



آزمون خیلی سبز؛ یک آزمون استراتژیک



مثل کنکورترین آزمون آزمایشی

دفترچه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه آرای، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه‌ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.



مرحله ۶ دوازدهم تجربی | زیست‌شناسی

صفحه ۲

- ۱- در بخشی از کتاب درسی، آزمایشات دانشمندی در سه مرحله کلی آورده شده است که به بحث‌ها و پژوهش‌های چندساله درباره ماهیت ماده ژنتیک خاتمه داد. در هر مرحله‌ای از این آزمایشات که از پروتئازها استفاده شد، کدام مورد زیر مشاهده می‌شود؟
 - (۱) عدم تجزیه ماده وراثتی
 - (۲) انتقال صفت بین یاخته‌های زنده
 - (۳) عدم استفاده از گریزانه (سانتریفیوژ)
 - (۴) قرارگیری باکتری‌ها در چهار ظرف متمایز
- ۲- کدام ویژگی، درباره هیچ‌یک از کاتالیزورهای زیستی فعال در یاخته‌های کبدی انسان صادق نیست؟
 - (۱) در طی شرکت در واکنش‌های شیمیایی مصرف می‌شوند.
 - (۲) پس از قرار گرفتن مواد سمی در جایگاه فعال آن‌ها، به فعالیت صحیحشان ادامه می‌دهند.
 - (۳) با اثر بر یک نوع پیش ماده خاص، قادر به تولید چند نوع فراورده مختلف در درون یاخته می‌باشند.
 - (۴) بدون نیاز به شکل‌گیری جایگاه فعال در نتیجه تشکیل ساختار سوم پروتئینی، به انجام واکنش‌های شیمیایی می‌پردازند.
- ۳- کدام مورد برای تکمیل عبارت زیر، مناسب است؟
 حفظ یکی از آنزیم‌های شرکت‌کننده در فرایند همانندسازی دنا که بلافاصله بعد از تشکیل دوراهی همانندسازی، فعالیت خود را آغاز می‌کند.....
 - (۱) ماریپج دنا و دو رشته آن را از هم باز می‌کند
 - (۲) در ساخت یک رشته دنا در مقابل رشته الگو نقش دارد
 - (۳) بین گروه فسفات و گروه هیدروکسیل، پیوند اشتراکی می‌سازد
 - (۴) فاقد توانایی شکستن پیوند اشتراکی در فعالیت بسیارازی خود است
- ۴- با توجه به اطلاعات کتاب درسی درباره انواع نوکلئیک اسیدهای دورشته‌ای در یاخته‌های موزولا، نوکلئیک اسیدی که ساختار حلقوی دارد نسبت به نوکلئیک اسیدی که ساختار خطی دارد، چه مشخصه‌ای دارند؟ (در نظر بگیرید هر یک در زمان مشابهی همانندسازی می‌شوند).
 - (۱) توسط تعداد غشای کم‌تری محصور شده است.
 - (۲) همانندسازی را در جهات بیشتری انجام می‌دهد.
 - (۳) تعداد دوراهی‌های همانندسازی بیشتری دارد.
 - (۴) برای تکثیر آن، مقدار نوکلئوتیدهای آزاد کم‌تری مصرف می‌شود.
- ۵- کدام مورد، در خصوص آزمایشات یا نتایج کارهای گریفیت، نادرست است؟
 - (۱) در یکی از آزمایشات خود، علی‌رغم استفاده از باکتری‌های زنده بدون پوشینه، سبب مرگ موش شد.
 - (۲) در یکی از آزمایشات خود، علی‌رغم تزریق باکتری‌های زنده به موش، شاهد زنده ماندن موش بود.
 - (۳) در یکی از آزمایشات خود، باکتری‌های پوشینه‌دار زنده را در محلی غیر از خون موش‌های مرده مشاهده کرد.
 - (۴) در یکی از آزمایشات خود، بدون پی‌بردن به ماهیت ماده ژنتیک، نحوه انتقال آن بین یاخته‌های زنده را متوجه شد.
- ۶- کدام عبارت در خصوص پیوندهایی که در ساختار عوامل اصلی انتقال صفات وراثتی، حضور دارند، نادرست است؟
 - (۱) پیوندی که بین قندهای دو نوکلئوتید مجاور برقرار است.
 - (۲) پیوندی که بین قندهای دو نوکلئوتید مجاور برقرار است.
 - (۳) پیوندی که بین قندهای دو نوکلئوتید مجاور برقرار است.
 - (۴) پیوندی که بین قندهای دو نوکلئوتید مجاور برقرار است.

Green Page

- سؤال‌هایی که با توجه به تمرین‌ها و مثال‌های کتاب درسی و سؤال‌های امتحان‌های نهایی برگزار شده، تو آزمون خیلی سبز براتون شبیه‌سازی شدن، البته سؤال‌های خاص امتحان نهایی؛ همون سؤال‌هایی که تضمین می‌کنه ۲۰ بگیری
- (سبک و نوع نگارش سؤال‌ها مشابهت دقیق با امتحان‌های نهایی دارن)
- تقریباً تو هر آزمون، برای هر درس ۲ یا ۳ تا سؤال شبیه‌ساز نهایی (Green Page) داریم.
- رنگ زمینه صفحه پاسخنامه این سؤال‌ها سبزرنگه به همین دلیل معروفن به (Green page)

فیزیک **به سبک امتحان نهایی**

۶۲ هر میکروقرن، تقریباً چند دقیقه است؟

۵ / ۲۶ (۱)
۵۲ / ۶ (۳)
۸ / ۷۶ (۲)
۸۷ / ۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

تبدیل یکای زنجیره‌ای: برای تبدیل یکای یک کمیت به یکاهای دیگر، از روش تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. برای نمونه، برای این که ببینیم ۲۰ in معادل چند cm است، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

(الف) ابتدا تساوی بین دو یکا را می‌نویسم، تا کسر تبدیل مناسب به دست آید:

$$1 \text{ in} = 2.54 \text{ cm} \Rightarrow \frac{1 \text{ in}}{2.54 \text{ cm}} = 1 \quad \text{یا} \quad \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} = 1$$

(ب) سپس به کمک کسر تبدیل مناسب، تبدیل یکای زنجیره‌ای را می‌نویسیم:

$$20 \text{ in} = 20 \text{ in} \times \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} = 50.8 \text{ cm}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ از روش تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$1 \text{ میکروقرن} = 1 \text{ میکروقرن} \times \frac{10^{-6} \text{ قرن}}{1 \text{ میکروقرن}} \times \frac{100 \text{ سال}}{1 \text{ قرن}} \times \frac{365 \text{ روز}}{1 \text{ سال}} \times \frac{24 \text{ ساعت}}{1 \text{ روز}} \times \frac{60 \text{ دقیقه}}{1 \text{ ساعت}} = 10^{-6} \times 100 \times 365 \times 24 \times 60 = 52.6 \text{ دقیقه} = 52.6 / 6$$

(فیزیک (۱) - تمرین ۶ پایان فصل صفحه ۹ کتاب درسی)

(الف) هر میکروقرن، تقریباً چند دقیقه است؟

کتاب درسی

پایین صفحه پاسخنامه این سؤال‌ها، سؤال اصلی که تو امتحان نهایی اومده (یا تمرین و مثال کتاب) با ذکر آدرسش نوشته شده.

Red Page

- برای این که با سبک سؤال‌های کنکور خیلی دقیق آشنا بشین؛ خیلی سبز تو هر آزمون برای هر درس ۲ یا ۳ تا از سؤال‌های کنکور رو شبیه‌سازی می‌کنه.
- همیشه سعی می‌شه که این مدل شبیه‌سازی‌ها از بین (سؤال‌های کنکور) که معمولاً تکرار میشن انجام بشه
- توی پاسخنامه صفحه مربوط به پاسخ این سؤال‌ها رنگ زمینه قرمز داره به خاطر همین بهش می‌گیم (Red page)
- اگه دقت کنید می‌بینید که سبک و مدل این سؤال‌های شبیه‌سازی شده دقیقاً مثل همون سؤال کنکوره

مشابه کنکور

فیزیک

۴۵ معادله سرعت-زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = t^2 - 4t + 5$ است. شتاب متوسط این متحرک از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که سرعت آن به $\vec{v} = (1 \text{ m/s})\hat{i}$ می‌رسد، بر حسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟

(۱) $4\hat{i}$
(۲) $-4\hat{i}$
(۳) $2\hat{i}$
(۴) $-2\hat{i}$

پاسخ: گزینه ۴

Hint

سرعت در مبدأ زمان (v_0) و لحظه t_1 که بردار سرعت در آن لحظه برابر $\vec{v}_1 = (1 \text{ m/s})\hat{i}$ است را به دست آورید و سپس از رابطه $a_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ خواسته سؤال را حساب کنید.

بردار شتاب متوسط متحرک از رابطه زیر به دست می‌آید:

($\vec{v}$): بردار سرعت متحرک (m/s)
t: زمان (s)

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

گام اول: سرعت متحرک در مبدأ زمان را به دست می‌آوریم:

$$v_0 = (0)^2 - 4(0) + 5 = 5 \text{ m/s}$$

گام دوم: اکنون لحظه‌ای را که سرعت متحرک 1 m/s است، محاسبه می‌کنیم:

$$v = t^2 - 4t + 5 = 1 \Rightarrow t^2 - 4t + 4 = 0 \Rightarrow (t-2)^2 = 0 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

گام سوم: بردار شتاب متوسط متحرک را در بازه زمانی ۰ تا ۲ ثانیه به دست می‌آوریم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{v_{2s} - v_0}{2 - 0} = \frac{(1-5)\hat{i}}{2} = (-2 \text{ m/s}^2)\hat{i}$$

پاسخ خیلی تشریحی

معادله سرعت-زمان متحرکی در SI به صورت $v = 2t^2 - 8$ است. شتاب متوسط آن در ۲ ثانیه دوم چند متر بر مربع ثانیه است؟

(۱) ۱۸
(۲) ۱۲
(۳) ۸
(۴) ۴

(سؤال ۴۸ کنکور ریاضی ۱۳۰۳ - نوبت اول)

سؤال اصلی کنکور که این سؤال از درشش شبیه‌سازی شده رو می‌تونن پایین صفحه پاسخنامه ببینید.

Purple Page

- مرسومه که هر سال سؤال های یکی دو تا درس تو کنکور سراسری سخت تر (یا خاص تر) طراحی میشن
- مثلاً کنکور سال ۱۴۰۴ تو رشته ریاضی و تجربی درس های ریاضی و شیمی اینجوری بودن و برای رشته انسانی این اتفاق برای علوم و فنون و فلسفه (کمی هم جغرافیا) افتاده بود.
- خیلی سبز این مدل سؤال های خاص رو هم تو هر آزمون شبیه سازی می کنه (۱ یا ۲ سؤال برای هر درس)
- صفحه پاسخ هر کدوم از این سؤال ها رنگ زمینه بنفش داره.
- Purple Page برای همه درس ها نیست و فقط برای درس هایی که سؤال خاص تر (یا سخت تر) تو کنکور همون سال داشتن از این مدل شبیه سازی ها داریم.

مشابه کنکور ۱۴۰۴

ریاضی

۱۱۴ تابع f ثابت و تابع g همانی است. اگر $6x = 2f(2x-1) + 3g(2x+1)$ باشد، حاصل $\left(\frac{g}{f}\right)(3)$ کدام است؟

تابع $g(x) = x$ است.

$\frac{1}{2}$ (۱)
 2 (۳)
 $-\frac{1}{2}$ (۲)
 -2 (۴)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول، ضابطه تابع f را $f(x) = c$ و ضابطه تابع g را $g(x) = x$ در نظر می گیریم. حالا طبق رابطه مفروض داریم:

$$2c + 3(2x+1) = 6x \Rightarrow 6x + 2c + 3 = 6x$$

برای این که تساوی بالا همواره برقرار باشد، لازم است $2c + 3$ برابر صفر باشد:

$$c = -\frac{3}{2}$$

گام دوم: یعنی $f(x) = -\frac{3}{2}$ است و داریم:

$$\left(\frac{g}{f}\right)(3) = \frac{g(3)}{f(3)} = \frac{3}{-\frac{3}{2}} = -2$$

اگر f تابعی همانی و g تابع ثابت بوده و $g(3x) + 2f(3+x) = 3+2x$ باشد، مقدار $\frac{f(-1)}{g(4)}$ کدام است؟

(سؤال ۱۱۶ کنکور تهری ۱۳۰۳ - نوبت دوم)

$\frac{1}{3}$ (۲)
 $-\frac{1}{3}$ (۴)
 $\frac{1}{4}$ (۱)
 $-\frac{1}{4}$ (۳)

سؤال اصلی کنکور که این سؤال با توجه به اون شبیه سازی شده هم پایین صفحه پاسخنامه سؤال آورده شده که بتونی بلافاصله بعد از حل کردنش سؤال اصلی کنکور رو هم ببینی و این مدل سؤال خاص رو دقیقاً به ذهن بسپری.

پاسخنامه‌ای برای تکمیل یادگیری

- پاسخنامه خیلی سبز فقط یک پاسخنامه معمولی نیست، بلکه به مسیره؛ به مسیر فکر شده و مرحله به مرحله برای تکمیل یادگیری.
- هر سؤال و پاسخ رو تو به صفحه میاریم که دسترسی به هر سؤال راحت‌تر باشه.

گاهی وقت‌ها دلیل اینکه نتونستی به جواب برسی اینه که صورت سؤال رو خوب متوجه نشدی، **تعبیر سؤال** (که دقیقاً رو قسمت خاص فهم سؤال نوشته می‌شه) به فهم دقیق سؤال کمک می‌کنه.

صورت سؤال رو دوباره اینجا میاره که حین بررسی پاسخنامه صورت سؤال هم دم دست باشه.

زیست‌شناسی

۱۶ شکل زیر، ترسیمی ساده مربوط به یکی از انواع الگوهای پیشنهادی برای همانندسازی دنا است. کد به این شکل، درست بیان شده است؟ (فرض کنید تمام نوکلئوتیدهای دنا A معمولی هستند، در فرآیند برای یک رشته پلی‌نوکلئوتیدی در نظر بگیرید.)

(۱) شکستن پیوند اشتراکی در این الگو تنها به واسطه فعالیت نوکلئازی دنباسپاراز محتمل است.

(۲) در این الگو برخلاف الگوی تأییدشده توسط مزلسون و استال، تغییر ساختار رشته الگو محتمل نیست.

(۳) به دنبال ۲ دور همانندسازی دنا B با این الگو و در شرایطی مشابه با آزمایش مزلسون و استال، تشکیل نوار در میانه لوله محتمل است.

(۴) در پی ۴ دور همانندسازی دنا C با این الگو و در محیط دارای ^{15}N ، فقط یک نوار در لوله تشکیل می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴

زیرمبحث: زیست دوازدهم - فصل ۱ - طرح‌های همانندسازی

شکل، نشان‌دهنده طرح همانندسازی حفاظتی است، چراکه در آن، هر دو رشته دنا اولیه به صورت دسته‌وارد یکی از یاخته‌های حاصل می‌شوند. دو رشته دنا جدید هم، با هم، وارد یاخته دیگر می‌شوند. از طرفی، دارای نیتروژن ۱۴ هستند و دنا C هم فقط دارای نیتروژن ۱۵ است.

حفاظتی: هر دو رشته دنا قبلی (اولیه) به صورت دست‌نخورده باقی مانده، وارد یکی از یاخته‌های حاصل از تقسیم می‌شوند، دو رشته دنا جدید هم وارد یاخته دیگر می‌شوند؛ چون دنا اولیه به صورت دست‌نخورده در یکی از یاخته‌ها حفظ شده است.

نیمه‌حفاظتی: در این طرح در هر یاخته یکی از دو رشته دنا مربوط به دنا اولیه است و رشته دیگر با نوکلئوتیدهای جدید ساخته شده است، چون در هر یاخته حاصل، فقط یکی از دو رشته دنا قبلی وجود دارد.

طرح‌های پیشنهادی همانندسازی دنا

غیرحفاظتی (پراکنده): هر کدام از رشته‌های دناهای حاصل، قطعاتی از رشته قبلی و صورت پراکنده در خود دارند.

نیمه‌حفاظتی (پراکنده)

اگر دنا با نیتروژن ۱۵ (دنا C)، یک بار در محیط دارای نیتروژن ۱۵ به روش حفاظتی همانندسازی شود، در دنا با نوکلئوتیدهای حاوی نیتروژن ۱۵ ایجاد می‌شود. اگر این دو دنا جدید دوباره به صورت حفاظتی همانند دناهای دارای نیتروژن ۱۵ ایجاد می‌شود. پس در نهایت، فقط یک نوار در سانتریفیوژ ایجاد می‌شود که دناهای بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): طی همانندسازی دنا، هنگام اضافه شدن هر نوکلئوتید سه فسفات به انتهای رشته پلی‌نوکلئوتیدی در طی فعالیت بسپارازی دنباسپاراز، دوتا از فسفات‌های آن از نوکلئوتید جدا می‌شوند. طی فعالیت نوکلئازی د فسفودی‌استر برای رفع اشتباه شکسته می‌شود. پس هم طی همانندسازی دنا (فعالیت بسپارازی) و هم طی دنباسپاراز شکستن پیوند اشتراکی رخ می‌دهد.

اگر همانندسازی دنا در آزمایش‌های مزلسون و استال با الگوی حفاظتی ممکن باشد، به ازای هر دور همانندسازی تشکیل شده دارای چگالی سبک یا سنگین هستند و در لوله آزمایش هیچ‌گاه دناهایی با چگالی متوسط تشکیل

هدف اصلی این مدل پاسخنامه اینه که فقط پاسخنامه رو نخونی و رد بشی بلکه مرحله به مرحله بهت کمک بکنه خودت سؤال رو حل کنی. **Hint** به اشاره دقیقیه برای اینکه بدونی برای جواب دادن به این سؤال از کجا شروع کنی و چیکار کنی.

درس‌Box به درسنامه کامل در عین حال جمع‌وجوره برای یادآوری درسنامه مربوط به اون سؤال. اگه تا این مرحله هنوز به جواب نرسیدی درس باکس کمک می‌کنه به یادآوری و تلاش مجدد برای حل سؤال.

پاسخ خیلی تشریحی به پاسخنامه خیلی خیلی تشریحی که هم پاسخ درست رو کامل تشریح می‌کنه و هم تکتک گزینه‌هارو بررسی می‌کنه. معمولاً این پاسخنامه گام به گامه و برای اینکه با خوندن گام اول دوباره سعی کنی ادامه راه حل رو خودت پیدا کنی.

نکته نکته‌های خیلی خاص (کنکوری)

پاسخ خیلی تشریحی ✓

موارد (ب) و (ت) درست‌اند.

بررسی موارد:

(الف) یون‌ها با قرارگیری در مدار الکتریکی به سوی قطب‌های ناهم‌نام خود حرکت می‌کنند، نه قطب‌های هم‌نام!

(ب) گرافیت، رسانای الکتریکی است و دو ماده دیگر، رسانای جریان برق نیستند.

ترکیب‌های یونی در حالت جامد، رسانای جریان برق نیستند؛ زیرا یون‌ها در حالت جامد نمی‌توانند آزادانه جابه‌جا شوند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: برای این که نمودار سهمی پایین‌تر از خط قرار گیرد باید $(-2, 3)$ مجموعه جواب‌های نامعادله زیر باشد:

$$b < 2ax + 4b \Rightarrow x^2 - 2ax - 5b < 0$$

گام دوم: با توجه به تعیین علامت عبارت درجه ۲، می‌توان نتیجه گرفت که $x = -2$ و $x = 3$ جواب

$$x^2 - 2ax - 5b = 0 \text{ هستند، در نتیجه:}$$

$$\begin{cases} 9a - 5b = 0 \\ 4a - 5b = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{بالایی را از پایینی کم می‌کنیم.}} \begin{cases} 5a = 0 \\ 5a - 5b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{5}, b = \frac{4}{5}$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{25} = 0.16$$

می‌توانستی برای مشخص کردن a و b از S و P استفاده کنی.

$$3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$-5b = -4 \Rightarrow b = \frac{4}{5}$$

په‌جور دیگه

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: از جدول تعیین علامت استفاده می‌کنیم؛ زیرا دامنه تابع f مجموعه جواب‌های نامعادله $\frac{1-2x}{\sqrt{x}-1} \geq 0$ است

$$\frac{1-2x}{\sqrt{x}-1}$$

و براساس روابط درس‌پاکس، جدول تعیین علامت عبارت $\sqrt{x}-1$ را می‌نویسیم:

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{+}$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c} & 1 & & & & \\ \hline + & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - \\ - & + & - & - & - & - \end{array}$$

گام دوم: حالا جدول هم‌زمان این دو عبارت را داریم:

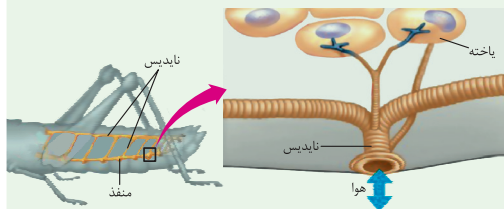
با توجه به جدول بالا، مجموعه جواب‌های نامعادله $\frac{1-2x}{\sqrt{x}-1} \geq 0$ که همان دامنه تابع f است، بازه $(\frac{1}{4}, 1)$ خواهد هیچ عدد صحیحی را شامل نمی‌شود.اگر $x \in \mathbb{Z}$ ، آن‌گاه $[x] = x$ و ضابطه تابع f به صورت $f(x) = \sqrt{x}-1$ خواهد شد که غیر قابل قبول است؛ پس شامل هیچ عدد صحیحی نیست.

تیزبازی

شکل‌نامه

(۱) قطر نایدیس‌ها با میزان انشعابات آن‌ها، رابطه عکس دارد؛ یعنی هر چه قدر از بخش‌های ابتدایی به سمت انت می‌رویم، قطر کاهش می‌یابد.

(۲) جهت جریان هوا درون نایدیس‌ها دوطرفه است.



(۳) از یک نایدیس می‌تواند انشعابات با قطر متفاوت جدا شود. این انشعابات می‌توانند به بخش‌های مختلف بدن بروند، گ به سمت منافذ تنفسی دیگر می‌روند تا با انشعابات آن‌ها یکی شوند، گروهی هم می‌توانند بروند و انشعابات پایانی نایدیس

(۴) در مجاورت هر یاخته، ممکن است بیش از یک انشعاب پایانی وجود داشته باشد.

درون سیتوپلاسم کروموزوم کمکی نیز حضور دارد و از نظر تعداد جایگاه آغاز همانندسازی و یک یا دو همانند اغلب پروکاریوت‌ها است.

(الف) ساختاری متشکل از دو رشته موازی است که در جهتی خاص حول محور فرضی پیچیده شده‌اند.

(ب) در یک نقطه ویژه از دنا، فرایند همانندسازی، آغاز شده و با رسیدن مجدد به آن پایان می‌یابد.

(ج) مشابه دنا، کمکی، از طریق بخش مشترکی به غشای یاخته اتصال می‌یابد.

(د) تعداد ساختارهای Y شکل آن حین همانندسازی کم‌تر از دنا اصلی آغازیان است.

(۲) «الف»، «ب» و «د»

(۱) «الف» و «د»

(۴) «الف»، «ب»، «ج» و «د»

(۳) «ب»، «ج» و «د»

مشاوره تو یکی از سؤال‌های کنکور که تپ مشابهی با سؤال ما داشت، یکی از موارد تو همه گزینه‌ها تکرار شده بود (مثل مورد (د) تو این‌جا) خب این یعنی این گزینه درسته و لازم نیست بخونیش، پس با خیالت راحت برو سراغ بقیه گزینه‌ها و زمانت رو save کن.

گول نخوری! سعی کردیم اشتباهات

متدوالی که تو هر سؤال اتفاق می‌افته رو تحت عنوان گول نخوری برای هر سؤال بیاریم.

این قراره بهت کمک کنه که تو دام سؤال‌ها نیفتی و بعد از به مدتی دام سؤال‌ها رو بشناسی.

په‌جور دیگه! اگر سؤال رو درست حل

کردی به راه حل متفاوت هم اینجا ببین.

په‌جور دیگه نگاه کردن به هر سؤال کمک زیادی به بالا بردن سرعت حل تست‌ها می‌کنه.

تیزبازی! حتی اگر یکی دوتا سؤال

رو بتونی سر جلسه آزمون (مخصوصاً کنکور) سریع و خاص حل کنی علاوه بر ذخیره کردن زمان از نظر روحی هم خیلی خیلی بهت کمک می‌کنه. تیزبازی به آیتم جذابه برای یاد گرفتن و تمرین کردن حل سؤال‌ها باروش‌های تند و تیز.

شکل‌نامه! شکل‌های کتاب

تو بعضی از درس‌ها (مخصوصاً زیست‌شناسی) خیلی خیلی مهمه. موشکافی شکل‌های مهم کتاب درسی رو اینجا ببین.

مشاوره! اهمیت تست‌ها توی

کنکور، پرتکرار بودنشون و توضیحات تخصصی به طراح حرفه‌ای رو توی مشاوره هر تست دقیق بخون.

این همه آیتم توی پاسخنامه به خاطر اینکه هر کسی متناسب با نیاز خودش از اون بهره‌مند بشه.

مثلاً کسی که به به سؤال جواب درست داده فقط می‌تونه په‌جور دیگه یا تیزبازی سؤال رو ببینه نه همه پاسخنامه رو.

آزمون آزمایشی خیلی سبز



مرحله سیزدهم

پایه دوازدهم

۱۴۰۴/۰۸/اسفند

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

دفترچه شماره یک

پایه

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	دوازدهم	یازدهم	دهم
حسابان و ریاضیات پایه	۱۸	۱	۱۸	۷۰ دقیقه	فصل ۴ (درس ۲ از ابتدای مشتق توابع مثلثاتی و درس ۳ و فصل ۵ (درس ۱) صفحه ۹۵ تا ۱۲۶	—	فصل ۳ صفحه ۴۷ تا ۶۸
هندسه	۱۲	۱۹	۳۰		فصل ۳ (درس ۱ و ۲ تا ابتدای ضرب خارجی) صفحه ۶۱ تا ۸۰	فصل ۳ (درس ۱ و ۲) صفحه ۵۹ تا ۶۷	—
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	۱۰	۳۱	۴۰		فصل ۲ (درس ۲ از ابتدای معرفی یک نماد) و فصل ۳ (درس ۱) صفحه ۴۷ تا ۷۲	—	فصل ۶ صفحه ۱۱۸ تا ۱۴۰
مجموع	۴۰ سؤال			۷۰ دقیقه	—	—	—

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس - گزینشگر
حسابان و ریاضیات پایه	طراحان: کاظم اجلائی - کوروش اسلامی - فرشاد حسن زاده - بابک سادات علی شهرابی - مصطفی کرمی - محمد گودرزی - سروش موئینی - محمد سجاد نقیه کارشناسان علمی: فرشاد حسن زاده - محمد گودرزی	محمد سجاد نقیه
هندسه	طراحان: امیرحسین ابومحبوب - سید محمدرضا حسینی فرد - محمد طاهر شعاعی حمید گلزاری - حسین هاشمی طاهری کارشناسان علمی: سید عباس حسینی - محسن میراسلامی	حمید گلزاری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	طراحان: مصطفی دیداری - سوگند روشنی - عطا صادقی کارشناسان علمی: امیرحسین ابومحبوب - مریم نظری	مصطفی دیداری

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاچانپور

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

دفترچه سؤالات آزمون های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال ها، زمان پاسخگویی، نوع چپش گزینه ها، نوع صفحه آرایی، فونت سؤالات، سبک کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و ...) در شبیه ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می شود.



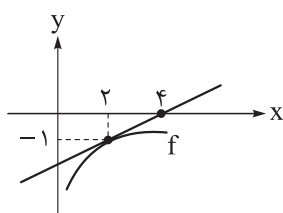
۱- تعداد نقاط بحرانی تابع f با ضابطه $f(x) = x|3-x|$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲- اگر $f(x) = \begin{cases} -1 & ; x < 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ 1 & ; x > 0 \end{cases}$ و $g(x) = ||x||$ باشد، تابع $g \circ f$ در بازه $(-10, 7)$ چند نقطه بحرانی به طول صحیح دارد؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۱۸

۳- نمودار تابع f و خط مماس بر آن در $x = 2$ در شکل زیر رسم شده است. آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع g با ضابطه $g(x) = xf(x)$ در $x = 2$ کدام است؟



(۱) صفر

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) -۱

(۴) $\frac{3}{2}$

۴- توابع f و g با ضابطه‌های $f(x) = \frac{x^5 - 1}{x^5}$ و $g(x) = \sqrt[5]{x+1}$ مفروض‌اند. حاصل $\frac{1}{f'(g(x)) \times g'(x)}$ کدام است؟

- (۱) $(x+1)^2$ (۲) $x+1$ (۳) $\frac{1}{(x+1)^2}$ (۴) $\frac{1}{x+1}$

۵- مجموع طول نقاط بحرانی تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲

۶- به ازای کدام مقدار a تابع f با ضابطه $f(x) = |x^2 - 4| + a|x - 2|$ در $x = 2$ مشتق پذیر است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) -۴

۷- تابع f روی $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است و نمودار آن نسبت به محور y متقارن است. اگر $f'(1) = 3$ باشد، مشتق تابع g با

ضابطه $g(x) = f(\sqrt{x}) + f(x^2 - 3x + 1)$ در $x = 1$ کدام است؟

- (۱) $4/5$ (۲) ۴ (۳) $3/5$ (۴) ۳

محل انجام محاسبات

۸- از نقطه‌ای به طول ۳ واقع بر محور x ، خطی قائم بر نمودار تابع $f(x) = x^2$ رسم شده است. این خط محور y را در کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{5}$

۹- مینیمم مطلق تابع f با ضابطه $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x - 3$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۴ (۳) -۵ (۴) -۶

۱۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} -x^2 & ; x < 0 \\ x^2 - 2x & ; x \geq 0 \end{cases}$ مفروض است. اگر m و n به ترتیب تعداد ماکزیمم‌ها و مینیمم‌های

نسبی نمودار تابع g با ضابطه $g(x) = |f(x)|$ باشد، حاصل $\frac{m}{n}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۱- اختلاف مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع f با ضابطه $f(x) = -\frac{2}{3}x^3 - x^2 + 4x + 1$ روی بازه $[-3, 2]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{16}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) ۹ (۴) ۷

۱۲- ماکزیمم مطلق تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{x^3 + 2}{x^2 + 1}$ روی بازه $[-1, 3]$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) وجود ندارد.

۱۳- اگر $a > 0$ باشد، حاصل ضرب بیشترین و کم‌ترین مقدار تابع f با ضابطه $f(x) = \sqrt{x-a} + \sqrt{3a-x}$ برابر ۸ است. مقدار a کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) $4\sqrt{2}$

۱۴- مجموع مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع f با ضابطه $f(x) = \cos \pi x - 2 \sin \frac{\pi x}{4} - 1$ و دامنه $[0, 4]$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{5}{2}$ (۳) $-\frac{7}{2}$ (۴) -۴

محل انجام محاسبات



۱۵- استوانه‌ای درون یک کره محاط شده است. اگر حجم استوانه بیشترین مقدار ممکن باشد، نسبت حجم کره به حجم استوانه کدام است؟

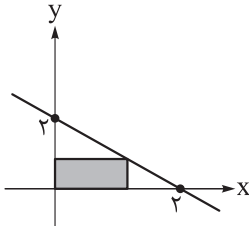
$$\frac{4}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{2} \quad (۳)$$

$$\sqrt{3} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \quad (۱)$$

۱۶- در شکل زیر، بیشترین مقدار حجم حاصل از دوران مستطیل سایه‌خورده حول محور y چند برابر π است؟



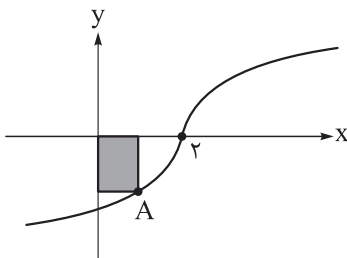
$$\frac{32}{27} \quad (۱)$$

$$\frac{16}{9} \quad (۲)$$

$$\frac{32}{9} \quad (۳)$$

$$\frac{16}{27} \quad (۴)$$

۱۷- مطابق شکل، نقطه A روی نمودار تابع $f(x) = \sqrt[3]{x-2}$ در ناحیه چهارم دستگاه مختصات قرار گرفته است. بیشترین مقدار مساحت مستطیل سایه‌خورده کدام است؟



$$0 / 75\sqrt[3]{2} \quad (۱)$$

$$0 / 75\sqrt[3]{4} \quad (۲)$$

$$0 / 5\sqrt[3]{2} \quad (۳)$$

$$0 / 5\sqrt[3]{4} \quad (۴)$$

۱۸- مقدار عبارت $\frac{\sqrt{8\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{2}}}{2^{1/25}}$ کدام است؟

$$\sqrt[3]{2} \quad (۴)$$

$$\sqrt[4]{2} \quad (۳)$$

$$\sqrt{2} \quad (۲)$$

$$2 \quad (۱)$$



۱۹- نقاط $A(1, 3, 1)$ ، $B(-1, 1, -3)$ و $C(-1, 4, 1)$ رأس‌های یک مثلث هستند. در این مثلث، طول میانه وارد بر ضلع AB کدام است؟

- ۴ (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۲ (۴)

۲۰- زاویه بین دو بردار $\vec{a} = \vec{j} + \vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$ چند درجه است؟

- ۳۰ (۱) ۶۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۵۰ (۴)

۲۱- ناحیه‌ای در صفحه با روابط $0 \leq y \leq x^2$ و $-1 \leq x \leq 1$ مشخص شده است. چند نقطه با مختصات صحیح در این ناحیه وجود دارد؟

- ۵ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۲- اگر $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = 3\vec{i} + \vec{k}$ ، آن‌گاه مجموع مؤلفه‌های تصویر قائم بردار $\vec{a} - \vec{b}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$ ، کدام است؟

- ۲ (۱) -2 (۲) $2\sqrt{10}$ (۳) $-2\sqrt{10}$ (۴)

۲۳- دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ با هم زاویه 60° می‌سازند. طول تصویر قائم بردار $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|}$ بر امتداد بردار $\vec{a}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) صفر (۴)

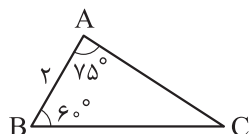
۲۴- اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر 45° ، زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{a} + \vec{b}$ برابر 30° و $|\vec{a}| = \sqrt{2}$ باشد، آن‌گاه $|\vec{b}|$ کدام است؟

- $2\sqrt{2}$ (۱) $\sqrt{3} + 1$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{2} + \sqrt{6}$ (۴)

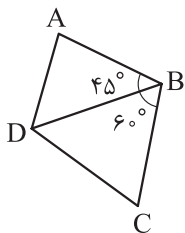
۲۵- نقاط $A = (x, y, z)$ و $B = (2, -3, 1)$ در فضا مفروض‌اند. اگر طول پاره خط AB برابر ۴ باشد، حداکثر مقدار $x + 2y + 2z$ کدام است؟

- ۶ (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴)

۲۶- در شکل زیر شعاع دایره محیطی مثلث ABC کدام است؟



- $\sqrt{3}$ (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴)



۲۷- در شکل مقابل اگر $\frac{CD}{AD} = \sqrt{3}$ و $\widehat{ADC} = 165^\circ$ ، آن‌گاه $\tan \hat{A}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) ۲ (۴)



۲۸- در مثلث ABC به طول اضلاع a، b و c، اگر $a^2 - b^2 - c^2 = \frac{1}{2}bc$ ، آنگاه نسبت طول ضلع b به طول ارتفاع وارد بر ضلع c کدام است؟

$$\frac{1}{5} (4)$$

$$\frac{1}{75} (3)$$

$$\frac{1}{25} (2)$$

$$\frac{1}{2} (1)$$

۲۹- در مثلثی به اضلاع ۵، ۷ و ۸ فاصله مرکز دایره محیطی، از ضلع متوسط، چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

$$\frac{4}{3} (4)$$

$$\frac{7}{6} (3)$$

$$\frac{3}{2} (2)$$

$$1 (1)$$

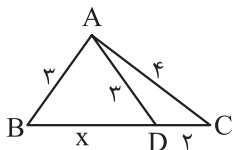
۳۰- در شکل زیر، با توجه به اندازه‌های روی آن، طول پاره خط BD کدام است؟

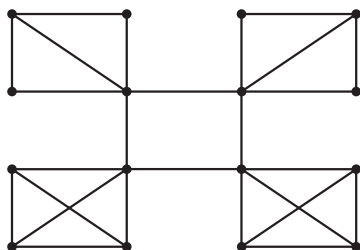
$$\frac{1}{75} (2)$$

$$3 (1)$$

$$\frac{2}{5} (4)$$

$$\frac{1}{5} (3)$$





۳۱- گراف مقابل چند مجموعه احاطه گر مینیمم دارد؟

(۱) ۳۲

(۲) ۱۲۸

(۳) ۱۴۴

(۴) ۶۴

۳۲- چند عدد ۵ رقمی با ارقام ۰, ۱, ۲, ۵, ۶ و ۷ و بدون تکرار می توان ساخت به طوری که از ۱۵۰۰۰ بزرگ تر و از ۶۲۰۰۰ کوچک تر باشد؟

(۴) ۳۶۰

(۳) ۳۴۸

(۲) ۳۱۲

(۱) ۲۸۸

۳۳- تیم ملی والیبال ایران ۶ بازیکن با قد مختلف دارد. آن ها به ترتیب وارد زمین می شوند. در چند حالت بلندقدترین فرد بلافاصله بعد از کوتاه قدترین وارد زمین نمی شود؟

(۴) ۳۶۰

(۳) ۱۲۰

(۲) ۶۰۰

(۱) ۸۴۰

۳۴- چند جایگشت از حروف کلمه «خیلی سبز» وجود دارد که با حرف نقطه دار شروع شود؟

(۴) ۲۸۸۰

(۳) ۱۴۴۰

(۲) ۲۱۸۰

(۱) ۱۸۰۰

۳۵- چند رمز ۵ رقمی و بدون تکرار با استفاده از ارقام مجموعه های $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ و $B = \{6, 7, 8, 9\}$ می توان ساخت که دقیقاً ۳ رقم از A و ۲ رقم از B در رمز به کار رفته باشد؟

(۴) ۷۲۰

(۳) ۳۶۰

(۲) ۷۲۰۰

(۱) ۳۶۰۰

۳۶- با ارقام ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶ چند عدد ۶ رقمی و بدون تکرار ارقام می توان نوشت، به طوری که وقتی از چپ به راست نگاه می کنیم، رقم های فرد به صورت صعودی و رقم های زوج به صورت نزولی در عدد آمده باشند؟ (برای مثال ۱۶۴۳۵۲ یا ۶۱۳۴۲۵)

(۴) ۳۶

(۳) ۲۰

(۲) ۱۸

(۱) ۴۰

۳۷- کارت هایی با شماره ۱ تا ۹ و از هر کدام (شماره) به اندازه کافی در اختیار داریم. به چند طریق می توانیم چهار کارت انتخاب کنیم؟

(۴) ۴۹۵

(۳) ۴۸۰

(۲) ۴۷۵

(۱) ۴۵۰

۳۸- دستگاه معادله $\begin{cases} \sqrt{x_1} + x_2 + x_3 = 7 \\ x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 10 \end{cases}$ ، چند جواب صحیح و نامنفی دارد که x_1, x_2, x_3 طبیعی باشند؟

(۴) ۱۶۰

(۳) ۶۴

(۲) ۳۲

(۱) ۲۸

محل انجام محاسبات



۳۹- در مربع لاتین زیر، $x + y$ چند مقدار مختلف ممکن است داشته باشد؟

۴	۱	۳	۲
۳			
۲		x	
۱			y

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۴۰- دو مربع لاتین A و B متعامدند، ولی مربع لاتین C با A متعامد نیست. کدام گزینه درست نیست؟

(۱) B و C حتماً متعامدند.

(۲) درایه‌های روی قطر اصلی A یکسان است.

(۳) درایه‌های روی قطر اصلی C یکسان است.

B:

۱		
	۲	

(۴) B و مربع لاتین ممکن است متعامد باشند.

		۳
	۳	

پاسخ‌نامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

محل انجام محاسبات

آزمون آزمایشی خیلی سبز



مرحله سیزدهم

پایه دوازدهم

۱۴۰۴/۰۸/اسفند

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

دفترچه شماره دو

پایه						
مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	دوازدهم	یازدهم
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	فصل ۴ و فصل ۵ صفحه ۸۹ تا ۱۳۶	فصل ۲ (از ابتدای ترکیب مقاومت‌ها) و فصل ۳ (تا ابتدای میدان مغناطیسی حاصل از جریان الکتریکی) صفحه ۷۰ تا ۹۴
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه	فصل ۳ (از ابتدای هنرنمایی شاره (سیال)های مولکولی و یونی برای تولید برق) و فصل ۴ (تا ابتدای آمونیاک و بهره‌وری در کشاورزی) صفحه ۷۷ تا ۱۰۲	فصل ۲ (از ابتدای آنتالپی، همان محتوای انرژی است) صفحه ۶۵ تا ۹۸
مجموع	۶۵ سؤال		۷۵ دقیقه		—	

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس - گزینشگر
فیزیک	طراحان: یاشار انگوتی - علیرضا جباری - هادی حمزه‌پور - رضا سبزمیدانی نوید شاهی - سعید محبی کارشناسان علمی: علیرضا جباری - سعید محبی - هادی نجفی	رضا سبزمیدانی - نوید شاهی
شیمی	طراحان: ارژنگ خانلری - پیمان خواجوی مجد - یاسر راش - یاسر عبداللهی محمد عظیمیان زواره - محمد قهرمانی‌نژاد - امیرحسین مسلمی - محسن مجنون کارشناسان علمی: مرتضی نصیرزاده - یاشار ذریه	یاسر عبداللهی

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاچانپور

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

دفترچه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه‌آرایی، فونت سؤالات، سبک کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و ...) در شبیه‌ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.

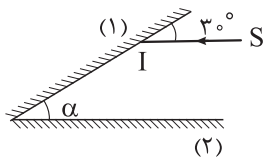


Azmoon.kheilisabz.com

۴۱- شخصی در فاصله ۱۶۰ متری از یک دیوار ایستاده است. این شخص رو به صخره فریاد می‌زند و ۱ s بعد، پژواک صدایش را می‌شنود. اگر بسامد صدای فریاد شخص ۸ kHz باشد، طول موج آن چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۲۰ (۴) ۴۰

۴۲- در شکل زیر، پرتو نور SI به آینه (۱) می‌تابد. اگر زاویه تابش این پرتو، در چهارمین برخورد با آینه‌ها صفر درجه باشد، زاویه بین دو آینه (α) چند درجه است؟



(۱) ۱۵

(۲) ۲۰

(۳) ۲۵

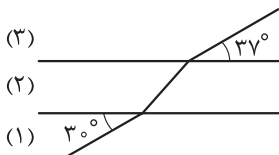
(۴) ۳۰

۴۳- یک پرتو نور با زاویه تابش θ از هوا بر سطح یک محیط شفاف می‌تابد؛ بخشی از آن بازتاب شده و بخشی شکست می‌یابد. اگر پرتو بازتابیده عمود بر پرتو شکست یافته باشد، ضریب شکست محیط شفاف برابر با کدام گزینه است؟ ($n_{\text{hوا}} = 1$)

- (۱) $\tan \theta$ (۲) $\cot \theta$ (۳) $\frac{1}{\sin \theta}$ (۴) $\frac{1}{\cos \theta}$

۴۴- جبهه موج تختی در سه محیط با مرزهای موازی به شکل زیر است. اگر طول موج این موج در محیط (۲)، $1/5$ برابر طول موج آن در محیط (۱) باشد، طول موج این موج در محیط (۳) چند برابر طول موج آن در محیط (۲) است؟

$$(\sin 37^\circ = 0.6)$$



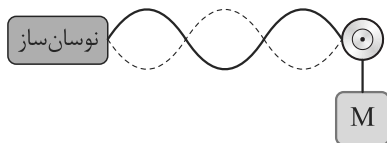
$$\frac{5}{4}$$

$$\frac{9}{5}$$

$$\frac{4}{5}$$

$$\frac{5}{9}$$

۴۵- در شکل زیر، نوسان‌ساز، تار را با بسامد معینی به ارتعاش درمی‌آورد و در طول تار سه شکم ایجاد می‌کند. جرم وزنه چند درصد و چگونه تغییر کند تا در طول تار ۶ شکم تشکیل شود؟ (در اثر تغییر جرم وزنه، چگالی خطی جرم طناب تغییر نمی‌کند.)



(۱) ۲۵، کاهش یابد.

(۲) ۲۵، افزایش یابد.

(۳) ۷۵، کاهش یابد.

(۴) ۷۵، افزایش یابد.

محل انجام محاسبات



۴۶- در تار تار که دو انتهای آن ثابت و طول آن 60 cm است، موج ایستاده تشکیل شده است. اگر تعداد گره‌های ایجاد شده در تار برابر ۳ و تندی انتشار موج عرضی در آن برابر 180 m/s باشد، بسامد و طول موج صوتی گسیل شده از تار، به ترتیب از راست به چپ، چند هرتز و چند سانتی‌متر است؟ (تندی انتشار صوت در هوا 345 m/s است.)

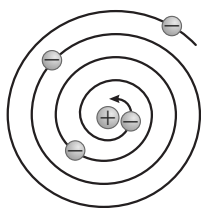
$$(1) 300, 60$$

$$(2) 300, 115$$

$$(3) 450, 60$$

$$(4) 450, 115$$

۴۷- شکل زیر، مسیر حرکت الکترون به دور هسته را در مدل اتمی رادرفورد نشان می‌دهد. بنابر فیزیک کلاسیک، در این مسیر، انرژی الکترون و طول موج الکترومغناطیسی گسیلی آن، به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

(۲) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

(۳) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

(۴) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

۴۸- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

(الف) همه اجسام در هر دمایی که باشند، از خود امواج الکترومغناطیسی گسیل می‌کنند.

(ب) تشکیل طیف پیوسته توسط جسم جامد، ناشی از برهم‌کنش قوی بین اتم‌های سازنده آن است.

(پ) بنابر مدل تامسون، اتم همچون کره‌ای است که بار مثبت به طور همگن در سرتاسر آن گسترده شده است و الکترون‌ها در جاهای مختلف آن پراکنده شده‌اند.

