



آزمون خیلی سبز؛ یک آزمون استراتژیک



مثل کنکورترین آزمون آزمایشی

دفترچه سوالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه آرای، فونت سوالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه‌ترین حالت به دفترچه سوالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.



مرحله ۶ دوازدهم تجربی | زیست‌شناسی

صفحه ۲

- ۱- در بخشی از کتاب درسی، آزمایشات دانشمندی در سه مرحله کلی آورده شده است که به بحث‌ها و پژوهش‌های چندساله درباره ماهیت ماده ژنتیک خاتمه داد. در هر مرحله‌ای از این آزمایشات که از پروتئازها استفاده شد، کدام مورد زیر مشاهده می‌شود؟
 - (۱) عدم تجزیه ماده وراثتی
 - (۲) انتقال صفت بین یاخته‌های زنده
 - (۳) عدم استفاده از گریزانه (سانتریفیوژ)
 - (۴) قرارگیری باکتری‌ها در چهار ظرف متمایز
- ۲- کدام ویژگی، درباره هیچ‌یک از کاتالیزورهای زیستی فعال در یاخته‌های کبدی انسان صادق نیست؟
 - (۱) در طی شرکت در واکنش‌های شیمیایی مصرف می‌شوند.
 - (۲) پس از قرار گرفتن مواد سمی در جایگاه فعال آن‌ها، به فعالیت صحیحشان ادامه می‌دهند.
 - (۳) با اثر بر یک نوع پیش‌ماده خاص، قادر به تولید چند نوع فراورده مختلف در درون یاخته می‌باشند.
 - (۴) بدون نیاز به شکل‌گیری جایگاه فعال در نتیجه تشکیل ساختار سوم پروتئینی، به انجام واکنش‌های شیمیایی می‌پردازند.
- ۳- کدام مورد برای تکمیل عبارت زیر، مناسب است؟
 حفظ یکی از آنزیم‌های شرکت‌کننده در فرایند همانندسازی دنا که بلافاصله بعد از تشکیل دوراهی همانندسازی، فعالیت خود را آغاز می‌کند.....
 - (۱) ماریپج دنا و دو رشته آن را از هم باز می‌کند
 - (۲) در ساخت یک رشته دنا در مقابل رشته الگو نقش دارد
 - (۳) بین گروه فسفات و گروه هیدروکسیل، پیوند اشتراکی می‌سازد
 - (۴) فاقد توانایی شکستن پیوند اشتراکی در فعالیت بسیارازی خود است
- ۴- با توجه به اطلاعات کتاب درسی درباره انواع نوکلئیک اسیدهای دورشته‌ای در یاخته‌های موزولا، نوکلئیک اسیدی که ساختار حلقوی دارد نسبت به نوکلئیک اسیدی که ساختار خطی دارد، چه مشخصه‌ای دارند؟ (در نظر بگیرید هر یک در زمان مشابهی همانندسازی می‌شوند).
 - (۱) توسط تعداد غشای کم‌تری محصور شده است.
 - (۲) همانندسازی را در جهات بیشتری انجام می‌دهد.
 - (۳) تعداد دوراهی‌های همانندسازی بیشتری دارد.
 - (۴) برای تکثیر آن، مقدار نوکلئوتیدهای آزاد کم‌تری مصرف می‌شود.
- ۵- کدام مورد، در خصوص آزمایشات یا نتایج کارهای گریفیت، نادرست است؟
 - (۱) در یکی از آزمایشات خود، علی‌رغم استفاده از باکتری‌های زنده بدون پوشینه، سبب مرگ موش شد.
 - (۲) در یکی از آزمایشات خود، علی‌رغم تزریق باکتری‌های زنده به موش، شاهد زنده ماندن موش بود.
 - (۳) در یکی از آزمایشات خود، باکتری‌های پوشینه‌دار زنده را در محلی غیر از خون موش‌های مرده مشاهده کرد.
 - (۴) در یکی از آزمایشات خود، بدون پی‌بردن به ماهیت ماده ژنتیک، نحوه انتقال آن بین یاخته‌های زنده را متوجه شد.
- ۶- کدام عبارت در خصوص پیوندهایی که در ساختار عوامل اصلی انتقال صفات وراثتی، حضور دارند، نادرست است؟
 - (۱) پیوندی که بین قندهای دو نوکلئوتید مجاور برقرار است.
 - (۲) پیوندی که بین قندهای دو نوکلئوتید مجاور برقرار است.

Green Page

- سؤال‌هایی که با توجه به تمرین‌ها و مثال‌های کتاب درسی و سؤال‌های امتحان‌های نهایی برگزار شده، تو آزمون خیلی سبز براتون شبیه‌سازی شدن، البته سؤال‌های خاص امتحان نهایی؛ همون سؤال‌هایی که تضمین می‌کنه ۲۰ بگیری
- (سبک و نوع نگارش سؤال‌ها مشابهت دقیق با امتحان‌های نهایی دارن)
- تقریباً تو هر آزمون، برای هر درس ۲ یا ۳ تا سؤال شبیه‌ساز نهایی (Green Page) داریم.
- رنگ زمینه صفحه پاسخنامه این سؤال‌ها سبزرنگه به همین دلیل معروفن به (Green page)

فیزیک **به سبک امتحان نهایی**

۶۲ هر میکروقرن، تقریباً چند دقیقه است؟

۵ / ۲۶ (۱)
۵۲ / ۶ (۳)
۸ / ۷۶ (۲)
۸۷ / ۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

تبدیل یکای زنجیره‌ای: برای تبدیل یکای یک کمیت به یکاهای دیگر، از روش تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. برای نمونه، برای این که ببینیم ۲۰ in معادل چند cm است، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

(الف) ابتدا تساوی بین دو یکا را می‌نویسم، تا کسر تبدیل مناسب به دست آید:

$$1 \text{ in} = 2.54 \text{ cm} \Rightarrow \frac{1 \text{ in}}{2.54 \text{ cm}} = 1 \quad \text{یا} \quad \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} = 1$$

(ب) سپس به کمک کسر تبدیل مناسب، تبدیل یکای زنجیره‌ای را می‌نویسیم:

$$20 \text{ in} = 20 \text{ in} \times \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} = 50.8 \text{ cm}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ از روش تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$1 \text{ میکروقرن} = 1 \text{ میکروقرن} \times \frac{10^{-6} \text{ قرن}}{1 \text{ میکروقرن}} \times \frac{100 \text{ سال}}{1 \text{ قرن}} \times \frac{365 \text{ روز}}{1 \text{ سال}} \times \frac{24 \text{ ساعت}}{1 \text{ روز}} \times \frac{60 \text{ دقیقه}}{1 \text{ ساعت}} = 10^{-6} \times 100 \times 365 \times 24 \times 60 = 52.6 \text{ دقیقه} = 52.6 / 6$$

(فیزیک (۱) - تمرین ۶ پایان فصل صفحه ۹ کتاب درسی)

(الف) هر میکروقرن، تقریباً چند دقیقه است؟

کتاب درسی

پایین صفحه پاسخنامه این سؤال‌ها، سؤال اصلی که تو امتحان نهایی اومده (یا تمرین و مثال کتاب) با ذکر آدرسش نوشته شده.

Red Page

- برای این که با سبک سؤال‌های کنکور خیلی دقیق آشنا بشین؛ خیلی سبز تو هر آزمون برای هر درس ۲ یا ۳ تا از سؤال‌های کنکور رو شبیه‌سازی می‌کنه.
- همیشه سعی میشه که این مدل شبیه‌سازی‌ها از بین (سؤال‌های کنکور) که معمولاً تکرار میشن انجام بشه
- توی پاسخنامه صفحه مربوط به پاسخ این سؤال‌ها رنگ زمینه قرمز داره به خاطر همین بهش می‌گیم (Red page)
- اگه دقت کنید می‌بینید که سبک و مدل این سؤال‌های شبیه‌سازی شده دقیقاً مثل همون سؤال کنکوره

مشابه کنکور

فیزیک

۴۵ معادله سرعت-زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = t^2 - 4t + 5$ است. شتاب متوسط این متحرک از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که سرعت آن به $\vec{v} = (1 \text{ m/s})\hat{i}$ می‌رسد، بر حسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟

(۱) $4\hat{i}$
(۲) $-4\hat{i}$
(۳) $2\hat{i}$
(۴) $-2\hat{i}$

پاسخ: گزینه ۴

Hint سرعت در مبدأ زمان (v_0) و لحظه t_1 که بردار سرعت در آن لحظه برابر $\vec{v}_1 = (1 \text{ m/s})\hat{i}$ است را به دست آورید و سپس از رابطه $\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ خواسته سؤال را حساب کنید.

بردار شتاب متوسط متحرک از رابطه زیر به دست می‌آید:

($\vec{v}$): بردار سرعت متحرک (m/s)
t: زمان (s)

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: سرعت متحرک در مبدأ زمان را به دست می‌آوریم:

$$v_0 = (0)^2 - 4(0) + 5 = 5 \text{ m/s}$$

گام دوم: اکنون لحظه‌ای را که سرعت متحرک 1 m/s است، محاسبه می‌کنیم:

$$v = t^2 - 4t + 5 = 1 \Rightarrow t^2 - 4t + 4 = 0 \Rightarrow (t-2)^2 = 0 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

گام سوم: بردار شتاب متوسط متحرک را در بازه زمانی ۰ تا ۲ ثانیه به دست می‌آوریم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{v_{2s} - v_0}{2 - 0} = \frac{(1-5)\hat{i}}{2} = (-2 \text{ m/s}^2)\hat{i}$$

معادله سرعت-زمان متحرکی در SI به صورت $v = 2t^2 - 8$ است. شتاب متوسط آن در ۲ ثانیه دوم چند متر بر مربع ثانیه است؟

(۱) ۱۸
(۲) ۱۲
(۳) ۸
(۴) ۴

(سؤال ۴۸ کنکور ریاضی ۱۳۰۳ - نوبت اول)

سؤال اصلی کنکور که این سؤال از درسش شبیه‌سازی شده رو می‌تونن پایین صفحه پاسخنامه ببینید.

Purple Page

- مرسومه که هر سال سؤال های یکی دو تا درس تو کنکور سراسری سخت تر (یا خاص تر) طراحی میشن
- مثلاً کنکور سال ۱۴۰۴ تو رشته ریاضی و تجربی درس های ریاضی و شیمی اینجوری بودن و برای رشته انسانی این اتفاق برای علوم و فنون و فلسفه (کمی هم جغرافیا) افتاده بود.
- خیلی سبز این مدل سؤال های خاص رو هم تو هر آزمون شبیه سازی می کنه (۱ یا ۲ سؤال برای هر درس)
- صفحه پاسخ هر کدوم از این سؤال ها رنگ زمینه بنفش داره.
- Purple Page برای همه درس ها نیست و فقط برای درس هایی که سؤال خاص تر (یا سخت تر) تو کنکور همون سال داشتن از این مدل شبیه سازی ها داریم.

مشابه کنکور ۱۴۰۴

ریاضی

۱۱۴ تابع f ثابت و تابع g همانی است. اگر $6x = 2f(2x-1) + 3g(2x+1)$ باشد، حاصل $\left(\frac{g}{f}\right)(3)$ کدام است؟

تابع $g(x) = x$ است.

$\frac{1}{2}$ (۱)
 2 (۳)
 $-\frac{1}{2}$ (۲)
 -2 (۴)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول، ضابطه تابع f را $f(x) = c$ و ضابطه تابع g را $g(x) = x$ در نظر می گیریم. حالا طبق رابطه مفروض داریم:

$$2c + 3(2x+1) = 6x \Rightarrow 6x + 2c + 3 = 6x$$

برای این که تساوی بالا همواره برقرار باشد، لازم است $2c + 3$ برابر صفر باشد:

$$c = -\frac{3}{2}$$

گام دوم: یعنی $f(x) = -\frac{3}{2}$ است و داریم:

$$\left(\frac{g}{f}\right)(3) = \frac{g(3)}{f(3)} = \frac{3}{-\frac{3}{2}} = -2$$

اگر f تابعی همانی و g تابع ثابت بوده و $g(3x) + 2f(3+x) = 3+2x$ باشد، مقدار $\frac{f(-1)}{g(4)}$ کدام است؟

(سؤال ۱۱۶ کنکور تهری ۱۳۰۳ - نوبت دوم)

$\frac{1}{3}$ (۲)
 $-\frac{1}{3}$ (۴)
 $\frac{1}{4}$ (۱)
 $-\frac{1}{4}$ (۳)

سؤال اصلی کنکور که این سؤال با توجه به اون شبیه سازی شده هم پایین صفحه پاسخنامه سؤال آورده شده که بتونی بلافاصله بعد از حل کردنش سؤال اصلی کنکور رو هم ببینی و این مدل سؤال خاص رو دقیقاً به ذهن بسپری.

پاسخنامه‌ای برای تکمیل یادگیری

- پاسخنامه خیلی سبز فقط یک پاسخنامه معمولی نیست، بلکه به مسیره؛ به مسیر فکر شده و مرحله به مرحله برای تکمیل یادگیری.
- هر سؤال و پاسخ رو تو به صفحه میاریم که دسترسی به هر سؤال راحت‌تر باشه.

گاهی وقت‌ها دلیل اینکه نتونستی به جواب برسی اینه که صورت سؤال رو خوب متوجه نشدی، **تعبیر سؤال** (که دقیقاً رو قسمت خاص فهم سؤال نوشته می‌شه) به فهم دقیق سؤال کمک می‌کنه.

صورت سؤال رو دوباره اینجا میاره که حین بررسی پاسخنامه صورت سؤال هم دم دست باشه.

زیست‌شناسی

۱۶ شکل زیر، ترسیمی ساده مربوط به یکی از انواع الگوهای پیشنهادی برای همانندسازی دنا است. کد به این شکل، درست بیان شده است؟ (فرض کنید تمام نوکلئوتیدهای دنا A معمولی هستند، در فرآیند برای یک رشته پلی‌نوکلئوتیدی در نظر بگیرید.)

(۱) شکستن پیوند اشتراکی در این الگو تنها به واسطه فعالیت نوکلئازی دنباسپاراز محتمل است.

(۲) در این الگو برخلاف الگوی تأییدشده توسط مزلسون و استال، تغییر ساختار رشته الگو محتمل نیست.

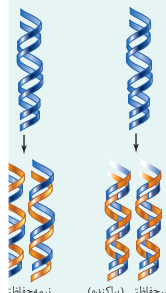
(۳) به دنبال ۲ دور همانندسازی دنا B با این الگو و در شرایطی مشابه با آزمایش مزلسون و استال، تشکیل نوار در میانه لوله محتمل است.

(۴) در پی ۴ دور همانندسازی دنا C با این الگو و در محیط دارای ^{15}N ، فقط یک نوار در لوله تشکیل می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴

زیرمبحث: زیست دوازدهم - فصل ۱ - طرح‌های همانندسازی

شکل، نشان‌دهنده طرح همانندسازی حفاظتی است، چراکه در آن، هر دو رشته دنا اولیه به صورت دسته‌وارد یکی از یاخته‌های حاصل می‌شوند. دو رشته دنا جدید هم، با هم، وارد یاخته دیگر می‌شوند. از طرفی، دارای نیتروژن ۱۴ هستند و دنا C هم فقط دارای نیتروژن ۱۵ است.



حفاظتی: هر دو رشته دنا قبلی (اولیه) به صورت دست‌نخورده باقی مانده، وارد یکی از یاخته‌های حاصل از تقسیم می‌شوند، دو رشته دنا جدید هم وارد یاخته دیگر می‌شوند؛ چون دنا اولیه به صورت دست‌نخورده در یکی از یاخته‌ها حفظ شده است.

نیمه‌حفاظتی: در این طرح در هر یاخته یکی از دو رشته دنا مربوط به دنا اولیه است و رشته دیگر با نوکلئوتیدهای جدید ساخته شده است، چون در هر یاخته حاصل، فقط یکی از دو رشته دنا قبلی وجود دارد.

طرح‌های پیشنهادی همانندسازی دنا

غیرحفاظتی (پراکنده): هر کدام از رشته‌های دناهای حاصل، قطعاتی از رشته قبلی و صورت پراکنده در خود دارند.

اگر دنا با نیتروژن ۱۵ (دنا C)، یک بار در محیط دارای نیتروژن ۱۵ به روش حفاظتی همانندسازی شود، در دنا با نوکلئوتیدهای حاوی نیتروژن ۱۵ ایجاد می‌شود. اگر این دو دنا جدید دوباره به صورت حفاظتی همانند دناهای دارای نیتروژن ۱۵ ایجاد می‌شود. پس در نهایت، فقط یک نوار در سانتریفیوژ ایجاد می‌شود که دناهای بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): طی همانندسازی دنا، هنگام اضافه شدن هر نوکلئوتید سه فسفات به انتهای رشته پلی‌نوکلئوتیدی در طی فعالیت بسپارازی دنباسپاراز، دوتا از فسفات‌های آن از نوکلئوتید جدا می‌شوند. طی فعالیت نوکلئازی د فسفودی‌استر برای رفع اشتباه شکسته می‌شود. پس هم طی همانندسازی دنا (فعالیت بسپارازی) و هم طی دنباسپاراز شکستن پیوند اشتراکی رخ می‌دهد.

اگر همانندسازی دنا در آزمایش‌های مزلسون و استال با الگوی حفاظتی ممکن باشد، به ازای هر دور همانندسازی تشکیل شده دارای چگالی سبک یا سنگین هستند و در لوله آزمایش هیچ‌گاه دناهایی با چگالی متوسط تشکیل

هدف اصلی این مدل پاسخنامه اینه که فقط پاسخنامه رو نخونی و رد بشی بلکه مرحله به مرحله بهت کمک بکنه خودت سؤال رو حل کنی. **Hint** به اشاره دقیقیه برای اینکه بدونی برای جواب دادن به این سؤال از کجا شروع کنی و چیکار کنی.

درس‌Box به درسنامه کامل در عین حال جمع‌وجوره برای یادآوری درسنامه مربوط به اون سؤال. اگه تا این مرحله هنوز به جواب نرسیدی درس باکس کمک می‌کنه به یادآوری و تلاش مجدد برای حل سؤال.

پاسخ خیلی تشریحی به پاسخنامه خیلی خیلی تشریحی که هم پاسخ درست رو کامل تشریح می‌کنه و هم تکتک گزینه‌هارو بررسی می‌کنه. معمولاً این پاسخنامه گام به گام و برای اینکه با خوندن گام اول دوباره سعی کنی ادامه راه حل رو خودت پیدا کنی.

نکته نکته‌های خیلی خاص (کنکوری)

پاسخ خیلی تشریحی ✓

موارد (ب) و (ت) درست‌اند.

بررسی موارد:

(الف) یون‌ها با قرارگیری در مدار الکتریکی به سوی قطب‌های ناهم‌نام خود حرکت می‌کنند، نه قطب‌های هم‌نام!

(ب) گرافیت، رسانای الکتریکی است و دو ماده دیگر، رسانای جریان برق نیستند.

ترکیب‌های یونی در حالت جامد، رسانای جریان برق نیستند؛ زیرا یون‌ها در حالت جامد نمی‌توانند آزادانه جابه‌جا شوند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: برای این که نمودار سهمی پایین‌تر از خط قرار گیرد باید $(-2, 3)$ مجموعه جواب‌های نامعادله زیر باشد:

$$b < 2ax + 4b \Rightarrow x^2 - 2ax - 5b < 0$$

گام دوم: با توجه به تعیین علامت عبارت درجه ۲، می‌توان نتیجه گرفت که $x = -2$ و $x = 3$ جواب

$$x^2 - 2ax - 5b = 0 \text{ هستند، در نتیجه:}$$

$$\begin{cases} 9a - 5b = 0 \\ 4a - 5b = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{بالایی را از پایینی کم می‌کنیم.}} \begin{cases} 5a = 0 \\ 5a - 5b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{5}, b = \frac{4}{5}$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{25} = 0.16$$

$$3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$-5b = -6 \Rightarrow b = \frac{6}{5}$$

می‌توانستی برای مشخص کردن a و b از S و P استفاده کنی.

په‌جور دیگه

گام اول: از جدول تعیین علامت استفاده می‌کنیم؛ زیرا دامنه تابع f مجموعه جواب‌های نامعادله $\frac{1-2x}{\sqrt{x}-1} \geq 0$ است.

$$\frac{1-2x}{\sqrt{x}-1} \geq 0$$

و براساس روابط درس‌پاکس، جدول تعیین علامت عبارت $\sqrt{x}-1$ را می‌نویسیم:

$$\frac{1}{\sqrt{x}-1}$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c|} \hline & - & + & - & + & - \\ \hline & + & - & - & + & - \\ \hline & - & - & - & + & - \\ \hline & - & + & - & - & - \\ \hline \end{array}$$

گام دوم: حالا جدول هم‌زمان این دو عبارت را داریم:

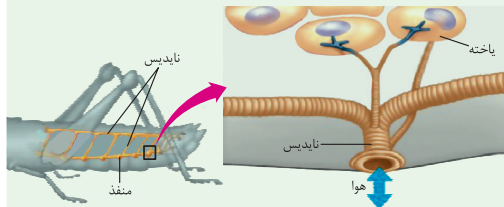
با توجه به جدول بالا، مجموعه جواب‌های نامعادله $\frac{1-2x}{\sqrt{x}-1} \geq 0$ که همان دامنه تابع f است، بازه $(\frac{1}{4}, 1)$ خواهد هیچ عدد صحیحی را شامل نمی‌شود.اگر $x \in \mathbb{Z}$ ، آن‌گاه $[x] = x$ و ضابطه تابع f به صورت $f(x) = \sqrt{x}-1$ خواهد شد که غیر قابل قبول است؛ پس شامل هیچ عدد صحیحی نیست.

تیزبازی

شکل‌نامه

۱) قطر نایدیس‌ها با میزان انشعابات آن‌ها، رابطه عکس دارد؛ یعنی هر چه قدر از بخش‌های ابتدایی به سمت انت می‌رویم، قطر کاهش می‌یابد.

۲) جهت جریان هوا درون نایدیس‌ها دوطرفه است.



۳) از یک نایدیس می‌تواند انشعابات با قطر متفاوت جدا شود. این انشعابات می‌توانند به بخش‌های مختلف بدن بروند، گ به سمت منافذ تنفسی دیگر می‌روند تا با انشعابات آن‌ها یکی شوند، گروهی هم می‌توانند بروند و انشعابات پایانی نایدیس در مجاورت هر یاخته، ممکن است بیش از یک انشعاب پایانی وجود داشته باشد.

درون سیتوپلاسم کروموزوم کمکی نیز حضور دارد و از نظر تعداد جایگاه آغاز همانندسازی و یک یا دو همانند اغلب پروکاریوت‌ها است.

(الف) ساختاری متشکل از دو رشته موازی است که در جهتی خاص حول محور فرضی پیچیده شده‌اند.

(ب) در یک نقطه ویژه از دنا، فرایند همانندسازی، آغاز شده و با رسیدن مجدد به آن پایان می‌یابد.

(ج) مشابه دنا، کمکی، از طریق بخش مشترکی به غشای یاخته اتصال می‌یابد.

(د) تعداد ساختارهای Y شکل آن حین همانندسازی کم‌تر از دنا، اصلی آغازیان است.

(۲) «الف»، «ب» و «د»

(۱) «الف» و «د»

(۴) «الف»، «ب»، «ج» و «د»

(۳) «ب»، «ج» و «د»

مشاوره تو یکی از سؤال‌های کنکور که تپ مشابهی با سؤال ما داشت، یکی از موارد تو همه گزینه‌ها تکرار شده بود (مثل مورد (د) تو این‌جا) خب این یعنی این گزینه درسته و لازم نیست بخونیش، پس با خیالت راحت برو سراغ بقیه گزینه‌ها و زمانت رو save کن.

گول نخوری ✖ سعی کردیم اشتباهات

متدوالی که تو هر سؤال اتفاق می‌افته رو تحت عنوان گول نخوری برای هر سؤال بیاریم.

این قراره بهت کمک کنه که تو دام سؤال‌ها نیفتی و بعد از به مدتی دام سؤال‌ها رو بشناسی.

په‌جور دیگه ➡ اگر سؤال رو درست حل

کردی به راه حل متفاوت هم اینجا ببین.

په‌جور دیگه نگاه کردن به هر سؤال کمک زیادی به بالا بردن سرعت حل تست‌ها می‌کنه.

تیزبازی 🏆 حتی اگر یکی دوتا سؤال

رو بتونی سر جلسه آزمون (مخصوصاً کنکور) سریع و خاص حل کنی علاوه بر ذخیره کردن زمان از نظر روحی هم خیلی خیلی بهت کمک می‌کنه. تیزبازی به آیتم جذابه برای یاد گرفتن و تمرین کردن حل سؤال‌ها باروش‌های تند و تیز.

شکل‌نامه 📐 شکل‌های کتاب

تو بعضی از درس‌ها (مخصوصاً زیست‌شناسی) خیلی خیلی مهمه. موشکافی شکل‌های مهم کتاب درسی رو اینجا ببین.

مشاوره 🗨 اهمیت تست‌ها توی

کنکور، پرتکرار بودنشون و توضیحات تخصصی به طراح حرفه‌ای رو توی مشاوره هر تست دقیق بخون.

این همه آیتم توی پاسخنامه به خاطر اینکه هر کسی متناسب با نیاز خودش از اون بهره‌مند بشه.

مثلاً کسی که به به سؤال جواب درست داده فقط می‌تونه په‌جور دیگه یا تیزبازی سؤال رو ببینه نه همه پاسخنامه رو.

آزمون آزمایشی خیلی سبز



مرحله یازدهم

پایه یازدهم

۰۸/اسفند/۱۴۰۴

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	یازدهم
حسابان	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه	فصل ۳ و ۴ (درس ۱ و ۲) صفحه ۷۱ تا ۱۰۴
هندسه	۱۰	۲۱	۳۰	۲۰ دقیقه	فصل ۲ (درس ۱ از ابتدای تجانس و درس ۲) صفحه ۴۳ تا ۵۸
آمار و احتمال	۱۰	۳۱	۴۰	۲۰ دقیقه	فصل ۲ (درس ۳ و ۴) و فصل ۳ (درس ۱) صفحه ۴۸ تا ۷۹
فیزیک	۲۰	۴۱	۶۰	۳۰ دقیقه	فصل ۲ (از ابتدای توان در مدارهای الکتریکی) و فصل ۳ (تا ابتدای نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی) صفحه ۶۷ تا ۸۸
شیمی	۲۰	۶۱	۸۰	۲۰ دقیقه	فصل ۲ (از ابتدای آنتالپی، همان محتوای انرژی است تا ابتدای سرعت تولید یا مصرف مواد شرکت کننده در واکنش از دیدگاه کفی) صفحه ۶۵ تا ۸۵
مجموع	۸۰ سؤال			۱۲۰ دقیقه	—

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس - گزینشگر
حسابان	طراحان: فرشاد حسن زاده - محمد خان گلدی - علی شهرابی - محسن علی نجاری محمد گودرزی کارشناس علمی: محمد گودرزی	محسن علی نجاری
هندسه	طراحان: امیرحسین ابومحبوب - حسین هاشمی طاهری کارشناس علمی: سید عباس حسینی	امیرحسین ابومحبوب
آمار و احتمال	طراحان: مسعود شفیعی - عطا صادقی - سروش موئینی کارشناسان علمی: امیرحسین ابومحبوب - علیرضا کاظمی بقا	مسعود شفیعی
فیزیک	طراحان: یاشار انگوتی - نوید شاهی کارشناسان علمی: سعید محبی - هادی نجفی	نوید شاهی - یاشار انگوتی
شیمی	طراحان: ارزنگ خانلری - پیمان خواجوی مجد - یاسر راش - پارسا طاهری منزله یاسر عبداللہی - محمد عظیمیان زواره - امیرحسین مسلمی - عرفان نریمانی کارشناسان علمی: یاشار ذریه - محمدمهدی کریمیان - مرتضی نصیرزاده	یاسر عبداللہی

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانیپور

این آزمون نمره منشی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

دفتر چه سوالات آزمون های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال ها، زمان پاسخگویی، نوع چپش گزینش ها، نوع صفحه آرای، فونت سوالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه ترین حالت به دفتر چه سوالات کنکور سراسری طراحی می شود.



Azmoon.kheilisabz.com

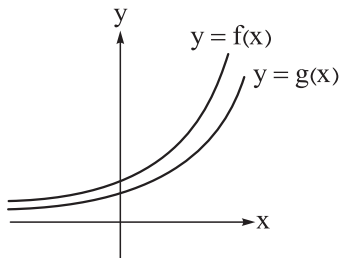


حسابان یازدهم

۱- انتهای کمان‌های $(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4})$ ، $(\frac{5\pi}{4})$ و $(\frac{10\pi}{3})$ روی دایره مثلثاتی، به ترتیب از راست به چپ در کدام ناحیه دستگاه مختصات قرار دارند؟

(۱) اول - سوم - دوم (۲) دوم - دوم - دوم (۳) اول - سوم - سوم (۴) دوم - سوم - سوم

۲- در شکل زیر، نمودار توابع f و g رسم شده‌اند. اگر $f(x) = a^x + a^2 - 2a$ و $g(x) = a^x + 3a - 6$ باشد، مجموعه مقادیر قابل قبول برای a شامل چند عدد طبیعی نیست؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۳- عدد کدام گزینه نسبت به اعداد سایر گزینه‌ها، بزرگ‌تر است؟

 $\sqrt[12]{6}$ (۴) $\sqrt[6]{5}$ (۳) $\sqrt[4]{3}$ (۲) $\sqrt[3]{2}$ (۱)

۴- اگر $\frac{5y}{y+1} = 2^{\sqrt{x}} + 2^{-\sqrt{x}}$ و $9^{y^2} = 3^{2y-1}$ باشند، حاصل $x+y$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵- مقدار $[\log_4 \frac{1}{3}]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

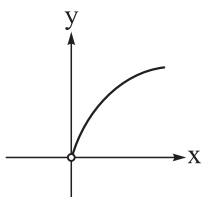
۵ (۴)

-۶ (۳)

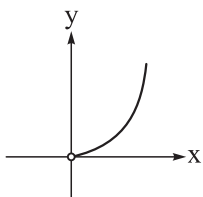
۴ (۲)

-۵ (۱)

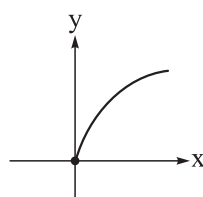
۶- نمودار تابع $f(x) = 2^{\log_4 x}$ کدام است؟



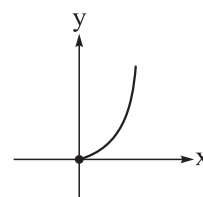
(۴)



(۳)

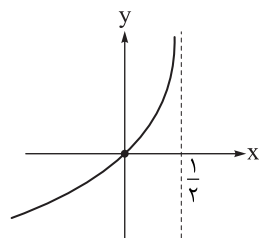


(۲)



(۱)

۷- نمودار تابع $f(x) = \log_2 \frac{1}{ax+b}$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $a+b$ کدام است؟



۱ (۲)

صفر (۱)

 $-\frac{1}{2}$ (۴)

-۱ (۳)

محل انجام محاسبات



۸- اگر $3^t = 2^{f(t)} = 12$ باشد، ضابطه تابع f کدام می تواند باشد؟

$$f(x) = \frac{x-1}{2x-1} \quad (2) \qquad f(x) = \frac{2x-2}{x-1} \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{x+1}{2x} \quad (4) \qquad f(x) = \frac{2x}{x-1} \quad (3)$$

۹- جواب معادله $\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$ در کدام بازه قرار دارد؟

$$\left(\frac{9}{2}, \frac{11}{2}\right) \quad (4) \qquad \left(\frac{7}{2}, \frac{9}{2}\right) \quad (3) \qquad \left(\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right) \quad (2) \qquad \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right) \quad (1)$$

۱۰- اگر $2 + \log_3 x = \log_3(x-3) + \log_3(x^2 + 3x + 9)$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{3}} x$ کدام است؟

$$\frac{16}{3} \quad (1) \qquad 1 \quad (2) \qquad \frac{4}{3} \quad (3) \qquad 3 \quad (4)$$

۱۱- امیرعلی قصد داشت ۲۰ لیتر آب نمک با غلظت ۱۵ درصد تولید کند، اما با محاسبه اشتباه محلول با غلظت ۳۰ درصد تولید شد. او اکنون با یک ظرف چهار لیتری، هر بار ۴ لیتر از محلول را برداشته و به جای آن آب خالص اضافه می کند.

