چه دمایی برحسب درجهٔ فارنهایت بنزین از ظرف سرریز می‌شود؟ (ضریب انبساط حجمی بنزین $10^{-3}\ \frac{1}{K}$ است و از انبساط ظرف صرف نظر کنید.)

۱) ۱۰۴
۲) ۱۱۷/۴
۳) ۱۳۶/۵
۴) ۱۷۰/۶

۴۱- چند مورد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف) حجم بیشتر مایع‌ها با کم‌شدن دما، افزایش و در نتیجه چگالی آن‌ها کاهش می‌یابد.

ب) کاهش دمای آب در محدودهٔ $4\ ^\circ C$ تا $0\ ^\circ C$ سبب افزایش حجم آن می‌شود.

پ) وقتی دمای آب از $2\ ^\circ C$ به $6\ ^\circ C$ می‌رسد، چگالی آن ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

ت) تغییر حجم غیرعادی آب، در نزدیکی صفر درجهٔ سلسیوس، سبب می‌شود که دریاچه‌ها از بالا یخ بزنند.

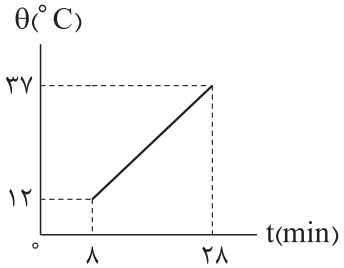
۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۲- نمودار دما برحسب زمان جسمی به جرم $0/5\ kg$ که در مجاورت یک گرمکن قرار دارد، مطابق شکل است. اگر گرمکن با آهنگ $7/5\ W$ به جسم گرما داده باشد، گرمای ویژهٔ جسم چند واحد SI است؟



۱) ۳۶۰
۲) ۷۲
۳) ۷۲۰
۴) ۳۶

۴۳- مقدار $300\ g$ آب $40\ ^\circ C$ را درون گرمکنی با توان $125/6\ W$ و بازده ۵۰ درصد ریخته‌ایم. پس از چند دقیقه، کل آب به بخار آب $100\ ^\circ C$ تبدیل می‌شود؟ ($L_V = 2260\ kJ/kg$ و $c_{آب} = 4200\ \frac{J}{kg.^\circ C}$)

۱) ۲۰۰ ۲) ۱۳۶ ۳) ۱۹۴ ۴) ۱۰۰

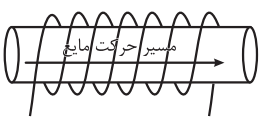
۴۴- جرم m_1 از آب $10\ ^\circ C$ را با جرم m_2 از آب با دمای $70\ ^\circ C$ مخلوط می‌کنیم تا جمعاً $4\ kg$ آب با دمای تعادل $55\ ^\circ C$ داشته باشیم. اگر به این مجموعه $2m_1$ آب $40\ ^\circ C$ اضافه کنیم، دمای تعادل چند درجهٔ سلسیوس تغییر می‌کند؟ (اتلاف گرما ناچیز است.)

۱) ۵ ۲) ۷/۵ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲/۵

۴۵- m گرم یخ $0\ ^\circ C$ را درون یک ظرف عایق محتوی $200\ g$ بخار آب $100\ ^\circ C$ قرار می‌دهیم. اگر پس از مدتی دمای تعادل آن‌ها به $80\ ^\circ C$ برسد، m چند گرم است؟ (ظرفیت گرمایی ظرف ناچیز است، $c_{آب} = 2c_{یخ} = 4200\ \frac{J}{kg.^\circ C}$، $L_F = 336\ kJ/kg$ و $L_V = 2268\ kJ/kg$)

۱) ۷۰۰ ۲) ۳۵۰ ۳) ۷۷۵ ۴) ۳۸۵

۴۶- مایعی به چگالی $0/8\ g/cm^3$ مطابق شکل با دمای $27\ ^\circ C$ وارد لولهٔ یک گرمکن القایی با توان گرمایی $240\ W$ می‌شود و از سمت دیگر با دمای $325\ K$ با آهنگ $8\ cm^3/s$ خارج می‌شود. گرمای ویژهٔ این مایع چند واحد SI است؟



۱) ۱۲۵ ۲) ۱۵۰ ۳) ۱۲۵۰ ۴) ۱۵۰۰

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۷- درون ظرف عایقی، m گرم یخ $-۵\ ^\circ C$ قرار دارد. اگر $۲\ L$ آب $۴۰\ ^\circ C$ به ظرف اضافه کنیم، تا رسیدن به حالت تعادل، آب $۲۹۴\ kJ$ گرما از دست می‌دهد و کل یخ ذوب می‌شود. در دمای تعادل، جرم آب موجود در ظرف چند کیلوگرم است؟ (گرما فقط بین یخ و آب مبادله می‌شود، $\rho_{آب} = ۱۰۰۰\ kg/m^۳$، $c_{آب} = ۲\, c_{یخ} = ۴۲۰۰\ \frac{J}{kg.K}$ و $L_F = ۳۳۶\ kJ/kg$)

۱) ۰/۸ ۲) ۳/۸ ۳) ۲/۸ ۴) ۲/۴

۴۸- روی یک قطعهٔ یخ ۱ کیلوگرمی با دمای $-۱۰\ ^\circ C$ در فشار یک جوّ مقدار $۵\ kg$ آب با دمای $۲۰\ ^\circ C$ ریخته‌ایم. با فرض این‌که تبادل گرما فقط بین آب و یخ باشد، پس از برقراری تعادل گرمایی کدام گزینه درست است؟ ($L_F = ۳۳۶\ kJ/kg$ و $c_{آب} = ۲c_{یخ} = ۴۲۰۰\ \frac{J}{kg.K}$)

۱) کل یخ ذوب شده و دمای تعادل $۲/۵\ ^\circ C$ است.

۲) کل یخ ذوب شده و دمای تعادل $۵/۲\ ^\circ C$ است.

۳) بخشی از یخ ذوب شده و جرم کل آب $۵/۲۵\ kg$ است.

۴) بخشی از یخ ذوب شده و جرم کل آب $۵/۵\ kg$ است.

۴۹- کدام عبارت‌های زیر درست است؟

الف) با افزایش دما، آهنگ تبخیر سطحی افزایش می‌یابد.

ب) با افزایش فشار هوا، آهنگ تبخیر سطحی افزایش می‌یابد.

پ) با افزایش سطح آزاد مایع، تبخیر سطحی آن نیز افزایش می‌یابد.

ت) هر چه در خشکی از ساحل دریا دور شویم، تبخیر سطحی کاهش می‌یابد.

۱) «الف» و «ب» ۲) «الف» و «پ» ۳) «ب» و «ت» ۴) «پ» و «ت»

۵۰- مقدار $۴۰\ g$ بخار آب $۱۰۰\ ^\circ C$ را درون محفظه‌ای محتوی m گرم آب $۱۰\ ^\circ C$ وارد می‌کنیم تا دمای تعادل به $۵۰\ ^\circ C$ برسد. m چند گرم است؟ (تبادل گرمایی فقط بین آب و بخار آب داخل محفظه انجام می‌شود، $c_{آب} = ۴۲۰۰\ \frac{J}{kg.^\circ C}$ و $L_V = ۲۲۶۸\ kJ/kg$)

۱) ۵۹۰ ۲) ۳۹۲ ۳) ۴۷۲ ۴) ۲۳۶

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

شیمی دهم

۵۱- کدام مقایسه دربارهٔ مقدار کربن دی‌اکسید تولیدشده به ازای تولید یک کیلووات ساعت برق از منابع گوناگون انرژی درست است؟

۱) نفت خام < گاز طبیعی < زغال‌سنگ
۲) گرمای زمین < باد < گاز طبیعی
۳) باد < انرژی خورشید < نفت خام
۴) گرمای زمین < گاز طبیعی < انرژی خورشید

۵۲- کدام مورد، نادرست است؟

۱) با فرض این‌که میانگین دمای کرهٔ زمین در حضور هواکره، $14\ ^\circ C$ است، اگر هواکره وجود نداشت، میانگین دمای کرهٔ زمین $32\ ^\circ C$ کاهش می‌یافت.

۲) طول موج پرتوهای خورشیدی که مولکول‌های CO_2 توانایی بازتاب آن‌ها را به سطح زمین دارند، بلندتر از طول موج پرتوهای خورشیدی است که توسط زمین جذب می‌شوند.

۳) بخش عمدهٔ پرتوهای خورشیدی که به سمت زمین می‌آیند، توسط گازهای گلخانه‌ای به فضا بازتابیده می‌شوند.

۴) زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب‌شده توسط پرتوهای خورشیدی را به صورت تابش‌هایی در محدودهٔ طول موج 10^3 ـ 10^5 نانومتر از دست می‌دهد.

۵۳- درستی یا نادرستی مطالب زیر، به ترتیب کدام است؟

- **در واکنش تبدیل کلسیم اکسید به کلسیم کربنات، مواد شرکت‌کننده با دو حالت فیزیکی متفاوت نقش دارند.**
- **اگر در تولید یک پلاستیک، همهٔ هزینه‌های اقتصادی، اجتماعی و زیست‌محیطی در نظر گرفته شود، تولید آن در مسیر توسعهٔ پایدار است.**
- **اتانول، برخلاف نشاسته و مانند روغن‌های گیاهی، در ساختار خود اکسیژن نیز دارد.**
- **کربن دی‌اکسید را می‌توان به جای رهاکردن در هواکره، در جاهای مناسب دفن کرد.**
- **شیمی سبز، شاخه‌ای از علم شیمی است که در پی طراحی فراورده‌ها و فرایندهایی است تا تولید و استفاده از مواد خطرناک را کاهش داده یا از بین ببرد.**

۱) درست ـ نادرست ـ درست ـ نادرست ـ درست
۲) درست ـ درست ـ نادرست ـ درست ـ درست
۳) نادرست ـ نادرست ـ نادرست ـ درست ـ نادرست
۴) درست ـ نادرست ـ نادرست ـ درست ـ درست

۵۴- درستی یا نادرستی کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟

۱) روند تأثیر افزایش مقدار کربن دی‌اکسید در هواکره بر میانگین سطح آب‌های آزاد و مساحت برف در نیمکرهٔ شمالی، به تقریب مشابه است.

۲) $2/75$ مول گاز کربن دی‌اکسید در فشار $1\ atm$، برای توصیف یک گاز مناسب است.

۳) واکنش: $C_{57}H_{110}O_6(s) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(g)$، از نوع سوختن بوده و یک واکنش برگشت‌پذیر است.

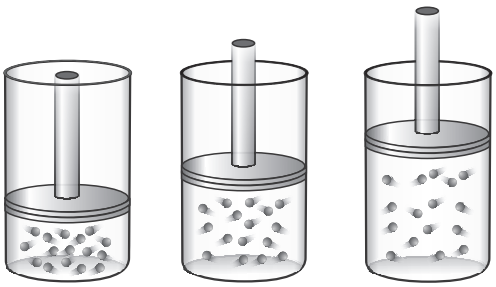
۴) هر چه CO_2 واردشده به طبیعت زیادتر باشد، طبیعت زمان بیشتری برای تعدیل اثر آن نیاز دارد.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۵- شکل زیر یک نمونه گاز را درون سیلندری با پیستون متحرک در سه دمای متفاوت نشان می‌دهد. با توجه به آن کدام مورد نادرست است؟



۱) حجم این نمونه گاز با دمای آن در فشار ثابت، رابطهٔ مستقیم دارد.

۲) چگالی این گاز در دمای $400\ K$ از چگالی آن در دمای $27\ ^\circ C$ کم‌تر است.

۳) با افزودن مقدار مشخصی از این گاز به ظرف با دمای $200\ K$، حجم و چگالی آن در این دما افزایش می‌یابد.

۴) اگر در فشار ثابت، دمای ظرف دوم به $600\ K$ افزایش یابد، حجم گاز درون ظرف دو برابر خواهد شد.

۵۶- حجم مولی گازها در دمای $68/25\ ^\circ C$ و فشار $1\ atm$ برحسب لیتر کدام است و در این شرایط، $4/8$ گرم فلز X با جرم مولی ۲۴ گرم بر مول در واکنش با آب در یک ظرف درباز، چند لیتر گاز هیدروژن آزاد می‌کند؟

$$X + 2H_2O \rightarrow X(OH)_2 + H_2$$

۱) $28 - 6/5$ ۲) $32 - 7/2$ ۳) $28 - 7/2$ ۴) $32 - 6/4$

۵۷- کدام موارد درست است؟

الف) در دما و فشار یکسان، حجم یک مول از گازهای گوناگون با هم یکسان و برابر ۲۲۴۰۰ میلی‌لیتر است.

ب) به واکنش آرام مواد با اکسیژن که با تولید انرژی همراه است، واکنش اکسایش می‌گویند.

پ) کلسیم اکسید یک ترکیب یونی بوده و برخلاف گوگرد تری‌اکسید، یک اکسید بازی به شمار می‌رود.

ت) در دمای اتاق، مخلوطی از گازهای هیدروژن و نیتروژن در حضور کاتالیزگر یا جرقه، در یک واکنش سریع و شدید منفجر می‌شود.

۱) الف ـ پ ۲) ب ـ پ ۳) الف ـ ت ۴) ب ـ ت

۵۸- پتاسیم کلرات، مطابق معادلهٔ زیر تجزیه می‌شود. در این واکنش، نسبت جرم گاز تولیدشده به جرم واکنش‌دهندهٔ مصرفی کدام است؟ $(O = 16\ ,\ Cl = 35/5\ ,\ K = 39 : g \cdot mol^{-1})$

$$KClO_3(s) \xrightarrow{\Delta} KCl(s) + O_2(g)$$ (معادله موازنه شود.)

۱) $0/065$ ۲) $0/13$ ۳) $0/26$ ۴) $0/39$

۵۹- کدام مورد، جملهٔ زیر را از نظر علمی به درستی کامل می‌کند؟

«گازها، ..... مایع‌ها و جامدها ..... .»

۱) مانند ـ به شکل ظرف محتوی آن درمی‌آیند
۲) برخلاف ـ شکل و حجم معینی ندارند
۳) مانند ـ با اثر افزایش فشار، حجم آن‌ها کاهش می‌یابد
۴) برخلاف ـ همهٔ فضای ظرف را اشغال می‌کنند

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۰- نسبت چگالی گاز X به گاز اکسیژن در شرایط STP، با نسبت شمار پیوندها به جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در مولکول اوزون، یکسان است. حجم ۳/۲ گرم از گاز X در شرایط STP برحسب لیتر کدام است؟ $(O = 16\ g \cdot mol^{-1})$

۱) ۰/۵۶
۲) ۱/۱۲
۳) ۲/۲۴
۴) ۴/۴۸

۶۱- کدام مورد، نادرست است؟

۱) فسفر تری‌کلرید یک مادهٔ تجاری مهم است که در تهیهٔ حشره‌کش‌ها کاربرد فراوانی دارد.
۲) فراوان‌ترین گاز هواکره، یکی از گازهای نجیب است و در محیط‌هایی که گاز اکسیژن، عامل ایجاد تغییر شیمیایی است به جای اکسیژن از این گاز استفاده می‌کنند.
۳) آمونیاک یکی از کودهای شیمیایی نیتروژن‌دار است که به طور مستقیم به خاک تزریق می‌شود.
۴) به بخشی از دانش شیمی که به ارتباط کمّی میان واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌های واکنش می‌پردازد، استوکیومتری واکنش می‌گویند.

۶۲- در مخلوطی از سه گاز CH_4، N_2 و He، به جرم ۹۲ گرم، شمار اتم‌های نیتروژن برابر با $24/08 \times 10^{23}$ است. اگر در دمای اتاق به این مخلوط مقدار کافی گاز اکسیژن اضافه شود، پس از واکنش کامل با متان، ۲۷ گرم آب تشکیل می‌شود. جرم گاز هلیم در مخلوط اولیه چند گرم است؟ $(O = 16, N = 14, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1})$

۱) ۲۴
۲) ۲۸
۳) ۱۲
۴) ۲۱

۶۳- کدام موارد درست است؟

الف) فصل بهار در نیمکرهٔ شمالی زمین، نسبت به ۵۰ سال گذشته در حدود یک هفته زودتر آغاز می‌شود.
ب) در شرایط STP، حجم ۰/۲ مول گاز نیتروژن با حجم $1/204 \times 10^{23}$ مولکول هیدروژن یکسان است.
پ) بزرگ‌ترین چالش هابر، یافتن شرایط بهینه برای تهیهٔ گاز هیدروژن جهت واکنش با گاز نیتروژن و تهیهٔ آمونیاک بود.
ت) ساختار لوویس مولکول‌های نیتروژن، کربن مونوکسید و اکسیژن با هم مشابه است.

۱) الف ـ پ
۲) ب ـ ت
۳) الف ـ ب
۴) پ ـ ت

۶۴- اصطلاح لایهٔ اوزون به منطقهٔ مشخصی از ..... گفته می‌شود که مولکول‌های اوزون در آن، مانع ورود ..... تابش فرابنفش خورشید به سطح زمین می‌شوند.

۱) تروپوسفر ـ همهٔ
۲) استراتوسفر ـ بخش عمده‌ای از
۳) تروپوسفر ـ بخش عمده‌ای از
۴) استراتوسفر ـ همهٔ

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۵- در یک ظرف دربسته، به ۰/۶ مول Cl_2O_7 خالص حرارت داده می‌شود تا به طور کامل مطابق معادلهٔ (I) تجزیه شود. اگر در همین ظرف و پس از پایان واکنش، ۱/۴ مول گاز N_2 به ظرف وارد شود و طبق واکنش (II) به طور کامل به فراورده‌های واکنش تبدیل شود، به تقریب چند درصد از مول‌های گازی درون ظرف را مولکول‌های دواتمی تشکیل می‌دهند؟ (واکنش‌ها برگشت‌ناپذیر فرض شود و واکنش دیگری نیز انجام نمی‌شود.)

$$I)\ 2Cl_2O_7(l) \rightarrow 2Cl_2(g) + 7O_2(g)$$

$$II)\ 2N_2(g) + 3O_2(g) \rightarrow 2NO_2(g) + 2NO(g)$$

۱) ۲۳/۲ ۲) ۴۱/۱ ۳) ۵۸/۸ ۴) ۷۴/۵

۶۶- کدام مورد، درست است؟

۱) واکنش تبدیل اوزون به اکسیژن در لایهٔ دوم هواکره، برگشت‌ناپذیر است.

۲) در هر مرحله از واکنش‌های تشکیل اوزون در تروپوسفر، مولکول اکسیژن به عنوان واکنش‌دهنده حضور دارد.

۳) یکسان‌بودن نوع اتم‌های سازندهٔ دو مولکول، سبب یکسان‌شدن خواص و رفتار آن‌ها می‌شود.

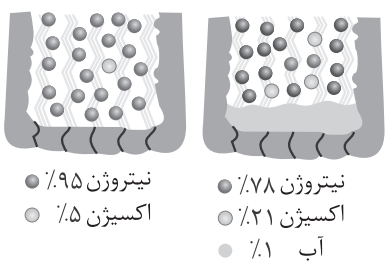
۴) تشکیل اوزون در لایهٔ اول هواکره، عملکرد مفیدی در برابر تابش‌های پرانرژی دارد.

۶۷- با توجه به واکنش زیر، به ازای مصرف ۰/۴ مول فلز آلومینیم، چند لیتر گاز در شرایط STP تولید می‌شود؟

$$Al(s) + NH_4ClO_4(s) \rightarrow Al_2O_3(s) + AlCl_3(s) + H_2O(l) + N_2(g)$$ **(معادله موازنه شود.)**

۱) ۸/۹۶ ۲) ۲۶/۸۸ ۳) ۰/۸۹۶ ۴) ۲/۶۸۸

۶۸- کدام مورد، درست است؟



(II) (I)

۱) پلاستیک‌های سبز، مولکول‌های کوچکی هستند و به همین دلیل به راحتی در طبیعت تجزیه می‌شوند.

۲) برای پرکردن و تنظیم باد تایر خودرو، نمونهٔ (II) مناسب‌تر از نمونهٔ (I) است.

۳) در برخی از کشورها از اتانول (C_2H_5OH) به عنوان سوخت سبز به جای سوخت‌های فسیلی استفاده می‌شود.

۴) در واکنش سوختن کامل ۰/۲ مول اتانول (C_2H_5OH)، ۶/۷۲ لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP مصرف می‌شود.

۶۹- کدام موارد از مقایسه‌های انجام‌شده دربارهٔ آلوتروپ‌های اکسیژن، درست است؟

الف) واکنش‌پذیری: اکسیژن < اوزون

ب) نسبت شمار الکترون‌های ناپیوندی به شمار الکترون‌های پیوندی: اوزون > اکسیژن

پ) درصد حجمی در استراتوسفر: اوزون > اکسیژن

ت) شمار اتم‌ها در ۲۲/۴ لیتر (در شرایط STP): اکسیژن < اوزون

۱) الف ـ ب ۲) الف ـ ت ۳) ب ـ پ ۴) پ ـ ت

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۰- مقدار ۶/۴ گرم متان یک بار به صورت کامل و بار دیگر به صورت ناقص، مطابق واکنش‌های زیر سوزانده شده است. تفاوت حجم گاز اکسیژن مصرفی در شرایط STP برحسب لیتر و مجموع جرم آب تولیدشده در این دو واکنش برحسب گرم، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (معادلهٔ واکنش‌ها موازنه شود، $H=1, O=16, C=12 : g \cdot mol^{-1}$)

I) $CH_4(g)+O_2(g) \rightarrow CO_2(g)+H_2O(g)$

II) $CH_4(g)+O_2(g) \rightarrow CO(g)+H_2O(g)$

۱) ۴۸/۴، ۲۸/۸
۲) ۹۶/۸، ۲۸/۸
۳) ۴۸/۴، ۲۱/۶
۴) ۹۶/۸، ۴۳/۲

پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.
azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی Kheilisabz_edit@ در همهٔ پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

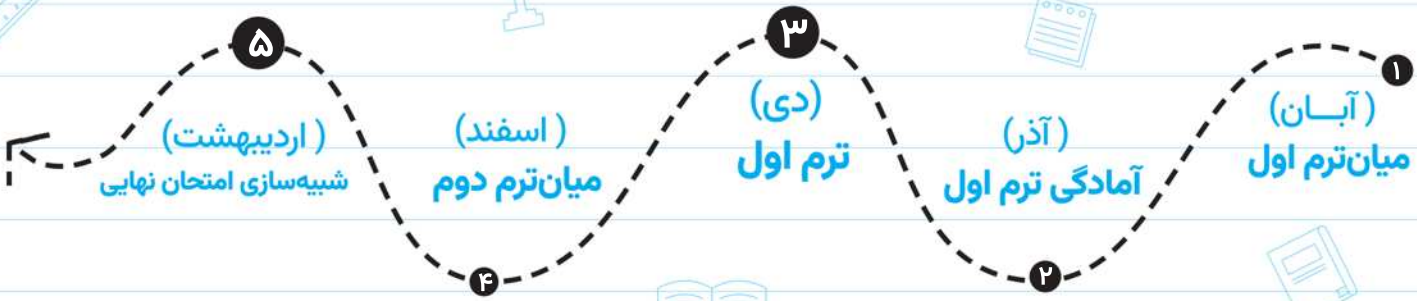
www.konkur.in

آزمون‌های تشریحی خیلی‌سبز

۵ مرحله در طول سال

شبیه‌سازی کامل امتحان نهایی

- منطبق بر بارم‌بندی آموزش و پرورش
- تشابه کامل فرم برگه سوال، پاسخبرگ، کلید، پاسخنامه و حتی فونت سوال‌ها با امتحان نهایی
- پوشش همه مطالب و انواع سوالات
- ارائه یک یا دو تست عینا مشابه امتحان نهایی
- هم‌سطح با دشواری سوالات امتحان نهایی



پاسخنامه‌های خیلی تشریحی

- ارائه پاسخ کامل و مرحله به مرحله
- محتوای یاددهنده شامل درسنامه
- ارائه نکات کلیدی هر سوال

تصحیح کاملا مکانیزه

- تصحیح کاملا حرفه‌ای توسط دو مصحّح
- تصحیح سوم در صورت اختلاف نظر دو مصحّح قبل
- تصحیح به صورت بررسی یک سوال برای گروهی از دانش‌آموزان
- امکان کامنت‌گذاری مصحّح در فرایند تصحیح
- امکان درخواست تصحیح مجدد در پنل ثبت اعتراض

کارنامه‌های بسیار کاربردی

- کارنامه تحلیلی و مقایسه‌ای
- نمره به تفکیک سوال
- کارنامه مبحثی

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ‌نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دهم	مرحله نهم
سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴	۰۸/اسفند/۱۴۰۴

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
ریاضی	کوروش اسلامی ـ عادل حسینی ـ مصطفی دیداری ـ محمدرضا راسخ ـ محمد گودرزی ـ حسین نادری ـ جهانبخش نیکنام
هندسه	امیرحسین ابومحبوب ـ حسین هاشمی طاهری
فیزیک	علیرضا جباری ـ مسعود خندانی ـ رضا سبزمیدانی ـ اکبر فرزانه ـ محمدکاظم منشادی ـ احسان محمدی
شیمی	ارژنگ خانلری ـ یاسر عبداللهی ـ محمد عظیمیان زواره ـ وحید فارسیان

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
ریاضی	عادل حسینی	عادل حسینی	عادل حسینی	فرشاد حسن‌زاده سجاد داوطلب	محمدمهدی حسینی منصور زرکش اصفهانی علیرضا کاظمی‌بقا
هندسه	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	سید عباس حسینی	زهرا جالینوسی ابوالفضل ناصری مریم نظری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	علیرضا جباری	محمود حسینی	سعید محبی	آیدین طهماسقلی‌زاده پوریا علاقه‌مند امیر محمودی انزابی سعید محبی محمدرضا یاری
شیمی	یاسر عبداللهی	وحید فارسیان	وحید فارسیان	یاشار ذریه مرتضی نصیرزاده	حمید ذبحی‌بیرق یلدا رزاق‌زاده علی صادق‌تهرانی

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانپور

ویژه دهمی‌های ۱۴۰۴

Azmoon.kheilisabz.com

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

آزمون آزمایشی خیلی سبز

تیم اجرایی و تألیف آزمون	بیتا ابراهیمی ـ علیرضا جعفری ـ عادل حسینی

سرپرست تولید	الناز علی‌یاری‌زاده
ویراستاران فنی	نیلوفر اعتمادی ـ نیوشا پیمان ـ هدیه خسروی زهرا صفری ـ الهه صفری ـ فاطمه علی‌اکبری محیا غنی‌فرد ـ زهرا فرهادی‌مهر ـ نادره نازآوری ساعده نمازی
رسام	ندا فخاری سارا گنجی آزادپور
صفحه‌آرایی	صدف امام ـ مریم حسین‌زاده سپیده سخائی ـ الهام سهرابی ـ طاهره صادق‌نژاد مائده صبری ـ نیلوفر فرخجسته ـ فاطمه قیاسوند مهدیه گل‌پور ـ دریا لطفی

Azmoon.kheilisabz.com

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱ چند مورد از روابط زیر الزاماً تابع است؟

- رابطه‌ای که به هر ضلع یک مربع، محیط آن را نسبت می‌دهد.
- رابطه‌ای که به هر دانش‌آموز، دوستان او را نسبت می‌دهد.
- رابطه‌ای که به هر عدد نامنفی، ریشهٔ دوم آن را نسبت می‌دهد.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint تعریف تابع رو یادت بیار، به ازای هر ورودی، باید دقیقاً یک خروجی داشته باشه، گزینه‌ها رو با این تعریف چک کن.

