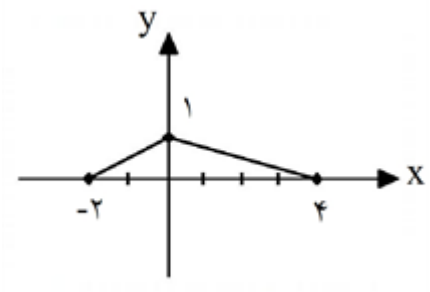
www.konkur.in

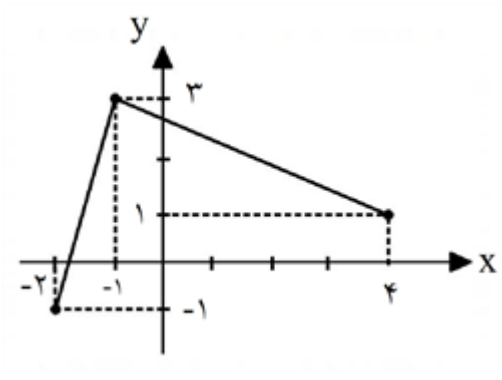
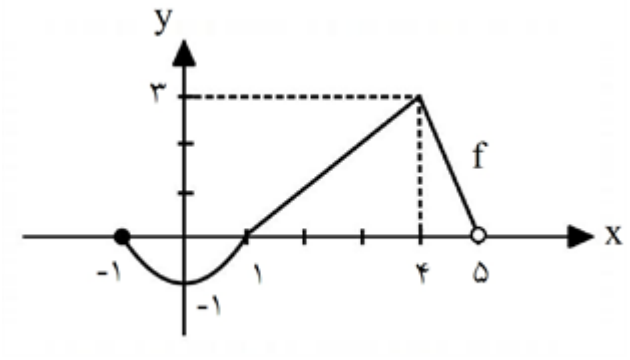
نام :	باسمه تعالی	نوبت امتحانی :
نام خانوادگی :		پایه :
نام پدر :		ساعت شروع :
شماره دانش آموزی :		مدت امتحان :
نام درس : ریاضی دوازدهم - فصل ۱		تاریخ برگزاری ۱۴۰۴/۱۰/۲۲

تصحیح			تجدید نظر		
نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:		نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	
تاریخ و امضا:	نمره با حروف:		تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	

ردیف	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	برای دو تابع f و g طوری مثال بزنید که اگر f اکیداً صعودی و g اکیداً نزولی باشد، $f-g$ اکیداً نزولی باشد. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۲	نمودار تابع $y=\|x+۱\|+\|x-۳\|$ در بازهٔ $[-۲,۴]$ رسم کنید و سپس در بازه‌های زیر یکنوایی را بررسی کنید. الف) $[-۱,۴]$: ب) $[-۱,۳]$: ج) $[-۲,-۱]$: د) $[-۲,۴]$: سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۳	نمودار $y=-f\left(\frac{x}{۲}-۱\right)+۱$ به‌صورت زیر است. نمودار $y=f(۲-x)+۲$ را رسم کنید و سپس دامنه و برد آن را به‌دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۴	برای دو تابع f و g طوری مثال بزنید که اگر f اکیداً صعودی و g اکیداً نزولی باشد، $f+g$ هم صعودی و هم نزولی باشد. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۵	تابع $f=\{(۵,-۴),(۰,۴),(-۲,۱۰),(۲,-۱),(-۱,۷)\}$ صعودی است یا نزولی؟ چرا؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	

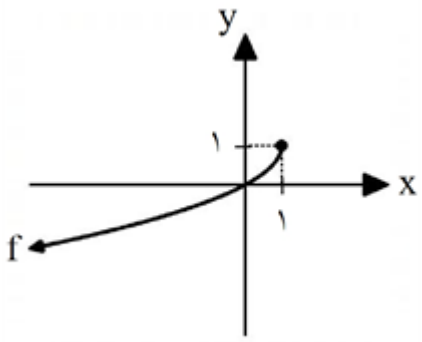
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶	نمودار $y = ۲f(۳x - ۱) - ۱$ به‌صورت زیر است. نمودار $y = -f(۱ - x) + ۲$ را رسم کنید و سپس دامنه و برد آن را به‌دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۷	نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. اگر تابع $g(x) = -۲f(۲x - ۱) + ۳$ باشد، آن‌گاه: الف) دامنه و برد تابع g را به‌صورت بازه بنویسید. ب) اگر $A(۰, -۱)$ یک نقطه از نمودار تابع f باشد، آن‌گاه نقطهٔ متناظر A ، روی نمودار تابع g را بنویسید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۸	اگر $f(x) = ۲ - \sqrt{x - ۱}$ باشد، آن‌گاه: الف) دامنهٔ تابع $\text{fof}^{-۱}$ را به‌دست آورید. ب) مقدار $f^{-۱}(-۳)$ را محاسبه کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -یازدهم	
۹	اگر $f(x) = \sqrt{x + ۱}$ باشد، آن‌گاه: الف) دامنهٔ تابع $f^{-۱}\text{of}$ را به‌دست آورید. ب) مقدار $f^{-۱}(۳)$ را محاسبه کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -یازدهم	
۱۰	اگر $f(x) = ۲\sqrt[۳]{x} - ۱$ و $f(g(x)) = ۴x^{۲} + ۱$ ، آن‌گاه ضابطهٔ تابع $g(x)$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -یازدهم	
۱۱	اگر $f(x) = ۲\sqrt{x} + ۱$ و $f(g(x)) = ۶x^{۲} - ۱۱$ ، آن‌گاه ضابطهٔ تابع $g(x)$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -یازدهم	

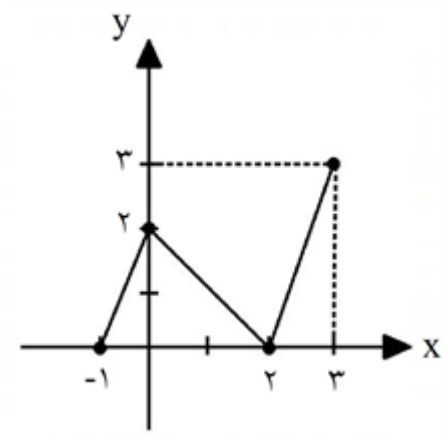
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲	ابتدا نمودار تابع $f(x)=\sqrt{x-۱}+۱$ را با استفاده از انتقال نمودار $y=\sqrt{x}$ رسم کنید و سپس با ذکر علت بررسی کنید که آیا این تابع، یک به یک است؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -یازدهم	
۱۳	ابتدا نمودار تابع $f(x)=\sqrt{-x}-۲$ را با استفاده از انتقال نمودار $y=\sqrt{x}$ رسم کنید و سپس با ذکر علت بررسی کنید که آیا این تابع، یک به یک است؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -یازدهم	
۱۴	اگر نمودار $y=f(x)$ به صورت زیر باشد و داشته باشیم $f(۲a-۹)<f(-a-۶)$ ، حدود a را به دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۱۵	اگر $f(x)=۱-۴x^{۲}$ و $g(x)=[x]$ باشد، نمودار $(\text{fog})(x)$ در چه بازه‌ای بالای محور x ها قرار دارد؟ ([] نماد جزء صحیح است.) سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -یازدهم	
۱۶	اگر $f(x)=x^{۲}-۸x+۱۲$ و $g(x)=[x]$ باشد، نمودار $(\text{fog})(x)$ در چه بازه‌ای پایین محور x ها قرار دارد؟ ([] نماد جزء صحیح است.) سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -یازدهم	
۱۷	اگر $f^{-۱}(x)=۲x^{۳}+x+۱$ و $g^{-۱}(x)=۲x+۱$ باشد، آن‌گاه مقدار $y=(\text{fog})^{-۱}(۱)$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -یازدهم	
۱۸	برای دو تابع $f=\{(۰,۴),(۴,b),(۹,۳),(۳,۷)\}$ و $g=\{(۴,-۷),(a,-۳),(۱,۰),(۷,۴)\}$ ، اگر $(۲,-۷)\in \text{gof}^{-۱}$ و $(۴,-۳)\in \text{gof}$ باشد: الف) a,b را مشخص کنید. ب) مقدار $g^{-۱}(a+b)$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	

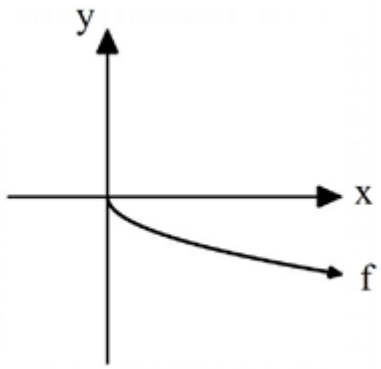
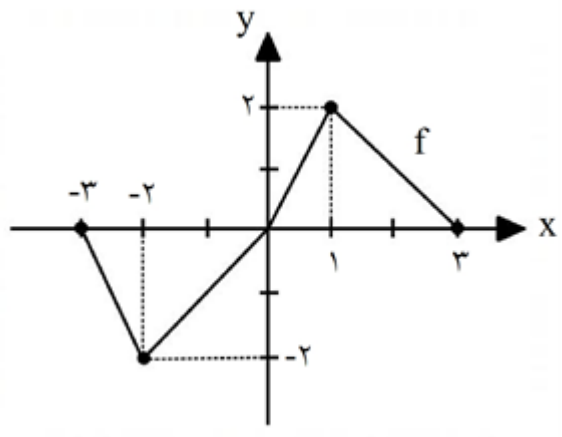
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۹	نمودار تابع $f(x)$ در زیر رسم شده است. نمودار تابع $y=-۲f\left(۲-\frac{x}{۲}\right)+۱$ را رسم کرده، سپس دامنه و برد تابع حاصل را به‌دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۲۰	اگر دامنه و برد $y=۲f(x+۱)-۱$ به‌ترتیب $[-۱,۷]$ و $[۰,۴]$ باشد، دامنه و برد $y=۲f\left(\frac{x}{۲}-۱\right)+۱$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۲۱	اگر دامنه و برد $y=f(x)$ به‌ترتیب $[۰,۱]$ و $[-۱,۷]$ باشد، دامنه و برد $y=۱-۳f\left(\frac{x}{۲}+۱\right)$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۲	اگر تابع f در دامنهٔ R اکیداً صعودی باشد و داشته باشیم $f(۳a^۲+۱)<f(۴a)$ ، حدود a را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۳	اگر $f(x)=۲-\sqrt{-x}$ باشد: الف) ضابطهٔ $g(x)=۳-f(۱-x)$ را بنویسید. ب) دامنه و برد $g(x)$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۴	نمودار $f(x)=x^۳-۱۵x^۲+۷۵x-۱۲۳$ را ۶ واحد به چپ و سپس یک واحد به پایین منتقل کرده و به‌صورت $g(x)=(x-a)^۳+b$ می‌نویسیم. الف) a,b را به‌دست آورید. ب) نمودار $g(x)$ را رسم کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۵	برای دو تابع $f=\{(-۱,۱),(a,۲),(۲,۷),(۱۱,۱)\}$ و $g=\{(۲,b),(۴,۵),(۱۰,۹),(b+۱,۶)\}$ ، اگر $(۷,۱۰)\in gof^{-۱}$ و $(۴,۱۰)\in gof$ باشد: الف) a,b را مشخص کنید. ب) مقدار $g^{-۱}(b-a)$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	

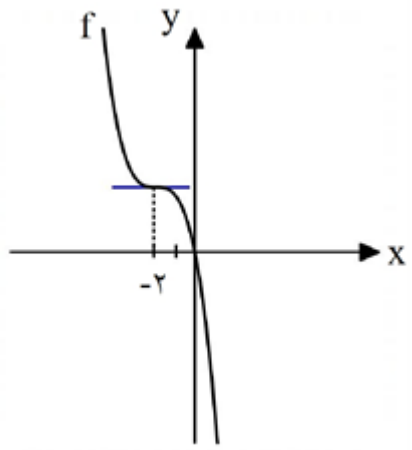
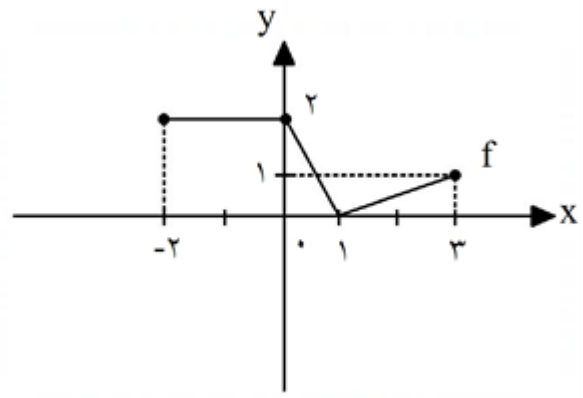
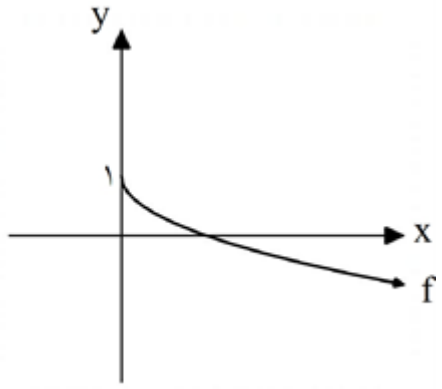
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۶	اگر $f^{-۱}(x)=x^۳+x+۱$ و $g^{-۱}(x)=x+۱$ باشد، آن‌گاه ضابطهٔ $y=(\text{fog})^{-۱}(x)$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۲۷	اگر تابع f با دامنهٔ $[-۱,۴]$ اکیداً نزولی باشد، دامنهٔ تابع $g(x)=\sqrt{f(۲x)-f(x+۱)}$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۸	اگر نمودار $y=f(x)$ به‌صورت زیر باشد، و داشته باشیم $f(۲a-۱)<f(۵-a)$ ، حدود a را به‌دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۹	اگر دامنه و برد $y=۱-f(۱-۲x)$ به‌ترتیب $[-۱,۷]$ و $[۱,۲]$ باشد، دامنه و برد $y=۳f\left(\frac{x}{۲}+۲\right)+۲$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۳۰	نمودار تابع $f(x)$ در زیر رسم شده است. نمودار تابع $y=-\frac{۱}{۲}f\left(۱-\frac{x}{۲}\right)+۲$ را رسم کرده، سپس دامنه و برد تابع حاصل را به‌دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	

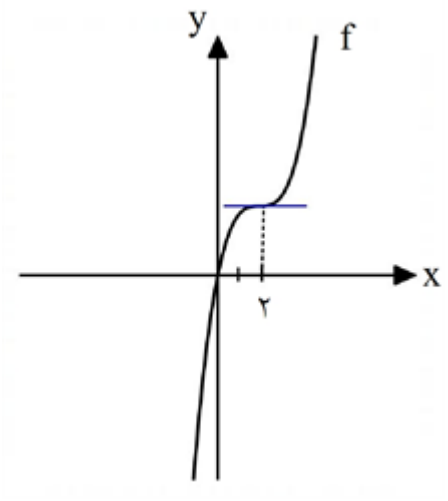
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۱	شکل زیر نمودار تابع f ، با ضابطهٔ $f(x)=۲b+۱-(x-a)^{۳}$ است. a,b را به‌دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۳۲	نمودار تابع $f(x)$ در زیر رسم شده است. نمودار تابع $y=-f(۲-x)+۱$ را رسم کرده، سپس دامنه و برد تابع حاصل را به‌دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۳۳	اگر دامنه و برد $y=f(x)$ به ترتیب $[-۱,۴]$ و $[۰,۷]$ باشد، دامنه و برد $y=۱-۲f(x+۴)$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۳۴	اگر نمودار $y=f(x)$ به‌صورت زیر باشد و داشته باشیم $f(a-۲)<f(۱۰-a)$ ، حدود a را به‌دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۳۵	اگر $f^{-۱}(x)=x^{۳}+x+۱$ و $g^{-۱}(x)=x+\sqrt{x+۵}$ باشد، آن‌گاه $y=(fog)^{-۱}(۲)$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	

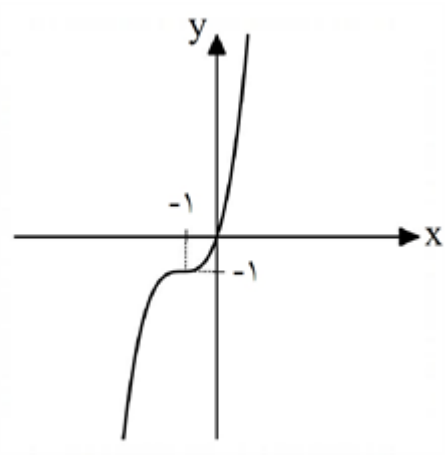
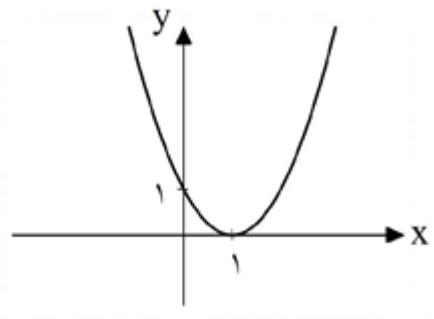
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۶	اگر تابع f در دامنهٔ R اکیداً نزولی باشد و داشته باشیم $f(a^{۲}-۵۶)>f(a)$ ، حدود a را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۳۷	شکل زیر نمودار تابع f ، با ضابطهٔ $f(x)=۲(x-a)^{۳}-b+۱$ است. a,b را به‌دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۳۸	برای دو تابع $f=\{(۱,۲),(۳,۵),(۵,۱۰),(۷,۱)\}$ و $g=\{(a,۱),(۷,۱۱),(۳,b),(۵,۱۲)\}$ ، اگر $(۵,۷)\in gof^{-۱}$ و $(۴,۲)\in fog$ باشد: الف) a,b را مشخص کنید. ب) مقدار $g^{-۱}(a+b)$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۳۹	اگر تابع f با دامنهٔ مثبت اکیداً نزولی باشد، دامنهٔ تابع $g(x)=\sqrt{f(۲x+۴)-f(x+۱۰)}$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۴۰	نمودار $f(x)=x^{۳}-۶x^{۲}+۱۲x-۳$ را ۲ واحد به چپ و سپس ۳ واحد به پایین منتقل کرده و به‌صورت $g(x)=(x+a)^{۳}+b$ می‌نویسیم. الف) a,b را به‌دست آورید. ب) نمودار $g(x)$ را رسم کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۴۱	اگر $f(x)=۲-\sqrt{x-۳}$ باشد: الف) ضابطهٔ $g(x)=۳+f(۲x-۱)$ را بنویسید. ب) دامنه و برد $g(x)$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۴۲	اگر $f(x)=\sqrt{x-۱}$ و $g(x)=۳x^{۲}-۱۱$ باشد: الف) دامنه $(fog)(x)$ را به کمک تعریف به‌دست آورید. ب) ضابطهٔ $(fog)(x)$ را بنویسید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	

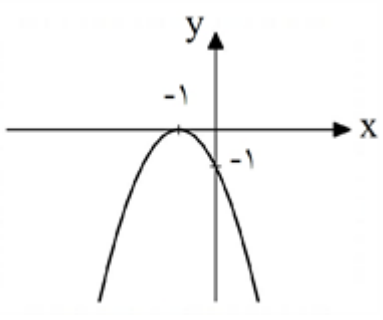
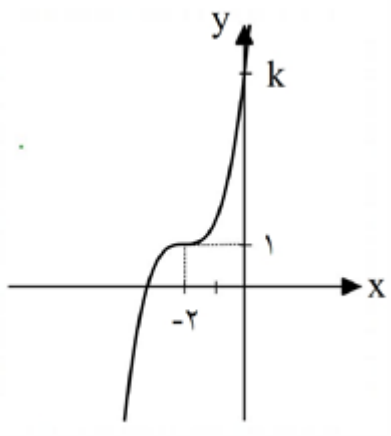
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۳	اگر $(\text{gof})(x) = x^{۲} - ۴\text{x}$ و $g(x) = x^{۲} + ۲\text{x} - ۳$ باشد، $f(x)$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۴۴	اگر $(\text{fog})(x) = ۲\text{x} - ۱$ و $f(x) = ۵\text{x} + ۳$ باشد: الف) $g(x)$ را به‌دست آورید. ب) مقدار $(\text{gof})(۲)$ را تعیین کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۴۵	اگر $(\text{fog})(x) = x + ۲\sqrt{x}$ و $g(x) = \sqrt{x} + ۱$ باشد: الف) $f(x)$ را به‌دست آورید. ب) $(\text{gof})(۳)$ را تعیین کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۴۶	اگر نمودار $y = (x + a)^{۳} + b + ۱$ به‌صورت زیر باشد: الف) a, b را به‌دست آورید. ب) مقدار $f^{-۱}(۲۶)$ را تعیین کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۴۷	اگر نمودار $y = x^{۲} + \text{ax} + b$ به‌صورت زیر باشد: الف) a, b را به‌دست آورید. ب) نمودار $y = (x + a)^{۳} + b$ را رسم کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۴۸	اگر $f(x) = \sqrt{x - ۱۰}$ و $g(x) = x^{۲} + ۳\text{x}$ باشد: الف) دامنهٔ fog را به کمک تعریف به‌دست آورید. ب) مقدار $(\text{gof})(۱۴)$ را تعیین کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	

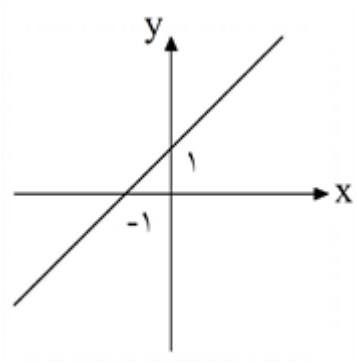
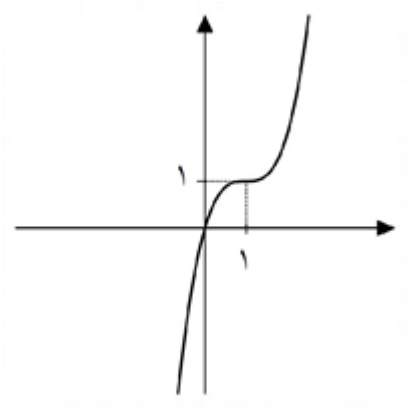
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۹	اگر $f(x)=\sqrt{x-۱}$ و $g(x)=x^{۲}-۱۵$ باشد، دامنهٔ fog را به کمک تعریف به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۵۰	اگر $(\text{fog})(x)=\frac{۳x-۱}{x+۵}$ و $f(x)=\frac{۴}{x}$ باشد: الف) $g(x)$ را به‌دست آورید. ب) $(\text{gof})(۴)$ را محاسبه کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۵۱	اگر نمودار $y=ax^{۲}+bx-۱$ به‌صورت زیر باشد: الف) a, b را به‌دست آورید. ب) نمودار $y=ax^{۳}+b$ را رسم کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۵۲	اگر $f(x)=\frac{x-۱}{x-۹}$ و $g(x)=\frac{۵}{x+۱}$ باشد، دامنهٔ fog را به کمک تعریف به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۵۳	اگر نمودار $y=(x+a)^{۳}+b$ به‌صورت زیر باشد: الف) a, b را به‌دست آورید. ب) مقدار k را تعیین کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۵۴	در تابع $f(x)=(x+۱)^{۳}+b$ اگر $f^{-۱}(۱۳)=۱$ باشد، b را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	