او تقریباً چند مرتبه این کار را انجام دهد تا غلظت محلول ۱۵ درصد شود؟ ($\log 2 \approx 0.3$)

$$3 \quad (1) \qquad 4 \quad (2) \qquad 5 \quad (3) \qquad 6 \quad (4)$$

۱۲- ساعت $11:30'$ است؛ حداقل زاویه طی شده توسط عقربه ساعت شمار بر حسب رادیان کدام باشد، تا عقربه های ساعت شمار و دقیقه شمار بر هم منطبق شوند؟

$$\frac{\pi}{12} \quad (1) \qquad \frac{\pi}{10} \quad (2) \qquad \frac{\pi}{15} \quad (3) \qquad \frac{\pi}{18} \quad (4)$$

۱۳- روی یک دایره به شعاع r ، دو نقطه A و B متناظر با زاویه های $\theta_1 = \frac{\pi}{9}$ و $\theta_2 = \frac{5\pi}{9}$ از یک مبدأ هستند. اختلاف طول بزرگ ترین و کوچک ترین کمان روی دایره بین دو نقطه A و B بر حسب r کدام است؟

$$\frac{4\pi r}{9} \quad (1) \qquad \frac{10\pi r}{9} \quad (2) \qquad \frac{14\pi r}{9} \quad (3) \qquad \frac{2\pi r}{9} \quad (4)$$

۱۴- طول برف پاک کن عقب خودرویی ۱۵ سانتی متر است. فرض کنید برف پاک کن کمانی به اندازه 120° طی می کند. طول کمان طی شده توسط نوک برف پاک کن بر حسب سانتی متر کدام است؟

$$12\pi \quad (1) \qquad 10\pi \quad (2) \qquad 15\pi \quad (3) \qquad 6\pi \quad (4)$$

۱۵- در یک دایره به شعاع ۵ سانتی متر، طول کمان روبه رو به زاویه مرکزی 40° ، بر حسب سانتی متر کدام است؟

$$\frac{10\pi}{9} \quad (1) \qquad \frac{5\pi}{9} \quad (2) \qquad \frac{5\pi}{18} \quad (3) \qquad \frac{2\pi}{9} \quad (4)$$

محل انجام محاسبات



۱۶- مقدار عبارت $\sin(\frac{7\pi}{4}) - \cos(66^\circ)$ کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ (۲) $-\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ (۳) $-\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$

۱۷- اگر انتهای کمان α روی دایره مثلثاتی در ناحیه چهارم دستگاه مختصات و $\sin(\frac{3\pi}{4} - \alpha) = -\frac{4}{5}$ باشد، مقدار

$\cot(3\pi - \alpha)$ کدام است؟

(۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{4}{3}$

۱۸- اگر $\tan 5^\circ \approx 1/1$ باشد، حاصل $\frac{\cos 14^\circ + \sin 22^\circ}{-2 \sin 5^\circ + \cos 13^\circ}$ به صورت تقریبی کدام است؟

(۱) $\frac{1}{32}$ (۲) $-\frac{1}{32}$ (۳) $\frac{21}{32}$ (۴) $-\frac{21}{32}$

۱۹- حاصل عبارت $\sin(\frac{-17\pi}{6}) \cos(\frac{22\pi}{3}) \tan(\frac{43\pi}{4}) \cot(\frac{-19\pi}{3})$ کدام است؟

(۱) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{12}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{12}$

۲۰- اگر انتهای کمان α روی دایره مثلثاتی در ناحیه سوم دستگاه مختصات باشد، حاصل عبارت $(\sin \alpha + 1)(\sqrt{1 + \tan^2 \alpha} + \frac{1}{\cot \alpha})$

کدام است؟

(۱) $\cos \alpha$ (۲) $-\cos \alpha$ (۳) $-\sin \alpha$ (۴) $\sin \alpha$



هندسه یازدهم

۲۱- مثلث ABC با اضلاع $AB = \sqrt{2}$ ، $AC = \sqrt{6}$ و $BC = 2\sqrt{2}$ مفروض است. مجانس این مثلث را به مرکز نقطه همرسی

میانهای آن و نسبت $k = -\sqrt{3}$ رسم می‌کنیم. مساحت مثلث جدید کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) ۳ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) ۹

۲۲- ترکیب کدام دسته از تبدیل‌های زیر لزوماً یک تبدیل همانی نیست؟

(۱) دو دوران متوالی به مرکز نقطه O و با زوایای θ و $\theta - 18^\circ$

(۲) دو تجانس متوالی به مرکز نقطه O و با نسبت‌های k و $\frac{1}{k}$

(۳) دو انتقال متوالی با بردارهای $\vec{v}$ و $(-\vec{v})$

(۴) دو بازتاب متوالی نسبت به خط d

۲۳- اگر تبدیل D یک تجانس مستقیم و انبساطی به مرکز O و نسبت k و فاصله $(D(A))$ از نقطه A ، $\frac{16}{9}$ برابر OA

باشد، آن‌گاه مقدار k کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{5}{2}$

۲۴- در دوزنقه $ABCD$ ، قاعده AB کوچک‌تر از قاعده CD است. اگر در یک تجانس، رأس C مجانس رأس A و رأس D

مجانس رأس B باشد، آن‌گاه کدام مقدار زیر می‌تواند نسبت این تجانس باشد؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) ۳ (۴) -۳

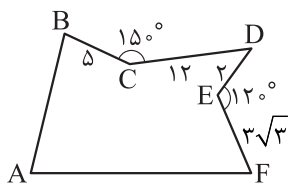
۲۵- طول خط‌المركزین دو دایره $C(O, 3)$ و $C'(O', 6)$ برابر ۴ است. اگر این دو دایره، مجانس مستقیم یکدیگر در

تجانس با مرکز M باشند، طول OM کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۲۶- زمینی مطابق شکل زیر در اختیار داریم. اگر بخواهیم به کمک تبدیل هندسی مناسب و بدون تغییر در محیط و

تعداد اضلاع، مساحت زمین را تا حد ممکن افزایش دهیم، حداکثر میزان افزایش مساحت چه قدر است؟



(۱) ۳۳

(۲) ۳۹

(۳) ۴۵

(۴) ۵۱

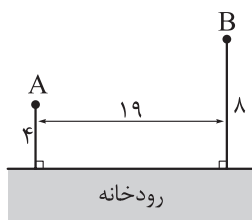
محل انجام محاسبات



۲۷- احمد می خواهد از منزلش که در ۲ کیلومتری ساحل واقع است، به منزل بهرام که در یک کیلومتری همان ساحل قرار دارد برود، ولی ابتدا باید در مسیر خود در نقطه ای از ساحل با منصور ملاقات کند. اگر فاصله پای عمودهایی که از دو منزل بر ساحل رسم می شوند، ۴ کیلومتر باشد، طول کوتاه ترین مسیر ممکن کدام است؟

- ۴ / ۵ (۱) ۵ (۲) ۵ / ۵ (۳) ۶ (۴)

۲۸- در شکل زیر، نقاط A و B در یک طرف رودخانه قرار دارند. می خواهیم از A به ساحل برویم و در امتداد ساحل به اندازه ۱۴ واحد پیش رفته و سپس به نقطه B برویم. طول کوتاه ترین مسیر ممکن کدام است؟



۲۷ (۱)

۲۹ (۲)

۳۱ (۳)

۳۳ (۴)

۲۹- دو مستطیل متشابه اند. در چه تعداد از حالت های زیر، این دو مستطیل مجانس یکدیگر نیز هستند؟

(الف) هرگاه ضلع های نظیر در دو مستطیل با هم موازی باشند.

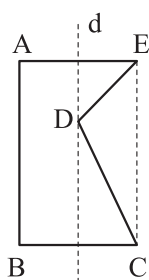
(ب) هرگاه هر خطی که رأس های نظیر دو مستطیل را به هم وصل می کند، از مرکز یکی از مستطیل ها بگذرد.

(پ) هرگاه تمام خط هایی که رأس های متناظر دو مستطیل را به هم وصل می کنند، در یک نقطه هم رس باشند.

(ت) هرگاه خطی که مرکز های دو مستطیل را به هم وصل می کند، از وسط های دو ضلع نظیر نیز بگذرد.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۰- در شکل زیر، چهار ضلعی ABCE مستطیل و خط d یک محور تقارن آن و نقطه D روی d و درون مستطیل است. اگر بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع پنج ضلعی ABCDE، مساحت آن را افزایش دهیم و نسبت مساحت پنج ضلعی جدید به مساحت پنج ضلعی اولیه، برابر با k باشد، کدام گزینه درست است؟



(۱) $k = \frac{5}{4}$ و با تغییر مکان D، مقدار k تغییر نمی کند.

(۲) $k = \frac{5}{4}$ و با تغییر مکان D، مقدار k تغییر می کند.

(۳) $k = \frac{5}{3}$ و با تغییر مکان D، مقدار k تغییر نمی کند.

(۴) $k = \frac{5}{3}$ و با تغییر مکان D، مقدار k تغییر می کند.



آمار و احتمال

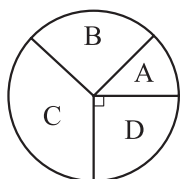
۳۱- از نمودار بافت‌نگاشت برای متغیرهای و از نمودارهای میله‌ای و دایره‌ای برای متغیرهای استفاده می‌شود. کدام گزینه جاهای خالی را به درستی پر می‌کند؟

- (۱) پیوسته - گسسته و کیفی
(۲) گسسته - پیوسته و کیفی
(۳) کیفی - گسسته و پیوسته
(۴) پیوسته - پیوسته و کیفی

۳۲- درصد فراوانی نسبی دسته‌ای ۶۵٪ است. اگر ۲ داده از این دسته کم کنیم، فراوانی نسبی این دسته $\frac{11}{18}$ می‌شود. فراوانی این دسته در ابتدا چه قدر بوده است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۳۳- نمودار دایره‌ای زیر، مربوط به نمرات A، B، C و D، ۷۲ دانش‌آموز در درس «آمار و احتمال» است. اگر تعداد دانش‌آموزانی که نمره B گرفته‌اند، سه برابر تعداد دانش‌آموزانی باشد که نمره A گرفته‌اند و $\frac{3}{5}$ برابر تعداد دانش‌آموزانی باشد که نمره C گرفته‌اند، در این صورت تعداد دانش‌آموزانی که نمره B گرفته‌اند، چه قدر بیشتر از تعداد دانش‌آموزانی است که نمره A گرفته‌اند؟

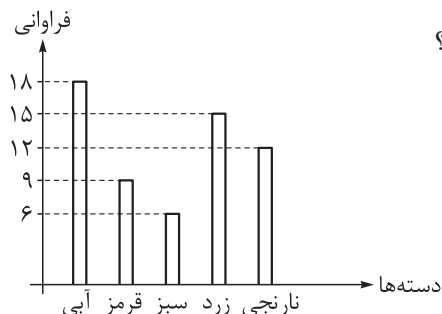


- (۱) ۱۲ (۲) ۱۵
(۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۳۴- در نمودار دایره‌ای برای چهار داده A، B، C و D مجموع زاویه‌های مرکزی متناظر با داده‌های A و B، هفت برابر زاویه مرکزی متناظر با داده D است. زاویه مرکزی متناظر با دسته‌های A و C با هم برابرند. اگر زاویه مرکزی متناظر با دسته A برابر مجموع زوایای مرکزی متناظر با دسته‌های B و D باشد، فراوانی نسبی داده‌های دسته B چه قدر است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۳۵- از دانشجویان یک کلاس، رنگ مورد علاقه آن‌ها را پرسیده‌ایم و نمودار میله‌ای آن را رسم کرده‌ایم. در نمودار دایره‌ای متناظر با آن، اختلاف زاویه مرکزی رنگ‌های سبز و آبی چه قدر است؟



- (۱) 18°
(۲) 36°
(۳) 54°
(۴) 72°

محل انجام محاسبات

۳۶- در مدرسه‌ای، ۶۵ درصد دانش‌آموزان در رشته تجربی و ۳۵ درصد دانش‌آموزان در رشته ریاضی تحصیل می‌کنند. در این مدرسه، $\frac{1}{4}$ دانش‌آموزان رشته تجربی و $\frac{1}{4}$ دانش‌آموزان رشته ریاضی، معدل بالای ۱۸ کسب کرده‌اند. اگر دانش‌آموزی به تصادف از این مدرسه انتخاب کنیم و معدل او بالای ۱۸ باشد، احتمال آن که این فرد، دانش‌آموز رشته تجربی باشد چه قدر است؟

$$\frac{13}{15} (۱) \quad \frac{8}{11} (۲) \quad \frac{26}{33} (۳) \quad \frac{13}{20} (۴)$$

۳۷- در جریان یک مسابقه، بازیکن A دو پنالتی می‌زند. این بازیکن با احتمال ۵۰ درصد پنالتی اول را گل می‌کند که در این صورت احتمال گل شدن پنالتی دوم ۴۰ درصد است. اگر این بازیکن پنالتی اول را گل نکند، احتمال گل شدن پنالتی دوم ۱۰ درصد است. با چه احتمالی، پنالتی دوم گل می‌شود؟

$$\frac{1}{2} (۱) \quad \frac{1}{3} (۲) \quad \frac{1}{4} (۳) \quad \frac{2}{5} (۴)$$

۳۸- دو تاس پرتاب می‌کنیم. سه پیشامد A، B و C را به ترتیب به صورت «مجموع دو عدد رو شده ۴ باشد»، «حاصل ضرب اعداد رو شده زوج باشد» و «اختلاف دو عدد رو شده، مضرب صحیح ۳ باشد» تعریف می‌کنیم. کدام دو پیشامد وابسته‌اند؟

(۱) A و B
(۲) A و C
(۳) B و C
(۴) هر سه پیشامد مستقل‌اند.

۳۹- دو تاس را آن قدر می‌اندازیم تا مجموع اعداد رو شده آن‌ها مضرب ۴ شود. با کدام احتمال، در پرتاب سوم آزمایش متوقف می‌شود؟

$$\frac{27}{64} (۱) \quad \frac{9}{64} (۲) \quad \frac{3}{64} (۳) \quad \frac{1}{64} (۴)$$

۴۰- در آزمایش پرتاب دو تاس، دو پیشامد A و B مستقل‌اند به طوری که $P(A \cap B) = \frac{5}{36}$ ، در این صورت حداقل مقدار $P(A \cup B)$ کدام است؟

$$\frac{11}{18} (۱) \quad \frac{23}{36} (۲) \quad \frac{2}{3} (۳) \quad \frac{31}{36} (۴)$$



فیزیک یازدهم

۴۱- در آهنربای شکسته شده شکل زیر، قطب‌های مغناطیسی ناحیه‌های (۱) و (۲) به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟



N, N (۴)

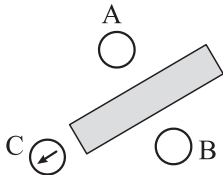
S, S (۳)

S, N (۲)

N, S (۱)

۴۲- در شکل زیر، یک آهنربای میله‌ای و سه عقربه مغناطیسی در یک صفحه قرار دارند. جهت‌گیری عقربه‌های A و B

به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟



↗, ↗ (۱)

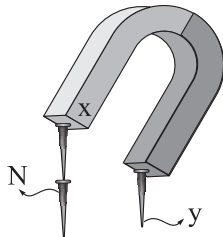
↘, ↘ (۲)

↘, ↗ (۳)

↗, ↘ (۴)

۴۳- در شکل زیر، سه میخ آهنی توسط آهنربا جذب شده‌اند. با توجه به قطب القاشده در یکی از میخ‌ها، نوع قطب‌های

x و y به ترتیب کدام است؟



N, N (۱)

S, S (۲)

S, N (۳)

N, S (۴)

۴۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر درباره میدان مغناطیسی زمین درست است؟

(الف) طرح خط‌های آن مانند طرح خط‌های یک آهنربای میله‌ای است.

(ب) جهت این میدان در بازه‌های زمانی نامنظم به طور کامل، وارون می‌شود.

(پ) قطب‌های مغناطیسی زمین، منطبق بر قطب‌های جغرافیایی آن است.

(ت) در بیشتر نقاط، خطوط این میدان، با سطح افقی زمین، موازی نیست.

۴ (۴)

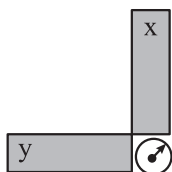
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴۵- در شکل زیر، دو آهنربای میله‌ای مشابه، عمود بر هم قرار دارند. با توجه به جهت‌گیری عقربه مغناطیسی، قطب‌های

x و y به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟



S, S (۲)

N, N (۱)

S, N (۴)

N, S (۳)

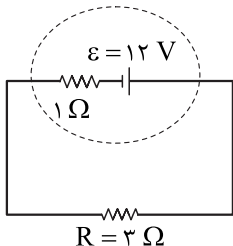
محل انجام محاسبات



۴۶- اگر یک بخاری برقی به مقاومت الکتریکی 880Ω به مدت یک شبانه‌روز به اختلاف پتانسیل الکتریکی $220 V$ وصل باشد، انرژی الکتریکی مصرفی آن در این مدت چند کیلووات ساعت است؟

- (۱) 1320 (۲) 132 (۳) $13/2$ (۴) $1/32$

۴۷- در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت $R = 3 \Omega$ چند وات است؟



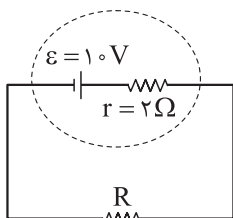
(۱) ۹

(۲) ۱۲

(۳) ۱۸

(۴) ۲۷

۴۸- در مدار شکل زیر، اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R برابر $4 V$ باشد، توان خروجی باتری برابر چند وات است؟



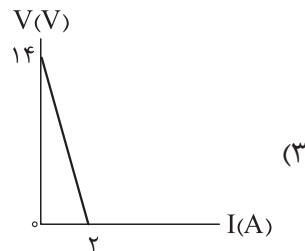
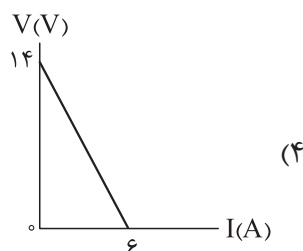
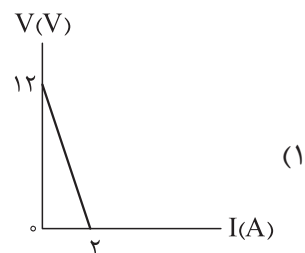
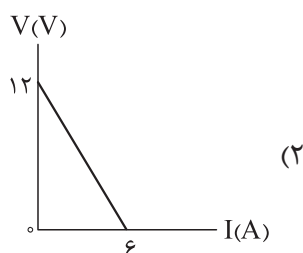
(۱) ۹

(۲) ۱۲

(۳) ۱۵

(۴) ۱۸

۴۹- توان خروجی یک باتری به ازای جریان $4 A$ برابر $16 W$ و به ازای جریان $3 A$ برابر $18 W$ است. نمودار اختلاف پتانسیل دو سر این باتری بر حسب جریان گذرنده از آن کدام است؟



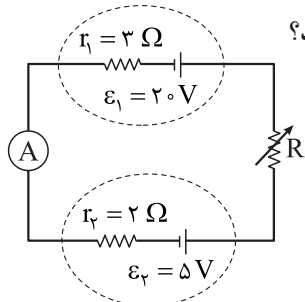
محل انجام محاسبات



۵۰- اگر قطر سیم مقاومت یک لامپ بر اثر تبخیر دو درصد کاهش یابد، با ثابت ماندن ولتاژ دو سر لامپ و مقاومت ویژه سیم، توان مصرفی آن تقریباً چگونه تغییر می کند؟

- (۱) دو درصد کاهش می یابد. (۲) چهار درصد کاهش می یابد.
(۳) دو درصد افزایش می یابد. (۴) چهار درصد افزایش می یابد.

۵۱- در مدار شکل زیر، مقاومت رئوستا در حالتی تنظیم شده که با وجود برقراری جریان در مدار، توان خروجی باتری (۱) با توان ورودی باتری (۲) برابر است. در این حالت آمپرسنج آرمانی چند آمپر را نشان می دهد؟



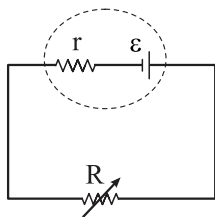
(۱) ۵

(۲) ۴

(۳) ۳

(۴) ۲

۵۲- در مدار شکل زیر، جریان عبوری از باتری برابر ۲A و توان خروجی آن، بیشینه است. با افزایش مقاومت متغیر R، جریان عبوری از باتری چند آمپر باشد تا توان خروجی باتری، ۲۵ درصد کم تر از بیشینه توان خروجی آن باشد؟



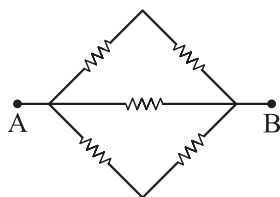
(۱) ۰/۵

(۲) ۱

(۳) ۱/۵

(۴) ۳

۵۳- در شکل زیر، مقدار هر یک از مقاومت ها یکسان و برابر با ۱۲ Ohm است. مقاومت معادل بین دو نقطه A و B چند اهم است؟



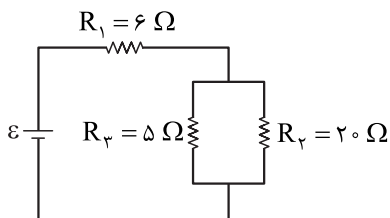
(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) ۱۲

۵۴- در مدار شکل زیر، اگر اختلاف توان مصرفی مقاومت های R_1 و R_2 برابر با ۱۳۰ W باشد، نیروی محرکه باتری آرمانی برابر چند ولت است؟



(۲) ۶۰

(۱) ۵۰

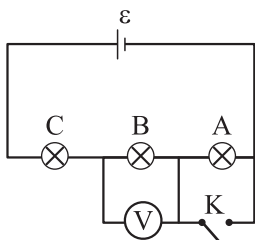
(۴) ۱۲۰

(۳) ۱۰۰

محل انجام محاسبات

۵۵- در مدار شکل زیر، لامپ‌های A، B و C مشابه‌اند. با بستن کلید K، مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد $3V$

تغییر می‌کند. نیروی محرکه الکتریکی باتری چند ولت است؟



(۱) ۱۲

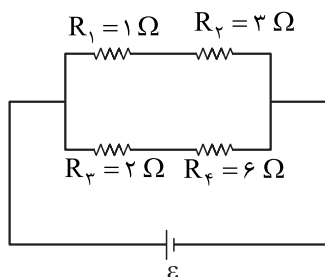
(۲) ۱۵

(۳) ۱۸

(۴) ۲۴

۵۶- در مدار شکل زیر، توان مصرفی در مقاومتی که کم‌ترین توان مصرفی را دارد، برابر با $5W$ است. توان مصرفی در

مقاومتی که بیشترین توان مصرفی را دارد، چند وات است؟



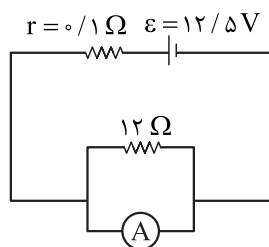
(۱) ۶۰

(۲) ۴۵

(۳) ۳۰

(۴) ۱۵

۵۷- در مدار شکل زیر، آمپرسنج غیرآرمانی، جریان $4A$ را نشان می‌دهد. مقاومت الکتریکی این آمپرسنج چند اهم است؟



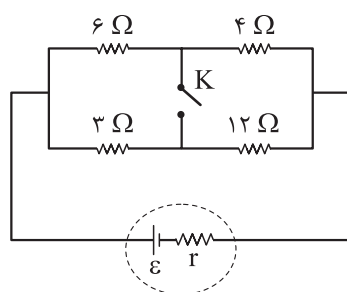
(۱) ۶

(۲) ۴

(۳) ۳

(۴) ۲

۵۸- در مدار شکل زیر، با بستن کلید K، توان خروجی باتری تغییر نمی‌کند. مقاومت درونی باتری چند اهم است؟



(۱) ۴

(۲) ۵

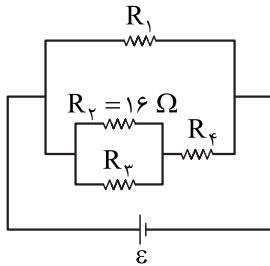
(۳) $\sqrt{20}$ (۴) $\sqrt{30}$

محل انجام محاسبات



۵۹- در مدار شکل زیر، توان مصرفی هر یک از مقاومت‌ها، برابر است. اگر توان خروجی باتری آرمانی برابر با 144 W باشد،

نیروی محرکه آن چند ولت است؟



(۱) ۱۲

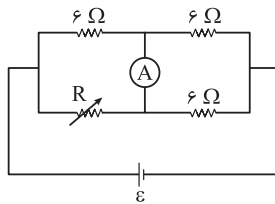
(۲) ۲۴

(۳) ۳۶

(۴) ۴۸

۶۰- در مدار شکل زیر، با افزایش مقاومت رئوستا از مقدار $R_1 = 0$ تا $R_2 = 10 \Omega$ ، مقداری که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد

چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) به طور پیوسته کاهش می‌یابد.

(۲) به طور پیوسته افزایش می‌یابد.

(۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

(۴) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

محل انجام محاسبات



شیمی یازدهم

۶۱- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) آنتالپی یک سامانه را می‌توان هم‌ارز با محتوای گرمایی آن در نظر گرفت.
- (۲) علامت مثبت و منفی ΔH یک فرایند، نقشی در تعیین بزرگی آن ندارد.
- (۳) مقدار معینی ماده با دما و فشار معین درون یک ظرف را می‌توان یک سامانه در نظر گرفت.
- (۴) ذره‌های سازنده یک نمونه ماده، تنها دارای انرژی جنبشی هستند.

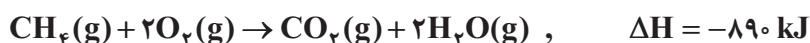
۶۲- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) نماد Q در واکنش $N_2O_4(g) \rightarrow 2NO_2(g)$ در سمت واکنش‌دهنده‌ها قرار می‌گیرد و با افزایش دما، غلظت گاز قهوه‌ای‌رنگ افزایش می‌یابد.
- (۲) در شرایط یکسان، مقدار گرمای آزادشده در واکنش $CH_4(g) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(g)$ ، کم‌تر از مقدار گرمای آزادشده در واکنش $CH_4(g) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(l)$ است.
- (۳) اگر واکنش $2O_3(g) \rightarrow 3O_2(g)$ در یک ظرف در بسته انجام شود، گرمای مبادله‌شده معادل آنتالپی واکنش است.
- (۴) واکنش فتوسنتز برخلاف اکسایش گلوکز، با جذب انرژی همراه بوده و در این واکنش، سطح انرژی فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است.

۶۳- مفهوم میانگین آنتالپی پیوند برای کدام یک از پیوندهای زیر قابل استفاده است؟

- (۱) $C \equiv O$ در کربن مونوکسید
- (۲) $H - Br$ در هیدروژن برمید
- (۳) $N - H$ در هیدرازین
- (۴) $O = O$ در اکسیژن

۶۴- اگر ۶۰ درصد از گرمای تولیدشده طی فرایند سوختن مقداری متان، گرمای لازم برای تجزیه مقدار مشخصی کلسیم کربنات را تأمین کند و مجموع جرم گاز کربن دی‌اکسید تولیدشده در این دو واکنش برابر ۱۷/۶ گرم باشد، پس از پایان واکنش‌ها چند گرم فرآورده جامد تولید می‌شود؟ ($Ca = 40, O = 16, C = 12 : g.mol^{-1}$)



۲۵ / ۲ (۴)

۱۸ / ۶ (۳)

۱۶ / ۸ (۲)

۵ / ۶ (۱)

محل انجام محاسبات



۶۵- درستی یا نادرستی عبارتهای زیر به ترتیب در کدام گزینه آمده است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)
 • اگر آنتالپی پیوند $C-H$ در مولکول CH_4 برابر $415 kJ.mol^{-1}$ باشد، ΔH واکنش $CH_4(g) \rightarrow C(s) + 4H(g)$ برابر $1660 kJ$ است.

• اگر آنتالپی پیوند $C-C$ برابر $348 kJ.mol^{-1}$ باشد، آنتالپی پیوند $C=C$ می تواند بیشتر از $696 kJ.mol^{-1}$ باشد.
 • اگر a, b, c و d به ترتیب آلکان، آلکن، آلکین و الکل هم کربن باشند، مقایسه قدرمطلق آنتالپی سوختن آنها به صورت $|\Delta H_a| > |\Delta H_b| > |\Delta H_c| > |\Delta H_d|$ است.

• اگر ارزش سوختی متان $2/5$ برابر ارزش سوختی متانول باشد، گرمای آزاد شده از سوختن 32 گرم متان با گرمای آزاد شده از سوختن $2/5$ مول متانول در شرایط یکسان برابر است.

(۱) نادرست - درست - نادرست - نادرست (۲) نادرست - نادرست - نادرست - درست
 (۳) درست - نادرست - نادرست - درست (۴) نادرست - نادرست - درست - نادرست

۶۶- کدام مورد، عبارت زیر را به درستی کامل می کند؟

«در ساختار مولکول ، مولکول وجود دارد.»

(۱) هپتانون - برخلاف - اتانول - پیوند $C-O$

(۲) نخستین عضو خانواده الکلها - همانند - نخستین عضو خانواده اترها - ۴ اتم هیدروژن

(۳) بنزآلدهید - برخلاف - بنزوئیک اسید - ۴ پیوند دوگانه

(۴) نخستین عضو خانواده آلدهیدها - همانند - کربن مونوکسید - ۴ الکترون ناپیوندی

۶۷- اگر مجموع آنتالپی پیوندهای $H-H$ و $Cl-Cl$ برابر 678 و مجموع آنتالپی پیوندهای $H-H$ و $F-F$ برابر 595 کیلوژول بر مول باشد، با توجه به معادله های زیر، تفاوت آنتالپی پیوندهای $H-Cl$ و $H-F$ ، چند کیلوژول بر مول است؟

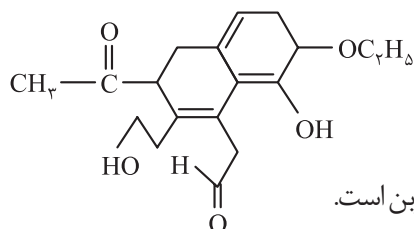


(۴) $101/5$

(۳) $220/5$

(۲) $173/5$

(۱) $137/5$



۶۸- با توجه به ساختار ترکیب آلی روبه رو، کدام عبارت درست است؟

(۱) در ساختار آن، گروه عاملی کتونی برخلاف آلدهیدی یافت نمی شود.

(۲) هر مول از آن در واکنش با ۳ مول گاز هیدروژن، به یک آلکان تبدیل می شود.

(۳) ترکیبی آروماتیک بوده و شمار اتم های هیدروژن در آن، $1/5$ برابر شمار اتم های کربن است.

(۴) ترکیبی با فرمول مولکولی مشابه، اما ساختار متفاوت با آن، سطح انرژی متفاوتی با ترکیب داده شده دارد.

محل انجام محاسبات



۶۹- فرمول شیمیایی C_7H_8O را می‌توان به نوع الکل و نوع اتر نسبت داد. (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

(۲) ۱ - ۲

(۱) ۲ - ۲

(۴) ۱ - ۱

(۳) ۲ - ۱

۷۰- در کدام گزینه مقایسه ارزش سوختی چربی (a)، پروتئین (b) و کربوهیدرات (c) به درستی آمده است؟

(۲) $b > c > a$ (۱) $a > b > c$ (۴) $c > a = b$ (۳) $a > b = c$

۷۱- یک وعده غذایی شامل ۱۰۰ گرم تخم مرغ، ۱۳۰ گرم نان و ۱۶ گرم پنیر است. با انرژی حاصل از این وعده غذایی، حدود چند ساعت می‌توان پیاده‌روی کرد؟ (آهنگ مصرف انرژی در پیاده‌روی حدود ۸۰۰ کیلوژول در هر ساعت است.)

خوراکی	ارزش سوختی ($\text{kJ} \cdot \text{g}^{-1}$)
نان	۱۱/۵
پنیر	۲۰/۰
تخم مرغ	۶/۰

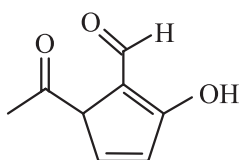
(۴) ۸

(۳) ۵

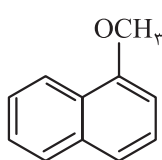
(۲) ۴

(۱) ۳

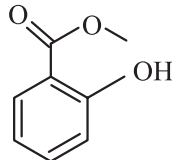
۷۲- با توجه به ساختارهای زیر، کدام مورد نادرست است؟



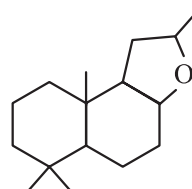
(A)



(B)



(X)



(D)

(۱) A و X، ایزومر یکدیگرند.

(۲) در ساختار مولکول‌های B و D، گروه عاملی اتری وجود دارد.

(۳) تفاوت جرم مولی مولکول‌های B و D، با جرم مولی پنتان برابر است.

(۴) ضریب گاز اکسیژن در معادله موازنه‌شده سوختن کامل مولکول B، برابر ۱۳ است.