نکته هر تابع از مجموعهٔ A به مجموعهٔ B، رابطه‌ای از مجموعهٔ A به مجموعهٔ B است که به هر عضو A دقیقاً یک عضو از B را نسبت می‌دهد.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ رابطه‌ای «اولی» را به «دومی» نسبت می‌دهد، رابطه‌ای است که مؤلفه‌های اول از بین «اولی» و مؤلفه‌های دوم از بین «دومی» انتخاب می‌شود. حالا زمانی این رابطه تابع است که مطمئن باشیم هر عضو «اولی» نهایتاً به یک عضو «دومی» وصل می‌شود.

- محیط مربع به ازای هر ضلع مقداری یکتا و مشخص است؛ پس این رابطه، تابع است.
- هر دانش‌آموز، ممکن است دوستان متفاوتی داشته باشد؛ پس این رابطه، الزاماً تابع نیست.
- ریشهٔ دوم هر عدد نامنفی مانند x، به صورت $\pm\sqrt{x}$ است؛ پس این رابطه، تابع نیست.

بنابراین تنها یک مورد از روابط داده‌شده، تابع است.

کتاب درسی

کدام‌یک از روابط زیر یک تابع را معلوم می‌کند؟ توضیح دهید. *(ریاضی (۱) ـ تمرین ۱ صفحهٔ ۱۰۰ کتاب درسی)*

الف) رابطه‌ای که به ضلع یک مربع، محیط مربع را نسبت می‌دهد.

ب) رابطه‌ای که به هر فرد، دمای بدن او را در یک زمان معین نسبت می‌دهد.

ج) رابطه‌ای که به هر فرد، گروه خونی او را نسبت می‌دهد.

د) رابطه‌ای که به هر دانش‌آموز، دوستان او را نسبت می‌دهد.

ه) رابطه‌ای که به هر عدد، ریشه‌های دوم آن عدد را نسبت می‌دهد.

و) رابطه‌ای که به هر عدد، ریشهٔ سوم آن را نسبت می‌دهد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲ **کدام گزینه، عبارت زیر را به درستی تکمیل می‌کند؟**

«تابعی با ..... را نمی‌توان تعریف کرد.»

۱) دامنهٔ ۵عضوی و برد ۴عضوی
۲) دامنهٔ ۳عضوی و برد ۳عضوی
۳) دامنهٔ ۵عضوی و برد ۷عضوی
۴) دامنهٔ ۲عضوی و برد تک‌عضوی

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint تعداد اعضای برد یک تابع هیچ وقت نمی‌تونه از تعداد اعضای دامنه‌اش بیشتر باشه، گزینه‌ها رو از این نظر بررسی کن.

درس Box مجموعهٔ همهٔ مؤلفه‌های اول زوج‌های مرتب تشکیل‌دهندهٔ تابع را دامنهٔ تابع و مجموعهٔ همهٔ مؤلفه‌های دوم این زوج‌های مرتب را برد تابع می‌نامند.

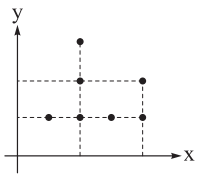
نکته تعداد اعضای دامنهٔ یک تابع همواره بزرگ‌تر از تعداد اعضای برد آن تابع یا مساوی با آن است.

پاسخ خیلی تشریحی با توجه به نکته، در هر تابع باید تعداد اعضای دامنه بزرگ‌تر از یا مساوی با تعداد اعضای برد باشد، پس تابعی با دامنهٔ ۵عضوی و برد ۷عضوی نمی‌توان تعریف کرد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳ حداقل چند نقطه از نقاط نمودار زیر را حذف کنیم تا تبدیل به نمودار یک تابع شود؟



۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱

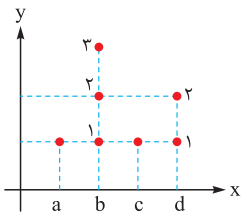
پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint از «آزمون خط عمودی» استفاده کن، هر خط موازی محور y باید نمودار رو حداکثر در یک نقطه قطع کنه، ببین کدوم نقطه‌ها این قانون رو به هم زدن.

نکته یک رابطه، زمانی یک تابع است که در نمودار مختصاتی آن هر خط موازی محور y، نمودار رابطه را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا نمودار را به صورت مقابل در نظر بگیرید:

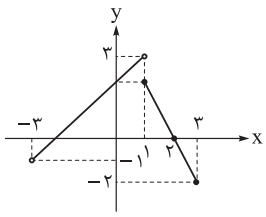


گام دوم: حال با توجه به نکته و تعریف تابع با حذف دو نقطه از میان $\{b_1, b_2, b_3\}$ و یک نقطه از میان $\{d_1, d_2\}$، نمودار تبدیل به نمودار یک تابع می‌شود، پس حداقل باید ۳ نقطه را حذف کنیم.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴ نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. اشتراک دامنه و برد آن کدام است؟



۱) $[-۲,۲]$

۲) $(-۱,۳)$

۳) $(-۱,۲]$

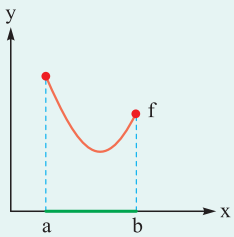
۴) $[-۲,۳)$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

تشخیص دامنهٔ تابع از روی نمودار:

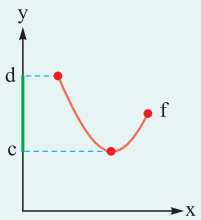
برای پیداکردن دامنهٔ یک تابع از روی نمودار، کافی است نمودار را بر روی محور x تصویر کنیم. مجموعهٔ نقاطی که تصویر نمودار روی محور x پوشش می‌دهد، دامنهٔ تابع است.



دامنهٔ تابع f $= [a , b]$

تشخیص برد تابع از روی نمودار:

برای پیداکردن برد یک تابع از روی نمودار، کافی است نمودار را بر روی محور y تصویر کنیم. مجموعهٔ نقاطی که تصویر نمودار روی محور y پوشش می‌دهد، برد تابع است.



برد تابع f $= [c , d]$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با تصویر نمودار تابع روی محور x، دامنهٔ تابع f را مشخص می‌کنیم:

$$D_f = (-۳ , ۳]$$

گام دوم: حال با تصویر نمودار تابع روی محور y، برد تابع f را مشخص می‌کنیم:

$$R_f = [-۲ , ۳)$$

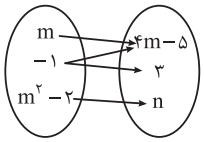
گام سوم: اشتراک دامنه و برد تابع f برابر است با:

$$D_f \cap R_f = (-۳ , ۳] \cap [-۲ , ۳) = [-۲ , ۳)$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵ **نمودار پیکانی مقابل مربوط به یک تابع است. مقدار n کدام است؟**



۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۴

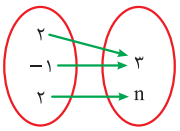
Hint در نمودار پیکانی تابع، از هر عضو دامنه (مجموعهٔ اول) باید دقیقاً یک پیکان خارج بشه، این بهت کمک می‌کنه m رو پیدا کنی.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: با توجه به تعریف تابع برای ورودیِ ۱−، باید یک خروجی داشته باشیم؛ پس باید $۴m-۵$ و ۳ برابر باشند:

$$۴m-۵=۳ \Rightarrow m=۲$$

گام دوم: با جای‌گذاری مقدار $m=۲$ نمودار پیکانی به صورت زیر بازنویسی می‌شود:



بنابراین برای این‌که نمودار پیکانی مقابل مربوط به یک تابع باشد، باید $n=۳$ باشد؛ زیرا به ازای ورودی ۲ خروجی‌های ۳ و ۸ را داریم.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶ رابطهٔ $\{(۷,۸),(m+۳,۶m+۱),(-۱,m+۲),(-۱,m^۲),(۲,۴)\}=f$، تابع است. مقدار $f(۳m-۱)$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۳

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint اول m رو پیدا کن و حواست باشه که مقداری از m رو انتخاب کنی که کل رابطه، تابع باقی بمونه.

نکته در نمایش زوج مرتبی تابع، هیچ دو زوج مرتب متمایزی وجود ندارد که مؤلفهٔ اولشان برابر باشد اما مؤلفه‌های دومشان برابر نباشد.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: با توجه به تعریف تابع و زوج مرتب‌های $(-۱,m+۲)$ و $(-۱,m^۲)$، داریم:

$$m^۲=m+۲ \Rightarrow m^۲-m-۲=۰ \Rightarrow (m+۱)(m-۲)=۰ \Rightarrow m=-۱,۲$$

گام دوم: حال به ازای mهای به‌دست‌آمده تابع f را بازنویسی می‌کنیم:

$m=-۱: f=\{(۲,۴),(-۱,۱),(-۱,۱),(۲,-۵),(۷,۸)\}$ به خاطر دو زوج مرتب $(۴,۲)$ و $(-۵,۲)$ تابع نیست.

$m=۲: f=\{(۲,۴),(-۱,۴),(-۱,۴),(۵,۱۳),(۷,۸)\}$ تابع هست.

گام سوم: بنابراین مقدار m برابر ۲ است و داریم:

$$f(۳m-۱)=f(۵)=۱۳$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷ تابع $f=\{(-۱,۳),(۳,۲),(۲,۳),(۱,۰),(۰,۱),(-۱,۲)\}$ مفروض است. اگر $f(f(k))=k-۱$ باشد، $f(f(k-۱))$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

این سؤال رو باید با «آزمون و خطا» حل کنی، مقادیر k از دامنه رو یکی‌یکی در رابطهٔ $f(f(k))=k-۱$ امتحان کن تا ببینی کدومشون درسته.

درس Box

- اگر در نمایش تابع f به صورت زوج مرتبی، زوج (a,b) وجود داشته باشد، به این معنی است که تابع f، ورودی a را به خروجی b تصویر کرده است.
- این رابطه را به صورت نمادین $f(a)=b$ می‌نویسیم.
- نحوهٔ خواندن: «اِفِ a مساوی b است.»
- مفهوم: «مقدار تابع f در نقطهٔ a برابر b است.»

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا با توجه به دامنهٔ تابع f بررسی می‌کنیم به ازای کدام مقدار k رابطهٔ $f(f(k))=k-۱$ برقرار است:

$$k=۰: f(f(k))=f(\overset{f(۰)=۱}{f(۰)})=f(۱)=۰\neq -۱ \quad \times$$

$$k=-۱: f(f(k))=f(\overset{f(-۱)=۲}{f(-۱)})=f(۲)=۳\neq -۲ \quad \times$$

$$k=۱: f(f(k))=f(\overset{f(۱)=۰}{f(۱)})=f(۰)=۱\neq ۰ \quad \times$$

$$k=۲: f(f(k))=f(\overset{f(۲)=۳}{f(۲)})=f(۳)=-۱\neq ۱ \quad \times$$

$$k=۳: f(f(k))=f(\overset{f(۳)=-۱}{f(۳)})=f(-۱)=۲ \quad \checkmark$$

گام دوم: پس $k=۳$ است. حال با جای‌گذاری $k=۳$، خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$f(f(k-۱))=f(f(۲))=f(۳)=-۱$$

$$\overset{f(۲)=۳}{f(۲)}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸ دو تابع f و g با ضابطه‌های $f(x)=x^۲-۴x+۷$ و $g(x)=۳x-۱$ مفروض‌اند. حاصل $\frac{f(۲-\sqrt{۳})}{g(۱)}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint اول با استفاده از اتحاد مربع کامل، ضابطهٔ $f(x)$ رو ساده کن، بعدش مقادیر $f(۲-\sqrt{۳})$ و $g(۱)$ رو حساب کن و بر هم تقسیم کن.

درس Box

ضابطهٔ تابع (نمایش جبری تابع):

اگر بتوان رابطه‌ای ریاضی (یک تساوی) بین مؤلفه‌های اول (x) و دوم (y) زوج‌های مرتب یک تابع پیدا کرد، به آن تساوی، ضابطه یا نمایش جبری تابع می‌گویند.

مثال اگر در تابعی، مؤلفهٔ دوم (y) هر زوج مرتب، ۳ واحد بیشتر از مؤلفهٔ اول (x) آن باشد، ضابطهٔ تابع را به صورت $y=x+۳$ یا $f(x)=x+۳$ نمایش می‌دهیم.

پیداکردن مقدار تابع با استفاده از ضابطهٔ آن:

اگر ضابطهٔ تابع f را داشته باشیم، برای پیداکردن مقدار تابع (خروجی) به ازای هر عضو از دامنه (ورودی)، کافی است آن عضو را به جای متغیر x در ضابطهٔ تابع قرار دهیم.

مثال اگر ضابطهٔ تابع f به صورت $f(x)=۳x-۲$ و دامنهٔ آن مجموعهٔ $D_f=\{-۱,۰,۳\}$ باشد، برای پیداکردن برد، مقادیر دامنه را در ضابطه قرار می‌دهیم:

$$x=-۱ \Rightarrow f(-۱)=۳(-۱)-۲=-۳-۲=-۵$$

$$x=۰ \Rightarrow f(۰)=۳(۰)-۲=۰-۲=-۲$$

$$x=۳ \Rightarrow f(۳)=۳(۳)-۲=۹-۲=۷$$

در نتیجه، برد تابع f مجموعهٔ $R_f=\{-۵,-۲,۷\}$ است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا ضابطهٔ تابع f را با کمک اتحاد مربع دوجمله‌ای به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x)=x^۲-۴x+۴+۳ \Rightarrow f(x)=(x-۲)^۲+۳$$

گام دوم: حال خواستهٔ سؤال را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{f(۲-\sqrt{۳})}{g(۱)}=\frac{(۲-\sqrt{۳}-۲)^۲+۳}{۳(۱)-۱}=\frac{۳+۳}{۲}=\frac{۶}{۲}=۳$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹ تابع خطی f مفروض است. اگر $f(۲)=۹$ و $f(-۱)=۷$ باشد، مقدار $f(۳)$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) $\frac{۲۹}{۳}$ ۳) $\frac{۲۸}{۳}$ ۴) $\frac{۲۰}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint ضابطهٔ تابع خطی $f(x)=ax+b$ هست، با دو نقطه‌ای که داری $(f(۲)=۹$ و $f(-۱)=۷)$، یک دستگاه دو معادله ـ دو مجهول برای a و b بساز و حلش کن.

نکته هر تابعی را که ضابطهٔ آن به صورت $f(x)=ax+b$ است، را یک تابع خطی می‌نامیم.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** فرض می‌کنیم ضابطهٔ تابع f به صورت $f(x)=ax+b$ باشد، در نتیجه:

$$\left.\begin{matrix} f(۲)=۹ \Rightarrow ۲a+b=۹ \\ f(-۱)=۷ \Rightarrow -a+b=۷ \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} a=\frac{۲}{۳}\ ,\ b=\frac{۲۳}{۳}$$

گام دوم: با جای‌گذاری مقادیر a و b ضابطهٔ تابع f را بازنویسی کرده و مقدار $f(۳)$ را به دست می‌آوریم:

$$f(x)=\frac{۲x+۲۳}{۳} \Rightarrow f(۳)=\frac{۶+۲۳}{۳}=\frac{۲۹}{۳}$$

کتاب درسی **برای یک تابع خطی می‌دانیم که: $f(۲)=۱۱$ و $f(۰)=۷$. نمودار این تابع را رسم کنید و نمایش جبری آن را بنویسید.**

(ریاضی (۱) ـ تمرین ۱۰ صفحهٔ ۱۰۸ کتاب درسی)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰ تابع f با ضابطهٔ $f(x)=2x+1$ مفروض است. اگر برد تابع f مجموعهٔ $[1,7)\cup\{-3\}$ باشد، دامنهٔ تابع f شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

برد تابع خطی $f(x)=ax+b$:

برد تابع خطی به دامنه و علامت شیب (a) بستگی دارد.

۱) برد تابع خطی با شیب مثبت $(a>0)$:

وقتی شیب مثبت است، با افزایش x، مقدار y نیز افزایش می‌یابد، در این حالت، تابع ترتیب را حفظ می‌کند. (ابتدا به ابتدا، انتها به انتها)

- اگر دامنهٔ تابع بازهٔ $[m,n]$ باشد، آن‌گاه برد تابع بازهٔ $[f(m),f(n)]$ است.
- اگر دامنهٔ تابع بازهٔ $[m,+\infty)$ باشد، آن‌گاه برد تابع بازهٔ $[f(m),+\infty)$ است.
- اگر دامنهٔ تابع بازهٔ $(-\infty,m]$ باشد، آن‌گاه برد تابع بازهٔ $(-\infty,f(m)]$ است.

۲) برد تابع خطی با شیب منفی $(a<0)$:

وقتی شیب منفی است، با افزایش x، مقدار y کاهش می‌یابد، در این حالت، تابع ترتیب را برعکس می‌کند. (ابتدا به انتها، انتها به ابتدا)

- اگر دامنهٔ تابع بازهٔ $[m,n]$ باشد، آن‌گاه برد تابع بازهٔ $[f(n),f(m)]$ است.
- اگر دامنهٔ تابع بازهٔ $[m,+\infty)$ باشد، آن‌گاه برد تابع بازهٔ $(-\infty,f(m)]$ است.
- اگر دامنهٔ تابع بازهٔ $(-\infty,m]$ باشد، آن‌گاه برد تابع بازهٔ $[f(m),+\infty)$ است.

نکته

باز یا بسته بودن بازه:

هم‌چنین، اگر هر یک از دو سر بازهٔ دامنهٔ تابع باز باشد، سر متناظرش در برد تابع نیز باز است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: به کمک برد و ضابطهٔ تابع f، دامنهٔ آن را مشخص می‌کنیم:

$$1\le f(x)<7 \Rightarrow 1\le 2x+1<7 \Rightarrow 0\le 2x<6 \Rightarrow 0\le x<3$$

گام دوم: هم‌چنین برای تک‌نقطهٔ $\{-3\}$ داریم:

$$2x+1=-3 \Rightarrow x=-2$$

گام سوم: بنابراین دامنهٔ تابع f برابر است با:

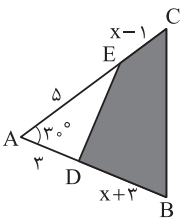
$$D_f=\{-2\}\cup[0,3)$$

که شامل چهار عدد صحیح -2، ۰، ۱ و ۲ است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱ ضابطهٔ تابعی که مساحت چهارضلعی BCED را برحسب x نمایش می‌دهد، کدام است؟



۱) $s(x)=\frac{(x+1)(x+9)}{4}\ ;\ x>-3$

۲) $s(x)=\frac{1}{4}(x+5)^2-4\ ;\ x>1$

۳) $s(x)=\frac{1}{4}(x^2+10x+10)\ ;\ x>3$

۴) $s(x)=\frac{1}{4}(x+5)^2-\frac{15}{4}\ ;\ x>1$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

مساحت چهارضلعی مورد نظر، برابر با «مساحت مثلث بزرگ ABC» منهای «مساحت مثلث کوچک ADE» هست، از فرمول مساحت مثلث با سینوس زاویهٔ بین دو ضلع $(S=\frac{1}{2}ab\sin\theta)$ استفاده کن.

درس Box

چگونه مسائل کاربردی را با توابع مدل‌سازی کنیم؟

برای حل بسیاری از مسائل واقعی (کاربردی)، می‌توانیم از توابع به عنوان یک ابزار قدرتمند ریاضی استفاده کنیم. فرایند تبدیل یک مسئلهٔ واقعی به یک مسئلهٔ ریاضی (تابع) را «مدل‌سازی» می‌گوییم. برای انجام این کار، معمولاً گام‌های زیر را به ترتیب طی می‌کنیم:

۱) **شناسایی و نام‌گذاری متغیرها**: ابتدا، تمام کمیت‌های دخیل در مسئله (مانند طول، سطح، هزینه، زمان و ...) را شناسایی می‌کنیم و برای هر کدام، یک نماد متغیر (مانند x، y، A، B و ...) انتخاب می‌کنیم.

۲) **ایجاد ارتباط و تک‌متغیره‌کردن**: با استفاده از دانش ریاضی خود (مانند روابط هندسی، فرمول‌های فیزیک، یا تعاریف) و هم‌چنین اطلاعات و شروط داده‌شده در مسئله، یک یا چند معادله که این متغیرها را به هم مرتبط می‌کنند، می‌نویسیم، سپس تلاش می‌کنیم تا با استفاده از این روابط، همهٔ متغیرها را براساس تنها یک متغیر اصلی (که به آن متغیر مستقل می‌گوییم) بیان کنیم.

۳) **نوشتن تابع هدف**: کمیتی را که مسئله از ما خواسته (مثلاً کمیتی که قرار است بیشترین یا کم‌ترین مقدارش را پیدا کنیم)، به صورت یک تابع می‌نویسیم. به لطف مرحلهٔ قبل، این تابع باید تنها برحسب همان یک متغیر مستقل نوشته شود.