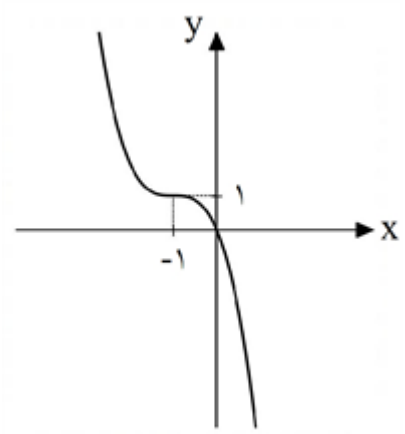
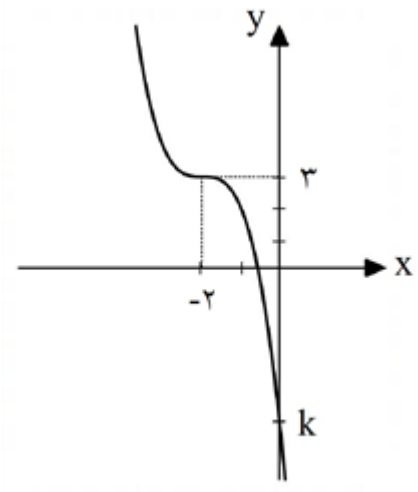
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۵	در تابع $f(x)=(x+a)^{۳}+b$ اگر $f(-a)=۲$ و $f^{-۱}(۳)=۰$ باشد: الف) مقادیر a,b را به‌دست آورید. ب) نمودار تابع f را رسم کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۵۶	اگر نمودار $y=ax+b$ به‌صورت زیر باشد: الف) a,b را به‌دست آورید. ب) نمودار $y=(x-a)^{۳}+b$ را رسم کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۵۷	اگر $(fog)(x)=x^{۲}-۱۰x+۲۴$ و $f(x)=۹x^{۲}-۶x$ باشد $g(x)$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۵۸	اگر $g(x)=\sqrt{۵۶-x}$ و $f(x)=x^{۲}+x$ باشد: الف) دامنهٔ gof را به کمک تعریف به دست آورید. ب) مقدار $(fog^{-۱})(۸)$ را تعیین کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۵۹	اگر نمودار $f(x)=(x+a)^{۳}+b$ به‌صورت زیر باشد: الف) a,b را به‌دست آورید. ب) مقدار $f^{-۱}(۶۵)$ را تعیین کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۶۰	اگر $(fog)(x)=x^{۳}-۶x^{۲}+۱۲x-۹$ و $g(x)=x-۲$ باشد: الف) $f(x)$ را به‌دست آورید. ب) $f^{-۱}(۲۶)$ را تعیین کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	

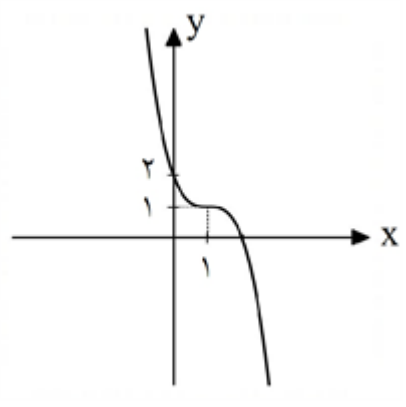
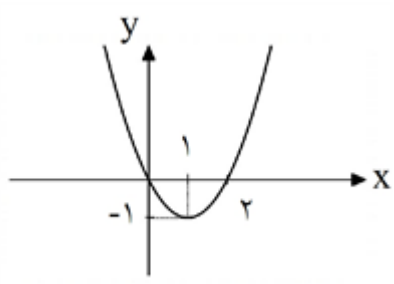
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۱	اگر $(\text{fog})(x) = \cot^{۲} x$ و $g(x) = \text{Cos}\, x$ باشد، $f(x)$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۶۲	اگر $f(x) = \sqrt{۲\text{x} - ۱}$ و $g(x) = ۵\text{x} - ۹$ باشد، دامنهٔ fog را به کمک تعریف به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۶۳	اگر $(\text{fog})(x) = x^{۲} - ۶\text{x} + ۸$ و $f(x) = x^{۲} - ۱$ باشد، $g(x)$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۶۴	اگر $f(x) = \sqrt{۵ - x}$ و $g(x) = x^{۲} + ۱$ باشد، دامنهٔ fog را به کمک تعریف به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۶۵	اگر نمودار $y = (a - x)^{۳} + b$ به‌صورت زیر باشد، a, b را به‌دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۶۶	در تابع $f(x) = (x + ۱)^{۳} + b$ اگر $f^{-۱}(۲۸) = ۲$ باشد، b را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۶۷	اگر نمودار $y = (a - x)^{۳} + b - ۱$ به‌صورت زیر باشد: الف) a, b را به‌دست آورید. ب) مقدار k را تعیین کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	

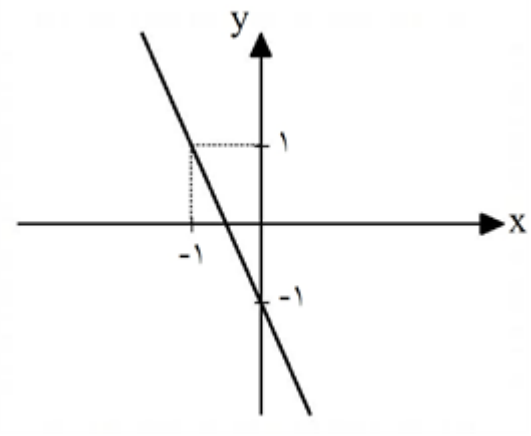
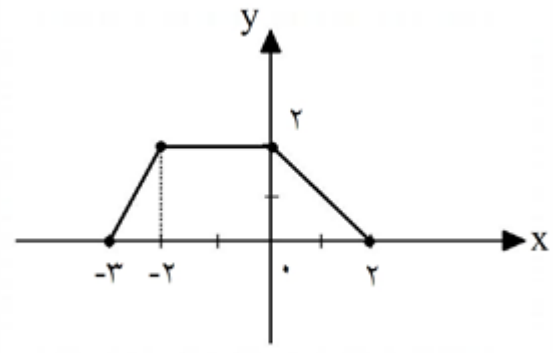
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۸	در تابع $f(x)=(x+a)^{۳}+b$ اگر $\text{Log}_{a}^{b}=۳$ و $f^{-۱}(۱۶)=۰$ باشد، a,b را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۶۹	اگر نمودار $y=(a-x)^{۳}+b-۱$ به‌صورت زیر باشد، a,b را به‌دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۷۰	در تابع $f(x)=\text{ax}^{۳}+b$ اگر $f(۱)=۳$ و $f^{-۱}(۱۷)=۲$ باشد، a,b را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۷۱	اگر نمودار $y=x^{۲}+\text{ax}+b$ به‌صورت زیر باشد: الف) a,b را به‌دست آورید. ب) نمودار $y=(x+a)^{۳}+b$ را رسم کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۷۲	اگر $f(x)=(a-۱)x+b+۴$ یک تابع ثابت و $g(x)=(b-۲)x$ یک تابع همانی باشد: الف) a,b را به‌دست آورید. ب) نمودار $y=(x-a)^{۳}+b$ را رسم کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۷۳	اگر $f(x)=\sqrt{۵-x}$ و $g(x)=x+۱$ باشد: الف) دامنهٔ fog را به کمک تعریف به‌دست آورید. ب) مقدار $\text{gof}(۱)$ را تعیین کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۷۴	اگر $(\text{gof})(x)=۲\text{x}-۷$ و $g(x)=۴\text{x}-۱۱$ باشد: الف) $f(x)$ را به‌دست آورید. ب) مقدار $(\text{fog}^{-۱})(۱)$ را تعیین کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

	اگر نمودار $y = ax + b$ به صورت زیر باشد: الف) a, b را به‌دست آورید. ب) نمودار $y = (x - a)^{۳} + b$ را رسم کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	۷۵
	اگر $(\text{fog})(x) = \frac{۲x - ۱}{x + ۹}$ و $f(x) = \frac{x + ۱}{x - ۲}$ باشد، $g(x)$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	۷۶
	اگر عرض از مبدأ تابع خطی f برابر ۲ و عرض از مبدأ تابع وارون آن برابر ۶ باشد، ضابطهٔ $f^{-۱}(x)$ را بنویسید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	۷۷
	اگر $f(x) = ۳ - \sqrt{۱ - x}$ باشد، دامنهٔ تابع $y = (f^{-۱} \text{ of})(x)$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	۷۸
	نمودار تابع $f(x)$ در زیر رسم شده است. نمودار تابع $y = -۲f\left(۱ - \frac{x}{۲}\right) + ۱$ را رسم کرده، سپس دامنه و برد تابع حاصل را به‌دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	۷۹
	اگر $f(x) = ۳^{x} + ۱$ و $g(x) = \text{Log}_{\sqrt{۲}}^{(x + ۴)}$ باشد، $\text{gof}(۳)$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	۸۰

Telegram: @konkur_in

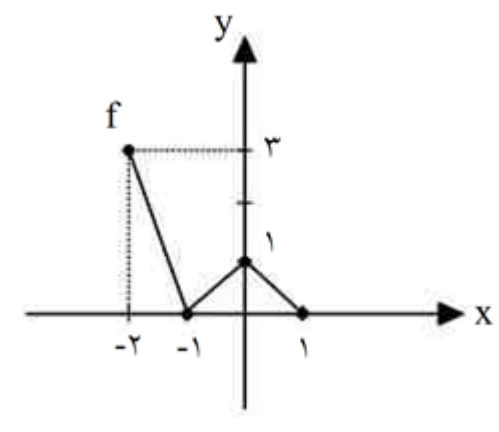
www.konkur.in

۸۱	برای دو تابع f و g: $f(x) = (x-۱)^۲ + ۱ \qquad x \geqslant ۱$ $g(x) = \lvert x-۵\rvert + ۱ \qquad x \geqslant ۰$ الف) کدام تابع یک به یک است؟ ب) ضابطه وارون تابعی که یک به یک است را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۸۲	ابتدا مشخص کنید کدام‌یک از توابع زیر یک به یک است، سپس ضابطهٔ وارون آن را بنویسید. الف) $f(x) = (x-۲)^۲ \qquad x \geqslant ۰$ ب) $g(x) = \lvert x+۲\rvert + ۵ \qquad x \leqslant -۳$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۸۳	نمودار تابع $f(x) = x^۲ + ۲x + ۵$ را ابتدا دو واحد به سمت راست و سپس ۵ واحد به پایین منتقل می‌کنیم. نمودار جدید را g می‌نامیم. نمودارهای f و g یک‌دیگر را با چه طولی قطع می‌کنند؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دهم	
۸۴	نمودار تابع $f(x) = x^۲ - ۳x - ۱$ را یک واحد به چپ و سپس سه واحد به بالا منتقل می‌کنیم و تابع جدید را g می‌نامیم. الف) نمایش جبری g را بنویسید. ب) توابع f و g یک‌دیگر را با چه طولی قطع می‌کنند؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دهم	
۸۵	اگر نقطهٔ $\left(-\frac{۳}{۱۰}, -۱\right)$ روی تابع وارون تابع $f(x) = \frac{۳x}{a + a\lvert x\rvert}$ باشد: الف) مقدار a را به دست آورید. ب) مقدار $\text{fof}(۲)$ را محاسبه کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۸۶	اگر نقطهٔ $\left(-\frac{۱}{۳}, -۲\right)$ روی تابع وارون تابع $f(x) = \frac{x}{a + a\lvert x\rvert}$ باشد، مقدار a را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۸۷	نمودار تابع $f(x) = x^۲ - ۲x$ را ابتدا دو واحد به سمت چپ و سپس دو واحد به بالا انتقال می‌دهیم و نمودار جدید را g می‌نامیم. نمودارهای f و g یک‌دیگر را با چه طولی قطع می‌کنند؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دهم	
۸۸	اگر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = a\,\text{Sin}(۳x) + c$ به ترتیب ۱۲ و ۲ باشد: الف) مقادیر $\lvert a\rvert$ و c را بیابید. ب) دورهٔ تناوب تابع را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۸۹	اگر وارون تابع $f(x) = mx + ۳$ از نقطهٔ $(۲, ۱)$ بگذرد، آن‌گاه ضابطهٔ وارون f را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۰ نمودار تابع $f(x)$ در زیر رسم شده است. نمودار تابع $y = -۲f(۱ - x) + ۲$ را رسم کرده، سپس دامنه و برد تابع حاصل را به دست آورید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم

۹۱ اگر $f(x) = ۲^x$ و $g(x) = \text{Log}_{\sqrt{۳}}^{(x+۱)}$ باشد، $\text{gof}(۳)$ را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم

۹۲ اگر نقطهٔ $A(-۷, ۵)$ روی تابع وارون $f(x) = ax + ۳$ قرار داشته باشد:
الف) ضابطهٔ وارون f را به دست آورید.
ب) مقدار $(f + f^{-۱})(۱)$ را تعیین کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم

۹۳ تابع $f(x) = x^۲ - ۶x + ۷$ در بازهٔ $(-\infty, k]$ اکیداً نزولی است. حداکثر مقدار k را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم

۹۴ اگر $f(x) = ۲ + \sqrt{x - ۳}$ باشد، دامنهٔ تابع $y = (\text{fof}^{-۱})(x)$ را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم

۹۵ اگر $f(x) = ۵ - |x|$ و $g(x) = \frac{x+۱}{\sqrt{۴+x}}$ باشد:
الف) حاصل $\frac{\text{fog}(۰)}{\text{gof}(۰)}$ را به دست آورید.
ب) دامنهٔ تابع gof را به کمک تعریف به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم

۹۶ اگر $f(x) = |x|$ و $g(x) = \sqrt{۴ - x}$ باشد:
الف) حاصل $\frac{\text{fog}(-۵)}{\text{gof}(۰)}$ را به دست آورید.
ب) دامنهٔ تابع gof را به کمک تعریف به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۷	اگر ورودی ماشین برابر ۵ باشد، مقدار خروجی آن چقدر است؟ ورودی $x \rightarrow \frac{x+۱}{x-۲} \rightarrow \frac{\sqrt{۲x}+۱}{\sqrt[۳]{x^۲+۴}} \rightarrow$ خروجی سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۹۸	اگر ورودی ماشین برابر ۷ باشد، مقدار خروجی آن چقدر است؟ ورودی $x \rightarrow ۲x+۱ \rightarrow \frac{x}{\sqrt[۴]{x+۱}} \rightarrow$ خروجی سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۹۹	اگر $f(x)=۲x+a$ و $g(x)=x^۲+bx+۲$ باشد، a و b را طوری بیابید که داشته باشیم: $(fog)(x)=۲x^۲+۶x+۱۰$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۱۰۰	اگر $(fog)(x)=۹x^۲+۶x$ و $g(x)=۳x+۱$ باشد، $f(x)$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۱۰۱	اگر $f(x)=\text{Log}_۳(x+۱)$ و $g(x)=\sqrt{۴-x}$ باشد: الف) دامنهٔ gof را با استفاده از تعریف محاسبه کنید. ب) مقدار $(gof)(۲۶)$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۱۰۲	اگر $f(x)=\frac{۲}{x}+۱$ و $g(x)=x+۱$ باشد، آن‌گاه $۴f(۲)-g^{-۱}(۷)$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۱۰۳	اگر $f(x)=\sqrt{۲x+۱}+۱$ و $g(x)=۳x-۵$ باشد، آن‌گاه $۲f(۴)-g^{-۱}(۱)$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۱۰۴	حد مقابل را محاسبه کنید.([] نماد جزء صحیح است.) $\lim_{x \to ۶^-} \frac{۵-[x]}{x-۶}$ سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲	
۱۰۵	نمودار تابع $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x} & , x \geq ۰ \\ -\sqrt{-x} & , x < ۰\end{cases}$ را رسم کنید و مشخص کنید آیا این تابع اکیداً یکنوا است؟ سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲	
۱۰۶	نمودار تابع $f(x)=\lvert ۲x+x^۲ \rvert$ را رسم کنید و مشخص کنید در چه بازه‌ای صعودی و در چه بازه‌ای نزولی است. سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲	
۱۰۷	ابتدا نمودار تابع $y=\sqrt{x}$ را رسم و سپس به کمک آن نمودار تابع $y=\sqrt{\frac{-x}{۲}}$ را رسم کنید. سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲	

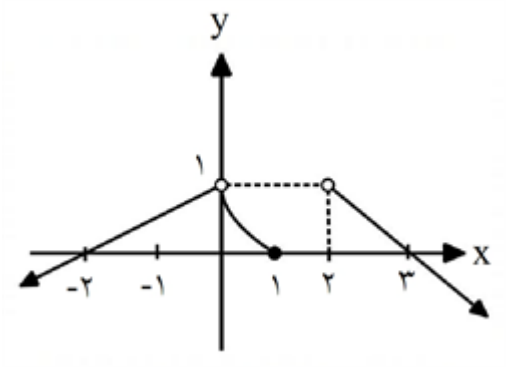
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۸	ثابت کنید توابع $f(x)=۲x+۵$, $g(x)=\frac{x-۵}{۲}$ وارون یکدیگرند. سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲	
۱۰۹	محمد می‌خواهد یک گوشی با قیمت بیش از ۲ میلیون تومان از فروشگاهی بخرد. این فروشگاه به مناسبت روز دانش‌آموز، در خریدهای بیش از ۲ میلیون، ۲۵۰ هزار تومان تخفیف نقدی می‌دهد. هم‌چنین محمد یک کارت تخفیف ۱۵ درصدی نیز برای خرید دارد. با استفاده از تابع مرکب مشخص کنید، کدام‌یک از راه‌های زیر به نفع محمد است؟ الف) اول از کارت تخفیف ۱۵ درصدی و بعد تخفیف نقدی استفاده کند. ب) اول از تخفیف نقدی و بعد کارت تخفیف استفاده کند. سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲	
۱۱۰	تابع $f(x)=۲x+۱$ است. الف) اگر دامنه تابع $f(x)$ برابر $[-۳,۵]$ باشد، دامنه تابع $f(۲x)$ را مشخص کنید. ب) نمودار تابع $f(-x)$ را رسم کنید. سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲	
۱۱۱	اگر $f=\{(۵,۵),(۲,۲),(۳,۳)\}$, $g=\{(۱,۲),(۳,۵)\}$ دو تابع باشند. الف) تابع fog را به صورت زوج‌های مرتب مشخص کنید. ب) مقدار $(gof)(۳)$ را بیابید. سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲	
۱۱۲	به پرسش‌های زیر پاسخ دهید. الف) تابع روبه‌رو را رسم کنید. $f(x)=\begin{cases}۲x+۳ & x<-۳\\ -۱ & -۳\le x\le ۱\\ -۳x+۵ & x>۱\end{cases}$ ب) بازه‌هایی که در آن‌ها تابع صعودی، نزولی یا ثابت است را مشخص کنید. سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲	
۱۱۳	نمودار $f(x)=\lvert x^۲-۴x\rvert$ را رسم کنید و مشخص کنید در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۱۱۴	تابع $f(x)=۳x-۵$ را با دامنه $[-۱,۳]$ در نظر بگیرید. الف) دامنه تابع $y=۲f(۲x-۱)+۵$ را مشخص کنید. ب) نمودار تابع $y=-\frac{۱}{۲}f(x)$ را رسم کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۱۱۵	نمودار تابع $f(x)=x^۲-۲x-۲$ را دو واحد به سمت راست و سپس یک واحد به طرف پایین منتقل می‌کنیم. مساحت مثلث محدود بین صفرهای تابع و رأس سهمی را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۱۱۶	نمودار $y=x^۲+۴x$ را سه واحد به طرف x های منفی منتقل می‌کنیم و سپس یک واحد به طرف y های مثبت منتقل می‌کنیم. مختصات رأس سهمی را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	

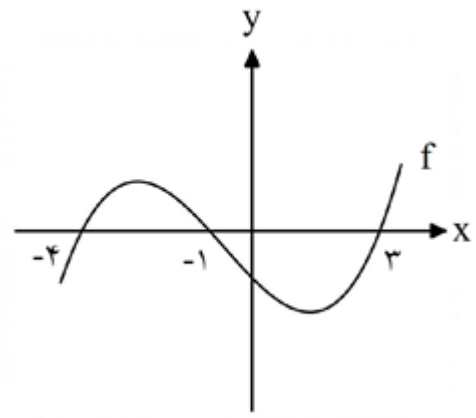
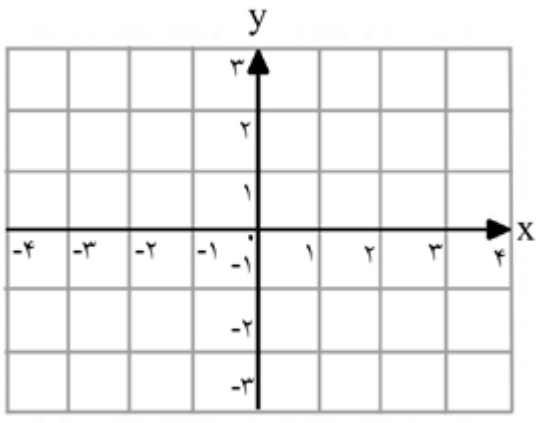
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۷	اگر نقطهٔ $A(۲,۵)$ روی نمودار $y=f(x)$ باشد، آنگاه نقطهٔ متناظر با A روی نمودار $y=۳f(۲x-۱)+۴$ را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۱۱۸	اگر نقطهٔ $A(۱,a)$ روی نمودار $y=۲f(۳x-۱)+۴$ باشد و نقطه متناظر با A روی نمودار $y=۲f(۱-x)+۱$ برابر $A'(b,۷)$ باشد، مقدار b و a را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۱۱۹	اگر نقطهٔ $A(۳,a)$ روی نمودار $y=f(x)$ باشد و نقطهٔ متناظر با A روی نمودار $y=۳f(x-۱)+۱$ نقطهٔ $A'(b,۱)$ باشد، مقدار b و a را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۱۲۰	اگر بر روی نمودار $y=۲f(x-۱)+۵$ نقطه $A(-۱,۳)$ باشد، نقطه متناظر با A روی نمودار $y=۳f(۲-۳x)+۱$ را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۱۲۱	اگر نقطهٔ $A(۲,۳)$ روی نمودار $y=f(x)$ باشد، آنگاه نقطهٔ متناظر با A روی نمودار $y=۲f(۳x-۱)+۱$ را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۱۲۲	اگر نقطهٔ $A(-۲,۵)$ روی نمودار $y=۲f(x-۱)+۳$ باشد، آنگاه نقطهٔ متناظر با A روی نمودار $y=۳f(۲x-۱)+۲$ را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۱۲۳	نمودار $y=f(x)$ به صورت زیر است. دامنه تابع $g(x)=f(۳x-۸)$ را به دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۱۲۴	توابع $f(x)=\sqrt{۲-x}$ و $g(x)=\frac{۱}{x-۵}$ را در نظر بگیرید و دامنه تابع gof را با استفاده از تعریف به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-یازدهم	
۱۲۵	توابع $f(x)=\sqrt{۲-۳x}$ و $g(x)=\frac{۲}{x+۵}$ را در نظر بگیرید و دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-یازدهم	

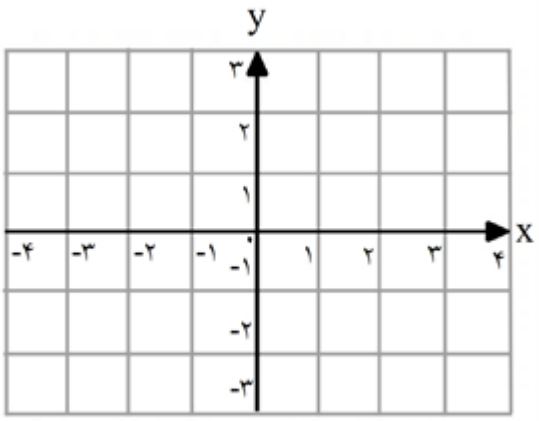
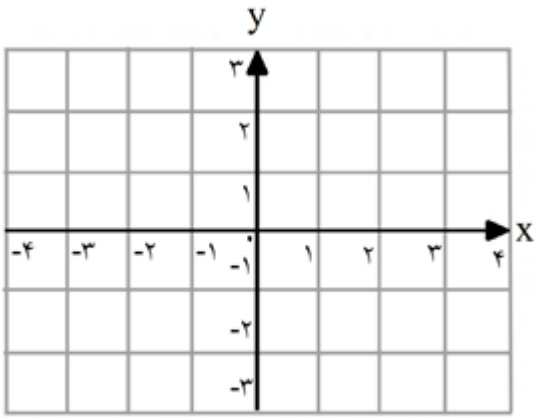
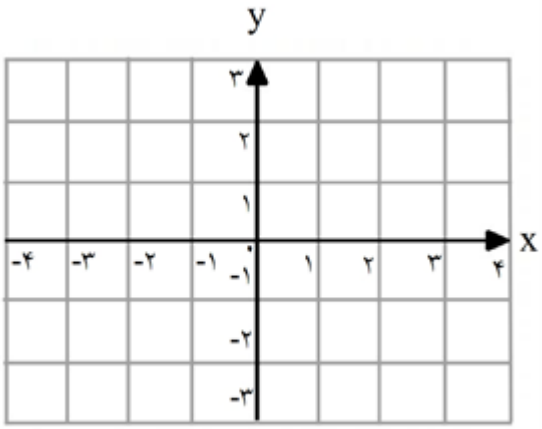
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲۶	اگر تابع نمایی $y = (۳k - ۱)^x$ اکیداً نزولی باشد، حدود k را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-دوازدهم	
۱۲۷	اگر تابع نمایی $y = (۲m - ۱)^x$ اکیداً صعودی باشد، حدود m را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-دوازدهم	
۱۲۸	اگر $f(x) = ۳ - \sqrt{x + ۲}$ باشد، نمودار $y = (\text{fof}^{-۱})(x)$ را رسم کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-یازدهم	
۱۲۹	اگر $f(x) = ۵ - \sqrt{x - ۱}$ باشد، نمودار $y = (f^{-۱} \text{ of})(x)$ را رسم کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-یازدهم	
۱۳۰	نمودار زیر تابع f را نشان می‌دهد. دامنه تابع $g(x) = \sqrt{f(x) \times f(x - ۲)}$ را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-یازدهم	
۱۳۱	اگر $f(x) = ۴x - ۱$ و $g(x) = \sqrt{x - ۷}$ باشند: الف) دامنه تابع gof را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) مقدار $\frac{(\text{fog})(۸)}{(\text{gof})(۶)}$ را محاسبه کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-یازدهم	
۱۳۲	نمودار $y = ۲ - \lvert x \rvert$ را به کمک انتقال نمودار $y = \lvert x \rvert$ رسم کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-دهم	