(ت) در پدیده فلئورسانسی، طول موج‌های گسیل‌یافته از جسم معمولاً برابر همان طول موج نور فرودی یا بزرگ‌تر از آن است.

$$(1) 1$$

$$(2) 2$$

$$(3) 3$$

$$(4) 4$$

۴۹- طول موج فوتون A از طول موج فوتون B، 60 nm بیشتر است. اگر اختلاف بسامد این دو فوتون 250 THz باشد،

انرژی فوتون A، چند برابر انرژی فوتون B است؟ ($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$)

$$(1) \frac{6}{5}$$

$$(2) \frac{5}{6}$$

$$(3) \frac{4}{5}$$

$$(4) \frac{5}{4}$$

۵۰- یک لامپ تک‌رنگ در هر دقیقه $1/8 \times 10^{21}$ فوتون با طول موج 496 nm تابش می‌کند. توان لامپ چند وات است؟

($hc = 1240 \text{ eV.nm}$ و $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

$$(1) 96$$

$$(2) 9/6$$

$$(3) 12$$

$$(4) 1/2$$

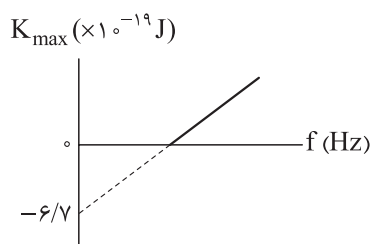
محل انجام محاسبات



۵۱- در آزمایش فوتوالکتریک، بر سطح فلزی با بسامد آستانه f_0 ، نوری با بسامد f می‌تابد که $f > f_0$ است. اگر با ثابت ماندن بسامد نور تابیده، شدت آن افزایش یابد، تعداد فوتوالکتردها و بیشینه انرژی جنبشی آنها، به ترتیب از راست به چپ، چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.
 (۲) افزایش می‌یابد، تغییر نمی‌کند.
 (۳) تغییر نمی‌کند، افزایش می‌یابد.
 (۴) تغییر نمی‌کند، تغییر نمی‌کند.

۵۲- در یک آزمایش فوتوالکتریک، نمودار بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتردها بر حسب بسامد نور فرودی بر سطح فلز به شکل زیر است. در حالتی که نوری با طول موج 100 nm بر سطح این فلز می‌تابد، بیشینه تندی فوتوالکتردهای گسیل شده، چند مگامتر بر ثانیه است؟
 ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ و $hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$ ، $m_e = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$)



- (۱) $\frac{3}{2}$
 (۲) $\frac{2}{3}$
 (۳) $\frac{5}{3}$
 (۴) $\frac{3}{5}$

۵۳- در آزمایش فوتوالکتریک، اگر بسامد نور تابیده بر سطح فلزی معین از f به $2f$ برسد، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتردهای گسیل شده از سطح فلز از K به $3K$ می‌رسد. وقتی بر سطح این فلز، نوری با بسامد $4f$ تابیده شود، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتردهای گسیل شده از سطح فلز چند برابر K است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۵۴- طول موج دومین خط طیفی اتم هیدروژن در کدام رشته، 2880 nm است؟ ($R = 10^2 (\text{nm})^{-1}$)

- (۱) بالمر ($n' = 2$)
 (۲) پاشن ($n' = 3$)
 (۳) براکت ($n' = 4$)
 (۴) پفوند ($n' = 5$)

۵۵- در طیف اتم هیدروژن، کمینه بسامد رشته بالمر ($n' = 2$) چند تراهرتز از بیشینه بسامد رشته پاشن ($n' = 3$) بزرگ تر است؟ ($R = 0.01 (\text{nm})^{-1}$ و $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$)

- (۱) 250
 (۲) $\frac{250}{3}$
 (۳) 500
 (۴) $\frac{500}{3}$

محل انجام محاسبات



۵۶- الکترون در دومین حالت برانگیخته اتم هیدروژن قرار دارد. بزرگ‌ترین بسامدی که این الکترون می‌تواند تابش کند، تقریباً چند تراهرتز است؟ ($E_R = 13/6 \text{ eV}$ و $h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$)

- (۱) ۳۷۷ (۲) ۸۵۰ (۳) ۲۵۵۰ (۴) ۳۰۲۲

۵۷- شکل زیر، تعدادی از ترازهای انرژی اتم هیدروژن را نشان می‌دهد. کدام گذار بین دو تراز می‌تواند به گسیل فوتونی با طول موج $102/5 \text{ nm}$ منجر شود؟ ($hc = 1240 \text{ eV.nm}$)

- (۱) سومین حالت برانگیخته به اولین حالت برانگیخته اتم
 (۲) سومین حالت برانگیخته به حالت پایه اتم
 (۳) دومین حالت برانگیخته به اولین حالت برانگیخته اتم
 (۴) دومین حالت برانگیخته به حالت پایه اتم
- ۰ eV _____
 $-1/51 \text{ eV}$ _____
 $-3/4 \text{ eV}$ _____
 $-13/6 \text{ eV}$ _____

۵۸- در اتم هیدروژن، الکترونی در یک مدار مانا با شعاع $1/25 \text{ nm}$ قرار دارد. انرژی الکترون در این مدار چند ریدبرگ است؟ ($E_R = 13/6 \text{ eV}$ و $a_0 = 5 \times 10^{-11} \text{ m}$)

- (۱) $-0/544$ (۲) $-0/04$ (۳) $0/544$ (۴) $0/04$

۵۹- در طیف اتم هیدروژن، بلندترین طول موج گسیلی در ناحیه فرابنفش چند میکرومتر است؟ ($R = \frac{1}{100} (\text{nm})^{-1}$)

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{98}{225}$ (۳) $\frac{49}{480}$ (۴) $\frac{19}{240}$

۶۰- الکترون در اتم هیدروژن در تراز $n = 5$ قرار دارد. فرض کنید فقط گذارهای $\Delta n = 1$ مجاز باشند. اگر بلندترین و کوتاه‌ترین طول موجی که این الکترون می‌تواند گسیل کند، به ترتیب برابر λ_1 و λ_2 باشد، $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ برابر کدام است؟

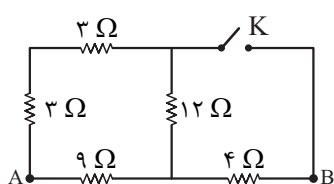
- (۱) $\frac{175}{81}$ (۲) $\frac{675}{11}$ (۳) $\frac{100}{3}$ (۴) ۱۰

۶۱- کدام یک از موارد زیر درباره یک محیط لیزری درست است؟

- (۱) برای گسیل القایی، انرژی فوتون ورودی باید از اختلاف انرژی‌های دو تراز مبدأ و مقصد الکترون بیشتر باشد.
 (۲) در فرایند گسیل القایی، دو فوتون خروجی در جهت‌های کاتوره‌ای گسیل می‌شوند.
 (۳) وارونی جمعیت الکترون‌ها مربوط به وضعیتی است که تعداد الکترون‌ها در تراز پایدار نسبت به تراز بالاتر بسیار بیشتر است.
 (۴) در گسیل القایی، انرژی لازم برای برانگیخته کردن الکترون به ترازهای انرژی بالاتر، از روش‌هایی مانند درخش‌های شدید نور معمولی استفاده می‌شود.



۶۲- در مدار شکل زیر، با وصل کردن کلید K مقاومت معادل بین دو نقطه A و B چند برابر می‌شود؟



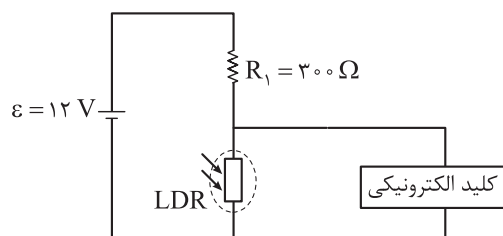
$$\frac{3}{5} \quad (2)$$

$$\frac{5}{3} \quad (4)$$

$$\frac{2}{5} \quad (1)$$

$$\frac{5}{2} \quad (3)$$

۶۳- در مدار زیر، ولتاژ مورد نیاز برای فعال شدن کلید الکترونیکی، $4V$ است. هم‌زمان با تاریک شدن هوا، مقاومت LDR حداقل چند اهم باشد تا کلید الکترونیکی فعال شود؟ (مقاومت کلید الکترونیکی آن قدر زیاد است که جریان قابل ملاحظه‌ای از آن عبور نمی‌کند).



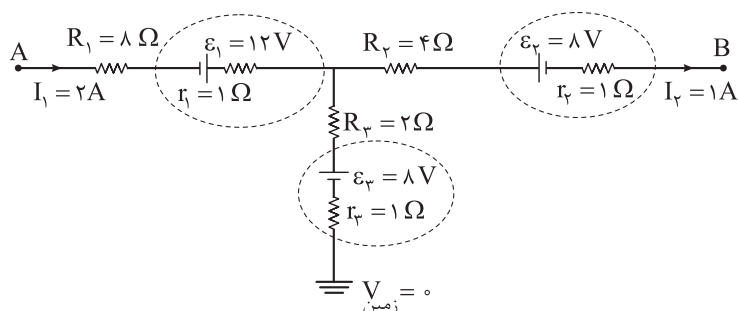
$$75 \quad (1)$$

$$100 \quad (2)$$

$$150 \quad (3)$$

$$200 \quad (4)$$

۶۴- شکل زیر، قسمتی از یک مدار الکتریکی است. در این مدار، پتانسیل الکتریکی نقاط A و B، به ترتیب از راست به چپ، چند ولت است؟



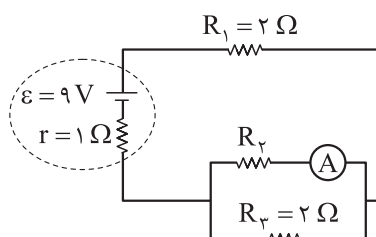
$$-2, 17 \quad (1)$$

$$-8, 17 \quad (2)$$

$$-2, 18 \quad (3)$$

$$-8, 18 \quad (4)$$

۶۵- در مدار شکل زیر، اگر آمپرسنج آرمانی $5/0A$ را نشان دهد، مقاومت R_x برابر چند اهم است؟



$$3 \quad (1)$$

$$6 \quad (2)$$

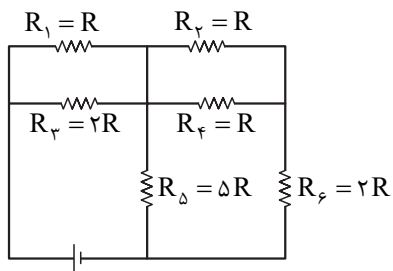
$$2 \quad (3)$$

$$8 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات



۶۶- در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت R_1 چند برابر توان مصرفی مقاومت R_6 است؟



$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

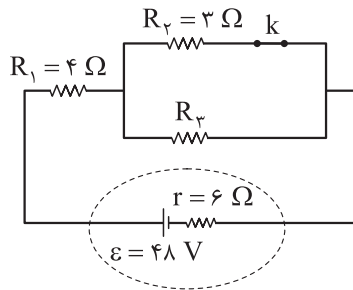
$$2 \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$4 \quad (4)$$

۶۷- در مدار شکل زیر، کلید k بسته و توان خروجی باتری، بیشینه است. اگر کلید k باز شود، توان خروجی باتری به

چند وات می‌رسد؟



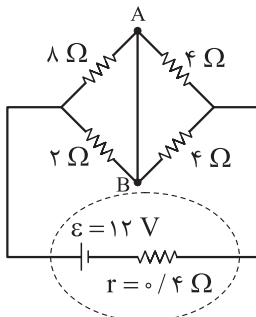
$$60 \quad (1)$$

$$90 \quad (2)$$

$$100 \quad (3)$$

$$120 \quad (4)$$

۶۸- در مدار شکل زیر، جریان الکتریکی عبوری از سیم AB چند آمپر و در چه جهتی است؟



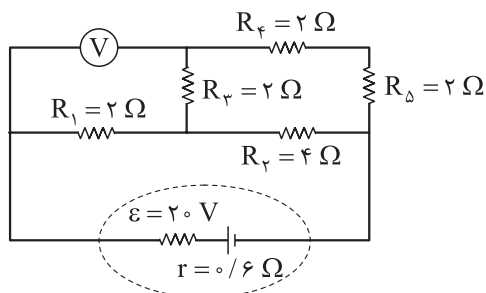
$$0.6 \text{ A, from A to B} \quad (1)$$

$$0.6 \text{ A, from B to A} \quad (2)$$

$$0.9 \text{ A, from A to B} \quad (3)$$

$$0.9 \text{ A, from B to A} \quad (4)$$

۶۹- در مدار شکل زیر، ولت‌سنج آرمانی چند ولت را نشان می‌دهد؟



$$6/4 \quad (1)$$

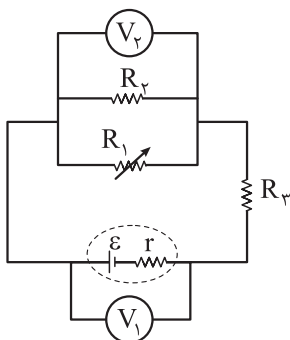
$$12/8 \quad (2)$$

$$11/2 \quad (3)$$

$$10/4 \quad (4)$$

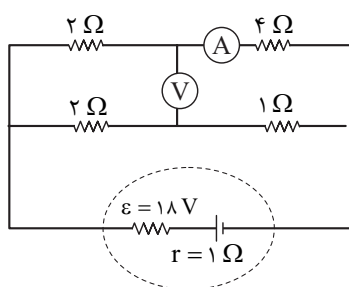
محل انجام محاسبات

۷۰- در مدار شکل زیر، با کاهش مقاومت رئوستا، مقداری که ولت‌سنج‌های آرمانی V_1 و V_2 نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ، چگونه تغییر می‌کند؟



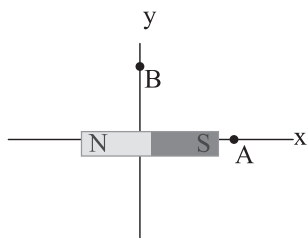
- (۱) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.
- (۲) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.
- (۳) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.
- (۴) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

۷۱- در مدار شکل زیر، اگر جای آمپرسنج آرمانی و ولت‌سنج آرمانی عوض شود، مقداری که هر یک نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ، چند آمپر و چند ولت تغییر می‌کنند؟



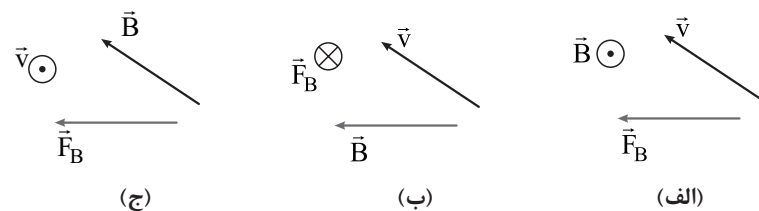
- (۱) ۲، ۱
- (۲) ۴، ۱
- (۳) ۲، ۲
- (۴) ۴، ۲

۷۲- در شکل زیر، یک آهنربای میله‌ای در صفحه و در راستای محور X قرار دارد. میدان مغناطیسی حاصل از این آهنربا در نقاط A و B، به ترتیب از راست به چپ، در چه جهتی است؟



- (۱) در جهت محور X، در جهت محور X
- (۲) در جهت محور X، در جهت محور Y
- (۳) در خلاف جهت محور X، در جهت محور X
- (۴) در خلاف جهت محور X، در جهت محور Y

۷۳- در شکل‌های زیر، $\vec{v}$ سرعت یک ذره با بار الکتریکی منفی، $\vec{B}$ میدان مغناطیسی یکنواخت و $\vec{F}_B$ نیروی مغناطیسی وارد بر آن ذره است. کدام شکل‌ها از نظر فیزیکی قابل قبول است؟ (بردارها، یا در صفحه یا عمود بر آن هستند).

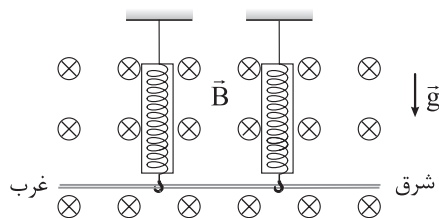


- (۱) فقط «الف»
- (۲) فقط «ب»
- (۳) «ب» و «ج»
- (۴) هیچ‌کدام

محل انجام محاسبات



۷۴- در شکل زیر، در میدان مغناطیسی یکنواختی که جهت آن به سمت شمال است، سیمی در راستای افقی شرق - غرب قرار دارد. اگر چگالی سیم 8 g/cm^3 ، سطح مقطع آن 5 mm^2 و اندازه میدان مغناطیسی 400 G باشد، از سیم، جریان چند آمپر و در چه جهتی عبور کند تا مقداری که نیروسنج‌ها نشان می‌دهند برابر صفر باشد؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



(۱) ۱، شرق به غرب

(۲) ۱، غرب به شرق

(۳) ۱۰، شرق به غرب

(۴) ۱۰، غرب به شرق

۷۵- در فضایی که در آن میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E} = (400 \text{ N/C})\vec{i}$ و میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B} = (300 \text{ G})\vec{j}$ وجود دارد، ذره‌ای با بار الکتریکی $8 \mu\text{C}$ با سرعت $\vec{v} = (10^4 \text{ m/s})\vec{i}$ پرتاب می‌شود. اندازه نیروی خالص وارد بر ذره، بلافاصله پس از پرتاب چند نیوتون است؟ (از سایر نیروهای وارد بر ذره چشم‌پوشی کنید.)

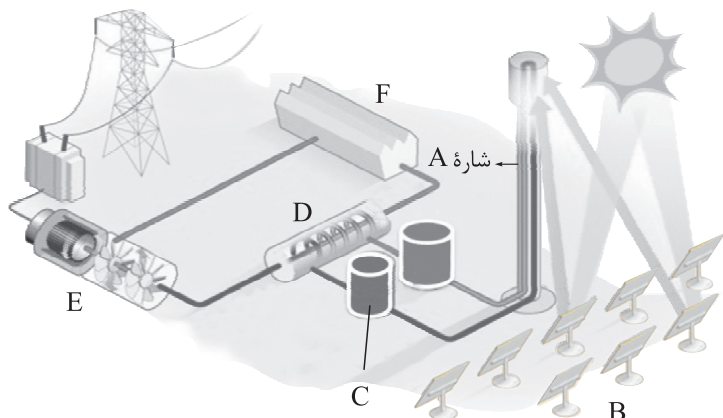
(۴) 8×10^{-4}

(۳) 8×10^{-3}

(۲) 4×10^{-4}

(۱) 4×10^{-3}

۷۶- با توجه به شکل زیر که نمایی از فناوری پیشرفته برای تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی را نشان می‌دهد، کدام مطلب درست است؟



- (۱) B و C به ترتیب آینه‌ها و منبع ذخیره انرژی الکتریکی را نشان می‌دهند.
 (۲) گستره دمایی مایع بودن شاره A از اتیلن گلیکول بیشتر و از فلز مس کم‌تر است.
 (۳) علامت ΔH در تغییر حالت آب در قسمت F با علامت ΔH در انحلال آمونیوم نیترات در آب یکسان است.
 (۴) شاره‌ای مولکولی را نشان می‌دهد که علامت بار جزئی اتم مرکزی در مولکول آن با علامت بار جزئی اتم مرکزی در مولکول SCl_4 یکسان است.

۷۷- کدام مورد نادرست است؟

- (۱) در هنگام تشکیل سدیم کلرید از عنصرهای سازنده، شعاع فلز و نافلز به دلیل تغییر شمار زیرلایه‌های الکترونی اشغال شده به ترتیب کاهش و افزایش می‌یابد.
 (۲) اگر آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیب یونی Al_2O_3 برابر 15916 kJ باشد، آنتالپی واکنش:
 $Al_2O_3(g) \rightarrow 2Al^{3+}(g) + 3O^{2-}(g)$ می‌تواند برابر 15370 kJ باشد.
 (۳) فرمول شیمیایی هر ترکیب یونی، ساده‌ترین نسبت کاتیون‌ها و آنیون‌های سازنده آن را نشان می‌دهد.
 (۴) آرایش یون‌ها در سرتاسر شبکه بلوری نمک خوراکی، از یک الگوی تکراری پیروی می‌کند.

۷۸- در مقایسه با پتاسیم فلوئورید، شعاع کاتیون سازنده کدام ترکیب یونی کوچک‌تر، اما نسبت عدد کوئوردیناسیون آنیون به کاتیون در آن بیشتر است؟

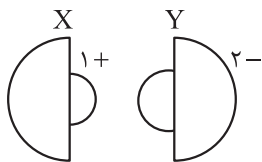
- | | |
|--------------------|--------------------|
| (۱) روییدیم سولفید | (۲) سدیم کلرید |
| (۳) کلسیم فسفید | (۴) آلومینیم اکسید |

محل انجام محاسبات



۷۹- با توجه به شکل مقابل که مقایسه شعاع اتمی و یون‌های پایدار دو عنصر از دوره سوم جدول تناوبی را نشان می‌دهد،

کدام مورد نادرست است؟



(۱) شمار الکترون‌ها با $l = 1$ در اتم Y ، ۴ واحد بیشتر از اتم X است.

(۲) آنتالپی فروپاشی شبکه بلور X_2Y از K_2S بیشتر است.

(۳) مقایسه شعاع اتمی عنصرهای X و Y ، برعکس مقایسه چگالی بار یون‌های پایدار آنها است.

(۴) نسبت بار به شعاع در یون پایدار Y از این نسبت در یون پایدار اکسیژن، بیشتر است.

۸۰- آنتالپی فروپاشی شبکه بلور چهار ترکیب یونی زیر برحسب $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ برابر ۹۲۶، ۲۴۸۸، ۲۹۶۵ و ۳۸۰۰ می‌باشد. اگر

۲۵ گرم از مخلوط سدیم فلوئورید و منیزیم اکسید با جذب ۸۴۳ کیلوژول گرما به یون‌های گازی خود تبدیل شوند، چند

درصد از جرم این مخلوط را منیزیم اکسید تشکیل داده است؟ ($O = 16, F = 19, Na = 23, Mg = 24 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

سدیم اکسید	منیزیم فلوئورید	منیزیم اکسید	سدیم فلوئورید	ماده
؟	؟	؟	؟	آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیب یونی

۸۴ (۴)

۶۶ (۳)

۳۴ (۲)

۱۶ (۱)

۸۱- با توجه به رفتار مواد A ، X و D در برابر تابش نور سفید، این مواد به ترتیب کدام می‌توانند باشند؟

ماده	رفتار
A	کل نور تابیده شده را جذب می‌کند.
X	طول موج‌های حدود 620 تا 700 نانومتر را بازتاب می‌کند.
D	کل نور تابیده شده را بازتاب می‌کند.

(۱) دوده - آهن (III) اکسید - تیتانیم (IV) اکسید

(۲) دوده - محلول پتاسیم پرمنگنات - تیتانیم (IV) اکسید

(۳) تیتانیم (IV) اکسید - آهن (III) اکسید - دوده

(۴) تیتانیم (IV) اکسید - محلول پتاسیم پرمنگنات - دوده

۸۲- کدام مورد درست است؟

(۱) توصیف «شکننده بودن در حالت جامد و رسانای جریان برق بودن در حالت مذاب» را می‌توان به دو نوع جامد بلوری نسبت داد.

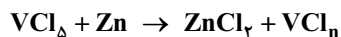
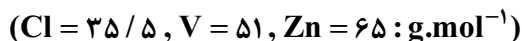
(۲) در گذشته، انسان‌ها رنگدانه‌های طبیعی را از منابع گیاهی، جانوری و برخی کانی‌ها تهیه می‌کردند.

(۳) تیتانیم برخلاف فولاد، مقاومت بالایی در برابر سایش دارد.

(۴) نیتینول نوعی آلیاژ هوشمند است که از یک فلز دسته p و یک فلز دسته d ساخته شده است.

محل انجام محاسبات

۸۳- به محلولی دارای ۹۱۴ گرم وانادیم (V) کلرید، چند گرم فلز روی باید اضافه شود تا با انجام واکنش کامل، محلول بنفش رنگ حاصل شود؟



۳۶۰ (۴)

۱۳۰ (۳)

۲۶۰ (۲)

۳۹۰ (۱)

۸۴- کدام موارد زیر در ارتباط با تیتانیم درست است؟

(الف) در ترکیبی از آن که به عنوان رنگدانه سفید کاربرد دارد، عدد اکسایش فلز با عدد اکسایش وانادیم در VO^{2+} برابر است.

(ب) 100 cm^3 تیتانیم خالص در مقایسه با 100 cm^3 فولاد، جرم بیشتری دارد.

(پ) مجموع عددهای کوانتومی اصلی و فرعی برای الکترون‌های ظرفیت اتم آن، برابر ۱۳ است.

(ت) برخی ویژگی‌های فیزیکی مانند چکش خواری را می‌توان با الگوی دریای الکترونی برای اکسید آن توجیه کرد.

(ث) نقطه ذوب آن از فولاد بالاتر است که این موضوع یکی از دلایل استفاده از تیتانیم در موتور جت است.

الف - ث (۴)

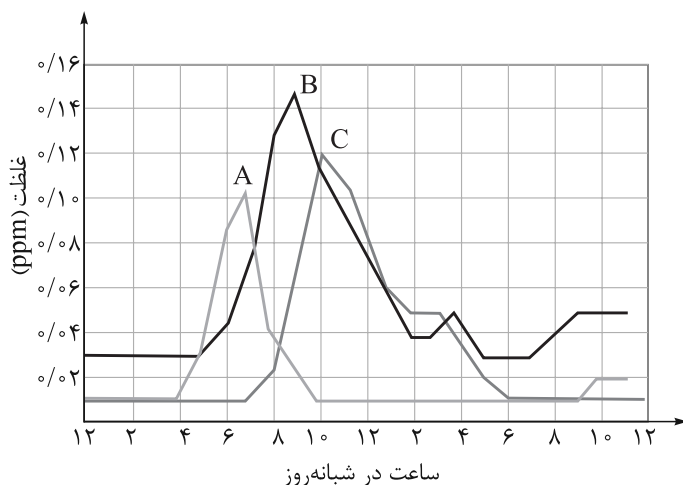
ب - پ (۳)

ب - ت - ث (۲)

الف - ت - ث (۱)

۸۵- با توجه به نمودار زیر که غلظت سه آلاینده NO ، O_3 و NO_2 را در نمونه‌ای از هوای یک شهر بزرگ نشان می‌دهد،

کدام مورد نادرست است؟



(۱) B به رنگ قهوه‌ای روشن دیده می‌شود.

(۲) A فرآورده دیگر واکنش تولید اوزون تروپوسفری است.

(۳) در ساعت ۱۰ صبح، غلظت گاز اوزون در هوا از گاز نیتروژن دی‌اکسید، بیشتر است.

(۴) در بازه زمانی ۶ صبح تا ۱۲ ظهر، سرعت متوسط تغییر غلظت گاز نیتروژن دی‌اکسید، $\frac{1}{3}$ برابر سرعت متوسط تغییر غلظت گاز نیتروژن مونوکسید است.

۸۶- کدام موارد زیر نادرست است؟

(الف) آمونیاک و اوره، قبل از تولید ویتامین A در جهان، به طور صنعتی تولید شده‌اند.

(ب) همه گازهای خروجی از اگزوز خودروهای بنزینی، از سوختن بنزین در موتور خودرو ایجاد شده‌اند.

(پ) افزایش دما همانند کاتالیزگر، باعث کاهش انرژی فعال‌سازی واکنش و در نتیجه افزایش سرعت آن می‌شوند.

(ت) مقدار CO خروجی از اگزوز خودروها به ازای طی یک کیلومتر از مقدار NO بیشتر است.

الف - ب (۴)

ب - پ (۳)

الف - ت (۲)

الف - ب (۱)

محل انجام محاسبات



۸۷- کدام مورد جزء کاربردهای طیف‌سنجی فروسرخ نیست؟

(۱) تشخیص اتانول و دی‌متیل اتر از یکدیگر

(۲) شناسایی اکسیدهای نیتروژن در هواکره

(۳) شناسایی برخی مولکول‌ها در فضای بین ستاره‌ای

(۴) ام.آر.آی. (MRI) در علم پزشکی

۸۸- با توجه به داده‌های جدول زیر، اگر روزانه ۴۰ هزار خودرو در شهری رفت و آمد کنند و هر خودرو به طور میانگین ۳۰ کیلومتر

مسافت طی کند، با نصب مبدل کاتالیستی در اگزوز خودروها، روزانه از ورود چند مول گاز NO به هواکره جلوگیری

می‌شود؟ ($N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$)

فرمول شیمیایی آلاینده		NO
مقدار آلاینده ($g.km^{-1}$)	در نبود مبدل	۱/۰۴
	در مجاورت مبدل	۰/۰۴

$$1/6 \times 10^3 \text{ (۴)}$$

$$4 \times 10^4 \text{ (۳)}$$

$$4/8 \times 10^4 \text{ (۲)}$$

$$1/2 \times 10^6 \text{ (۱)}$$

۸۹- درستی یا نادرستی کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟

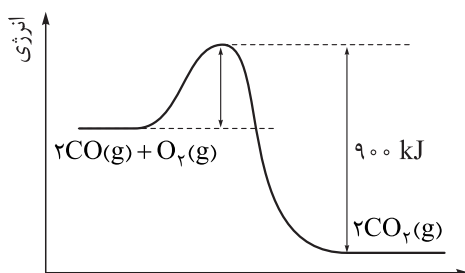
(۱) با کشیدن نوک کبریت روی سطح زبر قوطی کبریت، انرژی فعال‌سازی واکنش تأمین می‌شود.

(۲) در شرایط یکسان، سرعت یک واکنش گرماگیر، کم‌تر از سرعت یک واکنش گرماده است.

(۳) فسفر سفید همانند گاز هیدروژن، در هوا و در دمای اتاق می‌سوزد.

(۴) برخی واکنش‌ها از جمله سوختن کامل گاز متان، نیاز به انرژی فعال‌سازی ندارند.

۹۰- با توجه به جدول و نمودار زیر، انرژی فعال‌سازی واکنش داده‌شده چند کیلوژول است؟



پایوند	آنتالپی ($kJ.mol^{-1}$)
$C \equiv O$	۱۰۷۲
$O = O$	۴۹۵
$C = O$	۸۰۰

$$561 \text{ (۴)}$$

$$516 \text{ (۳)}$$

$$393 \text{ (۲)}$$

$$339 \text{ (۱)}$$

محل انجام محاسبات



۹۱- کدام مورد دربارهٔ واکنش: $2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(l)$ در دمای اتاق، نادرست است؟

- (۱) بدون حضور کاتالیزگر، این واکنش در دمای اتاق انجام نمی‌شود.
 - (۲) آنتالپی واکنش در حضور جرقه یا پودر روی یکسان است.
 - (۳) به دلیل سطح تماس بیشتر پودر روی، سرعت انجام آن در حضور پودر روی نسبت به توری پلاتینی بیشتر است.
 - (۴) سرعت انجام آن با ایجاد جرقه در مخلوط و در حضور پودر روی را به ترتیب می‌توان «انفجاری» و «سریع» در نظر گرفت.
- ۹۲- انرژی فعال‌سازی واکنش: $2A(g) \rightarrow D_2(g) + E_2(g)$ ، برابر 248 kJ و آنتالپی آن برابر $+88 \text{ kJ}$ است. اگر در حضور کاتالیزگر، انرژی فعال‌سازی این واکنش ۲۵٪ کاهش یابد، تفاوت سطح انرژی فراورده‌ها و سد انرژی (قله نمودار انرژی - پیشرفت واکنش)، چند درصد تغییر خواهد کرد؟

(۱) ۲۵ (۲) $38/75$ (۳) $63/25$ (۴) ۷۵

۹۳- کدام مورد دربارهٔ مبدل‌های کاتالیستی خودروهای بنزینی درست است؟

- (۱) در آن‌ها گازهای CO و NO به ترتیب به گازهای CO_2 و NO_2 تبدیل می‌شوند.
- (۲) برای مدت طولانی کار نمی‌کنند و هر ساله باید آن‌ها را تعویض کرد.
- (۳) در برخی از آن‌ها، کاتالیزورها به شکل مش‌های (دانه‌های) ریز هستند و سطح آن‌ها با سرامیک پوشیده شده است.
- (۴) کاتالیزورهای مورد استفاده در این مبدل‌ها، همگی جزء فلزهای واسطه هستند.

۹۴- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- (الف) مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل ذره‌های سازندهٔ یک ماده در دما و فشار ثابت، هم‌ارز با آنتالپی آن است.
- (ب) برای پیوندهای موجود در مولکول‌های دواتمی، به کار بردن میانگین آنتالپی پیوند مناسب‌تر است.
- (پ) با افزایش جرم مولی، ارزش سوختی الکل‌های یک‌عاملی افزایش می‌یابد.
- (ت) در واکنش اکسایش گلوکز در بدن، گرمای مبادله‌شده عمدتاً ناشی از تفاوت انرژی گرمایی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها است.

(۱) الف - پ (۲) ب - ت (۳) الف - ت (۴) ب - پ

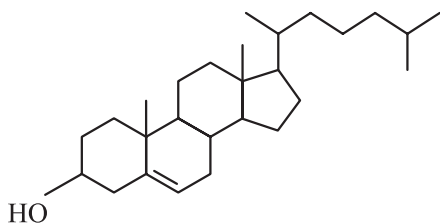
۹۵- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش زیر کدام است و در این واکنش، به ازای مصرف $1/6$ گرم مادهٔ A، چند گرم مادهٔ B تولید می‌شود؟ (بازده واکنش را ۸۰ درصد در نظر بگیرید؛ $H = 1, C = 12, O = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)
 آب + ساده‌ترین عضو خانوادهٔ آلدهیدها (B) $\rightarrow$ گاز اکسیژن + ساده‌ترین عضو خانوادهٔ الکل‌ها (A)

(۱) $1/5 - 7$ (۲) $1/2 - 7$ (۳) $1/2 - 11$ (۴) $1/5 - 11$

محل انجام محاسبات



۹۶- با توجه به ساختار کلسترول که به صورت زیر می باشد، کدام مورد نادرست است؟ ($\text{Br} = 80 \text{ g.mol}^{-1}$)



(۱) شمار مول های اکسیژن لازم برای سوختن کامل یک مول از آن برابر ۳۸ است.

(۲) ۲۵/۰ مول از آن قادر است با ۲۰ گرم بُرم به طور کامل واکنش داده و آن را بی رنگ کند.

(۳) شمار پیوندهای اشتراکی یگانه در ساختار آن، ۳۸ برابر شمار جفت الکترون های ناپیوندی است.

(۴) یک الکل سیر نشده است که مقدار اضافی آن در دیواره رگ ها رسوب می کند.

۹۷- کدام مورد نادرست است؟

(۱) ΔH فرایندهای انحلال را می توان به کمک گرماسنج لیوانی محاسبه نمود.

(۲) آنتالپی بسیاری از واکنش ها را می توان به کمک قانون هس محاسبه کرد.

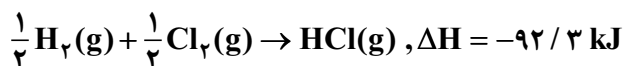
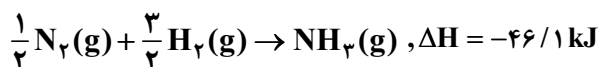
(۳) واکنش تشکیل آمونیاک از هیدرازین، گرماده بوده و محاسبه گرمای آن به روش تجربی امکان پذیر نیست.

(۴) در تبدیل کربن مونوکسید و نیتروژن مونوکسید به فراورده هایی با آلاینده گی کمتر، گرما آزاد می شود.

۹۸- از هیدرازین در سوخت موشک استفاده می شود و یکی از روش های صنعتی برای تولید آن، واکنش:



هیدرازین تولید می شود؟ ($\text{H} = 1, \text{N} = 14 : \text{g.mol}^{-1}$)



(۴) ۸۰۰

(۳) ۴۰۰

(۲) ۱۲۸

(۱) ۶۴

۹۹- کدام مطلب درباره بنزوئیک اسید نادرست است؟

(۱) اگر مقدار کافی از آن را با محلول پتاسیم پرمنگنات مخلوط کرده و حرارت دهیم، محلول بی رنگ می شود.

(۲) در تمشک و توت فرنگی وجود دارد و به عنوان رنگ دهنده و طعم دهنده به کنسرو مواد غذایی اضافه می شود.

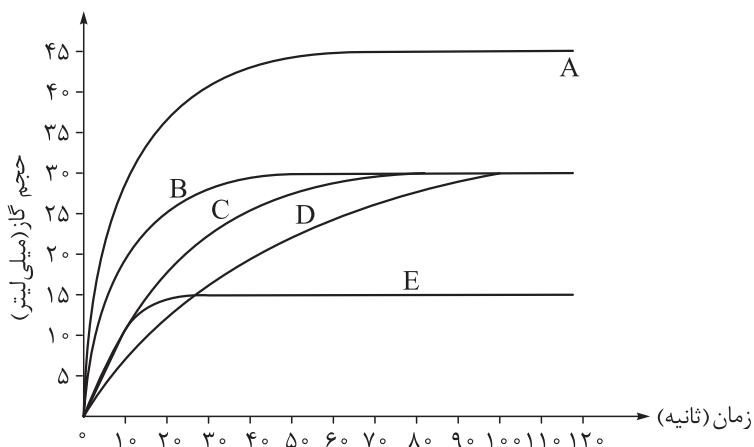
(۳) شمار اتم های کربن آن با بنزالدهید و شمار اتم های هیدروژن آن با ساده ترین سیکلوآلکان برابر است.

(۴) یک کربوکسیلیک اسید آروماتیک است که شمار پیوندهای دوگانه در ساختار آن با شمار پیوندهای دوگانه در ساختار نفتالن، یک واحد اختلاف دارد.

محل انجام محاسبات

۱۰۰- در یک راکتور، واکنشی بین دو ماده مجهول X و Y به صورت: « $xX + yY \rightarrow$ » فراورده‌ها در جریان است. اگر در یک بازه زمانی معین، سرعت متوسط تغییر جرم ماده X، برابر با نصف سرعت متوسط تغییر جرم ماده Y و جرم مولی ماده X، دو برابر جرم مولی ماده Y باشد، کدام مطلب درست است؟

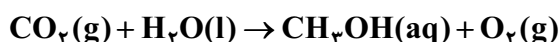
- (۱) در واحد زمان، تغییر شمار مول‌های X بیشتر از تغییر شمار مول‌های Y است.
 - (۲) ضریب استوکیومتری X در معادله واکنش، دو برابر ضریب استوکیومتری Y است.
 - (۳) سرعت واکنش برحسب مول بر لیتر بر زمان، برابر با سرعت متوسط تغییر جرم ماده X تقسیم بر جرم مولی آن است.
 - (۴) سرعت متوسط تغییر شمار مول‌های Y، چهار برابر سرعت متوسط تغییر شمار مول‌های X است.
- ۱۰۱- با توجه به نمودار زیر که مربوط به واکنش نوار منیزیم با هیدروکلریک اسید و تولید گاز هیدروژن و منیزیم کلرید می‌باشد، کدام مورد نادرست است؟



- (۱) اگر نمودار B مربوط به واکنش منیزیم با ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار HCl باشد، نمودار C می‌تواند مربوط به واکنش همان مقدار منیزیم با ۳۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار HCl باشد.
- (۲) اگر نمودار D مربوط به واکنش یک قطعه منیزیم با دو لیتر محلول ۱ مولار HCl

- باشد، نمودار B می‌تواند مربوط به واکنش همان مقدار پودر منیزیم با دو لیتر محلول ۱ مولار HCl باشد.
- (۳) نمودارهای B و D به ترتیب می‌توانند مربوط به گرم کردن و استفاده از بازدارنده در واکنش C باشند.
- (۴) در واکنش‌های مربوط به نمودارهای E و A در دمای یکسان، نسبت میزان مول واکنش‌دهنده مصرفی در آن‌ها، می‌تواند ۱ به ۳ باشد.

۱۰۲- در یک ظرف سربسته واکنش زیر انجام می‌شود: (معادله واکنش موازنه شود؛ $C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)



- اگر در بازه زمانی ۰ تا ۴ ساعت، سرعت متوسط مصرف کربن دی‌اکسید برابر با ۱/۰ مول بر ساعت باشد، کدام مطلب درست است؟
- (۱) پس از ۴ ساعت، ۰/۲ مول متانول تولید می‌شود.
 - (۲) در پایان ۴ ساعت، شمار مول‌های O_2 تولیدشده برابر با ۱/۲ مول است.
 - (۳) سرعت متوسط تولید گاز O_2 در این بازه زمانی، برابر با $10^{-3} \times 2/5$ مول است.
 - (۴) اگر شمار مول‌های اولیه گاز CO_2 برابر ۱۰ باشد، پس از ۴ ساعت، جرم آن به ۴۴۲/۲ گرم می‌رسد.

محل انجام محاسبات



۱۰۳- درستی یا نادرستی موارد زیر به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه آمده است؟

الف) وارد کردن الیاف آهن داغ در یک ارلن پر شده از گاز اکسیژن به جای هوای آزاد، سبب افزایش سرعت واکنش سوختن آن می شود.

ب) ΔH واکنش تهیه هیدروژن پراکسید از واکنش مستقیم میان گازهای هیدروژن و اکسیژن را نمی توان به روش تجربی تعیین کرد.

پ) در یک واکنش شیمیایی کامل، غلظت تمام واکنش دهنده ها در پایان واکنش به صفر می رسد.

ت) سرعت متوسط تولید یا مصرف هیچ دو ماده ای در یک واکنش شیمیایی نمی تواند با هم برابر باشد.

(۱) درست - درست - نادرست - نادرست

(۲) درست - درست - درست - نادرست

(۳) نادرست - درست - نادرست - نادرست

(۴) نادرست - درست - درست - نادرست

۱۰۴- جدول زیر قسمتی از اندازه گیری حجم گاز آزاد شده در شرایط استاندارد از واکنش میان کلسیم کربنات و هیدروکلریک

اسید را نشان می دهد. براساس این جدول، در ۳۰ ثانیه اول، سرعت واکنش چند مول بر دقیقه بوده و جرم مخلوط اولیه به

تقریب چند گرم است؟ (جرم مخلوط واکنش در ثانیه ۳۰ برابر ۵۵ / ۸ گرم است؛ $C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)

زمان	۶ ثانیه اول	۶ ثانیه دوم	۶ ثانیه سوم	۶ ثانیه چهارم	۶ ثانیه پنجم
حجم گاز تولید شده (mL)	۱۷۹ / ۲	۱۳۴ / ۴	۱۰۰ / ۸	۸۹ / ۶	۸۰ / ۶۴



$$(1) \quad 56/95 - 2/61 \times 10^{-2}$$

$$(2) \quad 56/85 - 5/22 \times 10^{-2}$$

$$(3) \quad 56/85 - 2/61 \times 10^{-2}$$

$$(4) \quad 56/95 - 5/22 \times 10^{-2}$$

محل انجام محاسبات



۱۰۵- کدام مورد درست است؟

- (۱) چهره پنهان غذا نشان می‌دهد که سالانه حدود ۳۰٪ از غذایی که در جهان فراهم می‌شود، به مصرف نمی‌رسد و به زباله تبدیل می‌شود و یا از بین می‌رود.
- (۲) سهم تولید گاز گلخانه‌ای CO_۲ در ردپای غذا به مراتب بیشتر از سوختن سوخت‌ها در خودروها، کارخانه‌ها و ... است.
- (۳) واکنش: $H_2(g) + I_2(s) \rightarrow 2HI(g)$ ، یک واکنش گرماده بوده و در دمای اتاق انجام نمی‌شود.
- (۴) از فرایند انحلال آمونیوم نیترات در آب، در بسته‌هایی که برای گرم کردن محل آسیب‌دیدگی مناسب است، استفاده می‌شود.

محل انجام محاسبات

پاسخ‌نامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحه
شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید
از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.



آزمون‌های تشریحی خیلی سبز



۵ مرحله در طول سال

آزمون

شبیه‌سازی کامل امتحان نهایی

- منطبق بر بارم‌بندی آموزش و پرورش
- تشابه کامل فرم برگه سوال، پاسخ‌برگ، کلید، پاسخنامه و حتی فونت سوال‌ها با امتحان نهایی
- پوشش همه مطالب و انواع سوالات
- ارائه یک یا دو تست عیناً مشابه امتحان نهایی
- هم‌سطح با دشواری سوالات امتحان نهایی



پاسخنامه‌های خیلی تشریحی

- ارائه پاسخ کامل و مرحله به مرحله
- محتوای یاددهنده شامل درسنامه
- ارائه نکات کلیدی هر سوال

تصحیح کاملاً مکانیزه

- تصحیح کاملاً حرفه‌ای توسط دو مصحح
- تصحیح سوم در صورت اختلاف نظر دو مصحح قبل
- تصحیح به صورت بررسی یک سوال برای گروهی از دانش‌آموزان
- امکان کامنت‌گذاری مصحح در فرایند تصحیح
- امکان درخواست تصحیح مجدد در پل ثبت اعتراض

کارنامه‌های بسیار کاربردی

- کارنامه تحلیلی و مقایسه‌ای
- نمره به تفکیک سوال
- کارنامه مبحثی

پاسخ نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز



مرحله سیزدهم

پایه دوازدهم

۱۴۰۴/۰۸/اسفند

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان و ریاضیات پایه	کاظم اجلالی - کوروش اسلامی - فرشاد حسن زاده - بابک سادات - علی شهرابی مصطفی کرمی - محمد گودرزی - سروش موئینی - محمدسجاد نقیه
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - سیدمحمدرضا حسینی فرد - محمد طاهر شعاعی - حمید گلزاری - حسین هاشمی طاهری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	مصطفی دیداری - سوگند روشنی - عطا صادقی
فیزیک	یاشار انگوتی - علیرضا جباری - هادی حمزه پور - رضا سبزمیدانی - نوید شاهی - سعید محبی
شیمی	ارژنگ خانلری - پیمان خواجوی مجد - یاسر راش - یاسر عبداللہی - محمد عظیمیان زواره محمد قهرمانی نژاد - امیرحسین مسلمی - محسن مجنون

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان و ریاضیات پایه	محمدسجاد نقیه	محمدسجاد نقیه	عادل حسینی	فرشاد حسن زاده محمد گودرزی	وحید جعفری شقایق راهبریان منصور زرکش اصفهانی
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	حمید گلزاری	سید عباس حسینی محسن میراسلامی	ابوالفضل ناصری مریم نظری ماهان فنی فر
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	امیرحسین ابومحبوب مریم نظری	منصور زرکش اصفهانی ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	علیرضا جباری مریم گلی حسنلو	علیرضا جباری سعید محبی	آیدین طهماسقلی زاده امیر محمودی انزلی سعید محبی فاطمه نجفی محمد رضا یاری
شیمی	یاسر عبداللہی	یاسر عبداللہی	نیلوفر درخشان	یاشار ذریه مرتضی نصیرزاده	محمد رضا بیاتلو سروش عبادی هادی عبادی آرمین عظیمی مهدیس محبت پناه

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانپور

ویژه کنکوری های ۱۴۰۵



آزمون آزمائشی خیلی سبز

تیم اجرایی و تألیف آزمون

بیتا ابراهیمی - علیرضا جعفری - عادل حسینی

سرپرست تولید	الناز علی یاری زاده
ویراستاران فنی	نیلوفر اعتمادی - نیوشا پیمان - هدیه خسروی زهرا صفری - الهه صفری - فاطمه علی اکبری محیا غنی فرد - زهرا فرهادی مهر - نادره ناز آوری ساعده نمازی
رسام	ندا فخاری سارا گنجی آزادپور
صفحه آرایی	صدف امام - مریم حسین زاده سپیده سخائی - الهام سهرابی - طاهره صادق نژاد مائده صبری - نیلوفر فرخجسته - فاطمه قیاسوند مهدیه گل پور - دریا لطفی



ریاضیات

۱

تعداد نقاط بحرانی تابع f با ضابطه $f(x) = x|3-x|$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۲

نمودار رسم کن.