۴) **تعیین دامنهٔ واقعی تابع**: در گام پایانی، باید دامنه (محدودهٔ قابل قبول) برای متغیر مستقل تابع را پیدا کنیم. این دامنه نه‌تنها براساس محدودیت‌های ریاضی، بلکه براساس محدودیت‌های واقعی و عملی مسئله تعیین می‌شود. (مثلاً طول یا مساحت نمی‌توانند مقادیر منفی داشته باشند، یا تعداد اقلام باید عددی طبیعی باشد.)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به شکل، مساحت چهارضلعی BCED برابر است با:

$$S_{BCED}=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle ADE}$$

گام دوم: حال مساحت مثلث‌های ADE و ABC را مشخص می‌کنیم:

$$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot AC\cdot\sin 30^\circ=\frac{1}{2}(x+6)(x+4)\times\frac{1}{2}=\frac{x^2+10x+24}{4}$$

$$S_{\triangle ADE}=\frac{1}{2}\cdot AD\cdot AE\cdot\sin 30^\circ=\frac{1}{2}\times 3\times 5\times\frac{1}{2}=\frac{15}{4}$$

گام سوم: هم‌چنین توجه کنید که طول اضلاع EC و DB باید مثبت باشد:

$$\begin{cases}x+3>0 \Rightarrow x>-3\\ x-1>0 \Rightarrow x>1\end{cases}\xrightarrow{\cap} x>1$$

گام چهارم: مساحت چهارضلعی BCED برابر است با:

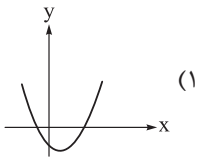
$$S_{BCED}=\frac{x^2+10x+24}{4}-\frac{15}{4}\Rightarrow S_{BCED}=\frac{1}{4}(x^2+10x+9),\ x>1$$

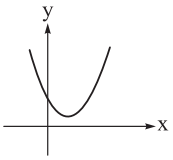
$$\Rightarrow s(x)=\frac{1}{4}((x+5)^2-16),\ x>1\Rightarrow s(x)=\frac{1}{4}(x+5)^2-4,\ x>1$$

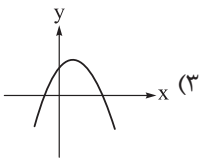
Telegram: @konkur_in

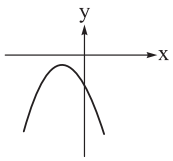
www.konkur.in

۱۲ در کدام سهمی به معادلهٔ $y = ax^2 + bx + c$، حاصل $abc\Delta$ منفی است؟ $(\Delta = b^2 - 4ac)$

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

تعیین علامت‌های Δ، c، b و a در سهمی $y = ax^2 + bx + c$:

- اگر دهانهٔ سهمی رو به بالا $a > 0$ و اگر دهانهٔ سهمی رو به پایین باشد، $a < 0$.
- با توجه به علامت a و علامت طول رأس سهمی $(x = -\frac{b}{2a})$ می‌توانیم علامت b را مشخص کنیم، هم‌چنین b برابر شیب خط مماس بر نمودار سهمی در محل برخورد سهمی با محور y (همان $x = 0$) است.
- عرض نقطهٔ برخورد نمودار سهمی با محور y، مقدار c است، پس علامت c، علامت عرض این نقطه است.
- اگر سهمی با محور x دو نقطهٔ برخورد داشته باشد $\Delta > 0$، اگر تنها یک نقطهٔ برخورد داشته باشد $\Delta = 0$ و اگر هیچ برخوردی نداشته باشد $\Delta < 0$ است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

به کمک درس‌باکس علامت a، b، c و Δ را در هر گزینه مشخص می‌کنیم:

گزینهٔ (۱): $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \\ c < 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Rightarrow abc\Delta > 0$

گزینهٔ (۲): $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \\ c > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Rightarrow abc\Delta > 0$

گزینهٔ (۳): $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \\ c > 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Rightarrow abc\Delta < 0$

گزینهٔ (۴): $\begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \\ c < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Rightarrow abc\Delta > 0$

با توجه به گام قبل، گزینهٔ (۳) پاسخ صحیح است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۳ به ازای چند مقدار صحیح k، خط $y = ۲x + k$ سهمی به معادلهٔ $y = kx - x^۲$ را قطع نمی‌کند؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint اول معادلهٔ خط و سهمی رو مساوی هم قرار بده تا به یک معادلهٔ درجه‌دوم برسی. برای این‌که همدیگر رو قطع نکنن، این معادله نباید ریشهٔ حقیقی داشته باشه، پس Δ اون باید منفی باشه.

درس Box

وضعیت جواب‌های معادلهٔ درجه‌دوم $(ax^۲ + bx + c = ۰)$:

برای بررسی تعداد و نوع ریشه‌های یک معادلهٔ درجه‌دوم، از Δ (دلتا) استفاده می‌کنیم:

$$\Delta = b^۲ - ۴ac$$

- **حالت اول $\Delta > ۰$:**

وضعیت: معادله دو جواب حقیقی متمایز دارد.

فرمول ریشه‌ها: $x_{۱,۲} = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a}$

- **حالت دوم $\Delta = ۰$:**

وضعیت: معادله یک جواب حقیقی (ریشهٔ مضاعف) دارد.

فرمول ریشه: $x_۱ = x_۲ = -\dfrac{b}{۲a}$

- **حالت سوم $\Delta < ۰$:**

وضعیت: معادله جواب حقیقی ندارد.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا معادلهٔ برخورد خط و سهمی را می‌نویسیم:

$$kx - x^۲ = ۲x + k \Rightarrow x^۲ + (۲-k)x + k = ۰$$

گام دوم: برای این‌که خط و سهمی یکدیگر را قطع نکنند، باید معادلهٔ برخورد آن‌ها جواب نداشته باشد، در نتیجه:

$$\Delta < ۰ \Rightarrow (۲-k)^۲ - ۴k < ۰ \Rightarrow k^۲ - ۴k + ۴ - ۴k < ۰ \Rightarrow k^۲ - ۸k + ۴ < ۰ \Rightarrow ۴ - ۲\sqrt{۳} < k < ۴ + ۲\sqrt{۳}$$

گام سوم: با در نظر گرفتن مقدار تقریبی $۱/۷$ برای $\sqrt{۳}$ داریم:

$$۰/۶ < k < ۷/۴$$

بنابراین مقادیر صحیح k در بازهٔ به‌دست‌آمده برابر است با:

$$k = ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۴ جدول تعیین علامت عبارت $P(x)=\frac{۵x-۱}{ax+۳}-۲$ مطابق زیر است. حاصل $a+b$ کدام است؟

x		b		$-\frac{۲}{۳}$	
P(x)	−	۰	+	ت‌ن	−

۱) $\frac{۲۵}{۴}$

۲) ۱۰

۳) -۴

۴) $\frac{۱۱}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint از روی جدول، ریشهٔ صورت (b) و ریشهٔ مخرج $(-\frac{۲}{۳})$ مشخص هستن. با جای‌گذاری ریشهٔ مخرج، a رو پیدا کن، بعد a رو در ضابطه بذار.

نکته

تعیین علامت حاصل‌ضرب و تقسیم عبارت‌ها:

برای تعیین علامت یک عبارت که از ضرب یا تقسیم چند عبارت دیگر تشکیل شده است، از جدول تعیین علامت تجمعی استفاده می‌کنیم:

مراحل انجام کار:

۱) **یافتن ریشه‌ها:** ابتدا ریشهٔ تمام عبارت‌های موجود در صورت و مخرج را به دست می‌آوریم و روی محور اعداد مشخص می‌کنیم.

۲) **تعیین علامت هر عبارت:** جدول تعیین علامت را تشکیل داده و در سطرهای جداگانه، علامت هر یک از عبارت‌ها را در بازه‌های مختلف مشخص می‌کنیم.

۳) **تعیین علامت نهایی:** در سطر آخر جدول، با در نظر گرفتن قوانین ضرب و تقسیم علامت‌ها (تعداد زوجی از منفی‌ها، مثبت و تعداد فردی از آن‌ها منفی می‌شود)، علامت کل عبارت را در هر بازه به دست می‌آوریم.

نکات مهم:

- در ریشه‌های صورت، کل عبارت برابر با صفر است. (به شرطی که هم‌زمان ریشهٔ مخرج نباشد.)
- در ریشه‌های مخرج، کل عبارت تعریف‌نشده است.
- علامت حول ریشه‌های مرتبهٔ زوج و ریشه‌های داخل قدرمطلق عوض نمی‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا عبارت $P(x)$ را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$P(x)=\frac{۵x-۱}{ax+۳}-۲=\frac{(۵-۲a)x-۷}{ax+۳}$$

گام دوم: حال با توجه به جدول تعیین علامت $x=\frac{-۲}{۳}$ ریشهٔ مخرج و $x=b$ ریشهٔ صورت است:

$$a(\frac{-۲}{۳})+۳=۰ \Rightarrow \frac{-۲}{۳}a=-۳ \Rightarrow a=\frac{۹}{۲}$$

گام سوم: با جای‌گذاری مقدار a، عبارت $P(x)$ را بازنویسی کرده و ریشهٔ صورت را مشخص می‌کنیم:

$$P(x)=\frac{-۴x-۷}{\frac{۹}{۲}x+۳} \xrightarrow{P(x)=۰} -۴x-۷=۰ \Rightarrow x=\frac{-۷}{۴}=b \Rightarrow a+b=\frac{۹}{۲}-\frac{۷}{۴}=\frac{۱۱}{۴}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۵ مجموعهٔ جواب‌های معادلهٔ $|\frac{۵x-۷}{۲x+۱}| = \frac{۷-۵x}{۲x+۱}$ کدام است؟

۱) $(-\frac{۱}{۲}, \frac{۷}{۵}]$

۲) $\mathbb{R} - [-\frac{۱}{۲}, \frac{۷}{۵})$

۳) $[\frac{۷}{۵}, +\infty)$

۴) $(-\infty, \frac{۷}{۵}] - \{-\frac{۱}{۲}\}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

قدرمطلق و ویژگی‌های آن:

۱) تعریف قدرمطلق:

قدرمطلق یک عدد حقیقی x، که با نماد $|x|$ نشان داده می‌شود، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$|x| = \begin{cases} x & , x \geq ۰ \\ -x & , x \leq ۰ \end{cases}$$

- اگر x عددی حقیقی و نامنفی باشد (یعنی $x \geq ۰$)، آن‌گاه $|x| = x$.
- اگر x عددی حقیقی و نامثبت باشد (یعنی $x \leq ۰$)، آن‌گاه $|x| = -x$.

۲) چند ویژگی مهم قدرمطلق:

- حاصل قدرمطلق همواره نامنفی است: $|x| \geq ۰$.
- قدرمطلق توان زوج، برابر خود عبارت است: $|x^۲| = x^۲$ (و هم‌چنین $|x|^۲ = x^۲$).
- قدرمطلق در ضرب قابل پخش است: $|xy| = |x|.|y|$.
- قدرمطلق در تقسیم قابل پخش است: $|\frac{x}{y}| = \frac{|x|}{|y|}$ (به شرط $y \neq ۰$).

۳) حل معادلات قدرمطلقی:

برای حل معادلات شامل قدرمطلق از ویژگی‌های زیر استفاده می‌کنیم:

حالت اول: $|A| = B$

- اگر $B \geq ۰$ باشد، آن‌گاه $A = B$ یا $A = -B$.
- اگر $B < ۰$ باشد، معادله جواب ندارد (زیرا حاصل قدرمطلق هرگز منفی نمی‌شود).

حالت دوم: $|A| = |B|$

در این حالت، همواره داریم: $A = B$ یا $A = -B$.

۴) حل نامعادلات قدرمطلقی:

حالت اول: نامعادلات نوع «کوچک‌تر از»:

- اگر $|x| < a$:

اگر $a > ۰$ باشد، آن‌گاه: $-a < x < a$

اگر $a \leq ۰$ باشد، نامعادله جواب ندارد.

- اگر $|x| \leq a$:

اگر $a \geq ۰$ باشد، آن‌گاه: $-a \leq x \leq a$

اگر $a < ۰$ باشد، نامعادله جواب ندارد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

حالت دوم: نامعادلات نوع «بزرگ‌تر از»:

- اگر $|x| > a$:

اگر $a \geq 0$ باشد، آن‌گاه: $x > a$ یا $x < -a$

اگر $a < 0$ باشد، مجموعه‌جواب $\mathbb{R}$ است (زیرا قدرمطلق همواره از عدد منفی بزرگ‌تر است).

- اگر $|x| \geq a$:

اگر $a > 0$ باشد، آن‌گاه: $x \geq a$ یا $x \leq -a$

اگر $a \leq 0$ باشد، مجموعه‌جواب $\mathbb{R}$ است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: با توجه به ویژگی قدرمطلق داریم:

$$\frac{7-5x}{2x+1} \geq 0$$

گام دوم: حال جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = \frac{7-5x}{2x+1}$ را تشکیل می‌دهیم:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{7}{5}$		$+\infty$
$7-5x$		$+$		$+$	0	$-$	
$2x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$P(x)$		$-$	ت ن	$+$	0	$-$	

گام سوم: با توجه به جدول تعیین علامت، مجموعه‌جواب نامعادلهٔ مورد نظر برابر است با:

$$x = (-\frac{1}{2}, \frac{7}{5}]$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۶ اگر $۳ < \frac{۱}{x-۲} < ۲$ باشد، حدود عبارت $\frac{۲x-۱}{x+۱}$ کدام است؟

۱) $(\frac{۱۷}{۱۰}, \frac{۱۲}{۷})$

۲) $(\frac{۱۱}{۱۰}, \frac{۸}{۷})$

۳) $(\frac{۵}{۴}, \frac{۴}{۳})$

۴) $(\frac{۷}{۶}, \frac{۶}{۵})$

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته

تعیین علامت سریع عبارات به فرم $\frac{ax+b}{cx+d}$:

برای تعیین علامت این نوع عبارت‌ها کافی است عبارت را به صورت $(ax+b)(cx+d)$ نگاه کنیم و از تعیین علامت عبارات درجه‌دوم استفاده کنیم، زیرا تعیین علامت ضرب و تقسیم فرقی ندارند، فقط به ریشهٔ مخرج باید توجه کنیم.

در این شرایط اگر علامت مطلوب عبارت با علامت ac یکسان باشد، خارج ریشه‌ها، مجموعه‌جواب‌های نامعادله است (به یکی از صورت $(-\infty, -\frac{d}{c}) \cup (-\frac{b}{a}, +\infty)$ یا $(-\infty, -\frac{b}{a}) \cup (-\frac{d}{c}, +\infty)$) و اگر علامت مطلوب با علامت ac مخالف باشد، بین ریشه‌ها، مجموعه‌جواب‌های نامعادله است (به یکی از صورت‌های $(-\frac{b}{a}, -\frac{d}{c})$ یا $(-\frac{d}{c}, -\frac{b}{a})$).

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا به کمک نکته حدود x را مشخص می‌کنیم:

$$\begin{cases} \frac{۱}{x-۲} > ۲ \Rightarrow \frac{-۲x+۵}{x-۲} > ۰ \xrightarrow{\text{بین ریشه‌ها}} ۲ < x < \frac{۵}{۲} \\ \frac{۱}{x-۲} < ۳ \Rightarrow \frac{-۳x+۷}{x-۲} < ۰ \xrightarrow{\text{خارج ریشه‌ها}} x > \frac{۷}{۳} \text{ یا } x < ۲ \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} \frac{۷}{۳} < x < \frac{۵}{۲}$$

گام دوم: حال برای پیداکردن حدود عبارت $\frac{۲x-۱}{x+۱}$، ابتدا آن را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{۲x-۱}{x+۱} = \frac{۲x+۲-۳}{x+۱} = \frac{۲(x+۱)-۳}{x+۱} = ۲ - \frac{۳}{x+۱}$$

و سپس از روی حدود x، حدود عبارت را مشخص می‌کنیم:

$$\frac{۷}{۳} < x < \frac{۵}{۲} \Rightarrow \frac{۱۰}{۳} < x+۱ < \frac{۷}{۲} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{۲}{۷} < \frac{۱}{x+۱} < \frac{۳}{۱۰}$$

$$\Rightarrow \frac{۶}{۷} < \frac{۳}{x+۱} < \frac{۹}{۱۰} \Rightarrow \frac{-۹}{۱۰} < \frac{-۳}{x+۱} < \frac{-۶}{۷}$$

$$\Rightarrow \frac{۱۱}{۱۰} < ۲ - \frac{۳}{x+۱} < \frac{۸}{۷} \Rightarrow \frac{۱۱}{۱۰} < \frac{۲x-۱}{x+۱} < \frac{۸}{۷}$$

یه‌جور دیگه

گام اول را می‌توانیم به صورت زیر هم بنویسیم:

$$۲ < \frac{۱}{x-۲} < ۳ \Rightarrow \frac{۱}{۳} < x-۲ < \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{۷}{۳} < x < \frac{۵}{۲}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۷ در بازهٔ (a,b) عبارت $۵x^۲+۶۳x+۳۶$ منفی و عبارت $|\frac{x-۲}{۳}|$ بزرگ‌تر از ۲ است. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۴

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

دوتا نامعادله داری، اولی یک نامعادلهٔ درجه‌دو هست، دومی یک نامعادلهٔ قدرمطلقی، جواب هر کدوم رو جدا پیدا کن و بعد بینشون «اشتراک» بگیر.

درس Box

تعیین علامت عبارت درجه‌دوم $(ax^۲+bx+c)$:

علامت عبارت درجه‌دوم به مقدار دلتا $(\Delta=b^۲-۴ac)$ و علامت ضریب a بستگی دارد. سه حالت کلی برای تعیین علامت وجود دارد:

حالت اول: $(\Delta>۰)$

معادله دو ریشهٔ حقیقی متمایز $(x_۱$ و $x_۲)$ دارد. علامت عبارت در بازهٔ بین دو ریشه، مخالف علامت a و در خارج از دو ریشه، موافق علامت a است.

حالت دوم: $(\Delta=۰)$

معادله یک ریشهٔ حقیقی مضاعف $(x_۱)$ دارد. علامت عبارت در همه‌جا موافق علامت a است. به‌جز در خود ریشه که مقدار عبارت صفر می‌شود.

حالت سوم: $(\Delta<۰)$

معادله ریشهٔ حقیقی ندارد. علامت عبارت برای تمام مقادیر x، همواره موافق علامت a است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا مجموعهٔ جواب‌های هر نامعادله را به صورت جداگانه مشخص می‌کنیم:

$$۵x^۲+۶۳x+۳۶<۰ \Rightarrow (۵x+۳)(x+۱۲)<۰ \Rightarrow -۱۲<x<-\frac{۳}{۵}$$

$$|\frac{x-۲}{۳}|>۲ \Rightarrow \begin{cases}\frac{x-۲}{۳}>۲ \Rightarrow x-۲>۶ \Rightarrow x>۸\\ \frac{x-۲}{۳}<-۲ \Rightarrow x-۲<-۶ \Rightarrow x<-۴\end{cases} \Rightarrow x\in(-\infty,-۴)\cup(۸,+\infty)$$

گام دوم: حال برای این‌که هر دو نامعادله هم‌زمان برقرار باشند، اشتراک مجموعهٔ جواب‌های هر دو نامعادله را مشخص می‌کنیم:

$$((-\infty,-۴)\cup(۸,+\infty))\cap(-۱۲,\frac{-۳}{۵})=(-۱۲,-۴)$$

بنابراین بیشترین مقدار $b-a$ برابر است با:

$$-۴-(-۱۲)=۸$$

کنکور

در بازهٔ (a,b) عبارت $۱۵x^۲+۷۳x+۱۴$ منفی و عبارت $|\frac{x-۱}{۲}-۱|$ بزرگ‌تر از سه است. بیشترین مقدار $(b-a)$ کدام است؟ *(سؤال ۱۱۲ کنکور تجربی ۱۴۰۲ ـ نوبت اول)*

۱) $\frac{۵}{۳}$ ۲) $\frac{۲۳}{۳}$ ۳) $\frac{۴}{۱۵}$ ۴) $\frac{۶۷}{۱۵}$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۸ مجموعه‌جواب‌های نامعادلهٔ $5x^2+x-12<2|x|(2x+1)$، بازهٔ (a,b) است. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) $\frac{14}{3}$ ۳) ۵ ۴) $\frac{16}{3}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint باید از «تعیین علامت» برای عبارت داخل قدرمطلق $(|x|)$ استفاده کنی، مسئله رو به بازهٔ $x\geq 0$ و $x<0$ تقسیم کن. در هر بازه، قدرمطلق رو بردار و نامعادلهٔ درجه‌دو رو حل کن. در آخر، جواب‌های به‌دست‌اومده رو «اجتماع» بگیر.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: با توجه به ریشهٔ عبارت داخل قدرمطلق، نامعادله را در دو حالت حل می‌کنیم:

$$x\geq 0: 5x^2+x-12<2(x)(2x+1)$$

$$\Rightarrow 5x^2+x-12<4x^2+2x \Rightarrow x^2-x-12<0 \Rightarrow -3<x<4, x\geq 0 \Rightarrow 0\leq x<4$$

$$x<0: 5x^2+x-12<2(-x)(2x+1)$$

$$\Rightarrow 5x^2+x-12<-4x^2-2x \Rightarrow 9x^2+3x-12<0 \Rightarrow 3x^2+x-4<0 \Rightarrow -\frac{4}{3}<x<1, x<0 \Rightarrow -\frac{4}{3}<x<0$$

گام دوم: حال اجتماع مجموعه‌جواب‌های به‌دست‌آمده، مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ اصلی است:

$$(-\frac{4}{3},0)\cup[0,4)=(-\frac{4}{3},4) \Rightarrow \max\{b-a\}=4-(-\frac{4}{3})=\frac{16}{3}$$

یه‌جور دیگه می‌توانیم کمی عجیب‌تر به نامعادله فکر کنیم:

$$5x^2+x-12<4x|x|+2|x| \Rightarrow (4x^2-4x|x|+x^2)+(x-2|x|)-12<0$$

دقت کنید که $5x^2$ را به صورت $4x^2+x^2$ نوشته‌ایم:

$$\Rightarrow (2|x|-x)^2-(2|x|-x)-12=[(2|x|-x)-4][(2|x|-x)+3]<0$$

$$\xrightarrow{\text{بین ریشه‌ها}} -3<2|x|-x<4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{x<0} -3<-3x<4 \xrightarrow{\div(-3)} -\frac{4}{3}<x<1 \xrightarrow{x<0} -\frac{4}{3}<x<0 \\ \xrightarrow{x\geq 0} -3<x<4 \xrightarrow{x\geq 0} 0\leq x<4 \end{cases}$$

با اجتماع مجموعه‌جواب‌های بالا، مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ اصلی به دست می‌آید:

$$\Rightarrow x\in(-\frac{4}{3},4)$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۹ **یک سهمی از سه نقطهٔ $(-۹,-۲)$، $(۳,۲)$ و $(-۲۴,۸)$ عبور می‌کند. مساحت بزرگ‌ترین مثلثی که بین این سهمی و محور x در عرض‌های مثبت محصور می‌شود، کدام است؟**

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۲

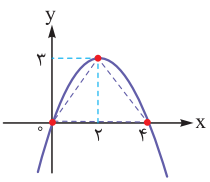
Hint ضابطهٔ سهمی رو $y=ax^۲+bx+c$ در نظر بگیر، با سه نقطه‌ای که داری، سه معادله بساز و a، b و c رو پیدا کن. بعد ریشه‌ها (محل برخورد با محور xها) و رأس سهمی (ارتفاع مثلث) رو پیدا کن تا مساحت رو حساب کنی.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا فرض می‌کنیم معادلهٔ سهمی به صورت $y=ax^۲+bx+c$ باشد. به کمک نقاط، معادلهٔ سهمی را مشخص می‌کنیم:

$$\left.\begin{matrix} f(۲)=۴a+۲b+c=۳ \\ f(-۲)=۴a-۲b+c=-۹ \end{matrix}\right\} \Rightarrow ۴b=۱۲ \Rightarrow b=۳$$

$$f(۸)=۶۴a+۸b+c=-۲۴ \xrightarrow{b=۳} \begin{cases} ۶۴a+c=-۴۸ \\ ۴a+c=-۳ \end{cases} \Rightarrow a=-\frac{۳}{۴}, c=۰$$

گام دوم: با جای‌گذاری مقادیر به‌دست‌آمده برای a، b و c معادلهٔ سهمی را بازنویسی کرده و نمودار آن را رسم می‌کنیم:



$$y=-\frac{۳}{۴}x^۲+۳x$$

گام سوم: با توجه به شکل، بزرگ‌ترین مثلث محصور بین سهمی و محور x در عرض‌های مثبت، مثلثی است که یک رأس آن روی رأس سهمی و دو رأس دیگر روی محل‌های برخورد سهمی با محور x باشد:

$$S=\frac{۱}{۲}\times ۴\times ۳=۶$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۰ تابع خطی f مفروض است. اگر $x=\frac{۲}{۳}$ تنها جواب معادلهٔ $f(۱)x^۲-f(۲)x+۶=۰$ باشد، مقدار $f(۰)$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۴ ۲) $\frac{۹}{۲}$ ۳) ۸ ۴) ۹

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا ضابطهٔ تابع f را به صورت $f(x)=ax+b$ در نظر گرفته و معادله را بازنویسی می‌کنیم:

$$\begin{cases} f(۱)=a+b \\ f(۲)=۲a+b \end{cases} \xrightarrow{f(۱)x^۲-f(۲)x+۶=۰} (a+b)x^۲-(۲a+b)x+۶=۰ \quad (۱)$$

گام دوم: معادلهٔ درجه‌دوم بالا تنها یک جواب $x=\frac{۲}{۳}$ را دارد، پس معادله باید به فرم $(a+b)(x-\frac{۲}{۳})^۲=۰$ باشد و در نتیجه:

$$(a+b)(x^۲-\frac{۴}{۳}x+\frac{۴}{۹})=۰ \Rightarrow (a+b)x^۲-\frac{۴}{۳}(a+b)x+\frac{۴}{۹}(a+b)=۰ \quad (۲)$$

گام سوم: دو معادلهٔ (۱) و (۲) باید یکسان باشند، پس ضرایب را نظیربه‌نظیر با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$\left.\begin{cases} a+b=a+b \\ \frac{۴}{۳}(a+b)=۲a+b \\ \frac{۴}{۹}(a+b)=۶ \end{cases}\right\} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} a=\frac{۹}{۲}, b=۹$$

گام چهارم: با جای‌گذاری مقادیر a و b ضابطهٔ تابع f را بازنویسی کرده و مقدار $f(۰)$ را مشخص می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{۹}{۲}x+۹ \Rightarrow f(۰)=۹$$

گام پنجم: در یک حالت دیگر اگر $f(۱)=۰$ باشد، معادله درجه‌یک می‌شود و فقط یک جواب دارد:

$$f(۱)=a+b=۰ \quad (۳)$$

از طرفی جواب معادلهٔ $-f(۲)x+۶=۰$ باید $x=\frac{۲}{۳}$ باشد:

$$\Rightarrow -\frac{۲}{۳}f(۲)+۶=۰ \Rightarrow f(۲)=۹ \Rightarrow ۲a+b=۹ \quad (۴)$$

گام ششم: از حل معادلات (۳) و (۴) مقادیر a و b به ترتیب $a=۹$ و $b=-۹$ و در نتیجه ضابطهٔ تابع f به صورت $f(x)=۹x-۹$ به دست می‌آید. در این حالت $f(۰)=-۹$ است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۱ **کدام مورد زیر در تعریف nضلعی وجود ندارد؟**

۱) nضلعی شامل n $(n \geq ۳)$ پاره‌خط متوالی است.