محل انجام محاسبات



۷۳- اگر آنتالپی سوختن دو گاز متان و پروپان به ترتیب -۸۹۰ و -۲۲۳۰ کیلوژول بر مول باشد، بر اثر جذب گرمای حاصل از سوختن $۱/۵$ گرم گاز اتان، ۱۰ کیلوگرم از کدام ماده، تغییر دمای بیشتری خواهد داشت و این تغییر به تقریب برابر چند درجه سلسیوس است؟ ($H = ۱$, $C = ۱۲$: g.mol^{-1})

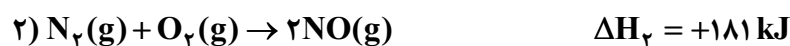
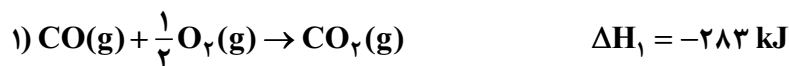
آهن	آلومینیم	ماده
۰/۴۵	۰/۹	ظرفیت گرمایی ویژه ($\text{J.g}^{-1}.\text{°C}^{-1}$)

(۱) آلومینیم، $۱۷/۳۳$ آهن، $۱۷/۳۳$ (۲) آهن، $۸/۶۶$ آلومینیم، $۸/۶۶$ (۳) آهن، $۸/۶۶$ (۴) آهن، $۸/۶۶$

۷۴- کدام مورد درست است؟

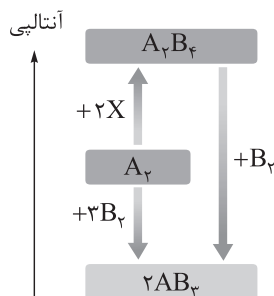
- (۱) گرماسنج لیوانی برای تعیین ΔH فرایندهای انحلال و واکنش‌هایی که در حالت محلول انجام می‌شوند، مناسب است.
- (۲) متان به گاز مرداب معروف است و در آزمایشگاه می‌توان آن را از واکنش گرافیت و گاز هیدروژن تهیه کرد.
- (۳) با افزودن محلول سدیم نیترات به نقره کلرید، یک واکنش سریع انجام شده و نوعی رسوب سفیدرنگ تولید می‌شود.
- (۴) در دمای اتاق، الیاف آهن در هوا نمی‌سوزد، در حالی که همان مقدار الیاف آهن در یک ارلن پر از اکسیژن می‌سوزد.

۷۵- با توجه به واکنش‌های داده‌شده، کدام مورد نادرست است؟



- (۱) برای محاسبه آنتالپی واکنش (۳)، باید واکنش (۱) را در ۲ ضرب کرده و واکنش (۲) را وارونه کنیم.
- (۲) واکنش (۳) یک واکنش گرماده است و آنتالپی آن برابر -۷۴۷ kJ است.
- (۳) واکنش تجزیه NO به عنصرهای سازنده، یک واکنش گرماگیر است.
- (۴) مطابق واکنش‌های (۱) و (۲)، گرمای آزادشده در تشکیل ۲ مول CO_2 ، بیشتر از گرمای مبادله‌شده در تشکیل ۴ مول NO است.

۷۶- با توجه به نمودار زیر، کدام مورد نادرست است؟ (همه گونه‌ها گازی شکل‌اند.)



- (۱) مولکول X مانند مولکول کربن مونوکسید، دواتمی است.
- (۲) فرایند تشکیل A_2B_4 از عناصر سازنده‌اش، یک فرایند گرماگیر است.
- (۳) مجموع آنتالپی پیوندها در ۲ مول AB_3 ، کوچک‌تر از مجموع آنتالپی پیوندها در ۱ مول A_2 و ۳ مول B_2 است.
- (۴) مولکول A_2B_4 از AB_3 ناپایدارتر است.

محل انجام محاسبات

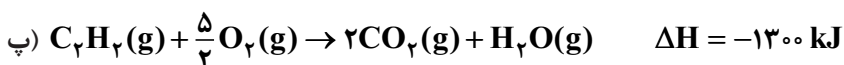
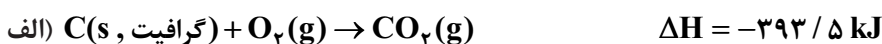


۷۷- کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

- الف) تجربه نشان می‌دهد که محیط سرد، مرطوب و تاریک برای نگهداری انواع مواد غذایی مناسب‌تر است.
 ب) پوست و پوشش میوه‌ها و خشکبار یک عامل طبیعی است که با کاهش تبخیر آب موجود در این مواد غذایی، زمان ماندگاری آن‌ها را افزایش می‌دهد.
 پ) با گرم کردن محلول بنفش‌رنگ پتاسیم پرمنگنات با یک اسید آلی در دمای اتاق، محلول با سرعت بیشتری بی‌رنگ می‌شود.
 ت) افزایش سرعت واکنش سوختن قند آغشته به خاک باغچه، همانند واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید در حضور چند قطره پتاسیم هیدروکسید، به دلیل وجود کاتالیزگر در این واکنش‌ها است.

۱) الف - ب ۲) ب - پ ۳) الف - پ ۴) الف - ب - ت

۷۸- با توجه به واکنش‌های داده‌شده، آنتالپی واکنش $H_2(g) + \frac{1}{2}O_2(g) \rightarrow H_2O(g)$ چند کیلوژول است؟



۱) $-394 / 5$ ۲) $-286 / 3$ ۳) $-124 / 5$ ۴) $-266 / 4$

۷۹- کدام مطلب درست است؟

- ۱) در صنعت، هیدروژن پراکسید را از واکنش هیدروژن و اکسیژن در دماهای بالا به دست می‌آورند.
 ۲) شیمی‌دان‌های هواکره واکنشی طراحی کرده‌اند تا از واکنش CO و NO، گازهایی با آلاینده‌گی کم‌تر و پایداری بیشتر به دست آید.
 ۳) جرم CO_2 حاصل از سوختن یک گرم اتان در مقایسه با یک گرم اتانول کم‌تر است، زیرا جرم مولی اتان از اتانول کم‌تر است.
 ۴) هیدرازین نسبت به آمونیاک ناپایدارتر است، اما علامت آنتالپی تشکیل هر دو ماده از گازهای N_2 و H_2 یکسان است.

۸۰- چه تعداد از عوامل زیر، سبب کاهش سرعت واکنش $2H_2O_2(aq) \rightarrow 2H_2O(l) + O_2(g)$ می‌شود؟

- کاهش دمای محلول
- کاهش غلظت مولی هیدروژن پراکسید
- اضافه کردن چند قطره محلول پتاسیم یدید
- اضافه کردن آب به ظرف واکنش

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ‌نامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحه
شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید
از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.



آزمون‌های تشریحی خیلی سبز



۵ مرحله در طول سال

شبیه‌سازی کامل امتحان نهایی

- منطبق بر بارم‌بندی آموزش و پرورش
- تشابه کامل فرم برگه سوال، پاسخ‌برگ، کلید، پاسخنامه و حتی فونت سوال‌ها با امتحان نهایی
- پوشش همه مطالب و انواع سوالات
- ارائه یک یا دو تست عیناً مشابه امتحان نهایی
- هم‌سطح با دشواری سوالات امتحان نهایی



پاسخنامه‌های خیلی تشریحی

- ارائه پاسخ کامل و مرحله به مرحله
- محتوای یاددهنده شامل درسنامه
- ارائه نکات کلیدی هر سوال

تصحیح کاملاً مکانیزه

- تصحیح کاملاً حرفه‌ای توسط دو مصحح
- تصحیح سوم در صورت اختلاف نظر دو مصحح قبل
- تصحیح به صورت بررسی یک سوال برای گروهی از دانش‌آموزان
- امکان کامنت‌گذاری مصحح در فرایند تصحیح
- امکان درخواست تصحیح مجدد در پنل ثبت اعتراض

کارنامه‌های بسیار کاربردی

- کارنامه تحلیلی و مقایسه‌ای
- نمره به تفکیک سوال
- کارنامه مبحثی

باسخ نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز



مرحله یازدهم

پایه یازدهم

۱۴۰۴/۰۸/اسفند

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	فرشاد حسن زاده - محمد خان گلدی - علی شهبابی - محسن علی نجاری - محمد گودرزی
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - حسین هاشمی طاهری
آمار و احتمال	مسعود شفیعی - عطا صادقی - سروش موئینی
فیزیک	یاشار انگوتی - نوید شاهی
شیمی	ارژنگ خانلری - پیمان خواجوی مجد - یاسر راش - پارسا طاهری منزه - یاسر عبداللہی - محمد عظیمیان زوارة - امیرحسین مسلمی - عرفان نریمانی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	محسن علی نجاری	محسن علی نجاری	محمد رضا راسخ	محمد گودرزی	وحید جعفری عادل حسینی منصور زرکش
هندسه	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	سید عباس حسینی	زهره جالینوسی ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
آمار و احتمال	مسعود شفیعی	مسعود شفیعی	علیرضا کاظمی بقا	امیرحسین ابومحبوب علیرضا کاظمی بقا	منصور زرکش اصفهانی ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
فیزیک	نوید شاهی	یاشار انگوتی	مریم گلی حسنلو	سعید محبی هادی نجفی	آیدین طهماسبلی زاده پوریا علاقه مند سعید محبی امیر محمودی انزایی محمد رضا یاری
شیمی	یاسر عبداللہی	یاسر عبداللہی	یاسر عبداللہی پارسا طاهری منزه	محمد مهدی کریمیان مرتضی نصیرزاده یاشار ذریه	ارژنگ خانلری یلدا رزاق زاده امیرمحمد شکوهی آرمین عظیمی

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاچانپور



Azmoon.kheilisabz.com

آزمون آزمایشی خلی سبز

بیتا ابراهیمی - علیرضا جعفری - عادل حسینی

تیم اجرایی و تألیف آزمون

سرپرست تولید	الناز علی یاری زاده
ویراستاران فنی	نیلوفر اعتمادی - نیوشا پیمان - هدیه خسروی زهرا صفری - الهه صفری - فاطمه علی اکبری محیا غنی فرد - زهرا فرهادی مهر - نادره ناز آوری ساعده نمازی
رسام	ندا فخاری سارا گنجی آزادپور
صفحه آرایی	صدف امام - مریم حسین زاده سپیده سخائی - الهام سهرابی - طاهره صادق نژاد مائده صبری - نیلوفر فرخجسته - فاطمه قیاسوند مهدیه گل پور - دریا لطفی



۱ انتهای کمان‌های $(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4})$ ، $(\frac{5\pi}{4})$ و $(\frac{10\pi}{3})$ روی دایره مثلثاتی، به ترتیب از راست به چپ در کدام ناحیه دستگاه مختصات قرار دارند؟

- (۱) اول - سوم - دوم
(۲) دوم - دوم - دوم
(۳) اول - سوم - سوم
(۴) دوم - سوم - سوم

پاسخ: گزینه ۳

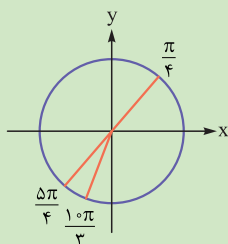
پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ابتدا زاویه‌های داده شده را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{5\pi}{4} = \pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{10\pi}{3} = 3\pi + \frac{\pi}{3}$$

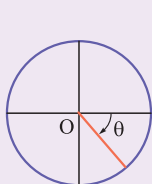
گام دوم: حال انتهای کمان زاویه‌ها را روی دایره مثلثاتی مشخص می‌کنیم:



بنابراین $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}$ در ناحیه اول، $\frac{5\pi}{4}$ در ناحیه سوم و $\frac{10\pi}{3}$ در ناحیه سوم دایره مثلثاتی قرار دارد.

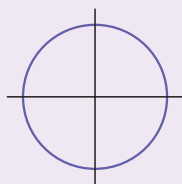
برای هر یک از زاویه‌های زیر مشخص کنید که انتهای کمان در کدام ربع دایره مثلثاتی قرار می‌گیرد و سپس شکل تقریبی زاویه را همانند نمونه رسم کنید.

(مسئله ۱) - تمرین ۱ صفحه ۹۶ کتاب درسی



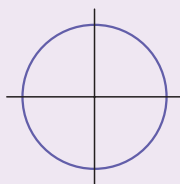
$$\theta = -\frac{\pi}{6}$$

انتهای کمان در ربع ... است.



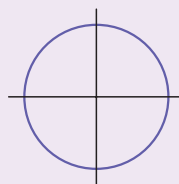
$$\alpha = \pi + \frac{\pi}{3} =$$

انتهای کمان در ربع ... است.



$$\beta = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} =$$

انتهای کمان در ربع ... است.

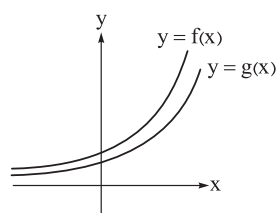


$$\gamma = \pi - \frac{\pi}{6} =$$

انتهای کمان در ربع ... است.

کتاب درسی

در شکل زیر، نمودار توابع f و g رسم شده‌اند. اگر $f(x) = a^x + a^2 - 2a$ و $g(x) = a^x + 3a - 6$ باشد، مجموعه



مقادیر قابل قبول برای a شامل چند عدد طبیعی نیست؟

هر دو تابع ویژگی‌های تابع
نمایی را دارند.

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

نمودار تابع f همواره بالاتر از نمودار تابع g هستش. شرط نمایی بودن هم یادت نره.

Hint

کرتس Box

تابع نمایی:

اگر a عددی حقیقی مثبت و مخالف ۱ باشد ($a > 0, a \neq 1$)، تابع $f(x) = a^x$ را تابع نمایی می‌نامند.

دامنه این تابع مجموعه اعداد حقیقی ($\mathbb{R}$) است.

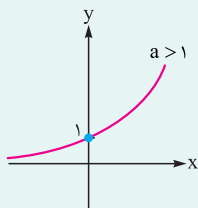
برد این تابع مجموعه اعداد حقیقی مثبت ($\mathbb{R}^+$ یا $(0, +\infty)$) است (خروجی تابع نمایی هرگز صفر یا منفی نمی‌شود).

نقطه ثابت: همه نمودارهای نمایی از نقطه $(0, 1)$ عبور می‌کنند، زیرا $a^0 = 1$.

نمودارهای تابع نمایی: نمودار تابع نمایی براساس مقدار a به دو حالت تقسیم می‌شود:

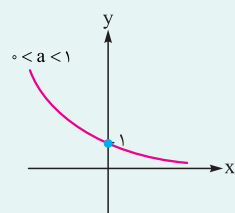
حالت اول: $a > 1$ (تابع صعودی)

اگر پایه a بزرگ‌تر از ۱ باشد، تابع اکیداً صعودی است (یعنی با افزایش x ، مقدار y نیز افزایش می‌یابد).



حالت دوم: $0 < a < 1$ (تابع نزولی)

اگر پایه a بین ۰ و ۱ باشد، تابع اکیداً نزولی است (یعنی با افزایش x ، مقدار y کاهش می‌یابد).



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به شکل، نمودار تابع f همواره بالاتر از نمودار تابع g است، در نتیجه:

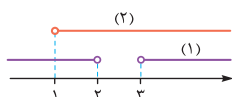
$$a^x + a^2 - 2a > a^x + 3a - 6 \Rightarrow a^2 - 2a > 3a - 6 \Rightarrow a^2 - 5a + 6 > 0$$

$$\Rightarrow (a-2)(a-3) > 0 \xrightarrow{\text{خارج ریشه‌ها}} a < 2 \text{ یا } a > 3 \quad (1)$$

$$a > 1 \quad (2)$$

گام دوم: هم‌چنین تابع f و g ، تابع نمایی افزایشی هستند؛ پس:

گام سوم: با اشتراک حدود به‌دست‌آمده برای a داریم:



$$a \in (1, 2) \cup (3, +\infty)$$

بنابراین مجموعه مقادیر قابل قبول برای a ، شامل ۳ عدد طبیعی $\{1, 2, 3\}$ نیست.

عدد کدام گزینه نسبت به اعداد سایر گزینه‌ها، بزرگ‌تر است؟

۳

$\sqrt[12]{6} \text{ (۴)}$

$\sqrt[6]{5} \text{ (۳)}$

$\sqrt[4]{3} \text{ (۲)}$

$\sqrt[2]{2} \text{ (۱)}$

پاسخ: گزینه ۲

توان‌های همه رو یکی کن!

Hint

نکته

تأثیر توان بر جهت نامساوی:

فرض کنید a و b دو عدد حقیقی و مثبت باشند به طوری که $a < b$ و همچنین x یک عدد حقیقی غیرصفر باشد، هنگام به توان رساندن این نامساوی، باید به علامت توان (x) توجه کنیم:

الف) اگر توان مثبت باشد ($x > 0$)، جهت نامساوی تغییر نمی‌کند (هم‌جهت می‌ماند):

$$a^x < b^x$$

ب) اگر توان منفی باشد ($x < 0$)، جهت نامساوی برعکس می‌شود:

$$a^x > b^x$$

گام اول: ابتدا اعداد موجود در گزینه‌ها را به صورت زیر می‌نویسیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\sqrt[12]{6} = 6^{\frac{1}{12}}, \quad \sqrt[4]{3} = 3^{\frac{1}{4}}, \quad \sqrt[6]{5} = 5^{\frac{1}{6}}, \quad \sqrt[2]{2} = 2^{\frac{1}{2}}$$

گام دوم: حالا همه اعداد را به توان ۱۲ که ک.م.م فرجه‌هاست می‌رسانیم و سپس به کمک ویژگی تابع نمایی که «اگر $a^x > b^x$ باشد، آن‌گاه $a > b$ است»، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} (\sqrt[12]{6})^{12} = 6^1 = 6 \\ (\sqrt[4]{3})^{12} = 3^3 = 27 \\ (\sqrt[6]{5})^{12} = 5^2 = 25 \\ (\sqrt[2]{2})^{12} = 2^6 = 64 \end{array} \right\} \xrightarrow{(\sqrt[12]{6})^{12} > (\sqrt[6]{5})^{12} > (\sqrt[4]{3})^{12} > (\sqrt[12]{6})^{12}} 64 > 25 > 27 > 6 \Rightarrow \sqrt[2]{2} > \sqrt[6]{5} > \sqrt[4]{3} > \sqrt[12]{6}$$

۴ اگر $2^{\sqrt{x}} + 2^{-\sqrt{x}} = \frac{5y}{y+1}$ و $9^{y^2} = 3^{2y-1}$ باشند، حاصل $x+y$ کدام است؟

$2^{-\sqrt{x}} = (2^{\sqrt{x}})^{-1} = \frac{1}{2^{\sqrt{x}}}$

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

Hint پایه‌های معادله دومی رو یکی کن! به مقادیر قابل قبول برای معادله اول توجه کن!

درس‌Box

معادلات نمایی و روش‌های حل:

(۱) تعریف معادله نمایی: معادله‌ای که در آن مجهول (متغیر) در توان قرار گرفته باشد، معادله نمایی نامیده می‌شود.

(۲) قانون اصلی حل (هم‌پایه کردن): اگر بتوانیم دو طرف معادله را به پایه‌های مساوی تبدیل کنیم، توان‌ها نیز باید برابر باشند. به بیان ریاضی، اگر a عددی حقیقی، مثبت و مخالف یک باشد ($a > 0, a \neq 1$):

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$$

گاهی برای رسیدن به این ساختار، باید ابتدا با استفاده از ویژگی‌های توان، عبارات را ساده کنیم.

(۳) تکنیک تغییر متغیر: در برخی معادلات پیچیده‌تر (معمولاً آن‌هایی که شبیه معادلات درجه دوم هستند)، استفاده از یک متغیر کمکی (مثلاً $a^x = t$) کار را بسیار ساده می‌کند و معادله نمایی را به یک معادله جبری معمولی تبدیل می‌نماید.

(۴) دستگاه معادلات نمایی: برای حل دستگاه‌ها، استراتژی اصلی تبدیل آن‌ها به دستگاه‌های معادلات خطی یا ساده‌تر است که روش حلشان را از قبل می‌دانیم (معمولاً با حذف یا جای گذاری).

اگر $A > 0 \Rightarrow A + \frac{1}{A} \geq 2$

اگر $A < 0 \Rightarrow A + \frac{1}{A} \leq -2$

گام اول: ابتدا می‌رویم سراغ معادله دوم:

$$9^{y^2} = 3^{2y-1} \Rightarrow 3^{2y^2} = 3^{2y-1} \Rightarrow 2y^2 = 2y-1 \Rightarrow 2y^2 - 2y + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y=1 \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$$

گام دوم: حال با توجه به این که $2^{\sqrt{x}} > 0$ است، باید $2^{\sqrt{x}} + 2^{-\sqrt{x}} \geq 2$ باشد؛ در نتیجه:

غ ق ق $y = \frac{1}{2}: 2^{\sqrt{x}} + 2^{-\sqrt{x}} = \frac{5}{3} < 2$

$y = 1: 2^{\sqrt{x}} + 2^{-\sqrt{x}} = \frac{5}{2} \checkmark$

گام سوم: با تغییر متغیر $2^{\sqrt{x}} = t$ داریم:

$$t + \frac{1}{t} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2t^2 - 5t + 2 = 0 \xrightarrow{\Delta = 5^2 - 4 \times 2 \times 2 = 9} t = \frac{5 \pm 3}{4}$$

غ ق ق $t = \frac{1}{2} \Rightarrow 2^{\sqrt{x}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{x} = -1$

یا $t = 2 \Rightarrow 2^{\sqrt{x}} = 2 \Rightarrow x = 1$

$\Rightarrow x+y = 1+1 = 2$

مقدار $\left[\log_{\frac{1}{3}}\right]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

۵

۵ (۴)

-۶ (۳)

۴ (۲)

-۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

درس Box

تعریف و ویژگی‌های لگاریتم:

(۱) تعریف لگاریتم:

اگر a عددی حقیقی، مثبت و مخالف ۱ ($a > 0, a \neq 1$) و b عددی مثبت باشد، لگاریتم عدد b در مبنای a را عددی حقیقی مانند x تعریف می‌کنیم که $a^x = b$ باشد، به عبارت دیگر:

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$$

(۲) ویژگی‌های لگاریتم:

به شرطی که تمام عبارات معنی داشته باشند (اعداد جلوی لگاریتم مثبت و مبنایها مثبت و مخالف ۱ باشند):

$$\log_a 1 = 0 \quad (۱)$$

$$\log_a a = 1 \quad (۲)$$

$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y \quad (۳) \text{ لگاریتم ضرب:}$$

$$\log_a (x_1 x_2 \dots x_n) = \log_a x_1 + \dots + \log_a x_n \quad (\text{تعمیم ضرب}):$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y \quad (۴) \text{ لگاریتم تقسیم:}$$

$$\log_a (x^n) = n \cdot \log_a x \quad (۵) \text{ لگاریتم توان:}$$

$$\log_{a^n} x = \frac{1}{n} \log_a x \quad (۶) \text{ توان در مبنای:}$$

$$\log_a x = \frac{1}{\log_x a} \quad (۷) \text{ قاعده معکوس:}$$

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} \quad (۸) \text{ قاعده تغییر مبنای:}$$

$$a^{\log_a x} = x \quad (۹) \text{ هویت لگاریتمی (۱):}$$

$$b^{\log_a x} = x^{\log_a b} \quad (\text{هویت لگاریتمی (۲)}):$$

گام اول: ابتدا توجه کنید که: پاسخ خیلی تشریحی ✓

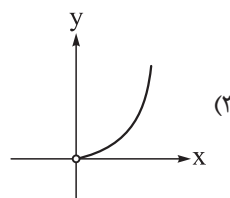
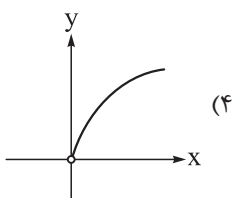
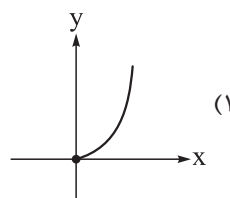
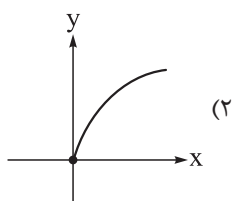
$$\log_{\frac{1}{3}} = \log_{3^{-1}} = -\log_3$$

گام دوم: حال به کمک توان‌های صحیح عدد ۴ داریم:

$$256 < 300 < 1024 \Rightarrow 4^4 < 300 < 4^5 \xrightarrow{\text{در مبنای ۴ لگاریتم می‌گیریم}} \log_4 4^4 < \log_4 300 < \log_4 4^5$$

$$\Rightarrow 4 < \log_4 300 < 5 \Rightarrow -5 < -\log_4 300 < -4 \Rightarrow [-\log_4 300] = -5$$

نمودار تابع $f(x) = 2^{\log_2 x}$ کدام است؟ ۶



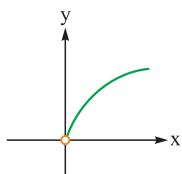
پاسخ: گزینه ۴

گام اول: ابتدا دامنه تابع f را مشخص می‌کنیم: ✓ پاسخ خیلی تشریحی

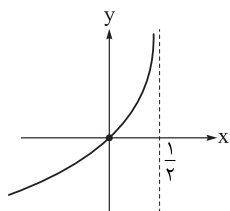
$$x > 0 \Rightarrow D_f = (0, +\infty)$$

گام دوم: حال به کمک ویژگی (۹) در درس باکس پاسخ قبل، ضابطه تابع را به صورت ساده‌تر بازنویسی کرده و نمودار آن را روی دامنه‌اش رسم می‌کنیم:

$$f(x) = 2^{\log_2 x} = x^{\log_2 2} = x^{\frac{1}{\log_2 2}} = \sqrt{x}$$



۷ نمودار تابع $f(x) = \log_2 \frac{1}{ax+b}$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $a+b$ کدام است؟



(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) -۱

(۴) $-\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۳

درس Box

تابع لگاریتمی:

چون تابع نمایی $f(x) = a^x$ (با $a > 0, a \neq 1$) یک تابع یک‌به‌یک است، پس وارون‌پذیر است.

وارون این تابع را تابع لگاریتم در مبنای a می‌نامند و با $f^{-1}(x) = \log_a x$ نشان می‌دهند.

رابطهٔ اساسی: $f(x) = a^x \Leftrightarrow f^{-1}(x) = \log_a x$

دامنه و برد تابع لگاریتمی براساس جابه‌جایی دامنه و برد در توابع وارون:

چون برد تابع نمایی بازه $(0, +\infty)$ است، دامنهٔ تابع لگاریتمی، بازه $(-\infty, +\infty)$ است.

برد تابع لگاریتمی برابر دامنهٔ تابع نمایی، یعنی $\mathbb{R}$ است.

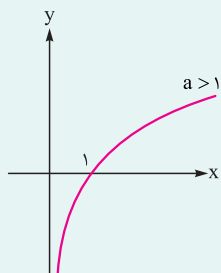
نمودار تابع لگاریتمی: نمودار تابع $f^{-1}(x) = \log_a x$ ، قرینهٔ نمودار $f(x) = a^x$ نسبت به خط $y = x$ است.

نقطهٔ ثابت: همهٔ نمودارهای لگاریتمی با ضابطهٔ $y = \log_a x$ از نقطهٔ $(1, 0)$ عبور می‌کنند (چون $a^0 = 1$).

مجانب: محور عرض‌ها ($x = 0$) مجانب (خط‌چین) قائم نمودار است.

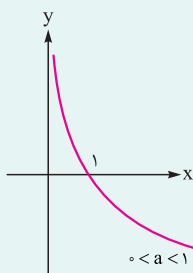
حالت اول: $a > 1$ (تابع صعودی)

اگر $a > 1$ باشد (مانند $\log_2 x$)، تابع اکیداً صعودی است.



حالت دوم: $0 < a < 1$ (تابع نزولی)

اگر $0 < a < 1$ باشد (مانند $\log_{1/2} x$)، تابع اکیداً نزولی است.



پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: با توجه به نمودار، $D_f = (-\infty, \frac{1}{2})$ ، در نتیجه:

$$\frac{1}{ax+b} > 0 \Rightarrow ax+b > 0 \xrightarrow{a < 0} x < -\frac{b}{a} \xrightarrow{\text{مقایسه با دامنه صورت سؤال}} \frac{-b}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = -2b \quad (*)$$

گام دوم: هم‌چنین نقطه $(0, 0)$ روی نمودار تابع قرار دارد:

$$f(0) = 0 \Rightarrow \log_2 \frac{1}{b} = 0 \Rightarrow \frac{1}{b} = 1 \Rightarrow b = 1 \xrightarrow{(*)} a = -2$$

و در نهایت داریم:

$$a + b = -2 + 1 = -1$$

اگر $3^t = 2^{f(t)} = 12$ باشد، ضابطه تابع f کدام می تواند باشد؟

$$f(x) = \frac{x-1}{2x-1} \quad (2)$$

$$f(x) = \frac{2x-2}{x-1} \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{x+1}{2x} \quad (4)$$

$$f(x) = \frac{2x}{x-1} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ابتدا توجه کنید که هر دو عبارت برابر ۱۲ هستند، در نتیجه:

$$3^t = 2^{f(t)} \xrightarrow{\text{از طرفین لگاریتم می گیریم.}} \log_3(3^t) = \log_3(2^{f(t)}) \Rightarrow t \cdot \log_3 3 = f(t)$$

گام دوم: حال به کمک تساوی اول مقدار $\log_3 3$ را بر حسب t به دست می آوریم:

$$3^t = 12 \Rightarrow \frac{3^t}{3} = 4 \Rightarrow 3^{t-1} = 2^2 \xrightarrow{\text{از طرفین لگاریتم می گیریم.}} \log_3 3^{t-1} = \log_3 2^2 \Rightarrow (t-1) \log_3 3 = 2$$

$$\Rightarrow \log_3 3 = \frac{2}{t-1}$$

گام سوم: حالا با جای گذاری مقدار $\log_3 3$ داریم:

$$f(t) = t \times \frac{2}{t-1} \Rightarrow f(x) = \frac{2x}{x-1}$$

تساوی داده شده را به صورت زیر بازنویسی می کنیم:

$$3^t = 2^2 \times 3 \Rightarrow 3^{t-1} = 2^2 \quad (1)$$

$$3^{f(t)} = 2^2 \times 3 \Rightarrow 3^{f(t)-2} = 3 \quad (2)$$

طرفین تساوی (۲) را به توان $t-1$ می رسانیم:

$$3^{(f(t)-2)(t-1)} = 3^{t-1} \xrightarrow{(1)} 3^{(f(t)-2)(t-1)} = 2^2$$

$$\Rightarrow (f(t)-2)(t-1) = 2 \Rightarrow f(t)-2 = \frac{2}{t-1} \Rightarrow f(x) = \frac{2x}{x-1}$$

یه جور دیگه

(سوال ۱۱ کنکور ریاضی ۱۴۰۱)

فرض کنید $5^x = 10$ است. اگر $2^{f(x)} = 20$ باشد، ضابطه f کدام است؟

$$\frac{x+1}{2x+1} \quad (4)$$

$$\frac{2x-1}{x-1} \quad (3)$$

$$\frac{x-1}{2x-1} \quad (2)$$

$$\frac{2x+1}{x+1} \quad (1)$$

کنکور

جواب معادله $\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$ در کدام بازه قرار دارد؟

$$\left(\frac{9}{2}, \frac{11}{2}\right) (4)$$

$$\left(\frac{7}{2}, \frac{9}{2}\right) (3)$$

$$\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right) (2)$$

$$\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right) (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

معادله‌های لگاریتمی:

درس Box

معادله‌ای را که در آن مجهول در آرگومان (جلوی) لگاریتم قرار دارد، معادله لگاریتمی می‌نامند. راهبرد اصلی حل: با استفاده از «ویژگی‌های لگاریتم» (مانند تبدیل جمع به ضرب، تفریق به تقسیم و ...)، معادله را ساده می‌کنیم تا در دو طرف تساوی، لگاریتم‌هایی با پایه یکسان داشته باشیم (فرم $\log_a A = \log_a B$).

ویژگی کلیدی حل:

چون تابع لگاریتمی ($y = \log_a x$) یک تابع یک‌به‌یک است، از ویژگی زیر برای حل معادلات استفاده می‌کنیم:

$$\log_a x = \log_a y \Rightarrow x = y$$

(به عبارت دیگر، اگر لگاریتم‌ها با مبنای یکسان با هم برابر باشند، آرگومان‌های آن‌ها نیز با هم برابر هستند.)

توجه بسیار مهم: بررسی دامنه (شرط لگاریتم)

اعدادی که با حل کردن معادله $x = y$ به دست می‌آیند، لزوماً جواب نهایی معادله نیستند.

باید این مقادیر را در معادله اصلی قرار دهیم و بررسی کنیم که آرگومان (جلوی) تمام لگاریتم‌ها را مثبت (> 0) نگه می‌دارند.

جواب‌هایی که این شرط را نقض کنند (آرگومان را صفر یا منفی کنند)، قابل قبول نیستند.

به کمک ویژگی‌های لگاریتم داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1 \Rightarrow \log_3\left(\frac{2x+1}{x-1}\right) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{2x+1}{x-1} = 3 \Rightarrow 3x - 3 = 2x + 1 \Rightarrow x = 4$$

با توجه به جواب به‌دست‌آمده و گزینه‌ها، پاسخ صحیح گزینه (۳) است.