Hint

درس Box

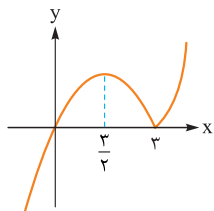
نقطه بحرانی

فرض کنید $c \in D_f$ باشد. $x = c$ طول نقطه بحرانی تابع f محسوب می‌شود، اگر تابع f در این نقطه مشتق نداشته باشد، یا مشتق تابع f در این نقطه برابر صفر باشد.

گام اول: ابتدا به کمک ریشه عبارت داخل قدرمطلق که برابر ۳ است، تابع f را دوضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} -x(x-3) & ; x < 3 \\ x(x-3) & ; x \geq 3 \end{cases}$$

و سپس نمودار آن را رسم می‌کنیم:



گام دوم: همان‌طور که از نمودار بالا مشخص است، تابع f در $x = 3$ مشتق‌ناپذیر (نقطه گوشه‌ای) است و در $x = \frac{3}{2}$ هم مشتق آن برابر صفر است؛ بنابراین تابع ۲ نقطه بحرانی دارد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۲ اگر $f(x) = \begin{cases} -1 & ; x < 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ 1 & ; x > 0 \end{cases}$ و $g(x) = \lfloor x \rfloor$ باشد، تابع gof در بازه $(-10, 7)$ چند نقطه بحرانی به طول صحیح تابع پله‌ای است.

دارد؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

۱۸ (۴)

۱۷ (۳)

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

تمام نقاط دامنه تابع g با ضابطه $g(x) = \lfloor f(x) \rfloor$ ، نقاط بحرانی آن هستند.



طبق نکته بالا تمام نقاط بازه $(-10, 7)$ نقاط بحرانی تابع gof هستند. این بازه شامل $16 = 7 - (-10) - 1$ عدد صحیح است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

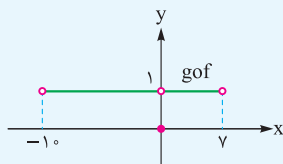
ضابطه تابع gof را به دست می‌آوریم:

یادآور دیگره

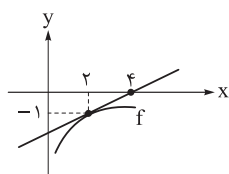
$$(\text{gof})(x) = \lfloor f(x) \rfloor \Rightarrow (\text{gof})(x) = \begin{cases} 0 & ; x = 0 \\ 1 & ; x \neq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\text{gof})'(x) = 0 \quad ; \quad x \neq 0$$

تابع gof در $x = 0$ مشتق پذیر نیست، بنابراین تمام نقاط بازه $(-10, 7)$ بحرانی است.



نمودار تابع f و خط مماس بر آن در $x = 2$ در شکل زیر رسم شده است. آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع g با ضابطه $g(x) = xf(x)$ در $x = 2$ کدام است؟ همان مشتق است.



$$\frac{1}{2} (2)$$

(۱) صفر

$$\frac{3}{2} (4)$$

(۳) -۱

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: از شکل پیدا است که $f(2) = -1$ است. خط مماس از نقاط $(4, 0)$ و $(2, -1)$ می‌گذرد، پس شیب آن برابر $\frac{0 - (-1)}{4 - 2} = \frac{1}{2}$ است، این یعنی $f'(2) = \frac{1}{2}$ است.

گام دوم: حالا از تابع g مشتق می‌گیریم:

$$g'(x) = f(x) + xf'(x)$$

و سپس $x = 2$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$g'(2) = f(2) + 2f'(2)$$

با جای‌گذاری مقادیر به‌دست‌آمده برای $f(2)$ و $f'(2)$ در گام اول، داریم:

$$g'(2) = -1 + 2\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

۴ توابع f و g با ضابطه‌های $f(x) = \frac{x^5 - 1}{x^5}$ و $g(x) = \sqrt[5]{x+1}$ مفروض‌اند. حاصل $\frac{1}{f'(g(x)) \times g'(x)}$ کدام است؟

این همان مشتق $f \circ g$ است.

$$\frac{1}{x+1} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{(x+1)^2} \quad (۳)$$

$$x+1 \quad (۲)$$

$$(x+1)^2 \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشتق تابع مرکب

درس Box

$$f(g(x)) \xrightarrow{\text{مشتق}} g'(x)f'((g(x)))$$

ضابطه تابع مشتق تابع هموگرافیک $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ به صورت $f'(x) = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$ است.

نکته

گام اول: همان‌طور که در تعبیر نیز می‌بینید، مخرج کسر خواسته سؤال، طبق درس‌بکس، همان مشتق تابع $f \circ g$ است؛ بنابراین لازم است که در ابتدا ضابطه تابع آن را به دست آوریم:

$$h(x) = f(g(x)) = \frac{(g(x))^5 - 1}{(g(x))^5}$$

$$\Rightarrow h(x) = \frac{(x+1) - 1}{x+1} = \frac{x}{x+1}$$

گام دوم: حالا کافی است از تابع بالا مشتق بگیریم:

$$\xrightarrow{\text{نکته}} h'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$$

خواسته سؤال معکوس ضابطه تابع بالا و برابر $(x+1)^2$ است:

$$\frac{1}{f'(g(x)) \times g'(x)} = \frac{1}{h'(x)} = (x+1)^2$$

۵

مجموع طول نقاط بحرانی تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ کدام است؟

۲ (۴)

-۱ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۱

• جبر توابع و مشتق گیری

درس Box

$$(f \pm g)' = f' \pm g'$$

$$(f \times g)' = f'g + g'f$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - g'f}{g^2}$$

• مشتق تابع $f(x) = x^n$ که $n \in \mathbb{Q}$ ، تابع $f'(x) = nx^{n-1}$ است.گام اول: ابتدا ضابطه f' را به دست می آوریم:

$$f'(x) = \frac{(x^2+1) - 2x(x)}{(x^2+1)^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$$

گام دوم: تابع f روی $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است؛ بنابراین طول نقاط بحرانی آن جواب های معادله $f'(x) = 0$ هستند؛ پس داریم:

$$\xrightarrow{f'(x)=0} 1-x^2=0 \Rightarrow x=\pm 1$$

در نتیجه مجموع طول نقاط بحرانی تابع، برابر صفر است.

در تابع گویای h با ضابطه $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ که f و g دو تابع چندجمله ای هستند، جواب های معادله $h'(x) = 0$ همان جواب های

نکته

معادله $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)}{g'(x)}$ هستند. به بیان ساده تر کافی است به جای مشتق گیری از یک تابع کسری، خود تابع را با اصطلاحاً هوپیتال آن (یعنی مشتق صورت به روی مشتق مخرج) مساوی قرار دهیم.

طبق نکته بالا داریم:

یه جور دیگه

$$f(x) = \frac{x}{x^2+1} \xrightarrow{\text{HOP}} f_H(x) = \frac{1}{2x}$$

حالا این دو را مساوی قرار می دهیم:

$$\frac{x}{x^2+1} = \frac{1}{2x} \Rightarrow 2x^2 = x^2+1 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1 \Rightarrow \text{مجموع طول نقاط بحرانی} = 0$$

ریاضیات

۶

به ازای کدام مقدار a تابع f با ضابطه $f(x) = |x^2 - 4| + a|x - 2|$ در $x = 2$ مشتق پذیر است؟

-۴ (۴)

۴ (۳)

-۲ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

Hint

از $|x - 2|$ فاکتور بگیر، عبارت دیگر رو برابر صفر قرار بده.

نکته

فرض کنید $h(x) = f(x) \times g(x)$ باشد، به طوری که تابع f در $x = a$ پیوسته اما مشتق ناپذیر و تابع g نیز در $x = a$ پیوسته باشد. تابع h در $x = a$ مشتق دارد، اگر $g(a) = 0$ باشد؛ یعنی اگر یک عامل صفرکننده در یک تابع پیوسته مشتق ناپذیر ضرب شود، آن را مشتق پذیر می کند.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با دقت در ضابطه تابع f و به کمک اتحاد مزدوج، آن را می توانیم به صورت زیر بازنویسی کنیم:

$$f(x) = |x - 2| |x + 2| + a|x - 2| \Rightarrow f(x) = (|x + 2| + a)|x - 2|$$

گام دوم: تابع $y = |x - 2|$ در $x = 2$ پیوسته، اما مشتق ناپذیر است؛ بنابراین اگر تابع f بخواید در $x = 2$ مشتق پذیر شود، عامل ضربی دیگر باید برابر صفر شود؛ بنابراین داریم:

$$|x + 2| + a = 0 \xrightarrow{x=2} 4 + a = 0 \Rightarrow a = -4$$

از تعریف مشتق استفاده می کنیم:

یه جور دیگه

$$f(x) = |x - 2| (|x + 2| + a)$$

$$\xrightarrow{f(2)=0} \begin{cases} f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x - 2)(|x + 2| + a)}{x - 2} = -(4 + a) \\ f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x - 2)(|x + 2| + a)}{x - 2} = 4 + a \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{برابری}} -4 - a = 4 + a \Rightarrow 2a = -8 \Rightarrow a = -4$$

ریاضیات

تابع f روی $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است و نمودار آن نسبت به محور y متقارن است. اگر $f'(1) = 3$ باشد، مشتق تابع g با ضابطه $g(x) = f(\sqrt{x}) + f(x^2 - 3x + 1)$ در $x = 1$ کدام است؟

یعنی $f'(\alpha)$ و $f'(-\alpha)$ قرینه هم‌اند؛ مثل سهمی $y = x^2$.

۳ (۴)

۳ / ۵ (۳)

۴ (۲)

۴ / ۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$f'(-1) = -3$ ، حالا از g مشتق بگیر.

Hint

اگر نمودار تابع f نسبت به محور y متقارن باشد، داریم:

$$f(-x) = f(x)$$

حال با فرض مشتق پذیر بودن تابع از طرفین تساوی بالا مشتق می‌گیریم:

$$-f'(-x) = f'(x) \quad \text{یا} \quad f'(-x) = -f'(x)$$

یعنی شیب خطوط مماس بر نمودار تابع f در نقاط هم‌عرض در طرفین محور y (در صورت وجود)، قرینه هم‌اند.

مشتق تابع رادیکالی:



$$\sqrt{ax+b} \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{a}{2\sqrt{ax+b}}$$

گام اول: از درس باکس و تعبیر نتیجه می‌شود که $f'(-1) = -3$ است.

گام دوم: ضابطه تابع g' را با کمک مشتق تابع مرکب به دست می‌آوریم:

$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} f'(\sqrt{x}) + (2x - 3) f'(x^2 - 3x + 1)$$

که اگر $x = 1$ را جای‌گذاری کنیم، داریم:

$$g'(1) = \frac{1}{2} f'(1) - f'(-1)$$

گام سوم: با جای‌گذاری $f'(1) = 3$ و $f'(-1) = -3$ ، خواسته سؤال را حساب می‌کنیم:

$$g'(1) = \frac{1}{2} (3) - (-3) = \frac{9}{2}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

می‌توانیم ضابطه تابع f را $f(x) = 3|x|$ در نظر بگیریم:

$$\Rightarrow g(x) = 3|\sqrt{x}| + 3|x^2 - 3x + 1| = 3\sqrt{x} - 3x^2 + 9x - 3$$

در $x=1$ منفی است.

$$\Rightarrow g'(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}} - 6x + 9 \xrightarrow{x=1} g'(1) = \frac{3}{2} - 6 + 9 = \frac{9}{2}$$

توجه: درست است که طبق فرض، تابع f باید روی $\mathbb{R}$ مشتق پذیر باشد، اما با این حال که تابع $y = 3|x|$ در $x = 0$ مشتق ندارد، چنین فرضی مشکلی در حل این سؤال ایجاد نمی‌کند، زیرا که در محاسبه $g'(1)$ ، مشتق پذیری تابع f در $x = 0$ بی‌اهمیت است.

تیزبازی



از نقطه‌ای به طول ۳ واقع بر محور x ، خطی قائم بر نمودار تابع $f(x) = x^2$ رسم شده است. این خط محور y را در

کدام عرض قطع می‌کند؟

بر خط مماس عمود است.

نقطه $(3, 0)$

۱ / ۵ (۴)

۱ (۳)

۲ / ۵ (۲)

۲ (۱)

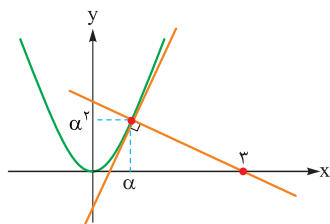
پاسخ: گزینه ۴



شیب خط مماس بر نمودار تابع در نقطه $x = \alpha$ واقع بر آن برابر $f'(\alpha)$ و شیب خط قائم بر نمودار تابع $-\frac{1}{f'(\alpha)}$ است.

گام اول: فرض کنید نقطه‌ای که خط مفروض بر نمودار تابع f یا بر خط مماس عمود می‌شود، نقطه (α, α^2) باشد:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x, f'(\alpha) = 2\alpha$$

طبق نکته، شیب خط قائم برابر $-\frac{1}{f'(\alpha)}$ یا $-\frac{1}{2\alpha}$ است.

گام دوم: حالا معادله خطی را می‌نویسیم که با شیب $-\frac{1}{2\alpha}$ از نقطه (α, α^2) می‌گذرد:

$$y - \alpha^2 = -\frac{1}{2\alpha}(x - \alpha) \Rightarrow y = -\frac{1}{2\alpha}x + \alpha^2 + \frac{1}{2}$$

گام سوم: طبق فرض، این خط از نقطه $(3, 0)$ می‌گذرد، بنابراین طول و عرض این نقطه در معادله خط صدق می‌کند:

$$0 = -\frac{1}{2\alpha}(3) + \alpha^2 + \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{\times(2\alpha)} -3 + 2\alpha^3 + \alpha = 0 \xrightarrow[\text{بر } (\alpha-1) \text{ تقسیم می‌کنیم.}]{\alpha=1 \text{ صدق می‌کند.}} (\alpha-1)(2\alpha^2 + 2\alpha + 3) = 0 \Rightarrow \alpha = 1$$

Δ منفی است.

گام چهارم: $\alpha = 1$ را در معادله خط (گام دوم) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\text{خط قائم: } y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

عرض از مبدأ این خط برابر $\frac{3}{2}$ است.



مینیمم مطلق تابع f با ضابطه $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x - 3$ کدام است؟

-۶ (۴)

-۵ (۳)

-۴ (۲)

-۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

اکسترم‌های مطلق

درس Box

اگر برد تابع f بازه $[a, b]$ باشد، a را مینیمم مطلق تابع f و b را ماکزیمم مطلق آن می‌نامیم.

اگر دامنه تابع f برابر $\mathbb{R}$ باشد، اکسترم‌های مطلق آن در صورت وجود در نقاط بحرانی آن رخ می‌دهند.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ضابطه تابع را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$f(x) = 2\left(\sin x \times \frac{1}{2} + \cos x \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 3$$

$$\cos \frac{\pi}{3} \quad \sin \frac{\pi}{3}$$

اتحاد سینوس مجموع دو کمان

$$\rightarrow f(x) = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 3$$

گام دوم: کم‌ترین مقدار تابع بالا به ازای $\sin \text{cloud} = -1$ برابر -5 است. $2(-1) - 3 = -5$

اگر با استفاده از مشتق عمل کنیم، داریم:

یه‌جور دیگه

$$f'(x) = \cos x - \sqrt{3} \sin x = 0 \Rightarrow \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x_c = k\pi + \frac{\pi}{6}; k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x_c = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}, \cos x_c = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} & ; \text{ زوج } k \\ \sin x_c = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}, \cos x_c = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2} & ; \text{ فرد } k \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x_c) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} - 3 = -1 & ; \text{ زوج } k \\ -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} - 3 = -5 & ; \text{ فرد } k \end{cases}$$

بنابراین کم‌ترین مقدار تابع برابر -5 است.

طبق نامساوی $-\sqrt{a^2 + b^2} \leq a \sin \theta + b \cos \theta \leq \sqrt{a^2 + b^2}$ ، حدود عبارت $\sin x + \sqrt{3} \cos x$ بازه $[-2, 2]$ و در نتیجه برد تابع f بازه $[-5, -1]$ به دست می‌آید.

یه‌جور دیگه

۱۰. تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} -x^2 & ; x < 0 \\ x^2 - 2x & ; x \geq 0 \end{cases}$ مفروض است. اگر m و n به ترتیب تعداد ماکزیمم‌ها و مینیمم‌های

نسبی نمودار تابع g با ضابطه $g(x) = |f(x)|$ باشد، حاصل $\frac{m}{n}$ کدام است؟

$$\frac{2}{3} (4)$$

$$\frac{3}{2} (3)$$

$$\frac{1}{2} (2)$$

$$2 (1)$$

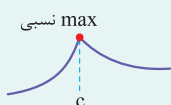
پاسخ: گزینه ۲

نمودار رسم کن.

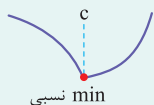
Hint

درس Box

● **ماکزیمم نسبی:** اگر تابع f در یک همسایگی $x = c$ تعریف شده باشد، به طوری که در همه نقاط این همسایگی $f(c) \geq f(x)$ باشد، $x = c$ طول یک ماکزیمم نسبی نمودار تابع f است:



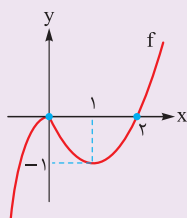
● **مینیمم نسبی:** اگر تابع f در یک همسایگی $x = c$ تعریف شده باشد، به طوری که در همه نقاط این همسایگی $f(c) \leq f(x)$ باشد، $x = c$ طول یک مینیمم نسبی نمودار تابع f است:



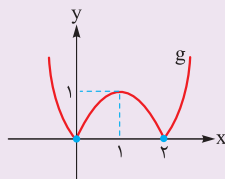
شرط لازم برای تعاریف بالا این است که تابع در همسایگی $x = c$ حتماً تعریف شده باشد، این یعنی نقاط ابتدا و انتهای دامنه نمی‌توانند اکسترمم‌های نسبی باشند.

گام اول: نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام دوم: سپس نمودار تابع g را رسم می‌کنیم:



گام سوم: همان‌طور که مشاهده می‌شود، تابع g دو نقطه مینیمم و یک نقطه ماکزیمم نسبی دارد؛ پس $m = 1$ و $n = 2$ و در نتیجه $\frac{m}{n} = \frac{1}{2}$ است.

تابع f با ضابطه $f(x) = x^2 - 5|x|$ را در نظر بگیرید. اگر m و n به ترتیب، تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع $y = |f(x)|$ باشند، مقدار $\frac{n}{m}$ کدام است؟ (سوال ۲۲ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)

$$2 (4)$$

$$\frac{1}{2} (3)$$

$$\frac{2}{3} (2)$$

$$\frac{3}{2} (1)$$

کنکور

۱۱ اختلاف مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع f با ضابطه $f(x) = -\frac{2}{3}x^3 - x^2 + 4x + 1$ روی بازه $[-3, 2]$ کدام است؟

۷ (۴)

۹ (۳)

 $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{16}{3}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

درس: Box

روش به دست آوردن اکسترمم‌های مطلق تابع f بازه $[a, b]$:(۱) ابتدا نقاط بحرانی تابع را در بازه (a, b) به دست می‌آوریم.

(۲) مقدار تابع در این نقاط را حساب می‌کنیم.

(۳) از بین مقادیر به دست آمده به همراه $f(a)$ و $f(b)$ ، کم‌ترین را به عنوان مینیمم مطلق و بیشترین را به عنوان ماکزیمم مطلق در نظر می‌گیریم.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا ضابطه تابع مشتق را به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = -2x^2 - 2x + 4$$

و سپس برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$\xrightarrow{f'(x)=0} -2(x^2 + x - 2) = 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ یا } 1$$

هر دو مقدار در بازه $[-3, 2]$ قرار می‌گیرند.

گام دوم: حالا مقادیر تابع در این نقاط بحرانی و هم‌چنین در ابتدا و انتهای بازه را حساب می‌کنیم:

$$f(-3) = -2, f(-2) = -\frac{17}{3}, f(1) = \frac{10}{3}, f(2) = -\frac{1}{3}$$

گام سوم: در بین مقادیر بالا، $-\frac{17}{3}$ کم‌ترین مقدار و $\frac{10}{3}$ بیشترین مقدار است؛ بنابراین داریم:

$$\begin{cases} \text{Max} = \frac{10}{3} \\ \text{min} = -\frac{17}{3} \end{cases} \Rightarrow \text{Max} - \text{min} = \frac{27}{3} = 9$$

مقادیر اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = -\frac{2}{3}x^3 - x^2 + 4x + 1$ را در بازه $[-3, 2]$ به دست آورید.

(سؤال ۱۶ - امتحان نهایی فرداد ۱۴۰۴)

 امتحان
نهایی

۱۲ ماکزیمم مطلق تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{x^3 + 2}{x^2 + 1}$ روی بازه $(-1, 3)$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) ۲
(۳) ۱
(۴) وجود ندارد.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: تابع f روی $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است، پس نقاط بحرانی آن، صفرهای تابع f' هستند.

$$\frac{f'(x)=0}{\text{HOP}} \rightarrow \frac{x^3 + 2}{x^2 + 1} = \frac{3x^2}{2x}$$

$$3x^4 + 3x^2 = 2x^4 + 4x \Rightarrow x^4 + 3x^2 - 4x = 0$$

گام دوم: در معادله بالا $x = 0$ و $x = 1$ صدق می کنند، پس بر $x(x-1)$ تقسیم می کنیم:

$$x^4 + 3x^2 - 4x = x(x-1)(x^2 + x + 4) = 0$$

Δ منفی است

گام سوم: مقادیر تابع را در $x = -1$ ، $x = 0$ و $x = 1$ حساب می کنیم:

$$f(-1) = \frac{-1+2}{1+1} = \frac{1}{2} = 0.5, f(0) = \frac{0+2}{0+1} = 2, f(1) = \frac{1+2}{1+1} = \frac{3}{2} = 1.5$$

حد چپ تابع f را در $x = 3$ نیز حساب می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \frac{3^3 + 2}{3^2 + 1} = \frac{29}{10} = 2.9$$

گام چهارم: با توجه به مقادیر به دست آمده در گام سوم، مشخص است که برد تابع f با دامنه $(-1, 3)$ بازه $(0.5, 2.9)$ است و این یعنی تابع f روی این بازه ماکزیمم مطلق ندارد.

ریاضیات

۱۳

اگر $a > 0$ باشد، حاصل ضرب بیشترین و کمترین مقدار تابع f با ضابطه $f(x) = \sqrt{x-a} + \sqrt{3a-x}$ برابر ۸ است.

مقدار a کدام است؟

$4\sqrt{2} \quad (4)$

$2 \quad (3)$

$2\sqrt{2} \quad (2)$

$4 \quad (1)$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا دامنه تابع را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} \sqrt{x-a} : x-a \geq 0 \Rightarrow x \geq a \\ \sqrt{3a-x} : 3a-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3a \end{cases} \xrightarrow[a > 0]{\text{اشتراک}} a \leq x \leq 3a$$

پس $D_f = [a, 3a]$ است.گام دوم: حالا طول نقطه (نقاط) بحرانی بازه $(a, 3a)$ را به دست می آوریم:

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-a}} - \frac{1}{2\sqrt{3a-x}} \xrightarrow{f'(x)=0} \sqrt{x-a} = \sqrt{3a-x}$$

$$\Rightarrow x-a = 3a-x \Rightarrow 2x = 4a \Rightarrow x = 2a$$

که قابل قبول هم هست.

گام سوم: حالا مقادیر تابع را در این نقاط حساب می کنیم:

$$f(a) = f(3a) = \sqrt{2a}$$

$$f(2a) = 2\sqrt{a} = \sqrt{4a}$$

پس کمترین مقدار تابع برابر $\sqrt{2a}$ و بیشترین مقدار آن برابر $\sqrt{4a}$ است.

گام چهارم: حالا طبق فرض سؤال، حاصل ضرب این دو عدد را برابر ۸ قرار می دهیم:

$$\sqrt{2a} \times \sqrt{4a} = 8 \Rightarrow \sqrt{8a^2} = 8 \Rightarrow 2a\sqrt{2} = 8 \Rightarrow a = \frac{8}{2\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

حاصل ضرب بیشترین و کمترین مقدار تابع $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{a-2x}$ برابر $\sqrt{12}$ است. اگر $a > 0$ باشد، مقدار $[a]$

(سؤال ۱۲۸ کنکور تهرانی ۱۴۰۲ - نوبت اول)

کدام است؟

$12 \quad (4)$

$6 \quad (3)$

$4 \quad (2)$

$2 \quad (1)$

کنکور

مجموع مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع f با ضابطه $f(x) = \cos \pi x - 2 \sin \frac{\pi x}{4} - 1$ و دامنه $[0, 4]$ ، کدام است؟

- $-\frac{3}{2}$ (۱) $-\frac{5}{2}$ (۲) $-\frac{7}{2}$ (۳) -4 (۴)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: با کمک اتحادهای مثلثاتی دو برابر کمان، ضابطه تابع f را به گونه‌ای دیگر می‌نویسیم:

$$f(x) = \cos(2\pi \frac{x}{4}) - 2 \sin \frac{\pi x}{4} - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi x}{4} - 2 \sin \frac{\pi x}{4} - 1 = -2 \sin^2 \frac{\pi x}{4} - 2 \sin \frac{\pi x}{4}$$

حالا اگر به فرم مربع کامل بنویسیم، داریم:

$$f(x) = \frac{1}{4} - 2(\sin \frac{\pi x}{4} + \frac{1}{4})^2 ; 0 \leq x \leq 4$$

گام دوم: حالا متغیر جدید $t = \sin \frac{\pi x}{4}$ را در نظر می‌گیریم و با استفاده از دامنه تابع f ، محدوده این متغیر را حساب می‌کنیم:

$$0 \leq x \leq 4 \Rightarrow 0 \leq \frac{\pi x}{4} \leq \pi \Rightarrow -1 \leq t \leq 1$$

گام سوم: حالا با این محدوده، برد تابع f را حساب می‌کنیم:

$$-1 \leq t \leq 1 \Rightarrow -\frac{1}{4} \leq t + \frac{1}{4} \leq \frac{3}{4} \Rightarrow 0 \leq (t + \frac{1}{4})^2 \leq \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow -\frac{9}{4} \leq -2(t + \frac{1}{4})^2 \leq 0 \Rightarrow -4 \leq \frac{1}{4} - 2(t + \frac{1}{4})^2 \leq \frac{1}{4}$$

در نتیجه $\frac{1}{4} \leq f(x) \leq -4$ است، این یعنی ماکزیمم مطلق تابع f برابر $\frac{1}{4}$ ، مینیمم مطلق آن برابر -4 و مجموع آن‌ها برابر $-\frac{7}{4}$ است.

نقاط بحرانی بازه $(0, 4)$ را به دست می‌آوریم:

یه جور دیگه

$$f'(x) = -\pi \sin \pi x - \pi \cos \frac{\pi x}{4} \xrightarrow{f'(x)=0} \sin \pi x + \cos \frac{\pi x}{4} = 0$$

$$\Rightarrow 2 \sin \frac{\pi x}{4} \cos \frac{\pi x}{4} + \cos \frac{\pi x}{4} = 0 \Rightarrow \cos \frac{\pi x}{4} (2 \sin \frac{\pi x}{4} + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos \frac{\pi x}{4} = 0 \Rightarrow \frac{\pi x}{4} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 4k + 2; k \in \mathbb{Z} \\ \sin \frac{\pi x}{4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi x}{4} = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 4k - \frac{2}{3} \\ \frac{\pi x}{4} = 2k\pi - \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = 4k - \frac{10}{3} \end{cases}; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

نقاط بحرانی بازه $(0, 4)$ عبارتند از $1, \frac{2}{3}, 3, \frac{10}{3}$. حالا مقادیر تابع را در این نقاط خاص حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} f(0) = f(4) = 0 \\ f(1) = -4 \\ f(\frac{2}{3}) = f(\frac{10}{3}) = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{Max} = \frac{1}{4}, \text{min} = -4 \Rightarrow \text{Max} + \text{min} = -\frac{7}{4} \\ f(3) = 0 \end{cases}$$

استوانه‌ای درون یک کره محاط شده است. اگر حجم استوانه بیشترین مقدار ممکن باشد، نسبت حجم کره به حجم استوانه کدام است؟

$$\frac{4}{3} (۴)$$

$$\frac{3}{2} (۳)$$

$$\sqrt{3} (۲)$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

بهینه‌سازی:

درس: Box

مسئله بهینه‌سازی همان مسئله اکسترم‌های مطلق است؛ در واقع در مسئله بهینه‌سازی ما یک شرط محدودکننده داریم و براساس آن می‌خواهیم چیز دیگری (مساحت، حجم، طول، هزینه، فاصله و ...) را به حداقل/ حداکثر مقدار ممکن خودش برسانیم.

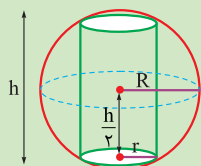
در بهینه‌سازی:

(۱) ابتدا ببینید چه چیزی را می‌خواهید بهینه (کم‌ترین یا بیشترین) کنید، رابطه یا فرمول آن را بنویسید.

(۲) احتمالاً در آن فرمول ۲ متغیر دارید، باید با یک شرط محدودکننده، یکی از متغیرها را برحسب دیگری بنویسید تا یک تابع یک‌متغیره داشته باشید.

(۳) حالا مسئله، همان مسئله اکسترم مطلق است، مشتق بگیرید و برابر صفر قرار دهید.

گام اول: شکل مسئله را می‌کشیم، شعاع کره R ، شعاع قاعده استوانه r و ارتفاع آن h است. در این مسئله R یک عدد ثابت است.



حالا رابطه حجم استوانه را می‌نویسیم:

$$V = \pi r^2 h$$

گام دوم: دو متغیر داریم و بهتر است که h را برحسب r بنویسیم. به کمک رابطه فیثاغورس داریم:

$$\left(\frac{h}{2}\right)^2 + r^2 = R^2 \Rightarrow h = 2\sqrt{R^2 - r^2}$$

و سپس در فرمول حجم جای‌گذاری می‌کنیم:

$$V(r) = \pi r^2 \times 2\sqrt{R^2 - r^2} \Rightarrow V(r) = 2\pi\sqrt{R^2 r^4 - r^6}$$

گام سوم: حجم استوانه زمانی ماکزیمم می‌شود که مقدار عبارت زیر رادیکال ماکزیمم شود:

$$f(r) = R^2 r^4 - r^6 \Rightarrow f'(r) = 4R^2 r^3 - 6r^5$$

$$\xrightarrow{f'(r)=0} 4r^3(2R^2 - 3r^2) = 0 \xrightarrow{r \neq 0} r^2 = \frac{2}{3}R^2$$

گام چهارم: در این صورت حجم استوانه برابر خواهد بود با:

$$V_{\max} = 2\pi\sqrt{R^2\left(\frac{2}{3}R^2\right) - \frac{1}{27}R^6} = \frac{4\pi R^3}{3\sqrt{3}}$$

حجم کره هم که $\frac{4}{3}\pi R^3$ است. حالا نسبت این دو حجم برابر می‌شود با:

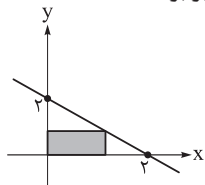
$$\frac{\text{حجم کره}}{\text{بیشترین مقدار حجم استوانه}} = \frac{\frac{4\pi R^3}{3}}{\frac{4\pi R^3}{3\sqrt{3}}} = \sqrt{3}$$

در کره‌ای به شعاع R یک استوانه محاط کرده‌ایم. شعاع قاعده و ارتفاع استوانه را طوری به دست آورید که حجم استوانه، بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.

(هسابان ۲ - مثال صفحه ۱۱۹ کتاب درسی)

کتاب
درسی

در شکل زیر، بیشترین مقدار حجم حاصل از دوران مستطیل سایه خورده حول محور y چند برابر π است؟



$$\frac{16}{27} (4)$$

$$\frac{32}{9} (3)$$

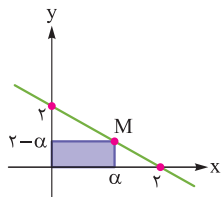
$$\frac{16}{9} (2)$$

$$\frac{32}{27} (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: معادله خط رسم شده $y = 2 - x$ است؛ پس اگر طول نقطه M را α در نظر بگیریم، عرض آن $2 - \alpha$ خواهد بود.



اگر مستطیل رنگی را حول محور y دوران دهیم، استوانه‌ای با شعاع فاعده α و ارتفاع $2 - \alpha$ به دست می‌آید که حجم آن برابر می‌شود با:

$$V(\alpha) = \pi \alpha^2 (2 - \alpha) = \pi (2\alpha^2 - \alpha^3)$$

گام دوم: از تابع به دست آمده مشتق می‌گیریم:

$$V'(\alpha) = \pi (4\alpha - 3\alpha^2)$$

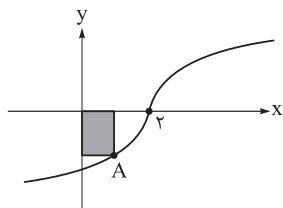
و سپس برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$\xrightarrow{V'(\alpha)=0} 4\alpha - 3\alpha^2 = 0 \xrightarrow{\alpha \neq 0} \alpha = \frac{4}{3}$$

گام سوم: با جای گذاری α ، بیشترین مقدار حجم را پیدا می‌کنیم:

$$V_{\max} = \pi \times \frac{16}{9} \times \frac{2}{3} = \frac{32\pi}{27}$$

مطابق شکل، نقطه A روی نمودار تابع $f(x) = \sqrt[3]{x-2}$ در ناحیه چهارم دستگاه مختصات قرار گرفته است. بیشترین مقدار مساحت مستطیل سایه خورده کدام است؟



۱) $\circ / 75\sqrt[3]{2}$

۲) $\circ / 75\sqrt[3]{4}$

۳) $\circ / 5\sqrt[3]{2}$

۴) $\circ / 5\sqrt[3]{4}$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: رابطه مساحت مستطیل سایه خورده را برحسب طول نقطه A پیدا می کنیم. اگر طول نقطه A را α در نظر بگیریم، طول مستطیل همین α و عرض آن $|f(\alpha)|$ یا $\sqrt[3]{2-\alpha}$ است؛ پس مساحت مستطیل برابر می شود با:

$$S(\alpha) = \alpha \sqrt[3]{2-\alpha}$$

دقت کنید که $0 < \alpha < 2$ است.

گام دوم: حالا مشتق می گیریم:

$$S'(\alpha) = \sqrt[3]{2-\alpha} - \frac{\alpha}{3\sqrt[3]{(2-\alpha)^2}} = \frac{2(2-\alpha) - \alpha}{3\sqrt[3]{(2-\alpha)^2}}$$

$$\Rightarrow S'(\alpha) = \frac{6-4\alpha}{3\sqrt[3]{(2-\alpha)^2}}$$

و سپس برابر صفر قرار می دهیم:

$$\xrightarrow{S'(\alpha)=0} 6-4\alpha=0 \Rightarrow \alpha = \frac{3}{2}$$

گام سوم: بیشترین مقدار مساحت مستطیل برابر $S(\frac{3}{2})$ است:

$$S(\frac{3}{2}) = \frac{3}{2} \sqrt[3]{2-\frac{3}{2}} = \frac{1/5}{\sqrt[3]{2}} = \circ / 75\sqrt[3]{4}$$

۱۸

مقدار عبارت $\frac{\sqrt{8}\sqrt[3]{2}\sqrt{2}}{2^{1/25}}$ کدام است؟ $\sqrt{2}$ (۲)

۲ (۱)

 $\sqrt[3]{2}$ (۴) $\sqrt[4]{2}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: همه اعداد را بر حسب توان های ۲ می نویسیم:

$$8 = 2^3$$

$$2\sqrt{2} = 2^{1+\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}} \Rightarrow \sqrt[3]{2}\sqrt{2} = \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$$

$$A = \frac{\sqrt{2^3 \times 2^{\frac{1}{2}}}}{2^{\frac{1}{25}}} = \frac{2^{\frac{3}{2}}}{2^{\frac{1}{25}}} = 2^{\frac{3}{2} - \frac{1}{25}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

گام دوم: در نتیجه عبارت برابر می شود با:

نقاط $A(1, 3, 1)$ ، $B(-1, 1, -3)$ و $C(-1, 4, 1)$ رأس‌های یک مثلث هستند. در این مثلث، طول میانه وارد بر ضلع AB

کدام است؟

۲ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

مشاوره این سؤال، مشابه یکی از سؤال‌های امتحان‌های نهایی گذشته طراحی شده است.

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

اگر $A(x_1, y_1, z_1)$ و $B(x_2, y_2, z_2)$ دو نقطه در فضا باشند:

الف) مختصات وسط پاره خط AB به صورت $M(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}, \frac{z_1+z_2}{2})$ است.

ب) طول پاره خط AB برابر است با:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

گام اول: با توجه به شکل فرضی مقابل، باید مختصات نقطه M وسط پاره خط AB را به دست آورده

و فاصله آن را از نقطه C محاسبه کنیم:

$$M(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}, \frac{z_A + z_B}{2}) = (\frac{1-1}{2}, \frac{3+1}{2}, \frac{1-3}{2}) = (0, 2, -1)$$

گام دوم: طول CM برابر است با:

$$CM = \sqrt{(0+1)^2 + (4-2)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{1+4+4} = 3$$

پاسخ خیلی تشریحی

نقاط $A = (1, 2, 1)$ ، $B = (-1, 0, -5)$ و $C = (-1, 3, 1)$ سه رأس یک مثلث هستند. اگر نقطه M وسط ضلع AB باشد، طول پاره خط CM (میانه وارد بر ضلع AB) را حساب کنید. (سؤال ۱۴ قسمت الف - امتحان نهایی فرداد ۱۴۰۴)

۲۰ زاویه بین دو بردار $\vec{a} = \vec{j} + \vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$ چند درجه است؟

(۲) ۶۰

(۱) ۳۰

(۴) ۱۵۰

(۳) ۱۲۰

مشاوره این سؤال، مشابه یکی از سؤال‌های امتحان‌های نهایی گذشته طراحی شده است.

پاسخ: گزینه ۳

درس Box

 (۱) اگر $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ و $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ دو بردار باشند، آن‌گاه حاصل ضرب داخلی آن‌ها برابر است با:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

 (۲) اگر زاویه بین دو بردار غیرصفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ، برابر با θ باشد، آن‌گاه:

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: حاصل ضرب داخلی دو بردار $\vec{a} = \vec{j} + \vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$ برابر است با:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \times 0 - 1 \times 1 + 0 \times 1 = -1$$

 گام دوم: طول‌های دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر است با:

$$|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2} = \sqrt{2}, \quad |\vec{b}| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{2}$$

گام سوم: زاویه بین دو بردار را به دست می‌آوریم:

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{-1}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 120^\circ$$

 کسینوس زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (1, 0, 1)$ و $\vec{b} = (-1, 1, 0)$ را به دست آورید. (سؤال ۱۵ - امتحان نهایی شهریور ۱۴۰۴)

 امتحان
نهایی

ناحیه‌ای در صفحه با روابط $0 \leq y \leq x^2$ و $-1 \leq x \leq 1$ مشخص شده است. چند نقطه با مختصات صحیح در این ناحیه

وجود دارد؟

۴ (۴)

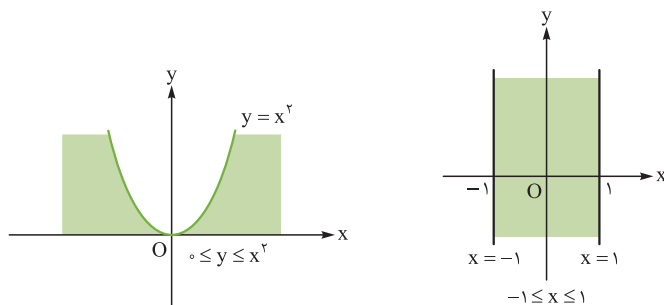
۳ (۳)

۲ (۲)

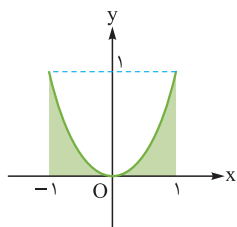
۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول: نمودار هر کدام از ناحیه‌های $0 \leq y \leq x^2$ و $-1 \leq x \leq 1$ را جداگانه رسم می‌کنیم:



گام دوم: از اشتراک دو ناحیه‌ای که در گام اول، نمودار آن‌ها را رسم کردیم، نمودار ناحیه مورد نظر سؤال به دست می‌آید:



گام سوم: همان‌طور که در نمودار گام دوم دیده می‌شود، نقاط با مختصات صحیح $(-1, 1)$ ، $(1, 1)$ ، $(-1, 0)$ ، $(1, 0)$ ، $(0, 0)$ و $(0, 1)$ به ناحیه جواب تعلق دارند که تعداد آن‌ها ۵ تا است.

ریاضیات

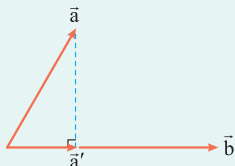
۲۲ اگر $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = 3\vec{i} + \vec{k}$ ، آن گاه مجموع مؤلفه‌های تصویر قائم بردار $\vec{a} - \vec{b}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$ ، کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) -۲
(۳) $2\sqrt{10}$
(۴) $-2\sqrt{10}$

مشاوره تصویر قائم یک بردار بر امتداد بردار دیگر از مباحث مهم، هم در آزمون‌های تستی و هم در آزمون‌های تشریحی است. روی دو رابطه‌ای که در درس‌باکس گفته‌ایم، مسلط باشید.

پاسخ: گزینه ۲

فرض کنید $\vec{a}'$ تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$ است:



الف) اگر طول $\vec{a}'$ را بخواهیم از رابطه $|\vec{a}'| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{b}|}$ استفاده می‌کنیم.

ب) اگر مؤلفه‌های $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$ را بخواهیم، از رابطه استفاده می‌کنیم.

گام اول:

داریم $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k} = (2, 3, -1)$ و $\vec{b} = 3\vec{i} + \vec{k} = (3, 0, 1)$ پس $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} = (2-3, 3-0, -1-1) = (-1, 3, -2)$.

گام دوم:

داریم $|\vec{b}| = \sqrt{3^2 + 0^2 + 1^2} = \sqrt{10}$ و $\vec{c} \cdot \vec{b} = (-1, 3, -2) \cdot (3, 0, 1) = (-1) \times 3 + 3 \times 0 + (-2) \times 1 = -5$.

گام سوم: با توجه به درس‌باکس، داریم:

$$\vec{b} = \frac{\vec{c} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} = \frac{-5}{\sqrt{10}^2} (3, 0, 1) = \frac{-1}{2} (3, 0, 1) \Rightarrow \text{مجموع مؤلفه‌ها} = \frac{-1}{2} (3 + 0 + 1) = -2$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

درس‌باکس

۲۳ دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ با هم زاویه 60° می‌سازند. طول تصویر قائم بردار $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|}$ بر امتداد بردار $\vec{a}$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$0 \quad (4)$$

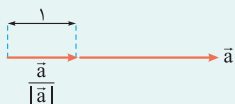
$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

مشاوره این سؤال، مشابه یکی از سؤال‌های کنکور ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۴ طراحی شده است.

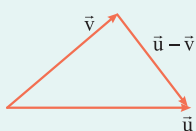
پاسخ: گزینه ۴

درس Box

(۱) برای هر بردار مانند $\vec{a}$ ، بردار $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$ برداری به طول واحد، در راستای بردار $\vec{a}$ است:

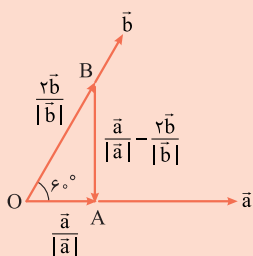


(۲) برای هر دو بردار $\vec{u}$ و $\vec{v}$ که ابتدای آن‌ها بر هم منطبق است، بردار $\vec{u} - \vec{v}$ برداری است که انتهای $\vec{v}$ را به انتهای $\vec{u}$ وصل می‌کند.



(۳) اگر دو بردار بر هم عمود باشند، تصویر قائم یکی از آن‌ها بر دیگری، بردار صفر است.

گام اول: شکل مناسب را رسم می‌کنیم: **پاسخ خیلی تشریحی ✓**



گام دوم: در مثلث OAB بنا به قضیه کسینوس‌ها، داریم:

$$x^2 = 1^2 + 2^2 - 2 \times 1 \times 2 \times \underbrace{\cos 60^\circ}_{\frac{1}{2}} \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \sqrt{3}$$

گام سوم: از آن‌جا که در مثلث OAB رابطه فیثاغورس برقرار است $(\sqrt{3})^2 = 1^2 + x^2$ ، این مثلث قائم‌الزاویه است، پس طول تصویر قائم بردار $\vec{BA}$ بر بردار $\vec{a}$ ، صفر است.

اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ، 60° باشد، اندازه تصویر قائم بردار $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$ بر امتداد بردار $\vec{a}$ کدام است؟

(سؤال ۳۲ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت اول)

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

۲۴ اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر 45° ، زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{a} + \vec{b}$ برابر 30° و $|\vec{a}| = \sqrt{2}$ باشد، آن گاه $|\vec{b}|$ کدام است؟

$$\begin{aligned} & \sqrt{3} + 1 \quad (2) \\ & \sqrt{2} + \sqrt{6} \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2\sqrt{2} \quad (1) \\ & 2\sqrt{3} \quad (3) \end{aligned}$$

پاسخ: گزینه ۲

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$$

(۱) برای هر بردار مانند $\vec{a}$ ، داریم:

(۲) ضرب داخلی دارای خاصیت توزیع پذیری است، یعنی:

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \pm \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} \pm \vec{a} \cdot \vec{c}$$

(۳) برای هر دو بردار دلخواه، مانند $\vec{a}$ و $\vec{b}$ داریم:

$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = |\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}$$

گام اول: فرض کنیم $|\vec{b}| = x$ ، داریم: ✓ پاسخ خیلی تشریحی

$$\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) - \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|^2 \Rightarrow |\vec{a}| \|\vec{a} + \vec{b}\| \cos 30^\circ - |\vec{a}| \|\vec{b}\| \cos 45^\circ = |\vec{a}|^2$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} |\vec{a} + \vec{b}| - \frac{\sqrt{2}}{2} x = \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{3} |\vec{a} + \vec{b}| = 2\sqrt{2} + \sqrt{2}x$$

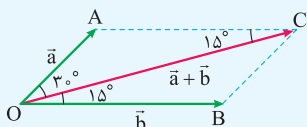
گام دوم: طرفین تساوی آخر را به توان دو می‌رسانیم:

$$3(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}) = 8 + 2x^2 + 8x \Rightarrow 3(2 + x^2 + 2 \times \sqrt{2} \times x \times \frac{\sqrt{2}}{2}) = 8 + 2x^2 + 8x$$

$$\Rightarrow 6 + 3x^2 + 6x = 8 + 2x^2 + 8x \Rightarrow x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 - 3 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 3 \Rightarrow x-1 = \pm\sqrt{3} \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3} \xrightarrow{x>0} x = 1 + \sqrt{3}$$

مطابق شکل، متوازی‌الاضلاع OACB را روی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بنا می‌کنیم. بنا به قضیه سینوس‌ها در مثلث OAC داریم:



$$\frac{AC}{\sin 30^\circ} = \frac{OA}{\sin 15^\circ} \Rightarrow \frac{|\vec{b}|}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}} \Rightarrow |\vec{b}| = \sqrt{3} + 1$$

➡ به چور دیگه

نقاط $A = (x, y, z)$ و $B = (2, -3, 1)$ در فضا مفروض اند. اگر طول پاره خط AB برابر ۴ باشد، حداکثر مقدار $x + 2y + 2z$ کدام است؟

۱۴ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

Hint

معمولاً برای پیدا کردن حداکثر مقدار عبارت $ax + by + cz$ یا حداقل مقدار عبارت $a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2$ از نامساوی کوشی - شوارتز استفاده می شود.

درس Box

اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دو بردار در فضا باشند که با هم زاویه θ می سازند، آن گاه همواره داریم:

$$|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$$

رابطه فوق نامساوی کوشی - شوارتز نامیده می شود. دلیل برقراری این رابطه آن است که:

$$|\cos \theta| \leq 1 \Rightarrow |\vec{a}| |\vec{b}| |\cos \theta| \leq |\vec{a}| |\vec{b}| \Rightarrow |\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$$

گام اول: طول پاره خط AB برابر ۴ است، پس داریم:

$$AB = 4 \Rightarrow \sqrt{(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2} = 4$$

گام دوم: دو بردار به صورت $\vec{a} = (x-2, y+3, z-1)$ و $\vec{b} = (1, 2, 2)$ تعریف می کنیم. طبق نامساوی کوشی - شوارتز می توان نوشت:

$$|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}| \Rightarrow |(x-2) + 2(y+3) + 2(z-1)| \leq \sqrt{(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2} \times \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}$$

$$\Rightarrow |x + 2y + 2z + 2| \leq 4 \times 3$$

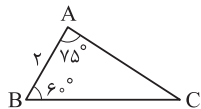
گام سوم: با حل نامساوی قدرمطلق داریم:

$$|x + 2y + 2z + 2| \leq 12 \Rightarrow -12 \leq x + 2y + 2z + 2 \leq 12 \Rightarrow -14 \leq x + 2y + 2z \leq 10$$

پس حداقل مقدار این عبارت -14 و حداکثر آن 10 است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۲۶ در شکل زیر شعاع دایره محیطی مثلث ABC کدام است؟



$$\sqrt{2} \quad (2)$$

$$\sqrt{3} \quad (1)$$

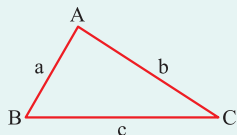
$$2\sqrt{2} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{2} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

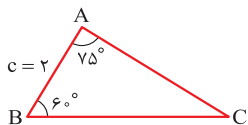
درس Box

در هر مثلث نسبت طول هر ضلع به سینوس زاویه روبروی آن، برابر است با طول قطر دایره محیطی مثلث:



$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R \quad (\text{قضیه سینوس ها})$$

گام اول: مجموع زاویه‌های داخلی مثلث ABC باید 180° باشد، پس:

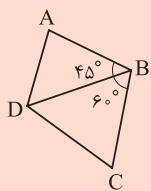


$$\hat{C} = 180^\circ - 60^\circ - 75^\circ = 45^\circ$$

گام دوم: برای محاسبه شعاع دایره محیطی مثلث ABC، داریم:

$$2R = \frac{c}{\sin \hat{C}} \Rightarrow R = \frac{c}{2 \sin \hat{C}} = \frac{2}{2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۲۷ در شکل مقابل اگر $\frac{CD}{AD} = \sqrt{3}$ و $\widehat{ADC} = 165^\circ$ ، آن گاه $\tan \hat{A}$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۴) ۲

مشاوره این سؤال مشابه یکی از سؤال‌های کنکور ریاضی خارج از کشور ۱۴۰۴ طراحی شده است.

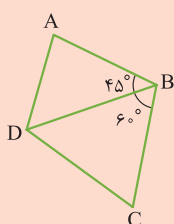
پاسخ: گزینه ۲

(۱) مجموع زاویه‌های داخلی هر چهارضلعی، 360° است.

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

(۲)

درس Box



پاسخ خیلی تشریحی ✓ **گام اول:** از آن جا که $\frac{CD}{AD} = \sqrt{3}$ ، این طور در نظر می‌گیریم که $AD = x$ و $CD = \sqrt{3}x$.

گام دوم: مجموع زاویه‌های داخلی چهارضلعی ABCD را برابر با 360° قرار می‌دهیم:

$$\hat{A} + 105^\circ + \hat{C} + 165^\circ = 360^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \sin \hat{C} = \cos \hat{A}$$

گام سوم: در دو مثلث ABD و BCD، قضیه سینوس‌ها را می‌نویسیم:

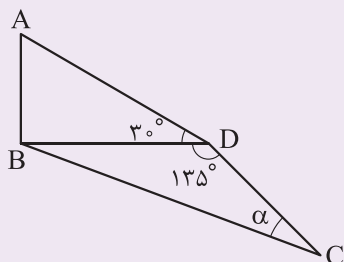
$$\triangle ABD: \frac{BD}{\sin \hat{A}} = \frac{AD}{\sin 45^\circ} \Rightarrow \frac{BD}{\sin \hat{A}} = \frac{x}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow \frac{BD}{\sin \hat{A}} = \sqrt{2}x \quad (1)$$

$$\triangle BCD: \frac{BD}{\sin \hat{C}} = \frac{DC}{\sin 60^\circ} \Rightarrow \frac{BD}{\cos \hat{A}} = \frac{\sqrt{3}x}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \frac{BD}{\cos \hat{A}} = 2x \quad (2)$$

گام چهارم: اگر طرفین معادله (۲) را بر طرفین معادله (۱) تقسیم کنیم، خواهیم داشت:

$$\tan \hat{A} = \sqrt{2}$$

در شکل زیر، اگر $\frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$ و زاویه $\hat{ABC} = 105^\circ$ باشد، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟ (سؤال ۳۱ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ (فارج از کشور))

(۱) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (۲) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

کنکور

در مثلث ABC به طول اضلاع a، b و c، اگر $a^2 - b^2 - c^2 = 1/2 bc$ ، آن گاه نسبت طول ضلع b به طول ارتفاع وارد بر ضلع c کدام است؟

$$1/25 (2)$$

$$1/2 (1)$$

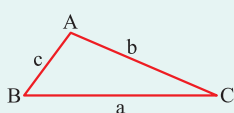
$$1/5 (4)$$

$$1/75 (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

کسینوس Box

قضیه کسینوسها: مطابق شکل زیر، در مثلث ABC، روابط زیر برقرارند:

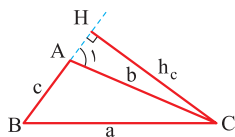


$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \\ b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos \hat{B} \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C} \end{cases}$$

گام اول: رابطه داده شده را به فرم $a^2 = b^2 + c^2 + 1/2 bc$ می نویسیم تا شبیه به قضیه کسینوسها شود، با مقایسه رابطه اخیر با $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$ ، نتیجه می گیریم:

$$-2 \cos \hat{A} = 1/2 \Rightarrow \cos \hat{A} = -1/4$$

گام دوم: به دلیل آن که $\cos \hat{A}$ منفی است، زاویه A منفرجه است و مطابق شکل، ارتفاع وارد بر ضلع c، بیرون مثلث قرار می گیرد.



گام سوم:

از این که $\hat{A}_1 + \hat{A} = 180^\circ$ و $\cos \hat{A} = -1/4$ ، نتیجه می گیریم $\cos \hat{A}_1 = 1/4$ ، در نتیجه $\sin \hat{A}_1 = \sqrt{1 - \cos^2 \hat{A}_1} = 1/2$

و داریم:

$$\frac{b}{h_c} = \frac{1}{\frac{h_c}{b}} = \frac{1}{\sin \hat{A}_1} = \frac{1}{1/2} = \frac{1}{1/2} = \frac{1}{1/2} = \frac{2}{1} = 2$$

۲۹ در مثلثی به اضلاع ۵، ۷ و ۸ فاصله مرکز دایره محیطی، از ضلع متوسط، چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{7}{6}$ (۴) $\frac{4}{3}$

مشاوره این سؤال، به صورت ترکیبی از فصل اول و فصل سوم هندسه (۲) طراحی شده است. ترکیب مباحث فصل اول هندسه (۲) با سایر فصل ها را در کنکور، بسیار دیده ایم.

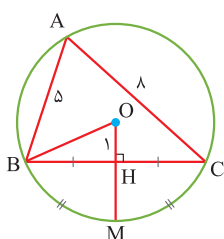
پاسخ: گزینه ۳

در مثلث ABC به اضلاع $BC = a$ ، $AC = b$ و $AB = c$ ، داریم:

$$a^2 > b^2 + c^2 \Leftrightarrow \hat{A} > 90^\circ$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow \hat{A} = 90^\circ$$

$$a^2 < b^2 + c^2 \Leftrightarrow \hat{A} < 90^\circ$$



گام اول: با توجه به این که در این مثلث $120^\circ < 90^\circ + 5^\circ$ ، زاویه های مثلث حاده هستند و مرکز دایره محیطی، درون مثلث قرار می گیرد. ضمن آن که توجه کنید عمودی که از مرکز دایره بر یک وتر وارد می شود، آن وتر و کمان متناظر آن را نصف می کند، یعنی $BH = CH$ و $\widehat{BM} = \widehat{CM}$.

گام دوم: با استفاده از قضیه کسینوس ها در مثلث ABC، داریم:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A} \Rightarrow 49 = 64 + 25 - 2 \times 5 \times 8 \times \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BC} = 120^\circ \Rightarrow \text{زاویه مرکزی: } \hat{O}_1 = \widehat{BM} = \frac{1}{2} \widehat{BC} = 60^\circ$$

گام سوم: در مثلث قائم الزاویه OBH، داریم:

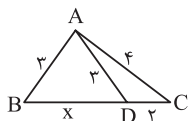
$$\tan \hat{O}_1 = \frac{BH}{OH} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{4}{OH} \Rightarrow OH = \frac{4}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{4}{3} \sqrt{3}$$

درس Box

پاسخ خیلی تشریحی

ریاضیات

۳۰. در شکل زیر، با توجه به اندازه‌های روی آن، طول پاره خط BD کدام است؟



(۱) ۳

(۲) ۱/۷۵

(۳) ۱/۵

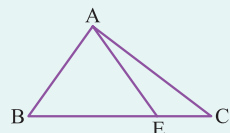
(۴) ۲/۵

پاسخ: گزینه ۳

از قضیه استوارت استفاده کنید.

Hint

درس‌Box



مطابق شکل، نقطه دلخواه E را روی ضلع BC از مثلث ABC در نظر گرفته‌ایم، داریم:

$$AB^2 \times CE + AC^2 \times BE = BC(AE^2 + BE \cdot CE) \quad (\text{قضیه استوارت})$$

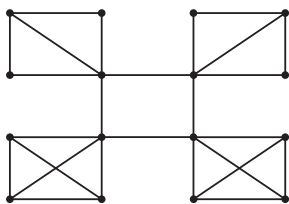
با استفاده از رابطه استوارت در مثلث ABC داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$AB^2 \times CD + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BC \times BD \times CD \Rightarrow 9 \times 2 + 16 \times x = 9(x+2) + (x+2) \times x \times 2$$

$$\Rightarrow 18 + 16x = 9x + 18 + 2x^2 + 4x \Rightarrow 2x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(2x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 & \times \\ x = \frac{3}{2} & \checkmark \end{cases}$$

ریاضیات



۳۱ گراف مقابل چند مجموعه احاطه گر مینیمم دارد؟

(۱) ۳۲

(۲) ۱۲۸

(۳) ۱۴۴

(۴) ۶۴

مشاوره از تعداد مجموعه‌های احاطه گر مینیمم تا به حال سؤالی در کنکور نیامده است. منتظر آمدن چنین سؤالی در کنکور باشید.

پاسخ: گزینه ۴

ببینید از هر کدام از ۴ گوشه به چند صورت می‌توان رأس مناسب را انتخاب کرد.

Hint

درس Box

تعریف مجموعه احاطه گر:

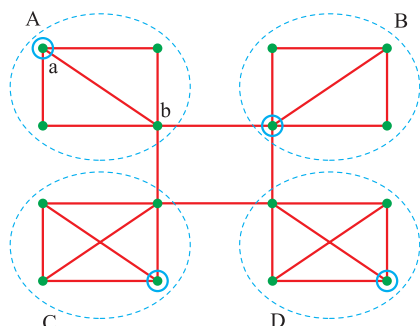
زیرمجموعه D از رأس‌های گراف را مجموعه احاطه گر می‌نامیم؛ هرگاه هر رأس از گراف که در D نباشد، حداقل به یکی از عضوهای D وصل باشد.

تعریف مجموعه احاطه گر مینیمم:

در بین تمام مجموعه‌های احاطه گر گراف G ، مجموعه (یا مجموعه‌هایی) که کم‌ترین تعداد عضو را دارند، مجموعه احاطه گر مینیمم می‌گوییم. تعداد اعضای چنین مجموعه‌ای را عدد احاطه‌گری گراف G می‌نامیم و آن را با $\gamma(G)$ نمایش می‌دهیم. به یک مجموعه احاطه گر مینیمم، یک γ -مجموعه هم می‌گوییم.

گام اول: گراف را به صورت زیر به ۴ قسمت تقسیم می‌کنیم. از هر کدام از رأس‌های درون دایره حداقل یک رأس باید انتخاب کنیم تا کل رأس‌ها احاطه شوند. از طرفی با ۴ رأس (مثلاً به صورت زیر) کل رأس‌ها احاطه می‌شود، پس: $\gamma(G) = 4$

پاسخ خیلی تشریحی



گام دوم: از رأس‌های درون دایره A ، کافی است a یا b را انتخاب کنیم (۲ حالت).

شبيه همین، ۲ حالت برای انتخاب رأس‌های درون B ، اما برای انتخاب رأس از قسمت‌های C و D هر کدام ۴ انتخاب داریم، پس: تعداد γ -مجموعه‌ها برابر است با:

$$2 \times 2 \times 4 \times 4 = 64$$

ریاضیات

۳۲

چند عدد ۵ رقمی با ارقام ۷, ۶, ۵, ۲, ۱, ۰ و بدون تکرار می‌توان ساخت به طوری که از ۱۵۰۰۰ بزرگ‌تر و از ۶۲۰۰۰ کوچک‌تر باشد؟

۳۶۰ (۴)

۳۴۸ (۳)

۳۱۲ (۲)

۲۸۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

۳ حالت برای آخرین رقم سمت چپ در نظر بگیرید، ۱ یا {۲, ۵} یا ۶.

Hint

درس‌Box

اصل ضرب:

فرض کنید کاری از دو قسمت تشکیل شده باشد (برای انجام کار باید هر دو قسمت را انجام بدهیم). اگر قسمت اول به n روش و قسمت دوم به m روش قابل انجام باشد، کل کار به $n \times m$ روش می‌تواند صورت بگیرد.

اصل جمع:

فرض کنید کاری را بتوان به چند روش مجزا انجام داد. اگر روش اول به n_1 طریق، روش دوم به n_2 طریق، ... و روش k ام به n_k طریق قابل انجام باشد، کل کار به $n_1 + n_2 + \dots + n_k$ روش قابل انجام است.

اصل جمع در واقع همان تقسیم‌بندی مسئله، به چند حالت (که اشتراکی با هم ندارند) است و هر کدام که انجام بگیرد، کار انجام شده است.

نکته

برای اصل ضرب «و» و برای اصل جمع «یا» می‌آید.

نکته

گام اول: ساده‌ترین حالت این است که اولین رقم سمت چپ ۲ و ۵ باشد. در این حالت سایر رقم‌ها، هر رقم دیگری ممکن است باشند، پس تعداد قابل قبول برابر است با:

$$\frac{2}{\{2, 5\}} \times \frac{5}{\{2, 5\}} \times \frac{4}{\{2, 5\}} \times \frac{3}{\{2, 5\}} \times \frac{2}{\{2, 5\}} = 240$$

گام دوم: اگر آخرین رقم برابر با ۱ باشد:

$$\frac{1}{\{1\}} \times \frac{3}{\{5, 6, 7\}} \times \frac{4}{\{2, 5\}} \times \frac{3}{\{2, 5\}} \times \frac{2}{\{2, 5\}} = 72$$

گام سوم: اگر آخرین رقم برابر ۶ باشد:

$$\frac{1}{\{6\}} \times \frac{2}{\{0, 1\}} \times \frac{4}{\{2, 5\}} \times \frac{3}{\{2, 5\}} \times \frac{2}{\{2, 5\}} = 48$$

گام چهارم: طبق اصل جمع تعداد اعداد برابر است با:

$$240 + 72 + 48 = 360$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

ریاضیات

۳۳

تیم ملی والیبال ایران ۶ بازیکن با قد مختلف دارد. آن‌ها به ترتیب وارد زمین می‌شوند. در چند حالت بلندقدترین فرد بلافاصله بعد از کوتاه‌قدترین وارد زمین نمی‌شود؟

۳۶۰ (۴)

۱۲۰ (۳)

۶۰۰ (۲)

۸۴۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

از اصل متمم استفاده کنید.

Hint

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: بهتر است از اصل متمم استفاده کنیم. کل حالت‌های وارد شدن بازیکنان برابر ۶! است، اما کافی است حالت‌هایی که بلندقدترین (L) بلافاصله بعد از کوتاه‌قدترین (S) وارد زمین می‌شود را شمارش کرده و از کل کم کنیم.

گام دوم: در حالت‌های زیر L بلافاصله بعد از S وارد زمین می‌شود. در هر حالت سایر بازیکنان به ۴! روش می‌توانند وارد شوند، پس تعداد این حالت‌ها برابر است با:

$$5 \times 4!$$

→

$$_ _ _ _ \underline{L} \underline{S}$$

$$_ _ _ \underline{L} \underline{S} _ _$$

$$_ _ \underline{L} \underline{S} _ _ _ _$$

$$_ \underline{L} \underline{S} _ _ _ _ _ _$$

$$\underline{L} \underline{S} _ _ _ _ _ _$$

گام سوم:

$$5 \times 4! - 6! = \text{نامطلوب} - \text{کل} = \text{مطلوب}$$

$$= 5!(6-1) = 120 \times 5 = 600$$

رضا می‌خواهد کتاب ریاضی و ۵ کتاب درسی دیگرش را روی هم بچیند. در چند حالت مختلف هنگام چیدن کتاب‌ها،

(سؤال ۲۱ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ - نوبت دوم)

کتاب‌های بیشتری بالای کتاب ریاضی قرار می‌گیرد؟

۲۰۰ (۴)

۲۴۰ (۳)

۳۰۰ (۲)

۳۶۰ (۱)



چند جایگشت از حروف کلمه «خیلی سبز» وجود دارد که با حرف نقطه دار شروع شود؟

۲۸۸۰ (۴)

۱۴۴۰ (۳)

۲۱۸۰ (۲)

۱۸۰۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

در حالتی که کلمه با یکی از حروف «خ، ب، ز» شروع شود، دو حرف تکراری «ی» باقی می ماند.

Hint

درسی Box

قضیه جایگشت با تکرار:

فرض کنید n شیء داریم، به طوری که n_1 تای آن ها از نوع اول (مثل هم)، n_2 تای آن ها از نوع دوم (مثل هم)، ... و n_k تای آن ها از نوع k ام (مثل هم) باشند، تعداد کل جایگشت های اشیا برابر است با:

$$\frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \dots \times n_k!}$$

گام اول: حروف نقطه دار «خ، ب، ز» هستند.

گام دوم: اگر کلمه با یکی از حروف خ، ب، ز شروع شود (۳ حالت) در هر حالت ۶ حرف دیگر باقی می ماند که دوتا از آن ها مثل هم (حرف ی) هستند.

پس تعداد جایگشت های این مدلی برابر است با:

$$3 \times \frac{6!}{2!} = 1080$$

گام سوم: اگر کلمه با حرف «ی» شروع شود، ۶ حرف دیگر که تکراری نیستند باقی می ماند که ۶ جایگشت دارند، پس تعداد این جایگشت ها برابر $6! = 720$ است.

گام چهارم: تعداد کل جایگشت ها برابر است با:

$$1080 + 720 = 1800$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

چند رمز ۵ رقمی و بدون تکرار با استفاده از ارقام مجموعه‌های $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ و $B = \{6, 7, 8, 9\}$ می‌توان ساخت که دقیقاً ۳ رقم از A و ۲ رقم از B در رمز به کار رفته باشد؟

(۱) ۳۶۰۰

(۲) ۷۲۰۰

(۳) ۳۶۰

(۴) ۷۲۰

مشاوره: این سؤال تمرین کتاب درسی است که تا به حال در کنکور نیامده است. با توجه به این که در سال‌های اخیر سؤال‌های زیادی از تمرین‌ها در کنکور آمده است، خوب آن را تحلیل کنید.

پاسخ: گزینه ۲

اول از A و B انتخاب کنید و بعد بچینید.

Hint

درس‌Box

تلفیق مسئله‌های ترتیب و ترکیب:

در برخی از مسئله‌ها، هم نیاز به انتخاب و هم نیاز به جایگشت داریم. در این مسئله‌ها مرحله به مرحله جلو می‌رویم و طبق اصل ضرب، همه حالت‌ها را در هم ضرب می‌کنیم.

مثال: با استفاده از رقم‌های ۱، ۲، ۳، ...، ۹، چند عدد سه‌رقمی می‌توان ساخت که دو رقم زوج و یک رقم فرد داشته باشد؟

انتخاب دو عدد زوج از بین ۲، ۴، ۶، ۸ که به $\binom{4}{2}$ روش امکان‌پذیر است.

انتخاب یک عدد فرد از بین ۱، ۳، ۵، ۷، ۹ که به $\binom{5}{1}$ روش امکان‌پذیر است.

حالا ۳ عدد داریم که از جابه‌جایی آن‌ها اعداد مختلفی درست می‌شود، یعنی ۳! جایگشت دارند. پس تعداد اعداد سه‌رقمی با شرط مسئله می‌شود:

$$\binom{4}{2} \binom{5}{1} 3! = 6 \times 5 \times 3! = 180$$

گام اول: سعی می‌کنیم مرحله به مرحله حرکت کنیم و تعداد حالت‌های هر مرحله را در هم ضرب کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: به $\binom{5}{3}$ روش، ۳ عضو از A انتخاب می‌کنیم.

گام سوم: به $\binom{4}{2}$ روش، ۲ عضو از B انتخاب می‌کنیم.

گام چهارم: ۵ شیء متمایز (۵ رقم مختلف) داریم که جابه‌جایی (چینش) آن‌ها نیز مهم است، پس به ۵! روش نیز می‌توانیم این ارقام را بچینیم.

گام پنجم: طبق اصل ضرب تعداد رمزها برابر است با:

$$\binom{5}{3} \times \binom{4}{2} \times 5! = \frac{5 \times 4}{2} \times \frac{4 \times 3}{2} \times 120 = 10 \times 6 \times 120 = 7200$$

اگر داشته باشیم $A = \{7, 8, 9\}$ و $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ ، در این صورت چند کد با شش کاراکتر متمایز می‌توان نوشت که هر یک شامل دو رقم از A و چهار حرف از B باشد؟

(سؤال ۱۲ - امتحان نوبتی فرداد ۱۴۰۲)



ریاضیات

۳۶

با ارقام ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶ چند عدد ۶ رقمی و بدون تکرار ارقام می توان نوشت، به طوری که وقتی از چپ به راست نگاه می کنیم، رقم های فرد به صورت صعودی و رقم های زوج به صورت نزولی در عدد آمده باشند؟ (برای مثال ۱۶۴۳۵۲ یا ۶۱۳۴۲۵)

۳۶ (۴)

۲۰ (۳)

۱۸ (۲)

۴۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

جایگاه اعداد فرد را انتخاب کنید و بعد چینش.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ۶ جایگاه به صورت زیر در نظر بگیرید. در ۳ تا از این جایگاه ها ارقام زوج ۲, ۴, ۶ و در سه تای دیگر ارقام فرد قرار می گیرد.

گام دوم: به $\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$ روش، ۳ جایگاه انتخاب می کنیم. مثلاً فرض کنید این ۳ جایگاه به صورت زیر باشد:

 ۱ ۳ ۵

ارقام فرد را (دقیقاً به یک روش) به صورت صعودی می توانیم در این ۳ جایگاه قرار دهیم. شبیه همین، هر ۳ جایگاه که انتخاب کنیم، ارقام فرد را به یک روش می توانیم به صورت صعودی در آن ها قرار دهیم.

گام سوم: در ۳ جایگاه باقی مانده نیز ارقام زوج را فقط به یک روش به صورت نزولی می توانیم قرار دهیم.

گام چهارم: تعداد کل عددها برابر است با:

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} \times 1 \times 1 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

ریاضیات

۳۷

کارت‌هایی با شماره ۱ تا ۹ و از هر کدام (شماره) به اندازه کافی در اختیار داریم. به چند طریق می‌توانیم چهار کارت

انتخاب کنیم؟

(۲) ۴۷۵

(۱) ۴۵۰

(۴) ۴۹۵

(۳) ۴۸۰

مشاوره روی تعبیر معادله سیاله خطی کار کنید. این سؤال یکی از آن‌ها است.

پاسخ: گزینه ۴

یک معادله سیاله خطی مناسب بنویسید و تعداد جواب‌های صحیح نامنفی آن را پیدا کنید.

Hint

درس‌Box

تعداد جواب‌های معادله سیاله خطی در حالت‌های مختلف:

معادله	تعداد جواب‌های صحیح نامنفی	تعبیر یا روش حل
$x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ تا k متغیر	$\binom{n+k-1}{k-1}$	توزیع n شیء یکسان بین k نفر انتخاب n شاخه گل از بین k نوع
$\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_k = n \\ x_1 \geq a \end{cases}$	$\binom{n+k-1-a}{k-1}$	اگر متغیری شرط بزرگ‌تر یا مساوی (حداقلی) داشته باشد، آن را از n کم می‌کنیم.
$\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_k = n \\ x_i \geq 1, i = 1, 2, \dots, n \end{cases}$	$\binom{n-1}{k-1}$	تعداد جواب‌های طبیعی معادله
$\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_k = n \\ x_1 \leq a \end{cases}$	$\binom{n+k-1}{k-1} - \binom{n-(a+1)+k-1}{k-1}$	کل جواب‌ها را از جواب‌های با شرط $x_1 \geq a+1$ کم می‌کنیم.
$x_1 + x_2 + \dots + x_k \leq n$	$\binom{n+k}{k}$	متغیر نامنفی x_{k+1} را اضافه کرده تا نامعادله تبدیل به معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_{k+1} = n$ گردد.
$\begin{cases} ax_1 + \dots + x_k = n \\ x_1^n + \dots + x_k = n \\ \sqrt{x} + \dots + x_k = n \end{cases}$	—	متغیر دارای ضریب، توان، رادیکال و ... را حالت‌بندی می‌کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: کافی است مسئله را به زبان معادله سیاله خطی بنویسیم.

تعداد کارت‌های انتخاب‌شده شماره ۱ را با x_1 ، تعداد کارت‌های شماره ۲ را با x_2 و ... و تعداد کارت‌های انتخاب‌شده شماره ۹ را با x_9 نمایش می‌دهیم. چون قرار است ۴ کارت انتخاب کنیم، پس کافی است تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله زیر را به دست آوریم:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_9 = 4$$

گام دوم:

$$\xrightarrow{\frac{n=4}{k=9}} \text{تعداد جواب‌ها} = \binom{4+9-1}{9-1} = \binom{12}{8} = \binom{12}{4} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 495$$

دستگاه معادله $\begin{cases} \sqrt{x_1} + x_2 + x_3 = 7 \\ x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 10 \end{cases}$ ، چند جواب صحیح و نامنفی دارد که x_1, x_2, x_3 طبیعی باشند؟ ۲۸

۱۶۰ (۴)

۶۴ (۳)

۳۲ (۲)

۲۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

Hint  را حالت بندی کنید.

پاسخ خیلی تشریحی 

گام اول: x_1 باید مربع کامل باشد، پس حالت های زیر را در نظر می گیریم:

$$x_1 = 9, x_1 = 4, x_1 = 1$$

دقت کنید اگر $x_1 = 16$ باشد، معادله دوم جواب نامنفی ندارد.

گام دوم:

$$x_1 = 1 \Rightarrow \begin{cases} 1 + x_2 + x_3 = 7 \Rightarrow x_2 + x_3 = 6 \xrightarrow{\text{جواب های طبیعی}} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \\ 1 + \underbrace{x_2 + x_3}_6 + x_4 + x_5 = 10 \Rightarrow x_4 + x_5 = 3 \xrightarrow[\text{صحیح نامنفی}]{\text{جواب های}} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \end{cases}$$

طبق اصل ضرب در این حالت، دستگاه $20 = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ جواب دارد.

گام سوم:

$$x_1 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x_2 + x_3 = 5 \xrightarrow{\text{جواب های طبیعی}} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \\ 4 + \underbrace{x_2 + x_3}_5 + x_4 + x_5 = 10 \Rightarrow x_4 + x_5 = 1 \xrightarrow[\text{صحیح نامنفی}]{\text{جواب های}} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \end{cases}$$

در این حالت نیز دستگاه $8 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ جواب دارد.

$$x_1 = 9 \Rightarrow \begin{cases} x_2 + x_3 = 4 \\ 9 + \underbrace{x_2 + x_3}_4 + x_4 + x_5 = 10 \Rightarrow x_4 + x_5 = -3 \end{cases}$$

در این حالت دستگاه جواب، نامنفی ندارد.

گام چهارم: طبق اصل جمع دستگاه دارای $20 + 8 = 28$ جواب است.

تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $\sqrt{x_1} + 4x_2 + \sqrt{x_3} + x_4 = 4$ کدام است؟

(سوال ۳۸ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت اول)

۲۱ (۴)

۲۲ (۳)

۱۵ (۲)

۱۶ (۱)

ریاضیات

۳۹ در مربع لاتین زیر، $x + y$ چند مقدار مختلف ممکن است داشته باشد؟

۴	۱	۳	۲
۳			
۲		x	
۱			y

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

مشاوره چند سالی است که از مربع لاتین سوآلی در کنکور نیامده است. امسال احتمال زیاد آن را خواهید دید.

پاسخ: گزینه ۲

فرض کنید $x = 1$ یا $x = 4$ و در هر حالت مربع را کامل کنید.

Hint

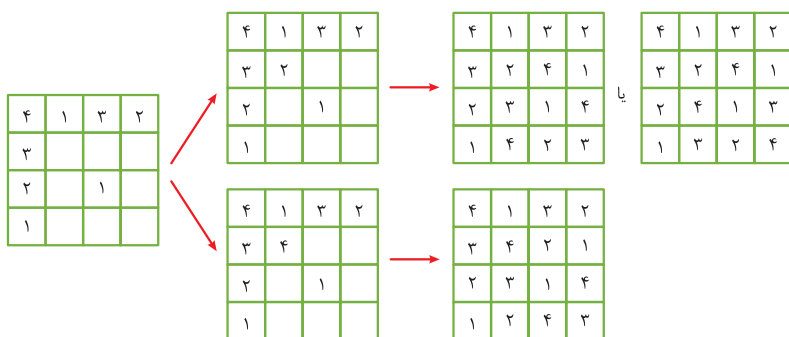
تعریف مربع لاتین $n \times n$:

یک جدول مربعی $(n \times n)$ که هر سطر و هر ستون با اعداد ۱، ۲، ۳، ... و n به گونه‌ای پر شده باشد که در هیچ سطر آن و هیچ ستون آن عدد تکراری وجود نداشته باشد را یک مربع لاتین می‌گوییم. به هر یک از اعداد درون مربع لاتین، یک درایه (شبیه ماتریس) می‌گوییم.

درس Box

گام اول: $x = 1$ یا $x = 4$ می‌تواند باشد، پس دو حالت در نظر می‌گیریم:

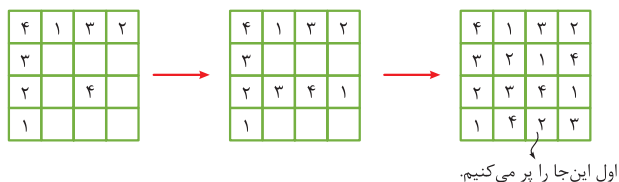
گام دوم: اگر $x = 1$ باشد. برای مربع رنگی نیز دو حالت در نظر می‌گیریم:



در حالت اول دو مربع لاتین به وجود می‌آید در یکی $x + y = 1 + 3 = 4$ و در دیگری $x + y = 1 + 4 = 5$ در حالت دوم نیز

یک مربع لاتین داریم که $x + y = 1 + 3 = 4$

گام سوم: اگر $x = 4$ باشد.



پس در این حالت فقط یک مربع لاتین به وجود می‌آید و $x + y = 7$ ، پس $x + y$ برابر با ۴، ۵ و ۷ می‌تواند باشد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

ریاضیات

۴۰

دو مربع لاتین A و B متعامدند، ولی مربع لاتین C با A متعامد نیست. کدام گزینه درست نیست؟

B:

۱		
	۲	

(۱) C و B حتماً متعامدند.

(۲) درایه‌های روی قطر اصلی A یکسان است.

(۳) درایه‌های روی قطر اصلی C یکسان است.

(۴) B و مربع لاتین

		۳
	۳	

ممکن است متعامد باشند..

مشاوره روی ساختار مربع‌های لاتین متعامد از مرتبه ۳ خیلی مسلط باشید.

پاسخ: گزینه ۴

Hint

در مربع‌های لاتین 3×3 ، وقتی دو مربع متعامدند که در یکی درایه‌های روی قطر اصلی یکسان و در دیگری درایه‌های روی قطر فرعی یکسان باشد.

درس Box

تعریف دو مربع لاتین متعامد:

A و B دو مربع لاتین هم‌مرتبه هستند. از کنار هم قراردادن درایه‌های نظیر از این دو مربع، مربع جدیدی از همان مرتبه حاصل می‌شود که هر خانه آن شامل یک عدد دو رقمی است که رقم سمت چپ مربوط به A و رقم سمت راست مربوط به B است (یا برعکس). اگر هیچ‌یک از اعداد دو رقمی موجود در خانه‌های مربع تکرار نشده باشند، می‌گوییم A و B متعامد هستند.

ساختار مربع‌های لاتین 3×3 :

می‌توانیم ثابت کنیم تعداد ۱۲ مربع لاتین 3×3 وجود دارد. این‌ها را می‌توانیم به دو گروه ۶تایی (گروه A و گروه B) تقسیم کنیم: مثلاً:

گروه A: روی قطر اصلی یکسان (۶تا) مثل

۲	۳	۱
۱	۲	۳
۳	۱	۲

گروه B: روی قطر فرعی یکسان (۶تا) مثل

۳	۲	۱
۲	۱	۳
۱	۳	۲

هر کدام از مربع‌های گروه A یا B با خودش متعامد نیستند، ولی با مربع‌های گروه دیگر متعامد هستند.

برای هر مربع لاتین 3×3 تعداد ۶ مربع لاتین متعامد با آن وجود دارد.

نکته

در مربع‌های لاتین 3×3 اگر دو سطر (یا دو ستون) را جابه‌جا کنیم، مربع به‌دست‌آمده با مربع اول متعامد است. (در واقع آله مربع توگروه A باشد با این کار مربع به‌دست‌آمده توگروه B).

نکته

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طبق درس‌بکس درایه‌های روی قطر اصلی B یکسان نیستند، پس درایه‌های روی قطر فرعی آن‌ها یکسان هستند. هم‌چنین چون A و B متعامدند، درایه‌های روی قطر اصلی A یکسان هستند. (گزینه ۲) درست

گام دوم: چون C با A متعامد نیست، پس درایه‌های روی قطر اصلی C یکسان است، پس B و C متعامد هستند. اما چون درایه‌های قطر فرعی B و مربع داده‌شده در گزینه ۴) یکسان هستند، پس این دو مربع نمی‌توانند متعامد باشند.

فیزیک

۴۱

شخصی در فاصله ۱۶۰ متری از یک دیوار ایستاده است. این شخص رو به صخره فریاد می‌زند و ۱ s بعد، پژواک صدایش را می‌شنود. اگر بسامد صدای فریاد شخص ۸ kHz باشد، طول موج آن چند سانتی‌متر است؟

۴۰ (۴)

۲۰ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا تندی انتشار صوت در محیط را به دست آورید، سپس با معلوم‌بودن بسامد، طول موج آن را حساب کنید.

Hint

درس‌Box

تندی انتشار موج:

اگر جبهه موج در مدت Δt مسافت L را طی کند، تندی انتشار موج از رابطه $v = \frac{L}{\Delta t}$ به دست می‌آید که در یک محیط معین، مقداری ثابت است. از آن‌جا که طول موج λ در دوره T طی می‌شود، داریم:

$$\lambda = Tv = \frac{v}{f}$$

v: تندی انتشار موج (m/s)

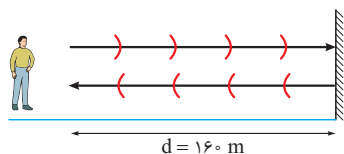
 λ : طول موج (m)

T: دوره (s)

f: بسامد (Hz)

گام اول: اگر فاصله شخص تا دیوار را با d نشان دهیم، مسافت طی‌شده در مدت یک ثانیه به اندازه $\ell = 2d$ خواهد بود، زیرا مربوط به رفت و برگشت صوت است. بر این اساس، تندی انتشار صوت در محیط را به دست می‌آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$v = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{\ell = 2d = 2 \times 160 = 320 \text{ m}}{\Delta t = 1 \text{ s}} \rightarrow v = \frac{320}{1} = 320 \text{ m/s}$$

گام دوم: با معلوم‌بودن بسامد، طول موج صوت را پیدا می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{v = 320 \text{ m/s}}{f = 8 \text{ kHz} = 8000 \text{ Hz}} \rightarrow \lambda = \frac{320}{8000} = 0.04 \text{ m} \Rightarrow \lambda = 4 \text{ cm}$$

در شکل زیر، پرتو نور SI به آینه (۱) می‌تابد. اگر زاویه تابش این پرتو، در چهارمین برخورد با آینه‌ها صفر درجه باشد،

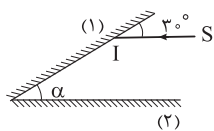
زاویه بین دو آینه (α) چند درجه است؟

۱۵ (۱)

۲۰ (۲)

۲۵ (۳)

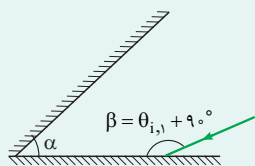
۳۰ (۴)



مشاوره برای پاسخ‌دهی سریع به برخی تست‌های آینه‌های متقاطع، لازم است با روابط تستی خاصی آشنا باشید.

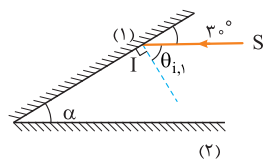
پاسخ: گزینه ۲

اگر دو آینه تخت متقاطع با یکدیگر زاویه تند (حاده) α بسازند و پرتو نور با زاویه تابش $\theta_{i,1}$ بر سطح یکی از آن‌ها بتابد، زاویه بازتاب در n امین برخورد پرتو به آینه‌ها، از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$\theta_{r,n} = |(n-1)\alpha - \theta_{i,1}|$$

گام اول: ابتدا به کمک شکل، زاویه $\theta_{i,1}$ را به دست می‌آوریم:



$$\theta_{i,1} + 3^\circ = 90^\circ \Rightarrow \theta_{i,1} = 87^\circ$$

گام دوم: با توجه به این که با چهارمین پرتوی بازتاب از آینه‌ها سروکار داریم، $n = 4$ است. از طرفی زاویه تابش و زاویه بازتاب در هر برخوردی با سطح آینه‌ها، یکسان است؛ بنابراین در چهارمین برخورد نیز داریم:

$$\theta_{i,4} = \theta_{r,4} = 0^\circ$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\theta_{r,n} = |(n-1)\alpha - \theta_{i,1}| \Rightarrow 0 = (4-1)\alpha - 87^\circ \Rightarrow \alpha = 29^\circ$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

درس Box

یک پرتو نور با زاویه تابش θ از هوا بر سطح یک محیط شفاف می‌تابد؛ بخشی از آن بازتاب شده و بخشی شکست می‌یابد.

اگر پرتو بازتابیده عمود بر پرتو شکست یافته باشد، ضریب شکست محیط شفاف برابر با کدام گزینه است؟ ($n_{\text{هوا}} = 1$)

$$\cot \theta \quad (۲)$$

$$\tan \theta \quad (۱)$$

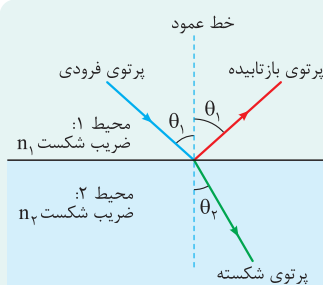
$$\frac{1}{\cos \theta} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{\sin \theta} \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۱

کارت Box

قانون شکست اسنل برای شکست پرتوی نور، به صورت زیر به کار می‌رود:

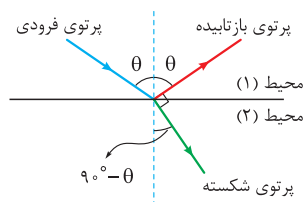


$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

n_1 : ضریب شکست محیط اول

n_2 : ضریب شکست محیط دوم

اگر زاویه تابش را با θ نشان دهیم، زاویه بازتابش نیز برابر با θ است و با توجه به عمودبودن پرتوهای بازتابیده و شکسته بر یکدیگر، زاویه شکست در محیط دوم برابر با $90^\circ - \theta$ خواهد بود.



$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \xrightarrow[\theta_2 = 90^\circ - \theta]{\theta_1 = \theta, n_1 = 1} 1 \sin \theta = n_2 \sin(90^\circ - \theta)$$

$$\Rightarrow \sin \theta = n_2 \cos \theta \Rightarrow n_2 = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \Rightarrow n_2 = \tan \theta$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

جبهه موج تختی در سه محیط با مرزهای موازی به شکل زیر است. اگر طول موج این موج در محیط (۲)، $1/5$ برابر طول موج آن در محیط (۱) باشد، طول موج این موج در محیط (۳) چند برابر طول موج آن در محیط (۲) است؟ ($\sin 37^\circ = 0/6$)



پاسخ: گزینه ۱

درس Box

هنگام شکست موج؛ در یک نمودار پرتویی، زاویه پرتو فرودی با خط عمود بر مرز جدایی دو محیط را با θ_i یا θ_1 نشان می‌دهیم و آن را زاویه تابش می‌نامیم.

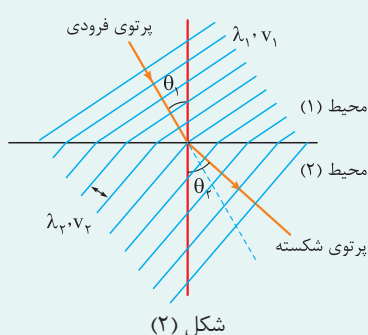
همچنین زاویه پرتو شکسته با خط عمود بر مرز جدایی دو محیط را با θ_r یا θ_2 نشان می‌دهیم و آن را زاویه شکست می‌نامیم. با توجه به قانون شکست عمومی، هنگامی که موج از یک محیط وارد محیط دیگری می‌شود، می‌توان نوشت:

$$\frac{\sin \theta_r}{\sin \theta_i} = \frac{v_r}{v_i} = \frac{\lambda_r}{\lambda_i}$$

λ_1 : طول موج در محیط اول (m) v_1 = تندی انتشار موج در محیط اول (m/s)

λ_2 : طول موج در محیط دوم (m) v_2 = تندی انتشار موج در محیط دوم (m/s)

نمودار پرتویی در شکست:

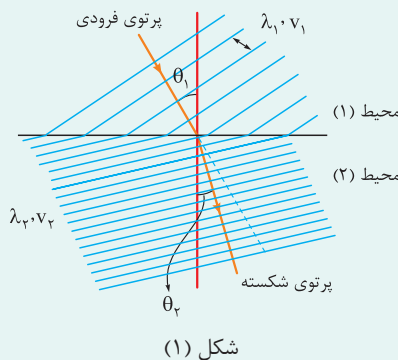


شکل (۲)

$$\lambda_2 > \lambda_1$$

$$v_2 > v_1$$

$$\theta_2 > \theta_1$$



شکل (۱)

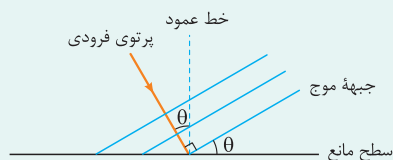
$$\lambda_2 < \lambda_1$$

$$v_2 < v_1$$

$$\theta_2 < \theta_1$$

این قانون، هم در مورد موج‌های مکانیکی مانند صوت و هم در مورد موج‌های الکترومغناطیسی مانند نور مرئی، صادق است.

در هر محیط، زاویه بین جبهه موج و سطح جدایی دو محیط (مانع)، همان زاویه پرتو با خط عمود است.