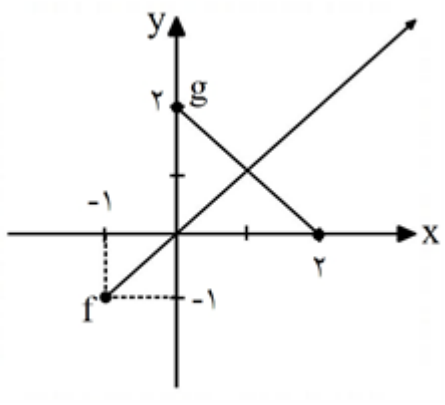
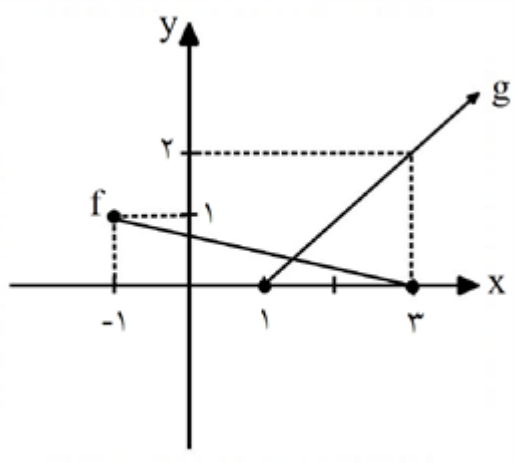
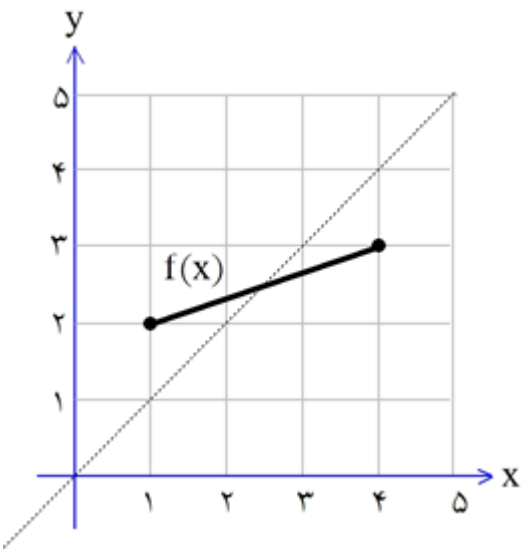
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

	نمودار $y = -\lvert x - ۲ \rvert + ۱$ را به کمک انتقال نمودار $y = \lvert x \rvert$ رسم کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-دهم	۱۳۳
	نمودار $y = \lvert x + ۱ \rvert - ۲$ را به کمک انتقال نمودار $y = \lvert x \rvert$ رسم کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-دهم	۱۳۴
	نمودار $y = \lvert x - ۲ \rvert + ۱$ را به کمک انتقال نمودار $y = \lvert x \rvert$ رسم کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-دهم	۱۳۵

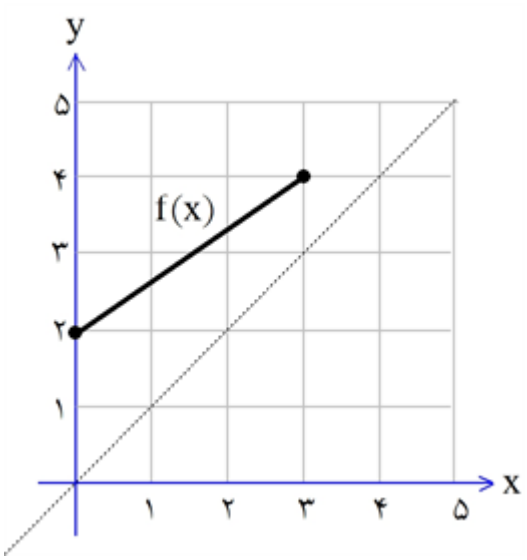
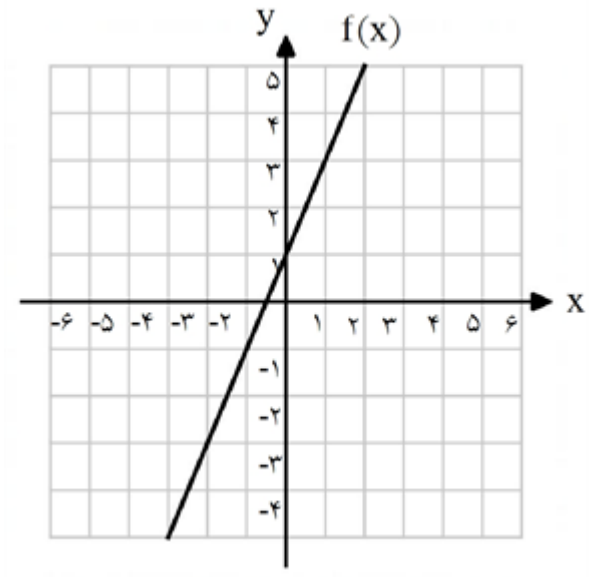
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

	اگر نمودار دو تابع خطی f و g به صورت زیر باشد، دامنه gof را به کمک تعریف حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-یازدهم	۱۳۶
	اگر نمودار دو تابع خطی f و g به صورت زیر باشد، دامنه fog را به کمک تعریف حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-یازدهم	۱۳۷
	نمودار وارون تابع داده شده را رسم کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -یازدهم	۱۳۸

Telegram: @konkur_in

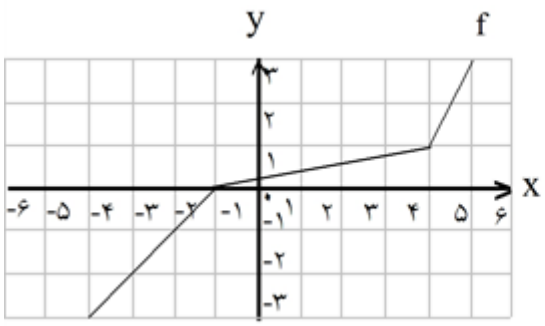
www.konkur.in

۱۳۹	نمودار وارون تابع داده شده را رسم کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -یازدهم	
۱۴۰	با توجه به نمودار تابع خطی f ضابطه $f^{-۱}(x)$ را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم	
۱۴۱	اگر $f=\{(۲,a^۲+a),(۲a+۱,۴),(۲,۶),(۲b-۱,a+۲),(-۵,۱۹)\}$ یک تابع یک به یک باشد، b و a را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -یازدهم	
۱۴۲	اگر $f=\{(۲,۷),(۴,۱۰),(۶,۱۳),(۲,k+۱),(m+۱,۱۰)\}$ یک تابع یک به یک باشد، k و m را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -یازدهم	
۱۴۳	اگر $f=\{(۲,۹),(۵,m+۱),(۲,m^۲),(۷,۴),(k+۷,-۲)\}$ یک تابع یک به یک باشد k و m را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -یازدهم	
۱۴۴	اگر $f=\{(۲,k),(۱۰,۵),(m-۱,۲k+۱),(۲,۳k-۴)\}$ یک تابع یک به یک باشد، k و m را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -یازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

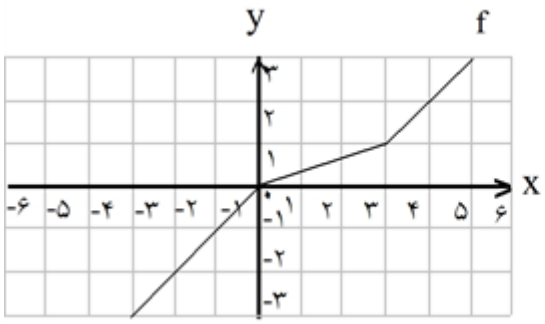
۱۴۵ با توجه به نمودار f که در شکل زیر داده شده است، جدول را کامل کنید.



x	-۳	-۱	۱	۳
$f^{-1}(x)$				

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

۱۴۶ با توجه به نمودار f که در شکل زیر داده شده است، جدول را کامل کنید.



x	۱	۲	-۱	-۳
$f^{-1}(x)$				

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

۱۴۷ اگر $f(x)=\frac{x}{۵}-۱$ و $g(x)=x^۳$ باشد، مقدار $(g^{-۱}\text{of}^{-۱})(۲۴)$ را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

۱۴۸ اگر $f(x)=\frac{x}{۲}-۱$ و $g(x)=x^۳+x$ باشد، مقدار $(g^{-۱}\text{of}^{-۱})(۱۴)$ را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

۱۴۹ ضابطه تابع وارون تابع یک به یک زیر را به دست آورید.

$$f(x)=-۳-\sqrt{۱-۷x}$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

۱۵۰ ضابطه تابع وارون تابع یک به یک زیر را به دست آورید.

$$f(x)=۴-\sqrt{x-۲}$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

۱۵۱ دامنه تابع $f(x)=|x-۲|$ را چنان محدود کنید که تابع یک به یک باشد.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

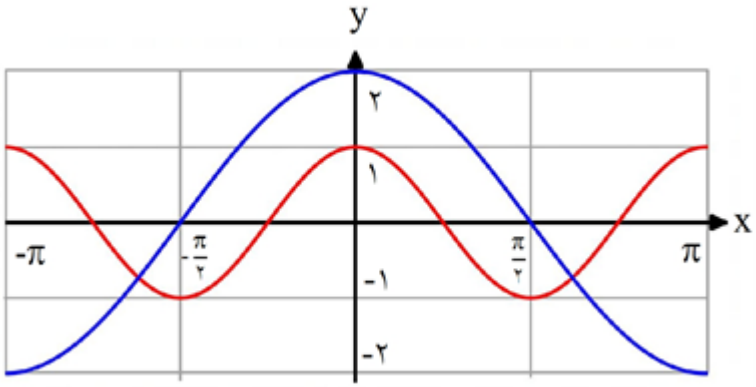
۱۵۲ نمودار تابع $y=۱-۲\,\text{Sin}\,x$ را به کمک نمودار تابع $y=\text{Sin}\,x$ در بازه $[-\pi,\pi]$ رسم کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

Telegram: @konkur_in

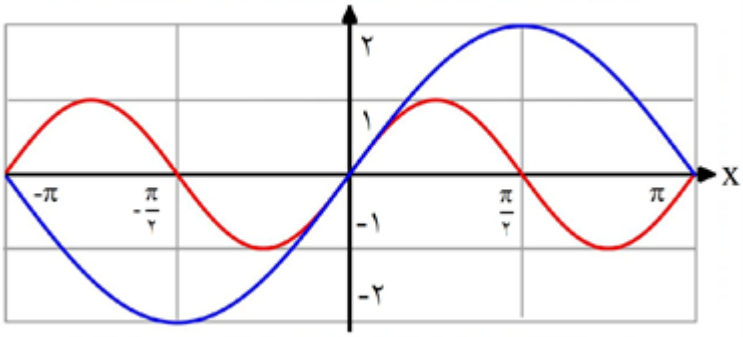
www.konkur.in

۱۵۳ در شکل زیر نمودارهای توابع با ضابطه‌های $y = ۲\,\mathrm{Cos}\,x$ و $y = \mathrm{Cos}\,(۲x)$ در بازهٔ $[-\pi, \pi]$ مشخص کنید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

۱۵۴ در شکل زیر نمودارهای $y = \mathrm{Sin}\,(۲x)$ و $y = ۲\,\mathrm{Sin}\,x$ را در بازه $[-\pi, \pi]$ مشخص کنید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

۱۵۵ اگر $f(x) = \frac{۱}{x - ۱}$ و $g(x) = \frac{۱}{x + ۵}$ دامنه fog را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

۱۵۶ اگر $f(x) = ۵x - ۱$ و $g(x) = ۳x + ۲$ باشد، معادله $(\mathrm{fog})(x) = ۴$ را حل کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

۱۵۷ اگر $f(x) = \sqrt{x - ۷}$ و $g(x) = x^۲ - ۹$ باشد، دامنه و ضابطه fog را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

۱۵۸ اگر $f = \{(۱, ۵), (۴, ۳), (-۱, ۲), (۷, ۱۱)\}$ و $g = \{(۵, -۱), (۳, ۷), (۱۱, ۱), (۹, ۲۵)\}$ باشد، توابع fog و gof را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

۱۵۹ با توجه به جدول‌های زیر، مقادیر a و b را حساب کنید.

x	f(x)
۵	۱
۲	a
۳	-۱

x	g(x)
b	۸
۴	۳
-۲	۲

الف) $(\mathrm{fog})(-۲) = ۱۰$

ب) $(\mathrm{gof})(۵) = ۸$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۶۰ با توجه به جدول‌های زیر، مقادیر خواسته شده را در صورت امکان به دست آورید.

x	f(x)
۵	۲
۱	-۱
۴	۱۱

x	g(x)
۱۱	۲
-۱	۴
۳	۵

الف) $(fog)(۳)$
ب) $(gof)(۴)$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

۱۶۱ با توجه به جدول‌های زیر، مقادیر خواسته شده را در صورت امکان به دست آورید.

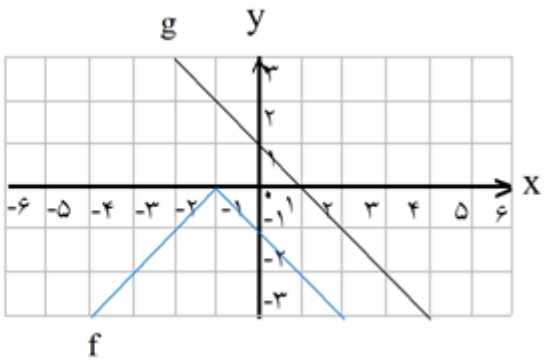
x	f(x)
۲	۷
۵	۱
۱	-۱

x	g(x)
۴	۱
۷	۵
-۱	۲

الف) $(fog)(۴)$
ب) $(gof)(۲)$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

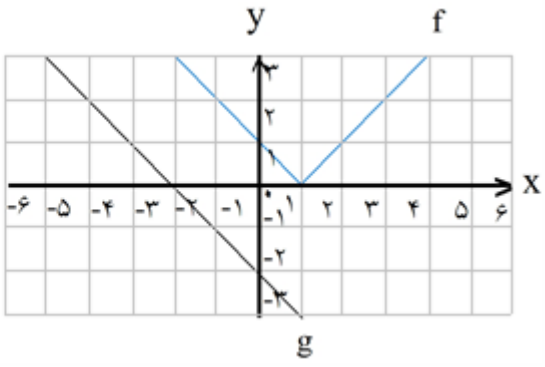
۱۶۲ با توجه به نمودارهای f و g مقادیر مقابل زیر را در صورت وجود بیابید.



الف) $(fog)(۲)$
ب) $(gof)(-۲)$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

۱۶۳ با توجه به نمودارهای f و g مقادیر مقابل زیر را در صورت وجود بیابید.



الف) $(fog)(-۲)$
ب) $(gof)(۱)$

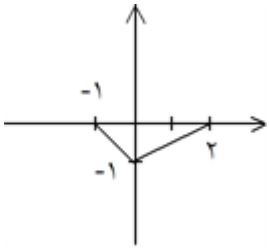
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

۱۶۴ تابع خطی $f(x) = (x+a)(x+b) + ۲(a+b)x^{۲}$ از نقطه $(-۱, ۴)$ می‌گذرد، تابع $f^{-۱}(x)$ را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۶۵	وارون تابع $f(x)=\frac{۵x^{۲}-۶x+۱}{x-۱}$ ، تابع $f^{-۱}(x)=\frac{x^{۲}+ax+b}{۵x+c}$ است. c و b و a را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم	
۱۶۶	ابتدا تابع $f(x)=x^{۳}-۳x^{۲}+۳x+۵$ را به صورت $f(x)=(x+a)^{۳}+b$ بنویسید و سپس دامنه $g(x)=\sqrt{b-\text{Log}_{۲}(x-a)}$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -یازدهم	
۱۶۷	ابتدا تابع $f(x)=x^{۳}-۱۵x^{۲}+۷۵x-۱۲۰$ را به صورت $f(x)=(x+a)^{۳}+b$ بنویسید و سپس دامنه $g(x)=\frac{x-۴}{ax+b}$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -یازدهم	
۱۶۸	ابتدا تابع $f(x)=x^{۳}-۳x^{۲}+۳x+۱۰$ را به صورت $f(x)=(x+a)^{۳}+b$ بنویسید و سپس دامنه $g(x)=\sqrt{bx+a}$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -یازدهم	
۱۶۹	به روش هندسی تعداد جواب معادله‌ی $x^{۳}-۳x^{۲}+۳x=\sqrt{x-۱}+۱$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -یازدهم	
۱۷۰	به روش هندسی تعداد جواب معادله‌ی $x^{۳}+۳x^{۲}+۳x=۳$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -یازدهم	
۱۷۱	با استفاده از نمودار f، نمودار $y=۲f(۱-x)$ را رسم کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -یازدهم	
۱۷۲	اگر $f(x)=x^{۳}-۶x^{۲}+۱۲x-۵$ باشد، $f(\sqrt[۳]{۷}+۲)$ را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -یازدهم	
۱۷۳	اگر $f(x)=x^{۳}+۳x^{۲}+۳x+۵$ باشد، $f(\sqrt[۳]{۵}-۱)$ را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -یازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۷۴

تابع زیر را رسم کنید و سپس مشخص کنید در چه بازه‌ی حداکثری:

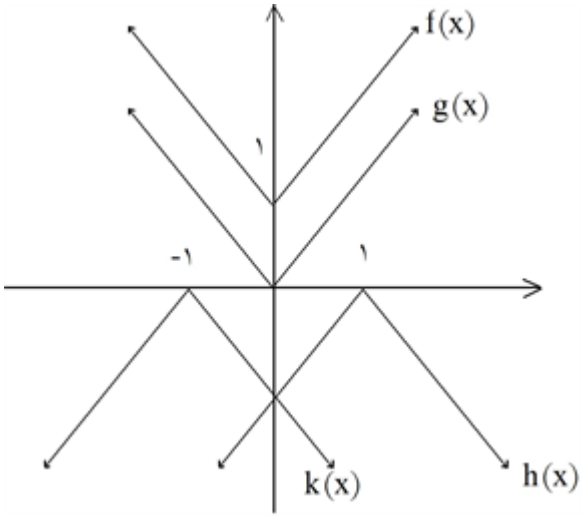
الف) صعودی ب) اکیداً نزولی ج) نزولی د) هم صعودی و هم نزولی

$$f(x)=\begin{cases} x^{۲}+۱ & x\geq ۱ \\ ۱ & ۰\leq x<۱ \\ -x+۴ & x<۰ \end{cases}$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -یازدهم

۱۷۵

با توجه به نمودارها هر ضابطه را به تابع خودش متصل کنید.

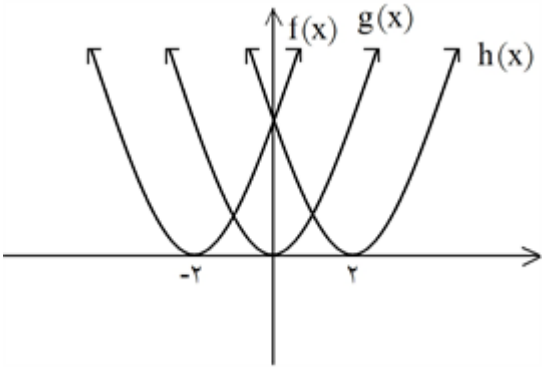


$f(x)$	$\lvert x\rvert$
$g(x)$	$\lvert x\rvert+۱$
$h(x)$	$-\lvert x-۱\rvert$
$k(x)$	$-\lvert x+۱\rvert$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -دهم

۱۷۶

با توجه به نمودارها هر ضابطه را به تابع خودش متصل کنید.

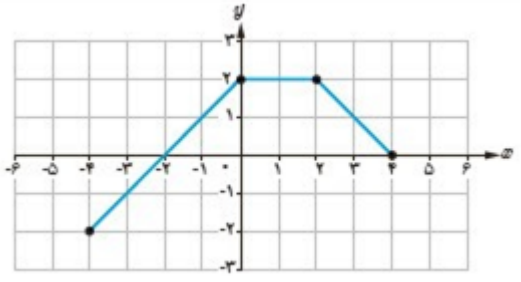


$f(x)$	$x^{۲}$
$g(x)$	$(x-۲)^{۲}$
$h(x)$	$(x+۲)^{۲}$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -دهم

۱۷۷

با استفاده از نمودار تابع f، نمودار خواسته شده را رسم کنید.

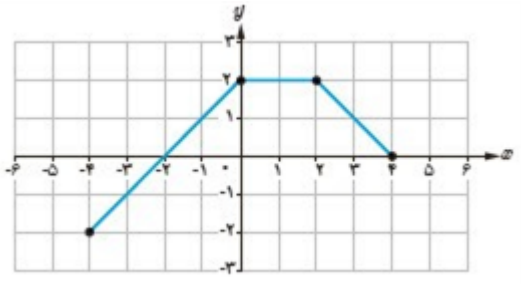
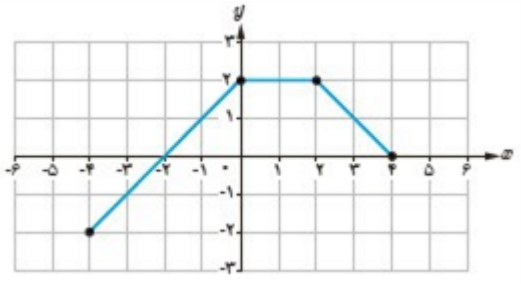
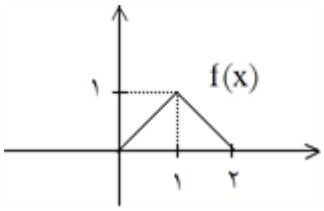
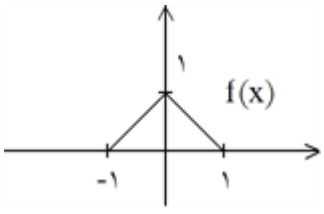


ت) $y=۲f\left(\frac{۱}{۲}x\right)$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

Telegram: @konkur_in

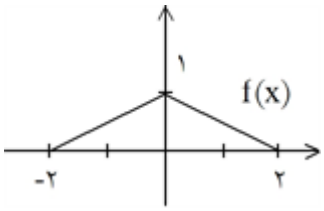
www.konkur.in

۱۷۸	با استفاده از نمودار تابع f، نمودار خواسته شده را رسم کنید.  پ) $y = ۲f(x-۱) - ۳$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۱۷۹	با استفاده از نمودار تابع f، نمودار خواسته شده را رسم کنید.  ب) $y = -f(-x) + ۲$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۱۸۰	با توجه به نمودار f، به کمک انتقال نمودار $y = -f(-x) + ۱$ را رسم کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۱۸۱	اگر $f(x) = \sqrt{x-۳}$ و $g(x) = \sqrt{۱۰-x}$، دامنه gof را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۱۸۲	اگر $f(x-۲) = x^۲ + ۴x$، ضابطه $f(۲x+۱)$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۱۸۳	با توجه به نمودار f، نمودار $y = -۲f(x-۱)$ را به کمک انتقال رسم کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	

Telegram: @konkur_in

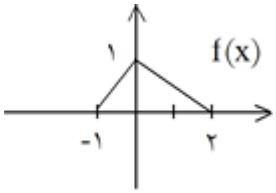
www.konkur.in

۱۸۴ با توجه به نمودار f، نمودار $y = ۲f(x - ۲)$ را به کمک انتقال رسم کنید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

۱۸۵ اگر نمودار $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، $g(x) = f(x - ۱) + ۱$ را رسم کنید. (به کمک انتقال)



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

۱۸۶ اگر $f(x) = \frac{۱}{۸}x - ۳$ و $g(x) = x^۳$، مقدار زیر را به دست آورید.