ریاضیات

۱۰ اگر $\log_2 2 + \log_2(x-3) + \log_2(x^2 + 3x + 9) = 3 + \log_2 2$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt[4]{3}} x$ کدام است؟

۳ (۴)

 $\frac{4}{3}$ (۳)

۱ (۲)

 $\frac{16}{3}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: عدد ۳ را در سمت راست تساوی، $\log_2 3^2$ می‌بینیم و به کمک ویژگی‌های لگاریتم معادله را بازنویسی می‌کنیم:

$$\log_2((x-3)(x^2 + 3x + 9)) = \log_2(3^2 \times 2) \Rightarrow \log_2(x^3 - 27) = \log_2 54$$

$$\Rightarrow x^3 - 27 = 54 \Rightarrow x^3 = 81 = 3^4 \Rightarrow x = 3^{\frac{4}{3}}$$

گام دوم: حالا برای محاسبه مقدار خواسته شده داریم:

$$\log_{\sqrt[4]{3}} x = \log_{\frac{1}{3^{\frac{1}{4}}}} 3^{\frac{4}{3}} = \frac{4}{3} \times 4 \log_2 3 = \frac{16}{3}$$

اگر $\log_2(x-2) + \log_2(x^2 + 2x + 4) + \log_2(x-2) = 3$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt[3]{2}} x$ کدام است؟

(سوال ۹ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ - نوبت اول)

۴ (۴)

۳ (۳)

 $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۱)

امیرعلی قصد داشت ۲۰ لیتر آب نمک با غلظت ۱۵ درصد تولید کند، اما با محاسبه اشتباه محلول با غلظت ۳۰ درصد تولید شد. او اکنون با یک ظرف چهار لیتری، هر بار ۴ لیتر از محلول را برداشته و به جای آن آب خالص اضافه می‌کند. او تقریباً چند مرتبه این کار را انجام دهد تا غلظت محلول ۱۵ درصد شود؟ ($\log 2 \approx 0.3$)

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا توجه کنید که اگر حجم ظرف V و حجم برداشت ما و جایگزین کردن با آب خالص x باشد، غلظت (C) باقی‌مانده پس از n بار برداشتن برابر است با:

$$C_{\text{new}} = C_{\text{old}} \left(1 - \frac{x}{V}\right)^n$$

گام دوم: حال با جای‌گذاری اعداد داریم:

$$15 = 30 \times \left(1 - \frac{4}{20}\right)^n \Rightarrow \frac{1}{2} = \left(\frac{3}{4}\right)^n \xrightarrow{\text{در مبنای } 10 \text{ لگاریتم می‌گیریم.}} \log \frac{1}{2} = n \log \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \log 1 - \log 2 = n(\log 3 - \log 4) \Rightarrow n = \frac{-\log 2}{\log 3 - \log 4} = \frac{\log 2}{1 - 2 \log 2}$$

گام سوم: حالا مقدار تقریبی 0.3 را به جای $\log 2$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$n = \frac{0.3}{1 - 0.6} = \frac{0.3}{0.4} = 0.75 \approx 1$$

ریاضیات

۱۲

ساعت $۱۱:۳۰'$ است؛ حداقل زاویه طی شده توسط عقربه ساعت شمار بر حسب رادیان کدام باشد، تا عقربه های ساعت شمار و دقیقه شمار بر هم منطبق شوند؟

$$\frac{\pi}{18} (۴)$$

$$\frac{\pi}{15} (۳)$$

$$\frac{\pi}{10} (۲)$$

$$\frac{\pi}{12} (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

هر دقیقه، عقربه ساعت شمار $۰/۵^{\circ}$ حرکت می کند!

Hint

درس Box

زاویه طی شده توسط عقربه های ساعت:

برای محاسبه زاویه ای که عقربه های ساعت شمار و دقیقه شمار طی می کنند، باید سرعت چرخش هر کدام را بدانیم:

● عقربه دقیقه شمار: این عقربه در هر ۶۰ دقیقه، یک دور کامل (۳۶۰°) می چرخد؛ بنابراین در هر دقیقه به اندازه ۶° جابه جا می شود.

$$\omega_m = 6^{\circ} / \text{min}$$

● عقربه ساعت شمار: این عقربه در هر ۱۲ ساعت (۷۲۰ دقیقه)، یک دور کامل می زند؛ بنابراین در هر دقیقه تنها $۰/۵^{\circ}$ پیش می رود.

$$\omega_h = 0.5^{\circ} / \text{min}$$

نتیجه مهم: سرعت حرکت عقربه دقیقه شمار، همواره ۱۲ برابر سرعت عقربه ساعت شمار است. یعنی اگر در یک مدت زمان مشخص، عقربه ساعت شمار α درجه طی کند، عقربه دقیقه شمار ۱۲α درجه طی خواهد کرد.

در ساعت $h : m'$ زاویه بین عقربه های ساعت شمار و دقیقه شمار، بر حسب درجه، از رابطه $|30h - \frac{11m}{2}|$ به دست می آید.

گام اول: برای این که عقربه های ساعت شمار و دقیقه شمار بر هم منطبق شوند، باید ساعت $۱۲:۰۰'$ شود. پس ۳۰ دقیقه باید زمان بگذرد.

گام دوم: طبق درس باکس عقربه ساعت شمار در هر ساعت ۳۰° و در هر دقیقه $۰/۵^{\circ}$ حرکت می کند. در نتیجه:

$$30 \times 0.5 = 15^{\circ} = \frac{\pi}{12} \text{ rad}$$

نکته

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۱۳

روی یک دایره به شعاع r ، دو نقطه A و B متناظر با زاویه‌های $\theta_1 = \frac{\pi}{9}$ و $\theta_2 = \frac{5\pi}{9}$ از یک مبدأ هستند. اختلاف طول

بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین کمان روی دایره بین دو نقطه A و B برحسب r کدام است؟

جهت مثبت محور x

$$\frac{2\pi r}{9} \quad (4)$$

$$\frac{14\pi r}{9} \quad (3)$$

$$\frac{10\pi r}{9} \quad (2)$$

$$\frac{4\pi r}{9} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

زاویه روبه‌رو به هر کمان رو حساب کن و بذار تو فرمول طول کمان!

Hint

محاسبه طول کمان:

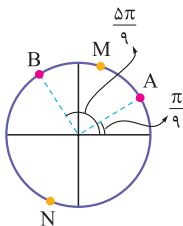
نکته

برای به دست آوردن طول یک کمان (L) در دایره‌ای به شعاع r ، کافی است اندازه زاویه مرکزی روبه‌رو به آن کمان (θ) را در شعاع ضرب کنیم؛ بنابراین رابطه زیر برقرار است:

$$L = r \cdot \theta$$

در استفاده از این فرمول دقت کنید که واحد زاویه (θ) حتماً باید رادیان باشد (نه درجه).

گام اول: ابتدا شکل، زیر را در نظر بگیرید. پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام دوم: با توجه به شکل زاویه مرکزی روبه‌روی کمان کوچک ($\widehat{AMB}$) و کمان بزرگ ($\widehat{ANB}$) را مشخص می‌کنیم و طول کمان‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\theta_{\min} = \frac{5\pi}{9} - \frac{\pi}{9} = \frac{4\pi}{9} \xrightarrow{\widehat{AMB}} L_{\min} = r \times \frac{4\pi}{9}$$

$$\theta_{\max} = 2\pi - \frac{4\pi}{9} = \frac{14\pi}{9} \xrightarrow{\widehat{ANB}} L_{\max} = r \times \frac{14\pi}{9}$$

گام سوم: اختلاف طول کمان بزرگ‌تر و کوچک‌تر برابر است با:

$$L_{\max} - L_{\min} = \left| \frac{14\pi r}{9} - \frac{4\pi r}{9} \right| = \frac{10\pi r}{9}$$

ریاضیات

۱۴

طول برف پاک کن عقب خودرویی ۱۵ سانتی متر است. فرض کنید برف پاک کن کمانی به اندازه 12° طی می کند. طول

کمان طی شده توسط نوک برف پاک کن برحسب سانتی متر کدام است؟

$$6\pi \text{ (۴)}$$

$$15\pi \text{ (۳)}$$

$$10\pi \text{ (۲)}$$

$$12\pi \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۲

اگر D اندازه زاویه ای برحسب درجه و R اندازه آن برحسب رادیان باشد، آن گاه:

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$$

نکته

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ابتدا زاویه داده شده را به رادیان تبدیل می کنیم:

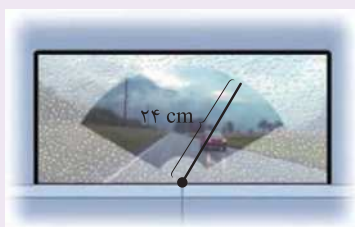
$$120^\circ : \frac{120^\circ}{180^\circ} = \frac{\theta}{\pi} \Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{3}$$

گام دوم: حال به کمک رابطه طول کمان داریم:

$$L = r\theta \Rightarrow L = 15 \times \frac{2\pi}{3} = 10\pi$$

طول برف پاک کن عقب خودرویی ۲۴ سانتی متر است. فرض کنید برف پاک کن، کمانی به اندازه 120° طی می کند. ($\pi \approx 3/14$)

(مسئله ۱) - تمرین ۲ صفحه ۹۶ کتاب درسی



الف) اندازه کمان را برحسب رادیان به دست آورید.

ب) طول کمان طی شده توسط نوک برف پاک کن چند سانتی متر است؟

کتاب درسی

۱۵

در یک دایره به شعاع ۵ سانتی متر، طول کمان روبه‌رو به زاویه مرکزی 40° ، برحسب سانتی متر کدام است؟

$$\frac{2\pi}{9} \text{ (۴)}$$

$$\frac{5\pi}{18} \text{ (۳)}$$

$$\frac{5\pi}{9} \text{ (۲)}$$

$$\frac{10\pi}{9} \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا زاویه 40° را به رادیان تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{40^\circ}{180^\circ} = \frac{\theta}{\pi} \Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{9}$$

گام دوم: حال با استفاده از رابطه طول کمان داریم:

$$L = r\theta \Rightarrow L = 5 \times \frac{2\pi}{9} = \frac{10\pi}{9}$$

در یک دایره به شعاع ۳ سانتی متر، اندازه کمان روبه‌رو به زاویه مرکزی 20° را تعیین کنید.

(سوال ۱۳ - امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳)

 امتحان
نهایی

۱۶ مقدار عبارت $\sin(\frac{7\pi}{4}) - \cos(66^\circ)$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}-1}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{-\sqrt{2}-1}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{-\sqrt{2}+1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{2}+1}{2} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

روش محاسبه نسبت های مثلثاتی زوایا با استفاده از زوایای مرتبط:

برای به دست آوردن نسبت های مثلثاتی یک زاویه، می توانیم از روش گام به گام زیر پیروی کنیم:

(۱) تبدیل زاویه: ابتدا زاویه مورد نظر را به شکل $k\frac{\pi}{4} \pm \alpha$ بازنویسی می کنیم، به طوری که k یک عدد صحیح باشد (زوج یا فرد بودن k مهم است).

(۲) تعیین ربع دایره: با فرض این که α یک زاویه تند (حاده) است، مشخص می کنیم که انتهای کمان مربوط به زاویه اصلی $(k\frac{\pi}{4} \pm \alpha)$ در کدام ربع (ناحیه) دایره مثلثاتی قرار می گیرد.

(۳) تعیین علامت نسبت: با توجه به ربعی که در مرحله قبل مشخص شد، علامت $(+)$ یا $(-)$ نسبت مثلثاتی مورد نظر (سینوس، کسینوس، تانژانت یا کتانژانت) را برای آن ربع تعیین می کنیم.

(۴) حذف مضرب $\frac{\pi}{4}$: بخش $k\frac{\pi}{4}$ را از عبارت $k\frac{\pi}{4} \pm \alpha$ حذف می کنیم.

(۵) تبدیل یا حفظ نسبت:

• اگر k در مرحله ۱ زوج بود، نوع نسبت مثلثاتی تغییر نمی کند (سینوس به سینوس، کسینوس به کسینوس و ...).

• اگر k در مرحله ۱ فرد بود، نوع نسبت مثلثاتی به نسبت همنام خود تبدیل می شود (سینوس به کسینوس، کسینوس به سینوس، تانژانت به کتانژانت و کتانژانت به تانژانت).

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا عبارت را به صورت زیر بازنویسی می کنیم:

$$\sin(\frac{7\pi}{4}) - \cos(66^\circ) = \sin(2\pi - \frac{\pi}{4}) - \cos(72^\circ - 6^\circ)$$

گام دوم: حال داریم:

$$\sin(\frac{7\pi}{4}) - \cos 66^\circ = -\sin(\frac{\pi}{4}) - \cos(6^\circ) = \frac{-\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} = -\frac{\sqrt{2}+1}{2}$$

(سؤال ۱۴ قسمت الف) - امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳

مقدار عددی هر یک از عبارت های زیر را به دست آورید.

$$\sin(\frac{5\pi}{4}) + \cos(300^\circ)$$

امتحان نهایی

۱۷

اگر انتهای کمان α روی دایره مثلثاتی در ناحیه چهارم دستگاه مختصات و $\sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha) = -\frac{4}{5}$ باشد، مقدار

$\cot(3\pi - \alpha)$ کدام است؟

فقط کسینوس مثبت است.

$$\frac{-4}{3} \quad (4)$$

$$\frac{-3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{4}{3} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

درس Box

تعیین علامت نسبت‌های مثلثاتی:

برای تعیین علامت $\sin$, $\cos$, $\tan$ و $\cot$ کافی است بدانیم زاویه α در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد. جدول زیر وضعیت علامت‌ها را در چهار ناحیه نشان می‌دهد:

ناحیه	ناحیه (۱)	ناحیه (۲)	ناحیه (۳)	ناحیه (۴)
$\sin \alpha$	+	+	-	-
$\cos \alpha$	+	-	-	+
$\tan \alpha$	+	-	+	-
$\cot \alpha$	+	-	+	-

خلاصه برای به خاطر سپاری (هستک):

- در ناحیه اول، همه نسبت‌ها مثبت‌اند.
- در ناحیه دوم، فقط سینوس مثبت است.
- در ناحیه سوم، تانژانت و کتانژانت مثبت‌اند.
- در ناحیه چهارم، فقط کسینوس مثبت است.

گام اول: ابتدا توجه کنید که:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha) = -\frac{4}{5} \Rightarrow -\cos \alpha = -\frac{4}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{4}{5} \xrightarrow{\alpha \text{ ناحیه چهارم}} \sin \alpha = -\frac{3}{5}$$

گام دوم: حال برای محاسبه مقدار خواسته شده داریم:

$$\cot(3\pi - \alpha) = -\cot \alpha = \frac{-\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{-\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}} = \frac{4}{3}$$

۱۸ اگر $\tan 5^\circ \approx 1/1$ باشد، حاصل $\frac{\cos 14^\circ + \sin 22^\circ}{-2 \sin 5^\circ + \cos 13^\circ}$ به صورت تقریبی کدام است؟

$$\frac{1}{32} \quad (1)$$

$$-\frac{1}{32} \quad (2)$$

$$\frac{21}{32} \quad (3)$$

$$-\frac{21}{32} \quad (4)$$

مشاوره در عبارت‌هایی به

$$\frac{a \sin \theta + b \cos \theta}{a' \sin \theta + b' \cos \theta} \quad \text{صورت}$$

صورت و مخرج را بر $\cos \theta$ تقسیم

کنید تا عبارت برحسب $\tan \theta$

بازنویسی شود. با تقسیم صورت و

مخرج بر $\sin \theta$ نیز می‌توانید عبارت

را برحسب $\cot \theta$ بازنویسی کنید.

پاسخ: گزینه ۳

همه نسبت‌ها رو برحسب زاویه 5° بنویس.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا عبارت خواسته شده را برحسب نسبت‌های مثلثاتی زاویه 5° بازنویسی می‌کنیم:

$$T = \frac{\cos(9^\circ + 5^\circ) + \sin(27^\circ - 5^\circ)}{-2 \sin 5^\circ + \cos(18^\circ - 5^\circ)} = \frac{-\sin 5^\circ - \cos 5^\circ}{-2 \sin 5^\circ - \cos 5^\circ} \Rightarrow T = \frac{\sin 5^\circ + \cos 5^\circ}{2 \sin 5^\circ + \cos 5^\circ}$$

گام دوم: حال با تقسیم صورت و مخرج عبارت به دست آمده بر $\cos 5^\circ$ داریم:

$$T = \frac{\frac{\sin 5^\circ}{\cos 5^\circ} + \frac{\cos 5^\circ}{\cos 5^\circ}}{2 \frac{\sin 5^\circ}{\cos 5^\circ} + \frac{\cos 5^\circ}{\cos 5^\circ}} = \frac{\tan 5^\circ + 1}{2 \tan 5^\circ + 1}$$

و سپس با جای‌گذاری مقدار تقریبی داده شده برای $\tan 5^\circ$ ، حاصل عبارت را حساب می‌کنیم:

$$\Rightarrow T \approx \frac{1/1 + 1}{2/2 + 1} = \frac{2/1}{3/1} = \frac{2}{3}$$

۱۹ حاصل عبارت $\sin\left(\frac{-17\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{22\pi}{3}\right)\tan\left(\frac{43\pi}{4}\right)\cot\left(\frac{-19\pi}{3}\right)$ کدام است؟

$$-\frac{\sqrt{3}}{12} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{12} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{6} \quad (2)$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{6} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

ضریب صحیح π یا $\frac{\pi}{4}$ رو از کمان‌ها بندها دور و ساده کن!

Hint

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ابتدا توجه کنید که:

$$P = \sin\left(\frac{-17\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{22\pi}{3}\right)\tan\left(\frac{43\pi}{4}\right)\cot\left(\frac{-19\pi}{3}\right) = -\sin\left(\frac{17\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{22\pi}{3}\right)\tan\left(\frac{43\pi}{4}\right)(-\cot\left(\frac{19\pi}{3}\right))$$

$$\Rightarrow P = \sin\left(\frac{17\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{22\pi}{3}\right)\tan\left(\frac{43\pi}{4}\right)\cot\left(\frac{19\pi}{3}\right)$$

گام دوم: حال با توجه به درس‌باکس پاسخ ۱۶، عبارت را به صورت زیر بازنویسی و ساده می‌کنیم.

$$P = \sin\left(3\pi - \frac{\pi}{6}\right)\cos\left(7\pi + \frac{\pi}{3}\right)\tan\left(11\pi - \frac{\pi}{4}\right)\cot\left(6\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)(-\cos\left(\frac{\pi}{3}\right))(-\tan\left(\frac{\pi}{4}\right))\cot\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow P = \left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)(-1)\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{12}$$

ریاضیات

۲۰

اگر انتهای کمان α روی دایره مثلثاتی در ناحیه سوم دستگاه مختصات باشد، حاصل عبارت $(\sin \alpha + 1)(\sqrt{1 + \tan^2 \alpha} + \frac{1}{\cot \alpha})$ کدام است؟

همان $\tan \alpha$ است.

$$-\cos \alpha \quad (۲)$$

$$\cos \alpha \quad (۱)$$

$$\sin \alpha \quad (۴)$$

$$-\sin \alpha \quad (۳)$$

مشاوره معمولاً در سؤالاتی که معادل یا ساده شده یک عبارت در حالت کلی خواسته می شود، با عددگذاری و محاسبه عبارت در حالت های خاص، گزینه های نادرست را حذف و به ترتیب به گزینه درست برسید. در این کار ممکن است شما چند بار عددگذاری یا محاسبه کنید.

پاسخ: گزینه ۲

روابط و اتحادهای طلایی مثلثاتی:

اگر مخرج کسرها صفر نباشد، روابط زیر همواره بین نسبت های مثلثاتی یک زاویه برقرارند:

الف) روابط اصلی (تعریف و معکوس):

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \quad \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \Leftrightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$$

ب) روابط فیثاغورسی (مربع نسبت ها)، مهم ترین رابطه مثلثات عبارت است از:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

که از آن نتیجه می شود: $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$ و $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$.

همچنین روابط بین تانژانت / کتانژانت با معکوس ها به صورت زیر است:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \quad 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

ج) اتحادهای کسری مفید (برای تبدیل و ساده سازی):

$$\frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}, \quad \frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha} = \frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha}$$

گام اول: با توجه به اتحاد $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ ، رابطه داده شده را بازنویسی می کنیم:

$$(\sin \alpha + 1) \left(\sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} + \frac{1}{\cot \alpha} \right) = (\sin \alpha + 1) \left(\frac{1}{|\cos \alpha|} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right)$$

گام دوم: حال چون انتهای کمان زاویه α در ناحیه سوم دایره مثلثاتی قرار دارد، پس $\cos \alpha < 0$ و داریم:

$$(\sin \alpha + 1) \left(\frac{-1}{\cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right) = (\sin \alpha + 1) \left(\frac{\sin \alpha - 1}{\cos \alpha} \right) = \frac{\sin^2 \alpha - 1}{\cos \alpha} = \frac{-\cos^2 \alpha}{\cos \alpha} = -\cos \alpha$$

طبق فرض سؤال، انتهای کمان در ناحیه سوم دایره مثلثاتی است، پس می توانیم α را مقدار خاص $180^\circ + 30^\circ$ در نظر بگیریم، داریم:

$$\sin \alpha = \sin(180^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\cos \alpha = \cos(180^\circ + 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan \alpha = \tan(180^\circ + 30^\circ) = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \cot \alpha = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow (\sin \alpha + 1) \left(\sqrt{1 + \tan^2 \alpha} + \frac{1}{\cot \alpha} \right) = \left(-\frac{1}{2} + 1 \right) \left(\sqrt{1 + \frac{1}{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

که برابر $-(-\frac{\sqrt{3}}{2}) = -\cos \alpha$ است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

په جور دیگه

اگر انتهای کمان α در ناحیه چهارم دایره مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $(1 + \cos \alpha)(\sqrt{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{1}{\tan \alpha})$ کدام است؟

(سؤال ۱۲ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)

$\sin \alpha$ (۲)

$\cos \alpha$ (۱)

$-\sin \alpha$ (۴)

$-\cos \alpha$ (۳)

۲۱

مثلث ABC با اضلاع $AB = \sqrt{2}$ ، $AC = \sqrt{6}$ و $BC = 2\sqrt{2}$ مفروض است. مجانس این مثلث را به مرکز نقطه

همرسی میانه‌های آن و نسبت $k = -\sqrt{3}$ رسم می‌کنیم. مساحت مثلث جدید کدام است؟

۹ (۴)

 $3\sqrt{3}$ (۳)

۳ (۲)

 $\sqrt{3}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

برای محاسبه مساحت مثلث ABC، ابتدا نوع آن را مشخص کنید.

Hint

در تجانس به مرکز نقطه دلخواه O و با نسبت k:

درس Box

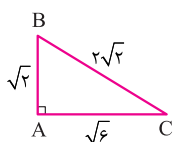
(۱) طول پاره‌خطها، |k| برابر می‌شود.

(۲) مساحت شکل‌های هندسی، k^2 برابر می‌شود.

گام اول: طول اضلاع مثلث ABC در رابطه فیثاغورس صدق می‌کند، یعنی داریم:

$$(2\sqrt{2})^2 = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{6})^2 \Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$$

بنابراین $\hat{A} = 90^\circ$ و مثلث ABC قائم‌الزاویه است؛ در نتیجه مساحت این مثلث برابر است با:



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{6} = \sqrt{3}$$

گام دوم: می‌دانیم در تجانس با نسبت k، مساحت‌ها k^2 برابر می‌شود، پس اگر مثلث $A'B'C'$ مجانس مثلث ABC با

نسبت $k = -\sqrt{3}$ باشد، آن‌گاه داریم:

$$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = k^2 \Rightarrow \frac{S_{A'B'C'}}{\sqrt{3}} = (-\sqrt{3})^2 \Rightarrow S_{A'B'C'} = 3\sqrt{3}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

ترکیب کدام دسته از تبدیل‌های زیر لزوماً یک تبدیل همانی نیست؟

- (۱) دو دوران متوالی به مرکز نقطه O و با زوایای θ و $\theta - 18^\circ$
- (۲) دو تجانس متوالی به مرکز نقطه O و با نسبت‌های k و $\frac{1}{k}$
- (۳) دو انتقال متوالی با بردارهای $\vec{v}$ و $(-\vec{v})$
- (۴) دو بازتاب متوالی نسبت به خط d

پاسخ: گزینه ۱

در تبدیل همانی هر نقطه باید بر خودش منطبق شود.

 Hint

 درس Box

تبدیل همانی:

تبدیل T را تبدیل همانی گوئیم، هرگاه به ازای هر نقطه A از صفحه P داشته باشیم $T(A) = A$ ؛ به عبارت دیگر تبدیل همانی، هر نقطه صفحه را به خود آن نقطه نظیر می‌کند.

(۱) انتقال با بردار صفر، یک تبدیل همانی است.

(۲) دوران با زاویه‌ای مضرب 360° ، یک تبدیل همانی است.

(۳) تجانس با نسبت $k = 1$ ، یک تبدیل همانی است.

بررسی گزینه‌ها:

 پاسخ خیلی تشریحی

گزینه (۱): ترکیب دو دوران متوالی حول یک نقطه تحت زاویه‌های θ_1 و θ_2 ، دورانی است حول همان نقطه با زاویه $\theta_1 + \theta_2$ ؛ بنابراین دو دوران متوالی به مرکز نقطه O و با زوایای θ و $\theta - 18^\circ$ ، دورانی به مرکز O و زاویه 18° است که لزوماً یک تبدیل همانی نمی‌باشد.

گزینه (۲): ترکیب دو تجانس متوالی با یک مرکز و نسبت‌های k_1 و k_2 ، تجانسی است با همان مرکز و نسبت $k_1 k_2$ ؛ بنابراین ترکیب دو تجانس متوالی به مرکز نقطه O و با نسبت‌های k و $\frac{1}{k}$ ، تجانس به مرکز O و نسبت 1 است که تبدیل همانی است.

گزینه (۳): ترکیب دو انتقال متوالی با بردارهای $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ ، انتقالی با بردار $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$ است؛ بنابراین ترکیب دو انتقال متوالی با بردارهای $\vec{v}$ و $(-\vec{v})$ ، انتقالی با بردار صفر است که یک تبدیل همانی است.

گزینه (۴): ترکیب دو بازتاب متوالی نسبت به یک محور بازتاب، یک تبدیل همانی است، چون هر نقطه وقتی دو بار نسبت به یک خط بازتاب پیدا کند، بر خودش منطبق است.

۲۳

اگر تبدیل D یک تجانس مستقیم و انبساطی به مرکز O و نسبت k و فاصله $D(D(A))$ از نقطه A ، $\frac{16}{9}$ برابر OA باشد، آن گاه مقدار k کدام است؟

$\frac{5}{2} (4)$

$2 (3)$

$\frac{4}{3} (2)$

$\frac{5}{3} (1)$

پاسخ: گزینه ۱

شکل مناسبی برای مسئله رسم کرده و نقاط $A' = D(A)$ و $A'' = D(D(A))$ را در شکل مشخص کنید.

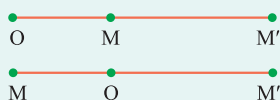
Hint

درس Box

تعریف تجانس: اگر O نقطه‌ای ثابت در صفحه و $k \neq 0$ یک عدد حقیقی باشد، نقطه M' را مجانس نقطه M در تجانس به مرکز O و نسبت k گوئیم، هرگاه سه شرط زیر برقرار باشد:

الف) سه نقطه O ، M و M' روی یک خط راست باشند.

$OM' = |k| OM$



ب) اگر k مثبت باشد، نقاط M و M' در یک طرف نقطه O قرار می‌گیرند.
اگر k منفی باشد، نقاط M و M' در دو طرف نقطه O قرار می‌گیرند.

در تجانس به مرکز O و نسبت k :

اگر $k > 0$ ، تجانس را تجانس مستقیم می‌نامیم.

اگر $k < 0$ ، تجانس را تجانس معکوس می‌نامیم.

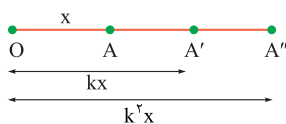
اگر $|k| < 1$ ، تصویر شکل کوچک‌تر می‌شود و آن را انقباض می‌نامیم.

اگر $|k| > 1$ ، تصویر شکل بزرگ‌تر می‌شود و آن را انبساط می‌نامیم.

نکته

گام اول: فرض کنید $A' = D(A)$ و $A'' = D(D(A))$ باشد، در این صورت طبق تعریف تجانس داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$\frac{OA'}{OA} = k \xrightarrow{OA=x} OA' = kx \quad \text{و} \quad \frac{OA''}{OA'} = k \xrightarrow{OA'=kx} OA'' = k^2x$$

گام دوم: طبق فرض $AA'' = \frac{16}{9} OA$ ، پس داریم:

$$OA'' - OA = \frac{16}{9} OA \Rightarrow OA'' = \frac{25}{9} OA \Rightarrow k^2x = \frac{25}{9}x \Rightarrow k^2 = \frac{25}{9} \xrightarrow{k>0} k = \frac{5}{3}$$

در دوزنقه $ABCD$ ، قاعده AB کوچک‌تر از قاعده CD است. اگر در یک تجانس، رأس C مجانس رأس A و رأس D مجانس رأس B باشد، آن‌گاه کدام مقدار زیر می‌تواند نسبت این تجانس باشد؟

$$-3 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$-\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

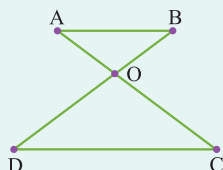
ابتدا مرکز تجانس را مشخص کنید و سپس از تشابه مثلث‌ها کمک بگیرید.

Hint

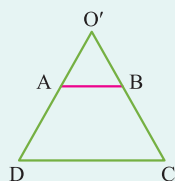
درس‌Box

هر دو پاره‌خط موازی، مجانس یکدیگرند. اگر پاره‌خط CD مجانس پاره‌خط AB باشد، آن‌گاه:

(۱) مرکز تجانس معکوس، محل برخورد پاره‌خط‌های AC و BD است؛ در این حالت C مجانس A و D مجانس B است.

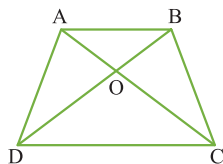


(۲) مرکز تجانس مستقیم، محل برخورد امتداد پاره‌خط‌های AD و BC است. در این حالت D مجانس A و C مجانس B است.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: طبق فرض نقاط C و D به ترتیب مجانس نقاط A و B هستند، پس مرکز تجانس، محل برخورد قطرهای AC و BD ، یعنی نقطه O است. با توجه به این‌که نقاط A و C در دو طرف نقطه O قرار دارند، نسبت تجانس عددی منفی و تجانس معکوس است.



گام دوم: دو قاعده AB و CD موازی یکدیگرند، پس طبق قضیه اساسی تشابه، دو مثلث OAB و OCD متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{OC}{OA} = \frac{OD}{OB} = \frac{CD}{AB} = k$$

طبق فرض $CD > AB$ ، پس تجانس انبساطی است و $|k| > 1$ ؛ بنابراین از میان مقادیر داده‌شده در گزینه‌ها، تنها مقدار $k = -3$ می‌تواند قابل قبول باشد.

طول خط‌المركزين دو دایره $C(O, 3)$ و $C'(O', 6)$ برابر ۴ است. اگر این دو دایره، مجانس مستقیم یکدیگر در تجانس با مرکز M باشند، طول OM کدام است؟

۱۲ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

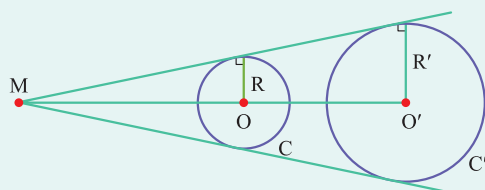
ابتدا وضعیت دو دایره را نسبت به یکدیگر مشخص کنید.

Hint

درس Box

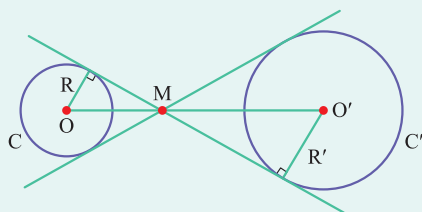
دو دایره در هر حال مجانس یکدیگرند.

(۱) اگر دو دایره نابرابر و دارای مماس مشترک خارجی باشند، محل تلاقی این مماس مشترک با خط‌المركزين دو دایره، مرکز تجانس مستقیم دو دایره است و نسبت تجانس، برابر نسبت شعاع‌های دو دایره است.



تجانس مستقیم با نسبت $\frac{R'}{R}$

(۲) اگر دو دایره دارای مماس مشترک داخلی باشند، محل تلاقی این مماس مشترک با خط‌المركزين دو دایره، مرکز تجانس معکوس دو دایره است و قدرمطلق نسبت تجانس، برابر نسبت شعاع‌های دو دایره است.



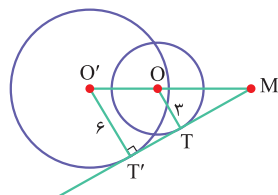
تجانس معکوس با نسبت $-\frac{R'}{R}$

(۳) در صورتی که مماس مشترک داخلی یا خارجی دو دایره وجود نداشته باشد، قدرمطلق نسبت تجانس، برابر نسبت شعاع‌های دو دایره است و مرکز تجانس، نقطه‌ای روی خط‌المركزين دو دایره است که می‌توان آن را با توجه به وضعیت دو دایره نسبت به هم به دست آورد.

گام اول: با فرض $R = 3$ ، $R' = 6$ و $OO' = 4$ داریم:

$$6 - 3 < 4 < 6 + 3 \Rightarrow |R - R'| < OO' < R + R' \Rightarrow \text{دو دایره متقاطع‌اند.}$$

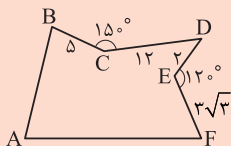
گام دوم: محل برخورد مماس مشترک خارجی دو دایره با خط‌المركزين، همان نقطه M (مرکز تجانس) است. طبق تعمیم قضیه تالس و با فرض $OM = x$ داریم:



$$OT \parallel O'T' \Rightarrow \frac{OM}{O'M} = \frac{OT}{O'T'} \Rightarrow \frac{x}{x+4} = \frac{3}{6} \Rightarrow x = 4$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

زمینی مطابق شکل زیر در اختیار داریم. اگر بخواهیم به کمک تبدیل هندسی مناسب و بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع، مساحت زمین را تا حد ممکن افزایش دهیم، حداکثر میزان افزایش مساحت چه قدر است؟



(۱) ۳۳

(۲) ۳۹

(۳) ۴۵

(۴) ۵۱

مشاوره این سؤال مشابه سؤال ۳۱ کنکور ریاضی داخل نوبت دوم ۱۴۰۳ طراحی شده است.