گام اول: توجه داشته باشید که در شکل، جبهه‌های موج دیده می‌شوند، بنابراین با توجه به قسمت آخر درس باکس، زاویه‌های θ_1 و θ_2 معلوم می‌شوند:

$$\theta_1 = 37^\circ, \theta_2 = 37^\circ$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\sin \theta_r}{\sin \theta_i} = \frac{\sin 37^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{0/6}{0/6} = \frac{6}{6}$$

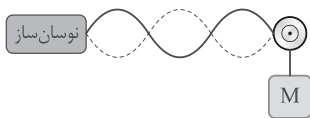
پس می‌توانیم نسبت $\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ را به دست آوریم:

گام دوم: برای به دست آوردن نسبت $\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \times \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \xrightarrow{\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{6}{5}, \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{5}{6}} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{6}{5} \times \frac{\lambda_1}{1/5 \lambda_1} = \frac{4}{5}$$

پاسخ خیلی تشریحی

در شکل زیر، نوسان ساز، تار را با بسامد معینی به ارتعاش درمی آورد و در طول تار سه شکم ایجاد می کند. جرم وزنه چند درصد و چگونه تغییر کند تا در طول تار ۶ شکم تشکیل شود؟ (در اثر تغییر جرم وزنه، چگالی خطی جرم طناب تغییر نمی کند.)



۱) ۲۵٪، کاهش یابد.

۲) ۲۵٪، افزایش یابد.

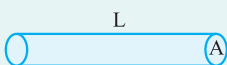
۳) ۷۵٪، کاهش یابد.

۴) ۷۵٪، افزایش یابد.

پاسخ: گزینه ۳

کسب Box

● تندی انتشار موج در یک تار یا ریسمان کشیده شده از رابطه زیر به دست می آید:



$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$\mu = \frac{m}{L}$$

v : تندی انتشار موج (m/s)

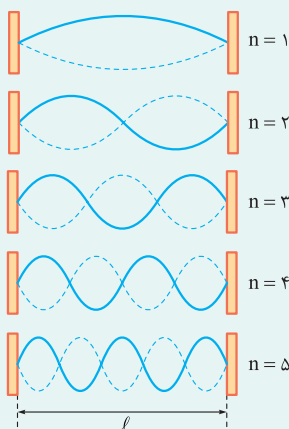
F : نیروی کشش (N)

μ : چگالی خطی جرم (kg/m)

m : جرم (kg)

L : طول (m)

● **بسامدهای تشدید تار:** هر تار مرتعش، به ازای بسامدهای معینی می تواند به تشدید درآید و موج های ایستاده بارز یا اصطلاحاً مدهای نوسانی را تولید کند. به این بسامدهای خاص، بسامدهای تشدید می گویند.



● بسامد هماهنگ n ام یک تار مرتعش با دو انتهای بسته، از رابطه زیر به دست می آید:

$$f_n = \frac{nv}{2L}$$

f_n : بسامد هماهنگ n ام (Hz)

n : شماره هماهنگ = تعداد شکم = ۱ - تعداد گره

v : تندی انتشار موج در تار (m/s)

L : طول تار (m)

فیزیک

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: دو رابطه $f_n = \frac{nv}{2L}$ و $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ را با یکدیگر ترکیب می کنیم:

$$\left. \begin{aligned} f_n &= \frac{nv}{2L} \\ v &= \sqrt{\frac{F}{\mu}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

با توجه به ثابت بودن L و μ ، بین دو حالت مختلف می توان نوشت:

(توجه داشته باشید که با تغییر جرم وزنه، بسامد نوسان ساز تغییر نمی کند.)

$$\frac{f_{n_2}}{f_{n_1}} = \frac{n_2}{n_1} \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \xrightarrow[n_1=2, n_2=6]{f_{n_2}=f_{n_1}} 1 = \frac{6}{2} \sqrt{\frac{F_2}{F_1}}$$

گام دوم: نیروی کشش تار، ناشی از وزن جرم آویخته به تار است ($F = Mg$):

$$1 = 2 \sqrt{\frac{M_2 g}{M_1 g}} \Rightarrow \frac{M_2}{M_1} = \frac{1}{4}$$

اکنون درصد تغییرات جرم وزنه M را به دست می آوریم:

$$\frac{M_2 - M_1}{M_1} \times 100 = \frac{\frac{1}{4} M_1 - M_1}{M_1} \times 100 = \frac{-\frac{3}{4} M_1}{M_1} \times 100 = -75\%$$

علامت منفی نشان می دهد که جرم وزنه کاهش یافته است.

در تارهای که دو انتهای آن ثابت و طول آن ۶۰ cm است، موج ایستاده تشکیل شده است. اگر تعداد گره‌های ایجاد شده در تار برابر ۳ و تندی انتشار موج عرضی در آن برابر ۱۸۰ m/s باشد، بسامد و طول موج صوتی گسیل شده از تار، به ترتیب از راست به چپ، چند هرتز و چند سانتی‌متر است؟ (تندی انتشار صوت در هوا ۳۴۵ m/s است.)

$$(۲) \quad ۱۱۵, ۳۰۰$$

$$(۱) \quad ۶۰, ۳۰۰$$

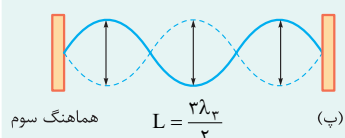
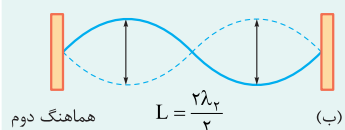
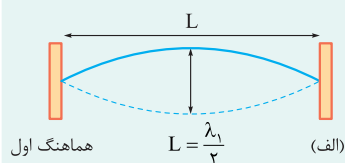
$$(۴) \quad ۱۱۵, ۴۵۰$$

$$(۳) \quad ۶۰, ۴۵۰$$

پاسخ: گزینه ۲

کارت Box

رابطه بسامدهای تشدید تار: در یک تار (ریسمان) مرتعش که بین دو نقطه بسته شده، ساده‌ترین نقش موج ایستاده در بسامدهای تشدید تار، یک شکم در وسط و دو گره در طرفین تار دارد که به همراه نقش‌های دوم و سوم آن در شکل‌های زیر دیده می‌شوند.



وقتی یک تار مرتعش، صوت تولید می‌کند، بسامدی که تار مرتعش با آن نوسان می‌کند، همان بسامد صوت منتشر شده در محیط است.

گام اول: بسامد تار مرتعش را در این حالت به دست می‌آوریم:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \xrightarrow[n=3-1=2, v=180 \text{ m/s}]{L=60 \text{ cm}=0.6 \text{ m}} f_2 = \frac{2 \times 180}{2 \times 0.6} = 300 \text{ Hz}$$

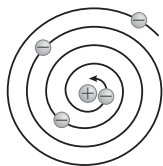
بسامد صوت منتشر شده در محیط نیز همان ۳۰۰ Hz است.

گام دوم: طول موج امواج صوتی حاصل در هوا را محاسبه می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow[v=345 \text{ m/s}]{f=300 \text{ Hz}} \lambda = \frac{345}{300} = 1.15 \text{ m} = 115 \text{ cm}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

شکل زیر، مسیر حرکت الکترون به دور هسته را در مدل اتمی رادرفورد نشان می‌دهد. بنابر فیزیک کلاسیک، در این مسیر، انرژی الکترون و طول موج الکترومغناطیسی گسیلی آن، به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟



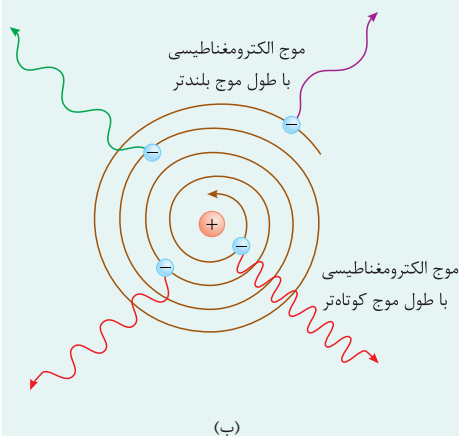
- (۱) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.
- (۲) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.
- (۳) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.
- (۴) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۱

درس Box

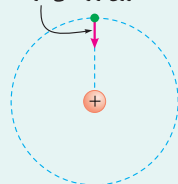
اشکال اساسی مدل اتمی رادرفورد آن است که نمی‌تواند پایداری حرکت الکترون‌ها در مدارهای اتمی و در نتیجه پایداری اتم‌ها را توضیح دهد. در این مدل اگر الکترون‌ها را نسبت به هسته، ساکن فرض کنیم باید تحت تأثیر نیروی ربایش الکتریکی بین هسته و الکترون، روی هسته سقوط کنند و در نتیجه اتم، ناپایدار باشد (شکل الف).

اگر هم فرض کنیم که الکترون‌ها به دور هسته در گردش باشند، باز هم این حرکت پایدار نمی‌ماند، زیرا حرکت الکترون به دور هسته، یک حرکت شتاب‌دار است و بنابه نظریه الکترومغناطیسی کلاسیک، باید این الکترون، موج الکترومغناطیسی گسیل کند و از انرژی آن کاسته شود، پس شعاع مدار الکترون به دور هسته، کوچک‌تر و بسامد حرکت آن بیشتر می‌شود، یعنی بسامد موج الکترومغناطیسی گسیل‌شده نیز به تدریج زیادتر و طول موج تابشی آن کوتاه‌تر می‌شود. به این ترتیب باید طیف موج الکترومغناطیسی گسیل‌شده از اتم، پیوسته باشد و الکترون پس از گسیل متوالی موج‌های الکترومغناطیسی، روی هسته بیفتد (شکل ب).



(ب)

نیروی ربایش الکتریکی که از طرف هسته به الکترون وارد می‌شود.



(الف)

برای هر موج الکترومغناطیسی می‌توان نوشت:

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

λ : طول موج (m)

c: تندی نور در هوا و خلأ $= 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

f: بسامد (Hz)

با توجه به متن درس باکس، بنابر فیزیک کلاسیک، در مسیر نشان‌داده‌شده، انرژی الکترون و طول موج الکترومغناطیسی گسیلی از آن، هر دو کاهش می‌یابند.

$$\downarrow \lambda = \frac{c}{\uparrow f}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

الف) همه اجسام در هر دمایی که باشند، از خود امواج الکترومغناطیسی گسیل می‌کنند.

ب) تشکیل طیف پیوسته توسط جسم جامد، ناشی از برهم‌کنش قوی بین اتم‌های سازنده آن است.

پ) بنابر مدل تامسون، اتم همچون کره‌ای است که بار مثبت به طور همگن در سرتاسر آن گسترده شده است و الکترون‌ها در جاهای مختلف آن پراکنده شده‌اند.

ت) در پدیده فلوتورسانی، طول موج‌های گسیل‌یافته از جسم معمولاً برابر همان طول موج نور فرودی یا بزرگ‌تر از آن است.

۴ (۴)

۳ (۳)

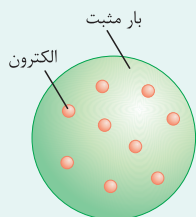
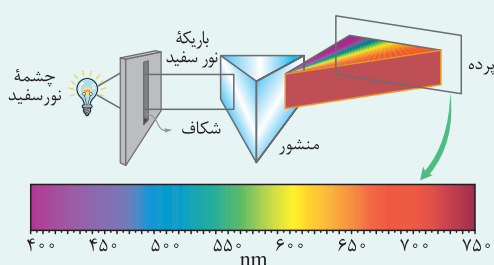
۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

درس: Box

تابش گرمایی: همه اجسام در هر دمایی که باشند، از خود موج‌های الکترومغناطیسی گسیل (نشر) می‌کنند که به آن تابش گرمایی گفته می‌شود. برخی از این موج‌های الکترومغناطیس را که در محدوده نور مرئی هستند، می‌توان با عبور دادن از وسیله‌ای مانند منشور، تجزیه کرد و طیف آن‌ها را تشکیل داد.



طیف پیوسته: این طیف ناشی از نور جامدات ملتهب یا مایع‌های حاصل از ذوب آن‌هاست، مانند طیف حاصل از نور رشته داغ یک لامپ روشن. این طیف شامل گستره پیوسته‌ای از طول موج‌هاست، به همین دلیل طیف ایجاد شده را پیوسته می‌نامیم. تشکیل طیف پیوسته توسط جسم جامد، ناشی از برهم‌کنش قوی بین اتم‌های سازنده آن است.

مدل اتمی تامسون: در مدل تامسون، اتم به صورت کره‌ای است که بار مثبت به طور همگن در سرتاسر آن گسترده شده است و الکترون‌ها که سهم ناچیزی در جرم اتم دارند، در جاهای مختلف مانند دانه‌های کشمش در یک کیک کشمشی پخش شده‌اند.

پدیده فلوتورسانی: وقتی که نور فرابنفش به بسیاری از مواد تابیده شود، تابش مرئی از خود گسیل می‌کند. آزمایش نشان می‌دهد که در این پدیده، طول موج‌های گسیل‌یافته معمولاً برابر همان طول موج نور فرودی یا بزرگ‌تر از آن است.

با توجه به متن درس‌باکس، همه عبارتهای مطرح‌شده در متن سؤال، درست هستند و گزینه (۴) صحیح است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

طول موج فوتون A از طول موج فوتون B، 60 nm بیشتر است. اگر اختلاف بسامد این دو فوتون 250 THz باشد، انرژی فوتون A، چند برابر انرژی فوتون B است؟ ($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$)

$$\frac{5}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{4}{5} \quad (۳)$$

$$\frac{5}{6} \quad (۲)$$

$$\frac{6}{5} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

کسب Box

بنا به نظریه فوتوالکتریک اینشتین، نور (مرئی و غیرمرئی) با بسامد f را می‌توان به صورت مجموعه‌ای از بسته‌های انرژی در نظر گرفت. هر بسته انرژی که بعدها فوتون نامیده شد، دارای انرژی‌ای است که از رابطه $E = hf$ به دست می‌آید.

E: انرژی (J)

h: ثابت پلانک ($6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s}$)

f: بسامد (Hz)

بنابراین انرژی کل موج الکترومغناطیس برای n فوتون، از رابطه $E = nhf = nh \frac{c}{\lambda}$ به دست می‌آید.

گام اول: اختلاف بسامد فوتون‌های A و B را برحسب طول موج آن‌ها می‌نویسیم و طول موج هر یک از فوتون‌های A و B را به دست می‌آوریم:

$$\lambda_A > \lambda_B \xrightarrow{f = \frac{c}{\lambda}} f_B > f_A$$

$$\lambda_A - \lambda_B = 60 \text{ nm}$$

$$f_B - f_A = 250 \text{ THz} = 250 \times 10^{12} \text{ Hz}$$

$$f_B - f_A = \frac{c}{\lambda_B} - \frac{c}{\lambda_A} = c \left(\frac{1}{\lambda_B} - \frac{1}{\lambda_A} \right) = c \left(\frac{\lambda_A - \lambda_B}{\lambda_A \lambda_B} \right)$$

$$\frac{f_B - f_A = 250 \times 10^{12} \text{ Hz}, \lambda_A - \lambda_B = 60 \text{ nm} = 60 \times 10^{-9} \text{ m}}{c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}} \rightarrow 250 \times 10^{12} = 3 \times 10^8 \left(\frac{60 \times 10^{-9}}{\lambda_A \lambda_B} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda_A \lambda_B = \frac{180 \times 10^{-1}}{250 \times 10^{12}} = 0.72 \times 10^{-13} = 72000 \times 10^{-18} \text{ m}^2 = 72000 \text{ nm}^2$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} \lambda_A \lambda_B &= 72000 \text{ (nm)}^2 \\ \lambda_A - \lambda_B &= 60 \text{ nm} \end{aligned} \right\} \Rightarrow (\lambda_B + 60) \lambda_B = 72000 \Rightarrow \lambda_B^2 + 60 \lambda_B - 72000 = 0$$

$$\Rightarrow \lambda_B = -30 \pm \sqrt{900 + 72000} = -30 \pm 30 \sqrt{1+80} = -30 \pm 270 \Rightarrow \begin{cases} \lambda_B = 240 \text{ nm} \\ \lambda_B = -300 \text{ nm} \end{cases}$$

طول موج نمی‌تواند منفی باشد. $\lambda_B = -300 \text{ nm}$

$$\Rightarrow \lambda_A = \lambda_B + 60 = 240 + 60 = 300 \text{ nm}$$

گام دوم: نسبت انرژی فوتون A به انرژی فوتون B را حساب می‌کنیم:

$$E = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{240}{300} = \frac{4}{5}$$

فیزیک

۵۰

یک لامپ تک‌رنگ در هر دقیقه $1/8 \times 10^{21}$ فوتون با طول موج 496 nm تابش می‌کند. توان لامپ چند وات است؟

($hc = 1240 \text{ eV.nm}$ و $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

(۲) ۹/۶

(۱) ۹۶

(۴) ۱/۲

(۳) ۱۲

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

توان یک چشمه موج الکترومغناطیس از رابطه $P = \frac{E}{t}$ به دست می‌آید.

P: توان (W)

E: انرژی تابشی (J)

t: زمان (s)

● **الکترون‌ولت (eV):** الکترون‌ولت، یکای انرژی در فیزیک اتمی و فیزیک هسته‌ای است. یک الکترون‌ولت بنا به تعریف، برابر مقدار تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یک الکترون در جابه‌جایی بین دو نقطه با اختلاف پتانسیل 1 V است.

$$1 \text{ eV} = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C} \times 1 \text{ V} = 1/6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

گام اول: به کمک رابطه $E = n \frac{hc}{\lambda}$ ، انرژی فوتون‌های گسیلی از این لامپ را به دست می‌آوریم: ✓ پاسخ خیلی تشریحی

$$E = n \frac{hc}{\lambda} \xrightarrow[n=1/8 \times 10^{21}, hc=1240 \text{ eV.nm}]{\lambda=496 \text{ nm}} E = 1/8 \times 10^{21} \times \frac{1240}{496} = 4/5 \times 10^{21} \text{ eV}$$

گام دوم: انرژی به دست آمده را بر حسب ژول می‌نویسیم و توان لامپ را محاسبه می‌کنیم:

$$E = 4/5 \times 10^{21} \text{ eV} \times \frac{1/6 \times 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 7/2 \times 10^2 \text{ J} = 720 \text{ J}$$

گام سوم: با معلوم بودن زمان تابش، توان لامپ را پیدا می‌کنیم:

$$P = \frac{E}{t} \xrightarrow[t=1 \text{ min}=60 \text{ s}]{E=720 \text{ J}} P = \frac{720}{60} = 12 \text{ W}$$

در آزمایش فوتوالکتریک، بر سطح فلزی با بسامد آستانه f_0 ، نوری با بسامد f می‌تابد که $f > f_0$ است. اگر با ثابت ماندن بسامد نور تابیده، شدت آن افزایش یابد، تعداد فوتوالکتردها و بیشینه انرژی جنبشی آنها، به ترتیب از راست به چپ، چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد. (۲) افزایش می‌یابد، تغییر نمی‌کند.
(۳) تغییر نمی‌کند، افزایش می‌یابد. (۴) تغییر نمی‌کند، تغییر نمی‌کند.

پاسخ: گزینه ۲

کوتاه Box



اثر فوتوالکتریک: وقتی نوری با بسامد مناسب مانند نور فرابنفش، به سطحی از فلز بتابد، الکترون‌هایی از آن گسیل می‌شوند. این پدیده فیزیکی را اثر فوتوالکتریک و الکترون‌های جدا شده از سطح فلز را فوتوالکتردها می‌نامند.

بسامد آستانه (f_0): کم‌ترین بسامدی است که اثر فوتوالکتریک به ازای آن رخ می‌دهد و به جنس فلز بستگی دارد.

برای نوری که فوتون‌های آن دارای حداقل انرژی لازم برای وقوع پدیده فوتوالکتریک هستند ($f > f_0$)، افزایش شدت نور (با ثابت ماندن بسامد) فقط سبب افزایش تعداد فوتون‌ها و در نتیجه افزایش تعداد فوتوالکتردها می‌شود، در حالی که انرژی جنبشی فوتوالکتردها بدون تغییر می‌ماند.

● انرژی جنبشی سریع‌ترین فوتوالکتردها گسیل شده (K_{max}) به شدت نور فرودی بر سطح فلز بستگی ندارد، بلکه به بسامد نور فرودی و جنس فلزی که نور بر آن می‌تابد بستگی دارد. هر قدر بسامد نور فرودی بیشتر باشد، K_{max} بیشتر خواهد بود.

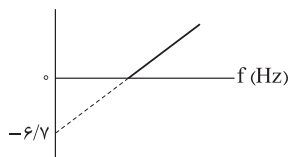
آزمایش نشان می‌دهد در شرایطی که پدیده فوتوالکتریک رخ می‌دهد، با ثابت ماندن بسامد نور تابشی، هر قدر شدت آن را افزایش دهیم، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتردها تغییر نمی‌کند، بلکه فقط تعداد آنها بیشتر می‌شود. مثلاً اگر برای یک فلز معین با نور بنفش پدیده فوتوالکتریک رخ دهد، وقتی به جای لامپ بنفش ۱۰۰ وات، یک لامپ بنفش ۲۰۰ وات به کار ببریم، تعداد فوتوالکتردها افزایش می‌یابد، ولی بیشینه انرژی جنبشی آنها تغییر نمی‌کند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در یک آزمایش فوتوالکتریک، نمودار بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها بر حسب بسامد نور فرودی بر سطح فلز به شکل زیر است. در حالتی که نوری با طول موج 100 nm بر سطح این فلز می‌تابد، بیشینه تندی فوتوالکترون‌های گسیل شده، چند مگامتر بر ثانیه است؟

($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ و $hc = 1240 \text{ eV.nm}$ ، $m_e = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$)

$K_{\text{max}} (\times 10^{-19} \text{ J})$



$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{5}{3} \quad (3)$$

$$\frac{3}{5} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۳

درس Box

(۱) نمودار تغییرات K_{max} بر حسب f به صورت خط راستی است که محور افقی را در $f = f_0$ قطع می‌کند.

اگر $f > f_0$ باشد، فوتون‌ها می‌توانند الکترون‌ها را از فلز خارج کنند.

اگر $f = f_0$ باشد، الکترون‌ها بدون هیچ انرژی جنبشی‌ای در آستانه ترک فلز قرار می‌گیرند.

اگر $f < f_0$ باشد، پدیده فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد.

● برای فلزهای مختلف، مقدارهای f_0 و W_0 یکسان نیست، ولی شیب خط همه آن‌ها یکسان بوده و با هم موازی‌اند.

(۲) معادله فوتوالکتریک:

$$K_{\text{max}} = hf - W_0 = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

K_{max} : انرژی جنبشی سریع‌ترین فوتوالکترون‌های گسیل شده از یک فلز خاص. (J) و (eV)

W_0 : تابع کار فلز = کمینه کار لازم برای خارج کردن یک الکترون از سطح یک فلز معین است که به جنس فلز بستگی دارد. (J) و (eV)

f : بسامد نور تابشی (Hz)

c : تندی نور در هوا و خلأ $= 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

h : ثابت پلانک (J.s) و (eV.s)

λ : طول موج نور تابشی (m) و (nm)

یکای فیزیک اتمی	یکای SI	یکای کمیت یا ثابت فیزیکی
$4.14 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$	$6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$	h
1240 eV.nm	$1.99 \times 10^{-25} \text{ J.m}$	hc
nm	m	λ
eV	J	W_0
eV	J	K_{max}

(۳) رابطه بیشینه انرژی جنبشی بر حسب تندی:

$$K_{\text{max}} = \frac{1}{2} m v_{\text{max}}^2$$

m : جرم هر الکترون $= 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

v_{max} : بیشینه تندی هر الکترون (m/s)

فیزیک

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ابتدا بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیل شده را به دست می‌آوریم:

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \quad \frac{hc=1200 \text{ eV}\cdot\text{nm}=1200 \times 10^3 \times 10^{-19} \text{ J}\cdot\text{nm}}{W_0=6/7 \times 10^{-19} \text{ J}, \lambda=100 \text{ nm}} \rightarrow K_{\max} = \frac{1200 \times 10^3 \times 10^{-19}}{100} - 6/7 \times 10^{-19} = (19/2 - 6/7) \times 10^{-19}$$

$$= 12/5 \times 10^{-19} \text{ J}$$

گام دوم: به کمک رابطه انرژی جنبشی، بیشینه تندی فوتوالکترون‌های گسیل شده را محاسبه می‌کنیم:

$$K_{\max} = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 \quad \frac{K_{\max}=12/5 \times 10^{-19} \text{ J}}{m=9 \times 10^{-31} \text{ kg}} \rightarrow 12/5 \times 10^{-19} = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times v_{\max}^2$$

$$\Rightarrow v_{\max}^2 = \frac{25}{9} \times 10^{-12} \Rightarrow v_{\max} = \frac{5}{3} \times 10^6 \text{ m/s} = \frac{5}{3} \text{ Mm/s}$$

فیزیک

۵۳

در آزمایش فوتوالکتریک، اگر بسامد نور تابیده بر سطح فلزی معین از f به $2f$ برسد، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌های گسیل‌شده از سطح فلز از K به $3K$ می‌رسد. وقتی بر سطح این فلز، نوری با بسامد $4f$ تابیده شود، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌های گسیل‌شده از سطح فلز چند برابر K است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

در آزمایش فوتوالکتریک اگر بسامد نور تابیده به فلز، n برابر شود، $K_{\max}$ بیش از n برابر خواهد شد.

گام اول: معادله فوتوالکتریک را می‌نویسیم و بسامد نور تابیده بر سطح فلز را از f به $2f$ می‌رسانیم:

$$K_{\max} = hf - W_0$$

$$\left. \begin{aligned} K &= hf - W_0 \\ 3K &= 2hf - W_0 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تفریق دو رابطه}} 2K - K = 2hf - hf - W_0 + W_0 \Rightarrow 2K = hf$$

گام دوم: رابطه به‌دست‌آمده را در معادله حالت اول جای‌گذاری می‌کنیم و رابطه بین K و W_0 را به دست می‌آوریم:

$$K = hf - W_0 \xrightarrow{hf=2K} K = 2K - W_0 \Rightarrow W_0 = K$$

گام سوم: معادله فوتوالکتریک را برای حالتی که بسامد نور تابیده بر سطح فلز به $4f$ رسیده است، می‌نویسیم:

$$K' = h(4f) - W_0 \xrightarrow[\substack{W_0=K \\ hf=2K}}{K' = 4(2K) - K = 7K}$$

کرتس Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

طول موج دومین خط طیفی اتم هیدروژن در کدام رشته، 2880 nm است؟ $(R = 10^{-2} (\text{nm})^{-1})$

(۲) پاشن ($n' = 3$)

(۱) بالمر ($n' = 2$)

(۴) پفوند ($n' = 5$)

(۳) براکت ($n' = 4$)

پاسخ: گزینه ۲

معادله ریدبرگ:

درس: Box

طول موج تمامی خط‌های طیفی گسیلی اتم هیدروژن از رابطه زیر به دست می‌آید، به طوری که اگر الکترون اتم هیدروژن از تراز n به تراز n' برود، طول موج λ را تابش می‌کند و اگر از n' به n برود، طول موج λ را جذب می‌کند.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

λ : طول موج (nm)

n : شماره مدار بزرگ‌تر

n' : شماره مدار کوچک‌تر

$$R: \text{ثابت ریدبرگ} = 0.01097(\text{nm})^{-1} \approx 0.011(\text{nm})^{-1}$$

به ازای یک عدد صحیح که به n' نسبت می‌دهیم، n عددهای صحیح بعد از آن است و مجموعه‌ای از طول موج‌ها ایجاد می‌شوند که یک رشته نامیده می‌شوند. مقدارهای n ، شماره‌های خط‌ها را نشان می‌دهد، مثلاً پنجمین خط در رشته بالمر، یعنی $n = 7$.

نام طیف	مقدار n'	رابطه ریدبرگ مربوط به رشته	مقدارهای n	ناحیه طیف
لیمان	۱	$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	۲, ۳, ۴, ...	فرابنفش
بالمر	۲	$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	۳, ۴, ۵, ...	فرابنفش و مرئی
پاشن	۳	$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	۴, ۵, ۶, ...	فروسرخ
براکت	۴	$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	۵, ۶, ۷, ...	فروسرخ
پفوند	۵	$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	۶, ۷, ۸, ...	فروسرخ

گام اول: رشته بالمر در محدوده فرابنفش و مرئی است، بنابراین نمی‌تواند طول موج 2880 nm را (که مربوط به محدوده فروسرخ است) داشته باشد، یعنی گزینه (۱) نادرست است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: بلندترین طول موج رشته پاشن را حساب می‌کنیم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow[n'=3, n=4]{R=0.011(\text{nm})^{-1}, \lambda=\lambda_{\max}} \frac{1}{\lambda_{\max}} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{9 \times 16 \times 10^2}{7} \approx 2057 \text{ nm}$$

بنابراین طول موج 2880 nm خارج از محدوده رشته پاشن بوده و گزینه (۲) نیز نمی‌تواند درست باشد.

فیزیک

گام سوم: رابطه ریدبرگ را به ازای طول موج 2880 nm و برای دومین خط طیفی آن می‌نویسیم تا n' را به دست آوریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{2880} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+2)^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2880} = \frac{(n'+2)^2 - n'^2}{n'^2(n'+2)^2} = \frac{4n'+4}{n'^2(n'+2)^2} \Rightarrow 115/2 = \frac{n'^2(n'+2)^2}{n'+1}$$

با جای‌گذاری گزینه‌های (۳) و (۴) در رابطه به‌دست‌آمده، معلوم می‌شود که $n' = 4$ بوده و گزینه (۳) درست است.

طول موج سومین خط طیفی اتم هیدروژن در کدام رشته، 1200 nm نانومتر است؟ $[R = 0.01 (\text{nm})^{-1}]$

(سؤال ۶۲ کنکور تهری ۱۴۰۴ - نوبت اول)

(۲) برکت ($n' = 4$)

(۴) لیمان ($n' = 1$)

(۱) پاشن ($n' = 3$)

(۳) بالمر ($n' = 2$)

۵۵ در طیف اتم هیدروژن، کمینه بسامد رشته بالمر ($n' = 2$) چند تراز از بیشینه بسامد رشته پاشن ($n' = 3$) بزرگتر است؟ ($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ و $R = 1.097 \times 10^7 \text{ (nm)}^{-1}$)

$$\begin{array}{ll} \frac{250}{3} \text{ (2)} & 250 \text{ (1)} \\ \frac{500}{3} \text{ (4)} & 500 \text{ (3)} \end{array}$$

پاسخ: گزینه ۲

درس: Box

(۱) اگر رابطه $f = \frac{c}{\lambda}$ را که در مورد همه موج‌های الکترومغناطیسی به کار می‌رود، با معادله ریذبرگ ترکیب کنیم، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} f = \frac{c}{\lambda} \\ \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \end{array} \right\} \Rightarrow f = cR \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

(۲) با توجه به رابطه $\Delta E = hf$ ، کمترین بسامد به ازای کمترین انرژی مبادله شده و بیشترین بسامد به ازای بیشترین انرژی مبادله شده است.

$$\Delta E_{\min} = hf_{\min}$$

$$\Delta E_{\max} = hf_{\max}$$

گام اول: مقدار R را در SI به دست می‌آوریم: ✓ پاسخ خیلی تشریحی

$$R = 1.097 \times 10^7 \text{ (nm)}^{-1} \times \frac{1 \text{ nm}}{10^{-9} \text{ m}} = 1.097 \times 10^8 \text{ m}^{-1}$$

سپس کمترین بسامد رشته بالمر را حساب می‌کنیم، برای این منظور باید الکترون از مدار دوم به مدار سوم برود تا کمترین انرژی و کمترین بسامد را داشته باشد:

$$f = cR \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow[n'=2, n=3]{c=3 \times 10^8 \text{ m/s}, R=1.097 \times 10^8 \text{ m}^{-1}} f_{\min} = 3 \times 10^8 \times 1.097 \times 10^8 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)$$

$$= 3 \times 10^8 \times 1.097 \times 10^8 \times \frac{5}{36} = \frac{5}{12} \times 10^{15} \text{ Hz}$$

گام دوم: بیشترین بسامد رشته پاشن را حساب می‌کنیم. برای این منظور باید الکترون از مدار $n' = 3$ به مدار $n = \infty$ برود تا بیشترین انرژی و بیشترین بسامد را داشته باشد:

$$f = cR \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow f_{\max} = 3 \times 10^8 \times 1.097 \times 10^8 \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{1}{3} \times 10^{15} \text{ Hz}$$

گام سوم: اختلاف کمینه بسامد رشته بالمر ($n' = 2$) با بیشینه بسامد رشته پاشن ($n' = 3$) را به دست می‌آوریم:

$$f_{\min, \text{ بالمر}} - f_{\max, \text{ پاشن}} = \frac{5}{12} \times 10^{15} - \frac{1}{3} \times 10^{15} = \frac{1}{12} \times 10^{15} \text{ Hz} = \frac{1000}{12} \text{ THz} = \frac{250}{3} \text{ THz}$$

الکترون در دومین حالت برانگیخته اتم هیدروژن قرار دارد. بزرگ‌ترین بسامدی که این الکترون می‌تواند تابش کند، تقریباً چند تراهرتز است؟ ($E_R = ۱۳/۶ \text{ eV}$ و $h = ۴ \times ۱۰^{-۱۵} \text{ eV.s}$)

۸۵۰ (۲)

۳۷۷ (۱)

۳۰۲۲ (۴)

۲۵۵۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

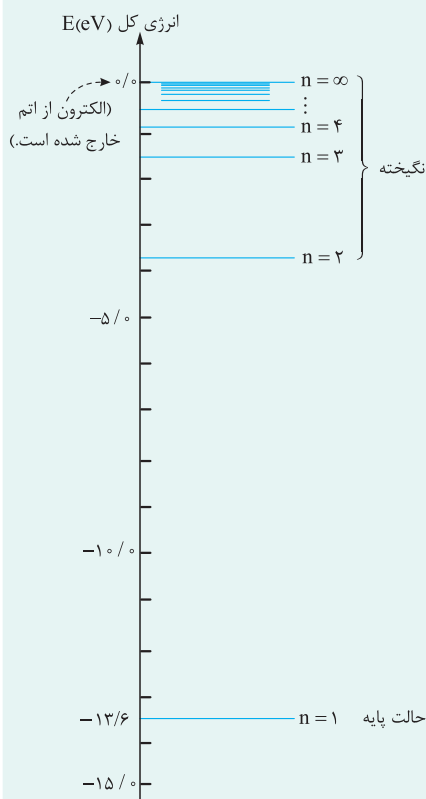
درس: Box

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2}$$

رابطه ترازهای انرژی الکترون در اتم هیدروژن:

E_n : انرژی الکترون در مدار n ام اتم هیدروژن

E_R : انرژی یک ریذبرگ $= ۱۳/۶ \text{ eV}$



الکترون در یک اتم نمی‌تواند هر مقدار انرژی‌ای داشته باشد، بلکه مجاز است انرژی‌ای برابر با یکی از مقدارهایی که از رابطه فوق به دست می‌آید، داشته باشد. هر یک از این مقدارهای مجاز را یک تراز انرژی می‌نامند.

بالاترین تراز انرژی، مربوط به $n = \infty$ است که انرژی آن 0 eV (صفر الکترون‌ولت) است.

پایین‌ترین تراز انرژی، مربوط به $n = ۱$ (حالت پایه) است که انرژی آن $-۱۳/۶ \text{ eV}$ است.

ترازهای بالاتر از $n = ۱$ حالت برانگیخته نامیده می‌شوند، مثلاً اولین حالت برانگیخته، یعنی $n = ۲$ و دومین حالت برانگیخته، یعنی $n = ۳$ و ...

الکترون می‌تواند از یک حالت مانا به حالت مانای دیگر برود. هنگام گذار الکترون از یک حالت مانا با انرژی بیشتر E_U ، به یک حالت مانا با انرژی کمتر E_L ، یک فوتون تابش می‌شود. انرژی فوتون تابش شده برابر اختلاف انرژی بین دو مدار اولیه و نهایی است.

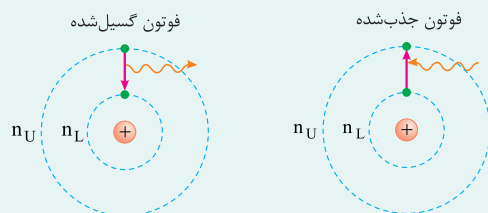
$$E_U - E_L = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

hf : انرژی فوتون تابش شده (eV)

$$hc = ۱۲۴۰ \text{ eV.nm}$$

λ : طول موج (nm)

هم‌چنین برعکس، برای آن که الکترونی از تراز انرژی E_L به تراز انرژی E_U برود، یعنی از هسته دور شود، باید انرژی $E_U - E_L$ را جذب کند. الکترون این انرژی را با جذب فوتونی که درست همین مقدار انرژی را دارد، به دست می‌آورد.



فیزیک

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: در دومین حالت برانگیخته اتم هیدروژن، $n = 3$ است. برای آن که الکترون، موج تابش کند، باید به سمت هسته برود و برای آن که بزرگ‌ترین بسامد ممکن را تابش کند، باید بیشترین انرژی ممکن را از دست بدهد، یعنی باید به مدار اول ($n = 1$) برود. این انرژی تابشی را به دست می‌آوریم:

$$E = -\frac{E_R}{n^2}$$

$$\Delta E = E_3 - E_1 = -\frac{13/6}{3^2} - \left(-\frac{13/6}{1^2}\right) = 13/6 \left(\frac{1}{9}\right) \text{ eV}$$

گام دوم: بسامد مربوط به این تابش انرژی را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta E = hf \Rightarrow f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{13/6 \left(\frac{1}{9}\right)}{4 \times 10^{-15}} = \frac{2}{9} \times 13/6 \times 10^{15} \text{ Hz} \Rightarrow \Delta f = 3/0.22 \times 10^{15} \text{ Hz} \approx 3.022 \text{ THz}$$



شکل زیر، تعدادی از ترازهای انرژی اتم هیدروژن را نشان می‌دهد. کدام گذار بین دو تراز می‌تواند به گسیل فوتونی

با طول موج $102/5 \text{ nm}$ منجر شود؟ ($hc = 1240 \text{ eV.nm}$)

۰ eV _____

$-1/51 \text{ eV}$ _____

$-3/4 \text{ eV}$ _____

$-13/6 \text{ eV}$ _____

(۱) سومین حالت برانگیخته به اولین حالت برانگیخته اتم

(۲) سومین حالت برانگیخته به حالت پایه اتم

(۳) دومین حالت برانگیخته به اولین حالت برانگیخته اتم

(۴) دومین حالت برانگیخته به حالت پایه اتم

مشاوره این سؤال برگرفته از یکی از تمرین‌های متن کتاب درسی فیزیک (۳) است که مشابه آن در امتحان نهایی رشته ریاضی خرداد ۱۴۰۴ نیز مطرح شده است. تمرین‌های کتاب درسی را جدی بگیرید.

پاسخ: گزینه ۴

تغییر انرژی الکترون را وقتی که فوتونی به طول موج $102/5 \text{ nm}$ گسیل می‌کند، به دست می‌آوریم:

$$\Delta E = hf = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \Delta E = \frac{1240}{102/5} \approx 12/09 \text{ eV}$$

پس گذار از تراز با انرژی $-1/51 \text{ eV}$ به تراز با انرژی $-13/6 \text{ eV}$ انجام می‌شود، یعنی الکترون از تراز $n = 3$ به تراز $n = 1$ می‌رود.

در دومین حالت برانگیخته $n = 3$ و در حالت پایه اتم، $n = 1$ است، بنابراین گزینه (۴) درست است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

شکل زیر، تعدادی از ترازهای انرژی اتم هیدروژن را نشان می‌دهد. با محاسبه نشان دید کدام گذار بین دو تراز

می‌تواند به گسیل فوتونی با طول موج $102/5 \text{ nm}$ منجر شود؟ ($hc = 1240 \text{ eV.nm}$)

(سؤال ۱۷ - امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۴)

۰ eV _____

$-1/51 \text{ eV}$ _____

$-3/4 \text{ eV}$ _____

$-13/6 \text{ eV}$ _____

در اتم هیدروژن، الکترونی در یک مدار مانا با شعاع $1/25 \text{ nm}$ قرار دارد. انرژی الکترون در این مدار چند ریذبرگ است؟ ($E_R = 13/6 \text{ eV}$ و $a_0 = 5 \times 10^{-11} \text{ m}$)

$$-0/04 \quad (2)$$

$$-0/544 \quad (1)$$

$$0/04 \quad (4)$$

$$0/544 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

درس: Box

مدارها و انرژی‌های الکترون‌ها در هر اتم، کوانتیده‌اند. یعنی فقط مدارها و انرژی‌های گسسته معینی مجاز هستند.

شعاع مدارهای الکترون برای اتم هیدروژن:

$$r_n = n^2 r_1$$

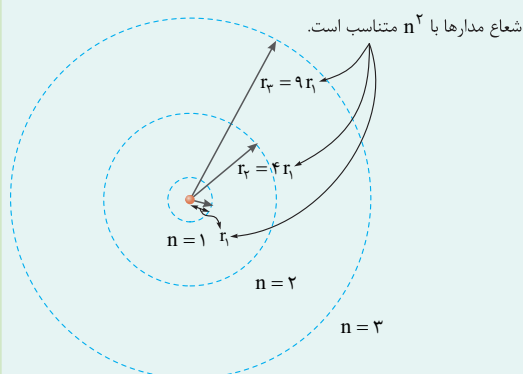
r_n : شعاع مدار n ام برای الکترون در اتم هیدروژن

$$a_0 = r_1 = 5/29 \times 10^{-11} \text{ m} = \text{شعاع کوچک‌ترین مدار در اتم هیدروژن}$$

این مقدار خاص، شعاع بور برای اتم هیدروژن نامیده می‌شود.

n : عدد کوانتومی

$$n = 1, 2, 3, \dots$$



گام اول: ابتدا با معلوم بودن شعاع مدار الکترون، شماره مدار آن را به دست می‌آوریم: ✓ پاسخ خیلی تشریحی

$$r_n = n^2 a_0 \Rightarrow n^2 = \frac{r_n}{a_0} = \frac{1/25 \times 10^{-9}}{5 \times 10^{-11}} = 25 \Rightarrow n = 5$$

گام دوم: انرژی الکترون در مدار $n = 5$ را برحسب E_R محاسبه می‌کنیم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \xrightarrow{n=5} E_5 = -\frac{E_R}{5^2} = -0/04 E_R$$

در اتم هیدروژن، الکترونی در یک مدار مانا با شعاع $16a_0$ قرار دارد که a_0 شعاع بور برای اتم هیدروژن است. با

$$\text{استفاده از رابطه } E_n = \frac{-13/6 \text{ eV}}{n^2}, \text{ انرژی الکترون در این مدار چند ریذبرگ می‌باشد؟}$$

(سوال ۱۷ - امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۴)

۵۹ در طیف اتم هیدروژن، بلندترین طول موج گسیلی در ناحیه فرابنفش چند میکرومتر است؟ ($R = \frac{1}{100} \text{ (nm)}^{-1}$)

$$\frac{98}{225} \quad (2)$$

$$\frac{2}{5} \quad (1)$$

$$\frac{19}{240} \quad (4)$$

$$\frac{49}{480} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

(۱) در اتم هیدروژن، بلندترین طول موج مربوط به ناحیه فرابنفش، در طیف بالمر ($n' = 2$) وجود دارد.

(۲) در طیف بالمر تا مدار $n = 6$ مربوط به نور مرئی است، اما از $n = 7$ به بعد ناحیه فرابنفش شروع می‌شود.

با توجه به درس پاکس، برای پیدا کردن بلندترین طول موج گسیلی در ناحیه فرابنفش، باید $n' = 2$ و $n = 7$ باشد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow[n=7]{n'=2, R=1/100 \text{ (nm)}^{-1}} \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{7^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{45}{4 \times 49} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{4 \times 4900}{45} = \frac{98000}{45} \text{ nm}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{98}{225} \mu\text{m}$$

فیزیک

۶۰

الکترون در اتم هیدروژن در تراز $n = 5$ قرار دارد. فرض کنید فقط گذارهای $\Delta n = 1$ مجاز باشند. اگر بلندترین و کوتاه‌ترین طول موجی که این الکترون می‌تواند گسیل کند، به ترتیب برابر λ_1 و λ_2 باشد، $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{175}{81}$ (۲) $\frac{675}{11}$ (۳) $\frac{100}{3}$ (۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: با توجه به این که فقط گذارهای $\Delta n = 1$ مجاز است، وقتی الکترون از مدار ۵ به ۴ می‌رود، کم‌ترین انرژی و بیشترین طول موج گسیلی را خواهد داشت.

هم‌چنین وقتی الکترون از مدار ۲ به ۱ می‌رود، بیشترین انرژی و کم‌ترین طول موج گسیلی را خواهد داشت.

$$\Delta E_{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\min}} \quad \lambda_{\min} = \lambda_2$$

$$\Delta E_{\min} = \frac{hc}{\lambda_{\max}} \quad \lambda_{\max} = \lambda_1$$

گام دوم: رابطه ریذبرگ را برای هر دو حالت فوق می‌نویسیم و نسبت $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\lambda_2} &= R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{5^2} \right) \\ \frac{1}{\lambda_1} &= R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{1^2} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{25}}{\frac{1}{16} - \frac{1}{25}} = \frac{\frac{21}{100}}{\frac{9}{400}} = \frac{21}{100} \times \frac{400}{9} = \frac{84}{9} = \frac{28}{3}$$

الکترون در اتم هیدروژن در تراز $n = 4$ قرار دارد. فرض کنید فقط گذارهای $\Delta n = 1$ مجاز باشد، کوتاه‌ترین طول موجی که این الکترون می‌تواند گسیل کند، چند نانومتر است؟ $[R = 0.01 \text{ (nm)}^{-1}]$ (سوال ۵۶ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ (فارج از کشور))

- (۱) ۱۲۰۰ (۲) ۳۰۰ (۳) $\frac{320}{3}$ (۴) $\frac{400}{3}$

کنکور

کدام یک از موارد زیر دربارهٔ یک محیط لیزری درست است؟

- ۱) برای گسیل القایی، انرژی فوتون ورودی باید از اختلاف انرژی‌های دو تراز مبدأ و مقصد الکترون بیشتر باشد.
- ۲) در فرایند گسیل القایی، دو فوتون خروجی در جهت‌های کاتوره‌ای گسیل می‌شوند.
- ۳) وارونی جمعیت الکترون‌ها مربوط به وضعیتی است که تعداد الکترون‌ها در تراز پایدار نسبت به تراز بالاتر بسیار بیشتر است.
- ۴) در گسیل القایی، انرژی لازم برای برانگیخته کردن الکترون به ترازهای انرژی بالاتر، از روش‌هایی مانند درخش‌های شدید نور معمولی استفاده می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس‌Box

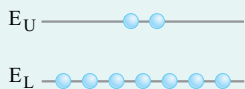
گسیل القایی: در گسیل القایی که اساس کار لیزر است، یک فوتون ورودی، الکترون برانگیخته را تحریک (القا) می‌کند تا تراز انرژی خود را تغییر دهد و به تراز پایین‌تر برود. انرژی فوتون ورودی باید دقیقاً با اختلاف انرژی دو تراز ($E_U - E_L$) برابر باشد.