الف) $(\text{fog})^{-۱}(۵)$

ب) $(f^{-۱}\text{of}^{-۱})(۶)$

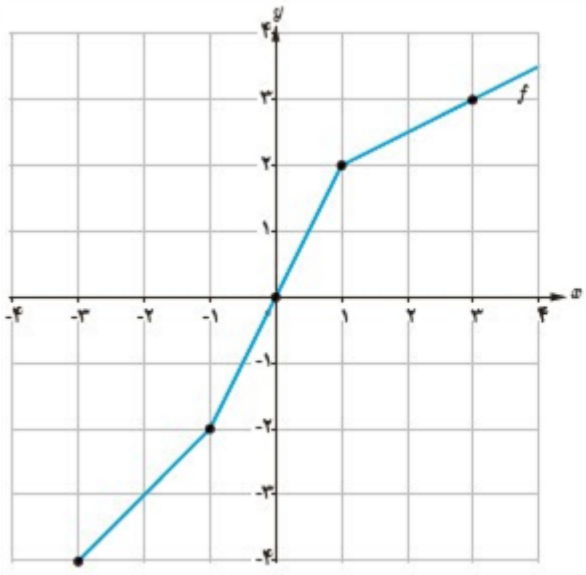
پ) $(g^{-۱}\text{of}^{-۱})(۵)$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۱۸۷ با محدود کردن دامنه‌ی تابع $f(x) = x^۲ - ۴x + ۵$، یک تابع یک به یک به دست آورده و دامنه و برد f و وارون آن‌را بنویسید و این دو تابع را رسم کنید.

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۱۸۸ از نمودار تابع f برای تکمیل جدول استفاده کنید.

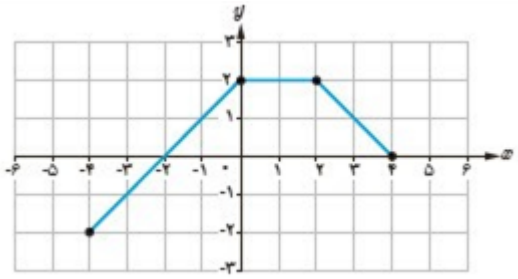


x	-۴	-۲	۲	۳
$f^{-۱}(x)$	...	...	...	...

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۸۹	توابع زیر یک به یک نیستند. با محدود کردن دامنه‌ی آن‌ها توابعی یک به یک بسازید و ضابطه‌ی وارون آن‌ها را به دست آورید. الف) $f(x)=\|x\|$ ب) $g(x)=-x^{۲}$ پ) $h(x)=x^{۲}+۴x+۳$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۱۹۰	رابطه‌ی بین درجه‌ی سانتی‌گراد و فارنهایت که برای اندازه‌گیری دما استفاده می‌شوند به صورت $f(x)=\frac{۹}{۵}x+۳۲$ است که در آن x میزان درجه‌ی سانتی‌گراد و $f(x)$ میزان درجه ی فارنهایت است. $f^{-۱}(x)$ را به دست آورده و توضیح دهید چه چیزی را نشان می‌دهد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۱۹۱	در مورد هریک از قسمت‌های زیر نشان دهید که f و g وارون یک‌دیگرند. الف) $f(x)=\frac{-۷}{۲}x-۳\ ,g(x)=-\frac{۲x+۶}{۷}$ ب) $f(x)=-\sqrt{x-۸}\ \ ,g(x)=۸+x^{۲}\ ;x\le ۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۱۹۲	ضابطه‌ی تابع وارون توابع یک به یک زیر را به دست آورید. الف) $f(x)=\frac{-۸x+۳}{۲}$ ب) $g(x)=-۵-\sqrt{۳x-۱}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۱۹۳	با استفاده از نمودار تابع f، نمودار خواسته شده را رسم کنید.  الف) $y=\frac{۱}{۲}f(۲x)-۱$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۱۹۴	نمودار توابع $y=-\operatorname{Sin}۲x-۱$ و $y=۲\operatorname{Sin}\left(\frac{-۱}{۳}x\right)$ را به کمک نمودار تابع $y=\operatorname{Sin}x$ در بازه‌ی $[-\pi,\pi]$ رسم کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	

Telegram: @konkur_in

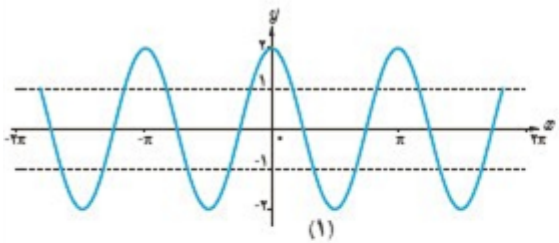
www.konkur.in

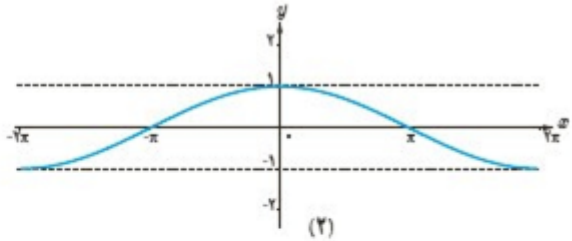
۱۹۵

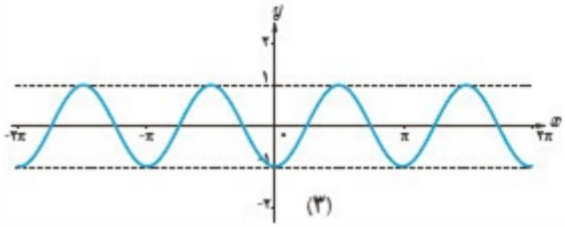
با استفاده از نمودار $y = \text{Cos}\, x$، نمودار توابع زیر رسم شده است، ضابطه هر نمودار را مشخص کنید.

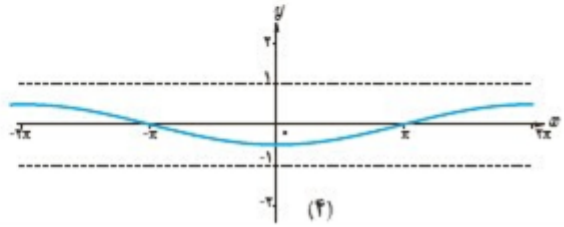
الف) $y = -\frac{۱}{۲}\text{Cos}\left(-\frac{۱}{۲}x\right)$ ب) $y = ۲\ \text{Cos}\ ۲x$

پ) $y = \text{Cos}\left(\frac{۱}{۲}x\right)$ ت) $y = -\ \text{Cos}\ ۲x$









مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۱۹۶

با توجه به ضابطه‌های توابع f و g، معادلات موردنظر را تشکیل داده و آن‌ها را حل کنید.

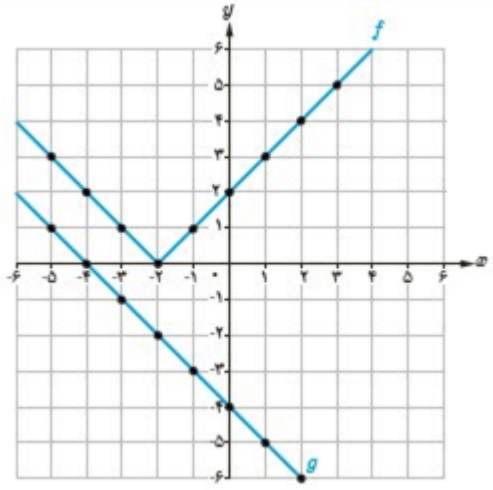
الف) $f(x) = ۲x - ۵\ ,\ g(x) = x^{۲} - ۳x + ۸ : (\text{fog})(x) = ۷$

ب) $f(x) = ۳x^{۲} + x - ۱\ ,\ g(x) = ۱ - ۲x : (\text{gof})(x) = -۵$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۱۹۷

با توجه به نمودارهای توابع f و g، مقادیر زیر را در صورت وجود بیابید.



الف) $(\text{fog})(-۱)$

ب) $(\text{gof})(۰)$

پ) $(\text{fog})(۱)$

ت) $(\text{gof})(-۱)$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۱۹۸

هریک از توابع زیر را به صورت ترکیب دو تابع بنویسید. آیا جواب منحصر به فرد است؟

الف) $h(x) = \sqrt{x^{۲} + ۱}$

ب) $l(x) = \sqrt{x^{۲} + ۵}$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

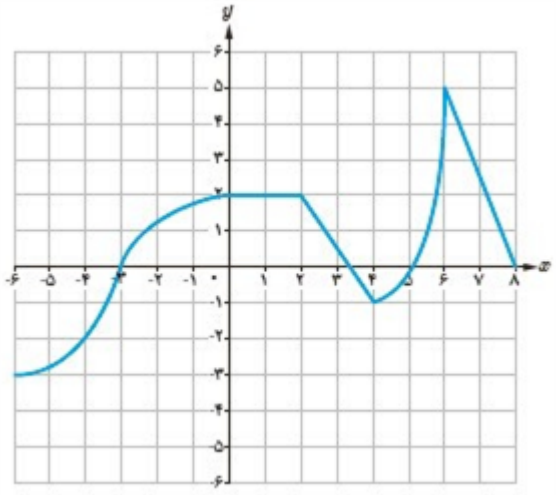
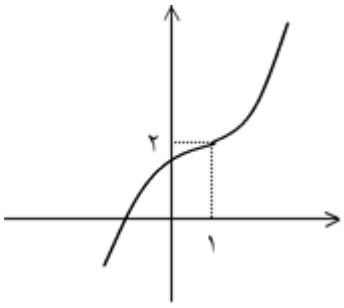
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۹۹	تابع $h(x)=(۳x^۲-۴x+۱)^۵$ ترکیب کدام دو تابع زیر است؟ الف) $f(x)=\sqrt[۵]{x}\ ;g(x)=۳x^۲-۴x+۱$ ب) $k(x)=x^۵\ ;l(x)=۳x^۲-۴x+۱$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۲۰۰	الناز می‌خواهد از فروشگاه بهار یک لپ‌تاپ با قیمت بیش از دو میلیون تومان خریداری نماید. این فروشگاه در ماه رمضان مسابقه‌ای برگزار کرده و به برندگان کارت تخفیف ۲۰ درصدی داده است و الناز نیز در این مسابقه برنده شده است. هم‌چنین این فروشگاه روزهای پنج‌شنبه با مشتریان خود در خریدهای بیش از یک و نیم میلیون تومان، ۲۰۰ هزار تومان تخفیف نقدی می‌دهد. با استفاده از تابع مرکب نشان دهید کدام‌یک از حالت‌های الف یا ب به نفع الناز است؟ الف) اول کار تخفیف ۲۰ درصدی و بعد تخفیف نقدی را استفاده کند. ب) اول تخفیف نقدی را استفاده کند و بعد کارت تخفیف را ارائه دهد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۲۰۱	اگر $f(g(x))=۳x^۲-۶x+۱۴$ و $f(x)=۳x-۴$، ضابطه‌ی تابع $g(x)$ را به دست آورید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۲۰۲	در هر قسمت وارد خواسته شده را در صورت امکان به دست آورید. الف) $f(x)=x^۲-۵\ ;g(x)=\sqrt{x+۶}\ :D_{\text{fog}},(\text{fog})(x)$ ب) $f(x)=\sqrt{۳-۲x}\ ;g(x)=\frac{۶}{۳x-۵}\ :D_{\text{fog}},(\text{fog})(x)$ پ) $f(x)=\sqrt{x+۲}\ ;g(x)=\sqrt{x^۲-۱۶}\ :D_{\text{gof}},(\text{gof})(x)$ ت) $f(x)=\text{Sin}\,x\ ;g(x)=\sqrt{x}\ :D_{\text{gof}},(\text{gof})(x)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۲۰۳	اگر $f=\{(۷,۸),(۵,۳),(۹,۸),(۱۱,۴)\}$ و $g=\{(۵,۷),(۳,۵),(۷,۹),(۹,۱۱)\}$، توابع fog و gof را به دست آورید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۲۰۴	نمودار تابعی را رسم کنید که در هریک از بازه‌های $(-\infty,۰)$ و $(۰,+\infty)$ اکیداً صعودی باشد ولی در R اکیداً صعودی نباشد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۲۰۵	تابعی مثال بزنید که در دامنه‌ی خود اکیداً صعودی و تابعی مثال بزنید که در دامنه‌ی خود اکیداً نزولی باشد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۲۰۶	تابع نمایی $y=۲^x-۲$ و تابع لگاریتمی $y=-\text{Log}_{۲}^{x}+۲$ را رسم کنید و در مورد یکنوایی آن‌ها در کلاس بحث کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	

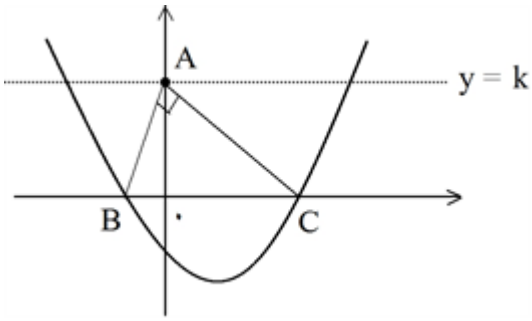
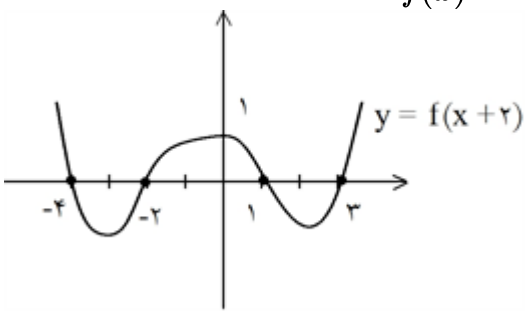
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۰۷	با استفاده از نمودار تابع زیر مشخص کنید این تابع در چه بازه‌هایی صعودی، نزولی یا ثابت است؟  مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۲۰۸	نمودار تابع زیر را رسم کنید و بازه‌هایی را که در آن‌ها تابع صعودی، نزولی یا ثابت است، مشخص کنید. $f(x)=\begin{cases} -۲x-۳ & x<-۴ \\ ۳ & -۴\le x<۲ \\ ۳x-۲ & x\ge ۲ \end{cases}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۲۰۹	نمودار توابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن‌ها را مشخص نمایید. الف) $y=(x-۱)^۳-۱$ ب) $y=(x+۲)^۳-۲$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۲۱۰	اگر $f(x+۵)=x^۲-۳x$ باشد، $f(x)$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-یازدهم	
۲۱۱	اگر تابع $f=\{(۱,۱),(۳,۶),(\sqrt{۲},m^۲-۲),(۱۰,۲۰)\}$ باشد و f تابعی اکیداً صعودی باشد حدود m را بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۲۱۲	اگر نمودار تابع $y=(x+a)(x^۲+\mathrm{bx}+c)$ به صورت زیر باشد $a\times b+c$ را بیابید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۲۱۳	اگر f یک تابع اکیداً نزولی با دامنه R باشد و $f(۳)=۰$ باشد دامنه‌ی تابع $y=\sqrt{x\times f(x)}$ را بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	

Telegram: @konkur_in

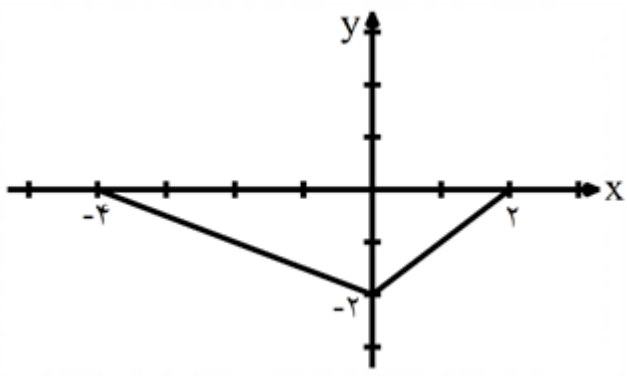
www.konkur.in

۲۱۴	اگر تابع $f(x) = x^۲ - mx + ۳$ در بازه‌ی $[۱, +\infty)$ اکیداً صعودی باشد حدود m را بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۲۱۵	خط $y = k$ و $k > ۰$ نمودار تابع $y = x^۲ - ۲x - ۳$ را در ۲ نقطه قطع می‌کند. مقدار k را چنان بیابید که زاویه‌ی $B\hat{A}C$ قائمه باشد.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۲۱۶	اگر نمودار تابع $y = f(x + ۲)$ در شکل زیر رسم شده باشد، دامنه‌ی تابع $g(x) = \frac{۱}{f(x)}$ را بیابید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۲۱۷	اگر $f(x) = ۲x + k$ و $\text{fofof}(x) = ۸x - ۱۵$ باشند مقدار $f^{-۱}(-۱)$ را بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -یازدهم	
۲۱۸	اگر f تابعی یک به یک باشد و $\text{fof}(x) = \frac{۵f(x) + ۱}{f(x) - ۴}$ باشد، $f^{-۱}(۶)$ را بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -یازدهم	
۲۱۹	تابع $f(x) = x^۲ - ۴x$ با دامنه‌ی $[m, +\infty)$ یک به یک است. حداقل مقدار m چه‌قدر است؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -یازدهم	
۲۲۰	اگر $f(x) = ۳ \times \text{Log}_{۲}^{(x - ۳)} + ۵$، ضابطه‌ی تابع $f^{-۱}(x)$ را بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -یازدهم	
۲۲۱	حدود m را چنان بیابید که نمودار تابع نمایی $f(x) = \left(\frac{۳m - ۱}{m}\right)^x$ نزولی باشد. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۲۲ فرض کنید نمودار تابع $y = f\left(-\frac{۱}{۲}x\right)$ به صورت زیر باشد نمودار تابع $y = ۳f(-۲x)$ را رسم کنید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -یازدهم

۲۲۳ اگر $f(x) = (x^۳ - ۶x^۲ + ۱۲x)^۲ - ۵$ باشد: $f(\sqrt[۳]{۶} + ۲) = ?$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم

۲۲۴ اگر f یک تابع خطی و $f^{-۱}(۱) = ۰$ و $f(۲) = ۵$ باشند ضابطه‌ی این تابع را بیابید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -یازدهم

۲۲۵ اگر $f(\sqrt{x}) = x + \sqrt{x}$ باشد: $f(۲) + f(۱) = ?$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -یازدهم

۲۲۶ اگر $f(x) = \begin{cases} -۱ & x > ۰ \\ ۲ & x \leq ۰ \end{cases}$ باشد مقدار $\underbrace{f(f(f \ldots f(-۲)\ldots))}_{\text{۲۰ بار}} = ?$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -یازدهم

۲۲۷ به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

الف) تابع روبه‌رو را رسم کنید. $f(x) = \begin{cases} x + ۲ & ; x \geq ۱ \\ ۱ & ; -۲ < x < ۱ \\ -۲x - ۵ & ; x \leq -۲ \end{cases}$

ب) بازه‌هایی که در آن‌ها تابع صعودی، نزولی یا ثابت است را مشخص کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم

۲۲۸ تابع $f(x) = ۲x - ۱$ را درنظر بگیرید.

الف) دامنه تابع $f(۲x)$ را مشخص کنید. (در صورتی‌که دامنه $f(x)$ را $[-۲, ۷]$ درنظر بگیریم.)

ب) نمودار تابع $f\left(-\frac{x}{۲}\right)$ را رسم کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم

۲۲۹ اگر $f = \{(۱, ۲), (۳, ۷), (۴, ۹)\}$ و $g = \{(-۱, ۱), (۵, ۳), (۷, ۴)\}$ دو تابع باشند.

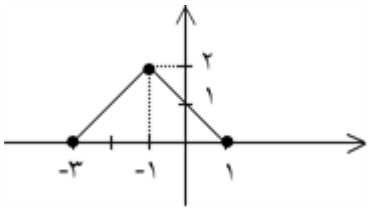
الف) تابع fog را به صورت زوج‌های مرتب مشخص کنید.

ب) مقدار $(gof)(۳)$ را بیابید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۳۰	علی می‌خواهد یک دوچرخه با قیمت بیش از ۴ میلیون از فروشگاهی بخرد. این فروشگاه به مناسبت فرارسیدن سال نو در خریدهای بیش از ۴ میلیون، ۲۰۰ هزار تومان تخفیف نقدی می‌دهد. هم‌چنین علی یک کارت تخفیف ۲۰ درصدی نیز برای خرید دارد. با استفاده از تابع مرکب مشخص کنید کدام‌یک از راه‌های زیر به نفع علی است؟ الف) اول از کارت تخفیف ۲۰ درصدی و بعد تخفیف نقدی استفاده کند. ب) اول از تخفیف نقدی و بعد کارت تخفیف استفاده کند. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۲۳۱	ثابت کنید توابع $f(x)=۳x-۱$ و $g(x)=\frac{x+۱}{۳}$ وارون یک‌دیگرند. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۲۳۲	نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $y=f(۲x-۱)$ را رسم کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۲۳۳	با رسم نمودار یکنوایی تابع زیر را بررسی کنید. $f(x)=\begin{cases} -x^{۲} & x\geq ۰ \\ -x+۲ & x<۰ \end{cases}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۲۳۴	با رسم نمودار یکنوایی تابع را بررسی کنید. $f(x)=\begin{cases} x^{۲}+۱ & x\geq ۰ \\ -۲ & x<۰ \end{cases}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۲۳۵	با رسم نمودار یکنوایی تابع را بررسی کنید. $f(x)=\begin{cases} x^{۲} & x>۰ \\ x-۱ & x\leq ۰ \end{cases}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۲۳۶	با رسم نمودار یکنوایی تابع را بررسی کنید. $f(x)=\begin{cases} x^{۲} & x\geq ۲ \\ ۲ & -۱<x<۲ \\ x+۱ & x\leq -۱ \end{cases}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۲۳۷	نمودار $y=-x^{۳}+۱$ را به کمک انتقال رسم کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۲۳۸	نمودار $y=x^{۳}-۳x^{۲}+۳x+۱$ را به کمک انتقال رسم کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۳۹	نمودار $y = x^۳ + ۳x^۲ + ۳x + ۲$ را به کمک انتقال رسم کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۲۴۰	نمودار $y = x^۳ - ۱$ را به کمک انتقال رسم کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۲۴۱	اگر $f(x) = x^۲ - ۱۱x + ۳۰$ و $g(x) = ۲x^۲ + ۷x + ۱۱$ باشد، تمام ریشه‌های معادله‌ی $\text{fog}(x) = ۰$ را بنویسید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -یازدهم	
۲۴۲	اگر $g(x) = x^۳ + x^۲ - x - ۱$ و $f(x) = ۳x^۲ + x - ۳$، آن‌گاه $\text{gof}(x) = ۰$ چند ریشه دارد؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -یازدهم	
۲۴۳	اگر $f(x) = x^۲ + ۴x + ۳$ و $g(x) = x^۲ + ۷x + ۹$، آن‌گاه تمام ریشه‌های حقیقی معادله $\text{fog}(x) = ۰$ را بنویسید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -یازدهم	
۲۴۴	تابع $y = f(x)$ با دامنه $[-۲, ۱]$ و برد $[-۳, ۴]$ را درنظر بگیرید: دامنه تابع $g(x) = -۳f(۲x + ۱)$ برابر ..... و برد آن برابر ..... است. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۴۵	یک به یک بودن تابع $f(x) = \frac{۱}{۳ - x}$ را بررسی کنید و سپس ضابطه تابع وارون آن‌را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۴۶	وارون تابع $f(x) = \frac{x}{۳x - ۲}$ را بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۴۷	نمودار تابع $f(x) = (x - ۱)^۲ - ۲$ را رسم کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۴۸	با استفاده از نمودار $f(x) = \|x\|$ نمودار تابع $y = ۱ - \|x - ۲\|$ را رسم کنید و سپس دامنه و برد آن را مشخص کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۴۹	اگر تابع خطی f از نقاط $(۱, ۲)$ و $(۵, ۴)$ عبور کند، ضابطه‌ی تابع وارون آن‌را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۵۰	اگر f یک تابع خطی گذرنده از مبدأ با شیب ۵ باشد $f^{-۱}(۲۰)$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۵۱ اگر $f(x)=۲x-۶$ و $g(x)=۵+۲x$ باشد، دامنه $h(x)=\sqrt{f^{-۱}(x)}+\frac{۳x-۱}{g^{-۱}(x)}$ را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

۲۵۲ اگر $f(x)=۳۵-۷x$ باشد، دامنه $h(x)=\frac{۱}{f^{-۱}(x)}$ را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

۲۵۳ اگر $f(x)=۸-۲x$ باشد، دامنه‌ی $h(x)=\sqrt{\frac{۲x+۱}{f^{-۱}(x)}}$ را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

۲۵۴ اگر $f(x)=۶-۲x$ باشد، دامنه $h(x)=\frac{۱}{f^{-۱}(x)}$ را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

۲۵۵ اگر $f=\{(۲,m^۲+۳m),(۵,۱۰),(۲,۴),(۵m,۱۱),(-۴,۵)\}$ تابعی یک به یک و $g(x)=\left[\frac{۷x}{۳}\right]$ باشد، مقدار $(f+g)(m)$ را حساب کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

۲۵۶ جاهای خالی را پر کنید.