۲) هر پاره‌خط، دقیقاً دو پاره‌خط دیگر را در نقاط انتهایی خودش قطع می‌کند.

۳) هر دو پاره‌خط که در یک انتها مشترک‌اند، روی یک خط قرار ندارند.

۴) با در نظر گرفتن خط شامل هر ضلع آن، بقیهٔ نقاط nضلعی در یک طرف آن خط قرار می‌گیرند.

مشاوره این سؤال براساس تعریف nضلعی در متن صفحهٔ ۵۴ کتاب درسی هندسهٔ ۱ طراحی شده است و بر تفاوت تعریف چندضلعی به طور کلی با چندضلعی محدب تأکید دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

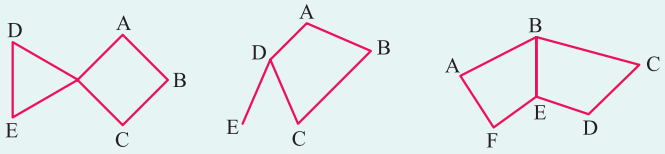
تعریف چندضلعی (nضلعی):

nضلعی شکلی است شامل n $(n \geq ۳)$ پاره‌خط متوالی که:

۱) هر پاره‌خط، دقیقاً دو پاره‌خط دیگر را در نقاط انتهایی خودش قطع کند.

۲) هر دو پاره‌خط که در یک انتها مشترک‌اند، روی یک خط نباشند.

با توجه به تعریف فوق، شکل‌های زیر نمی‌توانند به چند ضلعی‌ها تعلق داشته باشند.

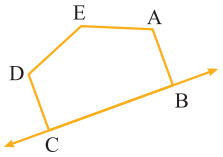


پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مطابق درس‌باکس، جملات ارائه شده در گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) همگی به تعریف nضلعی تعلق دارند.

گام دوم: یک nضلعی را محدب گوییم، هرگاه با در نظر گرفتن خط شامل هر ضلع آن، بقیهٔ نقاط چندضلعی در یک طرف آن خط واقع شوند.

بنابراین جملهٔ گزینهٔ (۴) مربوط به تعریف چندضلعی محدب است و به تعریف چندضلعی در حالت کلی ربطی ندارد.



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۲ طول‌های اضلاع یک مثلث، ۱۰، ۱۲/۵ و ۱۵ واحد و طول بلندترین ضلع مثلثی متشابه آن ۲۵ واحد است. محیط مثلث دوم کدام است؟

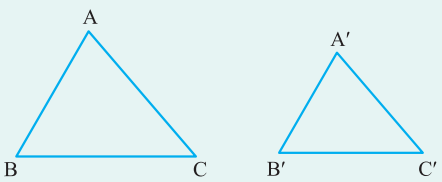
۱) ۶۰
۲) ۶۲/۵
۳) ۶۷/۵
۴) ۷۵

مشاوره این سؤال مشابه تمرین ۱ صفحهٔ ۴۸ کتاب درسی هندسهٔ ۱ طراحی شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint
نسبت تشابه دو مثلث را به کمک بلندترین ضلع دو مثلث تعیین کنید.

درس Box



نسبت محیط‌های دو مثلث متشابه برابر نسبت تشابه دو مثلث است.

$$\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{A'B'C'} \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = k \Rightarrow \frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}} = \frac{AB+AC+BC}{A'B'+A'C'+B'C'} = k$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: نسبت تشابه دو مثلث برابر نسبت اندازهٔ اضلاع متناظر آن‌ها است. با توجه به این که طول بلندترین ضلع مثلث اول برابر ۱۵ است، پس نسبت تشابه این دو مثلث برابر است با:

$$k = \frac{۱۵}{۲۵} = \frac{۳}{۵}$$

گام دوم: مطابق درس‌باکس، نسبت محیط‌های دو مثلث متشابه برابر نسبت تشابه دو مثلث است، پس داریم:

$$\frac{P_۱}{P_۲} = k \Rightarrow \frac{۱۰+۱۲/۵+۱۵}{P_۲} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow \frac{۳۷/۵}{P_۲} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow P_۲ = ۶۲/۵$$

کتاب درسی

طول‌های اضلاع یک مثلث ۱۰، ۱۲ و ۱۵ سانتی‌متر است و طول بلندترین ضلع مثلثی متشابه آن، ۱۰ سانتی‌متر است. محیط مثلث دوم را به دست آورید.

(هندسهٔ (۱) ـ تمرین ۱ صفحه ۴۸ کتاب درسی)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۳ **اگر اندازه‌های دو زاویهٔ مجاور متوازی‌الاضلاعی برحسب درجه برابر $3x-10$ و $x+30$ باشند، کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند اندازهٔ یکی از زاویه‌های آن برحسب درجه باشد؟**

۱) ۳۰ ۲) ۵۰ ۳) ۶۰ ۴) ۷۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

در متوازی‌الاضلاع، هر دو زاویهٔ مجاور، مکمل یکدیگرند، پس به کمک این موضوع، مقدار x را محاسبه کنید.

درس Box

ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع:

۱) در متوازی‌الاضلاع، هر دو ضلع مقابل، هم‌اندازه‌اند و برعکس.

۲) در متوازی‌الاضلاع، هر دو زاویهٔ مجاور، مکمل یکدیگرند و برعکس.

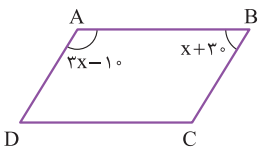
۳) در متوازی‌الاضلاع، هر دو زاویهٔ مقابل، هم‌اندازه‌اند و برعکس.

۴) در متوازی‌الاضلاع، قطرها منصف یکدیگرند و برعکس.

۵) هر چهارضلعی که دو ضلع مقابل آن هم‌اندازه و موازی باشند، متوازی‌الاضلاع است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مطابق شکل فرض کنید در متوازی‌الاضلاع $ABCD$، $\hat{A}=3x-10^\circ$ و $\hat{B}=x+30^\circ$ باشند. می‌دانیم در متوازی‌الاضلاع، هر دو زاویهٔ مجاور، مکمل یکدیگرند، پس داریم:



$$\hat{A}+\hat{B}=180^\circ \Rightarrow 3x-10^\circ+x+30^\circ=180^\circ \Rightarrow 4x=160^\circ \Rightarrow x=40^\circ$$

گام دوم: با جای‌گذاری مقدار x، اندازهٔ هر یک از دو زاویه را به دست می‌آوریم.

$$\hat{A}=3(40^\circ)-10^\circ=110^\circ$$

$$\hat{B}=40^\circ+30^\circ=70^\circ$$

بنابراین اندازهٔ زوایای این متوازی‌الاضلاع برابر 70° و 110° است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۴ **اگر تعداد اضلاع یک n‌ضلعی دو برابر شود، تعداد قطرهای آن ۵ برابر می‌شود. هر زاویهٔ خارجی یک $(n+1)$ ضلعی منتظم چند درجه است؟**

۱) ۳۰ ۲) ۳۶ ۳) ۴۰ ۴) ۴۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint مجموع زوایای خارجی هر چندضلعی دلخواه، همواره برابر 360° است.

درس Box

۱) تعداد قطرهای یک n‌ضلعی از رابطهٔ $\frac{n(n-3)}{2}$ به دست می‌آید.

۲) مجموع زوایای داخلی هر n‌ضلعی محدب برابر $(n-2)\times 180^\circ$ است، بنابراین اندازهٔ هر زاویهٔ داخلی یک n‌ضلعی منتظم از رابطهٔ $\frac{(n-2)\times 180^\circ}{n}$ به دست می‌آید.

۳) مجموع زوایای خارجی هر n‌ضلعی محدب برابر 360° است، بنابراین اندازهٔ هر زاویهٔ خارجی یک n‌ضلعی منتظم از رابطهٔ $\frac{360^\circ}{n}$ به دست می‌آید.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: می‌دانیم تعداد قطرهای یک n‌ضلعی برابر $\frac{n(n-3)}{2}$ است، پس با توجه به فرض سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{\frac{2n(2n-3)}{2}}{\frac{n(n-3)}{2}}=5 \Rightarrow \frac{2(2n-3)}{n-3}=5 \Rightarrow 4n-6=5n-15 \Rightarrow n=9$$

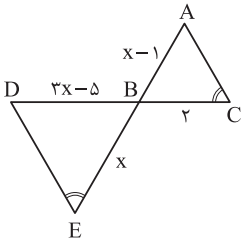
گام دوم: با توجه به مقدار به‌دست‌آمده برای n، $(n+1)$ضلعی منتظم در واقع یک ۱۰ضلعی منتظم است که براساس مورد شماره (۳) درس‌باکس داریم:

اندازهٔ هر زاویهٔ خارجی ۱۰ضلعی منتظم $=\frac{360^\circ}{10}=36^\circ$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۵ در شکل زیر $\hat{C}=\hat{E}$ است. اگر دو مثلث هم‌نهشت نباشند، نسبت مساحت مثلث ABC به مساحت مثلث BDE کدام است؟



۱) ۰/۱۶

۲) ۰/۲۵

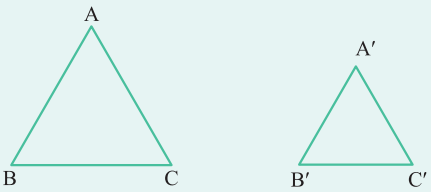
۳) ۰/۳۶

۴) ۰/۶۴

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint نشان دهید دو مثلث متشابه‌اند و نسبت تشابه آن‌ها را تعیین کنید.

درس Box

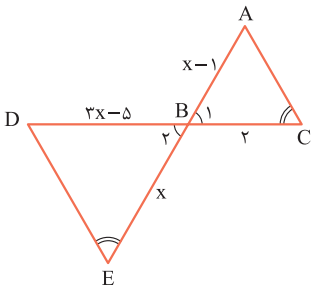


نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه، مربع نسبت تشابه دو مثلث است.

$$\overset{\Delta}{ABC}\sim\overset{\Delta}{A'B'C'}\Rightarrow\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}=k\Rightarrow\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}}=k^{2}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: دو مثلث ABC و DBE متشابه‌اند، زیرا داریم:



$$\left.\begin{array}{l}(\text{متقابل به رأس})\ \hat{B}_1=\hat{B}_2\\(\text{طبق فرض})\ \hat{C}=\hat{E}\end{array}\right\}\Rightarrow\overset{\Delta}{ABC}\sim\overset{\Delta}{DBC}$$

گام دوم: نسبت اضلاع متناظر را در این دو مثلث نوشته و مقدار x را پیدا می‌کنیم.

$$\frac{AB}{DB}=\frac{BC}{BE}\Rightarrow\frac{x-1}{3x-5}=\frac{2}{x}\Rightarrow x(x-1)=2(3x-5)\Rightarrow x^{2}-x=6x-10\Rightarrow x^{2}-7x+10=0$$

$$\Rightarrow(x-2)(x-5)=0\Rightarrow\begin{cases}x=2\\x=5\end{cases}$$

گام سوم: به ازای هر کدام از مقادیر x، نسبت تشابه را محاسبه می‌کنیم.

$$k=\frac{BC}{BE}\Rightarrow\begin{cases}x=2\Rightarrow k=\frac{2}{2}=1 & \text{(دومثلث هم‌نهشت نیستند.) غ ق ق}\\ x=5\Rightarrow k=\frac{2}{5}\end{cases}$$

گام چهارم: نسبت مساحت دو مثلث برابر است با:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{DBE}}=k^{2}=(\frac{2}{5})^{2}=\frac{4}{25}=0/16$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۶ **دو مستطیل متشابه‌اند. اگر طول یکی از آن‌ها برابر با عرض مستطیل دیگر و طول مستطیل بزرگ‌تر چهار برابر عرض مستطیل کوچک‌تر باشد، نسبت طول قطر مستطیل کوچک‌تر به طول قطر مستطیل بزرگ‌تر کدام است؟**

۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۳) $\frac{۱}{۴}$

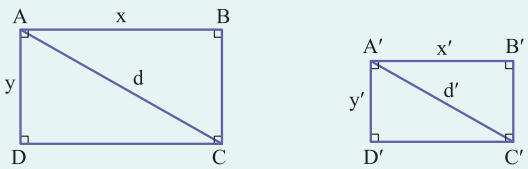
۴) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint نسبت طول به عرض در هر کدام از دو مستطیل، مقدار یکسانی است.

درس Box دو چندضلعی را متشابه گوییم، هرگاه زاویه‌های نظیر آن‌ها برابر و اضلاع نظیر آن‌ها متناسب باشند.

با توجه به تعریف فوق اگر دو مستطیل $ABCD$ و $A'B'C'D'$ متشابه باشند، آن‌گاه داریم:



۱) نسبت طول به عرض در مستطیل‌ها یکسان است؛ زیرا داریم:

$$\frac{x}{x'}=\frac{y}{y'}=k \Rightarrow \frac{x}{y}=\frac{x'}{y'} \quad (k=\text{نسبت تشابه})$$

۲) نسبت اندازهٔ قطرها در دو مستطیل برابر نسبت تشابه آن‌ها است.

$$\frac{d}{d'}=\frac{\sqrt{x^۲+y^۲}}{\sqrt{x'^۲+y'^۲}}=\frac{\sqrt{k^۲x'^۲+k^۲y'^۲}}{\sqrt{x'^۲+y'^۲}}=k$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** اگر طول و عرض مستطیل کوچک‌تر به ترتیب برابر x و y باشند، آن‌گاه طبق فرض سؤال طول مستطیل بزرگ‌تر برابر $۴y$ و عرض مستطیل بزرگ‌تر برابر x خواهد بود. چون دو مستطیل متشابه‌اند، پس طبق مورد (۱) درس‌باکس، نسبت طول به عرض در آن‌ها یکسان است؛ یعنی داریم:

$$\frac{x}{y}=\frac{۴y}{x} \Rightarrow x^۲=۴y^۲$$

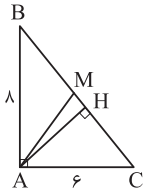
گام دوم: نسبت طول قطر مستطیل‌ها برابر است با:

$$\frac{\text{طول قطر مستطیل کوچک}}{\text{طول قطر مستطیل بزرگ}}=\frac{\sqrt{x^۲+y^۲}}{\sqrt{(۴y)^۲+x^۲}}=\frac{\sqrt{۴y^۲+y^۲}}{\sqrt{۱۶y^۲+۴y^۲}}=\frac{\sqrt{۵}y}{۲\sqrt{۵}y}=\frac{۱}{۲}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۷ در شکل زیر، مثلث ABC در رأس A قائم‌الزاویه، M وسط وتر BC و AH ارتفاع وارد بر BC است. طول پاره‌خط MH کدام است؟



۱) ۱/۷

۲) ۱/۶

۳) ۱/۵

۴) ۱/۴

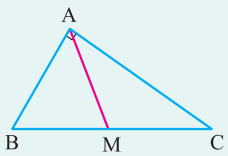
مشاوره سؤالات ترکیبی از ویژگی‌های مثلث قائم‌الزاویه (میانهٔ وارد بر وتر، ویژگی زاویه‌های 15°، 30°، 45° و 60°) و روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه از سؤالات مورد علاقهٔ طراحان کنکور است و طراحی چنین سؤالاتی در امتحانات تشریحی پایهٔ دهم نیز دور از ذهن نیست.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint با استفاده از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه، طول ارتفاع AH را محاسبه کنید.

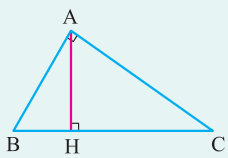
درس Box

۱) در هر مثلث قائم‌الزاویه، اندازهٔ میانهٔ وارد بر وتر، نصف اندازهٔ وتر است و برعکس؛ اگر در یک مثلث، اندازهٔ یک میانه، نصف اندازهٔ ضلع مقابل آن باشد، آن مثلث قائم‌الزاویه است.



$$\hat{A}=90^\circ \Leftrightarrow AM=\frac{1}{2}BC$$

۲) در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC $(\hat{A}=90^\circ)$، اگر AH ارتفاع وارد بر وتر باشد، آن‌گاه طبق روابط طولی مثلث قائم‌الزاویه داریم:



$$AH\times BC=AB\times AC$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث ABC داریم:

$$BC^2=AB^2+AC^2=8^2+6^2=10^2 \Rightarrow BC=10$$

از طرفی می‌دانیم اندازهٔ میانهٔ وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه، نصف اندازهٔ وتر است، پس:

$$AM=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times 10=5$$

گام دوم: طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC می‌توان نوشت:

$$AH\times BC=AB\times AC \Rightarrow AH\times 10=8\times 6 \Rightarrow AH=4/8$$

گام سوم: در مثلث قائم‌الزاویهٔ AMH بنابر قضیهٔ فیثاغورس داریم:

$$MH^2=AM^2-AH^2=5^2-(4/8)^2=\underbrace{(5-4/8)}_{0/2}\underbrace{(5+4/8)}_{9/8}=1/96 \Rightarrow MH=1/4$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۸ در یک چهارضلعی محدب که متوازی‌الاضلاع نیست، طول‌های دو ضلع مقابل به ترتیب ۵ و ۲ هستند. وسط‌های دو قطر چهارضلعی و وسط‌های دو ضلع مقابل دیگر را به هم وصل می‌کنیم تا یک چهارضلعی جدید پدید آید. محیط چهارضلعی جدید کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۱۲ ۴) ۱۴

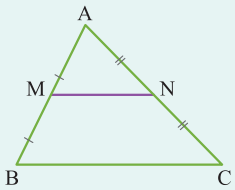
پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

نشان دهید چهارضلعی حاصل، یک متوازی‌الاضلاع است.

درس Box

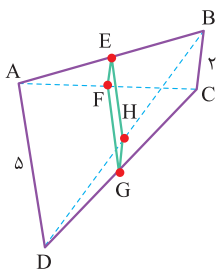
فرض کنید در مثلث ABC، نقاط M و N به ترتیب وسط اضلاع AB و AC باشند. در این صورت داریم:



$$\frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC}=۱ \xrightarrow{\text{عکس قضیهٔ تالس}} MN \parallel BC$$

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{MN}{BC}=\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow MN=\frac{۱}{۲}BC$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔



گام اول: مطابق شکل، نقطه‌های E و G، وسط‌های دو ضلع AB و CD و نقاط F و H، وسط‌های دو قطر AC و BD هستند. طبق فرض $BC=۲$ و $AD=۵$ است.

مطابق شکل در مثلث ABC، نقاط E و F به ترتیب وسط اضلاع AB و AC هستند، پس طبق درس‌باکس، $EF \parallel BC$ و $EF=\frac{۱}{۲}BC=۱$. به طور مشابه در مثلث BCD، نقاط G و H به ترتیب وسط اضلاع CD و BD هستند، پس $GH \parallel BC$ و $GH=\frac{۱}{۲}BC=۱$.

گام دوم: با استدلال مشابه گام اول نتیجه می‌گیریم $EH \parallel AD$، $EH=\frac{۱}{۲}AD=\frac{۵}{۲}$، $FG \parallel AD$ و $FG=\frac{۱}{۲}AD=\frac{۵}{۲}$، یعنی چهارضلعی EFGH متوازی‌الاضلاع است و محیط آن برابر است با:

$$۲(EF+FG)=۲(۱+\frac{۵}{۲})=۷$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۹ **نیمسازهای زاویه‌های داخلی مستطیلی به ابعاد ۴ و ۶ را رسم می‌کنیم تا چهارضلعی جدیدی پدید آید. طول یکی از قطرهای چهارضلعی جدید کدام است؟**

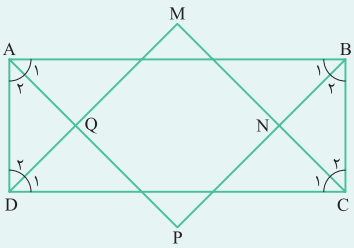
۱) ۲ ۲) $\sqrt{۲}$

۳) ۳ ۴) $۲\sqrt{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint از برخورد هر دو نیمساز داخلی یک مستطیل، یک مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین پدید می‌آید.

درس Box ۱) از برخورد نیمسازهای زوایای داخلی هر مستطیل، یک مربع پدید می‌آید. برای اثبات این موضوع مستطیل ABCD را مطابق شکل درنظر بگیرید.



$$\hat{A}_۱ = \hat{B}_۱ = \frac{۹۰^\circ}{۲} = ۴۵^\circ \xrightarrow{\Delta APB} \hat{P} = ۹۰^\circ$$

$$\hat{C}_۱ = \hat{D}_۱ = \frac{۹۰^\circ}{۲} = ۴۵^\circ \xrightarrow{\Delta CMD} \hat{M} = ۹۰^\circ$$

$$\hat{B}_۲ = \hat{C}_۲ = \frac{۹۰^\circ}{۲} = ۴۵^\circ \xrightarrow{\Delta BNC} B\hat{N}C = ۹۰^\circ \Rightarrow M\hat{N}P = ۹۰^\circ$$

$$\hat{A}_۲ = \hat{D}_۲ = \frac{۹۰^\circ}{۲} = ۴۵^\circ \xrightarrow{\Delta AQD} A\hat{Q}D = ۹۰^\circ \Rightarrow M\hat{Q}P = ۹۰^\circ$$

یعنی هر ۴ زاویهٔ این چهارضلعی برابر ۹۰° است. از طرفی داریم:

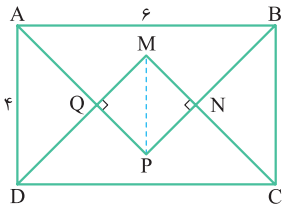
$$\left.\begin{array}{l} \Delta CMD: \hat{C}_۱ = \hat{D}_۱ = ۴۵^\circ \Rightarrow CM = DM \\ \Delta BNC \cong \Delta AQD \Rightarrow CN = DQ \end{array}\right\} \Rightarrow CM - CN = DM - DQ \Rightarrow MN = MQ$$

پس دو ضلع مجاور این چهارضلعی برابرند و در نتیجه چهارضلعی MNPQ مربع است.

۲) اگر اندازهٔ طول و عرض مستطیل اولیه به ترتیب برابر a و b باشد، طول هر ضلع مربع حاصل برابر $\frac{a-b}{\sqrt{۲}}$ است. برای اثبات این موضوع مطابق شکل فوق داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta CMD: CD^۲ = CM^۲ + DM^۲ \xrightarrow{CM=DM} a^۲ = ۲CM^۲ \Rightarrow CM = \frac{a}{\sqrt{۲}} \\ \Delta BNC: BC^۲ = CN^۲ + BN^۲ \xrightarrow{CN=BN} b^۲ = ۲CN^۲ \Rightarrow CN = \frac{b}{\sqrt{۲}} \end{array}\right\} \Rightarrow MN = \frac{a-b}{\sqrt{۲}}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** مطابق درس‌باکس از برخورد نیمسازهای زوایای داخلی مستطیلی به ابعاد ۴ و ۶، مربعی پدید می‌آید که اندازهٔ هر ضلع آن برابر است با:



$$MN = \frac{۶-۴}{\sqrt{۲}} = \frac{۲}{\sqrt{۲}}$$

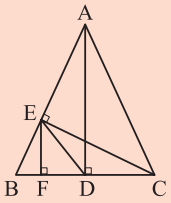
گام دوم: اندازهٔ هر قطر مربع، $\sqrt{۲}$ برابر اندازهٔ ضلع آن است، پس داریم:

$$MP = \sqrt{۲} \times MN = \sqrt{۲} \times \frac{۲}{\sqrt{۲}} = ۲$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۰ در شکل زیر، مثلث ABC متساوی‌الساقین $(AB = AC)$ بوده و $AB = 2CE$ است. اگر $DE = 6$ باشد، مساحت مثلث BEC کدام است؟



۱) ۹

۲) ۱۲

۳) ۱۸

۴) ۲۴

مشاوره این سؤال مشابه سؤال ۲۷ کنکور ریاضی داخل نوبت اول ۱۴۰۴ طراحی شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

اندازهٔ زاویهٔ A و به کمک آن اندازهٔ زاویه BCE را تعیین کنید.