گسیل القایی سه ویژگی عمده دارد:

- ۱) یک فوتون وارد و دو فوتون خارج می‌شوند. به این ترتیب گسیل القایی، تعداد فوتون‌ها را افزایش می‌دهد و نور را تقویت می‌کند.
 - ۲) فوتون گسیل‌شده در همان جهت فوتون ورودی حرکت می‌کند.
 - ۳) فوتون گسیل‌شده با فوتون ورودی، همگام یا همفاز است.
- در گسیل القایی، یک چشمهٔ انرژی خارجی مناسب باید وجود داشته باشد تا الکترون‌ها را برانگیخته کند که به ترازهای انرژی بالاتر بروند. این انرژی می‌تواند به روش‌هایی مانند درخش‌های شدید نور معمولی یا تخلیه‌های ولتاژ بالا، فراهم شود.
- وارونی جمعیت:** اگر انرژی کافی به اتم‌ها داده شود، الکترون‌های بیشتری به تراز انرژی بالاتر برانگیخته خواهند شد، این وضعیت را وارونی جمعیت می‌گوییم.

به طور معمول و در دمای اتاق، بیشتر الکترون‌ها در تراز انرژی پایینی قرار دارند، چون اتم‌ها پایدارتر هستند و انرژی پتانسیل الکتریکی کم‌تری پیدا می‌کنند. به طور کلی، هر جسمی وقتی به حال خود رها شود، می‌خواهد انرژی پتانسیل خود را کمینه کند، هر نوع انرژی پتانسیل که باشد (کشسانی، گرانشی، الکتریکی، ...).



اما در وضعیتی که وارونی جمعیت به وجود می‌آید، بیشتر الکترون‌ها در تراز بالاتری (در مقایسه با تراز پایین‌تر) قرار دارند.



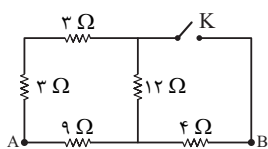
مطابق درس‌باکس، گزینهٔ (۴) درست است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

بررسی گزینه‌های نادرست:

- گزینهٔ (۱): نادرست؛ زیرا انرژی فوتون ورودی باید دقیقاً با اختلاف انرژی دو تراز مبدأ و مقصد الکترون برابر باشد.
- گزینهٔ (۲): نادرست؛ زیرا در گسیل القایی، دو فوتون هم‌جهت گسیل می‌شوند.
- گزینهٔ (۳): نادرست؛ زیرا در وضعیت وارونی جمعیت، تعداد الکترون‌ها در تراز بالاتر، تعداد بیشتری دارند.

در مدار شکل زیر، با وصل کردن کلید K مقاومت معادل بین دو نقطه A و B چند برابر می‌شود؟



$$\frac{3}{5} \quad (2)$$

$$\frac{5}{3} \quad (4)$$

$$\frac{2}{5} \quad (1)$$

$$\frac{5}{2} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

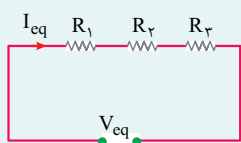
Hint

در حالتی که کلید قطع است، $R_1 = 3\Omega$ ، $R_2 = 3\Omega$ و $R_3 = 12\Omega$ متوالی و مقاومت معادل آنها با $R_4 = 9\Omega$ موازی و در نهایت $R_{1,2,3,4}$ با $R_5 = 4\Omega$ متوالی است. در حالت دوم که کلید وصل می‌شود، با ساده کردن مدار به کمک نقاط هم‌پتانسیل، مقاومت معادل را محاسبه کنید و در آخر خواسته سؤال را که نسبت مقاومت معادل دو حالت است، به دست آورید.

درس‌Box

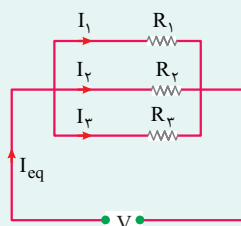
به هم بستن مقاومت‌ها:

(۱) اتصال متوالی (سری): در این حالت مطابق شکل زیر، جریان عبوری از تمام مقاومت‌ها یکسان است و داریم:



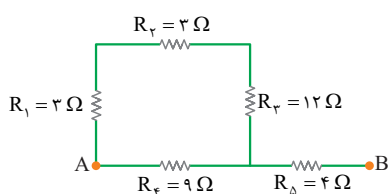
$$\left. \begin{aligned} I_1 = I_2 = I_3 = I_{eq} \\ V_{eq} = V_1 + V_2 + V_3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

(۲) اتصال موازی: مطابق شکل در اتصال موازی، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها با هم برابر است، پس:



$$\left. \begin{aligned} I_{eq} = I_1 + I_2 + I_3 \\ V_{eq} = V_1 = V_2 = V_3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

گام اول: در حالتی که کلید باز است، مقاومت معادل بین دو نقطه A و B را محاسبه می‌کنیم: ✓ پاسخ خیلی تشریحی

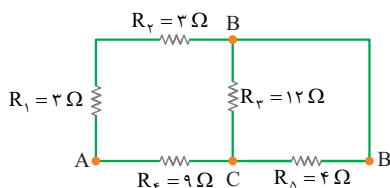


متوالی R_1 و R_2 ، $R_1' : R' = 3 + 3 + 12 = 18\Omega$

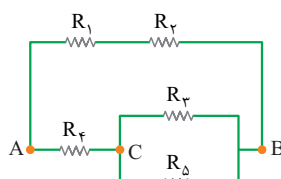
موازی R_4 و R' : $R'' = \frac{18 \times 9}{18 + 9} = 6\Omega$

متوالی R_5 و R'' : $R_{eq} = 6 + 4 = 10\Omega$

گام دوم: در حالتی که کلید وصل می‌شود، مدار به شکل زیر ساده می‌شود:



$\Rightarrow$



گام سوم: مقاومت معادل بین دو نقطه A و B را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{متوالی } R_1 \text{ و } R_2 : R' = R_1 + R_2 = 3 + 3 = 6 \Omega$$

$$\text{موازی } R_3 \text{ و } R' : R'' = \frac{12 \times 6}{12 + 6} = 4 \Omega$$

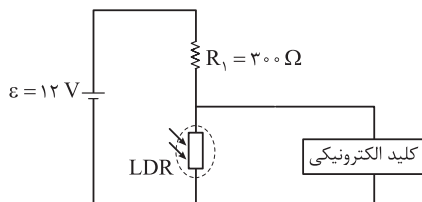
$$\text{متوالی } R_4 \text{ و } R'' : R''' = 9 + 4 = 13 \Omega$$

$$\text{موازی } R' \text{ و } R''' : R'_{eq} = \frac{6 \times 13}{6 + 13} = 4 \Omega$$

گام چهارم: نسبت مقاومت معادل بین دو نقطه A و B، بعد و قبل از وصل کلید را به دست می‌آوریم:

$$\frac{R'_{eq}}{R_{eq}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

در مدار زیر، ولتاژ مورد نیاز برای فعال شدن کلید الکترونیکی، 4 V است. هم‌زمان با تاریک شدن هوا، مقاومت LDR حداقل چند اهم باشد تا کلید الکترونیکی فعال شود؟ (مقاومت کلید الکترونیکی آن قدر زیاد است که جریان قابل ملاحظه‌ای از آن عبور نمی‌کند.)



(۱) ۷۵

(۲) ۱۰۰

(۳) ۱۵۰

(۴) ۲۰۰

پاسخ: گزینه ۳

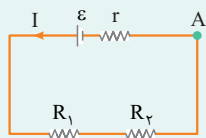
Hint

با توجه به این که کلید الکترونیکی موازی با LDR بسته شده است، پس رابطه اختلاف پتانسیل LDR را پیدا کنید و برابر با 4 V قرار دهید تا جریان عبوری از مدار محاسبه شود و سپس به کمک رابطه‌های $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ و $R_{eq} = R_1 + R_L$ ، اندازه R_L را به دست آورید.

درس‌Box

● مقاومت نوری (LDR)، نوعی مقاومت است که مقاومت الکتریکی آن به نور تابیده شده به آن بستگی دارد، به طوری که با افزایش شدت نور، از مقاومت آن کاسته می‌شود، پس با تاریک شدن هوا مقاومت LDR (R_L) افزایش می‌یابد.

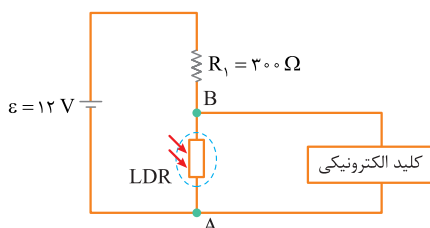
● در مدار زیر، با طی یک دور کامل حلقه، می‌توانیم فرمول جریان الکتریکی را پیدا کنیم:



$$V_A - Ir + \varepsilon - IR_1 - IR_2 = V_A \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r + R_1 + R_2} = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$$

گام اول: کلید الکترونیکی، موازی با مقاومت LDR در مدار بسته شده است، پس برای فعال شدن کلید الکترونیکی کافی است اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت LDR برابر با 4 V شود، پس اختلاف پتانسیل دو سر LDR را محاسبه می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$V_A + \varepsilon - IR_1 = V_B \Rightarrow V_B - V_A = \varepsilon - IR_1$$

$$\Rightarrow \Delta V = 12 - 300I$$

طبق رابطه بالا، با کاهش جریان عبوری، ΔV افزایش می‌یابد، جریانی را که به واسطه آن $\Delta V = 4\text{ V}$ می‌شود، به دست می‌آوریم:

$$4 = 12 - 300I \Rightarrow I = \frac{8}{300}\text{ A}$$

گام دوم: به کمک رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ ، مقاومت LDR را محاسبه می‌کنیم:

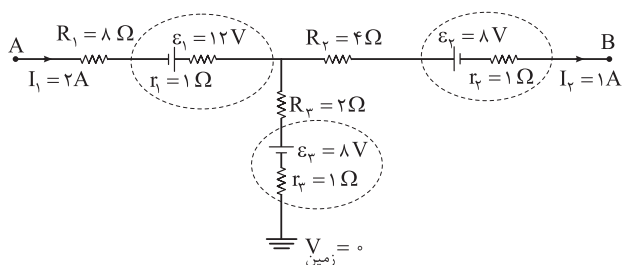
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow \frac{8}{300} = \frac{12}{R_{eq}} \Rightarrow R_{eq} = \frac{12 \times 300}{8} = 450\text{ }\Omega$$

با توجه به شکل، مقاومت‌های R_1 و R_L متوالی هستند، پس:

$$R_{eq} = R_1 + R_L \Rightarrow 450 = 300 + R_L \Rightarrow R_L = 150\text{ }\Omega$$

شکل زیر، قسمتی از یک مدار الکتریکی است. در این مدار، پتانسیل الکتریکی نقاط A و B، به ترتیب از راست به چپ،

چند ولت است؟



(۱) ۱۷، -۲

(۲) ۱۷، -۸

(۳) ۱۸، -۲

(۴) ۱۸، -۸

پاسخ: گزینه ۱

Hint

ابتدا به کمک قاعده انشعاب، جریان گذرنده از شاخه پایین را محاسبه کنید، سپس یک بار از نقطه A به سمت نقطه زمین و یک بار از نقطه B به سمت نقطه زمین حرکت کنید تا پتانسیل الکتریکی نقاط A و B را به دست آورید.

درس: Box

(۱) در یک مدار حامل جریان، با عبور از هر یک از اجزای مدار، اختلاف پتانسیل طبق دستور زیر تغییر می‌کند:

$$\text{A} \xrightarrow{I} \text{---} R \text{---} \text{B} \quad V_B - V_A = -IR$$

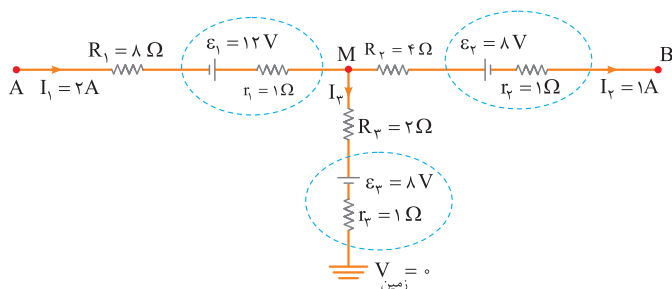
$$\text{A} \xleftarrow{I} \text{---} R \text{---} \text{B} \quad V_B - V_A = IR$$

$$\text{A} \xrightarrow{I} \text{---} \epsilon \text{---} r \text{---} \text{B} \quad V_B - V_A = +\epsilon - Ir \quad \text{و} \quad \text{A} \xleftarrow{I} \text{---} \epsilon \text{---} r \text{---} \text{B} \quad V_B - V_A = -\epsilon - Ir$$

$$\text{A} \xleftarrow{I} \text{---} \epsilon \text{---} r \text{---} \text{B} \quad V_B - V_A = +\epsilon + Ir \quad \text{و} \quad \text{A} \xrightarrow{I} \text{---} \epsilon \text{---} r \text{---} \text{B} \quad V_B - V_A = -\epsilon + Ir$$

قاعده انشعاب: مجموع جریان‌هایی که به هر نقطه انشعاب وارد می‌شود، برابر با مجموع جریان‌هایی است که از آن نقطه انشعاب خارج می‌شود.

گام اول: ابتدا به کمک قاعده انشعاب در گره M، جریان در شاخه پایین را محاسبه می‌کنیم:



$$I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow 2 = 1 + I_3 \Rightarrow I_3 = 1 \text{ A}$$

گام دوم: یک بار از نقطه A تا نقطه زمین می‌رویم تا V_A به دست آید:

$$V_A - I_1 R_1 + \epsilon_1 - I_1 r_1 - I_3 R_3 - \epsilon_3 - I_3 r_3 = V_{\text{زمین}} = 0$$

$$\Rightarrow V_A - 2 \times 8 + 12 - 2 \times 1 - 1 \times 2 - 8 - 1 \times 1 = 0 \Rightarrow V_A = 17 \text{ V}$$

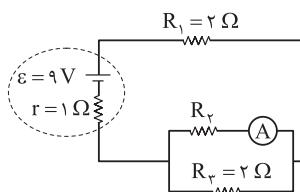
گام سوم: بار دیگر از نقطه B به سمت نقطه زمین می‌رویم تا V_B به دست آید:

$$V_B + I_2 r_2 + \epsilon_2 + I_3 R_3 - I_3 R_2 - \epsilon_3 - I_3 r_3 = V_{\text{زمین}} = 0$$

$$\Rightarrow V_B + 1 \times 1 + 8 + 1 \times 4 - 1 \times 2 - 8 - 1 \times 1 = 0 \Rightarrow V_B = -2 \text{ V}$$

پاسخ خیلی تشریحی

۶۵ در مدار شکل زیر، اگر آمپرسنج آرمانی $\frac{1}{5} \text{ A}$ را نشان دهد، مقاومت R_p برابر چند اهم است؟



۳ (۱)

۶ (۲)

۲ (۳)

۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

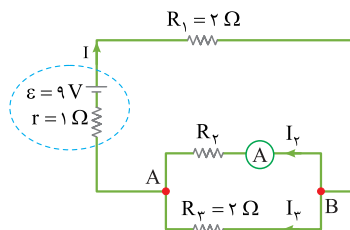
 Hint

از موازی بودن دو مقاومت R_p و R_p و برابر بودن اختلاف پتانسیل دو سر آنها، رابطه I_p را برحسب R_p بنویسید، سپس با توجه به این که اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_p با اختلاف پتانسیل دو سر حلقه بالایی برابر است، معادلات آنها را برابر قرار دهید، فقط دقت کنید که به جای I معادل آن یعنی $I_p + I_p$ را جای گذاری کنید، در نهایت به یک معادله برحسب R_p می رسید.

گام اول: دو مقاومت R_p و R_p موازی هستند، پس اختلاف پتانسیل یکسانی دارند:

$$V_p = V_p \Rightarrow I_p R_p = I_p R_p \Rightarrow \frac{1}{5} R_p = I_p \times 2 \Rightarrow I_p = \frac{R_p}{4} \quad (1)$$

گام دوم: اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B را یک بار با عبور از مقاومت R_p و یک بار با دور زدن در حلقه بالایی مدار می نویسیم:



$$\text{حالت اول: } V_B - I_p R_p = V_A \Rightarrow V_B - V_A = \frac{1}{5} R_p$$

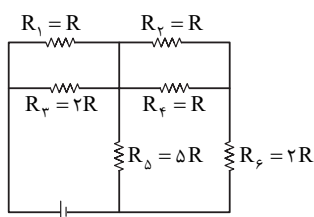
$$\text{حالت دوم: } V_A - I r + \varepsilon - I R_1 = V_B \Rightarrow V_B - V_A = -I + 9 - 2I = 9 - 3I$$

$$V_B - V_A = \frac{1}{5} R_p = 9 - 3I$$

$$\left. \begin{aligned} & \text{قاعده انشعاب در گره B: } I = I_p + I_p = \frac{1}{5} + I_p \xrightarrow{(1)} I = \frac{1}{5} + \frac{R_p}{4} \\ & \Rightarrow \frac{1}{5} R_p = 9 - 3\left(\frac{1}{5} + \frac{R_p}{4}\right) \Rightarrow \frac{1}{5} R_p = 9 - \frac{3}{5} - \frac{3}{4} R_p \Rightarrow \frac{1}{5} R_p + \frac{3}{4} R_p = 9 - \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{17}{20} R_p = \frac{42}{5} \Rightarrow R_p = \frac{42 \times 20}{5 \times 17} = \frac{168}{17} \approx 9.88 \Omega \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{5} R_p = 9 - 3\left(\frac{1}{5} + \frac{R_p}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5} R_p = 9 - \frac{3}{5} - \frac{3}{4} R_p \Rightarrow \frac{1}{5} R_p + \frac{3}{4} R_p = 9 - \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{17}{20} R_p = \frac{42}{5} \Rightarrow R_p = \frac{42 \times 20}{5 \times 17} = \frac{168}{17} \approx 9.88 \Omega$$

۶۶ در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت R_1 چند برابر توان مصرفی مقاومت R_6 است؟



$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$2 \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$4 \quad (4)$$

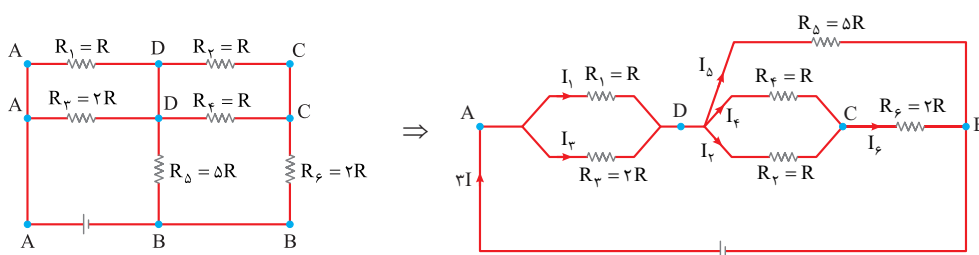
پاسخ: گزینه ۱

Hint

جریان عبوری از هر مقاومت را برحسب جریان کل مدار بنویسید و در آخر به کمک رابطه $P = RI^2$ ، نسبت توان‌های خواسته شده را به دست آورید.

گام اول: به کمک نقاط هم‌پتانسیل، مدار را ساده‌تر رسم می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام دوم: جریان عبوری از کل مدار را $3I$ فرض می‌کنیم و برحسب آن، جریان عبوری از مقاومت‌های R_1 و R_6 را به دست می‌آوریم. R_3 و R_4 موازی هستند و جریان $3I$ به نسبت عکس مقاومت‌ها بین آن‌ها تقسیم می‌شود، پس:

$$\left. \begin{aligned} \frac{I_1}{I_3} = \frac{R_3}{R_1} \Rightarrow \frac{I_1}{I_3} = \frac{2R}{R} = 2 \Rightarrow I_1 = 2I_3 \\ \frac{I_1}{I_3} = \frac{R_3}{R_1} \Rightarrow \frac{I_1}{I_3} = \frac{2R}{R} = 2 \Rightarrow I_1 = 2I_3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} I_1 &= 2I \\ I_3 &= I \end{aligned}$$

قاعده انشعاب در گره A: $3I = I_1 + I_3$

مقاومت معادل بین B و D در شاخه پایین را محاسبه می‌کنیم:

$$R_3 \text{ و } R_4 \text{ موازی: } R' = \frac{R_3 \times R_4}{R_3 + R_4} = \frac{R \times R}{R + R} = \frac{R}{2}$$

$$R_5 \text{ و } R_6 \text{ متوالی: } R'' = R' + R_6 = \frac{R}{2} + 2R = \frac{5R}{2}$$

گام سوم: با توجه به شکل و R'' به دست آمده در گام قبل داریم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{I_5}{I''} = \frac{R''}{R_5} = \frac{5R/2}{2R} \Rightarrow I'' = I_5 = 2I_5 \\ \frac{I_5}{I''} = \frac{R''}{R_5} = \frac{5R/2}{2R} \Rightarrow I'' = I_5 = 2I_5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3I = \frac{I_5}{2} + I_5 \Rightarrow I_5 = 2I$$

قاعده انشعاب در گره B: $I_5 + I_6 = 3I$

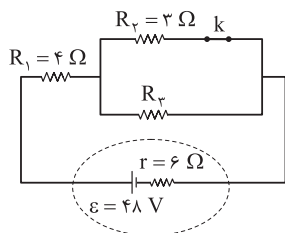
گام چهارم: با توجه به این که جریان عبوری از مقاومت‌های R_1 و R_6 را برحسب I به دست آوردیم، به کمک رابطه $P = RI^2$ نسبت توان‌های خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{P_1}{P_6} = \frac{R_1 I_1^2}{R_6 I_6^2} = \frac{R \times (2I)^2}{2R \times (2I)^2} = \frac{1}{2}$$

فیزیک

۶۷

در مدار شکل زیر، کلید k ، بسته و توان خروجی باتری، بیشینه است. اگر کلید k باز شود، توان خروجی باتری به



چند وات می‌رسد؟

۶۰ (۱)

۹۰ (۲)

۱۰۰ (۳)

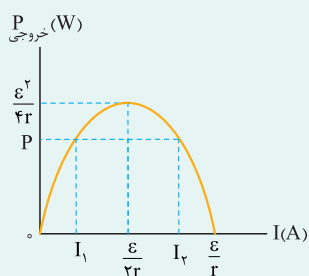
۱۲۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

Hint

با توجه به این که توان بیشینه به ازای $I = \frac{\varepsilon}{2r}$ به دست می‌آید، I را محاسبه کنید، سپس طبق رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ ، مقاومت R_{eq} و سپس مقاومت R_2 را به دست آورید. در مرحله بعد با باز کردن کلید، مقاومت R_2 از مدار خارج می‌شود، در این حالت جریان عبوری از مدار و در نهایت توان خروجی باتری را محاسبه کنید.

نمودار توان خروجی بر حسب جریان عبوری از مدار به صورت شکل زیر است:



همان‌طور که از نمودار مشخص است، به ازای جریان $I = \frac{\varepsilon}{2r}$ توان خروجی باتری بیشینه است.

● توان خروجی باتری از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$P_{\text{خروجی}} = \varepsilon I - r I^2$$

توان توان
تولیدی مصرفی

● توان مصرفی در یک مصرف‌کننده از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$P = VI, \quad P = RI^2, \quad P = \frac{V^2}{R}$$

V : اختلاف پتانسیل دو سر مصرف‌کننده (V)

R : مقاومت الکتریکی مصرف‌کننده (Ω)

I : جریان الکتریکی عبوری از مصرف‌کننده (A)

گام اول: می‌دانیم توان خروجی بیشینه باتری به ازای $I = \frac{\varepsilon}{2r}$ به دست می‌آید، پس:

$$I = \frac{\varepsilon}{2r} = \frac{48}{2 \times 6} = 4 \text{ A}$$

گام دوم: اندازه جریان عبوری را داریم، پس به کمک رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ ، اندازه $R_{2,3}$ و از آن جا R_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_{2,3} + r} \Rightarrow 4 = \frac{48}{4 + R_{2,3} + 6} \Rightarrow R_{2,3} = 2 \Omega$$

$$R_{2,3} = \text{مقاومت معادل دو مقاومت موازی } R_2 \text{ و } R_3$$

دو مقاومت R_2 و R_3 موازی‌اند، پس داریم:

$$R_{2,3} = \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3} \Rightarrow 2 = \frac{3R_3}{3 + R_3} \Rightarrow R_3 = 6 \Omega$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

فیزیک

گام سوم: اگر کلید k باز شود، مقاومت $R_p = 3 \Omega$ از مدار حذف می‌شود، پس جریان عبوری در مدار برابر می‌شود با:

$$I' = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_p + r} = \frac{48}{4 + 6 + 6} = 3 \text{ A}$$

گام چهارم: توان خروجی باتری در این حالت برابر است با:

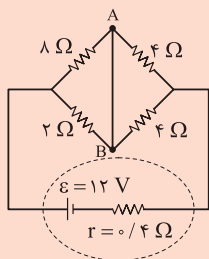
$$P = \varepsilon I' - r I'^2 = 48 \times 3 - 6(3)^2 = 90 \text{ W}$$

در گام چهارم، می‌توان گفت که توان خروجی باتری، برابر با توان مصرفی مقاومت‌های R_1 و R_p است، پس:

$$P = P_1 + P_p = R_1 I'^2 + R_p I'^2 = 4 \times 9 + 6 \times 9 = 90 \text{ W}$$

یہ جو دیگرہ

در مدار شکل زیر، جریان الکتریکی عبوری از سیم AB چند آمپر و در چه جهتی است؟



(۱) از A به B، ۰/۶

(۲) از B به A، ۰/۶

(۳) از A به B، ۰/۹

(۴) از B به A، ۰/۹

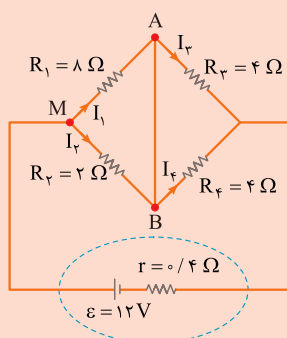
پاسخ: گزینه ۴

Hint

مقاومت معادل را محاسبه کنید تا به کمک آن جریان عبوری از مدار را به دست آورید، سپس جریان عبوری از مقاومت 8Ω و 4Ω (شاخه بالایی) را حساب کرده و در گره A جهت جریان بین A و B و مقدار آن را به دست آورید.

گام اول: ابتدا مقاومت معادل را محاسبه می‌کنیم تا به کمک آن جریان کل مدار را به دست آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$\text{موازی } R_1 \text{ و } R_3 : R' = \frac{R_1 \times R_3}{R_1 + R_3} = \frac{8 \times 2}{8 + 2} = 1/6 \Omega$$

$$\text{موازی } R_2 \text{ و } R_4 : R'' = \frac{R_2 \times R_4}{R_2 + R_4} = \frac{4 \times 4}{4 + 4} = 2 \Omega$$

$$R' \text{ و } R'' \text{ متوالی} : R_{eq} = R' + R'' = 1/6 + 2 = 3/6 \Omega$$

$$\text{به کمک رابطه } I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}, \text{ جریان را محاسبه می‌کنیم:}$$

$$I = \frac{12}{3/6 + 0/4} = 3 \text{ A}$$

گام دوم: دو مقاومت R_1 و R_3 موازی هستند، پس داریم:

$$V_1 = V_3 \Rightarrow R_1 I_1 = R_3 I_3 \Rightarrow 8 I_1 = 2 I_3 \Rightarrow I_3 = 4 I_1$$

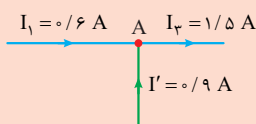
گام سوم: با توجه به رابطه بین جریان‌ها در نقطه M، جریان‌های I_1 و I_3 را محاسبه می‌کنیم:

$$I = I_1 + I_3 \xrightarrow{I=3 \text{ A}} 3 = I_1 + 4 I_1 = 5 I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{3}{5} = 0/6 \text{ A}, I_3 = 2/4 \text{ A}$$

دو مقاومت R_2 و R_4 با هم موازی هستند و اندازه مقاومت‌ها یکسان است، پس جریان بین آن‌ها به طور مساوی تقسیم می‌شود، یعنی:

$$I_2 = I_4 = 1/5 \text{ A}$$

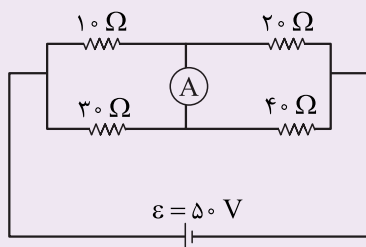
گام چهارم: با نوشتن رابطه بین جریان‌ها در نقطه A، متوجه می‌شویم جریان در سیم AB از B به A است، زیرا:



$$I_1 + I' = I_3 \Rightarrow I' = 1/5 - 0/6 = 0/9 \text{ A}$$

(سؤال ۶۶ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)

در شکل زیر، آمپرسنج آرمانی چند میلی آمپر را نشان می دهد؟



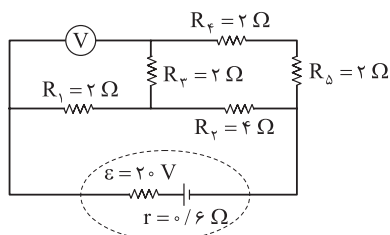
(۱) ۴۰۰

(۲) ۳۰۰

(۳) ۲۰۰

(۴) ۱۰۰

۶۹ در مدار شکل زیر، ولت‌سنج آرمانی چند ولت را نشان می‌دهد؟



$$6/4 \quad (1)$$

$$12/8 \quad (2)$$

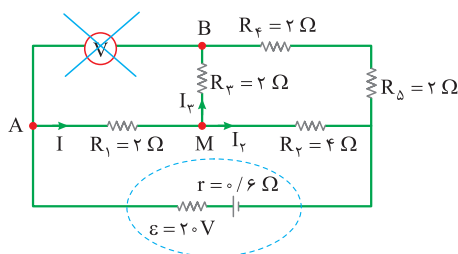
$$11/2 \quad (3)$$

$$10/4 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: با توجه به این که ولت‌سنج آرمانی است، پس جریانی از شاخه ولت‌سنج عبور نمی‌کند، بنابراین به کمک مدار زیر، مقاومت معادل را محاسبه می‌کنیم:



R_3 ، R_4 و R_5 متوالی هستند و معادل آن‌ها را R' می‌گیریم.

$$R' = 2 + 2 + 2 = 6 \Omega$$

R_1 و R' با هم موازی هستند و معادل آن‌ها را R'' می‌گیریم.

$$R'' = \frac{6 \times 4}{6 + 4} = 2.4 \Omega$$

R_1 و R'' متوالی هستند و معادل آن‌ها همان R_{eq} ، یعنی مقاومت خارجی معادل مدار است.

$$R_{eq} = 2.4 + 2 = 4.4 \Omega$$

گام دوم: جریان عبوری از مدار را به کمک رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{20}{4.4 + 0.6} = 4 \text{ A}$$

گام سوم: ولت‌سنج آرمانی اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B، یعنی مجموع اختلاف پتانسیل دو مقاومت R_1 و R_3 را نشان می‌دهد، در نتیجه لازم است I_3 را به دست آوریم؛ برای این کار از موازی بودن دو مقاومت R' و R_3 استفاده می‌کنیم:

$$\frac{I_3}{I_1} = \frac{R_1}{R'} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow I_3 = \frac{2}{3} I_1$$

رابطه جریان‌ها در نقطه M را می‌نویسیم و I_3 را به دست می‌آوریم:

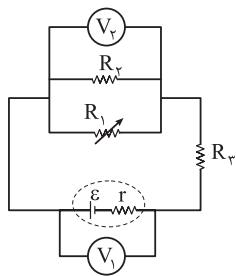
$$I = I_1 + I_3 \Rightarrow 4 = \frac{2}{3} I_1 + I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{12}{5} = 2.4 \text{ A}$$

گام چهارم: عددی را که ولت‌سنج نشان می‌دهد، محاسبه می‌کنیم:

$$V = V_1 + V_3 = I R_1 + I_3 R_3 = 4 \times 2 + \frac{12}{5} \times 2 = 11.2 \text{ V}$$

فیزیک

۷۰ در مدار شکل زیر، با کاهش مقاومت رئوستا، مقداری که ولت‌سنج‌های آرمانی V_1 و V_2 نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ، چگونه تغییر می‌کند؟



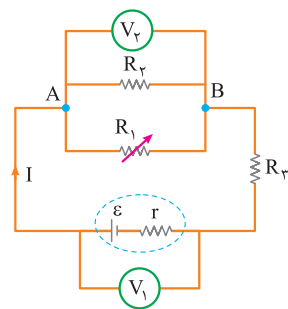
- (۱) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.
- (۲) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.
- (۳) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.
- (۴) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۲

 Hint

اثر کاهش مقاومت رئوستا را روی جریان کل مشخص کنید و سپس با توجه به این که ولت‌سنج آرمانی V_1 ، اختلاف پتانسیل دو سر باتری و ولت‌سنج آرمانی V_2 ، اختلاف پتانسیل $V_2 = \varepsilon - Ir - IR_3 = V_1 - V_2$ را نشان می‌دهد، تغییرات V_2 و V_1 را براساس تغییرات جریان کل تعیین کنید.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام اول: با کاهش مقاومت رئوستا (R_1)، مقاومت معادل کل مدار کاهش می‌یابد و طبق رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ و با توجه به ثابت بودن مقادیر ε و r ، جریان عبوری از باتری افزایش می‌یابد.

ولت‌سنج آرمانی V_1 ، اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد، پس:

$$V_1 = \varepsilon - Ir \xrightarrow[\text{ثابت: } r, \varepsilon]{\text{افزایش: } I} \text{کاهش: } V_1$$

گام دوم: چگونگی تغییر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_3 را مشخص می‌کنیم:

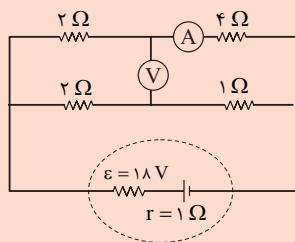
$$V_3 = R_3 I_3 \xrightarrow[\text{ثابت: } R_3]{\text{افزایش: } I_3 = I} V_3 \text{ افزایش می‌یابد.}$$

رابطه بین اختلاف پتانسیل‌های اجزاء مدار را می‌نویسیم:

$$V_1 = V_2 + V_3 \Rightarrow V_2 = V_1 - V_3 \xrightarrow[\text{افزایش: } V_3]{\text{کاهش: } V_1} V_2 \text{ کاهش می‌یابد.}$$

در مدار شکل زیر، اگر جای آمپرسنج آرمانی و ولتسنج آرمانی عوض شود، مقداری که هر یک نشان می‌دهند، به

ترتیب از راست به چپ، چند آمپر و چند ولت تغییر می‌کنند؟



(۱) ۲، ۱

(۲) ۴، ۱

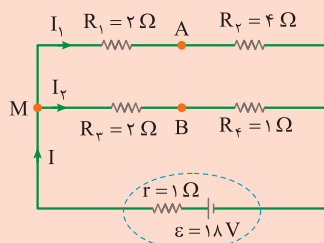
(۳) ۲، ۲

(۴) ۴، ۲

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: چون ولتسنج آرمانی است، از ولتسنج و شاخه‌ای که در آن قرار دارد جریانی عبور نمی‌کند و مدار به صورت زیر درمی‌آید:



(الف)

متوالی R_1 و R_2 : $R' = 2 + 4 = 6 \Omega$

متوالی R_3 و R_4 : $R'' = 2 + 1 = 3 \Omega$

موازی R'' و R' : $R_{eq} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2 \Omega$

گام دوم: جریان کل و جریان عبوری از مقاومت $R_2 = 4 \Omega$ را که همان جریان عبوری از آمپرسنج آرمانی است، محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{18}{2 + 1} = 6 \text{ A}$$

موازی R'' و R' : $I_1 R' = I_2 R'' \Rightarrow I_1 \times 6 = I_2 \times 3 \Rightarrow 2I_1 = I_2$

رابطه جریان‌ها در نقطه M: $I = I_1 + I_2 \Rightarrow 6 = I_1 + 2I_1 = 3I_1 \Rightarrow I_1 = 2 \text{ A}, I_2 = 4 \text{ A}$

I_1 همان جریان عبوری از آمپرسنج است.

گام سوم: ولتسنج آرمانی اختلاف پتانسیل دو نقطه A و B را نشان می‌دهد، پس:

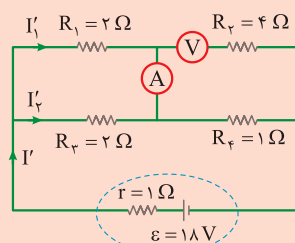
$$V_A - I_1 R_2 + I_2 R_3 = V_B$$

$$\Rightarrow V_A - V_B = I_1 R_2 - I_2 R_3$$

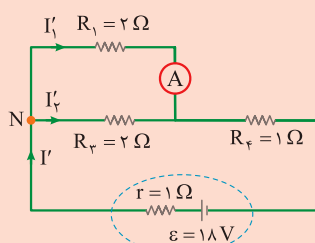
$$\Rightarrow V_V = 2 \times 4 - 4 \times 1 = 4 \text{ V}$$

گام چهارم: جای آمپرسنج و ولتسنج آرمانی را عوض می‌کنیم؛ از شاخه‌ای که در آن ولتسنج آرمانی قرار دارد، جریانی عبور

نمی‌کند، پس شکل مدار به صورت زیر ساده می‌شود:



(ب)

 $\Rightarrow$ 

(پ)

گام پنجم: مثل گام‌های اول و دوم، مقاومت معادل، جریان کل و جریان عبوری از هر شاخه را محاسبه می‌کنیم:

موازی R_1 و R_3 : $R' = 1 \Omega$

متوالی R_4 و R' : $R_{eq} = 1 + 1 = 2 \Omega$

$$I' = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{18}{2 + 1} = 6 \text{ A}$$

مقاومت‌های R_1 و R_3 موازی و هم‌اندازه هستند، پس جریان به طور مساوی بین آن‌ها تقسیم می‌شود، یعنی:

$$I'_1 = I'_3 = 3 \text{ A}$$

همان‌طور که از شکل (پ) مشخص است، آمپرسنج آرمانی جریان I'_1 ، یعنی 3 A را نشان می‌دهد.

ولت‌سنج آرمانی هم اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_4 را نشان می‌دهد، پس:

$$V'_V = I'_3 R_4 = 6 \times 1 = 6 \text{ V}$$

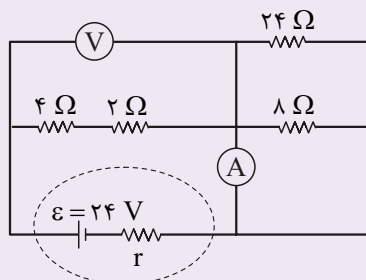
گام ششم: بریم سراغ خواسته سؤال:

$$\Delta I = I'_1 - I_1 = 3 - 2 = 1 \text{ A}$$

$$\Delta V = V'_V - V_V = 6 - 4 = 2 \text{ V}$$

در مدار زیر، اگر جای آمپرسنج آرمانی و ولت‌سنج آرمانی عوض شود، کدام مورد درست است؟

(سؤال ۶۴ کنکور تهری ۱۴۰۳ - نوبت دوم)



(۱) ولت‌سنج عدد صفر را نشان می‌دهد.

(۲) آمپرسنج عدد صفر را نشان می‌دهد.

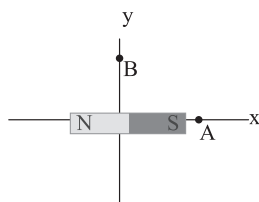
(۳) عددی که آمپرسنج و ولت‌سنج نشان می‌دهند، هیچ تغییری نمی‌کند.

(۴) عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد، تغییر نمی‌کند، اما ولت‌سنج صفر را نشان می‌دهد.

فیزیک

۷۲

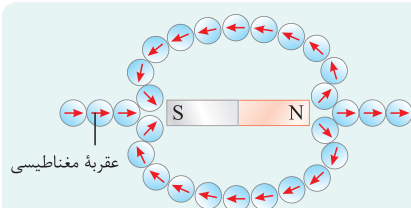
در شکل زیر، یک آهنربای میله‌ای در صفحه و در راستای محور x قرار دارد. میدان مغناطیسی حاصل از این آهنربا در نقاط A و B ، به ترتیب از راست به چپ، در چه جهتی است؟



- (۱) در جهت محور x ، در جهت محور x
- (۲) در جهت محور x ، در جهت محور y
- (۳) در خلاف جهت محور x ، در جهت محور x
- (۴) در خلاف جهت محور x ، در جهت محور y

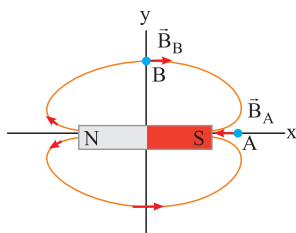
پاسخ: گزینه ۳

درس: Box



- خطوط میدان مغناطیسی در هر نقطه از فضا در جهت عقربه مغناطیسی اند.
- در خارج از آهنربا، خطوط میدان مغناطیسی از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شوند.

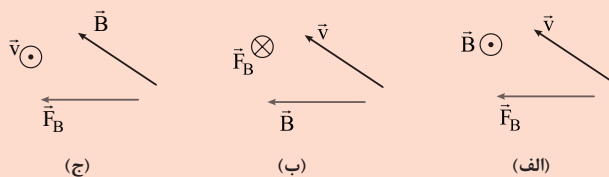
با رسم خطوط میدان مغناطیسی اطراف آهنربا، جهت‌گیری میدان مغناطیسی در نقاط A و B مشخص می‌شود:



همان‌طور که مشخص است، در نقطه A ، میدان مغناطیسی در خلاف جهت محور x و در نقطه B ، میدان مغناطیسی در جهت محور x است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در شکل‌های زیر، $\vec{v}$ سرعت یک ذره با بار الکتریکی منفی، $\vec{B}$ میدان مغناطیسی یکنواخت و $\vec{F}_B$ نیروی مغناطیسی وارد بر آن ذره است. کدام شکل‌ها از نظر فیزیکی قابل قبول است؟ (بردارها، یا در صفحه یا عمود بر آن هستند.)



(۱) فقط «الف»

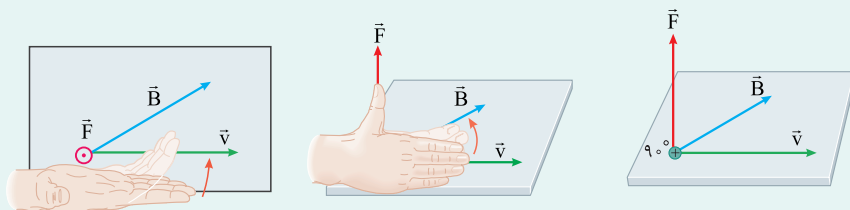
(۲) فقط «ب»

(۳) «ب» و «ج»

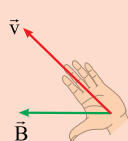
(۴) هیچ‌کدام

پاسخ: گزینه ۲

تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار مثبت با استفاده از قاعده دست راست: اگر چهار انگشت دست راست را در جهت $\vec{v}$ قرار دهیم، به گونه‌ای که جهت خم شدن چهار انگشت در جهت $\vec{B}$ باشد، انگشت شست جهت نیروی مغناطیسی را نشان می‌دهد.



اگر بار ذره منفی باشد، جهت نیروی مغناطیسی را برعکس می‌کنیم، در واقع برای ذره با بار منفی می‌توانیم از دست چپ استفاده کنیم.

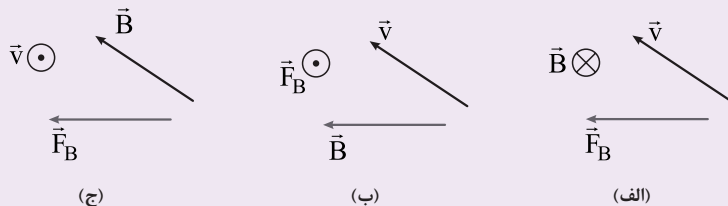


با توجه به این که نیروی مغناطیسی همواره بر بردار سرعت و بردار میدان مغناطیسی عمود است، پس شکل‌های «الف» و «ج» قابل قبول نیست. با بررسی شکل «ب» به کمک قاعده دست راست (یا دست چپ با توجه به این که بار ذره منفی است)، درستی آن مشخص می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در شکل‌های زیر، $\vec{v}$ سرعت یک ذره با بار الکتریکی مثبت، $\vec{B}$ میدان مغناطیسی یکنواخت و $\vec{F}_B$ نیروی مغناطیسی وارد بر آن ذره است. کدام شکل‌ها از نظر فیزیکی قابل قبول است؟ (بردارها، یا در این صفحه‌اند یا عمود بر این صفحه.)

(سوال ۶۶ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ (فارج از کشور))



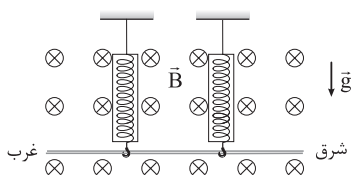
(۱) فقط «الف»

(۲) فقط «ب»

(۳) «الف» و «ج»

(۴) «ب» و «ج»

در شکل زیر، در میدان مغناطیسی یکنواختی که جهت آن به سمت شمال است، سیمی در راستای افقی شرق - غرب قرار دارد. اگر چگالی سیم 8 g/cm^3 ، سطح مقطع آن 5 mm^2 و اندازه میدان مغناطیسی 400 G باشد، از سیم، جریان چند آمپر و در چه جهتی عبور کند تا مقداری که نیروسنج‌ها نشان می‌دهند برابر صفر باشد؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



(۱) شرق به غرب

(۲) غرب به شرق

(۳) شرق به غرب

(۴) غرب به شرق

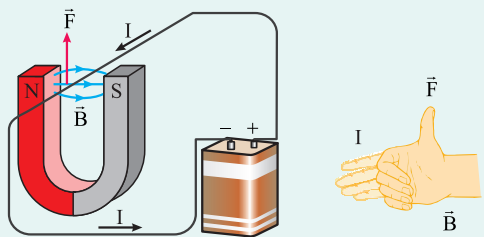
پاسخ: گزینه ۴

Hint

نیروسنج‌ها عدد صفر را نشان می‌دهند، یعنی نیروی وزن هم‌اندازه با نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان است و نیروها در خلاف جهت هم به سیم وارد می‌شوند تا اثر یکدیگر را خنثی کنند.