تابع	$f(x)=۳x+۵$	$g(x)=x^۲-۵$
دامنه تابع		$[-۲,۵]$
برد تابع	$[۲,۸]$	

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

۲۵۷ ضابطه‌ی وارون هریک از توابع با ضابطه‌های زیر را بیابید.

الف) $f(x)=۱-۷x$ ب) $g(x)=\frac{۲}{۳}x-۳$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

۲۵۸ جاهای خالی را پر کنید.

تابع	$f(x)=۲x+۱$	$g(x)=x^۲+۱$	$h(x)=۱-۷x$
دامنه تابع	$[-۱,۲]$	$[-۲,۴]$	
برد تابع			$[-۷,۱]$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۵۹ جاهای خالی را پر کنید.

تابع	$f(x)=3x$	$g(x)=2x-1$	$h(x)=x^2$	$t(x)=5-x$
دامنه تابع	$[-1,3]$		$[-1,3]$	$[-2,4]$
برد تابع		$[-1,7]$		

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم

۲۶۰ یک موشک با سرعت اولیه ۲۱۶ متر بر ثانیه از زمین به فضا پرتاب می‌شود. ارتفاع این موشک (h) در زمان t، از رابطه‌ی $h(t)=-18t^2+216t$ به دست می‌آید. ارتفاع ماکزیمم آن و هم‌چنین زمانی را که موشک به زمین برخورد می‌کند به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

۲۶۱ اگر از دامنه‌ی تابع درجه دو $f(x)=ax^2+bx+6$ نقطه‌ی $x=2$ را حذف کنیم از برد آن $y=2$ حذف می‌شود. a,b را حساب کنید.$(a\neq 0)$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم

۲۶۲ اگر $g(x)=x^2+x-30$ و $f(x)=3x^2+16x+10$، آن‌گاه همه‌ی ریشه‌های حقیقی $\text{gof}(x)=0$ را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

۲۶۳ اگر $f(x)=x^2+5x+1$، مقادیر زیر را حساب کنید.

الف) $f(5)$ ب) $f(t-1)$ پ) $f(4)$ ت) $f(\sqrt{2}-1)$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

۲۶۴ در بازه (a,b) مقادیر تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\frac{1}{4}x^2-\frac{9}{4}x+3$ کم‌تر از ۱ می‌باشد، بیش‌ترین مقدار $b-a$ را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

۲۶۵ اگر خط $y=x+2k+2$ سهمی $y=3kx^2-5x+k+1$ را قطع نکند، مقادیر ممکن برای k را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم

۲۶۶ m را طوری تعیین کنید که خط $y=-2x+m-3$ بر سهمی $y=(m-1)x^2+4x+3m-2$ در یک نقطه مماس باشد.

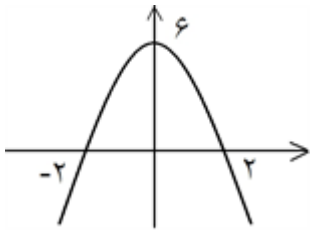
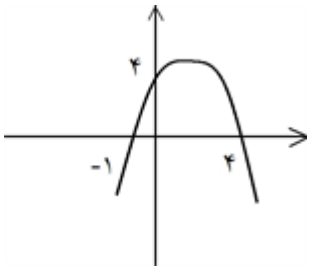
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم

۲۶۷ m را طوری تعیین کنید که خط $y=-2mx-7$ در یک نقطه بر سهمی $y=(m+2)x^2-4mx-6$ مماس باشد.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم

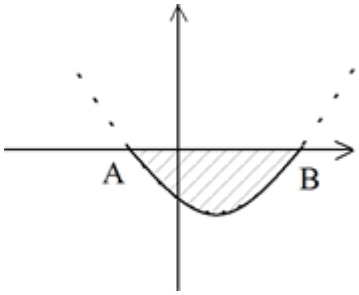
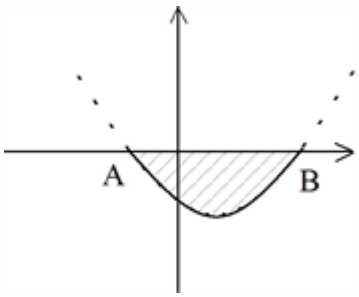
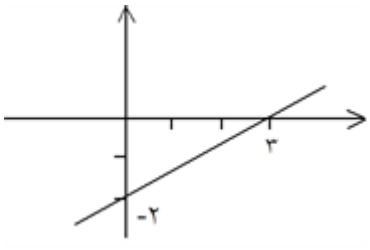
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۶۸	معادله سهمی زیر را بنویسید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۶۹	در یک تابع خطی اگر $f(۱) = ۵$ و $f^{-۱}(۹) = ۳$ باشد، $f^{-۱}(۱۳)$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۷۰	اگر $f(x) + f^{-۱}(۶) = ۲x + ۱۰$ باشد، مقدار $\frac{۱ + f(۱)}{۲ - f^{-۱}(۰)}$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۷۱	فاصله نقطه $A(۱, ۲)$ تا وارون تابع $f(x) = ۲x - ۷$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۷۲	فاصله خط $۲y - x = ۱$ تا وارون تابع $f(x) = ۲x + ۵$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۷۳	شکل زیر سهمی $y = ax^۲ + bx + c$ را نشان می‌دهد. ریشه‌های معادله $ax^۲ + bx + c = ۴ - ۳x$ را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۷۴	بزرگ‌ترین بازه‌ای که سهمی $y = ۲x^۲ - ۴x + ۱$ پایین‌تر از سهمی $y = x^۲ + ۴x - ۶$ باشد را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	

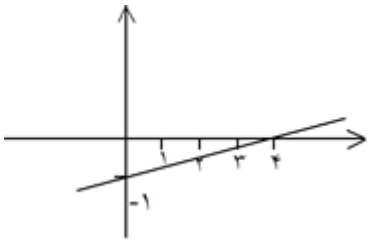
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۷۵	شکل نمای جانبی عدسی از منحنی سهمی به معادله‌ی $y = x^{۲} - ۲x - ۸$ و مطابق شکل زیر مدل‌سازی می‌شود. الف) مختصات نقاط انتهای عدسی A و B را به دست آورید. ب) اگر x برحسب سانتی‌متر باشد طول AB را به دست آورید. پ) اگر عدسی کاملاً متقارن و y برحسب میلی‌متر باشد بیش‌ترین ضخامت آن چه‌قدر است؟  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۷۶	به ازای چه محدوده از x سهمی $y = x^{۲} - ۷x + ۶$: الف) بالاتر از محور x ها قرار دارد؟ ب) روی محور x ها قرار دارد؟ ج) پایین محور x ها قرار دارد؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۷۷	شکل نمای جانبی عدسی از منحنی سهمی به معادله‌ی $y = x^{۲} - ۴x - ۵$ مطابق شکل زیر مدل سازی می‌شود: الف) مختصات نقاط انتهای عدسی A و B را به دست آورید. ب) اگر x برحسب سانتی‌متر باشد طول AB را به دست آورید. پ) اگر عدسی کاملاً متقارن و y برحسب میلی‌متر باشد بیش‌ترین ضخامت آن چه‌قدر است؟  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۷۸	اگر $S(-۱, ۴)$ رأس سهمی $y = \mathrm{ax}^{۲} + \mathrm{bx} + ۵$ باشد، a, b را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۷۹	اگر نمودار تابع خطی f به صورت زیر باشد، حاصل $\frac{۱ + f^{-۱}(۱)}{۱ - f(-۱)}$ را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	

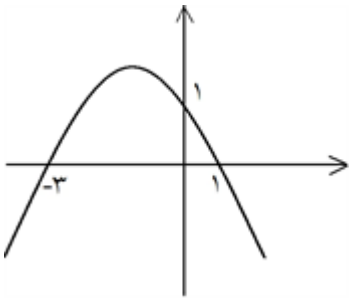
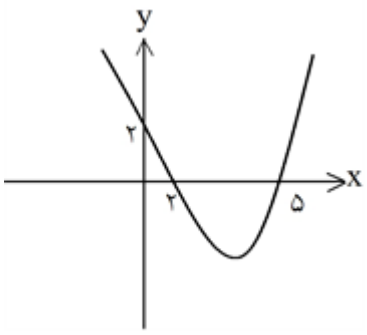
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۸۰	اگر نمودار تابع خطی f به صورت زیر باشد، حاصل $\frac{۲+f^{-۱}(۲)}{۱+f(-۱)}$ را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۸۱	ابتدا نمودار $y=\|x\|+۱$ را به کمک انتقال رسم کنید و دامنه و برد آن‌را حساب کنید. در صورتی‌که دامنه آن $[-۱,۴]$ باشد، در این صورت برد تابع را بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۲۸۲	ابتدا نمودار $y=-x^{۲}+۱$ را به کمک انتقال رسم کنید و دامنه و برد آن‌را تعیین کنید. در صورتی‌که دامنه آن $[۰,۲]$ باشد در این صورت برد تابع را بنویسید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۲۸۳	ابتدا نمودار $y=-(x+۲)^{۲}$ را به کمک انتقال رسم کنید و دامنه و برد آن‌را تعیین کنید. در صورتی‌که دامنه آن $[-۴,-۱]$ باشد در این صورت برد تابع را بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۲۸۴	حدود m را چنان بیابید که خط $y=x+۱$، سهمی $y=x^{۲}+mx+۵$ را قطع نکند. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۸۵	معادله سهمی را بیابید که در رأس سهمی به طول ۴- بر محور x ها مماس باشد و محور y ها را در نقطه $y=۸$ قطع کند. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۸۶	به ازای کدام مقادیر m ، خط $y=\sqrt{۳}x-۲m$ سهمی $y=(m-۱)x^{۲}+۲\sqrt{۳}x-m$ را قطع نمی‌کند؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۸۷	به ازای کدام مقادیر m خط $y=۵x+۶$ سهمی $y=(۲m-۱)x^{۲}+x+۳$ را قطع نمی‌کند؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۸۸	به ازای کدام مقادیر m ، خط $y=۳mx+۱$ سهمی $y=(m+۲)x^{۲}+mx+۲$ را قطع نمی‌کند؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۸۹	اگر خط $y=-۴x+m-۱$ بر سهمی $y=(m-۱)x^{۲}+۲x+۳m$ در یک نقطه مماس باشد، مقدار m را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۹۰	اگر خط $y=-x+m$ از رأس سهمی و یکی از نقاط سهمی $y=\frac{x^۲}{۲}+x+\frac{m}{۲}$ بگذرد، m را مشخص کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۹۱	حدود m را چنان بیابید که خط $y=۱-mx$، سهمی $y=x^۲-۵x+۱۰$ را قطع نکند؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۹۲	اگر $f(x)+f(۱)=۴x+۶$ باشد، $f^{-۱}(x)$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۹۳	معادله‌ی سهمی زیر را بنویسید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۹۴	معادله‌ی سهمی زیر را بنویسید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۹۵	اگر $f(x)=۲x+۵$ و $g(x)=x-۷$ باشد، دامنه‌ی $h(x)=\frac{x+۱}{f^{-۱}(x)\times g^{-۱}(x)}$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۹۶	اگر تابع خطی f دارای شیب k باشد به ازای چه مقدار k شیب تابع $f^{-۱}$ برابر $۹k$ است. $(k\neq ۰)$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۹۷	اگر f یک تابع خطی باشد و $f(۱)=۳$ و $f(۴)=۹$ باشد معادله‌ی $f^{-۱}(x)=f(x)$ را حل کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۲۹۸	اگر تابع خطی f نمودار $g(x)=x^۲-۲x+۱$ را در نقاطی به طول ۱ و۳ قطع کند، ضابطه‌ی وارون f را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	

Telegram: @konkur_in

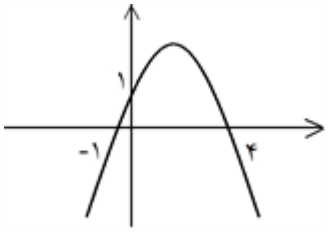
www.konkur.in

۲۹۹	اگر تابع خطی f تابع $g(x) = x^{۲} - x$ را در نقاطی به طول صفر و ۳ قطع کند، ضابطه وارون f را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۰۰	وارون تابع $f(x) = \frac{x^{۲} - x - ۶}{x - ۳}$ را رسم کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۰۱	ضابطه و دامنه‌ی وارون $f(x) = \frac{x^{۲} - ۱۳x + ۳۶}{x - ۹}$ را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۰۲	اگر $f(x) = ۲x + ۱$، دامنه‌ی $g(x) = \frac{\sqrt{f(x)}}{f^{-۱}(x)}$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۰۳	اگر $f(x) = ۳x - ۹$، دامنه‌ی $g(x) = \frac{f(x)}{f^{-۱}(۳x)}$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۰۴	اگر $f(x) = ۳x - ۷$ باشد، دامنه‌ی $g(x) = \frac{۱}{f(x)} + \frac{۱}{f^{-۱}(x)}$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۰۵	اگر $f(x) = (a - ۳)x + a - ۵$ یک به یک نباشد، نمودار $f(x)$ رارسم کنید. (دامنه تابع اعداد حقیقی است.) سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۰۶	اگر $f(x) = ۲x - ۱$ باشد و دامنه‌ی دو تابع $g(x) = \frac{۱}{f^{-۱}(x)}$ و $h(x) = \frac{x + ۷}{x^{۲} + ax + b}$ برابر باشند، a, b را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۰۷	اگر $\text{fog}(x) = x^{۲} - ۲x$ و $g(x) = x - ۱$ باشد، $f(x)$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۰۸	اگر $\text{fog}(x) = x^{۲} - ۶x + ۸$ و $f(x) = x^{۲} + ۲x$ باشد $g(x)$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۰۹	اگر $\text{fog}(x) = ۴x^{۲} - ۴x$ و $f(x) = x^{۲} + ۲x$ باشد، $g(x)$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	

Telegram: @konkur_in

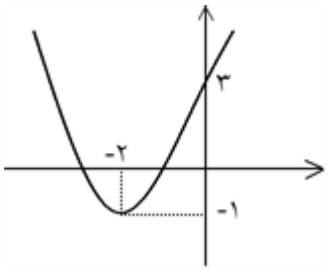
www.konkur.in

۳۱۰ معادله‌ی سهمی شکل مقابل را حساب کنید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

۳۱۱ معادله‌ی سهمی شکل مقابل را حساب کنید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

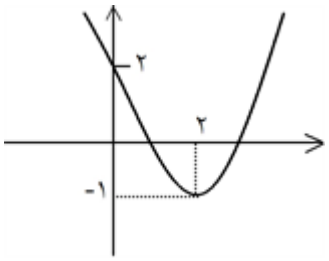
۳۱۲ اگر $f(x)+f^{-1}(2)=7x+14$ باشد، وارون تابع f را بنویسید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

۳۱۳ اگر $f(x)+f(1)=5x+7$ باشد وارون تابع f را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

۳۱۴ معادله سهمی شکل مقابل را حساب کنید.

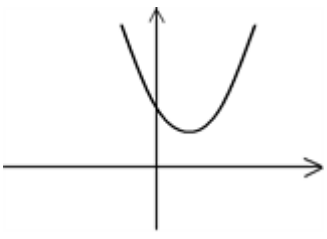


سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

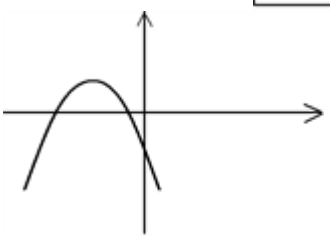
۳۱۵ جدول زیر را کامل کنید. (علامت a و b و c و Δ را مشخص کنید.)

نمودار	a	b	c	Δ	تعداد ریشه
۱					
۲					

۱)



۲)



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم

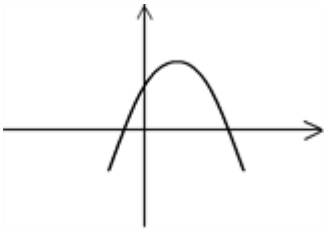
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

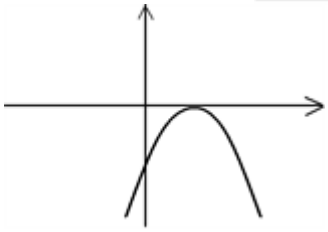
۳۱۶ جدول زیر را کامل کنید. (علامت a و b و c و Δ را مشخص کنید.)

نمودار	a	b	c	Δ	تعداد ریشه
۱					
۲					

۱)



۲)

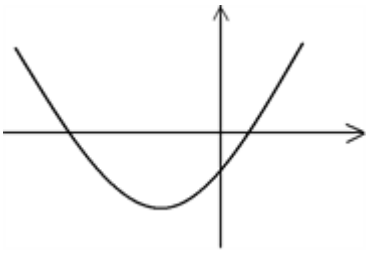


سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم

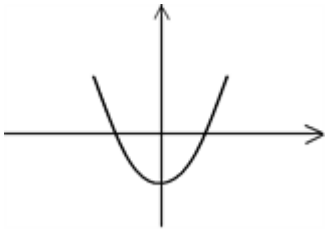
۳۱۷ جدول زیر را کامل کنید. (علامت a و b و c و Δ را مشخص کنید.)

نمودار	a	b	c	Δ	تعداد ریشه
۱					
۲					

۱)



۲)



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم

۳۱۸ اگر نقطه‌ی $A(۱,-۱)$ رأس سهمی $y = ۲x^۲ + ax + b$ باشد، این سهمی محور y ها را با چه عرضی قطع می‌کند؟

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم

۳۱۹ بررسی کنید آیا تابع $f(x) = ۱ - ۲\sqrt{x+۱}$ یک به یک است؟ در صورت مثبت بودن پاسخ، ضابطه تابع وارون را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

۳۲۰ یک به یک بودن توابع زیر را بررسی کنید.

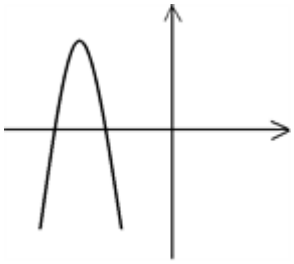
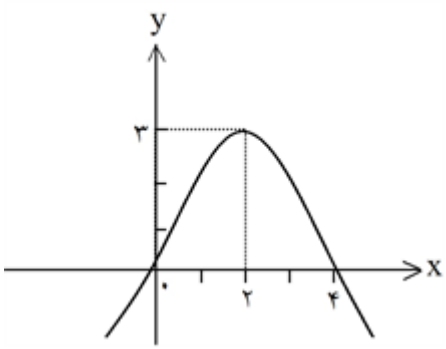
الف) $y = \sqrt{۲x - ۳}$

ب) $y = \dfrac{x+۶}{۳x-۴}$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

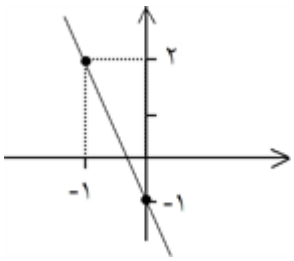
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۲۱	در شکل زیر سهمی به معادله $p(x)=ax^۲+bx+c$ داده شده است. علامت ضرایب a,b,c و نیز تعداد جواب‌های این معادله را بنویسید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۲۲	بیش‌ترین مقدار تابع $f(x)=-۲x^۲-۴x+۵$ را محاسبه کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۲۳	اگر تابع خطی f از نقاط $(۲,۱)$ و $(۴,۵)$ عبور کند، ضابطه‌ی تابع وارون آن‌را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۲۴	نمودار تابع درجه‌ی دوم f به صورت مقابل است. ضابطه‌ی آن‌را بنویسید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۲۵	نمودار تابع $f(x)=-۲x^۲+۱$ را رسم کنید و دامنه و برد آن‌را بنویسید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۲۶	وارون تابع $f(x)=\frac{۲x+۳}{۵x+۸}$ را بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۲۷	تابع $f=\{(m^۴+۲,۵),(n^۳+۱,۴)\}$ مفروض است. m و n را طوری تعیین کنید که برد وارون f ، $\{-۷,۱۸\}$ باشد. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۲۸	اگر $f=\{(-۱,۲),(۰,۳),(۴,-۱)\}$ باشد، تابع $f^{-۱}$ را بیابید و دامنه و برد آن‌را مشخص کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۲۹	اگر نقطه‌ای به طول -۱، ماکزیمم تابع $y=(۱-m)x^۲+(m^۲-۶)x+۱$ باشد، مقدار m را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	

Telegram: @konkur_in

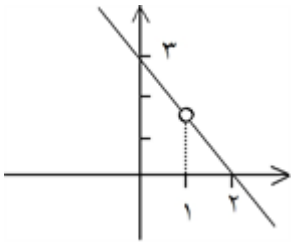
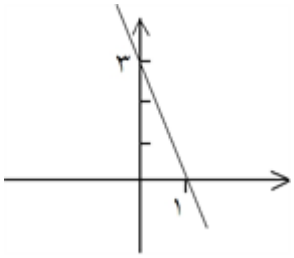
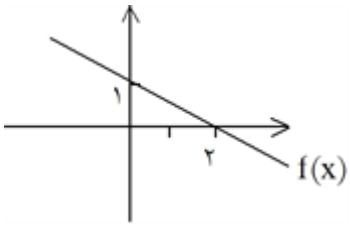
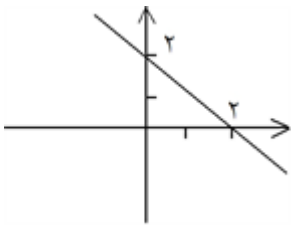
www.konkur.in

۳۳۰	وارون تابع $f(x)=\frac{x-۳}{x+۱}$ را بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۳۱	مختصات نقطه‌ی می‌نیمم سهمی $y=x^{۲}-۲x+۳$ کدام است؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۳۲	اگر f یک تابع خطی باشد و $f(x+۱)+f(x+۲)=۴x+۷$، مقدار $f^{-۱}(۳)$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۳۳	اگر f یک تابع خطی باشد و $f(x-۱)+f(x+۲)=۴x+۸$، مقدار $f^{-۱}(۵)$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۳۴	نمودار تابعی با دامنه $[۰,۲]$ و برد $[۲,۵]$ رسم کنید: الف) به شرطی که این تابع یک به یک باشد. ب) به شرطی که این تابع یک به یک نباشد. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۳۵	در جدول زیر وارون توابع را نوشته و مشخص کنید وارون کدام تابع، تابع است؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۳۶	وارون تابع $f(x)=\frac{x^{۲}-۴}{x-۲}$ را رسم کنید و همچنین دامنه و برد وارون تابع را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۳۷	وارون تابع خطی زیر را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	

$f=\{(۱,۵),(۳,۷),(۴,۹)\}$	$f^{-۱}=$
$g=\{(۱,۲),(۳,۲),(۵,۱۰)\}$	$g^{-۱}=$
$h=\{(۱,۲),(۳,۴),(۵,۲)\}$	$h^{-۱}=$