پاسخ: گزینه ۲

بازتاب رأس C نسبت به BD و رأس E نسبت به DF را رسم کنید.

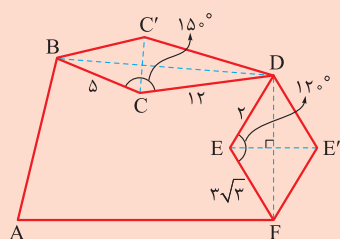
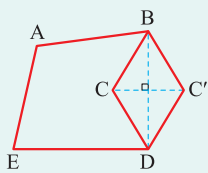
Hint

درس: Box

مسائل هم‌پیرامونی یا هم‌محیطی:

هرگاه بخواهیم مساحت یک چندضلعی را که یک یا چند زاویه در آن بزرگ‌تر از 180° هستند، بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع آن افزایش دهیم، کافی است بازتاب هر کدام از رأس‌هایی که زاویه آن‌ها بزرگ‌تر از 180° است را نسبت به خط گذشته از دو رأس مجاور آن رسم کنیم.

به عنوان مثال در شکل زیر، میزان افزایش مساحت چندضلعی مقعر ABCDE بدون تغییر در تعداد اضلاع و محیط این چندضلعی، برابر مساحت چهارضلعی BCDC' خواهد بود که C' بازتاب C نسبت به BD است.



گام اول: ابتدا بازتاب رأس C را نسبت به پاره خط BD و بازتاب رأس E را نسبت به پاره خط DF یافته و نقاط حاصل را به ترتیب C' و E' می‌نامیم.

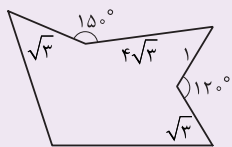
پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: میزان افزایش مساحت زمین برابر مجموع مساحت دو چهارضلعی BCDC' و DEFE' است. با توجه به اندازه‌های روی شکل داریم:

$$\begin{aligned} S_{BCDC'} + S_{DEFE'} &= 2S_{BCD} + 2S_{DEF} \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \times BC \times CD \times \sin 150^\circ + 2 \times \frac{1}{2} \times DE \times EF \times \sin 120^\circ \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \times 5 \times 12 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 3\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 30 + 9 = 39 \end{aligned}$$

میزان افزایش مساحت شکل زیر، بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع، کدام است؟

(سؤال ۳۱ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ - نوبت دوم)



(۲) ۹

(۱) ۱۵

(۴) ۴ / ۵

(۳) ۷ / ۵

کنکور

احمد می‌خواهد از منزلش که در ۲ کیلومتری ساحل واقع است، به منزل بهرام که در یک کیلومتری همان ساحل قرار دارد برود، ولی ابتدا باید در مسیر خود در نقطه‌ای از ساحل با منصور ملاقات کند. اگر فاصله پای عمودهایی که از دو منزل بر ساحل رسم می‌شوند، ۴ کیلومتر باشد، طول کوتاه‌ترین مسیر ممکن کدام است؟

۶ (۴)

۵ / ۵ (۳)

۵ (۲)

۴ / ۵ (۱)

مشاوره این سؤال براساس مسئله هرون و مشابه سؤال ۱۱ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳ طراحی شده است.

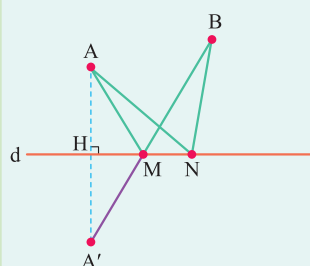
پاسخ: گزینه ۲

مسئله هرون:

درس Box

فرض کنید دو نقطه A و B در یک طرف خط d باشند و بخواهیم از A به نقطه‌ای روی خط d رفته و از آن‌جا به B برویم. برای پیدا کردن کوتاه‌ترین طول ممکن برای این مسیر، کافی است بازتاب نقطه A را نسبت به خط d پیدا کنیم (نقطه A') و سپس از این نقطه به B وصل کنیم تا خط d را در نقطه‌ای مانند M قطع کند. نقطه M جواب مسئله و AMB کوتاه‌ترین مسیر ممکن است.

برای اثبات این ادعا، نقطه‌ای مانند N روی خط d در نظر می‌گیریم. طبق نامساوی مثلثی در مثلث A'NB داریم:

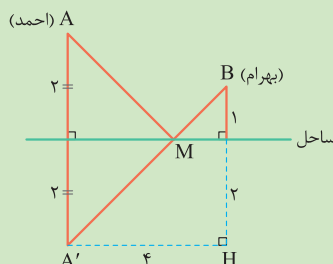


$$A'B < A'N + NB \Rightarrow A'M + MB < A'N + NB$$

$$\frac{A'M = AM}{A'N = AN} \rightarrow AM + MB < AN + NB$$

گام اول: مطابق مسئله هرون برای پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر، بازتاب A را نسبت به ساحل، A' می‌نامیم. از A' به B وصل می‌کنیم تا ساحل را در نقطه M قطع کند. اگر احمد با منصور در نقطه M ملاقات کند و سپس به منزل بهرام برود، آن‌گاه طول مسیر شکسته AMB، کم‌ترین مقدار ممکن است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام دوم: طول مسیر AMB برابر طول پاره‌خط A'B است. طبق قضیه فیثاغورس در مثلث A'BH داریم:

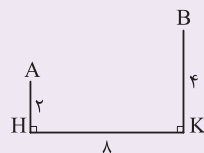
$$A'B^2 = A'H^2 + BH^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow A'B = 5$$

(سؤال ۱۱ - امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳)

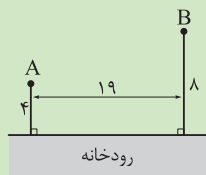
با توجه به شکل، نقطه M روی پاره‌خط HK = ۸ را به گونه‌ای بیابید که:

الف) مسیر AMB کوتاه‌ترین مسیر ممکن باشد.

ب) کم‌ترین مقدار عددی AM + MB را محاسبه کنید.


 امتحان
نهایی

در شکل زیر، نقاط A و B در یک طرف رودخانه قرار دارند. می‌خواهیم از A به ساحل برویم و در امتداد ساحل به اندازه ۱۴ واحد پیش رفته و سپس به نقطه B برویم. طول کوتاه‌ترین مسیر ممکن کدام است؟



(۱) ۲۷

(۲) ۲۹

(۳) ۳۱

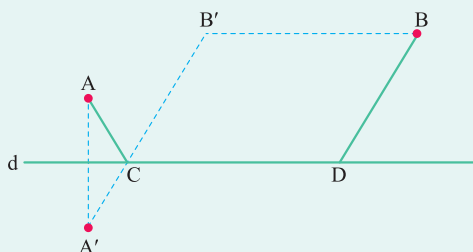
(۴) ۳۳

مشاوره این سؤال مشابه مسئله (ب) صفحه ۵۳ کتاب درسی هندسه (۲) طراحی شده است و یکی از سؤالات مورد انتظار برای امتحان نهایی محسوب می‌شود.

پاسخ: گزینه ۱

مسئله جاده ساحلی:

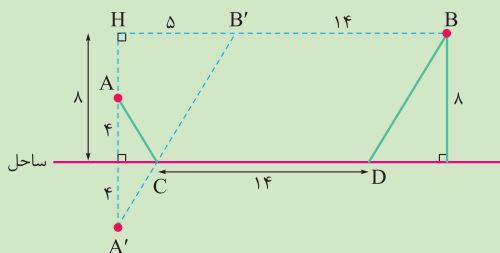
درس Box



فرض کنید بخواهیم از نقطه A به نقطه B برویم به گونه‌ای که بخشی از مسیر به طول $CD = m$ روی خط d باشد. در این صورت طبق مسئله هرون برای پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر ACDB، کافی است ابتدا نقطه B را به اندازه m واحد موازی با خط d به سمت نقطه A انتقال دهیم تا نقطه B' حاصل شود و سپس B' را به نقطه A' (بازتاب نقطه A نسبت به خط d) وصل کنیم تا A'B' خط را در نقطه C قطع نماید. آن‌گاه طول کوتاه‌ترین مسیر برابر است با:

$$ACDB = A'B' + m$$

گام اول: مطابق شکل نقطه B را موازی با ساحل رودخانه، ۱۴ واحد به سمت چپ جابه‌جا می‌کنیم تا نقطه B' حاصل شود. همچنین بازتاب نقطه A را نسبت به ساحل رودخانه یافته و آن را A' می‌نامیم. از A' به B' وصل می‌کنیم تا ساحل را در نقطه C قطع کند و از C به اندازه ۱۴ واحد به سمت راست حرکت می‌کنیم تا نقطه D حاصل شود. مسیر ACDB کوتاه‌ترین مسیر ممکن است.



گام دوم: طول مسیر ACDB برابر است با:

$$AC + CD + DB = A'C + BB' + CB' = (A'C + CB') + BB' = A'B' + BB'$$

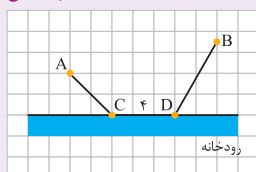
بنابراین کافی است طول پاره‌خط A'B' را پیدا کنیم. مطابق شکل، طبق قضیه فیثاغورس در مثلث A'B'H داریم:

$$A'B'^2 = A'H^2 + B'H^2 = 12^2 + 5^2 = 169 \Rightarrow A'B' = 13$$

$$\text{طول کوتاه‌ترین مسیر} = A'B' + BB' = 13 + 14 = 27$$

دو شهر A و B مطابق شکل در یک طرف رودخانه‌ای واقع‌اند. می‌خواهیم جاده‌ای از A و B بسازیم به طوری که ۴ کیلومتر از این جاده در ساحل رودخانه ساخته شود. این ۴ کیلومتر را در چه قسمتی از رودخانه بسازیم تا مسیر ACDB کوتاه‌ترین مسیر ممکن باشد؟

(هندسه (۲) - تمرین صفحه ۵۳ کتاب درسی)



کتاب درسی

دو مستطیل متشابه‌اند. در چه تعداد از حالت‌های زیر، این دو مستطیل مجانس یکدیگر نیز هستند؟

الف) هرگاه ضلع‌های نظیر در دو مستطیل با هم موازی باشند.

ب) هرگاه هر خطی که رأس‌های نظیر در دو مستطیل را به هم وصل می‌کند، از مرکز یکی از مستطیل‌ها بگذرد.

پ) هرگاه تمام خط‌هایی که رأس‌های متناظر در دو مستطیل را به هم وصل می‌کنند، در یک نقطه هم‌رس باشند.

ت) هرگاه خطی که مرکزهای دو مستطیل را به هم وصل می‌کند، از وسط‌های دو ضلع نظیر نیز بگذرد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

تمام خطوطی که هر دو نقطه مجانس را به هم وصل می‌کنند، همواره از مرکز تجانس عبور می‌کنند.

 Hint

 درس Box

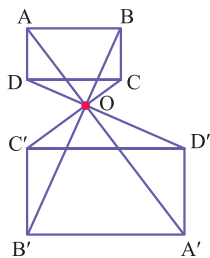
(۱) مجانس هر چندضلعی، یک چندضلعی متشابه با آن است، اما عکس این مطلب همواره صحیح نیست، یعنی هر دو چندضلعی متشابه لزوماً مجانس یکدیگر نیستند.

(۲) هر دو چندضلعی متشابه، فقط زمانی مجانس یکدیگرند که اضلاع متناظر آن‌ها، دوه‌دو موازی یکدیگر باشند.

(۳) اگر دو چندضلعی متشابه باشند، در صورتی مجانس یکدیگرند که خطوطی که از رأس‌های متناظر آن‌ها را به هم وصل می‌کنند، در یک نقطه هم‌رس باشند.

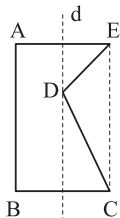
 پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: مطابق مورد (۲) درس‌بکس، در صورتی دو مستطیل متشابه $ABCD$ و $A'B'C'D'$ مجانس یکدیگرند که اضلاع نظیر آن‌ها دوه‌دو موازی یکدیگر باشند. در این صورت تمام خط‌هایی که رأس‌های متناظر آن‌ها را به هم وصل می‌کند، مطابق شکل در یک نقطه مانند O (مرکز تجانس) هم‌رس باشند (مورد (۳)).



گام دوم: همان‌طور که مشاهده می‌شود، گزاره‌های «الف» و «پ» درست هستند، ولی مطابق شکل دلیلی برای درستی گزاره‌های «ب» و «ت» وجود ندارد.

در شکل زیر، چهارضلعی $ABCE$ مستطیل و خط d یک محور تقارن آن و نقطه D روی d و درون مستطیل است. اگر بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع پنج‌ضلعی $ABCDE$ ، مساحت آن را افزایش دهیم و نسبت مساحت پنج‌ضلعی جدید به مساحت پنج‌ضلعی اولیه، برابر با k باشد، کدام گزینه درست است؟



(۱) $k = \frac{5}{4}$ و با تغییر مکان D ، مقدار k تغییر نمی‌کند.

(۲) $k = \frac{5}{4}$ و با تغییر مکان D ، مقدار k تغییر می‌کند.

(۳) $k = \frac{5}{3}$ و با تغییر مکان D ، مقدار k تغییر نمی‌کند.

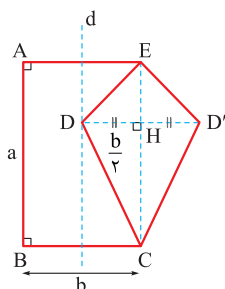
(۴) $k = \frac{5}{3}$ و با تغییر مکان D ، مقدار k تغییر می‌کند.

پاسخ: گزینه ۲

نسبت مساحت مثلث DEC به مساحت مستطیل $ABCE$ را به دست آورید.

Hint

پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام اول: برای افزایش مساحت پنج‌ضلعی $ABCDE$ ، بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع آن، بازتاب رأس D را نسبت به محور CE پیدا کرده و آن را D' می‌نامیم. پنج‌ضلعی $ABCD'E$ همان پنج‌ضلعی مورد نظر است.

گام دوم: مساحت مثلث DEC ، یک‌چهارم مساحت مستطیل $ABCE$ است، زیرا داریم:

$$S_{DEC} = \frac{1}{2} DH \times CE = \frac{1}{2} \times \frac{b}{2} \times a = \frac{1}{4} ab = \frac{1}{4} S_{ABCE}$$

می‌دانیم $S_{CDED'} = 2S_{DEC}$ است، پس داریم:

$$\frac{S_{ABCD'E}}{S_{ABCE}} = \frac{S_{ABCE} + 2S_{DEC}}{S_{ABCE}} = \frac{\frac{3}{4} S_{ABCE} + \frac{2}{4} S_{ABCE}}{\frac{3}{4} S_{ABCE}} = \frac{\frac{5}{4} S_{ABCE}}{\frac{3}{4} S_{ABCE}} = \frac{5}{3}$$

گام سوم: با تغییر جای نقطه D روی خط d ، اندازه ارتفاع DH و قاعده CE تغییر نمی‌کند، پس مساحت مثلث DEC با جابه‌جاشدن D روی خط d ثابت می‌ماند و نسبت مساحت شکل جدید به مساحت شکل اولیه نیز ثابت است.

ریاضیات

۳۱

از نمودار بافت‌نگاشت برای متغیرهای و از نمودارهای میله‌ای و دایره‌ای برای متغیرهای استفاده می‌شود.

کدام گزینه جاهای خالی را به درستی پر می‌کند؟

- (۱) پیوسته - گسسته و کیفی
(۲) گسسته - پیوسته و کیفی
(۳) کیفی - گسسته و پیوسته
(۴) پیوسته - پیوسته و کیفی

پاسخ: گزینه ۱

درس‌Box

بعد از گردآوری داده‌ها، به تنظیم، رده‌بندی و خلاصه کردن آن‌ها می‌پردازیم. به این منظور می‌توان از روش‌های زیر استفاده نمود:

الف) تنظیم و طبقه‌بندی داده‌ها در یک جدول به نام جدول فراوانی

ب) رسم کردن نمودارهای مختلف براساس مقادیر جدول فراوانی

نکته

- برای متغیرهای پیوسته از نمودار بافت‌نگاشت استفاده می‌شود.
- برای متغیرهای گسسته از نمودارهای میله‌ای و دایره‌ای استفاده می‌شود.
- برای متغیرهای کیفی از نمودارهای میله‌ای و دایره‌ای استفاده می‌شود.

با توجه به نکته‌ها، جای خالی اول با پیوسته و جای خالی دوم با «گسسته و کیفی» تکمیل می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۳۲

درصد فراوانی نسبی دسته‌ای ۶۵٪ است. اگر ۲ داده از این دسته کم کنیم، فراوانی نسبی این دسته $\frac{11}{18}$ می‌شود. فراوانی این دسته در ابتدا چه قدر بوده است؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

فراوانی یک داده: تعداد دفعاتی که هر داده مشاهده می‌شود را فراوانی آن داده می‌گویند.

فراوانی نسبی یک داده: با تقسیم فراوانی هر داده به تعداد کل داده‌ها، فراوانی نسبی آن داده به دست می‌آید.

اگر فراوانی نسبی داده‌ها در ۱۰۰ ضرب شود، آن‌گاه درصد فراوانی داده‌ها به دست می‌آید.

گام اول: در درس‌بکس گفتیم که اگر فراوانی نسبی داده‌ها را در ۱۰۰ ضرب کنیم، درصد فراوانی داده‌ها به دست می‌آید، فرض می‌کنیم n تعداد کل داده‌ها و x تعداد داده‌های این دسته باشد، خواهیم داشت:

$$\frac{x}{n} \times 100 = 65 \Rightarrow \frac{x}{n} = \frac{65}{100} \Rightarrow n = \frac{100}{65} x \Rightarrow n = \frac{20}{13} x$$

گام دوم: اگر دو داده از داده‌های این دسته کم کنیم، از تعداد کل داده‌ها نیز دو واحد کم می‌شود. فراوانی نسبی جدید $\frac{11}{18}$ است، پس:

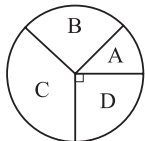
$$\frac{x-2}{n-2} = \frac{11}{18} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 18x - 36 = 11n - 22 \xrightarrow{n = \frac{20}{13}x} 18x - 36 = 11\left(\frac{20}{13}x\right) - 22$$

$$18x - 36 = \frac{220}{13}x - 22 \Rightarrow 18x - \frac{220}{13}x = 36 - 22 \Rightarrow \frac{234 - 220}{13}x = 14$$

$$\frac{14x}{13} = 14 \Rightarrow \frac{x}{13} = 1 \Rightarrow x = 13$$

در نتیجه تعداد داده‌های این دسته ۱۳ بوده است.

نمودار دایره‌ای زیر، مربوط به نمرات A، B، C و D، ۷۲ دانش‌آموز در درس «آمار و احتمال» است. اگر تعداد دانش‌آموزانی که نمره B گرفته‌اند، سه برابر تعداد دانش‌آموزانی باشد که نمره A گرفته‌اند و $\frac{3}{5}$ برابر تعداد دانش‌آموزانی باشد که نمره C گرفته‌اند، در این صورت تعداد دانش‌آموزانی که نمره B گرفته‌اند، چه قدر بیشتر از تعداد دانش‌آموزانی است که نمره A گرفته‌اند؟



۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

فراوانی نمره D، $\frac{1}{4}$ کل فراوانی است. فراوانی نمرات A و C رو برحسب B بنویسین و با توجه به مجموع فراوانی‌ها خواسته سؤال رو به دست بیارین.

Hint

درس‌Box

زاویه مرکزی مربوط به هر داده در نمودار دایره‌ای از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\left(360^\circ \times \frac{\text{فراوانی نسبی آن}}{\text{تعداد کل داده‌ها}} \right) = \text{زاویه مرکزی مربوط به هر داده}$$

گام اول: اگر تعداد دانش‌آموزانی که نمره B گرفته‌اند x باشد، با توجه به اطلاعات سؤال خواهیم داشت:

$$\frac{1}{3}x : \text{تعداد نفراتی که نمره A گرفته‌اند.}$$

$$\frac{5}{3}x : \text{تعداد نفراتی که نمره C گرفته‌اند.}$$

گام دوم: در نمودار دایره‌ای داده‌شده زاویه مربوط به کسانی که نمره D گرفته‌اند 90° است، تعداد کل دانش‌آموزان ۷۲ نفر است، در نتیجه:

$$\frac{n_D}{72} \times 360^\circ = 90^\circ \Rightarrow \frac{n_D}{72} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{n_D}{18} = 1 \Rightarrow n_D = 18$$

گام سوم: پس تعداد کل نفراتی که نمره A و B و C گرفته‌اند برابر می‌شود با $72 - 18 = 54$ و خواهیم داشت:

$$n_A + n_B + n_C = 54 \xrightarrow{\text{با توجه به گام اول}} x + \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}x = 54$$

$$\Rightarrow \frac{3x + x + 5x}{3} = 54 \Rightarrow \frac{9x}{3} = 54 \Rightarrow 3x = 54 \Rightarrow x = \frac{54}{3} = 18$$

در نتیجه:

$$\Rightarrow n_C = \frac{5}{3}(18) = 30, n_A = \frac{1}{3}(18) = 6, n_B = 18$$

گام چهارم: پس خواسته سؤال برابر می‌شود با:

$$n_B - n_A = 18 - 6 = 12$$

در نمودار دایره‌ای برای چهار داده A، B، C و D مجموع زاویه‌های مرکزی متناظر با داده‌های A و B، هفت برابر زاویه مرکزی متناظر با داده D است. زاویه مرکزی متناظر با دسته‌های A و C با هم برابرند. اگر زاویه مرکزی متناظر با دسته A برابر مجموع زوایای مرکزی متناظر با دسته‌های B و D باشد، فراوانی نسبی داده‌های دسته B چه قدر است؟

$$\frac{1}{3} (4)$$

$$\frac{1}{4} (3)$$

$$\frac{2}{5} (2)$$

$$\frac{1}{5} (1)$$

پاسخ: گزینه ۳



با توجه به روابط داده‌شده، زاویه مرکزی داده‌های A و B و C رو بر حسب زاویه مرکزی دسته D بنویسین و جمع زاویه همه دسته‌ها رو برابر 360° قرار بدین.

گام اول: اگر x_A ، x_B ، x_C و x_D زوایای مربوط به داده‌های A، B، C و D در نمودار دایره‌ای باشند، با توجه به اطلاعات سؤال خواهیم داشت:

$$x_A + x_B = 7x_D \quad (1)$$

$$x_A = x_C \quad (2)$$

$$x_A = x_B + x_D \quad (3)$$

گام دوم: با توجه به رابطه (۳) خواهیم داشت:

$$x_A = x_B + x_D \Rightarrow x_B = x_A - x_D$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در (۱)}} x_A + (x_A - x_D) = 7x_D \Rightarrow 2x_A = 8x_D$$

$$\Rightarrow x_A = 4x_D \xrightarrow{\text{طبق (۲)}} x_C = 4x_D$$

گام سوم: مجدداً از رابطه (۳) استفاده می‌کنیم:

$$x_A = x_B + x_D \xrightarrow[\text{از گام قبل}]{x_A = 4x_D} 4x_D = x_B + x_D \Rightarrow x_B = 3x_D$$

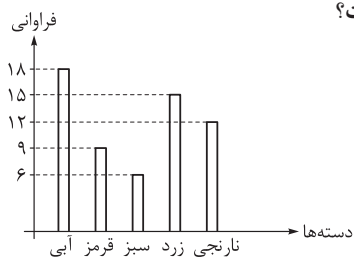
گام چهارم: حال طبق تساوی‌های به‌دست‌آمده، خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$\text{فراوانی نسبی دسته B} = \frac{x_B}{x_A + x_B + x_C + x_D} = \frac{3x_D}{4x_D + 3x_D + 4x_D + x_D} = \frac{3x_D}{12x_D} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

ریاضیات

۳۵

از دانشجویان یک کلاس، رنگ مورد علاقه آن‌ها را پرسیده‌ایم و نمودار میله‌ای آن را رسم کرده‌ایم. در نمودار دایره‌ای متناظر با آن، اختلاف زاویه مرکزی رنگ‌های سبز و آبی چه قدر است؟

(۱) 18° (۲) 36° (۳) 54° (۴) 72°

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: فراوانی کل برابر می‌شود با $18 + 9 + 6 + 15 + 12 = 60$.

گام دوم: زوایای مرکزی متناظر با رنگ‌های سبز و آبی را به دست می‌آوریم:

$$\text{زوایای مرکزی مربوط به رنگ سبز} = \frac{6}{60} \times 360^\circ = 36^\circ$$

$$\text{زوایای مرکزی مربوط به رنگ آبی} = \frac{18}{60} \times 360^\circ = 108^\circ$$

گام سوم: پس خواسته سؤال برابر می‌شود با:

$$108^\circ - 36^\circ = 72^\circ$$

ریاضیات

۳۶

در مدرسه‌ای، ۶۵ درصد دانش‌آموزان در رشته تجربی و ۳۵ درصد دانش‌آموزان در رشته ریاضی تحصیل می‌کنند. در این مدرسه، $\frac{1}{4}$ دانش‌آموزان رشته تجربی و $\frac{1}{4}$ دانش‌آموزان رشته ریاضی، معدل بالای ۱۸ کسب کرده‌اند. اگر دانش‌آموزی به تصادف از این مدرسه انتخاب کنیم و معدل او بالای ۱۸ باشد، احتمال آن که این فرد، دانش‌آموز رشته تجربی باشد چه قدر است؟

$$\frac{13}{20} \quad (۴)$$

$$\frac{26}{33} \quad (۳)$$

$$\frac{8}{11} \quad (۲)$$

$$\frac{13}{15} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۳

احتمال معدل بالای ۱۸ داشتن دانش‌آموزان رو در مخرج و احتمال این که دانش‌آموزان معدل بالای ۱۸ داشته باشن و تجربی باشن رو در صورت قرار بدین.

Hint

درسی Box

قانون احتمال کل:

فرض کنید $B_1, B_2, \dots, B_n$ پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A ، داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_n)P(A|B_n) = \sum_{k=1}^n P(B_k)P(A|B_k)$$

قانون بیز:

فرض کنید $B_1, B_2, \dots, B_n$ پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A و هر $i \leq n$ داریم:

$$P(B_i|A) = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{P(A)}$$

در این جا مخرج را به کمک قانون احتمال کل به دست می‌آوریم.

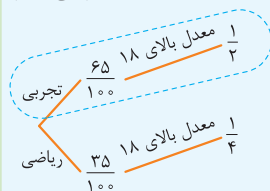
گام اول: A را پیشامد داشتن معدل بالای ۱۸، B_1 را پیشامد دانش‌آموز رشته تجربی و B_2 را پیشامد دانش‌آموز رشته ریاضی بودن در نظر می‌گیریم، خواسته سؤال $P(B_1|A)$ است:

$$P(B_1|A) = \frac{P(B_1)P(A|B_1)}{P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)}$$

گام دوم: حال با جای گذاری احتمال‌ها خواهیم داشت:

$$P(B_1|A) = \frac{\frac{65}{100} \times \frac{1}{4}}{\frac{65}{100} \times \frac{1}{4} + \frac{35}{100} \times \frac{1}{4}} = \frac{\frac{65}{200}}{\frac{65}{200} + \frac{35}{400}} = \frac{\frac{65}{200}}{\frac{165}{400}} = \frac{13}{33}$$

نمودار درختی مربوط به سؤال را رسم می‌کنیم و احتمال شاخه مطلوب را بر احتمال شاخه‌های معدل ۱۸ داشتن تقسیم می‌کنیم:



$$P(\text{رشته تجربی} | \text{معدل بالای 18}) = \frac{\frac{65}{100} \times \frac{1}{4}}{\frac{65}{100} \times \frac{1}{4} + \frac{35}{100} \times \frac{1}{4}} = \frac{\frac{65}{200}}{\frac{65}{200} + \frac{35}{400}} = \frac{\frac{65}{200}}{\frac{165}{400}} = \frac{13}{33}$$

به‌جور دیگر

در مدرسه‌ای، ۶۰ درصد دانش‌آموزان در رشته تجربی و ۴۰ درصد دانش‌آموزان در رشته ریاضی تحصیل می‌کنند. در این مدرسه، $\frac{1}{3}$ دانش‌آموزان رشته تجربی و $\frac{1}{4}$ دانش‌آموزان رشته ریاضی، معدل بالای ۱۸ کسب کرده‌اند. دانش‌آموزی به تصادف از این مدرسه انتخاب شده و معدل او بالای ۱۸ است. احتمال آن که این فرد، دانش‌آموز رشته تجربی باشد را به دست آورید.

(سؤال ۱۲ - امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳)

 امتحان
نهایی

در جریان یک مسابقه، بازیکن A دو پناستی می‌زند. این بازیکن با احتمال ۵۰ درصد پناستی اول را گل می‌کند که در این صورت احتمال گل شدن پناستی دوم ۴۰ درصد است. اگر این بازیکن پناستی اول را گل نکند، احتمال گل شدن پناستی دوم ۱۰ درصد است. با چه احتمالی، پناستی دوم گل می‌شود؟

$$\frac{2}{5} (4)$$

$$\frac{1}{4} (3)$$

$$\frac{1}{3} (2)$$

$$\frac{1}{2} (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

اگر A و B دو پیشامد باشند که $P(A) > 0$ ، آن‌گاه $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$.

درس‌Box

گام اول: احتمال گل شدن پناستی اول را $P(A_1)$ و احتمال گل شدن پناستی دوم را $P(A_2)$ در نظر می‌گیریم، برابر می‌شود با:

$$P(A_2) = \underbrace{P(A_1 \cap A_2)}_{\text{پناستی اول گل نشود و پناستی دوم گل شود}} + \underbrace{P(A_1' \cap A_2)}_{\text{هر دو پناستی گل شود}}.$$

گام دوم: با توجه به قانون ضرب احتمال خواهیم داشت:

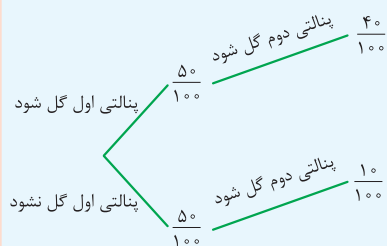
$$P(A_2) = P(A_1)P(A_2|A_1) + P(A_1')P(A_2|A_1')$$

گام سوم: حال با توجه به اطلاعات سؤال، احتمال‌ها را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$P(A_2) = \frac{50}{100} \times \frac{40}{100} + \frac{50}{100} \times \frac{10}{100} = \frac{20}{100} + \frac{5}{100} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

با استفاده از نمودار درختی مطلوب سؤال، خواسته سؤال را پیدا می‌کنیم:

په‌چور دیگه



$$P(\text{گل شدن پناستی دوم}) = \frac{50}{100} \times \frac{40}{100} + \frac{50}{100} \times \frac{10}{100} = \frac{1}{4}$$

در جریان یک مسابقه، بازیکن A دو پناستی می‌زند. این بازیکن با احتمال ۶۰ درصد پناستی اول را گل می‌کند، در این صورت احتمال گل شدن پناستی دوم ۸۰ درصد و در غیر این صورت ۳۰ درصد خواهد بود. با کدام احتمال وضعیت گل شدن دو پناستی متفاوت است؟

کنکور

(سؤال ۲۴ کنکور سراسری ۱۴۰۳ - نوبت دوم)

$$0/3 (4)$$

$$0/6 (3)$$

$$0/24 (2)$$

$$0/44 (1)$$

دو تاس پرتاب می‌کنیم. سه پیشامد A، B و C را به ترتیب به صورت «مجموع دو عدد رو شده ۴ باشد»، «حاصل ضرب اعداد رو شده زوج باشد» و «اختلاف دو عدد رو شده، مضرب صحیح ۳ باشد» تعریف می‌کنیم. کدام دو پیشامد وابسته‌اند؟

(۲) A و C

(۱) A و B

(۴) هر سه پیشامد مستقل‌اند.

(۳) B و C

پاسخ: گزینه ۱

اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، یعنی وقوع یکی بر وقوع دیگری تأثیری نداشته باشد، خواهیم داشت:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

گام اول: فضای نمونه‌ای پرتاب دو تاس شامل $6 \times 6 = 36$ عضو است، احتمال وقوع پیشامدهای A و B و C را به دست می‌آوریم:

$$A: \text{مجموع دو عدد رو شده ۴ باشد} \rightarrow P(A) = \frac{(1,3)(2,2)(3,1)}{36} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

$$B: \text{حاصل ضرب اعداد رو شده زوج باشد} \rightarrow P(B) = \frac{\text{همه به جز } (1,1)(1,3)(1,5)(3,1)(3,3)(3,5)(5,1)(5,3)(5,5)}{36} = \frac{36-9}{36} = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$$

$$C: \text{اختلاف اعداد رو شده مضرب صحیح ۳ باشد} \rightarrow P(C) = \frac{(1,4)(4,1)(2,5)(5,2)(3,6)(6,3)(1,1)(2,2)(3,3)(4,4)(5,5)(6,6)}{36} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

گام دوم: حاصل $P(A \cap B)$ ، $P(A \cap C)$ و $P(B \cap C)$ را به دست می‌آوریم:

$$A \cap B = \{(2,2)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{36}$$

$$A \cap C = \{(2,2)\} \Rightarrow P(A \cap C) = \frac{1}{36}$$

$$B \cap C = \{(1,4), (4,1), (2,5), (5,2), (3,6), (6,3), (2,2), (4,4), (6,6)\} \Rightarrow P(B \cap C) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

گام سوم: حال، مستقل بودن یا وابسته بودن پیشامدها را دوباره بررسی می‌کنیم:

$$\frac{1}{12} \times \frac{3}{4} \neq \frac{1}{36} \Rightarrow P(A) \times P(B) \neq P(A \cap B) \quad \checkmark \text{ وابسته هستند.}$$

$$\frac{1}{12} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{36} \Rightarrow P(A) \times P(C) = P(A \cap C) \quad \times \text{ مستقل هستند.}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4} \Rightarrow P(B) \times P(C) = P(B \cap C) \quad \times \text{ مستقل هستند.}$$

پس گزینه (۱) صحیح است.