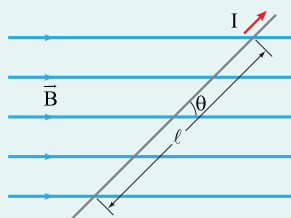
درس‌Box

اورستد با انجام آزمایش‌هایی نشان داد که میدان مغناطیسی بر سیم حامل جریان نیرو وارد می‌کند، این نیرو بر راستای سیم و نیز بر راستای میدان مغناطیسی عمود است. جهت این نیروی مغناطیسی را می‌توان به کمک قاعده دست راست به صورت زیر تعیین کرد:



نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی یکنواخت:

$$F = I\ell B \sin \theta$$



I: جریان الکتریکی (A)

ℓ : طول بخشی از سیم که در میدان مغناطیسی قرار دارد (m)

B: میدان مغناطیسی (T)

θ : زاویه‌ای که امتداد سیم با خطوط میدان مغناطیسی می‌سازد.

چگالی، نسبت جرم به حجم است؛ یکای آن در SI کیلوگرم بر متر مکعب (kg/m^3) و رابطه آن به صورت زیر است:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

جرم (kg) $\rightarrow$ $\frac{m}{V}$ $\rightarrow$ حجم (m^3)
چگالی (kg/m^3)

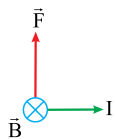
نکته

یکی از یکاهای متداول چگالی، g/cm^3 است که برای تبدیل به واحد kg/m^3 به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \xrightarrow{\times 10^3} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \xrightarrow{\times 10^{-3}} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

فیزیک

پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام اول: با توجه به این که نیروسنگها مقدار صفر را نشان می دهند، نیروی وزن با نیروی مغناطیسی وارد بر سیم برابر و در خلاف جهت هم هستند. جهت نیروی وزن به سمت پایین است، پس نیروی مغناطیسی باید به سمت بالا باشد. به کمک قاعده دست راست، جهت جریان عبوری از سیم را تعیین می کنیم:

بنابراین جریان عبوری از سیم به سمت راست (→)، یعنی از غرب به شرق است.

گام دوم: از برابری اندازه نیروی وزن و اندازه نیروی مغناطیسی داریم:

$$W = F_B \Rightarrow mg = I\ell B \sin \theta \xrightarrow[\substack{\theta=90^\circ \Rightarrow \sin \theta=1 \\ m=\rho V=\rho A\ell}]{\substack{\theta=90^\circ \Rightarrow \sin \theta=1 \\ m=\rho V=\rho A\ell}} \rho A\ell g = I\ell B$$

$$\Rightarrow I = \frac{\rho A g}{B} = \frac{8 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^{-6} \times 10}{400 \times 10^{-4}} = 10 \text{ A}$$

در فضایی که در آن میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E} = (400 \text{ N/C})\vec{i}$ و میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B} = (300 \text{ G})\vec{j}$ وجود دارد، ذره‌ای با بار الکتریکی $8 \mu\text{C}$ با سرعت $\vec{v} = (10^4 \text{ m/s})\vec{i}$ پرتاب می‌شود. اندازه نیروی خالص وارد بر ذره، بلافاصله پس از پرتاب چند نیوتون است؟ (از سایر نیروهای وارد بر ذره چشم‌پوشی کنید.)

$$4 \times 10^{-4} \text{ (۲)}$$

$$4 \times 10^{-3} \text{ (۱)}$$

$$8 \times 10^{-4} \text{ (۴)}$$

$$8 \times 10^{-3} \text{ (۳)}$$

پاسخ: گزینه ۱



ابتدا جهت هر یک از نیروهای مغناطیسی و الکتریکی را مشخص کنید، سپس اندازه هر کدام را محاسبه کرده و در آخر با توجه به این که دو نیرو بر هم عمود هستند، برآیند آن‌ها را به دست آورید.



اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

اندازه میدان مغناطیسی (T) بار الکتریکی (C)

$$F_B = |q| v B \sin \theta \rightarrow \text{زاویه بین بردارهای سرعت و میدان مغناطیسی}$$

تندی (m/s) اندازه نیرو (N)

یکای SI میدان مغناطیسی تسلا است، اما گاهی میدان مغناطیسی را با یکای کوچک‌تر گاوس بیان می‌کنند، به طوری که:

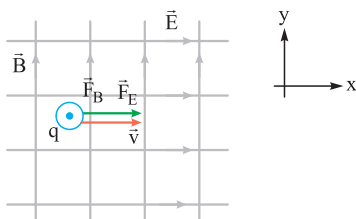
$$1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$$

هرگاه ذره‌ای با بار الکتریکی، در میدان الکتریکی یکنواخت قرار گیرد، نیرویی هم‌راستا با میدان الکتریکی از طرف میدان به ذره وارد می‌شود. دو حالت زیر وجود دارد:

(۱) اگر بار ذره مثبت باشد، طبق رابطه $\vec{F} = \vec{E}q$ ، نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی هم‌جهت هستند.

(۲) اگر بار ذره منفی باشد، طبق رابطه $\vec{F} = \vec{E}q$ ، نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی خلاف جهت هم هستند.

گام اول: با رسم شکل، جهت نیروهای مغناطیسی و الکتریکی را مشخص می‌کنیم:



(۱) با توجه به قاعده دست راست، جهت نیروی مغناطیسی برون‌سو است.

(۲) چون بار ذره مثبت است، نیروی الکتریکی هم‌جهت با میدان الکتریکی است.

گام دوم: اندازه هر کدام از نیروها را محاسبه می‌کنیم:

$$F_E = qE = 8 \times 10^{-6} \times 400 = 32 \times 10^{-4} \text{ N}$$

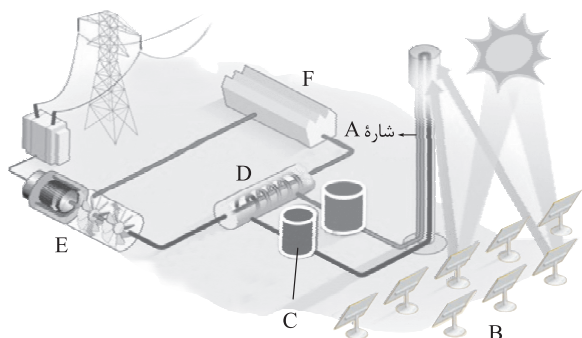
$$F_B = qvB \sin \theta = 8 \times 10^{-6} \times 10^4 \times 300 \times 10^{-4} \times \sin 90^\circ = 24 \times 10^{-4} \text{ N}$$

گام سوم: نیروها بر هم عمود هستند، پس طبق رابطه فیثاغورس داریم:

$$F_T = \sqrt{F_E^2 + F_B^2} = \sqrt{(32 \times 10^{-4})^2 + (24 \times 10^{-4})^2} = 8 \times 10^{-4} \times 5 = 4 \times 10^{-3} \text{ N}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به شکل زیر که نمایی از فناوری پیشرفته برای تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی را نشان می‌دهد، کدام مطلب درست است؟



- (۱) B و C به ترتیب آینه‌ها و منبع ذخیره انرژی الکتریکی را نشان می‌دهند.
 (۲) گستره دمایی مایع بودن شاره A از اتیلن گلیکول بیشتر و از فلز مس کم‌تر است.
 (۳) علامت ΔH در تغییر حالت آب در قسمت F با علامت ΔH در انحلال آمونیوم نیترات در آب یکسان است.
 (۴) شاره‌ای مولکولی را نشان می‌دهد که علامت بار جزئی اتم مرکزی در مولکول آن با علامت بار جزئی اتم مرکزی در مولکول SCl_2 یکسان است.

پاسخ: گزینه ۲

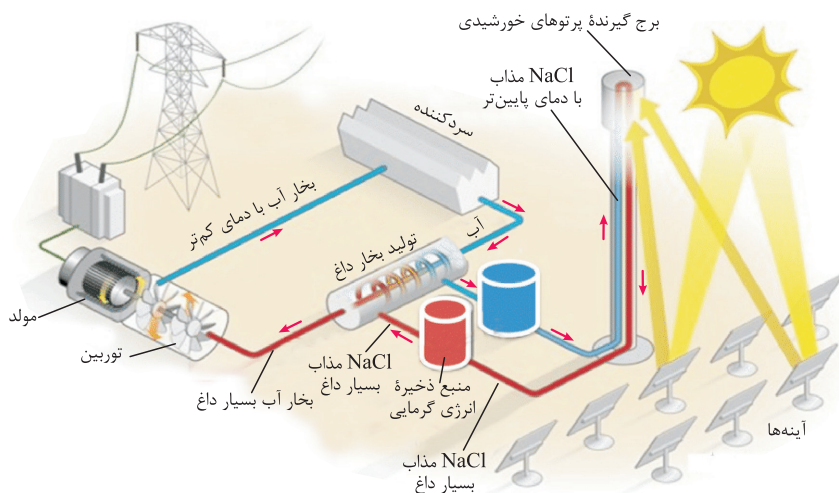
پاسخ خیلی تشریحی ✓

هر چه قدر اختلاف نقطه ذوب و جوش برای یک ماده بیشتر باشد، گستره دمایی مایع بودن آن ماده بیشتر است. منظور از شاره A، شاره یونی است که در کتاب درسی، NaCl به عنوان شاره یونی معرفی شده است. گستره دمایی مایع بودن برای فلز مس، $250^\circ\text{C} - 1083^\circ\text{C}$ و برای سدیم کلرید مذاب براساس داده‌های تجربی، $135^\circ\text{C} - 85^\circ\text{C}$ است. این گستره دمایی برای مواد مولکولی مانند اتیلن گلیکول خیلی کم‌تره!

اتیلن گلیکول > سدیم کلرید > مس : گستره دمایی مایع بودن

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): قسمت B در شکل نشان‌دهنده آینه‌ها و قسمت C نشان‌دهنده منبع ذخیره انرژی گرمایی است؛ نه انرژی الکتریکی!



گزینه (۳): قسمت F نشان‌دهنده سردکننده است که در آن میعان بخار آب انجام می‌شود؛ بنابراین با یک تغییر گرماده ($\Delta H < 0$) سروکار داریم، اما انحلال آمونیوم نیترات در آب، یک انحلال گرماگیر ($\Delta H > 0$) است.



گزینه (۴): D نشان‌دهنده بخار آب داغ است که یک ماده مولکولی محسوب می‌شود. ساختار آن به صورت

$$\begin{array}{c} \delta- \\ \text{:O:} \\ \delta+ \text{H} \quad \text{H} \delta+ \end{array}$$

است. در این مولکول، O بار جزئی منفی دارد، زیرا خصلت نافلزی آن از هیدروژن بیشتر است. همچنین ساختار SCl_2 به صورت

می‌باشد و چون خصلت نافلزی کلر از گوگرد بیشتر است؛ پس بار جزئی S (اتم مرکزی) در این مولکول مثبت

$$\begin{array}{c} \delta+ \\ \text{S} \\ \delta- \text{Cl} \quad \text{Cl} \delta- \end{array}$$

است و با بار جزئی O در H_2O فرق دارد.





کدام مورد نادرست است؟

- (۱) در هنگام تشکیل سدیم کلرید از عنصرهای سازنده، شعاع فلز و نافلز به دلیل تغییر شمار زیرلایه‌های الکترونی اشغال شده به ترتیب کاهش و افزایش می‌یابد.
- (۲) اگر آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیب یونی Al_2O_3 برابر 15916 kJ باشد، آنتالپی واکنش: $\text{Al}_2\text{O}_3(\text{g}) \rightarrow 2\text{Al}^{3+}(\text{g}) + 3\text{O}^{2-}(\text{g})$ می‌تواند برابر 15370 kJ باشد.
- (۳) فرمول شیمیایی هر ترکیب یونی، ساده‌ترین نسبت کاتیون‌ها و آنیون‌های سازنده آن را نشان می‌دهد.
- (۴) آرایش یون‌ها در سرتاسر شبکه بلوری نمک خوراکی، از یک الگوی تکراری پیروی می‌کند.

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

هرگاه اتم‌های سدیم و کلر کنار یکدیگر قرار گیرند، اتم‌های سدیم با از دست دادن یک الکترون به یون سدیم و اتم‌های کلر با گرفتن یک الکترون به یون کلرید تبدیل می‌شوند.

شعاع یون Na^+ از اتم Na ، کوچک‌تر و شعاع یون Cl^- از اتم Cl ، بزرگ‌تر است. آرایش الکترونی این گونه‌ها به صورت زیر است:

۴ زیرلایه $\rightarrow 11\text{Na} : 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^1$

۳ زیرلایه $\rightarrow 11\text{Na}^+ : 1s^2 / 2s^2 2p^6$

۵ زیرلایه $\rightarrow 17\text{Cl} : 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^5$

۵ زیرلایه $\rightarrow 17\text{Cl}^- : 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6$

با تبدیل Na به Na^+ ، شمار زیرلایه‌های الکترونی اشغال شده کاهش می‌یابد، اما در تبدیل Cl به Cl^- ، شمار زیرلایه‌های الکترونی اشغال شده تغییری نمی‌کند.

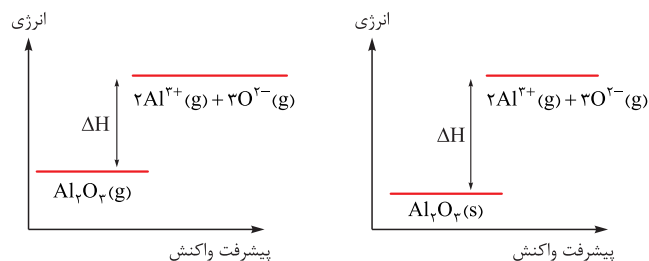
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۲): آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیب یونی، گرمای لازم برای تبدیل ۱ مول جامد یونی به یون‌های گازی سازنده‌اش است. (معادله واکنش فروپاشی شبکه Al_2O_3)

(۱) $\text{Al}_2\text{O}_3(\text{s}) \rightarrow 2\text{Al}^{3+}(\text{g}) + 3\text{O}^{2-}(\text{g})$

(۲) $\text{Al}_2\text{O}_3(\text{g}) \rightarrow 2\text{Al}^{3+}(\text{g}) + 3\text{O}^{2-}(\text{g})$

برای مقایسه آنتالپی دو واکنش لازم است تفاوت دو واکنش را پیدا کرده و نمودار آن‌ها را رسم و ΔH ها را مقایسه کنیم. با توجه به این که سطح آنتالپی یک ماده در حالت گاز بیشتر از حالت جامد است، خواهیم داشت:



نمودار واکنش (۲)

نمودار واکنش (۱)

با توجه به نمودار، ΔH واکنش (۲) باید کمتر از ΔH واکنش (۱) یعنی 15916 kJ باشد؛ بنابراین عدد 15370 kJ برای ΔH واکنش (۲) می‌تواند درست باشد.

گزینه (۳): هر ترکیب یونی شامل تعداد زیادی کاتیون و آنیون است که فرمول شیمیایی، ساده‌ترین نسبت کاتیون‌ها و آنیون‌های سازنده‌اش را نشان می‌دهد.

گزینه (۴): کاملاً درست!

در مقایسه با پتاسیم فلوئورید، شعاع کاتیون سازنده کدام ترکیب یونی کوچک تر، اما نسبت عدد کوئوردیناسیون آنیون به کاتیون در آن بیشتر است؟

- (۱) روبیدیم سولفید
(۲) سدیم کلرید
(۳) کلسیم فسفید
(۴) آلومینیم اکسید

پاسخ: گزینه ۲



به طور کلی نسبت عدد کوئوردیناسیون آنیون به کاتیون در شبکه یک ترکیب یونی دوتایی با نسبت شمار کاتیون به آنیون در فرمول شیمیایی آن ترکیب برابر است:

$$\frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{\text{عدد کوئوردیناسیون آنیون}}{\text{عدد کوئوردیناسیون کاتیون}}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

نسبت عدد کوئوردیناسیون آنیون به کاتیون را در ترکیب های یونی داده شده، حساب می کنیم:

$$\text{KF} \Rightarrow \text{پتاسیم فلوئورید} \Rightarrow \frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{\text{عدد کوئوردیناسیون آنیون}}{\text{عدد کوئوردیناسیون کاتیون}} = \frac{1}{1} = 1, \text{ کاتیون } {}_{19}\text{K}^{+}$$

$$\text{Rb}_2\text{S} \Rightarrow \text{روبییدیم سولفید} \Rightarrow \frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{\text{عدد کوئوردیناسیون آنیون}}{\text{عدد کوئوردیناسیون کاتیون}} = \frac{2}{1} = 2, \text{ کاتیون } {}_{37}\text{Rb}^{+}$$

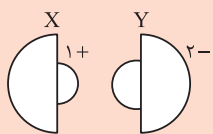
$$\text{NaCl} \Rightarrow \text{سدیم کلرید} \Rightarrow \frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{\text{عدد کوئوردیناسیون آنیون}}{\text{عدد کوئوردیناسیون کاتیون}} = \frac{1}{1} = 1, \text{ کاتیون } {}_{11}\text{Na}^{+}$$

$$\text{Ca}_3\text{P}_2 \Rightarrow \text{کلسیم فسفید} \Rightarrow \frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{\text{عدد کوئوردیناسیون آنیون}}{\text{عدد کوئوردیناسیون کاتیون}} = \frac{3}{2} = 1.5, \text{ کاتیون } {}_{20}\text{Ca}^{2+}$$

$$\text{Al}_2\text{O}_3 \Rightarrow \text{آلومینیم اکسید} \Rightarrow \frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{\text{عدد کوئوردیناسیون آنیون}}{\text{عدد کوئوردیناسیون کاتیون}} = \frac{2}{3} = 0.67, \text{ کاتیون } {}_{13}\text{Al}^{3+}$$

کاتیون کلسیم فسفید (Ca^{2+}) شعاع یونی کوچک تری نسبت به کاتیون پتاسیم فلوئورید (K^{+}) داشته و عدد کوئوردیناسیون آنیون به کاتیون در کلسیم فسفید، برابر با $1/5$ و بزرگ تر از این مقدار در پتاسیم فلوئورید می باشد.

با توجه به شکل مقابل که مقایسه شعاع اتمی و یون‌های پایدار دو عنصر از دوره سوم جدول تناوبی را نشان می‌دهد، کدام مورد نادرست است؟



(۱) شمار الکترون‌ها با $1 = 1$ در اتم Y ، ۴ واحد بیشتر از اتم X است.

(۲) آنتالپی فروپاشی شبکه بلور X_2Y از K_2S بیشتر است.

(۳) مقایسه شعاع اتمی عنصرهای X و Y ، برعکس مقایسه چگالی بار یون‌های پایدار آن‌ها است.

(۴) نسبت بار به شعاع در یون پایدار Y از این نسبت در یون پایدار اکسیژن، بیشتر است.

پاسخ: گزینه ۴

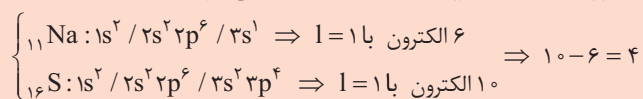
پاسخ خیلی تشریحی ✓

در یک گروه از جدول دوره‌ای از بالا به پایین، با افزایش تعداد لایه‌های الکترونی، شعاع اتمی افزایش می‌یابد؛ هم‌چنین در یک دوره از چپ به راست، به دلیل افزایش نیروی جاذبه هسته بر الکترون‌های ظرفیت، شعاع اتمی عنصرها کاهش می‌یابد. جدول زیر، اندازه شعاع برخی یون‌های متداول عنصرهای دوره‌های دوم و سوم را نشان می‌دهد:

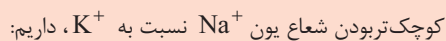
گروه / دوره	۱	۲	۱۶	۱۷
دوم	Li ۱۵۲، ۷۶		O ۷۳، ۱۴۰	F ۷۱، ۱۳۳
سوم	Na ۱۸۶، ۱۰۲	Mg ۱۶۰، ۷۲	S ۱۰۲، ۱۸۴	Cl ۹۹، ۱۸۱

عنصر Y در دوره سوم همان گوگرد ($_{16}S$) است و یون پایدار آن به صورت S^{2-} می‌باشد. در مقایسه چگالی بار آن با O^{2-} ، چون بارها یکسان است و O^{2-} شعاع کوچک‌تری دارد؛ پس چگالی بار آن بیشتر است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): عنصرهای X و Y ، به ترتیب سدیم ($_{11}Na$) و گوگرد ($_{16}S$) هستند و آرایش الکترونی اتم آن‌ها به صورت زیر است:



گزینه (۲): مجموع قدرمطلق بار یک آنیون و یک کاتیون در دو ترکیب یونی K_2S و Na_2S یکسان است؛ بنابراین با توجه به کوچک‌تر بودن شعاع یون Na^+ نسبت به K^+ ، داریم:



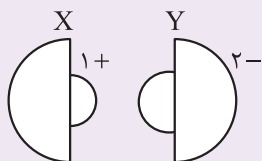
گزینه (۳): در یک دوره از جدول تناوبی از چپ به راست، شعاع اتمی عنصرها کاهش می‌یابد: $Y < X$ ؛ مقایسه شعاع

هم‌چنین هر چه اندازه بار یونی بیشتر باشد، چگالی بار آن بیشتر خواهد بود: $Y^{2-} > X^+$ ؛ مقایسه چگالی بار

در نتیجه می‌توان گفت که مقایسه شعاع اتمی عنصرهای X و Y ، برعکس مقایسه چگالی بار یون‌های پایدار آن‌هاست.

شکل زیر مقایسه شعاع اتمی و یون‌های پایدار دو عنصر دوره سوم جدول تناوبی عناصر را نشان می‌دهد. کدام مورد درباره آن‌ها به یقین درست است؟

(سؤال ۱۰٪ آئینکونر تهرانی ۱۳۰۴ - نوبت اول)



- (۱) شعاع یونی: $(Y^{2-} > X^{+})$ و نقطه ذوب: $NaCl > X_2Y$
- (۲) شعاع یونی: $(X^{+} > Y^{2-})$ و نقطه ذوب: $X_2Y > LiF$
- (۳) شعاع اتمی: $(Y > X)$ و آنتالپی فروپاشی: $X_2Y > K_2S$
- (۴) شعاع اتمی: $(X > Y)$ و آنتالپی فروپاشی: $MgCl_2 > X_2Y$

آنتالپی فروپاشی شبکه بلور چهار ترکیب یونی زیر بر حسب $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ برابر ۲۹۶۵، ۲۴۸۸، ۳۸۰۰ و ۹۲۶ می باشد. اگر ۲۵ گرم از مخلوط سدیم فلوئورید و منیزیم اکسید با جذب ۸۴۳ کیلوژول گرما به یون های گازی خود تبدیل شوند، چند درصد از جرم این مخلوط را منیزیم اکسید تشکیل داده است؟ ($\text{O} = ۱۶, \text{F} = ۱۹, \text{Na} = ۲۳, \text{Mg} = ۲۴ : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

سدیم اکسید	منیزیم فلوئورید	منیزیم اکسید	سدیم فلوئورید	ماده
؟	؟	؟	؟	آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیب یونی
۱۶ (۱)	۳۴ (۲)	۶۶ (۳)	۸۴ (۴)	

پاسخ: گزینه ۱

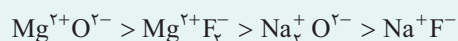
درس Box

هر چه نیروی جاذبه میان یون ها قوی تر باشد (چگالی بار یون ها بیشتر باشد)، استحکام و آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیب یونی در آن بیشتر خواهد بود.

تکنیک مقایسه آنتالپی فروپاشی شبکه بلور:

گام اول: هر چه مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون در یک ترکیب یونی بزرگ تر باشد، ΔH فروپاشی شبکه آن بزرگ تر خواهد بود.

گام دوم: اگر مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون برای دو ترکیب یونی برابر باشد، شعاع یون های سازنده آن ها را با هم مقایسه می کنیم. هر چه شعاع یون ها کوچک تر باشد، ΔH فروپاشی بزرگ تر خواهد بود.



$$\begin{array}{cccc} \text{مجموع بار} & ۲+۲=۴ & ۲+۱=۳ & ۲+۱=۳ & ۱+۱=۲ \\ & & \underbrace{\text{O}^{2-} > \text{F}^{-}}_{\text{شعاع یونی}} & \underbrace{\text{Na}^{+} > \text{Mg}^{2+}} & \end{array}$$

مقایسه آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیبات یونی داده شده به صورت زیر است:

سدیم فلوئورید > سدیم اکسید > منیزیم فلوئورید > منیزیم اکسید

۹۲۶ ۲۴۸۸ ۲۹۶۵ ۳۸۰۰

مقدار مول NaF و MgO را به ترتیب n_1 و n_2 در نظر می گیریم؛ بنابراین:

$$\begin{aligned} (42 \times n_1) + (40 \times n_2) &= 25 \\ \Rightarrow \begin{cases} -3990n_1 - 3800n_2 = -2375 \\ 926n_1 + 3800n_2 = 843 \end{cases} \\ \hline 3064n_1 &= 1532 \end{aligned}$$

$$n_1 = 0/5 \xrightarrow{\text{مقدار } n_1 \text{ را در یکی از معادلات جای گذاری می کنیم.}} (42 \times 0/5) + 40n_2 = 25 \Rightarrow n_2 = 0/1$$

$$\text{NaF جرم مولی} = 42 \times 0/5 = 21 \text{ g}$$

$$\text{MgO جرم مولی} = 40 \times 0/1 = 4 \text{ g}$$

در نهایت درصد جرمی MgO را در مخلوط حساب می کنیم:

$$\text{درصد جرمی MgO} = \frac{\text{جرم MgO}}{\text{جرم کل مخلوط}} \times 100 = \frac{4}{25} \times 100 = 16\%$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به رفتار مواد A، X و D در برابر تابش نور سفید، این مواد به ترتیب کدام می‌توانند باشند؟

ماده	رفتار
A	کل نور تابیده شده را جذب می‌کند.
X	طول موج‌های حدود ۶۲۰ تا ۷۰۰ نانومتر را بازتاب می‌کند.
D	کل نور تابیده شده را بازتاب می‌کند.

سیاه‌رنگ

قرمز رنگ

سفید رنگ

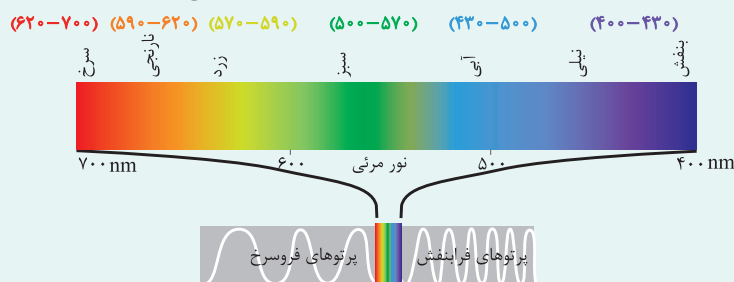
- (۱) دوده - آهن (III) اکسید - تیتانیم (IV) اکسید
 (۲) دوده - محلول پتاسیم پرمنگنات - تیتانیم (IV) اکسید
 (۳) تیتانیم (IV) اکسید - آهن (III) اکسید - دوده
 (۴) تیتانیم (IV) اکسید - محلول پتاسیم پرمنگنات - دوده

پاسخ: گزینه ۱

درس‌Box

- مواد سفید ← همه طول موج‌های مرئی را بازتاب می‌کنند.
 مواد سیاه ← همه طول موج‌های مرئی را جذب می‌کنند.
 مواد رنگی ← بخشی از طول موج‌های مرئی را جذب، باقی‌مانده را بازتاب و یا عبور می‌دهند.

سازنده اصلی یک ماده رنگی که به آن رنگ می‌دهد، رنگدانه نام دارد. تیتانیم (IV) اکسید (TiO_2)، رنگدانه سفید، آهن (III) اکسید (Fe_2O_3)، رنگدانه قرمز و دوده (C)، رنگدانه سیاه، از جمله رنگدانه‌های معدنی هستند.



دوده با رنگ سیاه، تمام طول موج‌های مرئی را جذب می‌کند و آهن (III) اکسید تمام طول موج‌ها به جز ۶۲۰ - ۷۰۰ نانومتر را جذب می‌کند، به همین دلیل قرمز رنگ دیده می‌شود و تیتانیم (IV) اکسید، رنگدانه سفید است و تمام طول موج‌ها را بازتاب می‌کند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

کدام مورد درست است؟

- (۱) توصیف «شکننده بودن در حالت جامد و رسانای جریان برق بودن در حالت مذاب» را می توان به دو نوع جامد بلوری نسبت داد.
- (۲) در گذشته، انسان ها رنگدانه های طبیعی را از منابع گیاهی، جانوری و برخی کانی ها تهیه می کردند.
- (۳) تیتانیم برخلاف فولاد، مقاومت بالایی در برابر سایش دارد.
- (۴) نیتینول نوعی آلیاژ هوشمند است که از یک فلز دسته p و یک فلز دسته d ساخته شده است.
- ← آلیاژی از نیکل ($_{28}Ni$) و تیتانیم ($_{22}Ti$)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

سازنده اصلی یک ماده رنگی که به آن رنگ می بخشد، رنگدانه نام دارد. در گذشته، انسان این مواد رنگی را از منابع طبیعی همچون گیاهان، جانوران و برخی کانی ها تهیه می کرد.

بررسی سایر گزینه ها:

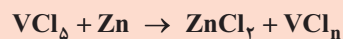
گزینه (۱): ویژگی شکننده بودن در حالت جامد و رسانای جریان برق بودن در حالت مایع را تنها می توان به ترکیبات یونی نسبت داد.

گزینه (۳): تیتانیم و فولاد، هر دو مقاومت بالایی در برابر سایش دارند.

گزینه (۴): نیتینول آلیاژی از نیکل (فلزی از دسته d) و تیتانیم (فلزی از دسته d) است که به آلیاژ هوشمند معروف می باشد.

به محلولی دارای ۹۱۴ گرم وانادیم (V) کلرید، چند گرم فلز روی باید اضافه شود تا با انجام واکنش کامل، محلول بنفش رنگ حاصل شود؟

($Cl = ۳۵/۵$, $V = ۵۱$, $Zn = ۶۵$: $g.mol^{-1}$)



۳۶۰ (۴)

۱۳۰ (۳)

۲۶۰ (۲)

۳۹۰ (۱)

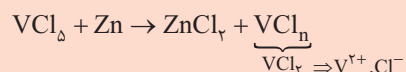
پاسخ: گزینه ۱



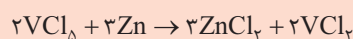
محلول ترکیب‌های برخی فلزهای واسطه از جمله وانادیم (V) به رنگ‌های گوناگونی دیده می‌شوند. وانادیم دارای عدد اکسایش صفر، در حالت آزاد و عنصری و دارای عددهای اکسایش ۲ (II)، ۳ (III)، ۴ (IV) و ۵ (V) در حالت ترکیب با دیگر عناصرها است. رنگ نمک‌های مختلف وانادیم در این عددهای اکسایش، این‌طور است:

رنگ	محلول
زرد	نمک وانادیم (V)
آبی	نمک وانادیم (IV)
سبز	نمک وانادیم (III)
بنفش	نمک وانادیم (II)

با توجه به رنگ محلول نهایی که بنفش است، فرمول شیمیایی ترکیب حاصل به صورت VCl_2 می‌باشد:



بعد از پیدا کردن n و قبل از انجام استوکیومتری لازم است واکنش را موازنه کنیم:



$$VCl_5 \text{ جرم مولی} = ۵۱ + ۵(۳۵/۵) = ۲۲۸/۵ \text{ g.mol}^{-1}$$

استفاده از کسر تبدیل:

$$۹۱۴ \text{ g } VCl_5 \times \frac{۱ \text{ mol } VCl_5}{۲۲۸/۵ \text{ g } VCl_5} \times \frac{۳ \text{ mol } Zn}{۲ \text{ mol } VCl_5} \times \frac{۶۵ \text{ g } Zn}{۱ \text{ mol } Zn} = ۳۹۰ \text{ g } Zn$$

استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{۹۱۴}{۲ \times ۲۲۸/۵} = \frac{x}{۳ \times ۶۵} \Rightarrow x = ۳۹۰ \text{ g } Zn$$

په‌چور دیگه

با توجه به معادله داده شده، از واکنش چند مول وانادیم (V) کلرید با ۳/۹ گرم فلز روی، محلول بنفش رنگ از نمک وانادیم تشکیل می‌شود؟ (معادله واکنش موازنه شود؛ $Zn = ۶۵ \text{ g.mol}^{-1}$) (سوال ۱۰۷ کنکور تهری ۱۴۰۳ (فارج از کشور))



۰/۰۲ (۲)

۰/۰۱ (۱)

۰/۰۴ (۴)

۰/۰۳ (۳)

کدام موارد زیر در ارتباط با تیتانیوم درست است؟

الف) در ترکیبی از آن که به عنوان رنگدانه سفید کاربرد دارد، عدد اکسایش فلز با عدد اکسایش وانادیم در VO^{2+} برابر است.

تیتانیوم (IV) اکسید (TiO_2)

ب) 100 cm^3 تیتانیوم خالص در مقایسه با 100 cm^3 فولاد، جرم بیشتری دارد.

پ) مجموع عددهای کوانتومی اصلی و فرعی برای الکترون‌های ظرفیت اتم آن، برابر ۱۳ است.

ت) برخی ویژگی‌های فیزیکی مانند چکش‌خواری را می‌توان با الگوی دریای الکترونی برای اکسید آن توجیه کرد.

ث) نقطه ذوب آن از فولاد بالاتر است که این موضوع یکی از دلایل استفاده از تیتانیوم در موتور جت است.

(۲) ب - ت - ث

(۱) الف - ت - ث

(۴) الف - ث

(۳) ب - پ

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

تیتانیوم ($_{22}\text{Ti}$) یکی از فلزهای دسته d جدول دوره‌ای است که در دوره چهارم و گروه ۴ قرار دارد: $_{22}\text{Ti}: [_{18}\text{Ar}]3d^2 4s^2$

ویژگی‌های فوق‌العاده این فلز از جمله ماندگاری و استحکام مناسب باعث شده که این فلز امروزه کاربردهای مختلفی، مانند استفاده در ساخت موتور جت، ساخت پروانه کشتی اقیانوس‌پیما و ساخت بناهای زیبا و ماندگار داشته باشد.

جدول زیر برخی از ویژگی‌های تیتانیوم را در مقایسه با فولاد زنگ‌نزن نشان می‌دهد.

شما با توجه به این جدول، باید مقایسه خواص تیتانیوم و فولاد رو بلد باشید:

(۱) نقطه ذوب: فولاد > تیتانیوم

(۲) چگالی: فولاد < تیتانیوم

(۳) واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا: فولاد < تیتانیوم

(۴) مقاومت در برابر خوردگی: فولاد > تیتانیوم

(۵) مقاومت در برابر سایش: فولاد = تیتانیوم

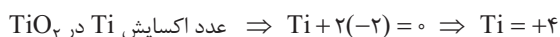
ویژگی	ماده	تیتانیوم	فولاد
نقطه ذوب ($^{\circ}\text{C}$)	۱۶۶۷	۱۵۳۵	
چگالی (g.mL^{-1})	۴/۵۱	۷/۹۰	
واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا	ناچیز	متوسط	
مقاومت در برابر خوردگی	عالی	ضعیف	
مقاومت در برابر سایش	عالی	عالی	

عبارت‌های (الف) و (ت) درست‌اند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

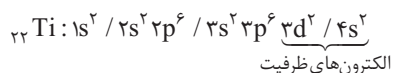
بررسی عبارت‌ها:

الف) از TiO_2 به عنوان رنگدانه سفید استفاده می‌شود:



ب) با توجه به چگالی تیتانیوم و فولاد که به ترتیب ۴/۵۱ و ۷/۹۰ گرم بر میلی‌متر می‌باشد، در حجم برابر، فلزی که چگالی بیشتری دارد، جرم بیشتری نیز خواهد داشت؛ بنابراین در حجم 100 cm^3 ، جرم فولاد بیشتر از تیتانیوم است.

پ) آرایش الکترونی Ti با عدد اتمی $Z = 22$ به صورت زیر است:

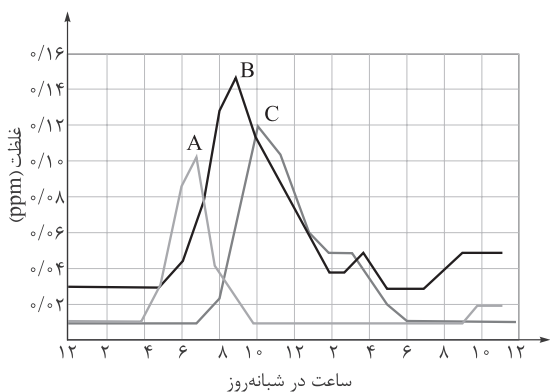


$$\left. \begin{aligned} \text{۳d الکترون‌های زیرلایه } (n+1) &\Rightarrow 2 \times (n+1) = 2 \times (\overset{5}{3} + \overset{5}{2}) = 10 \\ \text{۴s الکترون‌های زیرلایه } (n+1) &\Rightarrow 2 \times (n+1) = 2 \times (\overset{4}{4} + \overset{4}{0}) = 8 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 10 + 8 = 18$$

ت) چکش‌خواری فلزهایی مانند تیتانیم را می‌توان با الگوی دریای الکترونی فلز توجیه کرد. دقت کنید که اکسید عناصرها، ترکیب یونی یا مولکولی محسوب شده و الگوی دریای الکترونی ندارند.

ث) نقطه ذوب تیتانیم و فولاد به ترتیب ۱۶۶۷ و ۱۵۳۵ درجه سلسیوس است. هنگامی که موتور جت کار می‌کند، همه اجزای سازنده (ثابت و متحرک) دمای بالایی دارند؛ به همین دلیل در ساخت این موتور از تیتانیم که نقطه ذوب بالاتری دارد، استفاده می‌شود.

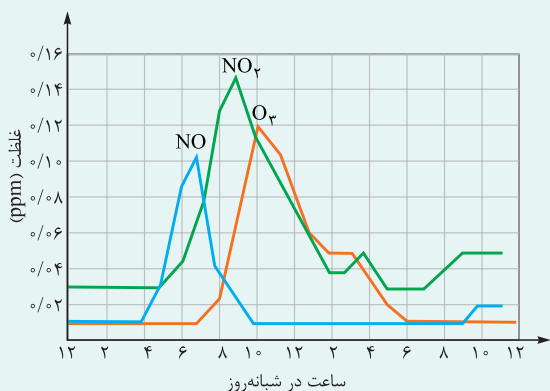
با توجه به نمودار زیر که غلظت سه آلاینده NO ، O_3 و NO_2 را در نمونه‌ای از هوای یک شهر بزرگ نشان می‌دهد، کدام مورد نادرست است؟



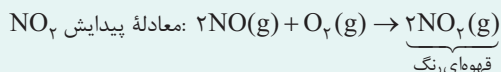
- (۱) B به رنگ قهوه‌ای روشن دیده می‌شود.
- (۲) A فراورده دیگر واکنش تولید اوزون تروپوسفری است.
- (۳) در ساعت ۱۰ صبح، غلظت گاز اوزون در هوا از گاز نیتروژن دی‌اکسید، بیشتر است.
- (۴) در بازه زمانی ۶ صبح تا ۱۲ ظهر، سرعت متوسط تغییر غلظت گاز نیتروژن دی‌اکسید، $\frac{1}{3}$ برابر سرعت متوسط تغییر غلظت گاز نیتروژن مونوکسید است.

پاسخ: گزینه ۴

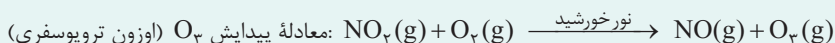
نمودار زیر غلظت آلاینده‌های NO ، NO_2 و O_3 را در نمونه‌ای از هوای یک شهر بزرگ نشان می‌دهد:



معادله پیدایش گازهای NO_2 و O_3 به صورت زیر است:



رنگ قهوه‌ای هوای آلوده زیر سر همین NO_2 هستش! لایه قهوه‌ای روشن در زمستان در سطح شهرهای بزرگ جهان و کشور فورمون بیشتر دیده می‌شه!

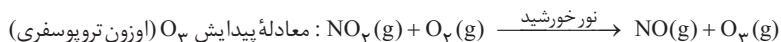


مواستون باشه که اوزون با این که جزء آلاینده‌های هوا است، اما جزء آلاینده‌های خروجی از آگزوز خودروها به شمار نمی‌آید، زیرا در هواکره و از واکنش میان گازهای نیتروژن دی‌اکسید و اکسیژن در حضور نور خورشید تولید می‌شود.

بیا باید به ترتیب گزینه‌ها را بررسی کنیم:

گزینه (۱): B نشان‌دهنده گاز NO_2 است که قهوه‌ای رنگ است.

گزینه (۲): با توجه به نمودار کتاب درسی، A گاز NO و فراورده دیگر واکنش تولید اوزون تروپوسفری است:



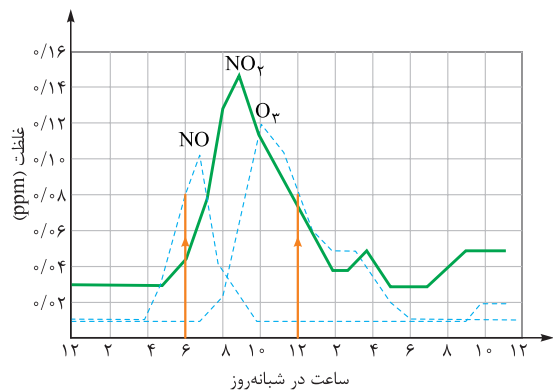
گزینه (۳): با توجه به نمودار، در ساعت ۱۰ صبح غلظت گاز O_3 ، ۱۲ ppm و غلظت گاز NO_2 تقریباً ۱۱ ppm است؛ بنابراین غلظت NO_2 از O_3 کم‌تر است.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینۀ (۴): نسبت سرعت تغییر غلظت گازها در بازۀ زمانی مشخص، با نسبت تغییر غلظت آن‌ها برابر است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{\bar{R}(\text{NO}_2)}{\bar{R}(\text{NO})} = \frac{0.07 - 0.04}{0.08 - 0.01} = \frac{3}{7}$$



کدام موارد زیر نادرست است؟

- الف) آمونیاک و اوره، قبل از تولید ویتامین A در جهان، به طور صنعتی تولید شده‌اند.
 ب) همه گازهای خروجی از اگزوز خودروهای بنزینی، از سوختن بنزین در موتور خودرو ایجاد شده‌اند.
 پ) افزایش دما همانند کاتالیزگر، باعث کاهش انرژی فعال‌سازی واکنش و در نتیجه افزایش سرعت آن می‌شوند.
 ت) مقدار CO خروجی از اگزوز خودروها به ازای طی یک کیلومتر از مقدار NO بیشتر است.

(۱) الف - ب

(۲) الف - ت

(۳) ب - پ

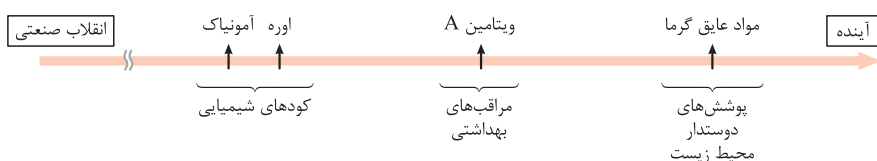
(۴) پ - ت

پاسخ: گزینه ۳

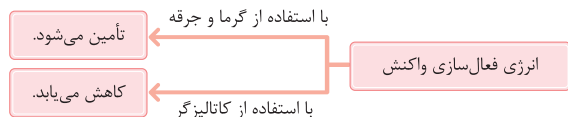
عبارت‌های (ب) و (پ) نادرست‌اند. ✓ پاسخ خیلی تشریحی

بررسی عبارت‌ها:

الف) ترتیب زمانی شناسایی و تولید چند فراورده حاصل از فناوری‌های شیمیایی پس از انقلاب صنعتی این‌طور است:



ب) در ساختار بنزین، اتم N وجود ندارد؛ در نتیجه منبع گازهای NO و N_2 خروجی از اگزوز خودروها، نیتروژن هواست؛ نه بنزین! پ) کاتالیزگر تنها عاملی است که می‌تواند انرژی فعال‌سازی واکنش را کاهش دهد، در حالی که افزایش دما انرژی فعال‌سازی واکنش را تأمین می‌کند و آن را کاهش نمی‌دهد.



ت) با توجه به حاشیه صفحه ۹۴ کتاب درسی، بدانید و آگاه باشید! که ترتیب مقایسه جرم آلاینده‌های CO ، C_xH_y و NO خروجی از اگزوز خودروها به صورت زیر است:

$CO > C_xH_y > NO$ مقدار آلاینده تولیدشده (برحسب گرم) به ازای طی یک کیلومتر توسط خودرو

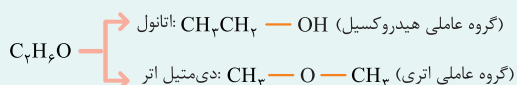
کدام مورد جزء کاربردهای طیف‌سنجی فروسرخ نیست؟

- (۱) تشخیص اتانول و دی‌متیل اتر از یکدیگر
- (۲) شناسایی اکسیدهای نیتروژن در هواکره
- (۳) شناسایی برخی مولکول‌ها در فضای بین ستاره‌ای
- (۴) ام.آر.آی. (MRI) در علم پزشکی

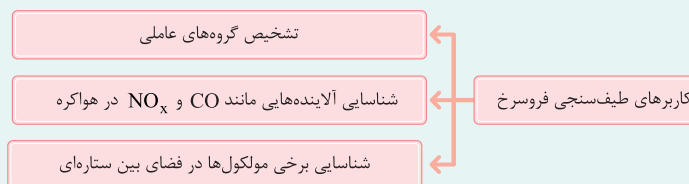
پاسخ: گزینه ۴

درس‌Box

یکی از رایج‌ترین روش‌های طیف‌سنجی که برای شناسایی گروه‌های عاملی به کار می‌رود، طیف‌سنجی فروسرخ است. هر یک از گروه‌های عاملی، گستره معین و منحصر به فردی از پرتوهای فروسرخ را جذب می‌کنند. براساس همین تفاوت، می‌توان گروه‌های عاملی را از یکدیگر تشخیص داد. به طور مثال به کمک طیف‌سنجی فروسرخ می‌توان اتانول و دی‌متیل اتر را از یکدیگر تشخیص داد:



تازه! از طیف‌سنجی فروسرخ می‌توان برای شناسایی آلاینده‌هایی مانند کربن مونوکسید و اکسیدهای نیتروژن در هواکره و همچنین شناسایی برخی مولکول‌ها در فضای بین ستاره‌ای نیز استفاده کرد.