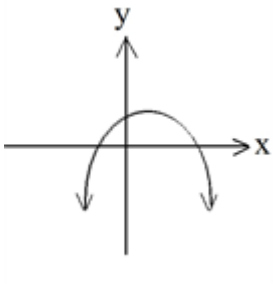
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۳۸	وارون تابع خطی $f(x)$ و همچنین دامنه و برد وارون آن‌را بنویسید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۳۹	وارون تابع خطی $f(x)$ را بنویسید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۴۰	با توجه به نمودار تابع خطی $f(x)$ ضابطه‌ی معکوس آن‌را بنویسید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۴۱	اگر یک تابع خطی از نقاط $A(۱,۲)$ و $B(۳,۷)$ بگذرد، معادله‌ی تابع معکوس آن‌را بنویسید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۴۲	با توجه به نمودار $f(x)$ ضابطه $(f^{-۱}+f)(x)$ را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۴۳	اگر $f(x)=۵-۲x$، $\left[f^{-۱}(۱۰)\right]$ را حساب کنید. ([ ] نماد جزء صحیح است.) سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۴۴	اگر $f(x)=\frac{x^۲-۲x}{x}$ باشد: الف) ضابطه‌ی $f^{-۱}$ را حساب کنید. ب) دامنه $f-f^{-۱}$ را بنویسید. ج) نمودار $f-f^{-۱}$ را رسم کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	

Telegram: @konkur_in

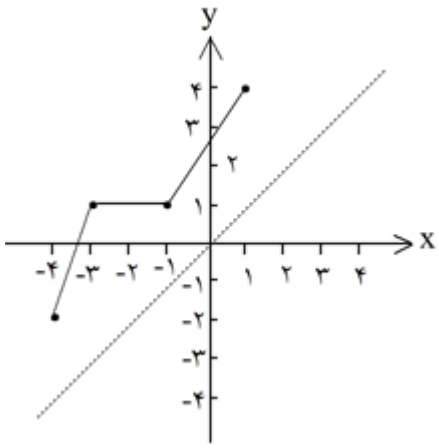
www.konkur.in

۳۴۵	اگر $f(x)=۳x+\frac{\lvert ۲x-۲\rvert}{x-۱}$ برای $x>۱$ تعریف شده باشد. ضابطه‌ای $f^{-۱}$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۴۶	نمودار تابع $f(x)=\sqrt{x-۱}$ و وارونش را رسم کنید و سپس دامنه و برد هریک را مشخص کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۴۷	اگر تابع $f(x)=(b-۳)x^۲+۴x-b+۲$ در کل اعداد حقیقی یک به یک باشد، $f^{-۱}(۳)$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۴۸	اگر تابع $f(x)=(a-۱)x^۲+۳x+۲a-۱$ در کل اعداد حقیقی یک به یک باشد، $f(۵)$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۴۹	اگر $f(x)=\frac{۲x-۱}{۳}$ باشد، آن‌گاه تابع $y=۴f^{-۱}(x)+۳f(x)$ محور x ها را با چه طولی قطع می‌کند؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۵۰	در سهمی $y=۲x^۲+ax+b$ اگر رأس سهمی $S(۱,۵)$ باشد، a و b را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۳۵۱	در سهمی $y=x^۲+ax+b$ اگر رأس سهمی $S(۲,۵)$ باشد a,b را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۳۵۲	نمودار تابع $y=-۲\sin x+۱$ را در بازه‌ی $[۰,۲\pi]$ و با استفاده از انتقال رسم کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۵۳	اگر تابع $f=\{(۱,a+۲b),(-۲,۳),(۲a-b,۳),(۱,۴),(۲,۵)\}$، تابعی یک‌به‌یک باشد، مقادیر a و b را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۳۵۴	سهمی $y=ax^۲+bx+c$، به صورت روبه‌رو است. علامت ضرایب a ، b و c را مشخص کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	

Telegram: @konkur_in

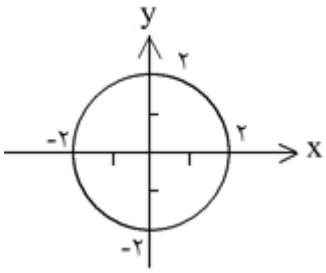
www.konkur.in

۳۵۵ نمودار وارون تابع زیر را رسم کنید. آیا نموداری که رسم می‌کنید خودش تابع است؟ آیا نمودار f یک‌به‌یک است؟



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

۳۵۶ آیا نمودار روبه‌رو، تابع است؟ چه قسمتی از دایره را انتخاب کنیم تا نمودارش یک‌به‌یک باشد؟



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

۳۵۷ دو تابع $f(x) = x - ۱$ و $g(x) = \sqrt{x + ۲}$ را درنظر بگیرید:

الف) دامنه‌ی تابع gof را بدون تشکیل $(\text{gof})(x)$ به دست آورید.

ب) ضابطه‌ی gof را به دست آورید.

پ) مقدار $\left(\frac{f}{g}\right)(۲)$ را محاسبه کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

۳۵۸ وارون‌پذیری تابع $f(x) = -|x - ۱| + ۱$ را با شرط $x \geq ۱$ بررسی کنید و در صورت وارون‌پذیر بودن، دامنه و ضابطه‌ی وارون آن‌را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

۳۵۹ نشان دهید در یک سهمی برای دو نقطه‌ی متمایز A و B اگر $y_A = y_B$ باشد آن‌گاه معادله‌ی محور تقارن برابر است با: $x = \frac{x_A + x_B}{۲}$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم

۳۶۰ جاهای خالی را پر کنید.

سهمی	محور تقارن	رأس سهمی	جهت دهانه سهمی
$y = -x^۲ + ۱۰x + ۱$			
$y = ۳x^۲ \ldots\ldots + ۱$	$x = -۱$		

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۶۱ جاهای خالی را پر کنید.

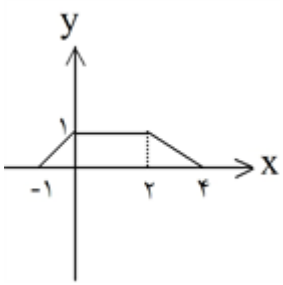
جهت دهانه سهمی	رأس سهمی	محور تقارن	سهمی
			$y = x^{۲} - ۲x + ۳$
		$x = ۳$	$y = -x^{۲} \ldots\ldots + ۱$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم

۳۶۲ سهمی به معادله‌ی $y = ax^{۲} + bx + c$، محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۲ و محور x ها را در نقاط به طول ۱- و ۲ قطع کرده است. معادله‌ی این سهمی را بنویسید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم

۳۶۳ نمودار تابع f به صورت مقابل است. نمودار تابع $y = f(x + ۱) + ۲$ را به کمک انتقال رسم کنید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم

۳۶۴ اگر $f(x) = |x|$ باشد، نمودار تابع $g(x) = ۲|x - ۱| - ۳$ را به کمک انتقال رسم کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم

۳۶۵ سهمی به معادله‌ی $y = -x^{۲} + ۴x - ۳$ را رسم کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم

۳۶۶ نمودار سهمی $y = x^{۲} + ۴x + ۴$ را رسم کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم

۳۶۷ به ازای چه مقادیری از m ، نمودار رسمی $y = x^{۲} + ۳x + m$ همواره بالای محور x هاست؟

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم

۳۶۸ رأس و محور تقارن سهمی $y = ۲(x - ۱)^{۲} + ۳$ را مشخص کنید و سپس آن‌را رسم کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم

۳۶۹ نمودار تابع $y = |\text{Log}(x + ۱)|$ را رسم کنید.

المپیاد-دوم-سمپاد

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۷۰	ابتدا ثابت کنید تابع $y = \frac{۱}{۲}(۳^{x+۱} - ۱)$ وارون‌پذیر است. سپس ضابطه‌ی وارون آن را به‌دست آورید. المپیاد-دوم-سمپاد	
۳۷۱	بدون استفاده از قلم و کاغذ نقاط ماکزیمم و یا می‌نیمم تابع مقابل را بدست آورید. $f(x) = ۴x^{۲} - ۳x$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی پایه (انسانی)	
۳۷۲	نمودار تابع زیر را رسم کنید. $f(x) = \lvert x^{۳} \rvert$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۷۳	نمودار تابع زیر را رسم کنید. $f(x) = \lvert x^{۲} - ۲ \rvert$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۷۴	نمودار تابع زیر را رسم کنید. $f(x) = \lvert x + ۱ \rvert$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۷۵	a ، b و c را طوری تعیین کنید که معکوس تابع f خودش باشد. $f(x) = \frac{x - a}{bx - c}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۷۶	اگر $f(x) = ۳x - ۴$ و $g(x) = ۴x + ۵$ ، نشان دهید: $(fog)^{-۱} = g^{-۱}of^{-۱}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۷۷	نشان دهید f تابعی صعودی اکید یا نزولی اکید است و بنابراین یک‌به‌یک، $f^{-۱}$ را بیابید و نمودارهای f و $f^{-۱}$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنید. $f(x) = \sqrt{x}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۷۸	نشان دهید f تابعی صعودی اکید یا نزولی اکید است و بنابراین یک‌به‌یک، $f^{-۱}$ را بیابید و نمودارهای f و $f^{-۱}$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنید. $f(x) = (x + ۳)^{۲}, x \leq -۳$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۷۹	نشان دهید f تابعی صعودی اکید یا نزولی اکید است و بنابراین یک‌به‌یک، $f^{-۱}$ را بیابید و نمودارهای f و $f^{-۱}$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنید. $f(x) = \frac{۱}{x}, x > ۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

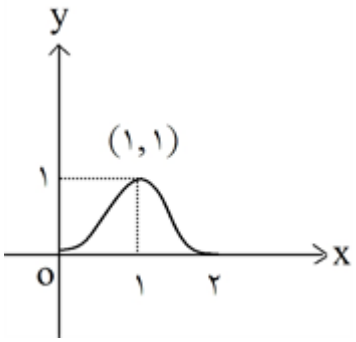
۳۸۰	نشان دهید f تابعی صعودی اکید یا نزولی اکید است و بنابراین یک‌به‌یک، f^{-1} را بیابید و نمودارهای f و f^{-1} را در یک دستگاه مختصات رسم کنید. $f(x) = (x-۲)^۲, x \geq ۲$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۸۱	نشان دهید f تابعی صعودی اکید یا نزولی اکید است و بنابراین یک‌به‌یک، f^{-1} را بیابید و نمودارهای f و f^{-1} را در یک دستگاه مختصات رسم کنید. $f(x) = (x+۱)^۳$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۸۲	نشان دهید تابع زیر یک‌به‌یک است، ضابطه‌ی معکوس این تابع را حساب کنید. $f(x) = \begin{cases} x^۲+۱ & \text{و } x \geq ۰ \\ x+۱ & \text{و } x < ۰ \end{cases}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۸۳	نشان دهید تابع زیر یک‌به‌یک است، سپس تابع معکوس آن‌ها را حساب کنید. $f(x) = (۱-۲x)^۳$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۸۴	نشان دهید تابع زیر یک‌به‌یک است، سپس تابع معکوس آن‌ها را حساب کنید. $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^۲+۱}}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۸۵	نشان دهید تابع زیر یک‌به‌یک است، سپس تابع معکوس آن‌ها را حساب کنید. $f(x) = \frac{۱-۲x}{۱+x}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۸۶	نشان دهید تابع زیر یک‌به‌یک است، سپس تابع معکوس آن‌ها را حساب کنید. $f(x) = -\sqrt{x-۱}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۸۷	نشان دهید تابع زیر یک‌به‌یک است، سپس تابع معکوس آن‌ها را حساب کنید. $f(x) = x^۲, x \leq ۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۸۸	نشان دهید تابع زیر یک‌به‌یک است، سپس تابع معکوس آن‌ها را حساب کنید. $f(x) = x-۱$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۸۹	به کمک نمودار بررسی کنید، آیا تابع زیر یک‌به‌یک است؟ $f(x) = \lvert x-۱ \rvert$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۹۰	به کمک نمودار بررسی آیا تابع زیر یک‌به‌یک است؟ $f(x) = x^{۲} - ۳$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۹۱	به کمک نمودار بررسی کنید، آیا تابع زیر یک‌به‌یک است؟ $f(x) = \sqrt{x - ۱}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۹۲	تابع‌های حقیقی $f(x) = x + ۳$ و $g(x) = ۲x^{۲} - x + ۱$ مفروض‌اند. تعیین کنید $(\text{gof})(x)$ و $(\text{fog})(x)$ را هم‌چنین a را طوری تعیین کنید که $(\text{fog})(a) = (\text{gof})(a)$. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۹۳	$f : x \to ۳x + ۲$ و $g : x \to x^{۲} + ۱$ تابع‌های حقیقی هستند. x را در هریک از حالات زیر پیدا کنید. الف- $(\text{fog})(x) = ۸۰$ ب- $(\text{gof})(x) = ۵۰$ ج- $(\text{fog})(x) = (\text{gof})(x)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۹۴	دامنه و ضابطه‌ی هر یک از توابع $f + g, f.g, \frac{g}{f}, \frac{f}{g}$, fof, gog, fog, gof را تعیین کنید. $f(x) = \sqrt{۱ - x^{۲}}\ , g(x) = x + ۲$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۹۵	دامنه و ضابطه‌ی هر یک از توابع $f + g, f.g, \frac{g}{f}, \frac{f}{g}$, fof, gog, fog, gof را تعیین کنید. $f(x) = x^{۲}\ , g(x) = \sqrt{x - ۱}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۹۶	دامنه و ضابطه‌ی هر یک از توابع $f + g, f.g, \frac{g}{f}, \frac{f}{g}$, fof, gog, fog, gof را تعیین کنید. $f(x) = x - ۱\ , g(x) = \frac{۱}{x}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	

نمودار تابع معین f با دامنه‌ی $[۰, ۲]$ و برد $[۰, ۱]$ در شکل مقابل نشان داده شده است.
(به ۱۰ سوال بعدی پاسخ دهید)



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۹۷	نمودار تابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن را پیدا کنید. $f(x) + ۲$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۹۸	نمودار تابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن را پیدا کنید. $f(x) - ۱$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۹۹	نمودار تابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن را پیدا کنید. $۲\mathrm{f}(x)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۴۰۰	نمودار تابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن را پیدا کنید. $-f(x)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۴۰۱	نمودار تابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن را پیدا کنید. $f(x + ۲)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۴۰۲	نمودار تابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن را پیدا کنید. $f(x - ۱)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۴۰۳	نمودار تابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن را پیدا کنید. $f(۲\mathrm{x})$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۴۰۴	نمودار تابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن را پیدا کنید. $f(-x)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۴۰۵	نمودار تابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن را پیدا کنید. $f\left(\frac{x}{۳}\right)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۴۰۶	نمودار تابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن را پیدا کنید. $f(-۲\mathrm{x})$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۴۰۷	نمودار تابع زیر را با استفاده از نمودار $f(x) = \sqrt{x}$ رسم کنید. $y = -\sqrt{x}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۰۸	نمودار تابع زیر را با استفاده از نمودار $f(x)=\sqrt{x}$ رسم کنید. $y=\sqrt{x}^{۲}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۴۰۹	نمودار تابع زیر را با استفاده از نمودار $f(x)=\sqrt{x}$ رسم کنید. $y=\sqrt{x-۲}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۴۱۰	نمودار تابع زیر را با استفاده از نمودار $f(x)=\sqrt{x}$ رسم کنید. $y=\sqrt{x}+۲$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۴۱۱	اگر $f(x)=\frac{۱}{x}$ باشد fof را به دست آورید و سپس $f(f(۳))$ را محاسبه نمایید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۴۱۲	اگر $f(x)=x+a$ و $g(x)=ax^{۲}+bx+c$ باشد a b و c را طوری تعیین کنید که داشته باشیم $(fog)(x)=x^{۲}-۳x+۴$. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۴۱۳	اگر $f(x)=x$ و $g(x)=(x+۱)^{۲}$ باشد $(gof)(x)-(fog)(x)$ را بیابید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۴۱۴	برای توابع f و g داده شده در زیر، تابعهای fog و gof و دامنه‌ی آن‌ها را مشخص نمایید. $f(x)=x^{۲}+۲x+۱ \quad , g(x)=\lvert x\rvert$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۴۱۵	برای توابع f و g داده شده در زیر، تابعهای fog و gof و دامنه‌ی آن‌ها را مشخص نمایید. $f(x)=\cos x \quad , g(x)=\sqrt{۱-x^{۲}}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۴۱۶	برای توابع f وg داده شده در زیر، تابعهای fog و gof و دامنه‌ی آن را مشخص نمایید. $f(x)=\frac{x}{x+۱} \quad , g(x)=۲x^{۲}-x+۱$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۴۱۷	برای توابع f و g داده شده در زیر، تابعهای fog و gof و دامنه‌ی آن‌ها را مشخص نمایید. $f(x)=x^{۲}+x \quad , g(x)=\sqrt{x+۱}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۴۱۸	برای توابع f و g داده شده در زیر، تابعهای fog و gof و دامنه‌ی آن‌ها را مشخص نمایید. $f(x)=x+۲ \quad , g(x)=x^{۲}-۳$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۱۹	دامنه‌ی تابع زیر را به دست آورده و به صورت بازه نمایش دهید. $f(x) = ۲x^{۲} - ۳x$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۴۲۰	اگر $f(x) = ax^{۲} + bx + c$ باشد، a و b و c را طوری بیابید که سهمی محور yها را در نقطه‌ای به عرض ۳ و محور xها را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع کند و از نقطه‌ی $A(۲, ۳)$ نیز بگذرد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۴۲۱	اگر $f(x) = x^{۲} - ۴$ باشد، مقادیر روبه‌رو را حساب کنید. $f(۳)\ ،\ f(۵)\ ،\ f(f(۳))$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۴۲۲	با توجه به نمودار تابع $y = \text{Cos}\, x$، نمودار تابع با ضابطه‌ی زیر را در R رسم کنید. $y = \text{Cos}\left(x + \frac{\pi}{۴}\right) + ۱$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۴۲۳	با توجه به نمودار تابع $y = \text{Cos}\, x$ نمودار تابع با ضابطه‌ی زیر را در R رسم کنید. $y = \text{Cos}\left(x + \frac{\pi}{۳}\right)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۴۲۴	با توجه به نمودار تابع $y = \text{Cos}\, x$، نمودار تابع با ضابطه‌ی زیر را در R رسم کنید. $y = \text{Cos}\left(x + \frac{\pi}{۶}\right)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۴۲۵	با توجه به نمودار تابع $y = \text{Sin}\, x$ نمودار تابع زیر را در R رسم کنید. $y = \text{Sin}\left(x + \frac{\pi}{۴}\right) + ۱$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۴۲۶	با توجه به نمودار تابع $y = \text{Sin}\, x$ نمودار تابع زیر را در R رسم کنید. $y = \text{Sin}\left(x + \frac{\pi}{۳}\right)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۴۲۷	با توجه به نمودار تابع $y = \text{Sin}\, x$، نمودار تابع زیر را در R رسم کنید. $y = \text{Sin}\left(x + \frac{\pi}{۶}\right)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۴۲۸	با استفاده از انتقال تابع، نمودار زیر را رسم کنید. $h_{۱} : R \to R$ $y = \left\lvert \frac{۱}{۲}x + ۱ \right\rvert - ۲$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	

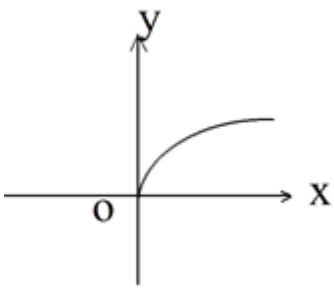
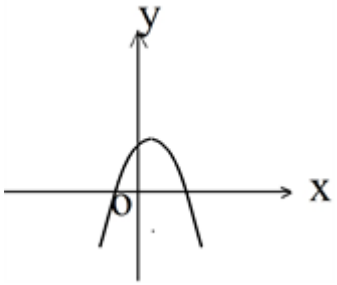
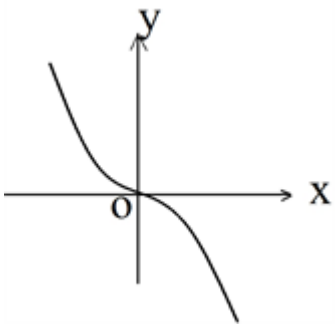
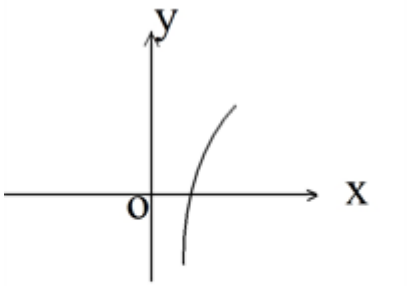
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۲۹	با استفاده از انتقال تابع، نمودار زیر را رسم کنید. $g_۱ : R \to R$ $y = \lvert ۲x - ۳ \rvert$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۴۳۰	با استفاده از انتقال تابع، نمودار زیر را رسم کنید. $f_۱ : R \to R$ $y = - \lvert x - ۲ \rvert - ۳$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۴۳۱	با استفاده از انتقال تابع، نمودار زیر را رسم کنید. $f : R \to R$ $y = - \lvert x \rvert - ۳$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۴۳۲	با استفاده از انتقال تابع، نمودار زیر را رسم کنید. $t : R \to R$ $y = - \lvert x \rvert + ۲$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۴۳۳	با استفاده از انتقال تابع، نمودار زیر را رسم کنید. $h : R \to R$ $y = - \lvert x + ۲ \rvert$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۴۳۴	با استفاده از انتقال تابع، نمودار زیر را رسم کنید. $g : R \to R$ $y = - \lvert x - ۲ \rvert$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۴۳۵	با استفاده از انتقال تابع، نمودار زیر را رسم کنید. $f : R \to R$ $y = - \lvert ۲x \rvert$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۴۳۶	اگر $f(x) = ۳x$ و $g(x) = \frac{۱}{۳}x$ ، $f(g(x))$ و $g(f(x))$ را حساب کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۴۳۷	مفروض است. مطلوب است، محاسبه‌ی: $\begin{cases} f : R \to R \\ x \mid \to x^۲ + x + ۱ \end{cases}$ تابع $f(۲), f(-x), f(۳x), f(x - ۱)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۳۸	در زیر نمودار چند تابع رسم شده است. هر کدام که دارای تابع معکوس هستند، معکوس آن‌ها را رسم کنید. ۱)  ۲)  ۳)  ۴)  مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۴۳۹	نمودار سهمی مقابل را رسم کنید. $y = ۵(x - ۲)^۲ + ۷$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال اول-عربی	
۴۴۰	نمودار سهمی مقابل را رسم کنید. $y = ۳x^۲ + ۵$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال اول-عربی	
۴۴۱	نمودار سهمی مقابل را رسم کنید. $y = ۲(x - ۳)^۲ + ۱$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال اول-عربی	
۴۴۲	نمودار سهمی مقابل را رسم کنید. $y = ۲(x - ۴)^۲$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال اول-عربی	
۴۴۳	نمودار سهمی مقابل را رسم کنید. $y = ۳x^۲$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال اول-عربی	
۴۴۴	رأس و خط تقارن سهمی مقابل را تعیین کنید. $y = x^۲ + ۲x$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال اول-عربی	
۴۴۵	رأس و خط تقارن سهمی مقابل را تعیین کنید. $y = -۲(x + ۳)^۲ + ۴$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال اول-عربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۴۶	رأس و خط تقارن سهمی مقابل را تعیین کنید. $y = ۲x^{۲} + ۵$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال اول-عربی	
۴۴۷	رأس و خط تقارن سهمی مقابل را تعیین کنید. $y = ۳(x - ۲)^{۲}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال اول-عربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخنامه تشریحی

۱ $f(x)=x$ اکیداً صعودی

$g(x)=x^{۳}$ اکیداً صعودی

$(f-g)(x)=f(x)-g(x)=x-x^{۳}=-x^{۲} \Rightarrow$ تابع حاصل اکیداً نزولی است.

۲ برای رسم از ریشه‌های درون قدرمطلق $x=-۱$ و $x=۳$ و نقاط ابتدا و انتها استفاده می‌کنیم.

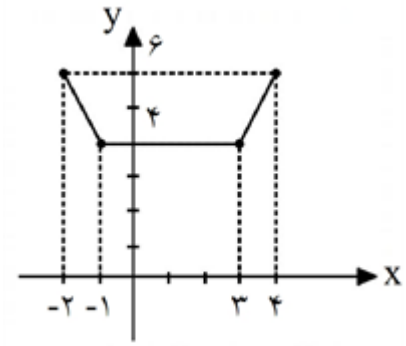
x	-۲	-۱	۳	۴
y	۶	۴	۴	۶

الف) $[-۱,۴]$: صعودی

ب) $[-۱,۳]$: هم صعودی و هم نزولی

ج) $[-۲,-۱]$: اکیداً نزولی

د) $[-۲,۴]$: نه صعودی و نزولی (غیریکنوا)



۳ ابتدا همهٔ x و y را جایگزین کرده و $f(a)=b$ را محاسبه می‌کنیم.