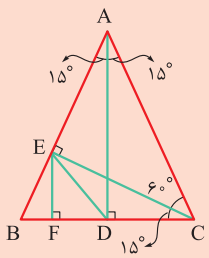
درس Box

۱) اندازهٔ ضلع روبه‌رو به زاویهٔ 30° در یک مثلث قائم‌الزاویه، نصف اندازهٔ وتر است و برعکس، اگر اندازهٔ یک ضلع قائمه در مثلث قائم‌الزاویه‌ای نصف اندازهٔ وتر آن مثلث باشد، اندازهٔ زاویهٔ روبه‌رو به آن ضلع برابر 30° است.

۲) اگر اندازهٔ یکی از زوایای حاده در مثلث قائم‌الزاویه‌ای برابر 15° باشد، اندازهٔ ارتفاع وارد بر وتر در این مثلث، $\frac{1}{4}$ اندازهٔ وتر است و برعکس.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مثلث ABC متساوی‌الساقین است، پس $AB = AC$ و در نتیجه با توجه به فرض، $CE = \frac{1}{2}AC$ است؛ یعنی در مثلث قائم‌الزاویهٔ AEC، اندازهٔ ضلع CE نصف اندازهٔ وتر است، پس اندازهٔ زاویهٔ روبه‌رو به این ضلع یعنی زاویهٔ A برابر 30° است؛ بنابراین $A\hat{C}E = 60^\circ$ است و داریم:



$$\hat{C} = \frac{180^\circ - \hat{A}}{2} = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ \Rightarrow B\hat{C}E = 75^\circ - 60^\circ = 15^\circ$$

گام دوم: در مثلث متساوی‌الساقین ABC، AD ارتفاع وارد بر قاعده است، پس میانهٔ نظیر قاعده نیز می‌باشد، یعنی D وسط ضلع BC است. بنابراین DE در مثلث قائم‌الزاویهٔ BEC، میانهٔ وارد بر وتر بوده و اندازهٔ آن نصف وتر است، یعنی داریم:

$$DE = \frac{1}{2}BC = 6 \Rightarrow BC = 12$$

از طرفی در مثلث BEC، $B\hat{C}E = 15^\circ$ است، پس اندازهٔ ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{1}{4}$ اندازهٔ وتر است، یعنی:

$$EF = \frac{1}{4}BC = 3$$

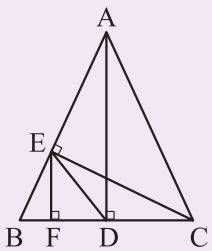
گام سوم: مساحت مثلث BEC برابر است با:

$$S_{BEC} = \frac{1}{2}EF \times BC = \frac{1}{2} \times 3 \times 12 = 18$$

کنکور

در شکل زیر، مثلث ABC متساوی‌الساقین بوده و $AB = 2CE$ است. اگر $DE = 2\sqrt{3} + 4$ باشد، اندازهٔ BF کدام است؟

(سؤال ۲۷ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)



۱) ۱

۲) ۲

۳) $\sqrt{3}$

۴) $2\sqrt{3}$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۱ **اگر دمای جسمی برحسب کلوین ۳ برابر شود، دمای آن برحسب درجهٔ سلسیوس ۶ برابر خواهد شد. دمای اولیهٔ این جسم چند درجهٔ سلسیوس بوده است؟**

۱) ۹۱ ۲) ۱۳۲ ۳) ۱۸۲ ۴) ۱۹۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

رابطهٔ تبدیل یکای سانتی‌گراد (درجهٔ سلسیوس) به یکای کلوین:

$$T = \theta + ۲۷۳$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: اطلاعات مسئله را یادداشت می‌کنیم:

$$T_۲ = ۳T_۱ \,,\ \theta_۲ = ۶\theta_۱$$

از اطلاعات مربوط به دما برحسب کلوین شروع می‌کنیم:

$$T_۲ = ۳T_۱ \xrightarrow{T=\theta+۲۷۳} \theta_۲ + ۲۷۳ = ۳\times(\theta_۱ + ۲۷۳) \Rightarrow \theta_۲ + ۲۷۳ = ۳\theta_۱ + ۳\times ۲۷۳$$

گام دوم: اطلاعات مربوط به درجهٔ سانتی‌گراد را در معادلهٔ بالا جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\xrightarrow{\theta_۲=۶\theta_۱} ۶\theta_۱ + ۲۷۳ = ۳\theta_۱ + ۳\times ۲۷۳ \Rightarrow ۳\theta_۱ = ۲\times ۲۷۳ \Rightarrow \theta_۱ = ۱۸۲\ ^\circ C$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۲ یک دماسنج خاص، دمای $2\ ^\circ C$ را با عدد ۲ و دمای $20\ ^\circ C$ را با عدد ۵۰ نشان می‌دهد. این دماسنج، دمای بدن شخصی را که $38\ ^\circ C$ است، با چه عددی نشان می‌دهد؟

۱) ۱۵ ۲) ۳۸ ۳) ۹۶ ۴) ۹۸

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

در تست‌هایی که تغییرات دما در دو مقیاس x و y با یکدیگر تناسب خطی دارند و دماهای x_1 و x_2 در مقیاس دمایی x متناظر با دماهای y_1 و y_2 در مقیاس دمایی y هستند، می‌توان نوشت:

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: اطلاعات مقیاس دمایی سانتی‌گراد و مقیاس دمایی دماسنج را می‌نویسیم:

$$\theta_1=2\ ^\circ C,\theta_2=20\ ^\circ C,\theta=38\ ^\circ C \qquad \begin{cases}38\\20\\2\end{cases} \quad \begin{cases}y\\50\\2\end{cases}$$

$$y_1=2,y_2=50,y=?$$

گام دوم: اطلاعات را در فرمول مقیاس‌های متناسب جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{\theta-\theta_1}{\theta_2-\theta_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}\Rightarrow\frac{38-2}{20-2}=\frac{y-2}{50-2}\Rightarrow\frac{\overset{2}{\cancel{36}}}{\cancel{18}}=\frac{y-2}{48}$$

$$\Rightarrow y-2=2\times48=96\Rightarrow y=96+2=98$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۳ کدام‌یک از دماسنج‌های زیر، جزء دماسنج‌های معیار نیستند؟

الف) دماسنج مقاومت پلاتینی　　ب) دماسنج گازی　　پ) ترموکوپل

ت) دماسنج بیشینه ـ کمینه　　ث) تف‌سنج

۱) «ب» ـ «پ»　　۲) «الف» ـ «ت»

۳) «ب» ـ «ث»　　۴) «پ» ـ «ت»

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

دماسنج‌های معیار عبارت‌اند از:

۱) دماسنج گازی

۲) دماسنج مقاومت پلاتینی

۳) تَف‌سنج (پیرومتر)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

با بررسی گزینه‌ها متوجه می‌شویم که از ۵ دماسنج داده‌شده، تنها دو مورد (ترموکوپل و دماسنج بیشینه ـ کمینه) از دماسنج‌های معیار نیستند و هر سه مورد دیگر، دماسنج معیار می‌باشند؛ پس جواب گزینهٔ (۴) یعنی موارد «پ» و «ت» می‌شود.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۴ در منطقه‌ای که اختلاف بیشترین و کم‌ترین دما در طول سال $90\ ^\circ F$ است، طول یک پل معلق فلزی در سردترین روز سال $600\ m$ است. در گرم‌ترین روز سال، طول این پل به چند متر می‌رسد؟ $(\alpha = 1/2\times10^{-5}\ K^{-1})$

۱) $600/36$ ۲) $600/42$

۳) $600/48$ ۴) $600/54$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

برای محاسبهٔ مقدار انبساط/انقباض طولی از فرمول $\Delta L = L_1\alpha\Delta T$ و برای محاسبهٔ طول نهایی از فرمول $L_2 = L_1(1+\alpha\Delta T)$ استفاده می‌گردد.

محاسبهٔ تغییرات دما از مقیاس فارنهایت به کلوین و سلسیوس:

$$\Delta F = \frac{9}{5}\Delta T = \frac{9}{5}\Delta\theta$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مقدار تغییرات دما برحسب کلوین را می‌یابیم:

$$\Delta F = \frac{9}{5}\Delta T \Rightarrow 90 = \frac{9}{5}\Delta T \Rightarrow \Delta T = 50\ K$$

گام دوم: با توجه به اطلاعات مسئله، فرمول طول نهایی را نوشته و عددگذاری می‌کنیم:

$$L_2 = L_1(1+\alpha\Delta T) \Rightarrow L_2 = 600(1+1/2\times10^{-5}\times50) \Rightarrow L_2 = 600\times1/0006 \Rightarrow L_2 = 600/36\ m$$

کنکور

طول یک پل معلق فولادی در سردترین موقع سال ۹۰۰ متر بوده و در آن سال، بیشترین طول پل به $900/9\ m$ رسیده است. اختلاف بیشترین دما و کم‌ترین دمای پل در آن سال، چند درجهٔ سلسیوس است؟ $(\alpha = 1/25\times10^{-5}\ K^{-1})$

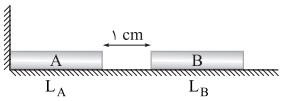
(سؤال ۴۳ کنکور سراسری ریاضی ۱۴۰۲ ـ نوبت دوم)

۱) ۷۰ ۲) ۸۰ ۳) ۹۰ ۴) ۱۰۰

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۵ مطابق شکل، دو میلهٔ فلزی A و B روی سطح افقی در امتداد هم قرار گرفته‌اند و میلهٔ A به دیواری ثابت تکیه دارد. اگر طول میله‌های A و B به ترتیب ۵ m و ۴ m و ضریب انبساط طولی آن‌ها به ترتیب $۴\times۱۰^{-۵}\,K^{-۱}$ و $۱۰^{-۴}\,K^{-۱}$ باشد، دمای دو میله را حداقل چند درجهٔ فارنهایت افزایش دهیم تا دو میله به هم برسند؟



۱) ۲۵ ۲) ۳۰

۳) ۴۰ ۴) ۴۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

فرمول محاسبهٔ انبساط طولی:

$$\Delta L = L_{۱}\alpha\Delta T \rightarrow (^\circ C)\text{ یا }(K)\text{ تغییر دما} \quad \alpha:\ \text{ضریب انبساطی طولی}\ (K^{-۱}\text{ یا }{}^\circ C^{-۱}) \quad L_{۱}:\ \text{طول اولیه}\ (m) \leftarrow \text{تغییر طول}\ (m)$$

فرمول تبدیل تغییرات دما از مقیاس کلوین به فارنهایت:

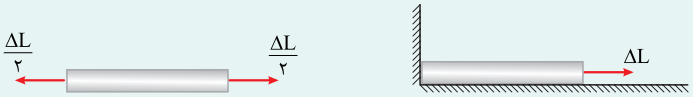
$\Delta F =$ تغییر دما برحسب فارنهایت

$\Delta T =$ تغییر دما برحسب کلوین

$$\Delta F = \frac{۹}{۵}\Delta T$$

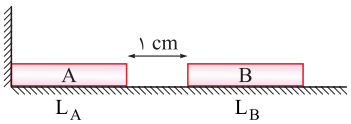
نکته

هنگام افزایش دما در حالت عادی، یک میله، از دو طرف به یک میزان انبساط طولی دارد، اما اگر همین میله را از یک سمت به دیوار بچسبانیم یا جلوی حرکت آن را بگیریم، تمام انبساط طولی از سر دیگر میله حساب می‌شود.



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به شکل مسئله، می‌فهمیم که مقدار انبساط باید طوری باشد که فضای ۱ cm بین دو میله از بین برود. اما نکته این‌جاست که با توجه به آزادبودن دو سر میلهٔ B، میزان انبساط از دو طرف به یک اندازه $(\frac{\Delta L_B}{۲})$ خواهد بود؛ ولی برای میلهٔ A، با توجه به بسته‌بودن سمت چپ میله، تمام انبساط (ΔL_A) از سمت راست خواهد بود که مجموع این دو مقدار با هم باید مساوی ۱ cm شوند:



$$\Delta L_A + \frac{\Delta L_B}{۲} = ۱۰^{-۲}\ m \Rightarrow L_A\alpha_A\Delta T + \frac{L_B\alpha_B\Delta T}{۲} = ۱۰^{-۲}$$

گام دوم: اطلاعات مسئله را جای‌گذاری می‌کنیم تا ΔT به دست آید:

$$\underbrace{۵\times۴}_{۲۰}\times ۱۰^{-۵}\times\Delta T + \frac{۴\times۱۰^{-۴}\times\Delta T}{۲} = ۱۰^{-۲} \Rightarrow ۲\times۱۰^{-۴}\Delta T + ۲\times۱۰^{-۴}\Delta T = ۱۰^{-۲}$$

$$\Rightarrow ۴\times۱۰^{-۴}\Delta T = ۱۰^{-۲} \Rightarrow \Delta T = \frac{۱}{۴}\times۱۰^{۲} = ۲۵\ K$$

گام سوم: تغییرات دما را برحسب فارنهایت به دست می‌آوریم:

$$\Delta F = \frac{۹}{۵}\Delta T \Rightarrow \Delta F = \frac{۹}{۵}\times۲۵ = ۴۵\ ^\circ F$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۶ طول میلهٔ A در دمای $0^\circ C$ دو برابر طول میلهٔ B در همین دما است. اگر دمای هر دو میله را به یک اندازه افزایش دهیم، افزایش طول میلهٔ A، $\frac{1}{5}$ افزایش طول میلهٔ B می‌شود. نسبت $\frac{\alpha_A}{\alpha_B}$ کدام است؟

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۵ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

برای محاسبهٔ نسبت دو کمیت از دو قطعهٔ متفاوت، بهترین کار نوشتن نسبت فرمول‌هایی است که برای ما همان نسبت را تولید کند. مثلاً اگر $\frac{L_A}{L_B}$ ، $\frac{\alpha_A}{\alpha_B}$ یا $\frac{\Delta T_A}{\Delta T_B}$ را می‌خواهیم، بهترین کار نوشتن نسبت $\frac{\Delta L_A}{\Delta L_B}$ است، زیرا:

$$\frac{\Delta L_A}{\Delta L_B} = \frac{L_{1A}}{L_{1B}} \times \frac{\alpha_A}{\alpha_B} \times \frac{\Delta T_A}{\Delta T_B}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

ابتدا اطلاعات مسئله را می‌نویسیم:

$$L_{1A} = 2L_{1B} \,,\ \Delta T_A = \Delta T_B \,,\ \Delta L_A = \frac{1}{5}\Delta L_B \,,\ \frac{\alpha_A}{\alpha_B} = ?$$

سپس نسبت $\frac{\Delta L_A}{\Delta L_B}$ را می‌نویسیم تا با جای‌گذاری اطلاعات، $\frac{\alpha_A}{\alpha_B}$ به دست آید:

$$\frac{\Delta L_A}{\Delta L_B} = \frac{L_{1A}^{2}}{L_{1B}} \times \frac{\alpha_A}{\alpha_B} \times \frac{\Delta T_A}{\Delta T_B} \xrightarrow{\Delta L_A = \frac{1}{5}\Delta L_B} \frac{1}{5} = 2 \times \frac{\alpha_A}{\alpha_B} \Rightarrow \frac{\alpha_A}{\alpha_B} = \frac{1}{10} = 0/1$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۷ دمای یک قرص فلزی را $100\ ^\circ C$ افزایش می‌دهیم، در نتیجه مساحت آن ۴ درصد افزایش می‌یابد. ضریب انبساط طولی این فلز در SI کدام است؟

۱) 10^{-4}

۲) 2×10^{-4}

۳) 4×10^{-4}

۴) 8×10^{-4}

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

درصد تغییرات هر کمیتی مانند x از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

$$\text{درصد تغییرات } x = \frac{\Delta x}{x_1}\times100$$

تغییرات مساحت در اثر تغییر دما از رابطهٔ روبه‌رو محاسبه می‌شود:

$$\Delta A = A_1 2\alpha\Delta T$$

$\Delta A = A_2 - A_1 =$ تغییر مساحت (m^2)

$A_1 =$ مساحت اولیه (m^2)

$2\alpha =$ ضریب انبساط سطحی (K^{-1})

$\Delta T =$ تغییر دما (K)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

درصد تغییرات را به کمک رابطهٔ آن می‌نویسیم:

$$\text{درصد تغییرات مساحت: } 4 = \frac{\Delta A}{A_1}\times100 \Rightarrow 4 = \frac{A_1\times2\alpha\times\Delta T}{A_1}\times\frac{25}{100}$$

$$\xrightarrow{\Delta T=\Delta\theta=100\ ^\circ C} 1 = 2\alpha\times100\times25 \Rightarrow \alpha\times5000 = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{5000} \Rightarrow \alpha = \frac{2}{10000} = 2\times10^{-4}K^{-1}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۸ دو کرهٔ فلزی هم‌جنس A و B در دمای $0^\circ C$ با شعاع یکسان R را در نظر بگیرید. کرهٔ A توپر و کرهٔ B دارای حفره‌ای به شعاع $\frac{R}{2}$ است. در صورت گرمادادن به کره‌ها، نسبت تغییرات چگالی فلز کرهٔ A به تغییرات چگالی فلز کرهٔ B برابر با $\frac{7}{8}$ می‌شود. افزایش حجم کرهٔ A چند برابر افزایش حجم حفرهٔ کرهٔ B خواهد بود؟

۱) $\frac{7}{64}$ ۲) $\frac{8}{7}$ ۳) ۷ ۴) $\frac{7}{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

رابطهٔ محاسبهٔ انبساط حجمی در اثر تغییر دمای ΔT برای جامدات و مایعات:

$$\begin{cases} \text{جامدات}: \Delta V = V_1 \times 3\alpha \Delta T \\ \text{مایعات}: \Delta V = V_1 \beta \Delta T \end{cases}$$

α = ضریب انبساط طولی (K^{-1})

3α = ضریب انبساط حجمی جامد (K^{-1})

β = ضریب انبساط حجمی مایع (K^{-1})

تغییرات چگالی $\Delta\rho$ برحسب تغییر دما ΔT برای ماده‌ای به ضریب انبساط طولی α به شکل زیر محاسبه می‌گردد:

$$\Delta\rho = -\rho_1 \times 3\alpha \Delta T$$

اگر مایعی به ضریب انبساط حجمی β داشته باشیم، تغییر چگالی آن برحسب تغییر دما به صورت زیر است:

$$\Delta\rho = -\rho_1 \beta \Delta T$$

نکته اگر داخل جسمی، حفره‌ای وجود داشته باشد، با تغییر دما، حفره نیز به همان نسبت جسم، منبسط یا منقبض می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: با نوشتن نسبت تغییر چگالی داده‌شده در سؤال، نسبت تغییر دمای دو کره را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta\rho_A}{\Delta\rho_B} = \frac{7}{8} \Rightarrow \frac{7}{8} = \frac{-\rho_A \times 3\alpha_A \Delta T_A}{-\rho_B \times 3\alpha_B \Delta T_B} \xrightarrow[\rho_A=\rho_B \,,\, \alpha_A=\alpha_B]{\text{جنس کره‌ها یکسان است.}} \frac{7}{8} = \frac{\Delta T_A}{\Delta T_B}$$

گام دوم: با نوشتن نسبت تغییر حجم کرهٔ A به تغییر حجم حفرهٔ کرهٔ B، رابطه را جای‌گذاری کرده و جواب را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_{\text{B حفرهٔ}}} = \frac{V_A \times 3\alpha \times \Delta T_A}{V_{\text{B حفرهٔ}} \times 3\alpha \times \Delta T_B} \xrightarrow[V_{\text{B حفرهٔ}} = \frac{4}{3}\pi(\frac{R}{2})^3 = \frac{4}{3}\pi\frac{R^3}{8}]{V_A = \frac{4}{3}\pi R^3} \frac{\Delta V_A}{\Delta V_{\text{B حفرهٔ}}} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \times \Delta T_A}{\frac{4}{3}\pi \frac{R^3}{8} \times \Delta T_B}$$

$$\xrightarrow{\frac{\Delta T_A}{\Delta T_B} = \frac{7}{8}} \frac{\Delta V_A}{\Delta V_{\text{B حفرهٔ}}} = \frac{7}{\frac{1}{8} \times 8} = 7$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۹ جسم جامدی در دمای $100\ ^\circ C$ دارای چگالی $4\ g/cm^3$ است. اگر ضریب انبساط طولی این جسم $10^{-5}\ K^{-1}$ باشد، در چه دمایی برحسب یکای SI، چگالی آن تقریباً $6\ kg/m^3$ افزایش می‌یابد؟

۱) ۵۰ ۲) ۱۵۰ ۳) ۳۲۳ ۴) ۴۲۳

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا به کمک رابطهٔ تغییر چگالی برحسب تغییر دما، ΔT را به دست می‌آوریم:

$$\rho_1 = 4\ g/cm^3 = 4000\ kg/m^3$$

$$\Delta\rho = -\rho_1 \times 3\alpha\Delta T$$

$$\Rightarrow 6 = -4000 \times 3 \times 10^{-5} \times \Delta T \Rightarrow 1 = -2000 \times 10^{-5}\Delta T \Rightarrow \Delta T = -50\ K$$

گام دوم: دمای جسم را در حالت دوم برحسب کلوین حساب می‌کنیم:

$$\Delta T = T_2 - T_1 \xrightarrow{T_1=\theta_1+273=100+273=373\ K} -50 = T_2 - 373$$

$$\Rightarrow T_2 = 323\ K$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۰ مقداری بنزین تا ارتفاع $10\ m$ درون مخزنی استوانه‌ای ریخته شده است. در دمای $250\ K$، فاصلهٔ بین سطح بنزین تا بالای مخزن برابر $1\ m$ است. حداقل در چه دمایی برحسب درجهٔ فارنهایت بنزین از ظرف سرریز می‌شود؟ (ضریب انبساط حجمی بنزین $10^{-3}\frac{1}{K}$ است و از انبساط ظرف صرف نظر کنید.)

۱) ۱۰۴ ۲) ۱۱۷/۴ ۳) ۱۳۶/۵ ۴) ۱۷۰/۶

پاسخ: گزینهٔ ۴

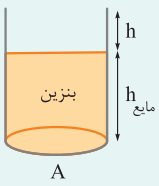
Hint

زمانی مایع از ظرف سرریز می‌شود که مقدار انبساط حجمی آن، از حجم خالی ظرف بیشتر شود.

درس Box

حجم مایع در ظرف استوانه‌ای‌شکل از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

$$V_{\text{مایع}} = A_{\text{ظرف}} \times h_{\text{مایع}}$$

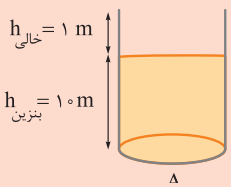


رابطهٔ تبدیل دمای کلوین به فارنهایت:

$$F = \frac{9}{5}(T - 273) + 32$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: وقتی که بنزین به اندازهٔ حجم خالی ظرف منبسط شود، در آستانهٔ سرریز قرار می‌گیرد، پس مقدار انبساط حجمی بنزین باید به اندازهٔ حجم خالی ظرف باشد:



$$\Delta V_{\text{بنزین}} = V_{\text{خالی}} \Rightarrow V_{\text{بنزین}}\beta\Delta T = V_{\text{خالی}}$$

$$\xrightarrow[\text{حجم خالی} = A\times h_{\text{خالی}}]{\text{حجم اولیهٔ بنزین} = A\times h_{\text{بنزین}}} A \times h_{\text{بنزین}} \times \beta\Delta T = A \times h_{\text{خالی}}$$

$$\xrightarrow[h_{\text{خالی}} = 1\ m]{h_{\text{بنزین}} = 10\ m} 10\times 10^{-3}\Delta T = 1 \Rightarrow \Delta T = 100\ K \xrightarrow{T_1 = 250\ K} T_2 = 250 + 100 = 350\ K$$

گام دوم: دمای T_2 را برحسب درجهٔ فارنهایت به دست می‌آوریم:

$$F_2 = \frac{9}{5}(T_2 - 273) + 32 \Rightarrow F_2 = \frac{9}{5}(350 - 273) + 32 \Rightarrow F_2 = \frac{9}{5}\times 77 + 32 = 170/6\ ^\circ F$$

کنکور

مقداری بنزین در مخزنی استوانه‌ای به ارتفاع $5\ m$ ریخته شده است. در دمای $263\ K$، فاصلهٔ بین سطح بنزین تا بالای ظرف برابر $25\ cm$ است. حداقل در چه دمایی برحسب درجهٔ فارنهایت، بنزین از ظرف سرریز می‌شود؟ (ضریب انبساط حجمی بنزین $10^{-3}\frac{1}{K}$ است و از انبساط ظرف صرف نظر شود.) *(سؤال ۷۳ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ ـ نوبت دوم)*

۱) ۱۰۴ ۲) ۹۶ ۳) ۱۲۲ ۴) ۱۴۰

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۱ چند مورد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف) حجم بیشتر مایع‌ها با کم‌شدن دما، افزایش و در نتیجه چگالی آن‌ها کاهش می‌یابد.