در پرتاب دو تاس، فرض کنید A پیشامد مشاهده عدد ۵ در تاس اول و B پیشامد مجموع ۹ در برآمدهای دو تاس باشد. مستقل بودن یا نبودن پیشامدهای A و B را بررسی کنید.
(سؤال ۱۳ - امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳)

ریاضیات

۳۹

دو تاس را آن قدر می‌اندازیم تا مجموع اعداد رو شده آن‌ها مضرب ۴ شود. با کدام احتمال، در پرتاب سوم آزمایش متوقف می‌شود؟

$$\frac{1}{64} (4)$$

$$\frac{3}{64} (3)$$

$$\frac{9}{64} (2)$$

$$\frac{27}{64} (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

Hint

در هر بار پرتاب دو تاس، احتمال این که مجموع اعداد رو شده مضرب ۴ بشه $\frac{9}{36}$ هست، در این جا باید دفعه‌های اول و دوم مجموع، مضرب ۴ نشه و دفعه سوم بشه.

گام اول: مجموع دو تاس در ۹ حالت مضرب ۴ است:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

مجموع	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد حالات	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

پس احتمال موفقیت در هر بار پرتاب دو تاس $\frac{1}{4} = \frac{3+5+1}{36}$ است.

گام دوم: باید بار اول و دوم نشود و بار سوم بشود:

$$\underbrace{\left(1 - \frac{1}{4}\right)}_{\text{بار اول}} \underbrace{\left(1 - \frac{1}{4}\right)}_{\text{بار دوم}} \underbrace{\left(\frac{1}{4}\right)}_{\text{بار سوم}} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{9}{64}$$

۴۰

در آزمایش پرتاب دو تاس، دو پیشامد A و B مستقل اند به طوری که $P(A \cap B) = \frac{5}{36}$ ، در این صورت حداقل مقدار $P(A \cup B)$ کدام است؟

$$\frac{31}{36} \text{ (۴)}$$

$$\frac{2}{3} \text{ (۳)}$$

$$\frac{23}{36} \text{ (۲)}$$

$$\frac{11}{18} \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۱

Hint

تعداد اعضای پیشامد A رو x و تعداد اعضای پیشامد B رو y در نظر بگیریم و رابطه $\frac{x}{36} \times \frac{y}{36} = \frac{5}{36}$ رو تشکیل بدیم. حالت های مختلف x و y رو پیدا کنیم و مناسب ترینش رو برای سؤال انتخاب کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: فرض می کنیم پیشامد A دارای x عضو و پیشامد B دارای y عضو باشد. فضای نمونه ای پرتاب دو تاس دارای

$36 = 6 \times 6$ عضو است، پس $P(A) = \frac{x}{36}$ و $P(B) = \frac{y}{36}$ ، برای این دو پیشامد مستقل خواهیم داشت:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \xrightarrow{P(A \cap B) = \frac{5}{36}} \frac{5}{36} = \frac{x}{36} \times \frac{y}{36}$$

$$\Rightarrow 5 = \frac{xy}{36} \Rightarrow xy = 5 \times 36 \Rightarrow xy = 180$$

گام دوم: دیدیم که $xy = 180$. حالت های مختلف xy را می نویسیم:

x	y
۱	۱۸۰ ✗
۲	۹۰ ✗
۳	۶۰ ✗
۴	۴۵ ✗
۵	۳۶ ✓
۶	۳۰ ✓
۹	۲۰ ✓
۱۰	۱۸ ✓
۱۲	۱۵ ✓

توجه! توجه کنید که x و y باید کوچک تر از ۳۶ باشند، پس حالت هایی که x یا y از ۳۶ بزرگ تر باشند، نادرست است. ضمناً جابه جایی x و y تغییری در جواب ایجاد نمی کند.

گام سوم: حال $P(A \cup B)$ را تشکیل می دهیم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{x}{36} + \frac{y}{36} - \frac{5}{36} = \frac{x + y - 5}{36}$$

گام چهارم: حداقل مقدار $P(A \cup B)$ را می خواهیم، پس باید کم ترین مقدار $x + y$ را انتخاب کنیم. با توجه به جدول گام دوم،

کم ترین مقدار $x + y$ با $x = 12$ و $y = 15$ به دست می آید، پس خواسته سؤال برابر می شود با:

$$\text{Min}(P(A \cup B)) = \frac{12 + 15 - 5}{36} = \frac{22}{36} = \frac{11}{18}$$

فیزیک

۴۱ در آهنربای شکسته شده شکل زیر، قطب‌های مغناطیسی ناحیه‌های (۱) و (۲) به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟



N, N (۴)

S, S (۳)

S, N (۲)

N, S (۱)

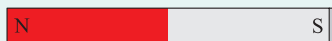
پاسخ: گزینه ۴

Hint

درس‌Box

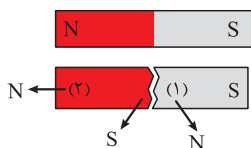
با توجه به این که تک‌قطبی مغناطیسی نداریم، قطب‌های آهنرباها را مشخص کنید.

در طبیعت تک‌قطبی مغناطیسی نداریم و با شکستن آهنربا، دو آهنربای جدید با قطب‌های N و S داریم.



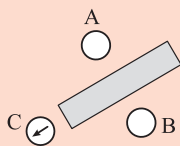
با توجه به این که قطب‌های N و S آهنربا همواره کنار هم قرار دارند، قبل از شکستن آهنربا، سمت چپ آهنربا (قطب ۲) قطب N

آهنربا و پس از شکسته شدن آهنربا، قطب (۱)، قطب N آهنربای سمت راست می‌شود.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

در شکل زیر، یک آهنربای میله‌ای و سه عقربه مغناطیسی در یک صفحه قرار دارند. جهت گیری عقربه‌های A و B به ترتیب



از راست به چپ، کدام است؟

- (۱) ↗ , ↗
- (۲) ↘ , ↘
- (۳) ↙ , ↙
- (۴) ↗ , ↘

پاسخ: گزینه ۱

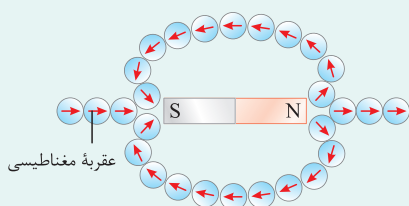
با توجه به جهت عقربه مغناطیسی، قطب‌های آهنرباها را مشخص کنید و سپس جهت عقربه‌های A و B را به دست آورید.

Hint

درس Box

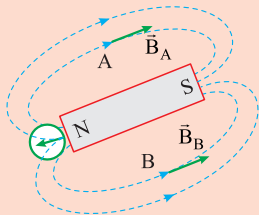
خطوط میدان مغناطیسی در هر نقطه از فضا در جهت عقربه مغناطیسی‌اند.

در بیرون آهنربا خطوط میدان مغناطیسی از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شوند.



با توجه به این که جهت عقربه مغناطیسی سمت چپ به سمت خارج آهنربا است، پس قطب‌های آهنربا به صورت شکل زیر هستند،

حالا با رسم خطوط میدان مغناطیسی اطراف آهنربا، جهت گیری عقربه‌ها در نقاط A و B مشخص می‌شود.

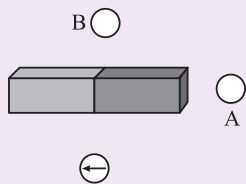


پاسخ خیلی تشریحی ✓

شکل زیر، یک آهنربای میله‌ای و دو عقربه مغناطیسی A و B را نشان می‌دهد. به ترتیب، جهت گیری عقربه‌های A و B

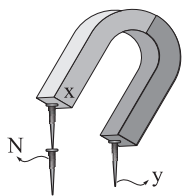
(سوال ۷۳ کنکور تهری ۱۴۰۳ (فارج از کشور))

کدام‌اند؟



- (۱) → , ←
- (۲) → , →
- (۳) ← , ←
- (۴) ← , →

در شکل زیر، سه میخ آهنی توسط آهنربا جذب شده‌اند. با توجه به قطب القاشده در یکی از میخ‌ها، نوع قطب‌های x و y



به ترتیب کدام است؟

(۱) N, N

(۲) S, S

(۳) S, N

(۴) N, S

پاسخ: گزینه ۴

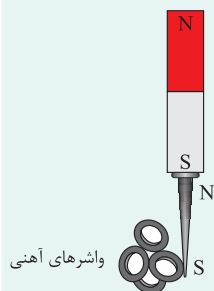
با توجه به پدیده القای مغناطیسی، قطب‌ها را مشخص کنید.

Hint

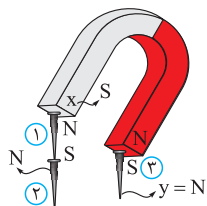
درس Box

آهنربا در هر قطعه آهنی که نزدیکش باشد، خاصیت مغناطیسی القا می‌کند و آن قطعه را به صورت موقت به آهنربا تبدیل می‌کند. قطعه آهنی نیز اجسام آهنی کنار خود را جذب می‌کند، به این پدیده، القای مغناطیسی می‌گویند.

در پدیده القای مغناطیسی همواره قطعات یکدیگر را جذب می‌کنند، یعنی آهنربا قطب ناهمنام در قطعه آهنی القا می‌کند و باعث جذب قطعه آهنی توسط آهنربا می‌شود.



میخ آهنی (۱) توسط آهنربا جذب شده است و میخ آهنی (۱)، میخ آهنی (۲) را جذب کرده است، پس قطب‌های ناهمنام میخ‌ها باید کنار هم باشند، در نتیجه ترتیب قطب‌ها به صورت شکل مقابل است:



از آنجایی که آهنربا میخ (۱) را جذب کرده، پس قطب x آهنربا، قطب S و قطب دیگر آهنربا قطب N است، در نتیجه قطب ناهمنام آهنربا در میخ (۳) القا می‌شود و y قطب N می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

چه تعداد از عبارتهای زیر دربارهٔ میدان مغناطیسی زمین درست است؟

الف) طرح خطهای آن مانند طرح خطهای یک آهنربای میله‌ای است.

ب) جهت این میدان در بازه‌های زمانی نامنظم به طور کامل، وارون می‌شود.

پ) قطب‌های مغناطیسی زمین، منطبق بر قطب‌های جغرافیایی آن است.

ت) در بیشتر نقاط، خطوط این میدان، با سطح افقی زمین، موازی نیست.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینهٔ ۳

فقط عبارت «پ» نادرست است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست؛ زمین مانند یک آهنربای بزرگ رفتار می‌کند و طرح خطهای میدان مغناطیسی آن مانند طرح خطهای آهنربای

میله‌ای بزرگی است که در نزدیکی مرکز زمین قرار دارد.

ب) درست؛ شواهد زمین‌شناختی نشان می‌دهند که جهت میدان مغناطیسی زمین در بازه‌های زمانی نامنظم از ده هزار تا یک میلیون سال

به طور کامل وارون می‌شود.

پ) نادرست؛ قطب‌های مغناطیسی زمین بر قطب‌های جغرافیایی آن منطبق نیستند، در واقع قطب‌های مغناطیسی و جغرافیایی

زمین فاصلهٔ نسبتاً زیادی از یکدیگر دارند.

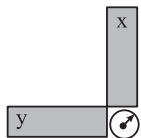
ت) درست؛ در بیشتر نقاط زمین عقربهٔ مغناطیسی به طور افقی قرار نمی‌گیرد و امتداد آن با سطح افقی زمین، زاویه‌ای می‌سازد

که به آن شیب مغناطیسی می‌گویند.

فیزیک

۴۵

در شکل زیر، دو آهنربای میله‌ای مشابه، عمود بر هم قرار دارند. با توجه به جهت‌گیری عقربه مغناطیسی، قطب‌های X و Y به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟



(۲) S, S

(۱) N, N

(۴) S, N

(۳) N, S

پاسخ: گزینه ۴

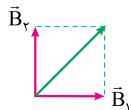


Hint

ابتدا با توجه به جهت عقربه مغناطیسی، بردارهای میدان مغناطیسی دو آهنربا را مشخص کنید، سپس با توجه به جهت هر بردار، قطب‌های آهنربا را تعیین کنید.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

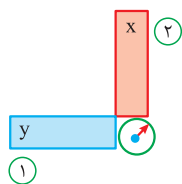
با توجه به جهت‌گیری عقربه مغناطیسی، بردارهای میدان مغناطیسی در آهنربا به صورت شکل زیر هستند:



(الف)

به کمک شکل (الف) نتیجه می‌گیریم که خطوط میدان مغناطیسی به آهنربای قائم (۲) وارد شده، پس قطب نزدیک به عقربه مغناطیسی در آهنربای (۲) قطب S و X، قطب N آهنربا است.

مطابق شکل (الف) خطوط میدان مغناطیسی از آهنربای (۱) خارج شده‌اند، پس قطب نزدیک به عقربه مغناطیسی در آهنربای (۱) قطب N و Y، قطب S آهنربا است.



(ب)

فیزیک

۴۶

اگر یک بخاری برقی به مقاومت الکتریکی 880Ω به مدت یک شبانه‌روز به اختلاف پتانسیل الکتریکی $220 V$ وصل باشد، انرژی الکتریکی مصرفی آن در این مدت چند کیلووات ساعت است؟

۱/۳۲ (۴)

۱۳/۲ (۳)

۱۳۲ (۲)

۱۳۲۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

(۱) توان مصرفی در یک مصرف‌کننده، از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$P = VI \text{ و } P = RI^2 \text{ و } P = \frac{V^2}{R}$$

● V : اختلاف پتانسیل دو سر مصرف‌کننده (V)

● R : مقاومت الکتریکی مصرف‌کننده (Ω)

● I : جریان الکتریکی عبوری از مصرف‌کننده (A)

(۲) انرژی مصرفی در یک مصرف‌کننده در مدت زمان t از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$U = P \times t$$

● اگر در رابطه بالا، توان را برحسب کیلووات (kW) و زمان را برحسب ساعت (h) جای‌گذاری کنیم، انرژی مصرفی برحسب کیلووات ساعت (kWh) به دست می‌آید.

گام اول: توان مصرفی بخاری برقی را محاسبه می‌کنیم:

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{220^2 \times 220}{880} = 55 \text{ W} = 55 \times 10^{-3} \text{ kW}$$

گام دوم: به کمک رابطه $P = \frac{U}{t}$ ، انرژی الکتریکی مصرفی را در مدت یک شبانه‌روز به دست می‌آوریم:

$$U = P \times t = 55 \times 10^{-3} \times 24 = 1/32 \text{ kWh}$$

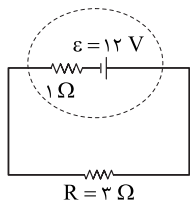
اگر حواست به یکای خواسته‌شده سؤال نباشه و توان رو برحسب وات در رابطه انرژی الکتریکی قرار بدی، توی دام گزینه (۱) می‌افتی.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گول نخوری ✗

فیزیک

۴۷ در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت $R = 3 \Omega$ چند وات است؟



(۱) ۹

(۲) ۱۲

(۳) ۱۸

(۴) ۲۷

پاسخ: گزینه ۴

Hint

ابتدا جریان عبوری از مدار را به کمک رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$ محاسبه کنید، سپس طبق رابطه $P = RI^2$ توان مصرفی را به دست آورید.

درس Box

(۱) در دورزدن یک حلقه حامل جریان، با عبور از هر یک از اجزای مدار، اختلاف پتانسیل طبق دستور زیر تغییر می‌کند:

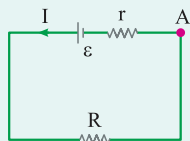
$A \xrightarrow{I} R \rightarrow B \quad V_B - V_A = -IR$

$A \xleftarrow{I} R \rightarrow B \quad V_B - V_A = +IR$

$A \xrightarrow{I} \varepsilon \rightarrow r \rightarrow B \quad V_B - V_A = +\varepsilon - Ir$ و $A \xleftarrow{I} \varepsilon \rightarrow r \rightarrow B \quad V_B - V_A = -\varepsilon - Ir$

$A \xrightarrow{I} \varepsilon \rightarrow r \rightarrow B \quad V_B - V_A = +\varepsilon + Ir$ و $A \xleftarrow{I} \varepsilon \rightarrow r \rightarrow B \quad V_B - V_A = -\varepsilon + Ir$

(۲) در مدار مقابل با یک دور کامل می‌توانیم رابطه جریان الکتریکی را پیدا کنیم:



$$V_A - Ir + \varepsilon - IR = V_A \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r+R}$$

گام اول: جریان عبوری از مدار را به دست می‌آوریم: ✓ پاسخ خیلی تشریحی

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{12}{3+1} = 3 \text{ A}$$

گام دوم: توان مصرفی مقاومت را محاسبه می‌کنیم:

$$P = RI^2 = 3 \times (3)^2 = 27 \text{ W}$$

فیزیک

۴۸

در مدار شکل زیر، اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R برابر 4 V باشد، توان خروجی باتری برابر چند

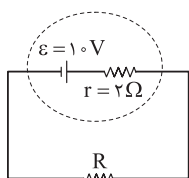
وات است؟

۹ (۱)

۱۲ (۲)

۱۵ (۳)

۱۸ (۴)



پاسخ: گزینه ۲

Hint

با ترکیب دو رابطه $V = RI$ و $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$ ، مقاومت R و جریان عبوری را محاسبه کنید، سپس داده‌ها را در رابطه $P = \varepsilon I - rI^2$ جای گذاری کنید تا توان خروجی باتری به دست آید.

درس Box

هرگاه جریان از قطب منفی وارد باتری شود، باتری به مدار انرژی می‌دهد و داریم:

$$P_{\text{خروجی}} = \varepsilon I - rI^2$$

↑ توان کل باتری
↓ توان اتلافی باتری

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: با ترکیب دو رابطه $V = RI$ و $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$ ، مقاومت R را محاسبه می‌کنیم:

$$V = R \left(\frac{\varepsilon}{R+r} \right) \Rightarrow 4 = R \left(\frac{10}{R+2} \right) \Rightarrow 10R = 4R + 8 \Rightarrow R = \frac{4}{3} \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{10}{\frac{4}{3} + 2} = 3 \text{ A}$$

گام دوم: توان خروجی باتری را محاسبه می‌کنیم:

$$P = \varepsilon I - rI^2 = 10 \times 3 - 2(3)^2 = 12 \text{ W}$$

گام اول: اختلاف پتانسیل دو سر باتری با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت برابر است، پس:

په‌چور دیگه

$$V_{\varepsilon} = V_R \Rightarrow \varepsilon - Ir = V_R \xrightarrow[V_R=4\text{ V}, \varepsilon=10\text{ V}]{r=2\Omega} 10 - I \times 2 = 4 \Rightarrow I = \frac{6}{2} = 3 \text{ A}$$

گام دوم: توان خروجی باتری و مقاومت برابر هستند، پس:

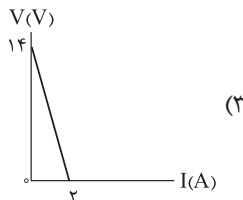
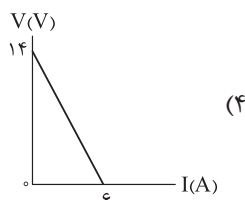
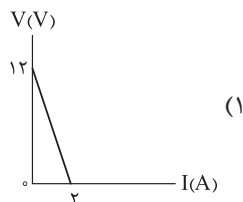
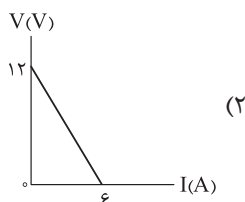
$$P = VI = 4 \times 3 = 12 \text{ W}$$



فیزیک

۴۹

توان خروجی یک باتری به ازای جریان 4 A برابر 16 W و به ازای جریان 3 A برابر 18 W است. نمودار اختلاف پتانسیل دو سر این باتری بر حسب جریان گذرنده از آن کدام است؟



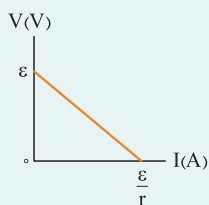
پاسخ: گزینه ۲

با جای گذاری داده‌ها در رابطه $P = \varepsilon I - rI^2$ و حل دو معادله - دو مجهول، ε و r را به دست آورید. سپس نمودار $V - I$ را رسم کنید.

Hint

درس Box

نمودار ولتاژ دو سر باتری بر حسب شدت جریان عبوری از آن را طبق رابطه $V = \varepsilon - Ir$ رسم می‌کنیم.



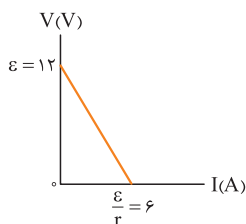
$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow \begin{cases} I = 0 \Rightarrow V = \varepsilon \\ V = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r} \end{cases}$$

گام اول: توان خروجی باتری از رابطه $P = \varepsilon I - rI^2$ به دست می‌آید، پس:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$P = \varepsilon I - rI^2 \Rightarrow \begin{cases} P = 16\text{ W} \xrightarrow{I=4\text{ A}} 16 = 4\varepsilon - 16r \\ P = 18\text{ W} \xrightarrow{I=3\text{ A}} 18 = 3\varepsilon - 9r \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دو معادله - دو مجهول}} r = 2\ \Omega, \varepsilon = 12\text{ V}$$

گام دوم: نمودار اختلاف پتانسیل دو سر باتری بر حسب جریان را رسم می‌کنیم:



فیزیک

۵۰. اگر قطر سیم مقاومت یک لامپ بر اثر تبخیر دو درصد کاهش یابد، با ثابت ماندن ولتاژ دو سر لامپ و مقاومت ویژه

سیم، توان مصرفی آن تقریباً چگونه تغییر می کند؟

- (۱) دو درصد کاهش می یابد.
- (۲) چهار درصد کاهش می یابد.
- (۳) دو درصد افزایش می یابد.
- (۴) چهار درصد افزایش می یابد.

پاسخ: گزینه ۲

Hint

ابتدا به کمک رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ ، با توجه به ثابت بودن مقاومت ویژه و طول سیم، رابطه مقاومت را با قطر سیم پیدا کنید، سپس

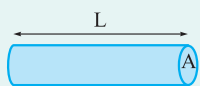
به کمک رابطه توان مصرفی ($P = \frac{V^2}{R}$) به صورت نسبتی، $\frac{P_2}{P_1}$ را حساب کرده و در آخر درصد تغییرات توان را به دست آورید.

درس Box

اگر سطح مقطع جسم در تمام طول آن یکسان باشد، مقاومت آن از رابطه زیر به دست می آید:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

طول رسانا (m) $\rightarrow L$
مساحت مقطع جسم (m^۲) $\rightarrow A$
مقاومت ویژه (Ω·m)



گام اول: رابطه مقاومت الکتریکی را بر حسب قطر سیم به دست می آوریم: ✓ پاسخ خیلی تشریحی

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{A = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2} R = \rho \frac{L}{\pi \frac{D^2}{4}} = \frac{4\rho L}{\pi D^2} \xrightarrow{\text{ثابت: } \rho, L} R \propto \frac{1}{D^2}$$

گام دوم: با توجه به این که ولتاژ دو سر لامپ ثابت است، از رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ ، توان را به صورت مقایسه ای می نویسیم:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 \xrightarrow{D_2 = 0.98 D_1} \frac{P_2}{P_1} = (0.98)^2 \approx 0.96$$

گام سوم: درصد تغییرات توان مصرفی برابر است با:

$$\frac{\Delta P}{P_1} \times 100 = \frac{P_2 - P_1}{P_1} \times 100 = \frac{0.96 P_1 - P_1}{P_1} \times 100 = -4\%$$

علامت منفی نشان دهنده کاهش توان است.

اگر قطر سیم مقاومت یک لامپ بر اثر تبخیر یک درصد کاهش یابد، با ثابت ماندن ولتاژ دو سر لامپ و مقاومت ویژه

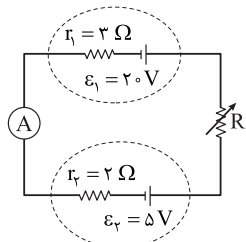
(سؤال ۴۵ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)

سیم، توان مصرفی آن تقریباً چگونه تغییر می کند؟

- (۱) دو درصد کاهش
- (۲) یک درصد کاهش
- (۳) دو درصد افزایش
- (۴) یک درصد افزایش

کنکور

در مدار شکل زیر، مقاومت رئوستا در حالتی تنظیم شده که با وجود برقراری جریان در مدار، توان خروجی باتری (۱) با توان ورودی باتری (۲) برابر است. در این حالت آمپرسنج آرمانی چند آمپر را نشان می‌دهد؟



(۱) ۵

(۲) ۴

(۳) ۳

(۴) ۲

پاسخ: گزینه ۳



با توجه به این که جهت مولدها برعکس هم است، پس یکی از آن‌ها مصرف‌کننده و دیگری تولیدکننده انرژی است. رابطه توان را برای مولدها نوشته و با هم برابر قرار دهید تا جریان عبوری در مدار را که همان جریان عبوری از آمپرسنج است به دست آورید.

توان خروجی باتری از رابطه زیر محاسبه می‌شود و برابر است با توان تولیدی، منهای توان تلف‌شده:

$$P_{\text{خروجی}} = \varepsilon I - r I^2$$

توان تلف‌شده تولیدی

اگر باتری مصرف‌کننده انرژی باشد، توان ورودی آن برابر است با:

$$P_{\text{ورودی}} = \varepsilon I + r I^2$$

از آنجایی که $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ است، پس باتری (۱) به مدار انرژی می‌دهد و باتری (۲) دریافت‌کننده است. رابطه توان دو باتری را نوشته و با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= \varepsilon_1 I - r_1 I^2 \\ P_2 &= \varepsilon_2 I + r_2 I^2 \end{aligned} \right\} \xrightarrow[r_1=3\Omega, r_2=2\Omega]{\varepsilon_1=20V, \varepsilon_2=5V} 20I - 3I^2 = 5I + 2I^2$$

$$\Rightarrow 5I^2 - 15I = 0 \Rightarrow 5I(I - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} I = 0 \\ I = 3 \text{ A} \end{cases}$$

با توجه به پایداری انرژی، داریم:

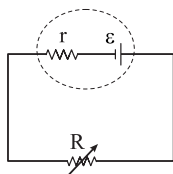


توان مصرفی مقاومت R + توان ورودی باتری (۱) = توان خروجی باتری (۲)

با توجه به داده‌های سؤال و رابطه بالا، توان مصرفی مقاومت R برابر صفر است. پس طبق رابطه $P = I^2 R$ ، باید برابر صفر باشد ($I \neq 0$)، پس در این حالت جریان عبوری از مدار برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r_1 + r_2} = \frac{20 - 5}{3 + 2} = \frac{15}{5} = 3 \text{ A}$$

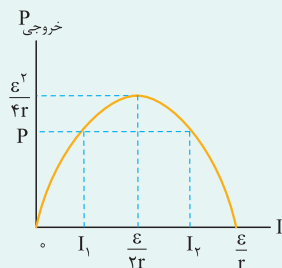
در مدار شکل زیر، جریان عبوری از باتری برابر $2A$ و توان خروجی آن، بیشینه است. با افزایش مقاومت متغیر R ، جریان عبوری از باتری چند آمپر باشد تا توان خروجی باتری، 25% درصد کمتر از بیشینه توان خروجی آن باشد؟

(۱) 0.5 (۲) 1 (۳) 1.5 (۴) 3

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

نمودار توان خروجی برحسب جریان عبوری از مدار به صورت شکل زیر است:



$$P_{\text{خروجی}} = VI = (\varepsilon - Ir)I = \varepsilon I - rI^2$$

$$I_{\text{max}} = \frac{\varepsilon}{r}$$

$$\xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{2r}} P_{\text{max}} = \varepsilon I - rI^2 = \varepsilon \left(\frac{\varepsilon}{2r}\right) - r \left(\frac{\varepsilon}{2r}\right)^2$$

توان بیشینه به ازای $I = \frac{\varepsilon}{2r}$ رخ می‌دهد پس:

$$\Rightarrow P_{\text{max}} = \frac{\varepsilon^2}{2r} - \frac{\varepsilon^2}{4r} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$$

گام اول: به ازای جریان عبوری $I_1 = 2A$ توان خروجی باتری بیشینه است، پس: ✓ پاسخ خیلی تشریحی

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{2r} \Rightarrow 2 = \frac{\varepsilon}{2r} \Rightarrow \varepsilon = 4r \quad (1)$$

حالا به کمک رابطه $P_{\text{max}} = \varepsilon I_1 - rI_1^2$ و رابطه (۱) داریم:

$$\xrightarrow{I_1 = 2A} P_{\text{max}} = (4r)(2) - r(2)^2 = 8r - 4r = 4r \quad (2)$$

گام دوم: توان خروجی باتری در حالت دوم 25% درصد کمتر از توان بیشینه است، یعنی:

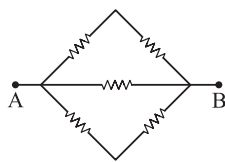
$$P'_{\text{max}} = \frac{3}{4} P_{\text{max}} \xrightarrow{(2)} P'_{\text{max}} = \frac{3}{4} \times 4r = 3r \quad (3)$$

$$P'_{\text{max}} = \varepsilon I_2 - rI_2^2 \xrightarrow{(1), (3)} 3r = (4r)I_2 - rI_2^2$$

$$\Rightarrow 3 = 4I_2 - I_2^2 \Rightarrow I_2^2 - 4I_2 + 3 = 0 \Rightarrow (I_2 - 1)(I_2 - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} I_2 = 1A \\ I_2 = 3A \end{cases}$$

در حالت توان بیشینه، مقاومت R برابر مقاومت درونی باتری است ($R = r$) و جریان $2A$ از مدار عبور می‌کند، با افزایش مقدار مقاومت متغیر، جریان کل مدار باید کاهش یابد، پس $I_2 < 2A$ بوده و در نتیجه $I_2 = 1A$ جواب سؤال است.

در شکل زیر، مقدار هر یک از مقاومت‌ها یکسان و برابر با $12\ \Omega$ است. مقاومت معادل بین دو نقطه A و B چند اهم است؟



(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) ۱۲

پاسخ: گزینه ۳

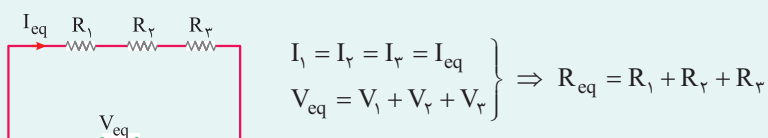
دو مقاومت بالا با هم و دو مقاومت پایین با هم به صورت متوالی بسته شده‌اند و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت وسطی موازی است.

Hint

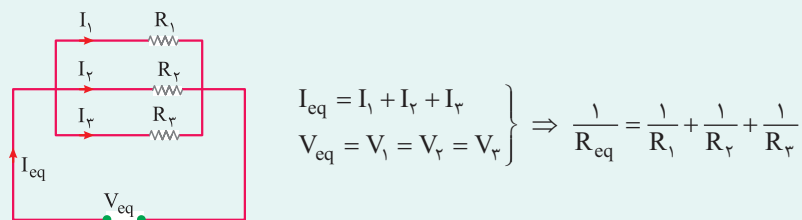
درس‌Box

به هم بستن مقاومت‌ها:

(۱) اتصال متوالی (سری): در این حالت مطابق شکل زیر، جریان عبوری از تمام مقاومت‌ها یکسان است و داریم:

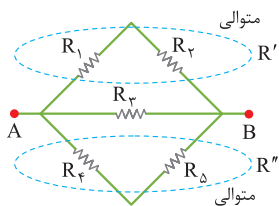


(۲) اتصال موازی: مطابق شکل در اتصال موازی، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها با هم برابر است، پس:



برای حالتی که مقاومت معادل دو مقاومت موازی را محاسبه می‌کنیم، می‌توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$$



طبق شکل روبه‌رو داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

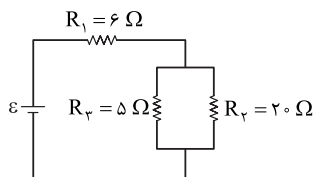
$$\text{متوالی } R_1 \text{ و } R_2 : R' = 12 + 12 = 24\ \Omega$$

$$\text{متوالی } R_4 \text{ و } R_5 : R'' = 12 + 12 = 24\ \Omega$$

$$\text{موازی } R_3, R'', R' : \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R'} + \frac{1}{R''} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{24} + \frac{1}{24} + \frac{1}{12} = \frac{4}{24} \Rightarrow R_{eq} = 6\ \Omega$$

در مدار شکل زیر، اگر اختلاف توان مصرفی مقاومت‌های R_1 و R_2 برابر با 130 W باشد، نیروی محرکه باتری آرمانی

برابر چند ولت است؟



(۱) ۵۰

(۲) ۶۰

(۳) ۱۰۰

(۴) ۱۲۰

پاسخ: گزینه ۱

 Hint

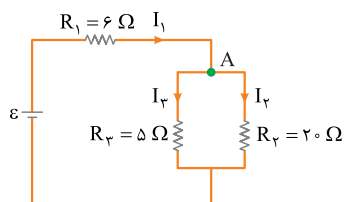
با توجه به رابطه $P = RI^2$ و $\Delta P = 130 \text{ W}$ رابطه بین جریان کل مدار و جریان عبوری از مقاومت R_2 را بنویسید، سپس به کمک قاعده انشعاب و تسهیم جریان در مقاومت‌های موازی، نسبت جریان‌ها را به دست آورده و جریان کل را محاسبه کنید.