$A\left|\begin{matrix}-۲\\ ۰\end{matrix}\right. \Rightarrow ۰=-f(-۱-۱)+۱ \Rightarrow f(-۲)=۱$

$B\left|\begin{matrix}۰\\ ۱\end{matrix}\right. \Rightarrow ۱=-f(۰-۱)+۱ \Rightarrow f(-۱)=۰$

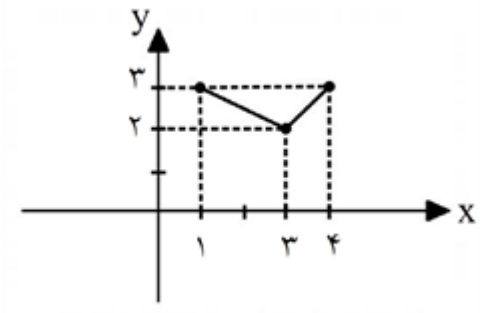
$C\left|\begin{matrix}۴\\ ۰\end{matrix}\right. \Rightarrow ۰=-f(۲-۱)+۱ \Rightarrow f(۱)=۱$

با توجه به مقادیر به‌دست آمده نقاط متناظر در تابع جدید را به‌دست آورده و سپس نمودار آن را رسم می‌کنیم.

$f(-۲)=۱ \Rightarrow ۲-x=-۲ \Rightarrow x=۴ \Rightarrow y=۱+۲=۳ \Rightarrow A'\left|\begin{matrix}۴\\ ۳\end{matrix}\right.$

$f(-۱)=۰ \Rightarrow ۲-x=-۱ \Rightarrow x=۳ \Rightarrow y=۰+۲=۲ \Rightarrow B'\left|\begin{matrix}۳\\ ۲\end{matrix}\right.$

$f(۱)=۱ \Rightarrow ۲-x=۱ \Rightarrow x=۱ \Rightarrow y=۱+۲=۳ \Rightarrow C'\left|\begin{matrix}۱\\ ۳\end{matrix}\right.$



$D=[۱,۴]$

$R=[۲,۳]$

Telegram: @konkur_in

۴ $f(x)=x$ اکیداً صعودی

$g(x)=-x+۲$ اکیداً نزولی

$(f+g)(x)=f(x)+g(x)=x-x+۲=۲ \Rightarrow$ تابع ثابت (هم صعودی و هم نزولی)

۵ ابتدا مؤلفه‌های اول را به‌ترتیب از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم و سپس رفتار y را بررسی می‌کنیم.

$f=\{(-۲,۱۰),(-۱,۷),(۰,۴),(۲,-۱),(۵,-۴)\}$

تابع اکیداً نزولی است. زیرا به ازای افزایش x ، y کاهش می‌یابد.

۶ ابتدا همهٔ x و y را جایگزین کرده و $f(a)=b$ را محاسبه می‌کنیم.

$$A\left|\begin{matrix}-۲\\-۱\end{matrix}\right. \Rightarrow -۱=۲f(-۶-۱)-۱ \Rightarrow f(-۷)=۰$$

$$B\left|\begin{matrix}-۱\\۳\end{matrix}\right. \Rightarrow ۳=۲f(-۳-۱)-۱ \Rightarrow f(-۴)=۲$$

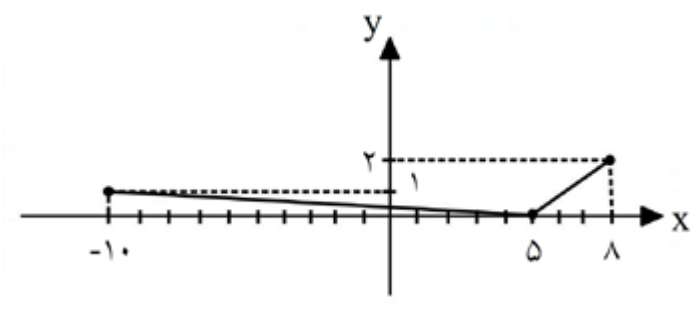
$$C\left|\begin{matrix}۴\\۱\end{matrix}\right. \Rightarrow ۱=۲f(۱۲-۱)-۱ \Rightarrow f(۱۱)=۱$$

با توجه به مقادیر به‌دست آمده نقاط متناظر در تابع جدید را به‌دست آورده و سپس نمودار آن را رسم می‌کنیم.

$$f(-۷)=۰ \Rightarrow ۱-x=-۷ \Rightarrow x=۸ \Rightarrow y=۰+۲=۲ \Rightarrow A'\left|\begin{matrix}۸\\۲\end{matrix}\right.$$

$$f(-۴)=۲ \Rightarrow ۱-x=-۴ \Rightarrow x=۵ \Rightarrow y=-۲+۲=۰ \Rightarrow B'\left|\begin{matrix}۵\\۰\end{matrix}\right.$$

$$f(۱۱)=۱ \Rightarrow ۱-x=۱۱ \Rightarrow x=-۱۰ \Rightarrow y=-۱+۲=۱ \Rightarrow C'\left|\begin{matrix}-۱۰\\۱\end{matrix}\right.$$



$D=[-۱۰,۸]$

$R=[۰,۲]$

۷ الف)

$$-۱ \leqslant ۲x-۱<۵ \xrightarrow{+۱} ۰ \leqslant ۲x<۶ \xrightarrow{\div ۲} ۰ \leqslant x<۳$$

$$\Rightarrow D_g=[۰,۳)$$

$$-۱ \leqslant f \leqslant ۳ \xrightarrow{\times(-۲)} -۶ \leqslant -۲f \leqslant ۲ \xrightarrow{+۳} -۳ \leqslant -۲f+۳ \leqslant ۵ \Rightarrow -۳ \leqslant g \leqslant ۵$$

$$\Rightarrow R_g=[-۳,۵]$$

ب)

$$A(۰,-۱) \Rightarrow f(۰)=-۱ \Rightarrow ۲x-۱=۰ \Rightarrow x=\frac{۱}{۲}$$

$$\xrightarrow{x=\frac{۱}{۲}} g\left(\frac{۱}{۲}\right)=-۲f(۰)+۳=-۲(-۱)+۳=۵ \Rightarrow A'\left(\frac{۱}{۲},۵\right)$$

Telegram: @konkur_in

۸ الف)

$$\sqrt{x-۱} \geqslant ۰ \xrightarrow{\times(-۱)} -\sqrt{x-۱} \leqslant ۰ \xrightarrow{+۲} ۲-\sqrt{x-۱} \leqslant ۲ \Rightarrow y \leqslant ۲ \Rightarrow R_f = \left(-\infty, ۲\right]$$

$$D_{\text{fof}^{-۱}} = D_{f^{-۱}} = R_f = \left(-\infty, ۲\right]$$

ب)

$$f^{-۱}(-۳) = a \Rightarrow f(a) = -۳ \Rightarrow ۲-\sqrt{a-۱} = -۳ \Rightarrow -\sqrt{a-۱} = -۵ \Rightarrow \sqrt{a-۱} = ۵$$

$$\Rightarrow a-۱ = ۲۵ \Rightarrow a = ۲۶$$

۹ الف)

$$D_{f^{-۱}\text{ of}} = D_f = \left[-۱, +\infty\right)$$

ب)

$$f^{-۱}(۳) = a \Rightarrow f(a) = ۳ \Rightarrow \sqrt{a+۱} = ۳ \Rightarrow a+۱ = ۹ \Rightarrow a = ۸$$

۱۰

$$f(x) = ۲\sqrt[۳]{x} - ۱ \Rightarrow f(g(x)) = ۲\sqrt[۳]{g(x)} - ۱$$

$$f(g(x)) = ۴x^{۲} + ۱$$

$$\Rightarrow ۲\sqrt[۳]{g(x)} - ۱ = ۴x^{۲} + ۱ \Rightarrow ۲\sqrt[۳]{g(x)} = ۴x^{۲} + ۲ \xrightarrow{\div ۲} \sqrt[۳]{g(x)} = ۲x^{۲} + ۱$$

$$\Rightarrow g(x) = (۲x^{۲} + ۱)^{۳}$$

۱۱

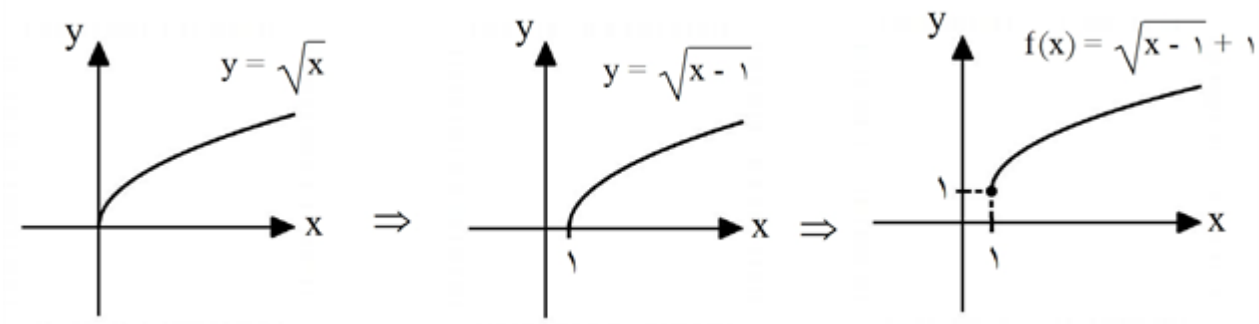
$$f(x) = ۲\sqrt{x} + ۱ \Rightarrow f(g(x)) = ۲\sqrt{g(x)} + ۱$$

$$f(g(x)) = ۶x^{۲} - ۱۱$$

$$\Rightarrow ۲\sqrt{g(x)} + ۱ = ۶x^{۲} - ۱۱ \Rightarrow ۲\sqrt{g(x)} = ۶x^{۲} - ۱۲ \xrightarrow{\div ۲} \sqrt{g(x)} = ۳x^{۲} - ۶$$

$$\Rightarrow g(x) = (۳x^{۲} - ۶)^{۲}$$

۱۲

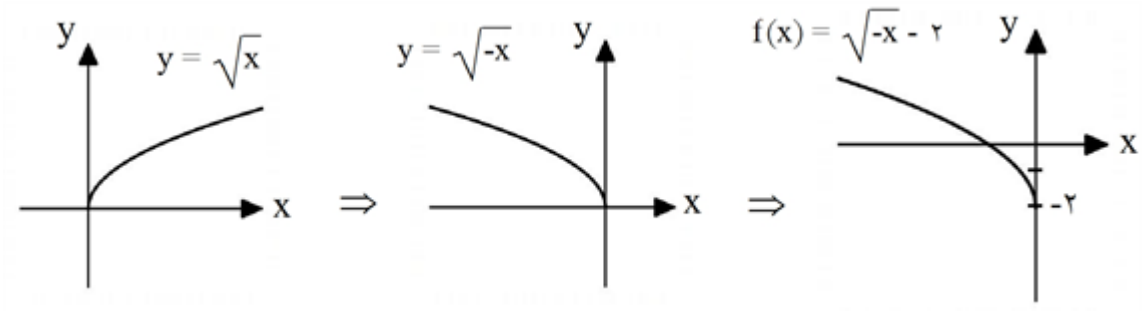


در نمودار $f(x)$ اگر خطی به موازات محور افقی رسم کنیم، این خط نمودار حاصل را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند.
بنابراین تابع $f(x)$ یک به یک است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۳



در نمودار $f(x)$ اگر خطی به موازات محور افقی رسم کنیم، این خط نمودار حاصل را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند.
بنابراین تابع $f(x)$ یک به یک است.

۱۴ تابع اکیداً صعودی است و دامنه آن $(-\infty, ۱]$ است.

$$\begin{cases} ۲a - ۹ \leqslant ۱ \Rightarrow ۲a \leqslant ۱۰ \Rightarrow a \leqslant ۵ \quad (۱) \\ -a - ۶ \leqslant ۱ \Rightarrow -a \leqslant ۷ \Rightarrow a \geqslant -۷ \quad (۲) \end{cases}$$

$$f(۲a - ۹) < f(-a - ۶) \xrightarrow{\text{اکیدا صعودی}} ۲a - ۹ < -a - ۶ \Rightarrow ۳a < ۳ \Rightarrow a < ۱ \quad (۳)$$

$$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)\cap(۳)} -۷ \leqslant a < ۱$$

۱۵ ابتدا ضابطهٔ $(\text{fog})(x)$ را به‌دست می‌آوریم و سپس بزرگ‌تر از صفر قرار می‌دهیم.

$$(\text{fog})(x) = ۱ - ۴[x]^۲ > ۰ \Rightarrow -\frac{۱}{۲} < [x] < \frac{۱}{۲}$$

$$[x] = ۰ \Rightarrow ۰ \leqslant x < ۱$$

۱۶ ابتدا ضابطهٔ $(\text{fog})(x)$ را به‌دست می‌آوریم و سپس کوچک‌تر از صفر قرار می‌دهیم.

$$(\text{fog})(x) = [x]^۲ - ۸[x] + ۱۲ < ۰ \Rightarrow ۲ < [x] < ۶$$

$$\begin{cases} [x] = ۳ \Rightarrow ۳ \leqslant x < ۴ \\ [x] = ۴ \Rightarrow ۴ \leqslant x < ۵ \Rightarrow ۳ \leqslant x < ۶ \\ [x] = ۵ \Rightarrow ۵ \leqslant x < ۶ \end{cases}$$

۱۷ $$y = (\text{fog})^{-۱}(۱) = g^{-۱}(f^{-۱}(۱)) = g^{-۱}(۲ + ۱ + ۱) = g^{-۱}(۴) = ۲(۴) + ۱ = ۹$$

۱۸ الف)

$$g = \{(۴, -۷), (a, -۳), (۱, ۰), (۷, ۴)\}$$
$$f = \{(۰, ۴), (۴, b), (۹, ۳), (۳, ۷)\}$$
$$f^{-۱} = \{(۴, ۰), (b, ۴), (۳, ۹), (۷, ۳)\}$$
$$(۲, -۷) \in \text{gof}^{-۱} \Rightarrow g(f^{-۱}(۲)) = -۷ \Rightarrow f^{-۱}(۲) = ۴ \Rightarrow b = ۲$$
$$(۴, -۳) \in \text{gof} \Rightarrow g(f(۴)) = -۳ \Rightarrow f(۴) = a \Rightarrow a = ۲$$

ب)

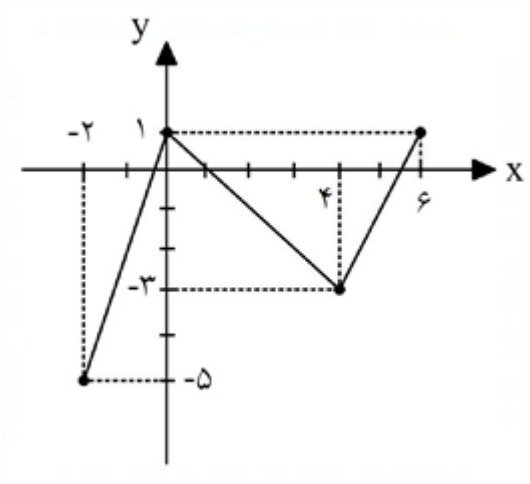
$$g^{-۱}(a + b) = g^{-۱}(۲ + ۲) = k \Rightarrow g^{-۱}(۴) = k \Rightarrow g(k) = ۴ \Rightarrow k = ۷$$

Telegram: @konkur_in

۱۹

$\frac{x}{۲}-۲$	-۱	۰	۲	۳
x	۶	۴	۰	-۲
f	۰	۲	۰	۳
$y=-۲f+۱$	۱	-۳	۱	-۵

سپس به کمک x و y نمودار حاصل را رسم می‌کنیم.



$D=[-۲,۶]$

$R=[-۵,۱]$

۲۰

$$-۱\leqslant x\leqslant ۷\xrightarrow{+۱}۰\leqslant x+۱\leqslant ۸\Rightarrow ۰\leqslant \frac{x}{۲}-۱\leqslant ۸\xrightarrow{+۱}۱\leqslant \frac{x}{۲}\leqslant ۹\xrightarrow{\times ۲}۲\leqslant x\leqslant ۱۸$$

$$\Rightarrow D=[۲,۱۸]$$

$$۰\leqslant ۲f-۱\leqslant ۴\xrightarrow{+۱}۱\leqslant ۲f\leqslant ۵\xrightarrow{\div ۲}\frac{۱}{۲}\leqslant f\leqslant \frac{۵}{۲}\xrightarrow{\times ۲}۱\leqslant ۲f\leqslant ۵\xrightarrow{+۱}۲\leqslant ۲f+۱\leqslant ۶$$

$$\Rightarrow R=[۲,۶]$$

۲۱

$$۰\leqslant \frac{x}{۲}+۱\leqslant ۱\xrightarrow{-۱}-۱\leqslant \frac{x}{۲}\leqslant ۰\xrightarrow{\times ۲}-۲\leqslant x\leqslant ۰\Rightarrow D=[-۲,۰]$$

$$-۱\leqslant f\leqslant ۷\xrightarrow{\times(-۳)}-۲۱\leqslant -۳f\leqslant ۳\xrightarrow{+۱}-۲۰\leqslant ۱-۳f\leqslant ۴\Rightarrow -۲۰\leqslant y\leqslant ۴\Rightarrow R=[-۲۰,۴]$$

۲۲ تابع اکیداً صعودی است، بنابراین داریم:

$$f(۳a^۲+۱)<f(۴a)\Rightarrow ۳a^۲+۱<۴a\Rightarrow ۳a^۲-۴a+۱<۰\Rightarrow (۳a-۱)(a-۱)<۰$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۳}<a<۱$$

۲۳ الف)

$$g(x)=۳-f(۱-x)=۳-(۲-\sqrt{-(۱-x)})=۱+\sqrt{-۱+x}$$

ب)

$$D_g:-۱+x\geqslant ۰\Rightarrow x\geqslant ۱\Rightarrow D_g=[۱,+\infty)$$

$$R_g:\sqrt{-۱+x}\geqslant ۰\xrightarrow{+۱}۱+\sqrt{-۱+x}\geqslant ۱\Rightarrow y\geqslant ۱\Rightarrow R_g=\left[۱,+\infty\right)$$

Telegram: @konkur_in

۲۴ الف)

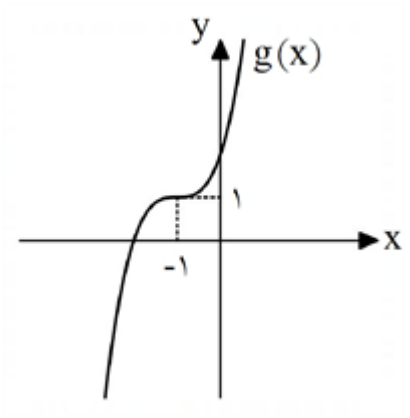
$$f(x)=x^{۳}-۱۵x^{۲}+۷۵x-۱۲۳=x^{۳}-۱۵x^{۲}+۷۵x-۱۲۵+۱۲۵-۱۲۳\Rightarrow f(x)=(x-۵)^{۳}+۲$$

$$f(x)=(x-۵)^{۳}+۲\xrightarrow{\text{واحد به چپ }۶}y=(x+۶-۵)^{۳}+۲$$

$$\xrightarrow{\text{واحد به پایین }۱}g(x)=(x+۱)^{۳}+۲-۱$$

$$\Rightarrow g(x)=(x+۱)^{۳}+۱=(x-a)^{۳}+b\Rightarrow\begin{cases}-a=۱\Rightarrow a=-۱\\ b=۱\end{cases}$$

ب)



۲۵

$$g=\{(۲,b),(۴,۵),(۱۰,۹),(b+۱,۶)\}$$

$$f=\{(-۱,۱),(a,۲),(۲,۷),(۱۱,۱)\}$$

$$f^{-۱}=\{(۱,-۱),(۲,a),(۷,۲),(۱,۱۱)\}$$

$$(۷,۱۰)\in gof^{-۱}\Rightarrow g(f^{-۱}(۷))=۱۰\Rightarrow g(۲)=۱۰\Rightarrow b=۱۰$$

$$(۴,۱۰)\in gof\Rightarrow g(f(۴))=۱۰\Rightarrow f(۴)=۲\Rightarrow a=۴$$

$$g^{-۱}(b-a)=g^{-۱}(۱۰-۴)=k\Rightarrow g^{-۱}(۶)=k\Rightarrow g(k)=۶\Rightarrow k=۱۱$$

۲۶

$$y=(fog)^{-۱}(x)=g^{-۱}(f^{-۱}(x))=x^{۳}+x+۱+۱=x^{۳}+x+۲$$

۲۷

$$f(۲x)-f(x+۱)\geqslant ۰\Rightarrow f(۲x)\geqslant f(x+۱)\xrightarrow{\text{اکیدا نزولی}}۲x\leqslant x+۱$$

بنابراین با توجه به دامنهٔ $[-۱,۴]$ داریم:

$$-۱\leqslant ۲x\leqslant x+۱\leqslant ۴$$

$$\begin{cases}۲x\geqslant -۱\Rightarrow x\geqslant -\frac{۱}{۲} & (۱)\\ ۲x\leqslant x+۱\Rightarrow x\leqslant ۱ & (۲)\\ x+۱\leqslant ۴\Rightarrow x\leqslant ۳ & (۳)\end{cases}$$

$$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)\cap(۳)}-\frac{۱}{۲}\leqslant x\leqslant ۱$$

۲۸ تابع اکیداً نزولی است و دامنه آن $[۰,+\infty)$ است.

$$\begin{cases}۲a-۱\geqslant ۰\Rightarrow a\geqslant \frac{۱}{۲} & (۱)\\ ۵-a\geqslant ۰\Rightarrow a\leqslant ۵ & (۲)\end{cases}$$

$$f(۲a-۱)<f(۵-a)\xrightarrow{\text{اکیدا نزولی}}۲a-۱>۵-a\Rightarrow ۳a>۶\Rightarrow a>۲\quad(۳)$$

$$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)\cap(۳)}۲<a\leqslant ۵$$

Telegram: @konkur_in

۲۹ $-۱ \leqslant x \leqslant ۷ \xrightarrow{\times(-۲)} -۱۴ \leqslant -۲x \leqslant ۲ \Rightarrow -۱۳ \leqslant ۱ - ۲x \leqslant ۳ \Rightarrow -۱۳ \leqslant \frac{x}{۲} + ۲ \leqslant ۳$

$\xrightarrow{-۲} -۱۵ \leqslant \frac{x}{۲} \leqslant ۱ \xrightarrow{\times ۲} -۳۰ \leqslant x \leqslant ۲ \Rightarrow D = [-۳۰, ۲]$

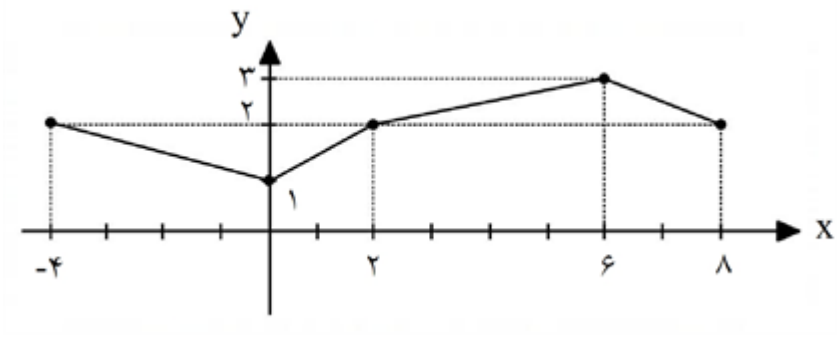
$۱ \leqslant ۱ - f \leqslant ۲ \xrightarrow{-۱} ۰ \leqslant -f \leqslant ۱ \xrightarrow{\times(-۱)} -۱ \leqslant f \leqslant ۰ \xrightarrow{\times ۳} -۳ \leqslant ۳f \leqslant ۰$

$\xrightarrow{+۲} -۱ \leqslant ۳f + ۲ \leqslant ۲ \Rightarrow R = [-۱, ۲]$

۳۰

$۱ - \frac{x}{۲}$	-۳	-۲	۰	۱	۳
x	۸	۶	۲	۰	-۴
f	۰	-۲	۰	۲	۰
$y = -\frac{۱}{۲}f + ۲$	۲	۳	۲	۱	۲

سپس به کمک x و y نمودار حاصل را رسم می‌کنیم.