ب) کاهش دمای آب در محدودهٔ $4\,^{\circ}C$ تا $0\,^{\circ}C$ سبب افزایش حجم آن می‌شود.

پ) وقتی دمای آب از $2\,^{\circ}C$ به $6\,^{\circ}C$ می‌رسد، چگالی آن ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

ت) تغییر حجم غیرعادی آب، در نزدیکی صفر درجهٔ سلسیوس، سبب می‌شود که دریاچه‌ها از بالا یخ بزنند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

انبساط آب برخلاف بقیهٔ مایعات در یک بازهٔ دمایی مشخص ($0\,^{\circ}C$ تا $4\,^{\circ}C$) رفتاری غیرعادی دارد. یعنی با افزایش دما، حجمش کاهش و چگالی آن افزایش می‌یابد.

پس بیشترین چگالی و کم‌ترین حجم آب در دمای $4\,^{\circ}C$ است.

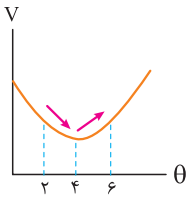
پاسخ خیلی تشریحی ✔

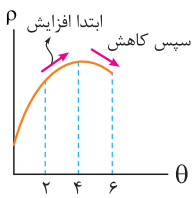
بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست؛ با کاهش دما، حجم بیشتر مایعات (به استثنای آب در دمای $0\,^{\circ}C$ تا $4\,^{\circ}C$)، کاهش یافته و چگالی آن‌ها افزایش می‌یابد.

ب) درست؛ به علت رفتار غیرعادی آب در این بازهٔ دمایی، آب در محدودهٔ $0\,^{\circ}C$ تا $4\,^{\circ}C$ با کاهش دما، افزایش حجم می‌یابد.

پ) درست؛ نمودار تغییرات حجم و چگالی آب در بازهٔ $2\,^{\circ}C$ تا $6\,^{\circ}C$ به شکل زیر است:



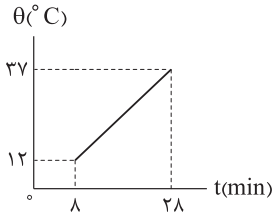


ت) درست؛ طبق متن کتاب درسی، تغییر حجم غیرعادی آب، علت یخ‌زدن دریاچه‌ها از سطح است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۲ نمودار دما برحسب زمان جسمی به جرم $0/5\ kg$ که در مجاورت یک گرمکن قرار دارد، مطابق شکل است. توسط گرمکن با آهنگ $7/5\ W$ به جسم گرما داده‌ایم. گرمای ویژهٔ جسم چند واحد SI است؟



۱) ۳۶۰

۲) ۷۲

۳) ۷۲۰

۴) ۳۶

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

برای جسمی که بدون تغییر حالت، در اثر تبادل گرمایی، فقط دمای آن تغییر می‌کند، می‌توان نوشت:

$$Q = mc\Delta T$$

Q = گرما (J)

m = جرم (kg)

c = گرمای ویژه $(\frac{J}{kg.K})$

$\Delta\theta = \Delta T$ = تغییر دما (K) یا (°C)

یکی از تست‌های رایج در فصل ۴ کتاب درسی، مربوط به تغییر دمای یک جسم به وسیلهٔ گرمکنی با توان P است. در این سؤالات باید به دو نکته توجه کنیم:

۱) مدت‌زمان روشن‌بودن گرمکن و توان آن، به ما مقدار انرژی گرمایی (Q) را می‌دهد:

$$\underset{(J)}{Q} = \underset{(W)}{P} \times \underset{(s)}{t}$$

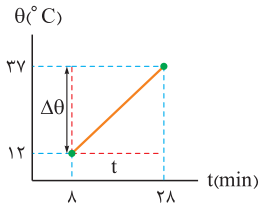
۲) این گرما اگر فقط صرف افزایش دما شده باشد، می‌توان گفت:

$$P \times t = mc\Delta\theta$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: نمودار را تحلیل کرده و اطلاعات مسئله را از آن خارج می‌کنیم:

(دقت می‌کنیم که زمان برحسب دقیقه داده شده است!)



$$\Delta\theta = 37 - 12 = 25^\circ C$$

$$t = 28 - 8 = 20\ min = 20 \times 60\ s$$

گام دوم: با توجه به نمودار، تمام گرمای تولیدی گرمکن، صرف افزایش دمای جسم شده است؛ پس:

$$\left.\begin{matrix} Q = P \times t \\ Q = mc\Delta\theta \end{matrix}\right\} \Rightarrow Pt = mc\Delta\theta \xrightarrow[m=0/5\,kg\ ,\ \Delta\theta=25^\circ C]{P=7/5\,W\ ,\ t=20\,min=20\times60\,s} 7/5 \times 20 \times 60 = 0/5 \times c \times 25$$

$$\Rightarrow c = \frac{7/5 \times 20 \times 60}{0/5 \times 25} = 720\ \frac{J}{kg.K}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۳ مقدار $300\ g$ آب $40\ ^\circ C$ را درون گرمکنی با توان $125/6\ W$ و بازده ۵۰ درصد ریخته‌ایم. پس از چند دقیقه، کل آب به بخار آب $100\ ^\circ C$ تبدیل می‌شود؟ ($L_V = 2260\ kJ/kg$ و $c_{آب} = 4200\ \frac{J}{kg.\ ^\circ C}$)

۱) ۲۰۰ ۲) ۱۳۶ ۳) ۱۹۴ ۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

وقتی جسم جامدی در دمای ذوب خود از حالت جامد به مایع تبدیل شود و یا مایعی در همین دما به جامد تبدیل شود، روابط زیر را داریم:

فرایند ذوب: $Q = +mL_F$

فرایند انجماد: $Q = -mL_F$

$Q =$ گرما (J)

$m =$ جرم (kg)

$L_F =$ گرمای نهان ذوب (J/kg)

وقتی تبادل گرما قرار است مجموعه‌ای از تغییرات (تغییر دما/ تغییر حالت) را به وجود آورد، لازم است طرح‌وارهٔ تغییرات را همراه فرمول‌ها بنویسیم! مثلاً اگر در سؤالی گفته شده با دادن گرما به m کیلوگرم یخ $-10\ ^\circ C$ می‌خواهیم آب $70\ ^\circ C$ تولید کنیم، طرح‌وارهٔ گرما به صورت زیر می‌شود:

یخ $-10\ ^\circ C$ $\xrightarrow[\text{تغییر دما}]{mc\Delta\theta}$ یخ $0\ ^\circ C$ $\xrightarrow[\text{تغییر حالت}]{mL_F}$ آب $0\ ^\circ C$ $\xrightarrow[\text{تغییر دما}]{mc'\Delta\theta'}$ آب $70\ ^\circ C$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: توان خروجی گرمکن و سپس گرمای تولیدی را محاسبه می‌کنیم:

$$Ra = \frac{P_{خروجی}}{P_{ورودی}} \times 100 \Rightarrow 50 = \frac{P_{خروجی}}{125/6} \times 100 \Rightarrow P_{خروجی} = 62/8\ W$$

$$Q = P_{خروجی} \times t = 62/8 \times t$$

گام دوم: این گرما صرف تغییر دمای آب از $40\ ^\circ C$ به $100\ ^\circ C$ و سپس تبخیر آب در همان دما شده است:

آب $40\ ^\circ C$ $\xrightarrow[\text{تغییر دما}]{Q_1 = mc_{آب}\Delta\theta}$ آب $100\ ^\circ C$ $\xrightarrow[\text{تغییر حالت}]{Q_2 = mL_V}$ بخار آب $100\ ^\circ C$

$$\left.\begin{array}{l} Q = Q_1 + Q_2 \\ Q = P_{خروجی} \times t \end{array}\right\} \Rightarrow 62/8 \times t = mc_{آب}\Delta\theta + mL_V$$

$$\xrightarrow[m=300\ g=0/3\ kg]{L_V=2260\ kJ/kg=2260\times10^3\ J/kg} 62/8 \times t = 0/3 \times 4200 \times 60 + 0/3 \times 2260 \times 10^3$$

$$\Rightarrow t = \frac{75600 + 678000}{62/8} = 12000\ s$$

$$\Rightarrow t = \frac{12000}{60} = 200\ min$$

Telegram: @konkur_in

۴۴ جرم m_1 از آب $10\ ^\circ C$ را با جرم m_2 از آب با دمای $70\ ^\circ C$ مخلوط می‌کنیم تا جمعاً $4\ kg$ آب با دمای $55\ ^\circ C$ داشته باشیم. اگر به این مجموعه $2m_1$ آب $40\ ^\circ C$ اضافه کنیم، دمای تعادل چند درجهٔ سلسیوس تغییر می‌کند؟ (اتلاف گرما ناچیز است.)

۱) ۵ ۲) ۷/۵ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲/۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

اگر در اثر تبادل گرما بین چند جسم فقط دمای آن‌ها تغییر کند و تغییر حالت رخ ندهد، دمای تعادل آن‌ها (θ_e) مستقیماً از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\theta_e = \frac{m_1c_1\theta_1 + m_2c_2\theta_2 + \cdots}{m_1c_1 + m_2c_2 + \cdots}$$

اگر دو یا چند جسم با دماهای متفاوت در تماس با یکدیگر قرار گیرند، پس از مدتی هم‌دما می‌شوند یعنی به دمای تعادل می‌رسند.

براساس قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت: $Q_1 + Q_2 + \cdots = 0$

در این رابطه برای اجسامی که گرما می‌گیرند $Q > 0$ و برای اجسامی که گرما از دست می‌دهند $Q < 0$ است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: جرم‌ها را به صورت پارامتری نوشته و به کمک دمای تعادل، m_1 و m_2 را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} m_1 + m_2 = 4\,kg \Rightarrow m_2 = 4 - m_1 \\ \begin{cases} m_1 \\ c_{آب} \\ \theta_1 = 10\ ^\circ C \end{cases} \\ \begin{cases} m_2 = 4 - m_1 \\ c_{آب} \\ \theta_2 = 70\ ^\circ C \end{cases} \\ \theta_e = 55\ ^\circ C \end{cases} \Rightarrow Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1c_{آب}\Delta\theta_1 + m_2c_{آب}\Delta\theta_2 = 0$$

$$\xrightarrow[\Delta\theta_2 = \theta_e - \theta_2 = 55 - 70 = -15\ ^\circ C]{\Delta\theta_1 = \theta_e - \theta_1 = 55 - 10 = 45\ ^\circ C} m_1 \times c_{آب} \times 45 + (4 - m_1) \times c_{آب} \times (-15) = 0$$

$$\xrightarrow[\text{جمله می‌تواند حذف شود.}]{\text{با توجه به تکرار } c_{آب} \text{ در هر دو}} 45 \times m_1 - 60 + 15m_1 = 0$$

$$\Rightarrow 60m_1 - 60 = 0 \Rightarrow m_1 = 1\,kg \Rightarrow m_2 = 4 - 1 = 3\,kg$$

گام دوم: با اضافه‌کردن آب جدید به مجموعه، دوباره با مبحث تعادل روبه‌رو می‌شویم:

$$\begin{cases} m_{اولیه} = m_1 + m_2 = 4\ kg \\ c_{آب} \\ \theta_{اولیه} = 55\ ^\circ C \end{cases} \quad \begin{cases} m_{جدید} = 2m_1 = 2\ kg \\ c_{آب} \\ \theta_{جدید} = 40\ ^\circ C \end{cases}$$

$$\theta_e = \frac{m_{اولیه}c_{آب}\theta_{اولیه} + m_{جدید}c_{آب}\theta_{جدید}}{m_{اولیه}c_{آب} + m_{جدید}c_{آب}} \xrightarrow[\text{فاکتورگیری و حذف می‌شود!}]{c_{آب} \text{ از همهٔ جملات}}$$

$$\theta_e = \frac{m_{اولیه}\theta_{اولیه} + m_{جدید}\theta_{جدید}}{m_{اولیه} + m_{جدید}} = \frac{4 \times 55 + 2 \times 40}{4 + 2} = \frac{300}{6}$$

$$\Rightarrow \theta_e = 50\ ^\circ C \Rightarrow |\Delta\theta_{تعادل}| = |50 - 55| = |-5| = 5\ ^\circ C$$

کنکور

ظرفی حاوی مقداری آب با دمای $40\ ^\circ C$ است. به این ظرف یک کیلوگرم آب با دمای $80\ ^\circ C$ اضافه می‌کنیم. دمای تعادل به $50\ ^\circ C$ می‌رسد. اگر روی این آب $50\ ^\circ C$، یک کیلوگرم دیگر آب $80\ ^\circ C$ بریزیم، دمای آب به چند درجهٔ سلسیوس می‌رسد؟ (اتلاف گرما ناچیز است.) *(سؤال ۷۳ کنکور ریاضی تیر ۱۴۰۴ (خارج از کشور))*

۱) ۵۴ ۲) ۵۶ ۳) ۶۰ ۴) ۶۵

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۵ m گرم یخ $0\,^\circ C$ را درون یک ظرف عایق محتوی $200\,g$ بخار آب $100\,^\circ C$ قرار می‌دهیم. اگر پس از مدتی دمای تعادل آن‌ها به $80\,^\circ C$ برسد، m چند گرم است؟ (ظرفیت گرمایی ظرف ناچیز است، $c_{آب} = 4200\ \frac{J}{kg.^\circ C} = 2c_{یخ}$، $L_F = 336\ kJ/kg$ و $L_V = 2268\ kJ/kg$)

۱) ۷۰۰ ۲) ۳۵۰ ۳) ۷۷۵ ۴) ۳۸۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

وقتی در اثر تبادل گرما فقط تغییر حالت رخ دهد، داریم:

ذوب و انجماد: $Q = \pm mL_F$

تبخیر و میعان: $Q = \pm mL_V$

Q = گرما (J)

m = جرم (kg)

L_V = گرمای نهان تبخیر (J/kg)

L_F = گرمای نهان ذوب (J/kg)

در سؤالات تعادل گرمایی، می‌توانیم بگوییم مجموع اندازهٔ گرماهایی که جسم گرم‌تر از دست می‌دهد، برابر مجموع اندازهٔ گرماهایی است که جسم سردتر دریافت می‌کند:

$$|Q_{داده‌شده}| = |Q_{دریافتی}|$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: بررسی می‌کنیم که در این تعادل گرمایی هر کدام از طرفین چه مقدار گرما مبادله کرده‌اند:

یخ $Q_1 + Q_2$ گرما دریافت کرده است!

یخ $0\,^\circ C$ $\xrightarrow{Q_1 = mL_F}$ آب $0\,^\circ C$ $\xrightarrow{Q_2 = mc\Delta\theta}$ آب $80\,^\circ C$

بخار $Q_3 + Q_4$ گرما از دست داده است!

بخار $100\,^\circ C$ $\xrightarrow{Q_3 = -m'L_V}$ آب $100\,^\circ C$ $\xrightarrow{Q_4 = m'c\Delta\theta'}$ آب $80\,^\circ C$

گام دوم: اندازهٔ گرماهای داده‌شده توسط جسم گرم و دریافت‌شده توسط جسم سرد، برابر است:

$$|Q_1 + Q_2| = |Q_3 + Q_4|$$

$$mL_F + mc\Delta\theta = |-m'L_V + m'c\Delta\theta'| \quad mL_F + mc\Delta\theta = m'L_V + m'c|\Delta\theta'|$$

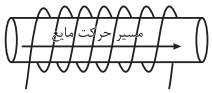
$$\xrightarrow[\Delta\theta' = 80 - 100 = -20\,^\circ C]{\Delta\theta = 80 - 0 = 80\,^\circ C} \xrightarrow[L_V = 2268000\,J/kg]{L_F = 336000\,J/kg} 336000m + 4200 \times 80 \times m = 2268000 \times 0/2 + 0/2 \times 4200 \times 20$$

$$\Rightarrow 672\,m = 470/4 \Rightarrow m = 0/7\,kg = 700\,g$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۶ مایعی به چگالی $0/8\ g/cm^3$ مطابق شکل با دمای $27\ ^\circ C$ وارد لولهٔ یک گرمکن القایی با توان گرمایی $240\ W$ می‌شود و از سمت دیگر با دمای $325\ K$ با آهنگ $8\ cm^3/s$ خارج می‌شود. گرمای ویژهٔ این مایع چند واحد SI است؟



۱) ۱۲۵
۲) ۱۵۰
۳) ۱۲۵۰
۴) ۱۵۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

به کمک آهنگ شارش حجمی و چگالی شاره، می‌توان جرم مایع عبوری در هر ثانیه را به دست آورد:

آهنگ شارش حجمی × چگالی = آهنگ شارش جرمی

$$\frac{kg}{s}=\frac{kg}{m^3}\times\frac{m^3}{s}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: به کمک آهنگ شارش حجمی و چگالی مایع، جرم عبوری در هر ثانیه را به دست می‌آوریم:

$$\text{آهنگ شارش حجمی: } 8cm^3/s \xrightarrow{\text{برای ۱ ثانیه}} \begin{cases} V=8cm^3,\ \rho=0/8g/cm^3 \Rightarrow m=\rho V=8\times0/8=6/4g=6/4\times10^{-3}\ kg \\ t=1\ s \end{cases}$$

گام دوم: به کمک توان دستگاه و تغییرات دمایی، فرمول گرما را می‌نویسیم:

$$Q=Pt \xrightarrow[P=240\ W]{t=1\ s} Q=240\times1=240\ J \quad (I)$$

$$\theta_1=27\ ^\circ C \Rightarrow \begin{cases} T_1=27+273=300\ K \\ T_2=325\ K \end{cases} \Rightarrow \Delta\theta=\Delta T=325-300=25\ K$$

$$Q=mc\Delta\theta=6/4\times10^{-3}\times c\times25 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} Pt=mc\Delta\theta \Rightarrow 240=6/4\times10^{-3}\times c\times25 \Rightarrow c=\frac{240\times10^3}{6/4\times25} \Rightarrow c=1500\ \frac{J}{kg.^\circ C}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۷ درون ظرف عایقی، m گرم یخ $-۵\ ^\circ C$ قرار دارد. اگر $۲\ L$ آب $۴۰\ ^\circ C$ به ظرف اضافه کنیم، تا رسیدن به حالت تعادل، آب $۲۹۴\ kJ$ گرما از دست می‌دهد و کل یخ ذوب می‌شود. در دمای تعادل، جرم آب موجود در ظرف چند کیلوگرم است؟ (گرما فقط بین یخ و آب مبادله می‌شود، $\rho_{آب}=۱۰۰۰ kg/m^۳$، $c_{یخ}=۲c_{آب}=۴۲۰۰ \frac{J}{kg.K}$ و $L_F=۳۳۶\ kJ/kg$)

۱) ۰/۸ ۲) ۳/۸ ۳) ۲/۸ ۴) ۲/۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: به کمک اطلاعات مربوط به آب $۴۰\ ^\circ C$ می‌توان دمای تعادل را به دست آورد:

$$\left.\begin{matrix} V_۱=۲L=۲\times۱۰^{-۳}\ m^۳ \\ \rho_۱=۱۰۰۰\ kg/m^۳ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} m_۱=\rho_۱V_۱=۲\times۱۰^{-۳}\times۱۰۰۰=۲\ kg \\ |Q_۱|=۲۹۴\ kJ=۲۹۴۰۰۰\ J \end{matrix}$$

$$Q=mc_{آب}\Delta\theta \xrightarrow[Q<۰]{\text{گرما از دست داده است.}} -۲۹۴۰۰۰=۲\times۴۲۰۰\times(\theta_e-۴۰)$$

$$\Rightarrow (\theta_e-۴۰)=-۳۵ \Rightarrow \theta_e=-۳۵+۴۰=۵^\circ\ C$$

گام دوم: حال به کمک دمای تعادل، به سراغ نوشتن اطلاعات مربوط به یخ می‌رویم:

یخ $-۵\ ^\circ C$ $\xrightarrow{mc_{یخ}\Delta\theta_۲}$ یخ $۰\ ^\circ C$ $\xrightarrow{mL_F}$ آب $۰\ ^\circ C$ $\xrightarrow{mc_{آب}\Delta\theta_۳}$ آب $۵\ ^\circ C$

$$\xrightarrow[Q>۰]{\text{یخ گرما گرفته است!}} +۲۹۴۰۰۰=mc_{یخ}\Delta\theta_۲+mL_F+mc_{آب}\Delta\theta_۳$$

$$\xrightarrow[\Delta\theta_۳=۵-۰=۵\ ^\circ C]{\Delta\theta_۲=۰+۵=۵\ ^\circ C} ۲۹۴۰۰۰=m\times۲۱۰۰\times۵+m\times۳۳۶۰۰۰+m\times۴۲۰۰\times۵$$

$$\Rightarrow ۲۹۴۰۰۰=\underbrace{۱۰۵۰۰}_{۱۰/۵\ m}m+۳۳۶۰۰۰m+۲۱۰۰۰m$$

$$\Rightarrow ۲۹۴=۱۰/۵m+۳۳۶m+۲۱m \Rightarrow ۲۹۴=۳۶۷/۵m \Rightarrow m=۰/۸\ kg$$

گام سوم: جرم تمام آب داخل ظرف برابر است با:

$$m_۱+m=۲+۰/۸=۲/۸\ kg$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۸ روی یک قطعهٔ یخ ۱ کیلوگرمی با دمای $-۱۰\ ^\circ C$ در فشار یک جوّ مقدار $۵\ kg$ آب با دمای $۲۰\ ^\circ C$ ریخته‌ایم. با فرض این‌که تبادل گرما فقط بین آب و یخ باشد، پس از برقراری تعادل گرمایی کدام گزینه درست است؟ ($L_F = ۳۳۶\ kJ/kg$ و $c_{\text{آب}} = ۲c_{\text{یخ}} = ۴۲۰۰\ \frac{J}{kg.K}$)

۱) کل یخ ذوب شده و دمای تعادل $۲/۵\ ^\circ C$ است.

۲) کل یخ ذوب شده و دمای تعادل $۵/۲\ ^\circ C$ است.

۳) بخشی از یخ ذوب شده و جرم کل آب $۵/۲۵\ kg$ است.

۴) بخشی از یخ ذوب شده و جرم کل آب $۵/۵\ kg$ است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

برای حل تشریحی برخی از سؤالات تعادل گرمایی، ناچاریم مسیر نسبتاً طولانی را طی کنیم. مثلاً در سؤالی که فراوردهٔ نهایی مخلوط‌کردن مقداری یخ و آب را از ما خواسته‌اند، ابتدا باید حساب کنیم که اگر آب از دمای اولیه‌اش به دمای $۰\ ^\circ C$ برسد، چه مقدار گرما از دست می‌دهد، مثلاً به اندازهٔ $Q_۱$ گرما از دست می‌دهد. سپس بررسی می‌کنیم که اگر یخ از دمای اولیهٔ خود به $۰\ ^\circ C$ برسد، چه مقدار گرما می‌گیرد، مثلاً $Q_۲$! حال اگر $Q_۱ > Q_۲$ باشد، پس یخ علاوه بر تغییر دما، به سمت تغییر حالت نیز خواهد رفت، پس $Q_۳ = mL_F$ را محاسبه می‌کنیم و مجدداً به مقایسه می‌پردازیم. اگر $Q_۱ > Q_۲ + Q_۳$ باشد، پس یخ علاوه بر ذوب‌شدن، پس از ذوب افزایش دما هم خواهد داشت و در ادامه نیز به همین شکل ... .

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: گرمایی که آب تا دمای $۰\ ^\circ C$ از دست می‌دهد را با گرمایی که یخ تا دمای $۰\ ^\circ C$ می‌گیرد، مقایسه می‌کنیم:

آب $۲۰\ ^\circ C$ $\xrightarrow[m_۱c\Delta\theta]{Q_۱}$ آب $۰\ ^\circ C$

$$Q_۱ = m_۱c\Delta\theta = ۵\times۴۲۰۰\times(۰-۲۰) = -۴۲۰۰۰۰\ J$$

یخ $-۱۰\ ^\circ C$ $\xrightarrow[m_۲c'\Delta\theta]{Q_۲}$ یخ $۰\ ^\circ C$

$$Q_۲ = m_۲c'\Delta\theta = ۱\times۲۱۰۰\times۱۰ = ۲۱۰۰۰\ J$$

$|Q_۱| > |Q_۲| \Leftarrow$ یخ $۰\ ^\circ C$ به سمت ذوب می‌رود، پس:

یخ $۰\ ^\circ C$ $\xrightarrow[m_۲L_F]{Q_۳}$ آب $۰\ ^\circ C$

$$Q_۳ = m_۲L_F = ۱\times۳۳۶۰۰۰ = ۳۳۶۰۰۰\ J$$

$|Q_۱| > |Q_۲| + |Q_۳| \Leftarrow$ یخ پس از ذوب، افزایش دما خواهد داد، پس فراوردهٔ نهایی پس از تعادل، آب با دمایی مثبت خواهد بود.