MRI جزء کاربردهای طیف‌سنجی فروسرخ نیست، اما بقیه گزینه‌ها از کاربردهای طیف‌سنجی فروسرخ هستند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



با توجه به داده‌های جدول زیر، اگر روزانه ۴۰ هزار خودرو در شهری رفت و آمد کنند و هر خودرو به طور میانگین ۳۰ کیلومتر مسافت طی کند، با نصب مبدل کاتالیستی در اگزوز خودروها، روزانه از ورود چند مول گاز NO به هواکره جلوگیری می‌شود؟ ($N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$)

فرمول شیمیایی آلاینده	NO
در نبود مبدل	۱/۰۴
مقدار آلاینده ($g.km^{-1}$)	در مجاورت مبدل
	۰/۰۴

$$۴/۸ \times ۱۰^۴ \quad (۲)$$

$$۱/۶ \times ۱۰^۳ \quad (۴)$$

$$۱/۲ \times ۱۰^۶ \quad (۱)$$

$$۴ \times ۱۰^۴ \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\text{مقدار مول NO در نبود مبدل} \Rightarrow ۴۰۰۰۰ \times \frac{۳۰ km}{۱ km} \times \frac{۱/۰۴ g NO}{۱ km} \times \frac{۱ mol NO}{۳۰ g NO} = ۴۱۶۰۰ mol NO$$

$$\text{مقدار مول NO در مجاورت مبدل} \Rightarrow ۴۰۰۰۰ \times \frac{۳۰ km}{۱ km} \times \frac{۰/۰۴ g NO}{۱ km} \times \frac{۱ mol NO}{۳۰ g NO} = ۱۶۰۰ mol NO$$

$$NO \text{ اختلاف مول} = ۴۱۶۰۰ - ۱۶۰۰ = ۴۰۰۰۰ mol NO$$

با طی هر کیلومتر، $۱/۰۴ - ۰/۰۴ = ۱/۰۴$ گرم از جرم NO ورودی به هواکره کاسته می‌شود:

یه جور دیگه ➡

$$۴۰۰۰۰ \times \frac{۳۰ km}{۱ km} \times \frac{۱ g NO}{۱ km} \times \frac{۱ mol NO}{۳۰ g NO} = ۴ \times ۱۰^۴ mol NO$$

درستی یا نادرستی کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟

- (۱) با کشیدن نوک کبریت روی سطح زیر قوطی کبریت، انرژی فعال‌سازی واکنش تأمین می‌شود.
- (۲) در شرایط یکسان، سرعت یک واکنش گرماگیر، کم‌تر از سرعت یک واکنش گرماده است.
- (۳) فسفر سفید همانند گاز هیدروژن، در هوا و در دمای اتاق می‌سوزد.
- (۴) برخی واکنش‌ها از جمله سوختن کامل گاز متان، نیاز به انرژی فعال‌سازی ندارند.

پاسخ: گزینه ۱

گزینه (۱) برخلاف سایر گزینه‌ها درست است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): یکی از روش‌های تأمین انرژی فعال‌سازی، گرمادادن به واکنش‌دهنده‌ها است. برای مثال، هنگامی که نوک کبریت روی سطح زیر قوطی کشیده می‌شود، گرما تولید می‌شود که این گرما، انرژی فعال‌سازی واکنش را تأمین می‌کند.

گزینه (۲): سرعت واکنش‌ها با انرژی فعال‌سازی آن‌ها رابطه دارد؛ نه با گرماگیر و گرماده بودن واکنش‌ها!

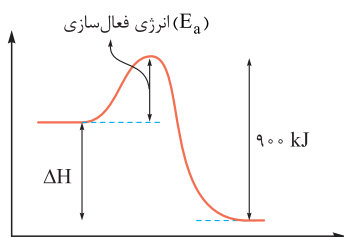
گزینه (۳): انرژی فعال‌سازی برخی واکنش‌ها از جمله سوختن فسفر سفید، کم بوده و در دمای اتاق تأمین می‌شود؛ در حالی که برای برخی واکنش‌ها مانند سوختن گاز هیدروژن این اتفاق نمی‌افتد! به همین دلیل که فسفر سفید برخلاف گاز هیدروژن در هوا و در دمای اتاق می‌سوزد.

سوختن گاز هیدروژن < سوختن فسفر سفید: E_a در هوا و در دمای اتاق

گزینه (۴): همه واکنش‌های شیمیایی صرف نظر از این که گرماده یا گرماگیر باشند، به انرژی فعال‌سازی نیاز دارند.

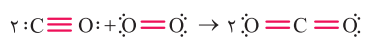
پيوند	آنتالپي ($\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$)
$\text{C}\equiv\text{O}$	۱۰۷۲
$\text{O}=\text{O}$	۴۹۵
$\text{C}=\text{O}$	۸۰۰

نکته

$$\Delta H = [\text{مجموع آنتالپی پیوند واکنش دهنده‌ها}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها}]$$


$$E_a = 900 - |\Delta H_{\text{واکنش}}|$$

گام اول: ساختار مواد شرکت کننده در واکنش: $2\text{CO} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{CO}_2$ را رسم می کنیم و با استفاده از آنتالپی های پیوند، ΔH واکنش را حساب می کنیم:



گام دوم: با توجه به نمودار و با استفاده از ΔH واکنش، انرژی فعال سازی (E_a) را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta H = [2(1072) + 495] - [2 \times 2(400)] = -561 \text{ kJ}$$

$$E_a = 900 - |-561| = 339 \text{ kJ}$$

✓ پاسخ خیلی تشریحی

کدام مورد دربارهٔ واکنش: $2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(l)$ در دمای اتاق، نادرست است؟

- (۱) بدون حضور کاتالیزگر، این واکنش در دمای اتاق انجام نمی‌شود.
- (۲) آنتالپی واکنش در حضور جرقه یا پودر روی یکسان است.
- (۳) به دلیل سطح تماس بیشتر پودر روی، سرعت انجام آن در حضور پودر روی نسبت به توری پلاتینی بیشتر است.
- (۴) سرعت انجام آن با ایجاد جرقه در مخلوط و در حضور پودر روی را به ترتیب می‌توان «انفجاری» و «سریع» در نظر گرفت.

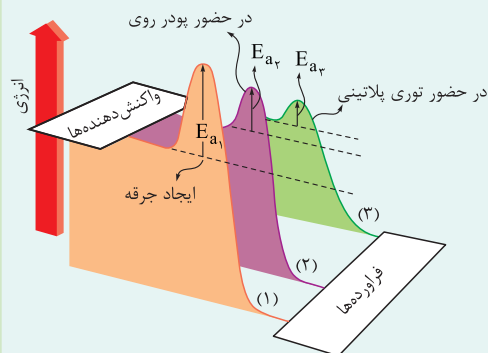
پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

با توجه به جدول زیر که برخی داده‌ها برای واکنش میان گازهای هیدروژن و اکسیژن را در شرایط گوناگون نشان می‌دهد، می‌توان نتیجه گرفت که:

شرایط آزمایش	دما (°C)	سرعت واکنش	آنتالپی واکنش (kJ)
بدون حضور کاتالیزگر	۲۵	ناچیز	-۵۷۲
ایجاد جرقه در مخلوط	۲۵	انفجاری	-۵۷۲
در حضور پودر روی	۲۵	سریع	-۵۷۲
در حضور توری پلاتینی	۲۵	انفجاری	-۵۷۲

- واکنش سوختن هیدروژن در دمای اتاق بدون حضور کاتالیزگر انجام نمی‌شود، زیرا انرژی فعال‌سازی آن بالا است.
- با ایجاد جرقه در مخلوط گازهای هیدروژن و اکسیژن، انرژی فعال‌سازی واکنش تأمین شده و واکنش به صورت انفجاری انجام می‌شود.
- فلزهای روی (Zn) و پلاتین (Pt) کاتالیزگرهای واکنش سوختن هیدروژن هستند. در حضور پودر روی، واکنش سریع و در حضور توری پلاتینی، واکنش به صورت انفجاری انجام می‌شود. توری پلاتینی انرژی فعال‌سازی واکنش را بیشتر کاهش می‌دهد و کاتالیزگر مناسب‌تری برای سوختن هیدروژن است.



● در همهٔ مسیرهای انجام واکنش، آنتالپی واکنش مقداری ثابت است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

توری پلاتینی انرژی فعال‌سازی واکنش را نسبت به پودر روی بیشتر کاهش می‌دهد؛ در نتیجه می‌توان گفت که سرعت انجام واکنش در حضور توری پلاتینی نسبت به پودر روی، بیشتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینهٔ (۱): انرژی فعال‌سازی واکنش سوختن هیدروژن در دمای اتاق بالاست و این واکنش، بدون حضور کاتالیزگر انجام نمی‌شود.
- گزینهٔ (۲): آنتالپی واکنش در همهٔ مسیرها ثابت است و به مسیر انجام واکنش بستگی ندارد.
- گزینهٔ (۴): آره والا! به نگاهی به درس بکس بندازین!

جدول زیر برخی داده‌ها برای واکنش میان گازهای هیدروژن و اکسیژن را در دمای 25°C نشان می‌دهد، با توجه به آن پاسخ دهید.

(سؤال ۱۳ - امتحان نهایی شهریور ۱۴۰۱)

شماره آزمایش	شرایط آزمایش	سرعت واکنش
۱	بدون حضور کاتالیزگر	ناچیز
۲	ایجاد جرقه در مخلوط	انفجاری
۳	در حضور پودر روی	سریع
۴	در حضور توری پلاتینی	انفجاری

الف) نقش جرقه در آزمایش (۲) را بنویسید.

ب) نقش توری پلاتینی در آزمایش (۴) چیست؟

پ) انرژی فعال‌سازی واکنش در آزمایش (۳) بیشتر است یا آزمایش (۴)؟ دلیل بنویسید.

ت) در آزمایش (۱) و (۳) تغییر آنتالپی (ΔH) واکنش‌ها را با نوشتن دلیل مقایسه کنید.

انرژی فعال سازی واکنش: $2A(g) \rightarrow D_2(g) + E_2(g)$ برابر 248 kJ و آنتالپی آن برابر 88 kJ است. اگر در حضور کاتالیزگر، انرژی فعال سازی این واکنش ۲۵٪ کاهش یابد، تفاوت سطح انرژی فراورده ها و سد انرژی (قله نمودار انرژی - پیشرفت واکنش)، چند درصد تغییر خواهد کرد؟

۷۵ (۴)

۶۳ / ۲۵ (۳)

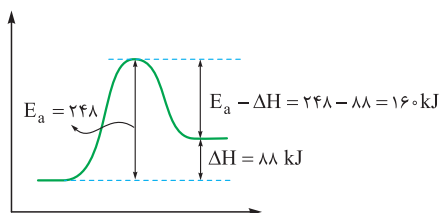
۳۸ / ۷۵ (۲)

۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

از آنجایی که ΔH واکنش یک عدد مثبت است، ما با یک واکنش گرماگیر سروکار داریم.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$E_a - \Delta H = 248 - 88 = 160 \text{ kJ}$$

$$\Delta H = +88 \text{ kJ}$$

حال با توجه به این که در حضور کاتالیزگر، انرژی فعال سازی واکنش، ۲۵ درصد کاهش می یابد، اما ΔH واکنش تغییر نمی کند، داریم:

$$\text{در حضور کاتالیزگر } E_a = \frac{75}{100} \times 248 = 186 \text{ kJ}$$

$$E_a - \Delta H = 186 - 88 = 98 \text{ kJ} = \text{تفاوت سطح انرژی فراورده و قله در حضور کاتالیزگر}$$

$$\text{درصد تغییرات تفاوت سطح انرژی فراورده ها و سد انرژی} = \frac{\text{تغییرات}}{\text{مقدار اولیه}} \times 100 = \frac{98 - 160}{160} \times 100 = -\frac{38}{160} \times 100 = -23.8\%$$

علامت منفی نشان دهنده کاهش است.

کدام مورد دربارهٔ مبدل‌های کاتالیستی خودروهای بنزینی درست است؟

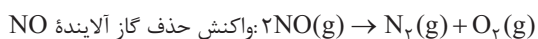
- (۱) در آن‌ها گازهای CO و NO به ترتیب به گازهای CO_۲ و NO_۲ تبدیل می‌شوند.
- (۲) برای مدت طولانی کار نمی‌کنند و هر ساله باید آن‌ها را تعویض کرد.
- (۳) در برخی از آن‌ها، کاتالیزورها به شکل مش‌های (دانه‌های) ریز هستند و سطح آن‌ها با سرامیک پوشیده شده است.
- (۴) کاتالیزورهای مورد استفاده در این مبدل‌ها، همگی جزء فلزهای واسطه هستند.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

این مبدل‌ها توری‌هایی از جنس سرامیک هستند که سطح آن‌ها با فلزهای پلاتین (Pt)، پالادیم (Pd) و رودیم (Rh) پوشانده شده است. این فلزها نقش کاتالیزگر را دارند. همهٔ این فلزها جزء فلزهای واسطهٔ جدول تناوبی هستند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در مبدل‌های کاتالیستی خودروهای بنزینی، واکنش‌های زیر انجام می‌شوند:



با انجام این واکنش‌ها، گاز CO به CO_۲ و گاز NO به N_۲ و O_۲ تبدیل می‌شود.

گزینهٔ (۲): مبدل‌های کاتالیستی برای مدت طولانی کار می‌کنند، اما پس از مدتی کارایی آن‌ها کاهش می‌یابد و دیگر قابل استفاده نیستند.

گزینهٔ (۳): برای افزایش کارایی مبدل کاتالیستی، گاهی سرامیک را به شکل مش (دانه‌های) ریز درمی‌آورند و کاتالیزورها را روی سطح آن می‌نشانند؛ زیرا سطح تماس مش‌ها از توری بیشتر است.

کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- الف) مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل ذره‌های سازنده یک ماده در دما و فشار ثابت، هم‌ارز با آنتالپی آن است.
 ب) برای پیوندهای موجود در مولکول‌های دواتمی، به کار بردن میانگین آنتالپی پیوند مناسب‌تر است.
 پ) با افزایش جرم مولی، ارزش سوختی الکل‌های یک‌عاملی افزایش می‌یابد.
 ت) در واکنش اکسایش گلوکز در بدن، گرمای مبادله‌شده عمدتاً ناشی از تفاوت انرژی گرمایی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها است.

۲) ب - ت

۱) الف - پ

۴) ب - پ

۳) الف - ت

پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های (الف) و (پ) درست‌اند.

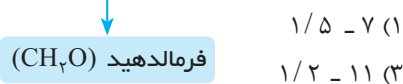
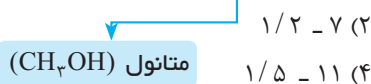
پاسخ خیلی تشریحی ✓

بررسی عبارت‌ها:

- الف) هر نمونه ماده از تعداد بسیار زیادی ذره تشکیل شده است و هر یک از این ذره‌ها دارای انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل هستند. به انرژی کل (مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل) این نمونه، محتوای انرژی یا آنتالپی آن می‌گویند.
 ب) در مولکول‌های دواتمی فقط یک نوع پیوند اشتراکی وجود دارد و نیازی به استفاده از واژه میانگین آنتالپی پیوند نیست.
 پ) در الکل‌ها برخلاف هیدروکربن‌ها، هر چه جرم مولی بیشتر باشد، ارزش سوختی نیز بیشتر است.
 ت) اگر یک واکنش در دمای ثابت انجام شود (مانند اکسایش گلوکز در بدن)، گرمای جذب یا آزاد شده در واکنش به طور عمده وابسته به تفاوت میان انرژی پتانسیل مواد واکنش‌دهنده و فراورده است و ناشی از تفاوت انرژی گرمایی نیست، زیرا در دمای ثابت، تفاوت چشمگیری میان انرژی گرمایی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها وجود ندارد.

مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادله موازنه شده واکنش زیر کدام است و در این واکنش، به ازای مصرف ۱/۶ گرم ماده A، چند گرم ماده B تولید می شود؟ (بازده واکنش را ۸۰ درصد در نظر بگیرید؛ $H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)

آب + ساده ترین عضو خانواده آلدهیدها (B) → گاز اکسیژن + ساده ترین عضو خانواده الکلها (A)

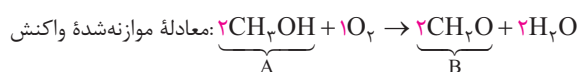
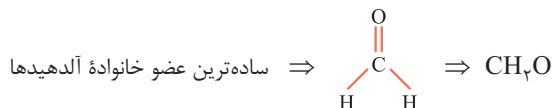


پاسخ: گزینه ۲

معادله واکنش انجام شده را نوشته و موازنه می کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$CH_3OH \Rightarrow$ ساده ترین عضو خانواده الکلها



پس مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادله موازنه شده این واکنش، برابر با $2 + 1 + 2 + 2 = 7$ است.

برای محاسبه قسمت دوم، ابتدا باید مقدار نظری فراورده را حساب کنیم:

$$1/6 g A \times \frac{1 mol A}{32 g A} \times \frac{2 mol B}{2 mol A} \times \frac{30 g B}{1 mol B} = 1/5 g B$$

حالا با توجه به بازده درصدی واکنش، خواهیم داشت:

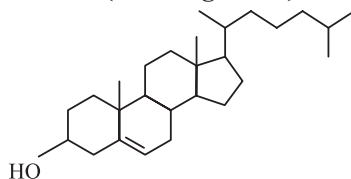
$$1/2 g = \text{مقدار عملی B} \Rightarrow 80 = \frac{\text{مقدار عملی}}{1/5} \times 100 \Rightarrow \frac{\text{مقدار نظری}}{\text{مقدار عملی}} = 100 \Rightarrow \text{بازده درصدی}$$

استفاده از کسر تناسب:

یه جور دیگه

$$\frac{\text{بازده درصدی} \times \text{جرم}}{100} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{1/6 \times \frac{80}{100}}{2 \times 32} = \frac{\text{جرم B}}{2 \times 30} \Rightarrow \text{جرم B} = 1/2 g$$

با توجه به ساختار کلسترول که به صورت زیر می باشد، کدام مورد نادرست است؟ ($\text{Br} = 80 \text{ g.mol}^{-1}$)



(۱) شمار مول‌های اکسیژن لازم برای سوختن کامل یک مول از آن برابر ۳۸ است.

(۲) ۲۵٪ مول از آن قادر است با ۲۰ گرم بُرم به طور کامل واکنش داده و آن را بی‌رنگ کند.

(۳) شمار پیوندهای اشتراکی یگانه در ساختار آن، ۳۸ برابر شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی است.

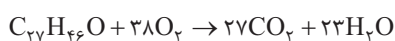
(۴) یک الکل سیرنشده است که مقدار اضافی آن در دیوارهٔ رگ‌ها رسوب می‌کند.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

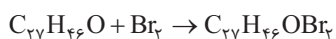
بیا باید به ترتیب گزینه‌ها را بررسی کنیم:

گزینهٔ (۱): معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش سوختن کامل کلسترول به صورت زیر است:



بنابراین برای سوختن کامل ۱ مول کلسترول به ۳۸ مول گاز O_2 نیاز است.

گزینهٔ (۲): با توجه به این که در ساختار کلسترول، یک پیوند دوگانهٔ $\text{C}=\text{C}$ وجود دارد، معادلهٔ واکنش کلسترول با برم به صورت زیر است:



$$0.25 \text{ mol C}_{27}\text{H}_{46}\text{O} \times \frac{1 \text{ mol Br}_2}{1 \text{ mol C}_{27}\text{H}_{46}\text{O}} \times \frac{160 \text{ g Br}_2}{1 \text{ mol Br}_2} = 40 \text{ g Br}_2$$

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی} = \frac{(\text{C} \times 4) + (\text{O} \times 2) + (\text{H} \times 1)}{2} = \frac{(27 \times 4) + (1 \times 2) + (46 \times 1)}{2} = 78 \quad \text{گزینهٔ (۳):}$$

$$\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی} \Rightarrow (\text{O} \times 2) = 1 \times 2 = 2$$

چون تعداد پیوندهای اشتراکی یگانه پرسیده شده و ما در ساختار کلسترول، یک پیوند دوگانه داریم، باید تعداد پیوندهای دوگانه را از تعداد کل پیوندهای اشتراکی کم کنیم:

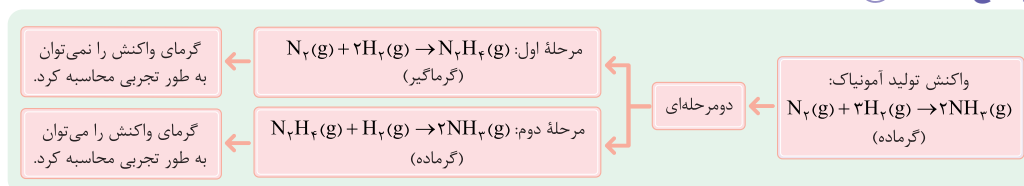
$$\frac{\text{تعداد پیوندهای اشتراکی یگانه}}{\text{تعداد جفت‌الکترون‌های ناپیوندی}} = \frac{78 - 2}{2} = \frac{76}{2} = 38$$

گزینهٔ (۴): کلسترول دارای یک گروه عاملی هیدروکسیل ($-\text{OH}$) و یک پیوند دوگانهٔ $\text{C}=\text{C}$ است، به همین دلیل، الکل سیرنشده محسوب می‌شود و مقدار اضافهٔ آن در بدن در رگ‌ها رسوب می‌کند.

کدام مورد نادرست است؟

- (۱) ΔH فرایندهای انحلال را می‌توان به کمک گرماسنج لیوانی محاسبه نمود.
 (۲) آنتالپی بسیاری از واکنش‌ها را می‌توان به کمک قانون هس محاسبه کرد.
 (۳) واکنش تشکیل آمونیاک از هیدرازین، گرماده بوده و محاسبه گرمای آن به روش تجربی امکان‌پذیر نیست.
 (۴) در تبدیل کربن مونوکسید و نیتروژن مونوکسید به فراورده‌هایی با آلاینده‌گی کمتر، گرما آزاد می‌شود.

پاسخ: گزینه ۳



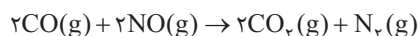
پاسخ خیلی تشریحی ✓

فرایند تولید آمونیاک از هیدرازین، گرماده است، اما محاسبه گرمای این واکنش به طور تجربی امکان‌پذیر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): گرماسنج لیوانی برای اندازه‌گیری گرمای واکنش‌هایی مناسب‌تر است که با مواد گازی شکل سروکار ندارند؛ مانند فرایند انحلال.
 گزینه (۲): اگر معادله واکنشی را بتوان از جمع معادله دو یا چند واکنش دیگر به دست آورد، ΔH آن را هم می‌توان از جمع جبری ΔH همان واکنش‌ها به دست آورد و این قانون که به قانون هس معروف است، در صورتی که شرایط (دما و فشار) همه واکنش‌ها یکسان باشد، برای محاسبه آنتالپی بسیاری از واکنش‌ها قابل استفاده است.

گزینه (۴): شیمی‌دان‌های هواکره، برای تبدیل آلاینده‌های NO و CO که از اگزوز خودروها وارد هواکره می‌شوند، واکنش زیر را طراحی کرده‌اند. با انجام این واکنش، آلاینده‌ها به گازهایی پایدارتر و با آلاینده‌گی کمتر تبدیل می‌شوند:



با توجه به این که در این واکنش، پایداری فراورده‌ها بیشتر است؛ پس این واکنش گرماده بوده و با آزاد شدن انرژی همراه است.

از هیدرازین در سوخت موشک استفاده می‌شود و یکی از روش‌های صنعتی برای تولید آن، واکنش:
 $2\text{NH}_3(\text{g}) + \text{Cl}_2(\text{g}) \rightarrow \text{N}_2\text{H}_4(\text{g}) + 2\text{HCl}(\text{g})$
 است. اگر در این واکنش، ۷۵ کیلوژول گرما مصرف شود، چند گرم هیدرازین تولید می‌شود؟ ($H = 1, N = 14 : \text{g.mol}^{-1}$)



(۲) ۱۲۸

(۱) ۶۴

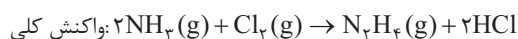
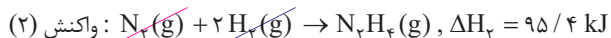
(۴) ۸۰۰

(۳) ۴۰۰

پاسخ: گزینه‌ی ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در معادله واکنش مورد نظر، NH_3 در سمت چپ و با ضریب ۲ قرار دارد؛ بنابراین واکنش (۱) را معکوس و ضرب در ۲ می‌کنیم. هم‌چنین Cl_2 در معادله واکنش مورد نظر، در سمت چپ و با ضریب ۱ قرار دارد و لازم است واکنش (۳) را ضرب در ۲ کنیم. واکنش (۲) بدون تغییر خواهد بود. به این ترتیب خواهیم داشت:

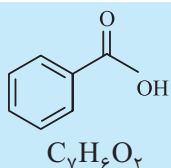


$$\Delta H_{\text{کل}} = \Delta H'_1 + \Delta H_2 + \Delta H'_3 = 92/2 + 95/4 - 184/2 = +3 \text{ kJ}$$

بنابراین بر اثر تولید ۱ مول هیدرازین (N_2H_4)، ۳ کیلوژول گرما لازم است، حالا باید محاسبه کنیم که به ازای مصرف ۷۵ کیلوژول انرژی در این واکنش، چند گرم N_2H_4 تولید می‌شود:

$$75 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol N}_2\text{H}_4}{3 \text{ kJ}} \times \frac{32 \text{ g N}_2\text{H}_4}{1 \text{ mol N}_2\text{H}_4} = 800 \text{ g N}_2\text{H}_4$$

کدام مطلب درباره بنزوئیک اسید نادرست است؟



(۱) اگر مقدار کافی از آن را با محلول پتاسیم پرمنگنات مخلوط کرده و حرارت دهیم، محلول بی‌رنگ می‌شود.

(۲) در تمشک و توت‌فرنگی وجود دارد و به عنوان رنگ‌دهنده و طعم‌دهنده به کنسرو مواد غذایی اضافه می‌شود.

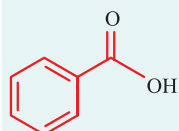
(۳) شمار اتم‌های کربن آن با بنزالدهید و شمار اتم‌های هیدروژن آن با ساده‌ترین سیکلوآلکان برابر است.

(۴) یک کربوکسیلیک اسید آروماتیک است که شمار پیوندهای دوگانه در ساختار آن با شمار پیوندهای دوگانه در ساختار نفتالن، یک واحد اختلاف دارد.

پاسخ: گزینه ۲

کرتس Box

بنزوئیک اسید که یک عضو از خانواده کربوکسیلیک اسیدها است، در صنایع غذایی به عنوان نگهدارنده استفاده می‌شود. نگهدارنده‌ها، سرعت واکنش‌های شیمیایی را که منجر به فساد مواد غذایی می‌شوند، کاهش می‌دهند.

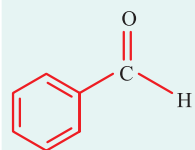
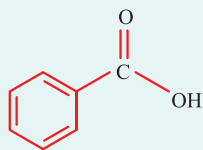


● فرمول مولکولی بنزوئیک اسید، $C_7H_6O_2$ بوده و ساختار آن به صورت روبه‌رو است:

● در ساختار بنزوئیک اسید، یک حلقه بنزنی وجود دارد؛ بنابراین این ترکیب، آروماتیک محسوب می‌شود. (بنزوئیک اسید، ساده‌ترین اسید آروماتیک است.)

● بنزوئیک اسید در تمشک و توت‌فرنگی وجود دارد.

❗ توجه در این فصل با بنزالدهید هم آشنا شدیم. یه وقت این دوتا ترکیب را با هم اشتباه نگیرید.

بنزالدهید (C_7H_6O)بنزوئیک اسید ($C_7H_6O_2$)

بنزوئیک اسید جزء نگهدارنده‌های مواد غذایی است؛ نه طعم‌دهنده!

پاسخ خیلی تشریحی ✓

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): محلول بنفش‌رنگ پتاسیم پرمنگنات با یک اسید آلی در دمای اتاق به کندی واکنش می‌دهد، اما با گرم‌شدن محلول به سرعت بی‌رنگ می‌شود.

گزینه (۳): با توجه به فرمول مولکولی بنزوئیک اسید ($C_7H_6O_2$)، بنزالدهید (C_7H_6O) و ساده‌ترین سیکلوآلکان (C_3H_6)، این عبارت درسته!

گزینه (۴): در ساختار نفتالن، ۵ پیوند دوگانه و در ساختار بنزوئیک اسید، ۴ پیوند دوگانه وجود دارد:



نفتالن

$۵ - ۴ = ۱$ اختلاف تعداد پیوندهای دوگانه

در یک راکتور، واکنشی بین دو ماده مجهول X و Y به صورت: «فراورده‌ها $xX + yY \rightarrow$ » در جریان است. اگر در یک بازه زمانی معین، سرعت متوسط تغییر جرم ماده X ، برابر با نصف سرعت متوسط تغییر جرم ماده Y و جرم مولی ماده X ، دو برابر جرم مولی ماده Y باشد، کدام مطلب درست است؟

- (۱) در واحد زمان، تغییر شمار مول‌های X بیشتر از تغییر شمار مول‌های Y است.
- (۲) ضریب استوکیومتری X در معادله واکنش، دو برابر ضریب استوکیومتری Y است.
- (۳) سرعت واکنش برحسب مول بر لیتر بر زمان، برابر با سرعت متوسط تغییر جرم ماده X تقسیم بر جرم مولی آن است.
- (۴) سرعت متوسط تغییر شمار مول‌های Y ، چهار برابر سرعت متوسط تغییر شمار مول‌های X است.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به این که سرعت متوسط تغییر جرم ماده X در یک بازه زمانی معین، نصف سرعت متوسط تغییر جرم ماده Y و همچنین جرم مولی ماده X ، دو برابر جرم مولی ماده Y است؛ می‌توان نتیجه گرفت که:

$$\frac{\Delta \text{جرم}(Y)}{\Delta t} = \frac{\Delta \text{جرم}(X)}{2} \Rightarrow \Delta \text{جرم}(Y) = 2 \Delta \text{جرم}(X) \Rightarrow \underbrace{\Delta(\text{جرم مولی} \times \text{مول})}_Y = 2 \underbrace{\Delta(\text{جرم مولی} \times \text{مول})}_X$$

$$\Rightarrow \Delta n(Y) = 4 \Delta n(X)$$

با توجه به این که در این بازه زمانی، تغییرات مول ماده Y ، ۴ برابر تغییرات مول ماده X است؛ بنابراین می‌توان گفت که سرعت متوسط تغییر شمار مول‌های ماده Y ، ۴ برابر سرعت متوسط تغییر شمار مول‌های ماده X می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): *اتفاقاً برعکس!* با توجه به محاسبات فوق، تغییر شمار مول‌های ماده Y ، ۴ برابر تغییر شمار مول‌های ماده X است!

گزینه (۲): در یک بازه زمانی معین، قدرمطلق میزان تغییرات تعداد مول مواد شرکت‌کننده در واکنش، متناسب با ضرایب استوکیومتری آن‌ها است؛ پس ضریب استوکیومتری ماده Y در معادله واکنش، چهار برابر ضریب استوکیومتری ماده X می‌باشد.

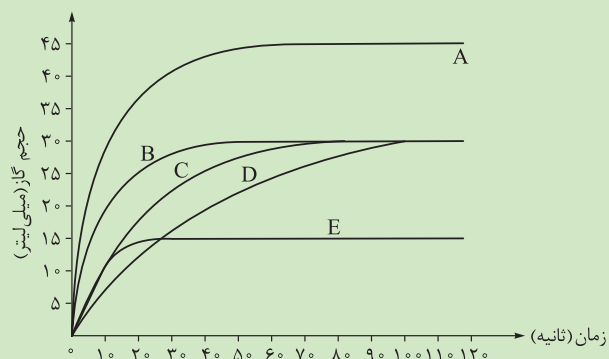
گزینه (۳): *پس مهم معلول می‌باشد!* حاصل تقسیم تغییر جرم بر جرم مولی، معادل تغییر مول ماده است و سرعت برحسب مول بر زمان محاسبه می‌شود؛ نه مول بر لیتر بر زمان!

در یک واکنش شیمیایی، سرعت متوسط تغییر جرم ماده A ، ۳ برابر سرعت متوسط تغییر جرم ماده D و جرم مولی D ، $\frac{1}{3}$ جرم مولی A است. کدام مورد همواره درست است؟

(سوال ۹۴ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ (قارچ از کشور))

- (۱) در واحد زمان، تغییر شمار مول‌های A بیشتر از تغییر شمار مول‌های D است.
- (۲) در معادله واکنش، ضریب استوکیومتری A با ضریب استوکیومتری D برابر است.
- (۳) سرعت واکنش، برابر با سرعت متوسط تغییر جرم یا مول D است.
- (۴) A و D ، هر دو در یک سمت معادله واکنش جای دارند.

با توجه به نمودار زیر که مربوط به واکنش نوار منیزیم با هیدروکلریک اسید و تولید گاز هیدروژن و منیزیم کلرید می باشد، کدام مورد نادرست است؟



- (۱) اگر نمودار B مربوط به واکنش منیزیم با ۲۰۰ میلی لیتر محلول ۰/۲ مولار HCl باشد، نمودار C می تواند مربوط به واکنش همان مقدار منیزیم با ۳۰۰ میلی لیتر محلول ۰/۲ مولار HCl باشد.
- (۲) اگر نمودار D مربوط به واکنش یک قطعه منیزیم با دو لیتر محلول ۱ مولار HCl باشد، نمودار B می تواند مربوط به واکنش همان مقدار پودر منیزیم با دو لیتر محلول ۱ مولار HCl باشد.
- (۳) نمودارهای B و D به ترتیب می توانند مربوط به گرم کردن و استفاده از بازدارنده در واکنش C باشند.
- (۴) در واکنش های مربوط به نمودارهای E و A در دمای یکسان، نسبت میزان مول واکنش دهنده مصرفی در آن ها، می تواند ۱ به ۳ باشد.

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

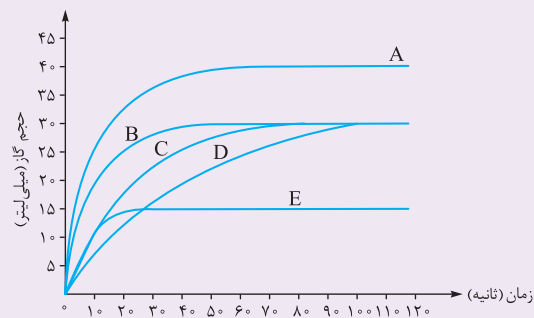
تغییرات حجم محلول تأثیری در سرعت واکنش نخواهد داشت و سرعت واکنش تنها تابع غلظت مواد شرکت کننده در واکنش است.

بررسی سایر گزینه ها:

- گزینه (۲): شیب نمودار B بیشتر از نمودار D است که به معنی بیشتر بودن سرعت واکنش B نسبت به D می باشد. اگر در واکنش مورد نظر به جای نوار منیزیم، پودر منیزیم بریزیم، به دلیل افزایش سطح تماس، سرعت واکنش بیشتر می شود.
- گزینه (۳): گرم کردن (نمودار B) باعث افزایش سرعت واکنش و افزایش شیب نمودار (نمودار B) و استفاده از بازدارنده ها باعث کاهش سرعت واکنش و کاهش شیب نمودار (نمودار D) می شود، اما حجم گاز تولید شده در پایان واکنش در دو حالت، با توجه به ثابت ماندن مقدار واکنش دهنده ها، ثابت خواهد ماند که در نمودارها به درستی رعایت شده است.
- گزینه (۴): با توجه به حجم گاز هیدروژن تولید شده در انتهای واکنش ها ($\frac{45}{15} = 3$)، می توان گفت که میزان واکنش دهنده مصرفی در نمودار A، سه برابر نمودار E است.

در نمودار زیر، منحنی C مربوط به واکنش ۰/۵ گرم نوار منیزیم با مقدار کافی از هیدروکلریک اسید در دمای اتاق است. منحنی های دیگر مربوط به همین واکنش اما در شرایط متفاوتی است. با توجه به آن ها به پرسش ها پاسخ دهید.

(شیمی (۲) - سوال ۱۵ صفحه ۹۸ کتاب درسی)



الف) سرعت واکنش را برای آزمایش های C و D بر حسب لیتر بر ساعت حساب کنید.

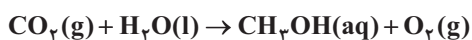
ب) کدام منحنی مربوط به واکنشی است که در آن ۰/۵ گرم پودر منیزیم به جای نوار منیزیم استفاده شده است؟ (بقیه شرایط واکنش تغییر نکرده است.) دلیل خود را توضیح دهید.

پ) کدام منحنی مربوط به واکنش ۰/۵ گرم نوار

منیزیم با مقدار کافی از هیدروکلریک اسید در دمای ۵ درجه سلسیوس است؟ چرا؟

کتاب
درسی

در یک ظرف سربسته واکنش زیر انجام می‌شود: (معادله واکنش موازنه شود: $C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)



اگر در بازه زمانی ۰ تا ۴ ساعت، سرعت متوسط مصرف کربن دی‌اکسید برابر با ۱/۰ مول بر ساعت باشد، کدام مطلب درست است؟

(۱) پس از ۴ ساعت، ۲/۰ مول متانول تولید می‌شود.

(۲) در پایان ۴ ساعت، شمار مول‌های O_2 تولید شده برابر با ۱/۲ مول است.

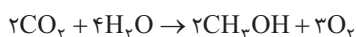
(۳) سرعت متوسط تولید گاز O_2 در این بازه زمانی، برابر با $2/5 \times 10^{-3}$ مول بر دقیقه است.

(۴) اگر شمار مول‌های اولیه گاز CO_2 برابر ۱۰ باشد، پس از ۴ ساعت، جرم آن به ۴۴۲/۲ گرم می‌رسد.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در ابتدا معادله واکنش انجام شده را موازنه می‌کنیم:



بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱):

$$\text{مقدار مول مصرفی } CO_2 \text{ بعد از ۴ ساعت} \Rightarrow 0/1 \text{ mol.h}^{-1} \times 4 \text{ h} = 0/4 \text{ mol}$$

با توجه به مساوی بودن ضریب CO_2 و متانول در همین زمان، ۰/۴ مول متانول تولید می‌شود.

گزینه (۲):

$$\frac{\bar{R}_{O_2}}{3} = \frac{\bar{R}_{CO_2}}{2} \Rightarrow \frac{\bar{R}_{O_2}}{3} = \frac{0/1}{2} \Rightarrow \bar{R}_{O_2} = \frac{0/3}{2} = 0/15 \text{ mol.h}^{-1}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_{O_2} = \frac{\Delta n(O_2)}{\Delta t} \Rightarrow 0/15 = \frac{\Delta n(O_2)}{4} \Rightarrow \Delta n(O_2) = 0/6 \text{ mol}$$

گزینه (۳):

$$\bar{R}_{O_2} = 0/15 \frac{\text{mol}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} = \frac{1}{4} \times 10^{-2} = 0/25 \times 10^{-2} = 2/5 \times 10^{-3} \text{ mol.min}^{-1}$$

گزینه (۴): پس از ۴ ساعت، $4 \times 0/1 = 0/4$ مول گاز CO_2 مصرف شده و شمار مول‌های آن به $10 - 0/4 = 9/6$ می‌رسد.

$$9/6 \text{ mol } CO_2 \times \frac{44 \text{ g } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 442/4 \text{ g } CO_2$$

درستی یا نادرستی موارد زیر به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه آمده است؟

(الف) وارد کردن الیاف آهن داغ در یک ارلن پر شده از گاز اکسیژن به جای هوای آزاد، سبب افزایش سرعت واکنش سوختن آن می‌شود.

(ب) ΔH واکنش تهیه هیدروژن پراکسید از واکنش مستقیم میان گازهای هیدروژن و اکسیژن را نمی‌توان به روش تجربی تعیین کرد.

(پ) در یک واکنش شیمیایی کامل، غلظت تمام واکنش‌دهنده‌ها در پایان واکنش به صفر می‌رسد.

(ت) سرعت متوسط تولید یا مصرف هیچ دو ماده‌ای در یک واکنش شیمیایی نمی‌تواند با هم برابر باشد.

(۱) درست - درست - نادرست - نادرست (۲) درست - درست - درست - نادرست

(۳) نادرست - درست - نادرست - نادرست (۴) نادرست - درست - درست - نادرست

پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های (الف) و (ب) درست و عبارت‌های (پ) و (ت) نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) سرعت واکنش سوختن الیاف آهن داغ در ارلن پر از اکسیژن، به علت بیشتر بودن غلظت ماده واکنش‌دهنده (گاز اکسیژن)، در مقایسه با هوای آزاد، بیشتر است.

(ب) مقدار ΔH واکنش: $H_2(g) + O_2(g) \rightarrow H_2O_2(g)$ را نمی‌توان به روش تجربی اندازه‌گیری کرد.

(پ) اگر دو یا چند واکنش‌دهنده، به نسبت ضرایب استوکیومتری وارد واکنش شده باشند، با انجام کامل واکنش، مقدار همه آن‌ها به صفر می‌رسد، اما ممکن است یک واکنش‌دهنده، به مقدار بیشتری وارد ظرف واکنش شده باشد. در این صورت، با مصرف کامل یکی از واکنش‌دهنده‌ها، واکنش به پایان می‌رسد، اما مقداری از واکنش‌دهنده دیگر در ظرف باقی می‌ماند.

(ت) سرعت متوسط تولید یا مصرف مواد در یک واکنش با ضرایب استوکیومتری آن‌ها متناسب است؛ بنابراین اگر در یک واکنش، دو ماده ضریب برابر داشته باشند، سرعت تولید یا مصرف آن‌ها نیز با هم برابر است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

جدول زیر قسمتی از اندازه‌گیری حجم گاز آزادشده در شرایط استاندارد از واکنش میان کلسیم کربنات و هیدروکلریک اسید را نشان می‌دهد. براساس این جدول، در ۳۰ ثانیه اول، سرعت واکنش چند مول بر دقیقه بوده و جرم مخلوط اولیه به تقریب چند گرم است؟ (جرم مخلوط واکنش در ثانیه ۳۰ برابر ۵۵/۸ گرم است؛ $(C = 12, O = 16 : g.mol^{-1})$)

زمان	۶ ثانیه اول	۶ ثانیه دوم	۶ ثانیه سوم	۶ ثانیه چهارم	۶ ثانیه پنجم
حجم گاز تولیدشده (mL)	۱۷۹/۲	۱۳۴/۴	۱۰۰/۸	۸۹/۶	۸۰/۶۴



$$(1) \quad 56/95 - 2/61 \times 10^{-2}$$

$$(2) \quad 56/85 - 5/22 \times 10^{-2}$$

$$(3) \quad 56/85 - 2/61 \times 10^{-2}$$

$$(4) \quad 56/95 - 5/22 \times 10^{-2}$$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

سرعت واکنش را براساس حجم گاز تولیدشده در ۳۰ ثانیه اول، محاسبه می‌کنیم:

$$\text{حجم گاز } CO_2 \text{ تولید شده} \Rightarrow 80/64 + 89/6 + 100/8 + 134/4 + 179/2 = 584/64 \text{ mL}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \bar{R}_{CO_2} = \frac{\Delta V(CO_2)}{\Delta t} = \frac{(584/64 - 0)}{30} = 19/48 \text{ mL.s}^{-1}$$

$$\xrightarrow[\text{سرعت}]{\text{تبدیل واحد}} \frac{19/48 \text{ mL}}{s} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{1 \text{ mol}}{22/4 \text{ L}} = 5/22 \times 10^{-2} \text{ mol.min}^{-1}$$

جرم مخلوط اولیه برابر با مجموع جرم گاز تولیدشده و جرم مخلوط در ثانیه ۳۰ واکنش است:

$$\Rightarrow \text{جرم گاز } CO_2 \text{ تولیدشده} \Rightarrow \underbrace{584/64 \text{ mL}}_{\text{حجم گاز } CO_2 \text{ تولیدشده در } 30 \text{ s}} \times \frac{1 \text{ mol}}{22400 \text{ mL}} \times \frac{44 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 1/15 \text{ g}$$

$$\text{جرم مخلوط اولیه} = \text{جرم گاز تولیدشده در } 30 \text{ ثانیه} + \text{جرم مخلوط در ثانیه } 30 = 55/8 + 1/15 = 56/95 \text{ g}$$

کدام مورد درست است؟ ۱۰۵

- (۱) چهره پنهان غذا نشان می‌دهد که سالانه حدود 3×10^3 ٪ از غذایی که در جهان فراهم می‌شود، به مصرف نمی‌رسد و به زباله تبدیل می‌شود و یا از بین می‌رود.
- (۲) سهم تولید گاز گلخانه‌ای CO_2 در ردپای غذا به مراتب بیشتر از سوختن سوخت‌ها در خودروها، کارخانه‌ها و ... است.
- (۳) واکنش: $\text{H}_2(\text{g}) + \text{I}_2(\text{s}) \rightarrow 2\text{HI}(\text{g})$ ، یک واکنش گرماده بوده و در دمای اتاق انجام نمی‌شود.
- (۴) از فرایند انحلال آمونیوم نیترات در آب، در بسته‌هایی که برای گرم کردن محل آسیب‌دیدگی مناسب است، استفاده می‌شود.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

- چهره پنهان ردپای غذا نشان می‌دهد که سهم تولید گاز گلخانه‌ای کربن دی‌اکسید (CO_2) به مراتب بیشتر از سوختن سوخت‌ها در خودروها، کارخانه‌ها و ... است.
- بررسی سایر گزینه‌ها:
- گزینه (۱): چهره آشکار غذا نشان می‌دهد که سالانه حدود 3×10^3 ٪ از غذایی که در جهان فراهم می‌شود، به مصرف نمی‌رسد و به زباله تبدیل می‌شود و یا از بین می‌رود.
- گزینه (۳): براساس تمرین‌های دوره‌ای کتاب درسی، این واکنش برخلاف واکنش: $\text{H}_2(\text{g}) + \text{I}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{HI}(\text{g})$ ، یک واکنش گرماگیر است.
- گزینه (۴): انحلال آمونیوم نیترات (NH_4NO_3) در آب، برخلاف انحلال کلسیم کلرید (CaCl_2) یک انحلال گرماگیر است و از فرایند انحلال آن در بسته‌های سرمازا برای سرد کردن محل آسیب‌دیدگی استفاده می‌شود.