گام اول: طبق رابطه توان مصرفی مقاومت داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$P = RI^2 \Rightarrow \Delta P = P_1 - P_2 = R_1 I_1^2 - R_2 I_2^2 \Rightarrow 130 = 6 I_1^2 - 20 I_2^2 \quad (1)$$

گام دوم: با توجه به شکل زیر و به کمک قاعده تسهیم جریان به نسبت عکس مقاومت‌های موازی داریم:



$$\frac{R_2}{R_3} = \frac{I_2}{I_3} \Rightarrow \frac{20}{5} = \frac{I_2}{I_3} \Rightarrow I_2 = 4 I_3$$

$$A \text{ قاعده انشعاب در گره } A: I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow I_1 = I_2 + 4 I_2 = 5 I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{I_1}{5} \quad (2)$$

گام سوم: رابطه (۲) را در رابطه (۱) جای‌گذاری می‌کنیم تا جریان کل عبوری از مدار را محاسبه کنیم:

$$130 = 6 I_1^2 - 20 \left(\frac{I_1}{5}\right)^2 = 6 I_1^2 - \frac{4}{5} I_1^2 = \frac{26}{5} I_1^2 \Rightarrow I_1^2 = \frac{5 \times 130}{26} = 25 \Rightarrow I_1 = 5 \text{ A}$$

گام چهارم: به کمک رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ ، نیروی محرکه باتری آرمانی ($r = 0$) را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{موازی } R_2, R_3: R' = \frac{20 \times 5}{20 + 5} = 4 \Omega$$

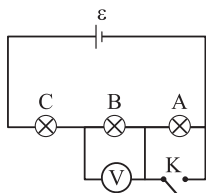
$$\text{متوالی } R_1, R': R_{eq} = R_1 + R' = 6 + 4 = 10 \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} \Rightarrow 5 = \frac{\varepsilon}{10} \Rightarrow \varepsilon = 50 \text{ V}$$

فیزیک

۵۵

در مدار شکل زیر، لامپ‌های A، B و C مشابه‌اند. با بستن کلید K، مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد ۳ V تغییر می‌کند. نیروی محرکه الکتریکی باتری چند ولت است؟



۱۲ (۱)

۱۵ (۲)

۱۸ (۳)

۲۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

Hint

در هر دو حالت، مقاومت معادل و جریان عبوری از مقاومت‌ها را محاسبه کنید و با توجه به این که ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر لامپ B را نشان می‌دهد از رابطه $V = IR$ ، اختلاف پتانسیل را در حالت کلید باز و کلید بسته برحسب ε نوشته و به کمک $\Delta V = 3V$ ، نیروی محرکه الکتریکی باتری را به دست آورید.

اگر دو سر یک مقاومت توسط یک سیم به هم وصل شود، مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود.



درس‌Box

گام اول: در حالتی که کلید باز است، سه مقاومت به صورت متوالی به هم بسته شده‌اند:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 \xrightarrow{R_1=R_2=R_3=R} R_{eq} = 3R$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{\varepsilon}{3R}$$

پس جریان عبوری از مقاومت‌ها یکسان و برابر با $\frac{\varepsilon}{3R}$ است.

گام دوم: ولت‌سنج آرمانی اختلاف پتانسیل دو سر لامپ B را نشان می‌دهد، پس:

$$V_B = IR_B = \frac{\varepsilon}{3R} \times R = \frac{\varepsilon}{3}$$

گام سوم: اگر کلید بسته شود، دو سر مقاومت A اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود:

$$R'_{eq} = R_1 + R_2 = 2R$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq}} = \frac{\varepsilon}{2R}$$

مانند گام دوم اختلاف پتانسیل دو سر لامپ B را در این حالت محاسبه می‌کنیم:

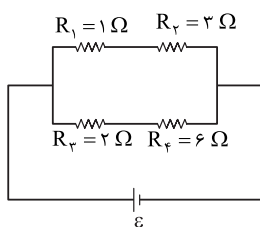
$$V'_B = I'R_B = \frac{\varepsilon}{2R} \times R = \frac{\varepsilon}{2}$$

گام چهارم: طبق صورت سؤال عدد ولت‌سنج با بستن کلید ۳ V تغییر می‌کند، پس:

$$V'_B - V_B = \frac{\varepsilon}{2} - \frac{\varepsilon}{3} \Rightarrow 3 = \frac{\varepsilon}{2} - \frac{\varepsilon}{3} \Rightarrow \varepsilon = 18V$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در مدار شکل زیر، توان مصرفی در مقاومتی که کمترین توان مصرفی را دارد، برابر با 5 W است. توان مصرفی در مقاومتی که بیشترین توان مصرفی را دارد، چند وات است؟



(۱) ۶۰

(۲) ۴۵

(۳) ۳۰

(۴) ۱۵

پاسخ: گزینه ۳

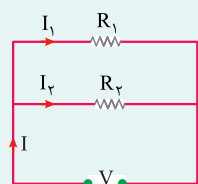


Hint

ابتدا به کمک تسهیم جریان در مقاومت‌های موازی، نسبت جریان‌های عبوری از شاخه‌ها را به دست آورید و توان مصرفی هر مقاومت را برحسب جریان‌ها بنویسید و کمترین توان را برابر 5 W قرار دهید و در نهایت توان مصرفی مقاومتی که بیشترین توان مصرفی را دارد محاسبه کنید.

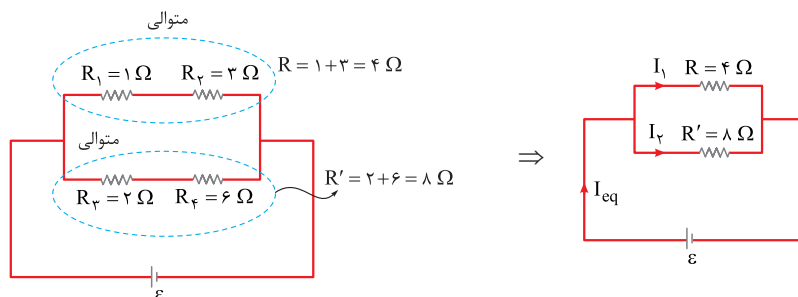
درس Box

با توجه به این که در مقاومت‌های موازی، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها برابر است، داریم:



$$V_1 = V_2 = V \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

گام اول: مقاومت معادل شاخه بالایی مدار $4\ \Omega$ و مقاومت معادل شاخه پایینی مدار $8\ \Omega$ است، با توجه به تسهیم جریان در مقاومت‌های موازی داریم:



$$\frac{R}{R'} = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{4}{8} = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 2I_2 = I_1$$

گام دوم: به کمک رابطه $P = RI^2$ ، توان مصرفی مقاومت‌ها را برحسب I به دست می‌آوریم:

$$P_1 = R_1 I_1^2 = 1 \times (2I_2)^2 = 4I_2^2 \text{ و } P_2 = R_2 I_2^2 = 3(2I_2)^2 = 12I_2^2$$

$$P_3 = R_3 I_2^2 = 2I_2^2 \text{ و } P_4 = R_4 I_2^2 = 6I_2^2$$

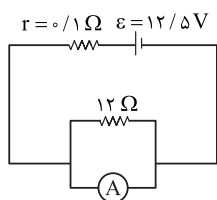
کمترین توان مصرفی مربوط به مقاومت R_3 است، پس:

$$P_{\min} = P_3 = 2I_2^2 = 5 \Rightarrow I_2^2 = 5/2 \quad (1)$$

گام سوم: بیشترین توان مصرفی مربوط به مقاومت R_4 است:

$$P_{\max} = P_4 = 12I_2^2 \xrightarrow{(1)} P_{\max} = 12(5/2) = 30\text{ W}$$

۵۷ در مدار شکل زیر، آمپرسنج غیرآرمانی، جریان 4 A را نشان می‌دهد. مقاومت الکتریکی این آمپرسنج چند اهم است؟



(۱) ۶

(۲) ۴

(۳) ۳

(۴) ۲

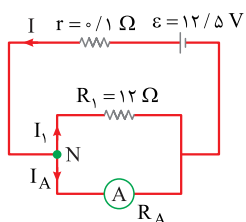
پاسخ: گزینه ۳



ابتدا با توجه به موازی بودن آمپرسنج و مقاومت $R_1 = 12\ \Omega$ ، نسبت جریان‌ها را به دست آورده و جریان کل مدار را برحسب R_A (مقاومت آمپرسنج) بنویسید و در قدم بعدی از برابری اختلاف پتانسیل دو سر باتری با آمپرسنج، R_A را محاسبه کنید.

گام اول: مقاومت آمپرسنج را برابر با R_A در نظر می‌گیریم، از آن جایی که $R_1 = 12\ \Omega$ و آمپرسنج موازی بسته شده‌اند، داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$I_A R_A = I_1 R_1 \Rightarrow 4 R_A = 12 I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{R_A}{3}$$

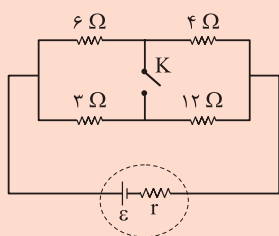
$$\text{قاعده انشعاب در گره N: } I = I_A + I_1 = 4 + \frac{R_A}{3}$$

گام دوم: اختلاف پتانسیل دو سر باتری با اختلاف پتانسیل دو سر آمپرسنج برابر است، پس:

$$V_{\text{باتری}} = V_{\text{آمپرسنج}} \Rightarrow \varepsilon - Ir = R_A I_A \Rightarrow 12/5 - (4 + \frac{R_A}{3})(0/1) = R_A \times 4$$

$$\Rightarrow 12/5 - 0/4 - \frac{R_A}{3} = 4 R_A \Rightarrow R_A = 3\ \Omega$$

در مدار شکل زیر، با بستن کلید K، توان خروجی باتری تغییری نمی‌کند. مقاومت درونی باتری چند اهم است؟



(۱) ۴

(۲) ۵

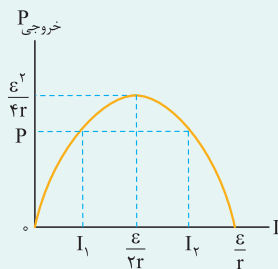
(۳) $\sqrt{20}$

(۴) $\sqrt{30}$

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

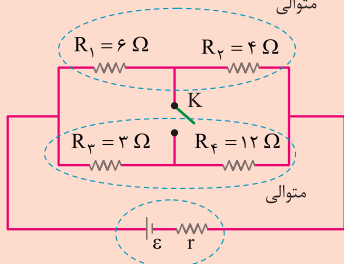
نمودار توان خروجی باتری برحسب جریان عبوری از مدار به صورت شکل زیر است:



همان‌طور که از نمودار مشخص است به ازای دو جریان I_1 و I_2 توان خروجی مولد بدون تغییر است، از این‌رو به ازای دو مقدار مقاومت معادل خارجی، توان خروجی مولد بدون تغییر است و داریم:

$$r^2 = R_{eq} \times R'_{eq}$$

طبق رابطه $r^2 = R_1 R_2$ ، باید در هر دو حالت مقاومت معادل مدار را به دست آوریم. متوالی

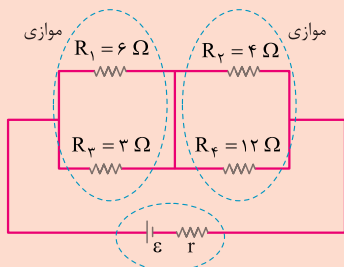


گام اول: حالتی که کلید باز است:

$$R_1 \text{ و } R_2 : R'_1 = 6 + 4 = 10 \Omega$$

$$R_3 \text{ و } R_4 : R'_2 = 3 + 12 = 15 \Omega$$

$$R'_1 \text{ و } R'_2 : R_{eq} = \frac{10 \times 15}{10 + 15} = 6 \Omega$$



گام دوم: حالتی که کلید بسته است:

$$R_1 \text{ و } R_2 : R'_1 = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2 \Omega$$

$$R_3 \text{ و } R_4 : R'_2 = \frac{4 \times 12}{4 + 12} = 3 \Omega$$

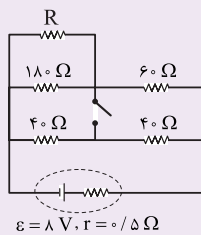
$$R'_1 \text{ و } R'_2 : R_{eq} = 2 + 3 = 5 \Omega$$

گام سوم: حالا مقاومت درونی باتری را محاسبه می‌کنیم:

$$r^2 = R_{eq} \times R'_{eq} = 6 \times 5 = 30 \Rightarrow r = \sqrt{30} \Omega$$

در مدار زیر، با بستن کلید توان خروجی باتری تغییری نمی‌کند. مقاومت R چند اهم است؟

(سؤال ۷۰ کنکور تجربی ۱۳۰۴ - نوبت اول)



(۱) ۴۵

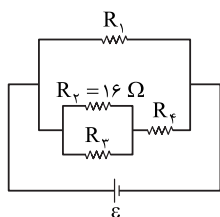
(۲) ۶۰

(۳) ۹۰

(۴) ۱۸۰

در مدار شکل زیر، توان مصرفی هر یک از مقاومت‌ها، برابر است. اگر توان خروجی باتری آرمانی برابر با 144 W باشد،

نیروی محرکه آن چند ولت است؟



(۱) ۱۲

(۲) ۲۴

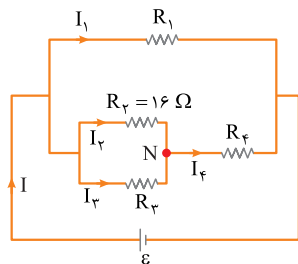
(۳) ۳۶

(۴) ۴۸

پاسخ: گزینه ۳

گام اول: مقاومت‌های R_2 و R_3 موازی هستند، پس:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$\frac{R_2}{R_3} = \frac{I_2}{I_3} \Rightarrow R_2 I_3 = R_3 I_2 \Rightarrow 16 I_3 = R_3 I_2 \quad (1)$$

گام دوم: از برابری توان مصرفی مقاومت‌ها داریم:

$$P_2 = P_3 \Rightarrow R_2 I_2^2 = R_3 I_3^2 \Rightarrow 16 I_2 I_3 = R_3 I_3^2$$

$$\xrightarrow{(1)} R_2 I_2 I_3 = R_3 I_3^2 \Rightarrow I_2 = I_3$$

با توجه به این که در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت مساوی تقسیم شده است، پس اندازه مقاومت‌های R_2 و R_3 برابر است،

$$R_2 = R_3 = 16\ \Omega$$

یعنی:

گام سوم: به کمک قاعدة انشعاب در گره N و برابری توان‌های مصرفی مقاومت‌ها داریم:

$$\left. \begin{aligned} I_2 + I_3 &= I_4 \Rightarrow 2I_2 = I_4 \\ P_2 &= P_4 \Rightarrow R_2 I_2^2 = R_4 I_4^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow R_4 (2I_2)^2 = 16 I_2^2 \Rightarrow R_4 = 4\ \Omega$$

گام چهارم: مقاومت معادل شاخه پایین را حساب می‌کنیم:

$$\text{موازی } R_2 \text{ و } R_3 : R' = \frac{16}{2} = 8\ \Omega$$

$$\text{متوالی } R_4 \text{ و } R' : R'' = 8 + 4 = 12\ \Omega$$

گام پنجم: گام اول را برای مقاومت‌های موازی R_1 و R'' تکرار می‌کنیم:

$$R_1 I_1 = R'' I'' \Rightarrow R_1 I_1 = 12 I'' \quad (3)$$

حالا به کمک رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ در دو مقاومت موازی R_1 و R'' داریم:

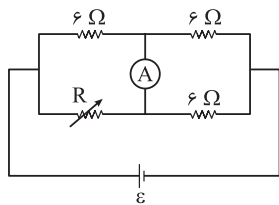
$$\frac{P_1}{P''} = \frac{R''}{R_1} \xrightarrow{P_1=P_2=P_3=P_4=P} \frac{P}{3P} = \frac{12}{R_1} \Rightarrow R_1 = 36\ \Omega$$

گام ششم: حالا کافی است R_{eq} را محاسبه کرده و در رابطه $\frac{\varepsilon^2}{R_{eq}} = P_{\text{کل}}$ قرار دهیم:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R''}{R_1 + R''} = \frac{36 \times 12}{36 + 12} = 9\ \Omega$$

$$P_{\text{کل}} = \frac{\varepsilon^2}{R_{eq}} \Rightarrow 144 = \frac{\varepsilon^2}{9} \Rightarrow \varepsilon = 36\text{ V}$$

در مدار شکل زیر، با افزایش مقاومت رئوستا از مقدار $R_1 = 0$ تا $R_2 = 10 \Omega$ ، مقداری که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد چگونه تغییر می‌کند؟

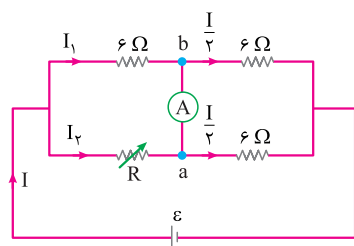


- (۱) به طور پیوسته کاهش می‌یابد.
- (۲) به طور پیوسته افزایش می‌یابد.
- (۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.
- (۴) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

مطابق شکل زیر، اگر $R = 0$ باشد، تمام جریان I از رئوستا عبور می‌کند. با افزایش مقدار R ، جریان رفته‌رفته کاهش پیدا می‌کند و وقتی $R = 6 \Omega$ شود جریان عبوری از آن برابر $\frac{I}{4}$ می‌شود، یعنی اگر $0 \leq R \leq 6 \Omega$ تغییر کند، جریان عبوری از رئوستا از I تا $\frac{I}{4}$ کاهش می‌یابد:



به کمک قاعده انشعاب در گره a داریم:

$$I_2 = I_A + \frac{I}{4} \Rightarrow I_A = I_2 - \frac{I}{4}$$

چون مقدار I_2 کاهش می‌یابد، پس مقداری که آمپرسنج نشان می‌دهد هم کاهش می‌یابد.

اگر مقاومت رئوستا از 6Ω بیشتر شود ($6 \Omega < R < 10 \Omega$)، جریان عبوری از رئوستا از $\frac{I}{4}$ کم‌تر شده و چون جریان عبوری از مقاومت 6Ω (پایین سمت راست)، $\frac{I}{4}$ است، جریان در آمپرسنج باید از b به سمت a باشد، پس:

$$I_2 + I_A = \frac{I}{4} \Rightarrow I_A = \frac{I}{4} - I_2$$

با کاهش I_2 ، مقدار I_A افزایش می‌یابد.

کدام گزینه نادرست است؟

۶۱

- (۱) آنتالپی یک سامانه را می‌توان هم‌ارز با محتوای گرمایی آن در نظر گرفت.
- (۲) علامت مثبت و منفی ΔH یک فرایند، نقشی در تعیین بزرگی آن ندارد.
- (۳) مقدار معینی ماده با دما و فشار معین درون یک ظرف را می‌توان یک سامانه در نظر گرفت.
- (۴) ذره‌های سازنده یک نمونه ماده، تنها دارای انرژی جنبشی هستند.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

ذرات سازنده ماده علاوه بر انرژی جنبشی (ناشی از حرکت)، دارای انرژی پتانسیل نیز هستند که به دلیل نیروهای بین مولکولی یا درون‌مولکولی (مانند پیوندهای شیمیایی) پدید می‌آید.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): در بسیاری از منابع علمی معتبر، از آنتالپی با نام محتوای گرمایی یاد می‌شود.

گزینه (۲): علامت مثبت و منفی به ترتیب گرماگیربودن و گرماده‌بودن واکنش را تعیین می‌کند. مقدار عددی ΔH ، بزرگی آن را مشخص می‌کند.

گزینه (۳): یک نمونه ماده با مقدار آن در دما و فشار معین توصیف می‌شود، به طوری که 200°C گرم آب در دما و فشار اتاق را می‌توان یک نمونه ماده دانست. حالا ظرفی را در نظر بگیرید که محتوی این نمونه ماده باشد، چنین مجموعه‌ای یک سامانه به شمار می‌رود.

کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) نماد Q در واکنش $N_2O_4(g) \rightarrow 2NO_2(g)$ در سمت واکنش دهنده‌ها قرار می‌گیرد و با افزایش دما، غلظت گاز قهوه‌ای‌رنگ افزایش می‌یابد.
- (۲) در شرایط یکسان، مقدار گرمای آزاد شده در واکنش $CH_4(g) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(g)$ ، کم‌تر از مقدار گرمای آزاد شده در واکنش $CH_4(g) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(l)$ است.
- (۳) اگر واکنش $2O_3(g) \rightarrow 3O_2(g)$ در یک ظرف دربسته انجام شود، گرمای مبادله‌شده معادل آنتالپی واکنش است.
- (۴) واکنش فتوسنتز برخلاف اکسایش گلوکز، با جذب انرژی همراه بوده و در این واکنش، سطح انرژی فرآورده‌ها از واکنش دهنده‌ها بیشتر است.

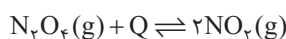
پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

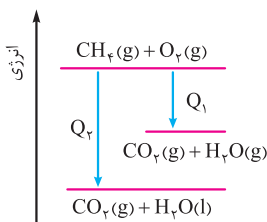
تغییر آنتالپی یک واکنش هم‌ارز با گرمایی است که هنگام انجام واکنش در فشار ثابت، با محیط پیرامون مبادله می‌شود. در واکنش $2O_3(g) \rightarrow 3O_2(g)$ شمار مول گازهای دو طرف واکنش برابر نیست؛ بنابراین طی این واکنش فشار ثابت نبوده و گرمای مبادله‌شده طی این واکنش برابر آنتالپی آن نیست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

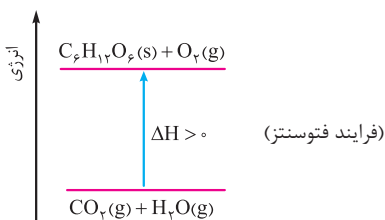
گزینه (۱): تجزیه N_2O_4 یک واکنش گرماگیر است؛ بنابراین نماد Q در سمت واکنش دهنده‌ها قرار می‌گیرد. با افزایش دما، واکنش تجزیه N_2O_4 با سرعت بیشتری انجام می‌شود و مقدار بیشتری NO_2 (گاز قهوه‌ای‌رنگ) تولید می‌شود؛ بنابراین غلظت آن در مخلوط واکنش افزایش می‌یابد:



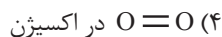
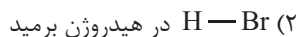
گزینه (۲): گرمای یک واکنش به حالت فیزیکی گونه‌های شرکت‌کننده در آن بستگی دارد. مطابق نمودار زیر، مقدار گرمای آزاد شده طی واکنش $CH_4(g) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(l)$ بیشتر است.



گزینه (۴): فتوسنتز یک واکنش گرماگیر بوده و با جذب انرژی همراه است و سطح انرژی فرآورده‌ها در آن از واکنش دهنده‌ها بیشتر است، در حالی که واکنش اکسایش گلوکز، گرماده بوده و سطح انرژی واکنش دهنده‌ها در آن از فرآورده‌ها بیشتر است.



مفهوم میانگین آنتالپی پیوند برای کدام یک از پیوندهای زیر قابل استفاده است؟

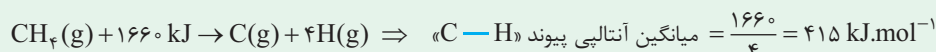


پاسخ: گزینه ۳



برای مولکول‌هایی مانند NH_3 ، H_2O و CH_4 که در آن‌ها، اتم مرکزی به چند اتم کناری یکسان با پیوندهای اشتراکی متصل است، به کار بردن «میانگین آنتالپی پیوند» مناسب‌تر است؛ به عبارت دیگر میانگین آنتالپی پیوند برای پیوندهایی که حداقل ۲ یا تعداد بیشتری از آن‌ها می‌توانند در یک مولکول وجود داشته باشند، اطلاق می‌شود.

مثال مولکول متان (CH_4) از چهار پیوند کاملاً یکسان « $\text{C}-\text{H}$ » تشکیل شده است، ولی چون انرژی لازم برای شکستن همه پیوندهای « $\text{C}-\text{H}$ » در این ترکیب یکسان نیست، برای پیوند « $\text{C}-\text{H}$ » از واژه «میانگین آنتالپی پیوند» استفاده می‌شود.



مهم‌ترین پیوندهایی که برای آن‌ها از واژه «میانگین آنتالپی پیوند» استفاده می‌شود، عبارت‌اند از:

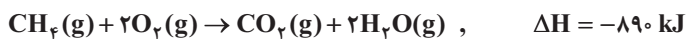
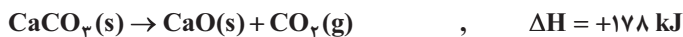


در مورد پیوندهایی که در مولکول‌های دواتمی وجود دارد، مثل « $\text{H}-\text{H}$ » در H_2 ، « $\text{N}\equiv\text{N}$ » در N_2 ، « $\text{O}=\text{O}$ » در O_2 ، « $\text{Cl}-\text{Cl}$ » در Cl_2 ، « $\text{Br}-\text{Br}$ » در Br_2 ، « $\text{H}-\text{F}$ » در HF ، « $\text{H}-\text{Cl}$ » در HCl و ... چون فقط همین یک نوع پیوند اشتراکی وجود دارد، نیازی به استفاده از واژه «میانگین آنتالپی پیوند» نیست.

برای $\text{N}-\text{H}$ در مولکول هیدرازین (N_2H_4) باید از میانگین آنتالپی پیوند استفاده کرد. سایر پیوندهای داده‌شده، مربوط به مولکول‌های دواتمی بوده و نیازی به استفاده از «میانگین آنتالپی پیوند» برای آن‌ها نیست.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

اگر ۶۰ درصد از گرمای تولید شده طی فرایند سوختن مقداری متان، گرمای لازم برای تجزیه مقدار مشخصی کلسیم کربنات را تأمین کند و مجموع جرم گاز کربن دی اکسید تولید شده در این دو واکنش برابر ۱۷/۶ گرم باشد، پس از پایان واکنش ها چند گرم فراورده جامد تولید می شود؟ ($\text{Ca} = 40, \text{O} = 16, \text{C} = 12; \text{g.mol}^{-1}$)



۲۵/۲ (۴)

۱۸/۶ (۳)

۱۶/۸ (۲)

۵/۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

فرض می کنیم X مول کلسیم کربنات و Y مول متان طی واکنش های گفته شده مصرف می شوند.

گام اول: ابتدا گرمای مبادله شده در هر دو واکنش را به دست می آوریم:

$$Q_{\text{CaCO}_3 \text{ تجزیه}} = x \text{ mol CaCO}_3 \times \frac{178 \text{ kJ}}{1 \text{ mol CaCO}_3} = 178x \text{ kJ}$$

$$Q_{\text{CH}_4 \text{ سوختن}} = y \text{ mol CH}_4 \times \frac{890 \text{ kJ}}{1 \text{ mol CH}_4} = 890y \text{ kJ}$$

گام دوم: طبق فرض سؤال، ۶۰ درصد از گرمای تولید شده در واکنش سوختن متان طی واکنش تجزیه کلسیم کربنات مصرف می شود؛ بنابراین:

$$Q_{\text{CH}_4 \text{ سوختن}} \times \frac{60}{100} = Q_{\text{CaCO}_3 \text{ تجزیه}} \Rightarrow 890y \times 0.6 = 178x \Rightarrow 3y = x \quad (1)$$

گام سوم: از جرم CO_2 تولید شده، مقدار مول آن را به دست می آوریم:

$$17/6 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} = 0.4 \text{ mol CO}_2$$

گام چهارم: با استفاده از X و Y مقدار مول CO_2 تولید شده در این دو واکنش را به دست می آوریم:

$$\left. \begin{aligned} x \text{ mol CaCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CaCO}_3} &= x \text{ mol CO}_2 \\ y \text{ mol CH}_4 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CH}_4} &= y \text{ mol CO}_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x + y = 0.4 \quad (2)$$

گام پنجم: با استفاده از ۲ معادله به دست آمده، دستگاه تشکیل می دهیم و مقادیر X و Y را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} 3y = x \\ x + y = 0.4 \end{cases} \Rightarrow 4y = 0.4 \Rightarrow y = 0.1 \text{ mol}, x = 0.3 \text{ mol}$$

گام ششم: تنها فراورده جامد تولید شده در این دو واکنش CaO است. در نهایت با استفاده از مول کلسیم کربنات، جرم CaO تولید شده را به دست می آوریم:

$$0.3 \text{ mol CaCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol CaO}}{1 \text{ mol CaCO}_3} \times \frac{56 \text{ g CaO}}{1 \text{ mol CaO}} = 16.8 \text{ g CaO}$$

درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر به ترتیب در کدام گزینه آمده است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)
 • اگر آنتالپی پیوند $C-H$ در مولکول CH_4 برابر $415 kJ.mol^{-1}$ باشد، ΔH واکنش $CH_4(g) \rightarrow C(s) + 4H(g)$ برابر $1660 kJ$ است.

• اگر آنتالپی پیوند $C-C$ برابر $348 kJ.mol^{-1}$ باشد، آنتالپی پیوند $C \equiv C$ می‌تواند بیش‌تر از $696 kJ.mol^{-1}$ باشد.
 • اگر a, b, c و d به ترتیب آلکان، آلکین و الکل هم‌کربن باشند، مقایسه قدرمطلق آنتالپی سوختن آن‌ها به صورت $|\Delta H_d| > |\Delta H_c| > |\Delta H_b| > |\Delta H_a|$ است.
 • اگر ارزش سوختی متان $2/5$ برابر ارزش سوختی متانول باشد، گرمای آزادشده از سوختن 32 گرم متان با گرمای آزادشده از سوختن $2/5$ مول متانول در شرایط یکسان برابر است.

(۲) نادرست - نادرست - نادرست - درست

(۱) نادرست - درست - نادرست - نادرست

(۴) نادرست - نادرست - درست - نادرست

(۳) درست - نادرست - نادرست - درست

پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های اول تا سوم، نادرست و عبارت چهارم، درست است.

بررسی موارد:

مورد اول: با توجه به تعریف آنتالپی پیوند، به کار بردن آنتالپی‌های پیوند برای تعیین ΔH واکنش‌هایی مناسب است که همه مواد شرکت‌کننده در آن به حالت گازند؛ بنابراین آنتالپی واکنش $CH_4(g) \rightarrow C(g) + 4H(g)$ برابر آنتالپی پیوند $C-H$ و برابر $4 \times 415 = 1660 kJ$ است؛ در حالی که در معادله داده‌شده، حالت فیزیکی کربن، جامد است.
 مورد دوم: هر چه تعداد پیوند بین دو اتم بیشتر باشد، آنتالپی پیوند بیشتر خواهد بود؛ به عبارت دیگر آنتالپی پیوند سه‌گانه بیشتر از دوگانه و آنتالپی پیوند دوگانه نیز بیشتر از یگانه است.

آنتالپی پیوند: $C \equiv C > C = C > C - C$
 (۳۴۸) (۶۱۴) (۸۳۹)

توجه: آنتالپی پیوند $C \equiv C$ کم‌تر از ۳ برابر و آنتالپی پیوند $C = C$ کم‌تر از ۲ برابر آنتالپی پیوند $C - C$ است؛ بنابراین آنتالپی پیوند $C = C$ کم‌تر از $696 kJ.mol^{-1}$ (2×348) خواهد بود.

مورد سوم: مقایسه قدرمطلق آنتالپی سوختن آلکان، آلکین و الکل هم‌کربن به صورت زیر است:

آلکین > الکل > آلکان = آنتالپی سوختن

بنابراین مقایسه درست در این مورد به صورت زیر است:

$|\Delta H_a| > |\Delta H_b| > |\Delta H_d| > |\Delta H_c|$

مورد چهارم: ارزش سوختی همان گرمای حاصل از سوختن یک گرم ماده است.

مطابق فرض سؤال، ارزش سوختی متانول را a و ارزش سوختی متان را $2/5a$ در نظر می‌گیریم و گرمای آزادشده به ازای سوختن $32 g$ متان را برحسب a به دست می‌آوریم:

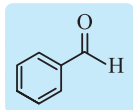
$$32 g CH_4 \times \frac{2/5a kJ}{1 g CH_4} = 80a kJ$$

از آنجایی که گرمای تولیدشده در اثر سوختن این مقدار متان و متانول با هم برابر است، مقدار مول متانول را به دست می‌آوریم:

$$80a kJ \times \frac{1 g CH_4O}{a kJ} \times \frac{1 mol CH_4O}{32 g CH_4O} = 2/5 mol CH_4O$$

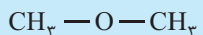
کدام مورد، عبارت زیر را به درستی کامل می‌کند؟

«در ساختار مولکول ، مولکول وجود دارد.»