گام دوم: با θ فرض‌کردن دمای تعادل، فرمول کلی تعادل گرمایی را بازنویسی می‌کنیم:

$$\overbrace{Q_۱}^{\text{مربوط به آب}} + \underbrace{Q_۲ + Q_۳ + Q_۴}_{\text{مربوط به یخ}} = ۰ \Rightarrow m_۱c\Delta\theta + m_۲c'\Delta\theta + m_۲L_F + m_۲c\Delta\theta' = ۰$$

$$\Rightarrow ۵\times۴۲۰۰\times(\theta-۲۰) + ۱\times۲۱۰۰\times(۰-(-۱۰)) + ۱\times۳۳۶۰۰۰ + ۱\times۴۲۰۰\times(\theta-۰) = ۰$$

$$\Rightarrow -۴۲۰۰۰۰ + ۲۱۰۰۰\theta + ۲۱۰۰۰ + ۳۳۶۰۰۰ + ۴۲۰۰\theta = ۰ \Rightarrow ۲۵۲۰۰\theta = ۶۳۰۰۰$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{۶۳۰۰۰}{۲۵۲۰۰} = ۲/۵\ ^\circ C$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۹ کدام عبارت‌های زیر درست است؟

الف) با افزایش دما، آهنگ تبخیر سطحی افزایش می‌یابد.

ب) با افزایش فشار هوا، آهنگ تبخیر سطحی افزایش می‌یابد.

پ) با افزایش سطح آزاد مایع، تبخیر سطحی آن نیز افزایش می‌یابد.

ت) هر چه در خشکی از ساحل دریا دور شویم، تبخیر سطحی کاهش می‌یابد.

۱) «الف» و «ب»
۲) «الف» و «پ»
۳) «ب» و «ت»
۴) «پ» و «ت»

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

عواملی مانند: افزایش دمای مایع، افزایش سطح آن، وزش باد، کاهش رطوبت هوا و کاهش فشار هوا، سبب افزایش سرعت تبخیر سطحی می‌شوند.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست؛ زیرا افزایش دما باعث افزایش تبخیر سطحی می‌شود (جواب درست گزینهٔ (۱) یا (۲)).

ب) نادرست؛ زیرا افزایش فشار هوا باعث کاهش تبخیر سطحی می‌شود (حذف گزینهٔ (۱) و (۳)).

تا همین‌جا به کمک حذف گزینه‌ها مشخص شد که جواب، گزینهٔ (۲) می‌شود.

پ) درست؛ زیرا مساحت سطح مایع و تبخیر سطحی آن، رابطهٔ مستقیم دارند.

ت) نادرست؛ زیرا با دورشدن از ساحل، رطوبت هوا کم شده و تبخیر سطحی افزایش می‌یابد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۰ مقدار $40\ g$ بخار آب $100\ ^\circ C$ را درون محفظه‌ای محتوی m گرم آب $10\ ^\circ C$ وارد می‌کنیم تا دمای تعادل به $50\ ^\circ C$ برسد. m چند گرم است؟ (تبادل گرمایی فقط بین آب و بخار آب داخل محفظه انجام می‌شود، $L_V = 2268\ kJ/kg$, $c_{آب} = 4200\ \frac{J}{kg.^\circ C}$)

۱) ۵۹۰ ۲) ۳۹۲ ۳) ۴۷۲ ۴) ۲۳۶

پاسخ: گزینهٔ ۱

نکته وقتی در حل سؤالات تعادل گرمایی، جرم در تمامی جملات تکرار شده است، پس لزومی ندارد برحسب SI نوشته شود، زیرا تبدیل یکای آن قابل فاکتورگیری و حذف می‌باشد.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** طرح‌وارهٔ آب و بخار را تا دمای تعادل می‌کشیم:

آب $10\ ^\circ C$ $\xrightarrow{Q_1 = mc_1\Delta\theta_1}$ آب $50\ ^\circ C$

$\Delta\theta_1 = 50 - 10 = 40\ ^\circ C$

بخار $100\ ^\circ C$ $\xrightarrow{Q_2 = -m_2L_V}$ آب $100\ ^\circ C$ $\xrightarrow{Q_3 = m_2c_2\Delta\theta_2}$ آب $50\ ^\circ C$

$\Delta\theta_2 = 50 - 100 = -50\ ^\circ C$

گام دوم: طبق فرمول تعادل گرمایی، مجموع تمام Qها برابر **صفر** است.

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow mc_1\Delta\theta_1 + m_2c_2\Delta\theta_2 - m_2L_V = 0$$

$\xrightarrow[\text{تا } m \text{ هم برحسب } g \text{ به‌دست آید.}]{m_2 \text{ را برحسب } g \text{ می‌نویسیم}}$ $\underbrace{m\times 42\times 4 + 4\times 42\times(-50)}_{\text{از تمامی جملات } 1000 \text{ را فاکتور گرفته و حذف می‌کنیم.}} - 4\times 2268 = 0$

$$\Rightarrow 4\times 42\, m = 4\times 42\times 50 + 40\times 2268 \Rightarrow m = \frac{4\times 42\times 50 + 40\times 2268}{4\times 42}$$

$\xrightarrow[\text{را فاکتور می‌گیریم.}]{\text{از جملات صورت } 4\times 42}$ $m = \frac{4\times 42(50 + 10\times 54)}{4\times 42} \Rightarrow m = 50 + 540 = 590\ g$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۱ **کدام مقایسه دربارهٔ مقدار کربن دی‌اکسید تولیدشده به ازای تولید یک کیلووات‌ساعت برق از منابع گوناگون انرژی درست است؟**

۱) نفت خام < گاز طبیعی < زغال‌سنگ
۲) گرمای زمین < باد < گاز طبیعی
۳) باد < انرژی خورشید < نفت خام
۴) گرمای زمین < گاز طبیعی < انرژی خورشید

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ مقایسهٔ CO_2 تولیدشده، *این پوریاس*:

باد < گرمای زمین < انرژی خورشید < گاز طبیعی < نفت خام < زغال‌سنگ: CO_2 تولیدشده به ازای تولید برق یکسان

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۲ کدام مورد، **نادرست** است؟

۱) با فرض این‌که میانگین دمای کرهٔ زمین در حضور هواکره، $14\ ^\circ C$ است، اگر هواکره وجود نداشت، میانگین دمای کرهٔ زمین $32\ ^\circ C$ کاهش می‌یافت.

۲) طول موج پرتوهای خورشیدی که مولکول‌های CO_2 توانایی بازتاب آن‌ها را به سطح زمین دارند، بلندتر از طول موج پرتوهای خورشیدی است که توسط زمین جذب می‌شوند.

۳) بخش عمدهٔ پرتوهای خورشیدی که به سمت زمین می‌آیند، توسط گازهای گلخانه‌ای به فضا بازتابیده می‌شوند.

۴) زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب‌شده توسط پرتوهای خورشیدی را به صورت تابش‌هایی در محدودهٔ طول موج 10^{-5} ـ 10^{-3} نانومتر از دست می‌دهد.

پاسخ: گزینهٔ ۳

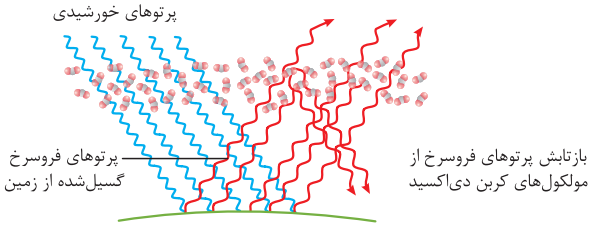
پاسخ خیلی تشریحی ✔ با توجه به شکل کتاب درسی، بخش عمدهٔ این پرتوها توسط زمین جذب می‌شوند.



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): اگر هواکره وجود نداشت، میانگین دمای کرهٔ زمین به $-18\ ^\circ C$ می‌رسید، یعنی بدون اثر گلخانه‌ای، میانگین دمای کرهٔ زمین $14 - (-18) = 32\ ^\circ C$ کاهش می‌یافت.

گزینهٔ (۲): مولکول‌های CO_2 توانایی بازتاب پرتوهای خورشیدی کم‌انرژی‌تر با طول موج بلندتر را دارند.



گزینهٔ (۴): طول موج پرتوهای فروسرخ در محدودهٔ 10^{-5} ـ 10^{-3} نانومتر است. زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب‌شده توسط پرتوهای خورشیدی را به صورت تابش فروسرخ از دست می‌دهد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۳ درستی یا نادرستی مطالب زیر، به ترتیب کدام است؟

- در واکنش تبدیل کلسیم اکسید به کلسیم کربنات، مواد شرکت‌کننده با دو حالت فیزیکی متفاوت نقش دارند.
- اگر در تولید یک پلاستیک، همهٔ هزینه‌های اقتصادی، اجتماعی و زیست‌محیطی در نظر گرفته شود، تولید آن در مسیر توسعهٔ پایدار است.
- اتانول، برخلاف نشاسته و مانند روغن‌های گیاهی، در ساختار خود اکسیژن نیز دارد.
- کربن دی‌اکسید را می‌توان به جای رهاکردن در هواکره، در جاهای مناسب دفن کرد.
- شیمی سبز، شاخه‌ای از علم شیمی است که در پی طراحی فراورده‌ها و فرایندهایی است تا تولید و استفاده از مواد خطرناک را کاهش داده یا از بین ببرد.

۱) درست ـ نادرست ـ درست ـ نادرست ـ درست

۲) درست ـ درست ـ نادرست ـ درست ـ درست

۳) نادرست ـ نادرست ـ نادرست ـ درست ـ نادرست

۴) درست ـ نادرست ـ نادرست ـ درست ـ درست

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

همهٔ عبارت‌ها به‌جز عبارت سوم، درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: واکنش انجام‌شده به صورت روبه‌رو است: $CO_2(g) + CaO(s) \rightarrow CaCO_3(s)$

در این واکنش، دو ماده حالت فیزیکی جامد (s) و یک ماده حالت فیزیکی گاز (g) دارد.

عبارت دوم: طبق تعریف توسعهٔ پایدار باید همهٔ هزینه‌های اقتصادی، اجتماعی و زیست‌محیطی آن فراورده در نظر گرفته شود.

عبارت سوم: در ساختار اتانول، نشاسته و روغن‌های گیاهی، علاوه بر کربن و هیدروژن، اکسیژن نیز وجود دارد.

عبارت چهارم: از مکان‌های مناسب برای دفن کربن دی‌اکسید در زیر زمین به سنگ‌های متخلخل، میدان‌های گازی و چاه‌های قدیمی نفت که خالی از این مواد هستند، می‌توان اشاره کرد.

عبارت پنجم: *کاملاً درسته!*

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۴ **درستی یا نادرستی کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟**

۱) روند تأثیر افزایش مقدار کربن دی‌اکسید در هواکره بر میانگین سطح آب‌های آزاد و مساحت برف در نیمکرهٔ شمالی، به تقریب مشابه است.

۲) ۲/۷۵ مول گاز کربن دی‌اکسید در فشار ۱ atm، برای توصیف یک گاز مناسب است.

۳) واکنش: $C_{۵۷}H_{۱۱۰}O_{۶}(s)+O_{۲}(g) \rightarrow CO_{۲}(g)+H_{۲}O(g)$، از نوع سوختن بوده و یک واکنش برگشت‌پذیر است.

۴) هر چه $CO_{۲}$ واردشده به طبیعت زیادتر باشد، طبیعت زمان بیشتری برای تعدیل اثر آن نیاز دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ گزینهٔ (۴) برخلاف سایر گزینه‌ها درست است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): افزایش کربن دی‌اکسید باعث افزایش سطح آب‌های آزاد و کاهش مساحت برف در نیمکرهٔ شمالی می‌شود. ✖

مساحت برف در نیمکرهٔ شمالی ↓ میانگین جهانی سطح آب‌های آزاد ↑ میانگین جهانی دمای سطح زمین ↑ $\Rightarrow$ مقدار $CO_{۲}$ در هواکره ↑

گزینهٔ (۲): برای توصیف یک نمونه گاز، علاوه بر مقدار، باید دما و فشار نیز مشخص باشد؛ در این توصیف به دمای آن اشاره نشده است! ✖

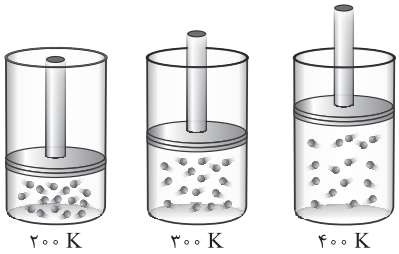
گزینهٔ (۳): واکنش سوختن، یک واکنش شیمیایی برگشت‌ناپذیر است. (فلش آن یک‌طرفه است.) ✖

گزینهٔ (۴): هر چه مقدار کربن دی‌اکسید واردشده به طبیعت بیشتر باشد، ردپای ایجادشده سنگین‌تر و اثر آن ماندگارتر خواهد بود؛ زیرا زمان لازم برای تعدیل این اثر به وسیلهٔ پدیده‌های طبیعی طولانی‌تر است. ✓

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۵ **شکل زیر یک نمونه گاز را درون سیلندری با پیستون متحرک در سه دمای متفاوت نشان می‌دهد. با توجه به آن کدام مورد نادرست است؟**



۱) حجم این نمونه گاز با دمای آن در فشار ثابت، رابطهٔ مستقیم دارد.

۲) چگالی این گاز در دمای $400\ K$ از چگالی آن در دمای $27\ ^\circ C$ کم‌تر است.

۳) با افزودن مقدار مشخصی از این گاز به ظرف با دمای $200\ K$، حجم و چگالی آن در این دما افزایش می‌یابد.

۴) اگر در فشار ثابت، دمای ظرف دوم به $600\ K$ افزایش یابد، حجم گاز درون ظرف دو برابر خواهد شد.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ در دمای $200\ K$، چون دما و فشار ثابت در نظر گرفته می‌شود، با افزودن مقداری گاز، جرم و حجم گاز به یک نسبت افزایش می‌یابند؛ بنابراین طبق رابطهٔ $\text{چگالی} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}}$، چگالی ثابت باقی می‌ماند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در فشار ثابت میان حجم یک گاز با دمای آن، **رابطهٔ مستقیم** وجود دارد.

نکته با توجه به فرمول کلی قانون گازها می‌توان نوشت:

$$\frac{P_1V_1}{n_1T_1} = \frac{P_2V_2}{n_2T_2}$$

- برای مقدار معینی گاز در دمای ثابت: $P_1V_1 = P_2V_2$ (حجم گاز با فشار آن رابطهٔ عکس دارد یا حاصل‌ضرب فشار در حجم ثابت است.)
- برای مقدار معینی گاز در فشار ثابت: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ (حجم گاز با دمای آن (برحسب کلوین) رابطهٔ مستقیم دارد.)
- برای مقدار معینی گاز: $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$ (حاصل $\frac{PV}{T}$ ثابت است.)
- در دما و فشار ثابت: $\frac{V_1}{n_1} = \frac{V_2}{n_2}$ (حجم گاز با تعداد مول آن رابطهٔ مستقیم دارد.)

گزینهٔ (۲): با توجه به این‌که حجم این گاز در دمای $400\ K$ بیشتر از حجم آن در دمای $27 + 273 = 300\ K$ است، طبق رابطهٔ $\text{چگالی} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}}$ «چگالی با حجم رابطهٔ عکس دارد»، چگالی آن در دمای $400\ K$ نسبت به چگالی آن در دمای $300\ K$، کم‌تر است.

گزینهٔ (۴): در فشار ثابت برای مقدار معینی گاز، حجم گاز با دما در مقیاس کلوین رابطهٔ مستقیم دارد. با دو برابر شدن دما در مقیاس کلوین، حجم نیز دو برابر می‌شود.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۶ حجم مولی گازها در دمای $68/25\ ^\circ C$ و فشار $1\ atm$ برحسب لیتر کدام است و در این شرایط، $4/8$ گرم فلز X با جرم مولی ۲۴ گرم بر مول در واکنش با آب در یک ظرف درباز، چند لیتر گاز هیدروژن آزاد می‌کند؟

$$X + 2H_2O \rightarrow X(OH)_2 + H_2$$

۱) $28 - 5/6$ ۲) $32 - 7/2$

۳) $28 - 7/2$ ۴) $32 - 6/4$

پاسخ: گزینهٔ ۱

نکته **محاسبهٔ حجم مولی گازها در شرایط غیر STP:**

برای محاسبهٔ حجم مولی گازها در دما و فشاری غیر از شرایط STP، کافی است شرایط جدید را با شرایط STP مقایسه و از رابطهٔ مقابل استفاده کرده و V_2 را حساب کنیم:

$$\underbrace{\frac{P_1V_1}{T_1}}_{\text{شرایط STP}} = \underbrace{\frac{P_2V_2}{T_2}}_{\text{شرایط جدید}} (P_1 = 1\,atm\ ,\ V_1 = 22/4\,L\ ,\ T_1 = 273K)$$

پاسخ خیلی تشریحی با توجه به رابطهٔ قانون گازها، حجم مولی گاز را حساب می‌کنیم:

$$\underbrace{\frac{P_1V_1}{T_1}}_{\text{شرایط STP}} = \underbrace{\frac{P_2V_2}{T_2}}_{\text{شرایط جدید}} \Rightarrow \frac{1\times 22/4}{273} = \frac{1\times V_2}{\underbrace{273+68/25}_{(341/25)}} \Rightarrow V_2 = 28\,L$$

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش *این‌بوریاس*:

$$X + 2H_2O \rightarrow X(OH)_2 + H_2$$

با توجه به جرم فلز X مصرف‌شده، حجم گاز H_2 را به دست می‌آوریم:

استفاده از کسر تبدیل:

$$4/8\ g\ X \times \frac{1\ mol\ X}{24\ g} \times \frac{1\ mol\ H_2}{1\ mol\ X} \times \frac{28\ L\ H_2}{1\ mol\ H_2} = 5/6\ L\ H_2$$

یه جور دیگه **استفاده از کسر تناسب:**

$$\underbrace{\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}}_{X} = \underbrace{\frac{\text{حجم}}{\text{حجم مولی}\times\text{ضریب}}}_{H_2} \Rightarrow \frac{\overset{0/2}{\cancel{4/8}}}{\cancel{24}} = \frac{x}{28} \Rightarrow x = 5/6\ L\ H_2$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۷ کدام موارد درست است؟

الف) در دما و فشار یکسان، حجم یک مول از گازهای گوناگون با هم یکسان و برابر ۲۲۴۰۰ میلی‌لیتر است.

ب) به واکنش آرام مواد با اکسیژن که با تولید انرژی همراه است، واکنش اکسایش می‌گویند.

پ) کلسیم اکسید یک ترکیب یونی بوده و برخلاف گوگرد تری‌اکسید، یک اکسید بازی به شمار می‌رود.

ت) در دمای اتاق، مخلوطی از گازهای هیدروژن و نیتروژن در حضور کاتالیزگر یا جرقه، در یک واکنش سریع و شدید منفجر می‌شود.

۱) الف ـ پ
۲) ب ـ پ
۳) الف ـ ت
۴) ب ـ ت

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

عبارت‌های «ب» و «پ» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) حجم مولی گازها در شرایط STP (دمای $0\,^{\circ}C$ و فشار $1\,atm$)، برابر ۲۲۴۰۰ میلی‌لیتر است، نه در هر دما و فشاری!

ب) *کاملاً درسته!*

پ) *کاملاً درسته! ببینین:*

	کلسیم اکسید	گوگرد تری‌اکسید
فرمول	CaO	SO_3
نوع اکسید (فلزی / نافلزی)	اکسید فلزی	اکسید نافلزی
نوع اکسید (اسیدی/ بازی)	اکسید بازی	اکسید اسیدی
نوع ترکیب	یونی	مولکولی
رنگ کاغذ pH در محلول آن	آبی	سرخ

ت) به دلیل واکنش‌پذیری ناچیز گاز نیتروژن، در دمای اتاق، در مخلوطی از آن با گاز هیدروژن (H_2)، حتی در حضور کاتالیزگر یا جرقه، واکنشی انجام نمی‌شود!

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۸ پتاسیم کلرات، مطابق معادلهٔ زیر تجزیه می‌شود. در این واکنش، نسبت جرم گاز تولیدشده به جرم واکنش‌دهندهٔ مصرفی کدام است؟ $(O = ۱۶ , Cl = ۳۵/۵ , K = ۳۹ : g.mol^{-1})$

$KClO_۳(s) \xrightarrow{\Delta} KCl(s) + O_۲(g)$ (معادله موازنه شود.)

۱) ۰/۰۶۵ ۲) ۰/۱۳ ۳) ۰/۲۶ ۴) ۰/۳۹

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی اول، معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$۲KClO_۳(s) \xrightarrow{\Delta} ۲KCl(s) + ۳O_۲(g)$$

$$\text{جرم} = \text{مول} \times \text{جرم‌مولی} \Rightarrow \frac{O_۲\text{جرم}}{KClO_۳\text{جرم}} = \frac{O_۲\text{مول}}{KClO_۳\text{مول}} \times \frac{O_۲\text{جرم‌مولی}}{KClO_۳\text{جرم‌مولی}}$$

این نسبت با نسبت ضرایب استوکیومتری مواد در معادلهٔ موازنه‌شده برابر است.

$$\Rightarrow \frac{O_۲\text{جرم}}{KClO_۳\text{جرم}} = \frac{۳}{۲} \times \frac{۳۲}{۱۲۲/۵} = \frac{۹۶}{۲۴۵} \simeq ۰/۳۹$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۹ **کدام مورد، جملهٔ زیر را از نظر علمی به درستی کامل می‌کند؟**

«گازها، ..... مایع‌ها و جامدها ..... .»

۱) مانند ـ به شکل ظرف محتوی آن درمی‌آیند

۲) برخلاف ـ شکل و حجم معینی ندارند

۳) مانند ـ با اثر افزایش فشار، حجم آن‌ها کاهش می‌یابد

۴) برخلاف ـ همهٔ فضای ظرف را اشغال می‌کنند

پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته

مقایسهٔ مواد جامد، مایع و گاز:

حالت	شکل معین	حجم معین	تابع شکل ظرف	تراکم‌پذیر
جامد (s)	دارد	دارد	نیست	نیست
مایع (l)	ندارد	دارد	است	نیست
گاز (g)	ندارد	ندارد	است	است

پاسخ خیلی تشریحی ✔

حجم گازها تابع حجم ظرفی است که در آن قرار دارند و همهٔ فضای ظرف را اشغال می‌کنند. *هواستون باشه* که مواد مایع با این‌که به شکل ظرف محتوی آن درمی‌آیند، اما مقدار مشخصی از آن همهٔ فضای ظرف را اشغال *نمی‌کنه!*

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): جامدها به شکل ظرف محتوی آن درنمی‌آیند.

گزینهٔ (۲): مایع‌ها نیز شکل معینی ندارند.

گزینهٔ (۳): این عبارت فقط دربارهٔ گازها درست است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

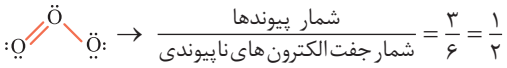
۶۰ نسبت چگالی گاز X به گاز اکسیژن در شرایط STP، با نسبت شمار پیوندها به جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در مولکول اوزون، یکسان است. حجم ۳/۲ گرم از گاز X در شرایط STP برحسب لیتر کدام است؟ $(O = 16\ g.mol^{-1})$

۱) ۰/۵۶ ۲) ۱/۱۲ ۳) ۲/۲۴ ۴) ۴/۴۸

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ساختار لوویس اوزون (O_3) را رسم می‌کنیم:



$$\frac{\text{شمار پیوندها}}{\text{شمار جفت الکترون های ناپیوندی}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

گام دوم:

نکته

در دما و فشار ثابت، نسبت چگالی دو گاز با نسبت جرم مولی آن‌ها برابر است:

$$\text{در دما و فشار یکسان}: \frac{\text{چگالی گاز A}}{\text{چگالی گاز B}} = \frac{\text{جرم مولی گاز A}}{\text{جرم مولی گاز B}}$$

با توجه به رابطهٔ نسبت چگالی و جرم مولی گازها، جرم مولی گاز X را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\text{چگالی گاز X}}{\text{چگالی گاز } O_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\text{چگالی گاز X}}{\text{چگالی گاز } O_2} = \frac{\text{جرم مولی گاز X}}{\text{جرم مولی گاز } O_2} \Rightarrow \frac{\text{جرم مولی گاز X}}{32} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \text{جرم مولی گاز X} = \frac{32}{2} = 16\ g.mol^{-1}$$

گام سوم: در نهایت، حجم ۳/۲ گرم از گاز X را در شرایط STP حساب می‌کنیم:

استفاده از کسر تبدیل:

$$3/2\ g\ X \times \frac{1\ mol\ X}{16\ g\ X} \times \frac{22/4\ L\ X}{1\ mol\ X} = 4/48\ L\ X$$

یه جور دیگه

استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} = \frac{\text{حجم}}{\text{حجم مولی}} \Rightarrow \frac{3/2}{16} = \frac{x}{22/4} \Rightarrow x = 4/48\ L\ X$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۱ کدام مورد، **نادرست** است؟

۱) فسفر تری‌کلرید یک مادهٔ تجاری مهم است که در تهیهٔ حشره‌کش‌ها کاربرد فراوانی دارد.

۲) فراوان‌ترین گاز هواکره، یکی از گازهای نجیب است و در محیط‌هایی که گاز اکسیژن، عامل ایجاد تغییر شیمیایی است به جای اکسیژن از این گاز استفاده می‌کنند.

۳) آمونیاک یکی از کودهای شیمیایی نیتروژن‌دار است که به طور مستقیم به خاک تزریق می‌شود.

۴) به بخشی از دانش شیمی که به ارتباط کمّی میان واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌های واکنش می‌پردازد، استوکیومتری واکنش می‌گویند.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

فراوان‌ترین گاز هواکره، نیتروژن (N_2) است که به جوّ بی‌اثر شهرت دارد. *هواستون باشه* که این گاز یک گاز نجیب نیست!

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): از فسفر تری‌کلرید (PCl_3) در تهیهٔ حشره‌کش استفاده می‌شود.

گزینهٔ (۳): آمونیاک (NH_3) برای تأمین نیتروژن مورد نیاز گیاهان، به طور مستقیم به خاک اضافه می‌شود.

گزینهٔ (۴): *کاملاً درسته! تعریف استوکیومتریه!*

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۲ در مخلوطی از سه گاز CH_4، N_2 و He، به جرم ۹۲ گرم، شمار اتم‌های نیتروژن برابر با $24/08\times10^{23}$ است. اگر در دمای اتاق به این مخلوط مقدار کافی گاز اکسیژن اضافه شود، پس از واکنش کامل با متان، ۲۷ گرم آب تشکیل می‌شود. جرم گاز هلیم در مخلوط اولیه چند گرم است؟ $(O=16, N=14, C=12, H=1: g.mol^{-1})$

۱) ۲۴ ۲) ۲۸ ۳) ۱۲ ۴) ۲۱

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا جرم گاز نیتروژن در مخلوط را حساب می‌کنیم:

استفاده از کسر تبدیل:

$$24/08\times10^{23}\ atom\ N\times\frac{1\ mol\ N}{6/02\times10^{23}\ atom}\times\frac{1\ mol\ N_2}{2\ mol\ N}\times\frac{28\ g\ N_2}{1\ mol\ N_2}=56\ g\ N_2$$

یه‌جور دیگه

استفاده از کسر تناسب:

$N_2 \sim 2N$

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}=\frac{\text{تعداد ذره}}{6/02\times10^{23}\times\text{ضریب}}\Rightarrow\frac{x}{28}=\frac{24/08\times10^{23}}{2\times6/02\times10^{23}}\Rightarrow x=56\ g\ N_2$$

در دمای اتاق N_2 و He با گاز اکسیژن واکنش نمی‌دهد و فقط CH_4 واکنش می دهد.

گام دوم: معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش CH_4 با اکسیژن را نوشته و جرم گاز CH_4 را به دست می‌آوریم:

$$CH_4(g)+2O_2(g)\rightarrow CO_2(g)+2H_2O(g)$$

استفاده از کسر تبدیل:

$$27\ g\ H_2O\times\frac{1\ mol\ H_2O}{18\ g\ H_2O}\times\frac{1\ mol\ CH_4}{2\ mol\ H_2O}\times\frac{16\ g\ CH_4}{1\ mol\ CH_4}=12\ g\ CH_4$$

یه‌جور دیگه

استفاده از کسر تناسب:

$$\underbrace{\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}}_{H_2O}=\underbrace{\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}}_{CH_4}\Rightarrow\frac{27}{2\times18}=\frac{x}{16}\Rightarrow x=12\ g\ CH_4$$

گام سوم: در نهایت با توجه به جرم مخلوط، جرم گاز He را به دست می‌آوریم:

$$\text{جرم مخلوط}=\text{جرم }CH_4+\text{جرم }N_2+\text{جرم }He\Rightarrow92=12+56+\text{جرم }He\Rightarrow\text{جرم }He=24\ g$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۳ کدام موارد درست است؟

الف) فصل بهار در نیمکرهٔ شمالی زمین، نسبت به ۵۰ سال گذشته در حدود یک هفته زودتر آغاز می‌شود.

ب) در شرایط STP، حجم ۰/۲ مول گاز نیتروژن با حجم $۱/۲۰۴\times۱۰^{۲۳}$ مولکول هیدروژن یکسان است.

پ) بزرگ‌ترین چالش هابر، یافتن شرایط بهینه برای تهیهٔ گاز هیدروژن جهت واکنش با گاز نیتروژن و تهیهٔ آمونیاک بود.

ت) ساختار لوویس مولکول‌های نیتروژن، کربن مونوکسید و اکسیژن با هم مشابه است.

۱) الف ـ پ
۲) ب ـ ت
۳) الف ـ ب
۴) پ ـ ت

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

عبارت‌های «الف» و «ب» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) به دلیل گرمایش زمین در اثر افزایش غلظت گازهای گلخانه‌ای مانند کربن دی‌اکسید، فصل بهار در نیکرهٔ شمالی زمین، نسبت به ۵۰ سال گذشته در حدود یک هفته زودتر آغاز می‌شود.

ب) شمار مول‌های گاز هیدروژن را حساب می‌کنیم:

$$۱/۲۰۴\times۱۰^{۲۳}\ \text{مولکول}\ H_۲ \times \frac{۱\ \text{mol}\ H_۲}{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\ \text{مولکول}\ H_۲} = ۰/۲\ \text{mol}\ H_۲$$

در شرایط یکسان دما و فشار، مول‌های برابر از گازهای گوناگون، حجم یکسانی دارند؛ بنابراین حجم ۰/۲ مول گاز $N_۲$ با حجم ۰/۲ مول گاز $H_۲$ در شرایط STP، یکسان است.

پ) بزرگ‌ترین چالش آقای هابر، یافتن شرایط بهینه برای انجام واکنش $N_۲$ با $H_۲$ بود:

$$N_۲(g) + ۳H_۲(g) \xrightarrow{\text{شرایط بهینه}} ۲NH_۳(g)$$

ت) *ببینید:*

مولکول نیتروژن $(N_۲)$: $:N\equiv N:$

مولکول کربن مونوکسید (CO): $:C\equiv O:$

مولکول اکسیژن $(O_۲)$: $:\ddot{O}=\ddot{O}:$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۴ **اصطلاح لایهٔ اوزون به منطقهٔ مشخصی از ..... گفته می‌شود که مولکول‌های اوزون در آن، مانع ورود ..... تابش فرابنفش خورشید به سطح زمین می‌شوند.**

۱) تروپوسفر ـ همهٔ
۲) استراتوسفر ـ بخش عمده‌ای از
۳) تروپوسفر ـ بخش عمده‌ای از
۴) استراتوسفر ـ همهٔ

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

لایهٔ اوزون در واقع بخشی از لایهٔ دوم هواکره، یعنی استراتوسفر است.

مولکول‌های اوزون در لایهٔ تروپوسفر مانع ورود بخش عمده‌ای از تابش فرابنفش خورشید به سطح زمین شده که باعث می‌شود موجودات زنده از آثار زیانبار این تابش‌ها در امان بمانند.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۵ در یک ظرف دربسته، به ۰/۶ مول Cl_2O_7 خالص حرارت داده می‌شود تا به طور کامل مطابق معادلهٔ (I) تجزیه شود. اگر در همین ظرف و پس از پایان واکنش، ۱/۴ مول گاز N_2 به ظرف وارد شود و طبق واکنش (II) به طور کامل به فراورده‌های واکنش تبدیل شود، به تقریب چند درصد از مول‌های گازی درون ظرف را مولکول‌های دواتمی تشکیل می‌دهند؟ (واکنش‌ها برگشت‌ناپذیر فرض شود و واکنش دیگری نیز انجام نمی‌شود.)

I) $2Cl_2O_7(l) \rightarrow 2Cl_2(g) + 7O_2(g)$

II) $2N_2(g) + 3O_2(g) \rightarrow 2NO_2(g) + 2NO(g)$

۱) ۲۳/۲ ۲) ۴۱/۱ ۳) ۵۸/۸ ۴) ۷۴/۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

$2Cl_2O_7 \rightarrow 2Cl_2 + 7O_2$

$2N_2 + 3O_2 \rightarrow 2NO + 2NO_2$

گام اول: مول فراورده‌های گازی در واکنش اول را حساب می‌کنیم:

$$0/6 \text{ mol } Cl_2O_7 \times \frac{7 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } Cl_2O_7} = 2/1 \text{ mol } O_2$$

$$0/6 \text{ mol } Cl_2O_7 \times \frac{2 \text{ mol } Cl_2}{2 \text{ mol } Cl_2O_7} = 0/6 \text{ mol } Cl_2$$

گام دوم: پس از واردکردن ۱/۴ مول گاز N_2 به ظرف واکنش، تنها مولکول O_2 با آن واکنش می‌دهد و مولکول Cl_2 دست‌نخورده در ظرف باقی می‌ماند؛ بنابراین تمام گاز N_2 مصرف شده و تبدیل به فراورده‌های گازی می‌شود:

$$1/4 \text{ mol } N_2 \times \frac{2 \text{ mol } NO}{2 \text{ mol } N_2} = 1/4 \text{ mol } NO$$

$$1/4 \text{ mol } N_2 \times \frac{2 \text{ mol } NO_2}{2 \text{ mol } N_2} = 1/4 \text{ mol } NO_2$$

گام سوم: در پایان واکنش، گازهای NO، NO_2 و Cl_2 در ظرف حضور دارند؛ بنابراین نسبت خواسته‌شده را حساب می‌کنیم:

$$\text{درصد مول‌های گازی دواتمی } (Cl_2, NO) = \frac{\text{مول } Cl_2 + \text{مول } NO}{\text{مول } Cl_2 + \text{مول } NO + \text{مول } NO_2} \times 100 = \frac{0/6 + 1/4}{0/6 + 1/4 + 1/4} \times 100$$

$$= \frac{2}{3/4} \times 100 = \%58/8$$

کنکور

در یک ظرف دربسته، ۰/۵ مول گاز SO_2Cl_2 به طور کامل تجزیه می‌شود. اگر در همین ظرف و پس از پایان واکنش، به ترتیب ۰/۸ و ۰/۴ مول گازهای CO و O_2 وارد شده و ۵۰ درصد آن‌ها به فراورده تبدیل شوند، چند درصد از مول‌های گازی درون ظرف را SO_2 تشکیل می‌دهد؟ (واکنش‌ها برگشت‌ناپذیر در نظر گرفته شود، واکنش دیگری انجام نمی‌شود.) *(سؤال ۷۶ کنکور تجربی ۱۴۰۳ ـ نوبت اول)*

$SO_2Cl_2(g) \rightarrow SO_2(g) + Cl_2(g)$

$2CO(g) + O_2(g) \rightarrow 2CO_2(g)$

۱) ۱۲/۵ ۲) ۲۵ ۳) ۵۰ ۴) ۳۷/۵

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۶ **کدام مورد، درست است؟**

۱) واکنش تبدیل اوزون به اکسیژن در لایهٔ دوم هواکره، برگشت‌ناپذیر است.

۲) در هر مرحله از واکنش‌های تشکیل اوزون در تروپوسفر، مولکول اکسیژن به عنوان واکنش‌دهنده حضور دارد.

۳) یکسان‌بودن نوع اتم‌های سازندهٔ دو مولکول، سبب یکسان‌شدن خواص و رفتار آن‌ها می‌شود.

۴) تشکیل اوزون در لایهٔ اول هواکره، عملکرد مفیدی در برابر تابش‌های پرانرژی دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ گاز اکسیژن (O_2) در هر سه واکنش مربوط به تولید اوزون تروپوسفری، جزء واکنش‌دهنده‌ها است:

۱) $N_2 + \underline{O_2} \rightarrow 2NO$

۲) $2NO + \underline{O_2} \rightarrow 2NO_2$

۳) $NO_2 + \underline{O_2} \rightarrow NO + O_3$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): واکنش تبدیل اوزون به اکسیژن در لایهٔ دوم هواکره (استراتوسفر)، برگشت‌پذیر است.

گزینهٔ (۳): مثلاً O_2 و O_3 از یک نوع اتم ساخته شده‌اند، اما خواص و رفتار آن‌ها متفاوت است. ساختار هر ماده (نه لزوماً نوع اتم‌های سازندهٔ آن) تعیین‌کنندهٔ خواص و رفتار آن است.

گزینهٔ (۴): *نادرسته.*



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۷ با توجه به واکنش زیر، به ازای مصرف ۰/۴ مول فلز آلومینیم، چند لیتر گاز در شرایط STP تولید می‌شود؟

$Al(s) + NH_4ClO_4(s) \rightarrow Al_2O_3(s) + AlCl_3(s) + H_2O(l) + N_2(g)$ (معادله موازنه شود.)

۱) ۸/۹۶ ۲) ۲۶/۸۸

۳) ۰/۸۹۶ ۴) ۲/۶۸۸

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ابتدا معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$10Al(s) + 6NH_4ClO_4(s) \rightarrow 4Al_2O_3(s) + 2AlCl_3(s) + 12H_2O(l) + 3N_2(g)$$

تنها گاز موجود در فراورده‌ها، گاز نیتروژن (N_2) است؛ پس داریم:

استفاده از کسر تبدیل:

$$0/4\ mol\ Al \times \frac{3\ mol\ N_2}{10\ mol\ Al} \times \frac{22/4\ L\ N_2}{1\ mol\ N_2} = 2/688\ L\ N_2$$

یه‌جور دیگه **استفاده از کسر تناسب:**

$$\frac{\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{Al}} = \frac{\text{حجم}}{\underbrace{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}}_{N_2}} \Rightarrow \frac{0/4}{10} = \frac{x}{3 \times 22/4} \Rightarrow x = \frac{4 \times 3 \times 224}{1000} = 2/688\ L\ N_2$$

کتاب درسی واکنش آلومینیم با نمکی از آمونیوم به صورت زیر انجام می‌شود. (شیمی (۱) ـ سؤال ۶ صفحهٔ ۸۳ کتاب درسی)

$Al(s) + NH_4ClO_4(s) \rightarrow Al_2O_3(s) + AlCl_3(s) + H_2O(l) + N_2(g)$ (واکنش شیمیایی، موازنه نشده‌است.)

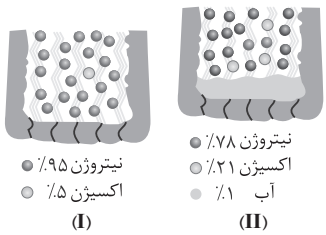
الف) با مصرف ۲/۱۶ کیلوگرم فلز آلومینیم چند لیتر گاز در STP تولید می‌شود؟

ب) نسبت جرمی آلومینیم کلرید به آلومینیم اکسید تولیدشده را حساب کنید.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۸ کدام مورد، درست است؟



۱) پلاستیک‌های سبز، مولکول‌های کوچکی هستند و به همین دلیل به راحتی در طبیعت تجزیه می‌شوند.

۲) برای پرکردن و تنظیم باد تایر خودرو، نمونهٔ (II) مناسب‌تر از نمونهٔ (I) است.

۳) در برخی از کشورها از اتانول (C_2H_5OH) به عنوان سوخت سبز به جای سوخت‌های فسیلی استفاده می‌شود.

۴) در واکنش سوختن کامل ۰/۲ مول اتانول (C_2H_5OH)، ۶/۷۲ لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP مصرف می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ اتانول (C_2H_5OH) یک سوخت سبز است؛ استفاده از این سوخت در مقایسه با سوخت‌های فسیلی، میزان آلاینده‌هایی را که به هواکره وارد می‌شوند، کاهش می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): پلاستیک‌های سبز، نوعی پلیمر و درشت‌مولکول هستند. *(در علوم نهم با درشت‌مولکول‌ها و پلیمرها آشنا شدین! در یازدهم باز می‌خونید!)*

گزینهٔ (۲): نمونهٔ (I) مناسب‌تر از (II) است، زیرا درصد اکسیژن در آن کم‌تر است و هم‌چنین آب در آن وجود ندارد و رینگ‌ها از خوردگی محافظت می‌شوند (برای پرکردن و تنظیم باد تایر خودرو، امروزه به جای هوا، از گاز نیتروژن استفاده می‌شود.)

گزینهٔ (۴): معادلهٔ واکنش کامل سوختن اتانول (C_2H_5OH) را نوشته و سپس موازنه می‌کنیم:

$$C_2H_5OH + 3O_2 \rightarrow 2CO_2 + 3H_2O$$

استفاده از کسر تبدیل:

$$0/2\ mol\ C_2H_5OH \times \frac{3\ mol\ O_2}{1\ mol\ C_2H_5OH} \times \frac{22/4\ L\ O_2}{1\ mol\ O_2} = 13/44\ L\ O_2$$

یه‌جور دیگه **استفاده از کسر تناسب:**

$$\frac{\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{C_2H_5OH}} = \frac{\text{حجم}}{\underbrace{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}}_{O_2}} \Rightarrow \frac{0/2}{1} = \frac{x}{3 \times 22/4} \Rightarrow x = 13/44\ L\ O_2$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۹ کدام موارد از مقایسه‌های انجام‌شده دربارهٔ آلوتروپ‌های اکسیژن، درست است؟

الف) واکنش‌پذیری: اکسیژن > اوزون

ب) نسبت شمار الکترون‌های ناپیوندی به شمار الکترون‌های پیوندی: اوزون > اکسیژن

پ) درصد حجمی در استراتوسفر: اوزون > اکسیژن

ت) شمار اتم‌ها در ۲۲/۴ لیتر (در شرایط STP): اکسیژن > اوزون

۱) الف ـ ب ۲) الف ـ ت ۳) ب ـ پ ۴) پ ـ ت

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عبارت‌های «الف» و «ت» درست‌اند.

نکته **آلوتروپ‌های اکسیژن:**

آلوتروپ	O_2	O_3
ساختار لوویس	$\ddot{O}=\ddot{O}$	(خمیده یا V شکل) $\ddot{O}$ با $\ddot{O}$ و $:\!\ddot{O}:$
نقطهٔ جوش	$-۱۸۳\ ^\circ C$ (کم‌تر)	$-۱۱۲\ ^\circ C$ (بیشتر)
مایع‌شدن	سخت‌تر	آسان‌تر
رنگ در حالت مایع	آبی کم‌رنگ	آبی پررنگ
واکنش‌پذیری	کم‌تر	بیشتر (گندزدا)
پایداری	بیشتر	کم‌تر
قطبیت	ناقطبی	قطبی
انحلال‌پذیری در آب	کم‌تر	بیشتر

بررسی عبارت‌ها:

الف) واکنش‌پذیری اوزون از اکسیژن بیشتر است.

ب) در هر دو مولکول O_2 و O_3، نسبت شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی، برابر ۲ است:

$$\ddot{O}=\ddot{O} \Rightarrow \frac{\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی}}{\text{شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی}} = \frac{۴}{۲} = ۲$$

$$\text{(خمیده)} \Rightarrow \frac{\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی}}{\text{شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی}} = \frac{۶}{۳} = ۲$$

پ) درصد حجمی گاز اکسیژن در هواکره به تقریب ۲۱٪ است. حتی در روزهای آلوده نیز درصد حجمی گاز اوزون بیشتر از گاز اکسیژن نخواهد شد. (مقدار اوزون در هواکره ناچیز است.)

ت) در شرایط STP، ۲۲/۴ لیتر از گازها شامل ۱ مول یا $۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}$ مولکول است، اما با توجه به فرمول گازها، تعداد اتم‌های آن می‌تواند متفاوت باشد؛ بنابراین:

$$۲۲/۴\ L\ O_2 = ۱\ mol\ O_2 = ۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\ \text{مولکول} = ۲\times۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\ \text{اتم}$$

$$۲۲/۴\ L\ O_3 = ۱\ mol\ O_3 = ۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\ \text{مولکول} = ۳\times۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\ \text{اتم}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۰ مقدار ۶/۴ گرم متان یک بار به صورت کامل و بار دیگر به صورت ناقص، مطابق واکنش‌های زیر سوزانده شده است. تفاوت حجم گاز اکسیژن مصرفی در شرایط STP برحسب لیتر و مجموع جرم آب تولیدشده در این دو واکنش برحسب گرم، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(معادلهٔ واکنش‌ها موازنه شود، $H=1, O=16, C=12 : g.mol^{-1}$)

I) $CH_4(g)+O_2(g) \rightarrow CO_2(g)+H_2O(g)$

II) $CH_4(g)+O_2(g) \rightarrow CO(g)+H_2O(g)$

۱) ۴/۴۸ ، ۲۸/۸

۲) ۸/۹۶ ، ۲۸/۸

۳) ۴/۴۸ ، ۲۱/۶

۴) ۸/۹۶ ، ۴۳/۲

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا هر دو واکنش را موازنه می‌کنیم:

I) $CH_4(g)+2O_2(g) \rightarrow CO_2(g)+2H_2O(g)$

II) $2CH_4(g)+3O_2(g) \rightarrow 2CO(g)+4H_2O(g)$

گام دوم: حجم گاز اکسیژن (O_2) مصرفی را در هر دو واکنش *حساب می‌کنیم*:

$$\text{(I) حجم } O_2 \text{ در واکنش}: 6/4\ g\ CH_4 \times \frac{1\ mol\ CH_4}{16\ g\ CH_4} \times \frac{2\ mol\ O_2}{1\ mol\ CH_4} \times \frac{22/4\ L\ O_2}{1\ mol\ O_2} = 17/92\ L\ O_2$$

$$\text{(II) حجم } O_2 \text{ در واکنش}: 6/4\ g\ CH_4 \times \frac{1\ mol\ CH_4}{16\ g\ CH_4} \times \frac{3\ mol\ O_2}{2\ mol\ CH_4} \times \frac{22/4\ L\ O_2}{1\ mol\ O_2} = 13/44\ L\ O_2$$

$$\text{تفاوت حجم } O_2 \text{ در واکنش‌های (I) و (II)} = 17/92 - 13/44 = 4/48\ L$$

یه‌جور دیگه

با توجه به معادلهٔ واکنش‌ها، تفاوت تعداد مول اکسیژن مصرف‌شده به ازای سوختن ۲ مول CH_4، برابر با $3-1=2$ است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$2CH_4 \rightarrow 1O_2$$

$$\frac{\underbrace{\text{جرم}}_{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}}{CH_4} = \frac{\underbrace{\text{حجم}}_{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}}}{O_2} \Rightarrow \frac{6/4}{2\times16} = \frac{x}{1\times22/4} \Rightarrow x = 4/48\ L\ O_2$$

پس تا این‌جا گزینه‌های (۲) و (۴) رد می‌شوند! *حالا بریم سراغ قسمت دوم سؤال*:

گام سوم: جرم آب تولیدشده در هر دو واکنش را حساب می‌کنیم:

$$\text{(I) در واکنش } g\ H_2O: 6/4\ g\ CH_4 \times \frac{1\ mol\ CH_4}{16\ g\ CH_4} \times \frac{2\ mol\ H_2O}{1\ mol\ CH_4} \times \frac{18\ g\ H_2O}{1\ mol\ H_2O} = 14/4\ g\ H_2O$$

$$\text{(II) در واکنش } g\ H_2O: 6/4\ g\ CH_4 \times \frac{1\ mol\ CH_4}{16\ g\ CH_4} \times \frac{4\ mol\ H_2O}{2\ mol\ CH_4} \times \frac{18\ g\ H_2O}{1\ mol\ H_2O} = 14/4\ g\ H_2O$$

$$\text{مجموع جرم } H_2O \text{ تولیدشده در واکنش‌های (I) و (II)} = 14/4 + 14/4 = 28/8\ g$$

یه‌جور دیگه

با توجه به این‌که در سوختن کامل و ناقص مقدار مشخصی از یک هیدروکربن، مول و جرم آب تولیدشده یکسان است، نیاز نیست جرم آب تولیدشده در هر دو واکنش را حساب کنیم! *پس کافیه* جرم آب تولیدشده در یکی از آن‌ها را حساب کرده و سپس دو برابر کنیم:

$$1CH_4 \rightarrow 2H_2O$$

$$\frac{\underbrace{\text{جرم}}_{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}}{CH_4} = \frac{\underbrace{\text{جرم}}_{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}}{H_2O} \Rightarrow \frac{6/4}{16} = \frac{x}{2\times18} \Rightarrow x = 14/4\ g\ H_2O$$

$$\text{مجموع جرم } H_2O \text{ تولیدشده در واکنش‌های (I) و (II)} = 14/4\times2 = 28/8\ g$$

Telegram: @konkur_in