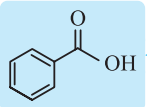


(۱) ۲ - هپتانول - برخلاف - اتانول - پیوند C—O

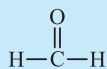
(۲) نخستین عضو خانواده الکالها - همانند - نخستین عضو از خانواده اترها - ۴ اتم هیدروژن



(۳) بنزالدهید - برخلاف - بنزوئیک اسید - ۴ پیوند دوگانه



(۴) نخستین عضو خانواده آلدهیدها - همانند - کربن مونوکسید - ۴ الکترون ناپیوندی



پاسخ: گزینه ۴

درس Box

به آرایش منظمی از اتم‌ها که به مولکول آلی دارای آن، خواص فیزیکی و شیمیایی منحصر به فردی می‌دهد، گروه عاملی می‌گویند.

گروه‌های عاملی که در فصل (۲) یازدهم می‌فونین و ویژگی‌های اون‌ها رو فاصله‌وار و جمع و جور آوردیم براتون!

نام خانواده	آلدهیدها	کتون‌ها	الکل‌ها	اترها	کربوکسیلیک اسیدها
فرمول ساختاری و نام گروه عاملی	—C—H آلدهیدی	—C— کتونی	—OH هیدروکسیل	—O— اتری	—C—OH کربوکسیل
فرمول کلی	R—C—H R هیدروژن یا گروه هیدروکربنی است.	R—C—R' R و R' گروه هیدروکربنی هستند.	R—OH R گروه هیدروکربنی است.	R—O—R' R و R' گروه هیدروکربنی هستند.	R—C—OH R هیدروژن یا گروه هیدروکربنی است.
فرمول ساختاری ساده‌ترین عضو خانواده	H—C—H	$\text{CH}_3\text{—C—CH}_3$	$\text{CH}_3\text{—OH}$	$\text{CH}_3\text{—O—CH}_3$	H—C—OH

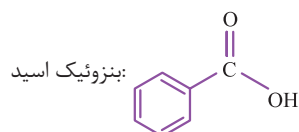
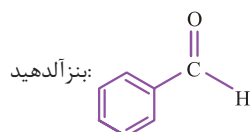
بررسی گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

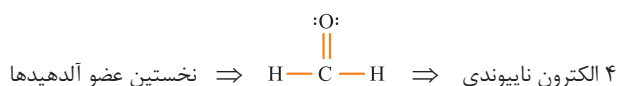
گزینه (۱): ۲ - هپتانول یک کتون ۷ کربنی (C—C—C—C—C—C—C) است و در ساختار آن پیوند C—O وجود ندارد، در حالی که اتانول ($\text{CH}_3\text{—CH}_2\text{—OH}$)، دارای پیوند C—O می‌باشد.

گزینه (۲): نخستین عضو خانواده الکالها (متانول، CH_3OH)، ۴ اتم هیدروژن و نخستین عضو خانواده اترها (دی‌متیل اتر، $\text{CH}_3\text{—O—CH}_3$)، ۶ اتم هیدروژن دارد.

گزینه (۳): هر دو مولکول بنزالدهید و بنزوئیک اسید، ۴ پیوند دوگانه دارند:



گزینه (۴): ساختار لوویس هر دو مولکول را ببینید:



اگر مجموع آنتالپی پیوندهای $H-H$ و $Cl-Cl$ برابر ۶۷۸ و مجموع آنتالپی پیوندهای $F-F$ و $H-H$ برابر ۵۹۵ کیلوژول بر مول باشد، با توجه به معادله‌های زیر، تفاوت آنتالپی پیوندهای $H-Cl$ و $H-F$ ، چند کیلوژول بر مول است؟



۱۰۱/۵ (۴)

۲۲۰/۵ (۳)

۱۷۳/۵ (۲)

۱۳۷/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

برای محاسبه ΔH واکنش‌های گازی به کمک آنتالپی‌های پیوند از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$\Delta H (\text{واکنش}) = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}]$$

رابطه ΔH را برای هر دو واکنش می‌نویسیم:

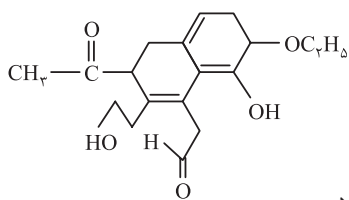
$$۱) -186 = \underbrace{[\Delta H(H-H) + \Delta H(Cl-Cl)]}_{678} - 2\Delta H(H-Cl) \Rightarrow \Delta H(H-Cl) = \frac{678 + 186}{2} = 432 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

$$۲) -544 = \underbrace{[\Delta H(H-H) + \Delta H(F-F)]}_{595} - 2\Delta H(H-F) \Rightarrow \Delta H(H-F) = \frac{595 + 544}{2} = 569.5 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

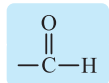
$$\Rightarrow \Delta H(H-F) - \Delta H(H-Cl) = 569.5 - 432 = 137.5 \text{ kJ.mol}^{-1}$$



پاسخ خیلی تشریحی ✓



با توجه به ساختار ترکیب آلی روبه‌رو، کدام عبارت درست است؟



(۱) در ساختار آن، گروه عاملی کتونی برخلاف آلدهیدی یافت نمی‌شود.

(۲) هر مول از آن در واکنش با ۳ مول گاز هیدروژن، به یک آلکان تبدیل می‌شود.

(۳) ترکیبی آروماتیک بوده و شمار اتم‌های هیدروژن در آن، ۵/۱ برابر شمار اتم‌های کربن است.

(۴) ترکیبی با فرمول مولکولی مشابه، اما ساختار متفاوت با آن، سطح انرژی متفاوتی با ترکیب داده‌شده دارد.

پاسخ: گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه (۱): در ساختار ترکیب مورد نظر، هم گروه عاملی کتونی (—C(=O)—) و هم گروه عاملی آلدهیدی (—C(=O)H) وجود دارد.

گزینه (۲): ترکیب داده‌شده، ۳ پیوند C=C دارد و هر مول از آن می‌تواند با ۳ مول گاز هیدروژن واکنش دهد، اما با این واکنش، تبدیل به آلکان ($\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$) نمی‌شود، زیرا هم‌چنان هم حلقه دارد و هم اتم اکسیژن!

گزینه (۳): در ساختار ترکیب، حلقه بنزنی وجود ندارد؛ بنابراین آروماتیک محسوب نمی‌شود. در ضمن فرمول مولکولی این ترکیب به صورت $\text{C}_{18}\text{H}_{24}\text{O}_5$ است.

گزینه (۴): ترکیباتی با فرمول مولکولی مشابه، اما با ساختار متفاوت، ایزومر (همپار) یکدیگر محسوب می‌شوند. به دلیل ساختار متفاوت، سطح انرژی ایزومرها با یکدیگر یکسان نیست.

فرمول شیمیایی C_3H_8O را می‌توان به نوع الکل و نوع اتر نسبت داد. (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

۱ - ۱ (۴)

۲ - ۱ (۳)

۱ - ۲ (۲)

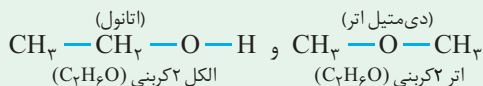
۲ - ۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲



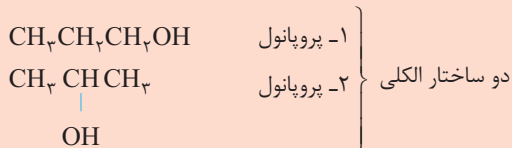
الکل‌ها و اترهایی که تعداد کربن برابر دارند، به شرطی که هر دو یک عاملی و سیرشده خطی (غیرحلقوی) باشند، ایزومر یکدیگرند. فرمول عمومی الکل‌ها و اترهای یک عاملی سیرشده و خطی با n اتم کربن، به صورت $C_nH_{2n+2}O$ است.

فرمول عمومی: $C_nH_{2n+2}O$ → در تعداد کربن برابر و به شرط این که R و R' زنجیر آلکیل باشند. اترها: $R-O-R'$ ، الکل‌ها: $R-OH$



فرمول C_3H_8O را می‌توان به دو الکل و یک اتر نسبت داد. پاسخ خیلی تشریحی ✓

یک ساختار اتری $CH_3CH_2-O-CH_3$



اگر آنتالپی سوختن ترکیب آلی با فرمول $(C_nH_{2n+2}O)$ ، برابر ۱۳۶۰ کیلوژول بر مول باشد و از سوختن $۱۱/۵$ گرم از آن، ۳۴۰ کیلوژول گرما آزاد شود، این ترکیب کدام و فرمول مولکولی آن، دارای چند ساختار متفاوت است؟ ($H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶ : g.mol^{-1}$)

(سؤال ۹۲ کنکور تهرانی ۱۴۰۴ - نوبت اول)

۲) C_3H_8O ، دو

۴) C_3H_8O ، یک

۱) C_2H_6O ، دو

۳) C_2H_6O ، یک

۷۰ در کدام گزینه مقایسه ارزش سوختی چربی (a)، پروتئین (b) و کربوهیدرات (c) به درستی آمده است؟

$$b > c > a \text{ (۲)}$$

$$a > b > c \text{ (۱)}$$

$$c > a = b \text{ (۴)}$$

$$a > b = c \text{ (۳)}$$

پاسخ: گزینه ۲

مقایسه ارزش سوختی کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها و پروتئین‌ها، این‌طور است:

$$\text{پروتئین} = \text{کربوهیدرات} > \text{چربی} \quad \text{ارزش سوختی}$$

$$17 \text{ kJ.g}^{-1} \quad 17 \text{ kJ.g}^{-1} \quad 38 \text{ kJ.g}^{-1}$$

پس بدانید و آگاه باشید! که ارزش سوختی کربوهیدرات‌ها با پروتئین‌ها برابر بوده و ارزش سوختی چربی بیش از دو برابر این دو ماده غذایی است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

یک وعده غذایی شامل ۱۰۰ گرم تخم مرغ، ۱۳۰ گرم نان و ۱۶ گرم پنیر است. با انرژی حاصل از این وعده غذایی، حدود چند ساعت می توان پیاده روی کرد؟ (آهنگ مصرف انرژی در پیاده روی حدود ۸۰۰ کیلوژول در هر ساعت است.)

خوراکی	ارزش سوختی ($\text{kJ} \cdot \text{g}^{-1}$)
نان	۱۱/۵
پنیر	۲۰/۰
تخم مرغ	۶/۰

۸ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: با توجه به ارزش سوختی خوراکی ها، انرژی حاصل از وعده غذایی را حساب می کنیم:

$$\text{انرژی} = \left(100 \text{ g تخم مرغ} \times \frac{6 \text{ kJ}}{1 \text{ g تخم مرغ}} \right) + \left(130 \text{ g نان} \times \frac{11.5 \text{ kJ}}{1 \text{ g نان}} \right) + \left(16 \text{ g پنیر} \times \frac{20 \text{ kJ}}{1 \text{ g پنیر}} \right)$$

$$= 600 + 1495 + 320 = 2415 \text{ kJ}$$

گام دوم: با توجه به مقدار انرژی و آهنگ مصرف انرژی در پیاده روی، زمان را حساب می کنیم:

$$2415 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ h}}{800 \text{ kJ}} \approx 3 \text{ h}$$

یک وعده غذایی شامل ۱۰۰ گرم تخم مرغ، ۱۴۶ گرم نان و ۵۰ گرم سیب زمینی، به تقریب برای چند روز می تواند انرژی لازم برای تپش قلب شخصی با متوسط ضربان ۷۵ بار در دقیقه را فراهم کند؟ (انرژی لازم برای هر تپش را ۱ J در نظر بگیرید، $1 \text{ cal} = 4/2 \text{ J}$)

(سؤال ۲۵۲ کنکور تهرانی ۱۳۹۹)

ارزش سوختی ۱۰۰ g	kcal
تخم مرغ	۱۴۰
نان	۲۵۰
سیب زمینی	۷۰

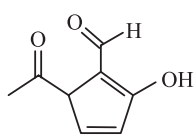
۲۳ (۴)

۲۱ (۳)

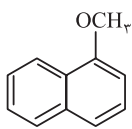
۱۸ (۲)

۱۷ (۱)

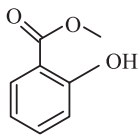
با توجه به ساختارهای زیر، کدام مورد نادرست است؟



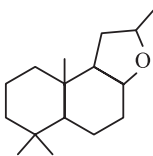
(A)



(B)



(X)



(D)

(۱) A و X، ایزومر یکدیگرند.

(۲) در ساختار مولکولهای B و D، گروه عاملی اتری وجود دارد.

(۳) تفاوت جرم مولی مولکولهای B و D، با جرم مولی پنتان برابر است.

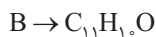
(۴) ضریب گاز اکسیژن در معادله موازنه شده سوختن کامل مولکول B، برابر ۱۳ است.



پاسخ: گزینه ۲

فرمول مولکولی ترکیبهای داده شده به صورت زیر است:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



بررسی گزینه‌ها:

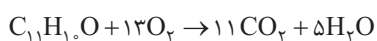
گزینه (۱): A و X فرمول مولکولی یکسان، اما ساختار متفاوت دارند؛ بنابراین ایزومر یکدیگر محسوب می‌شوند.

گزینه (۲): در ساختار هر دو مولکول B و D، گروه عاملی اتری ($-O-$) وجود دارد.

گزینه (۳): با کم کردن فرمول مولکولی B و D از یکدیگر، فرمول پنتان به دست نمی‌آید:



گزینه (۴): معادله موازنه شده واکنش سوختن کامل B به صورت زیر است:



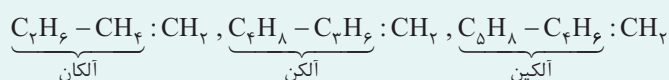
اگر آنتالپی سوختن دو گاز متان و پروپان به ترتیب -۸۹۰ و -۲۲۳۰ کیلوژول بر مول باشد، بر اثر جذب گرمای حاصل از سوختن $۱/۵$ گرم گاز اتان، ۱۰ کیلوگرم از کدام ماده، تغییر دمای بیشتری خواهد داشت و این تغییر به تقریب برابر چند درجه سلسیوس است؟ ($H = ۱$, $C = ۱۲$: g.mol^{-1})

آهن	آلومینیم	ماده
$۰/۴۵$	$۰/۹$	ظرفیت گرمایی ویژه ($\text{J.g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$)

(۲) آهن، $۱۷/۳۳$ (۱) آلومینیم، $۱۷/۳۳$ (۴) آهن، $۸/۶۶$ (۳) آلومینیم، $۸/۶۶$

پاسخ: گزینه ۲

اگر به فرمول مولکولی چند عضو خانواده آلکان‌ها، آلکن‌ها و آلکین‌ها دقت کنید، می‌بینید که هر دو عضو متوالی از این خانواده‌ها در یک گروه CH_2 با هم اختلاف دارند:



بنابراین می‌توان گفت تفاوت آنتالپی سوختن دو عضو متوالی از یک خانواده تقریباً ثابت است. به طور مثال، اختلاف آنتالپی سوختن متان و اتان با اختلاف آنتالپی سوختن اتان و پروپان تقریباً برابر است؛ پس اگر ما آنتالپی‌های سوختن متان و اتان را داشته باشیم، می‌توانیم آنتالپی سوختن پروپان را پیش‌بینی کنیم. آنتالپی‌های سوختن متان و اتان به ترتیب -۸۹۰ و -۱۵۶۰ کیلوژول بر مول است؛ بنابراین خواهیم داشت:

آنتالپی سوختن متان - آنتالپی سوختن اتان = آنتالپی سوختن اتان - آنتالپی سوختن پروپان

$$-۲۲۳۰ \text{ kJ.mol}^{-1} = \text{آنتالپی سوختن پروپان} \Rightarrow (-۸۹۰) - (-۱۵۶۰) = (-۱۵۶۰) - \text{آنتالپی سوختن پروپان}$$

به طور دیگر هم می‌شد گفت، متان و اتان در یک گروه CH_2 با هم اختلاف دارند؛ پس اختلاف آنتالپی سوختن آن‌ها مربوط به گرمای حاصل از سوختن یک گروه CH_2 است:

$$\Delta H_{\text{سوختن}}(\text{CH}_2) = -۱۵۶۰ - (-۸۹۰) = -۶۷۰ \text{ kJ.mol}^{-1}$$

اتان و پروپان هم در یک گروه CH_2 با هم اختلاف دارند، پس کافی است -۶۷۰ kJ به آنتالپی سوختن اتان اضافه کنیم تا آنتالپی سوختن پروپان به دست آید:

$$\Delta H_{\text{سوختن}}(\text{CH}_2) = -۱۵۶۰ - ۶۷۰ = -۲۲۳۰ \text{ kJ}$$

اگر دو عضو غیرمتوالی آلکان‌ها رو هم به ما دادن، می‌شه از این روش استفاده کرد، به طور مثال می‌توان نوشت:

$$\Delta H_{\text{سوختن}}(\text{C}_8\text{H}_{18}) = \Delta H_{\text{سوختن}}(\text{C}_7\text{H}_{16}) + 6\Delta H_{\text{سوختن}}(\text{CH}_2) = -۱۵۶۰ + 6(-۶۷۰) = -۵۵۸۰ \text{ kJ.mol}^{-1}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ **گام اول:** ابتدا آنتالپی سوختن اتان را به دست می‌آوریم، برای این کار ابتدا لازم است آنتالپی سوختن گروه CH_2 را محاسبه

کرده و سپس مقدار آن را با آنتالپی سوختن متان جمع کنیم:

$$|\Delta H(\text{CH}_2)| = \frac{|\Delta H(\text{C}_3\text{H}_8)| - |\Delta H(\text{CH}_4)|}{2} = \frac{۲۲۳۰ - ۸۹۰}{2} = ۶۷۰ \text{ kJ.mol}^{-1}$$

$$|\Delta H(\text{C}_2\text{H}_6)| = |\Delta H(\text{CH}_4)| + |\Delta H(\text{CH}_2)| = ۸۹۰ + ۶۷۰ = ۱۵۶۰ \text{ kJ.mol}^{-1}$$

گام دوم: گرمای آزاد شده به ازای سوختن $۱/۵$ گرم گاز اتان را به دست می‌آوریم:

$$Q = ۱/۵ \text{ g C}_2\text{H}_6 \times \frac{۱ \text{ mol C}_2\text{H}_6}{30 \text{ g C}_2\text{H}_6} \times \frac{۱۵۶۰ \text{ kJ}}{۱ \text{ mol C}_2\text{H}_6} = ۷۸ \text{ kJ}$$

قسمت اول: هر چه ظرفیت گرمایی ویژه یک ماده کم‌تر باشد، تغییر دمای آن به ازای گرمای برابر بیشتر است؛ بنابراین تغییر دمای یک نمونه ۱۰ کیلوگرمی آهن به ازای گرمای برابر بیشتر است.

قسمت دوم: با استفاده از رابطه $Q = mc\Delta\theta$ مقدار تغییر دما را به دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \xrightarrow{Q=78 \text{ kJ}, c=0.45, m=10 \text{ kg}} 78 = 10 \times 0.45 \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{78}{4.5} = \frac{78 \times 2}{9} = ۱۷/۳^\circ\text{C}$$

کدام مورد درست است؟ ۷۴

- (۱) گرماسنج لیوانی برای تعیین ΔH فرایندهای انحلال و واکنش‌هایی که در حالت محلول انجام می‌شوند، مناسب است.
 (۲) متان به گاز مرداب معروف است و در آزمایشگاه می‌توان آن را از واکنش گرافیت و گاز هیدروژن تهیه کرد.
 (۳) با افزودن محلول سدیم نیترات به نقره کلرید، یک واکنش سریع انجام شده و نوعی رسوب سفیدرنگ تولید می‌شود.
 (۴) در دمای اتاق، الیاف آهن در هوا نمی‌سوزد، در حالی که همان مقدار الیاف آهن در یک ارلن پر از اکسیژن می‌سوزد.

پاسخ: گزینه ۱

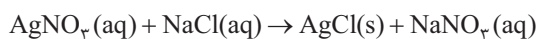
پاسخ خیلی تشریحی ✓

از گرماسنج لیوانی برای تعیین گرمای واکنش در فشار ثابت، به روش تجربی استفاده می‌شود. مانند تعیین ΔH فرایندهای انحلال و واکنش‌هایی که در حالت محلول انجام می‌شوند و فشار سامانه در آن‌ها ثابت است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

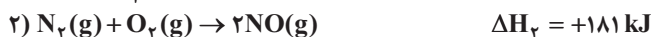
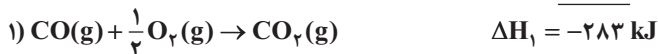
گزینه (۲): متان به گاز مرداب معروف است، اما در آزمایشگاه نمی‌توان آن را از واکنش گرافیت و گاز هیدروژن تهیه کرد، زیرا تأمین شرایط بهینه برای انجام این واکنش بسیار دشوار است.

گزینه (۳): واکنش زیر یک واکنش سریع است و با تولید رسوب سفید نقره کلرید (AgCl) همراه است:



گزینه (۴): الیاف آهن داغ و سرخ‌شده در هوا نمی‌سوزد، در حالی که همان مقدار الیاف آهن داغ و سرخ‌شده در یک ارلن پر از اکسیژن می‌سوزد، زیرا غلظت O_2 در هوا بسیار کم است و هرچند دما بالاست، ولی واکنش سوختن الیاف آهنی انجام نمی‌شود. این موضوع اثر غلظت بر سرعت واکنش را نشان می‌دهد.

با توجه به واکنش‌های داده‌شده، کدام مورد نادرست است؟



(۱) برای محاسبه آنتالپی واکنش (۳)، باید واکنش (۱) را در ۲ ضرب کرده و واکنش (۲) را وارونه کنیم.

(۲) واکنش (۳) یک واکنش گرماده است و آنتالپی آن برابر -747 kJ است.

(۳) واکنش تجزیه NO به عنصرهای سازنده، یک واکنش گرماگیر است.

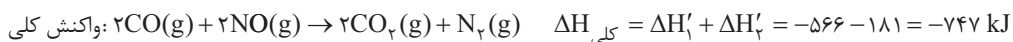
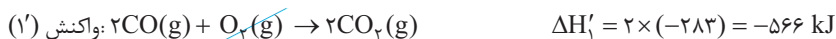
(۴) مطابق واکنش‌های (۱) و (۲)، گرمای آزادشده در تشکیل ۲ مول CO_2 ، بیشتر از گرمای مبادله‌شده در تشکیل ۴ مول NO است.

پاسخ: گزینه ۳

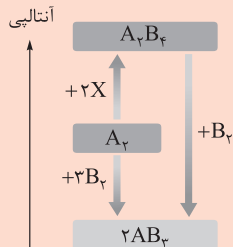
پاسخ خیلی تشریحی ✓

واکنش $\text{N}_2 + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{NO}$ گرماگیر ($\Delta H > 0$) است؛ بنابراین وارونه آن یعنی تجزیه NO به عنصرهای سازنده، گرماده ($\Delta H < 0$) می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌های (۱) و (۲): ضرب CO در واکنش (۳) برابر ۲ است؛ بنابراین معادله واکنش (۱) را باید در ۲ ضرب کنیم. همچنین (2NO) در سمت چپ معادله (۳) قرار دارد، از این‌رو معادله واکنش (۲) را باید وارونه کنیم:گزینه (۴): مطابق واکنش (۱) در تشکیل ۲ مول CO_2 ، $566 = 2 \times 283$ کیلوژول و مطابق واکنش (۲) در تشکیل ۴ مول NO، $362 = 2 \times 181$ کیلوژول گرما مبادله خواهد شد.

با توجه به نمودار زیر، کدام مورد نادرست است؟ (همه گونه‌ها گازی شکل اند).



- (۱) مولکول X مانند مولکول کربن مونوکسید، دواتمی است.
- (۲) فرایند تشکیل A_2B_4 از عناصر سازنده‌اش، یک فرایند گرماگیر است.
- (۳) مجموع آنتالپی پیوندها در ۲ مول AB_3 ، کوچک‌تر از مجموع آنتالپی پیوندها در ۱ مول A_2 و ۳ مول B_2 است.
- (۴) مولکول A_2B_4 از AB_3 ناپایدارتر است.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به نمودار، واکنش $A_2 + 3B_2 \rightarrow 2AB_3$ گرماده است؛ بنابراین طبق رابطه محاسبه ΔH واکنش به کمک آنتالپی‌های پیوند، مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده بزرگ‌تر از مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده است.

$$[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}] = \Delta H (\text{واکنش})$$

$$\Delta H < 0 \rightarrow x < y$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): معادله واکنش تشکیل A_2B_4 را ببینید:



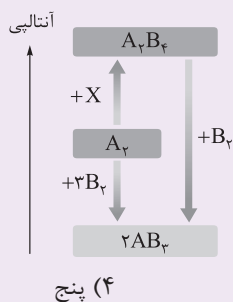
X، مولکول B_2 است که مانند کربن مونوکسید (CO)، دواتمی است.

گزینه (۲): با توجه به نمودار، واکنش $A_2 + 2B_2 \rightarrow A_2B_4$ ، گرماگیر است.

گزینه (۴): A_2B_4 سطح انرژی بالاتری نسبت به AB_3 دارد؛ بنابراین ناپایدارتر است.

(سوال ۲۲۸ کنکور تیرماه ۱۴۰۱)

با توجه به نمودار زیر، چند مورد از مطالب زیر درست است؟ (همه گونه‌ها گازی شکل اند).



- (۱) دو (۲) سه (۳) چهار (۴) پنج

- به جای X می‌توان $2B_2$ را قرار داد.
- به یک واکنش سه مرحله‌ای مربوط است.
- محتوای انرژی A_2 از A_2B_4 کم‌تر و از AB_3 بیشتر است.
- علامت ΔH واکنش تشکیل A_2B_4 و AB_3 مخالف یکدیگر است.
- مولکول A_2B_4 از AB_3 پایدارتر است، زیرا پیوندهای بیشتری دارد.

کنکور

کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

- (الف) تجربه نشان می‌دهد که محیط سرد، مرطوب و تاریک برای نگهداری انواع مواد غذایی مناسب‌تر است.
- (ب) پوست و پوشش میوه‌ها و خشکبار یک عامل طبیعی است که با کاهش تبخیر آب موجود در این مواد غذایی، زمان ماندگاری آن‌ها را افزایش می‌دهد.
- (پ) با گرم کردن محلول بنفش‌رنگ پتاسیم پرمنگنات با یک اسید آلی در دمای اتاق، محلول با سرعت بیشتری بی‌رنگ می‌شود.
- (ت) افزایش سرعت واکنش سوختن قند آغشته به خاک باغچه، همانند واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید در حضور چند قطره پتاسیم هیدروکسید، به دلیل وجود کاتالیزگر در این واکنش‌ها است.
- (۱) الف - ب (۲) ب - پ
- (۳) الف - پ - ت (۴) الف - ب - ت

پاسخ: گزینه ۴

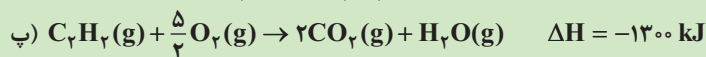
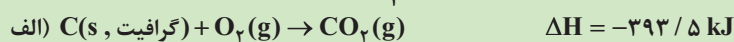
موارد «الف»، «ب» و «ت» نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

- (الف) محیط سرد، خشک و تاریک برای نگهداری انواع مواد غذایی مناسب‌تر است.
- (ب) وجود پوست و پوشش میوه‌ها و خشکبار یک عامل طبیعی برای افزایش زمان ماندگاری است، زیرا مانع از ورود اکسیژن و جانداران ذره‌بینی به درون آن‌ها می‌شود.
- (پ) محلول بنفش‌رنگ پتاسیم پرمنگنات با یک اسید آلی در دمای اتاق به کندی واکنش می‌دهد، اما با گرم‌شدن، محلول به سرعت بی‌رنگ می‌شود.
- (ت) کاتالیزگرها باعث افزایش سرعت واکنش می‌شوند، برای مثال در سوختن قند آغشته به خاک باغچه و اضافه کردن چند قطره محلول پتاسیم یدید (نه پتاسیم هیدروکسید!) به محلول هیدروژن پراکسید، حضور کاتالیزگر سرعت این واکنش‌ها را افزایش می‌دهد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به واکنش‌های داده‌شده، آنتالپی واکنش $\text{H}_2(\text{g}) + \frac{1}{2}\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{H}_2\text{O}(\text{g})$ چند کیلوژول است؟



(۲) $-286 / 3$

(۱) $-394 / 5$

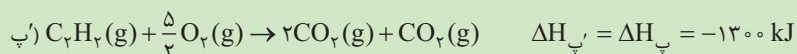
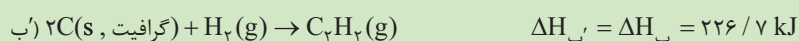
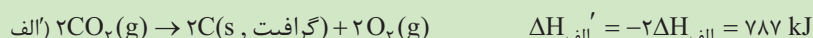
(۴) $-266 / 4$

(۳) $-124 / 5$

پاسخ: گزینه ۲

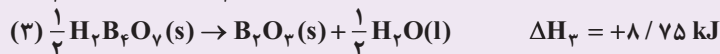
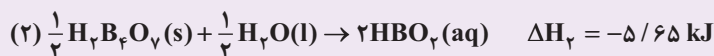
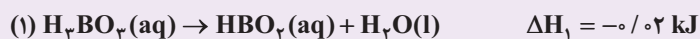
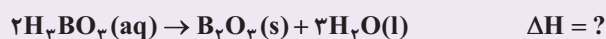
پاسخ خیلی تشریحی ✓

برای رسیدن به واکنش اصلی، به واکنش‌های «ب» و «پ» دست نمی‌زنیم و به خاطر O_2 و حذف CO_2 ، واکنش «الف» را وارونه و در ۲ ضرب می‌کنیم (به خاطر حذف 2CO_2 در واکنش «پ»):



(سوال ۱۲ - امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳)

با توجه به اطلاعات داده‌شده، آنتالپی واکنش زیر را حساب کنید.



کدام مطلب درست است؟

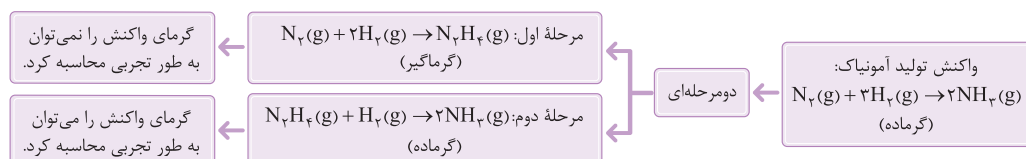
- (۱) در صنعت، هیدروژن پراکسید را از واکنش هیدروژن و اکسیژن در دماهای بالا به دست می‌آورند.
- (۲) شیمی‌دان‌های هواکره واکنشی طراحی کرده‌اند تا از واکنش CO و NO ، گازهایی با آلاینده‌گی کمتر و پایداری بیشتر به دست آید.
- (۳) جرم CO_2 حاصل از سوختن یک گرم اتان در مقایسه با یک گرم اتانول کمتر است، زیرا جرم مولی اتان از اتانول کمتر است.
- (۴) هیدرازین نسبت به آمونیاک ناپایدارتر است، اما علامت آنتالپی تشکیل هر دو ماده از گازهای N_2 و H_2 یکسان است.

پاسخ: گزینه ۲

بررسی گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

- گزینه (۱): تهیه H_2O_2 از واکنش $\text{H}_2 + \text{O}_2 \rightarrow \text{H}_2\text{O}_2$ ممکن نیست، زیرا از این واکنش، آب تولید می‌شود که پایدارتر است.
- گزینه (۲): طراحی واکنش زیر، باعث تبدیل آلاینده‌های CO و NO به گازهایی با آلاینده‌گی کمتر و پایداری بیشتر می‌شود.
- $$2\text{CO(g)} + 2\text{NO(g)} \rightarrow \text{N}_2\text{(g)} + 2\text{CO}_2\text{(g)}$$
- گزینه (۳): جرم CO_2 تولیدشده از سوختن 1 g اتانول نسبت به 1 g اتان کمتر است.
- گزینه (۴): علامت ΔH واکنش $\text{N}_2 + 2\text{H}_2 \rightarrow \text{N}_2\text{H}_4$ ، مثبت و علامت ΔH واکنش $\text{N}_2 + 3\text{H}_2 \rightarrow 2\text{NH}_3$ ، منفی است.



چه تعداد از عوامل زیر، سبب کاهش سرعت واکنش $2H_2O_2(aq) \rightarrow 2H_2O(l) + O_2(g)$ می شود؟

- کاهش دمای محلول
- کاهش غلظت مولی هیدروژن پراکسید
- اضافه کردن چند قطره محلول پتاسیم یدید
- اضافه کردن آب به ظرف واکنش

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

سه مورد (کاهش دمای محلول، کاهش غلظت مولی هیدروژن پراکسید و اضافه کردن آب به ظرف واکنش) باعث کاهش سرعت واکنش می شوند. در این واکنش، محلول پتاسیم یدید نقش کاتالیزگر را دارد و سرعت واکنش را افزایش می دهد.