$D = [-۴, ۸]$

$R = [۱, ۳]$

۳۱ نمودار $y = -x^۳$ دو واحد به سمت چپ منتقل شده است، بنابراین $a = -۲$ می‌باشد.

$f(x) = ۲b + ۱ - (x + ۲)^۳$

تابع از مبدأ می‌گذرد، در نتیجه داریم:

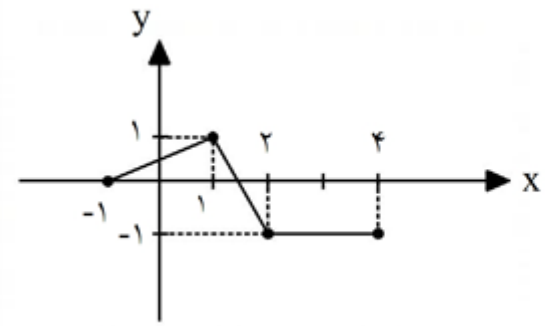
$o(۰, ۰) \Rightarrow ۰ = ۲b + ۱ - (۰ + ۲)^۳ \Rightarrow ۲b - ۷ = ۰ \Rightarrow b = \frac{۷}{۲}$

Telegram: @konkur_in

۳۲

۲ - x	-۲	۰	۱	۳
x	۴	۲	۱	-۱
f	۲	۲	۰	۱
y = -f + ۱	-۱	-۱	۱	۰

سپس به کمک x و y نمودار حاصل را رسم می‌کنیم.



$D = [-۱ , ۴]$

$R = [-۱ , ۱]$

۳۳

$$-۱ \leqslant x + ۴ \leqslant ۴ \xrightarrow{-۴} -۵ \leqslant x \leqslant ۰ \Rightarrow D = [-۵, ۰]$$

$$۰ \leqslant f \leqslant ۷ \xrightarrow{\times(-۲)} -۱۴ \leqslant -۲f \leqslant ۰ \xrightarrow{+۱} -۱۳ \leqslant ۱ - ۲f \leqslant ۱ \Rightarrow -۱۳ \leqslant y \leqslant ۱$$

$$R = [-۱۳, ۱]$$

۳۴ تابع اکیداً نزولی است و دامنهٔ آن $[۰, +\infty)$ است.

$$\begin{cases} a - ۲ \geqslant ۰ \Rightarrow a \geqslant ۲ & (۱) \\ ۱۰ - a \geqslant ۰ \Rightarrow a \leqslant ۱۰ & (۲) \end{cases}$$

$$f(a-۲) < f(۱۰-a) \xrightarrow{\text{اکیدا نزولی}} a - ۲ > ۱۰ - a \Rightarrow ۲a > ۱۲ \Rightarrow a > ۶ \quad (۳)$$

$$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)\cap(۳)} ۶ < a \leqslant ۱۰$$

۳۵

$$y = (fog)^{-۱}(۲) = g^{-۱}(f^{-۱}(۲)) = g^{-۱}(۸ + ۲ + ۱) = g^{-۱}(۱۱) = ۱۱ + \sqrt{۱۱ + ۵} = ۱۱ + ۴ = ۱۵$$

۳۶ تابع اکیداً نزولی است، بنابراین داریم:

$$f(a^۲ - ۵۶) > f(a) \Rightarrow a^۲ - ۵۶ < a \Rightarrow a^۲ - a - ۵۶ < ۰ \Rightarrow (a-۸)(a+۷) < ۰$$

$$\Rightarrow -۷ < a < ۸$$

۳۷ نمودار $y = ۲x^۳$ دو واحد به سمت راست منتقل شده است. بنابراین $a = ۲$ می‌باشد.

$$f(x) = ۲(x-۲)^۳ - b + ۱$$

تابع از مبدأ می‌گذرد، در نتیجه داریم:

$$o(۰,۰) \Rightarrow ۰ = ۲(۰-۲)^۳ - b + ۱ \Rightarrow -۱۶ - b + ۱ = ۰ \Rightarrow b = -۱۵$$

Telegram: @konkur_in

۳۸ الف)

$$g = \{(a\,,\,۱), (۷, ۱۱), (۳, b), (۵, ۱۲)\}$$

$f = \{(۱, ۲), (۳, ۵), (۵, ۱۰), (۷, ۱)\}$

$f^{-۱} = \{(۲, ۱), (۵, ۳), (۱۰, ۵), (۱, ۷)\}$

$(۵, ۷) \in gof^{-۱} \Rightarrow g(f^{-۱}(۵)) = ۷ \Rightarrow g(۳) = ۷ \Rightarrow b = ۷$

$(۴, ۲) \in fog \Rightarrow f(g(۴)) = ۲ \Rightarrow g(۴) = ۱ \Rightarrow a = ۴$

ب)

$g^{-۱}(a + b) = g^{-۱}(۴ + ۷) = k \Rightarrow g^{-۱}(۱۱) = k \Rightarrow g(k) = ۱۱ \Rightarrow k = ۷$

۳۹ دامنه تابع مثبت، بنابراین:

$$\begin{cases} ۲x + ۴ > ۰ \Rightarrow x > -۲ \quad (۱) \\ x + ۱۰ > ۰ \Rightarrow x > -۱۰ \quad (۲) \end{cases}$$

باید درون رادیکال نامنفی باشد و تابع f اکیداً نزولی است.

$f(۲x + ۴) - f(x + ۱۰) \geqslant ۰ \Rightarrow f(۲x + ۴) \geqslant f(x + ۱۰)$

$\xrightarrow{\text{اکیدا نزولی}} ۲x + ۴ \leqslant x + ۱۰ \Rightarrow x \leqslant ۶ \quad (۳)$

$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)\cap(۳)} -۲ < x \leqslant ۶ \Rightarrow D_g = \left(-۲, ۶\right]$

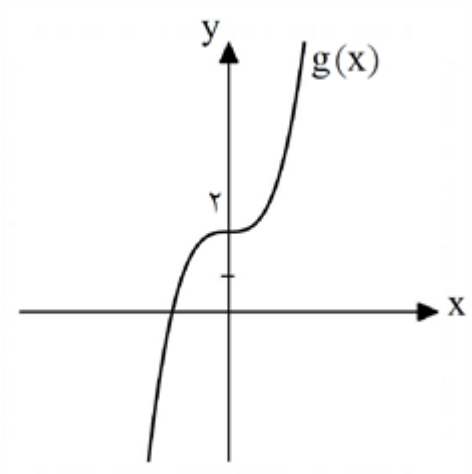
۴۰ الف)

$f(x) = x^۳ - ۶x^۲ + ۱۲x - ۳ = x^۳ - ۶x^۲ + ۱۲x - ۸ + ۸ - ۳ \Rightarrow f(x) = (x - ۲)^۳ + ۵$

$f(x) = (x - ۲)^۳ + ۵ \xrightarrow{\text{واحد به چپ ۲}} y = (x + ۲ - ۲)^۳ + ۵ \xrightarrow{\text{واحد به پایین ۳}} g(x) = x^۳ + ۵ - ۳$

$\Rightarrow g(x) = x^۳ + ۲ = (x + a)^۳ + b \Rightarrow \begin{cases} a = ۰ \\ b = ۲ \end{cases}$

ب)



۴۱ الف)

$g(x) = ۳ + f(۲x - ۱) = ۳ + (۲ - \sqrt{۲x - ۱ - ۳}) = ۵ - \sqrt{۲x - ۴}$

ب)

$D_g : ۲x - ۴ \geqslant ۰ \Rightarrow x \geqslant ۲ \Rightarrow D_g = [۲, +\infty)$

$R_g : \sqrt{۲x - ۴} \geqslant ۰ \xrightarrow{\times(-۱)} -\sqrt{۲x - ۴} \leqslant ۰ \xrightarrow{+۵} ۵ - \sqrt{۲x - ۴} \leqslant ۵ \Rightarrow y \leqslant ۵$

$\Rightarrow R_g = (-\infty, ۵]$

Telegram: @konkur_in

۴۲ الف)

$$D_f : x - ۱ \geqslant ۰ \Rightarrow x \geqslant ۱ \Rightarrow D_f = [۱, +\infty)$$

$D_g = R$

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \underset{(۱)}{\{x \in R \mid ۳x^۲ - ۱۱ \geqslant ۱\}}$$

$$۳x^۲ - ۱۲ \geqslant ۰ \Rightarrow x^۲ - ۴ \geqslant ۰ \Rightarrow x \leqslant -۲ \text{ یا } x \geqslant ۲ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)} D_{fog} = \left(-\infty, -۲\right] \cup \left[۲, +\infty\right)$$

ب)

$$(fog)(x) = f(g(x)) = \sqrt{۳x^۲ - ۱۱ - ۱} = \sqrt{۳x^۲ - ۱۲}$$

۴۳

$$\begin{cases} (gof)(x) = g(f(x)) = x^۲ - ۴x \\ g(f(x)) = f^۲(x) + ۲f(x) - ۳ \end{cases} \Rightarrow f^۲(x) + ۲f(x) - ۳ = x^۲ - ۴x$$

$$\xrightarrow{+۴} f^۲(x) + ۲f(x) + ۱ = x^۲ - ۴x + ۴ \Rightarrow (f(x) + ۱)^۲ = (x - ۲)^۲ \Rightarrow f(x) + ۱ = \pm(x - ۲)$$

$$\begin{cases} f(x) + ۱ = x - ۲ \Rightarrow f(x) = x - ۳ \\ f(x) + ۱ = -x + ۲ \Rightarrow f(x) = -x + ۱ \end{cases}$$

۴۴ الف)

$$\begin{cases} (gof)(۲) = f(g(x)) = ۲x - ۱ \\ f(g(x)) = ۵g(x) + ۳ \end{cases} \Rightarrow ۵g(x) + ۳ = ۲x - ۱ \Rightarrow ۵g(x) = ۲x - ۴ \Rightarrow g(x) = \frac{۲x - ۴}{۵}$$

ب)

$$(gof)(۲) = g(f(۲)) = g(۱۳) = \frac{۲(۱۳) - ۴}{۵} = \frac{۲۶ - ۴}{۵} = \frac{۲۲}{۵}$$

$$f(۲) = ۵(۲) + ۳ = ۱۳$$

۴۵ الف)

$$(gof)(x) = x + ۲\sqrt{x} \Rightarrow f(g(x)) = x + ۲\sqrt{x} + ۱ - ۱ \Rightarrow f(\sqrt{x} + ۱) = (\sqrt{x} + ۱)^۲ - ۱$$

$$\xrightarrow{\sqrt{x}+۱=t} f(t) = t^۲ - ۱ \Rightarrow f(x) = x^۲ - ۱$$

$$(gof)(۳) = g(f(۳)) = g(۸) = \sqrt{۸} + ۱ = ۲\sqrt{۲} + ۱$$

$$f(۳) = ۳^۲ - ۱ = ۹ - ۱ = ۸$$

۴۶ الف)

$$y = (x + a)^۳ + b + ۱$$

$$y = (x + ۱)^۳ - ۱$$

$$\begin{cases} a = ۱ \\ b + ۱ = -۱ \Rightarrow b = -۲ \end{cases}$$

ب)

$$\xrightarrow{a=۱ \text{ و } b=-۲} f(x) = (x + ۱)^۳ - ۱$$

$$f^{-۱}(۲۶) = k \Rightarrow f(k) = ۲۶ \Rightarrow (k + ۱)^۳ - ۱ = ۲۶ \Rightarrow (k + ۱)^۳ = ۲۷ \Rightarrow k + ۱ = ۳ \Rightarrow k = ۲$$

Telegram: @konkur_in

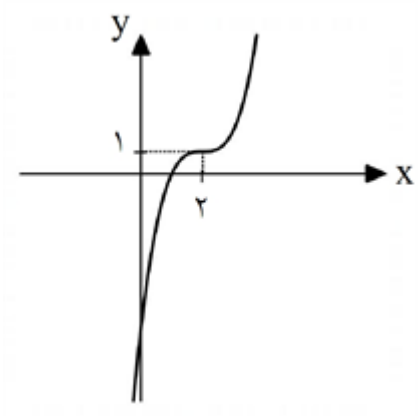
۴۷ الف) رأس سهمی نقطه $(۱, ۰)$ است. بنابراین داریم:

$$y = a(x-۱)^۲ + ۰ \xrightarrow{(۰,۱)} ۱ = a(۰-۱)^۲ \Rightarrow a = ۱$$

$$y = (x-۱)^۲ = x^۲ - ۲x + ۱ = x^۲ + ax + b \Rightarrow \begin{cases} a = -۲ \\ b = ۱ \end{cases}$$

ب)

$$y = (x+a)^۳ + b \xrightarrow{a=-۲ \text{ و } b=۱} y = (x-۲)^۳ + ۱$$



۴۸ الف)

$$D_f : x - ۱۰ \geqslant ۰ \Rightarrow x \geqslant ۱۰$$

$$D_g = R$$

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \underset{\downarrow}{\overset{(۱)}{\{x \in R \mid x^۲ + ۳x \geqslant ۱۰\}}}$$

$$x^۲ + ۳x - ۱۰ \geqslant ۰ \Rightarrow x \leqslant -۵ \text{ یا } x \geqslant ۲ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)} D_{fog} = \left(-\infty, -۵\right] \cup \left[۲, +\infty\right)$$

ب)

$$(gof)(۱۴) = g(f(۱۴)) = g(۲) = ۲^۲ + ۳(۲) = ۴ + ۶ = ۱۰$$

$$\downarrow$$

$$f(۱۴) = \sqrt{۱۴ - ۱۰} = \sqrt{۴} = ۲$$

۴۹

$$D_f : x - ۱ \geqslant ۰ \Rightarrow x \geqslant ۱$$

$$D_g = R$$

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \underset{\downarrow}{\overset{(۱)}{\{x \in R \mid x^۲ - ۱۵ \geqslant ۱\}}}$$

$$x^۲ - ۱۶ \geqslant ۰ \Rightarrow x \leqslant -۴ \text{ یا } x \geqslant ۴ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)} D_{fog} = \left(-\infty, -۴\right] \cup \left[۴, +\infty\right)$$

Telegram: @konkur_in

۵۰ الف)

$$\begin{cases} (fog)(x) = f(g(x)) = \frac{۳x-۱}{x+۵} \\ f(g(x)) = \frac{۴}{g(x)} \end{cases} \Rightarrow \frac{۴}{g(x)} = \frac{۳x-۱}{x+۵} \Rightarrow \frac{g(x)}{۴} = \frac{x+۵}{۳x-۱} \Rightarrow g(x) = \frac{۴x+۲۰}{۳x-۱}$$

ب)

$$(gof)(۴) = g(f(۴)) = g(۱) = \frac{۴(۱)+۲۰}{۳(۱)-۱} = \frac{۲۴}{۲} = ۱۲$$

$$f(۴) = \frac{۴}{۴} = ۱$$

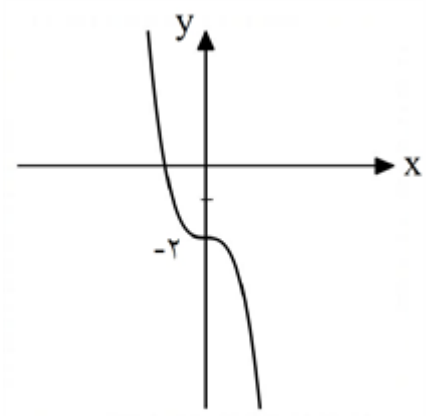
۵۱ الف) رأس سهمی نقطه $(-۱, ۰)$ است. بنابراین داریم:

$$y = a(x+۱)^۲ + ۰ \xrightarrow{(۰,-۱)} -۱ = a(۰+۱)^۲ \Rightarrow a = -۱$$

$$y = -(x+۱)^۲ = -(x^۲ + ۲x + ۱) = -x^۲ - ۲x - ۱ = ax^۲ + bx - ۱ \Rightarrow \begin{cases} a = -۱ \\ b = -۲ \end{cases}$$

ب)

$$y = ax^۳ + b \xrightarrow{a=-۱ \text{ و } b=-۲} y = -x^۳ - ۲$$



۵۲

$$D_f = R - \{۹\}$$
$$D_g = R - \{-۱\}$$

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \underset{(۱)}{\left\{x \neq -۱ \mid \frac{۵}{x+۱} \neq ۹\right\}}$$

$$۹x + ۹ \neq ۵ \Rightarrow ۹x \neq -۴ \Rightarrow x \neq -\frac{۴}{۹} \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)} D_{fog} = R - \left\{-۱, -\frac{۴}{۹}\right\}$$

۵۳

$$\begin{cases} y = (x+a)^۳ + b \\ y = (x+۲)^۳ + ۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = ۲ \\ b = ۱ \end{cases}$$

$$y = (x+۲)^۳ + ۱ \xrightarrow{x=۰} y = (۰+۲)^۳ + ۱ \Rightarrow y = ۸ + ۱ = ۹ \Rightarrow k = ۹$$

۵۴

$$f^{-۱}(۱۳) = ۱ \Rightarrow f(۱) = ۱۳ \Rightarrow (۱+۱)^۳ + b = ۱۳ \Rightarrow ۸ + b = ۱۳ \Rightarrow b = ۵$$

Telegram: @konkur_in

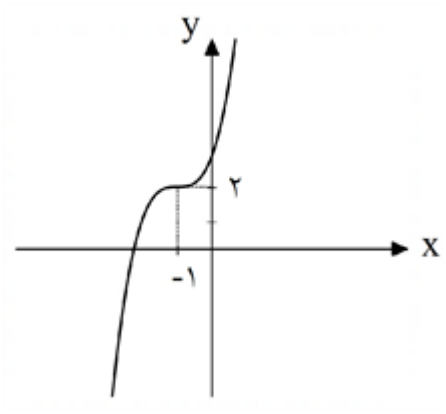
۵۵ الف)

$f(-a) = ۲ \Rightarrow (-a+a)^۳ + b = ۲ \Rightarrow b = ۲$

$f^{-۱}(۳) = ۰ \Rightarrow f(۰) = ۳ \Rightarrow (۰+a)^۳ + ۲ = ۳ \Rightarrow a^۳ = ۱ \Rightarrow a = ۱$

$f(x+a)^۳ + b \xrightarrow{a=۱ \text{ و } b=۲} f(x) = (x+۱)^۳ + ۲$

ب)



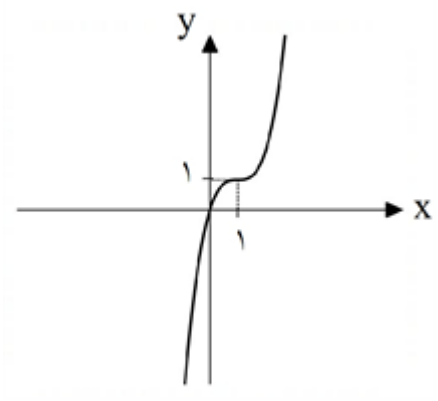
۵۶ الف) نمودار $y = ax + b$ از نقاط $(-۱, ۰)$ و $(۰, ۱)$ می‌گذرد. بنابراین داریم:

$(۰, ۱) \Rightarrow a(۰) + b = ۱ \Rightarrow b = ۱$

$(-۱, ۰) \Rightarrow a(-۱) + ۱ = ۰ \Rightarrow -a = -۱ \Rightarrow a = ۱$

$y = (x-a)^۳ + b \xrightarrow{a=۱ \text{ و } b=۱} y = (x-۱)^۳ + ۱$

ب)



۵۷

$$\begin{cases} (\text{fog})(x) = f(g(x)) = x^۲ - ۱۰x + ۲۴ \\ f(g(x)) = ۹g^۲(x) - ۶g(x) \end{cases} \Rightarrow ۹g^۲(x) - ۶g(x) = x^۲ - ۱۰x + ۲۴$$

$\xrightarrow{+۱} ۹g^۲(x) - ۶g(x) + ۱ = x^۲ - ۱۰x + ۲۵ \Rightarrow (۳g(x) - ۱)^۲ = (x-۵)^۲$

$\Rightarrow ۳g(x) - ۱ = \pm(x-۵)$

$$\begin{cases} ۳g(x) - ۱ = x - ۵ \Rightarrow ۳g(x) = x - ۴ \Rightarrow g(x) = \frac{x-۴}{۳} \\ ۳g(x) - ۱ = -x + ۵ \Rightarrow ۳g(x) = -x + ۶ \Rightarrow g(x) = \frac{-x+۶}{۳} \end{cases}$$

Telegram: @konkur_in

۵۸ الف)

$D_g : ۵۶ - x \geqslant ۰ \Rightarrow x \leqslant ۵۶$

$D_f = R$

$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \overset{(۱)}{\{x \in R \mid x^۲ + x \leqslant ۵۶\}}$$

$$x^۲ + x - ۵۶ \leqslant ۰ \Rightarrow (x + ۸)(x - ۷) \leqslant ۰ \Rightarrow -۸ \leqslant x \leqslant ۷ \ (۲)$$

$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)} D_{gof} = [-۸, ۷]$

ب)

$$(fog^{-۱})(۸) = f(g^{-۱}(۸)) = f(-۸) = (-۸)^۲ + (-۸) = ۶۴ - ۸ = ۵۶$$

$$g^{-۱}(۸) = a \Rightarrow g(۸) \Rightarrow \sqrt{۵۶ - a} = ۸ \Rightarrow ۵۶ - a = ۶۴ \Rightarrow a = -۸$$

۵۹ الف)

$$\left.\begin{array}{l} y = (x - ۱)^۳ + ۱ \\ y = (x + a)^۳ + b \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} a = -۱ \\ b = ۱ \end{cases}$$

$\xrightarrow{a=-۱ \text{ و } b=۱} f(x) = (x - ۱)^۳ + ۱$

$f^{-۱}(۶۵) = k \Rightarrow f(k) = ۶۵ \Rightarrow (k - ۱)^۳ + ۱ = ۶۵ \Rightarrow (k - ۱)^۳ = ۶۴ \Rightarrow k - ۱ = ۴ \Rightarrow k = ۵$

۶۰ الف)

$(fog)(x) = x^۳ - ۶x^۲ + ۱۲x - ۸ - ۱ \Rightarrow f(x - ۲) = (x - ۲)^۳ - ۱$

$\xrightarrow{x-۲=t} f(t) = t^۳ - ۱ \Rightarrow f(x) = x^۳ - ۱$

$f^{-۱}(۲۶) = a \Rightarrow f(a) = ۲۶ \Rightarrow a^۳ - ۱ = ۲۶ \Rightarrow a^۳ = ۲۷ \Rightarrow a = ۳$

۶۱

$$(fog)(x) = f(g(x)) = \cot^۲ x \Rightarrow f(\cos x) = \frac{\cos^۲ x}{\sin^۲ x} \Rightarrow f(\cos x) = \frac{\cos^۲ x}{۱ - \cos^۲ x}$$

$$\xrightarrow{\cos x = t} f(t) = \frac{t^۲}{۱ - t^۲} \Rightarrow f(x) = \frac{x^۲}{۱ - x^۲}$$

۶۲

$D_f : ۲x - ۱ \geqslant ۰ \Rightarrow x \geqslant \frac{۱}{۲}$

$D_g = R$

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \overset{(۱)}{\left\{x \in R \mid ۵x - ۹ \geqslant \frac{۱}{۲}\right\}}$$

$$۵x \geqslant \frac{۱}{۲} + ۹ \Rightarrow ۵x \geqslant \frac{۱۹}{۲} \Rightarrow x \geqslant \frac{۱۹}{۱۰} \ (۲)$$

$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)} D_{fog} = \left[\frac{۱۹}{۱۰}, +\infty\right)$

Telegram: @konkur_in

۶۳
$$\begin{cases} (fog)(x) = f(g(x)) = x^{۲} - ۶x + ۸ \\ f(g(x)) = g^{۲}(x) - ۱ \end{cases} \Rightarrow g^{۲}(x) - ۱ = x^{۲} - ۶x + ۸$$
$$\Rightarrow g^{۲}(x) = x^{۲} - ۶x + ۹$$
$$\Rightarrow g^{۲}(x) = (x-۳)^{۲} \Rightarrow g(x) = \pm(x-۳)$$
$$\begin{cases} g(x) = x - ۳ \\ g(x) = -x + ۳ \end{cases}$$

۶۴
$$D_f : ۵ - x \geqslant ۰ \Rightarrow x \leqslant ۵$$
$$D_g = R$$
$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \underset{\downarrow}{\{x \in R \mid x^{۲} + ۱ \leqslant ۵\}}^{(۱)}$$
$$x^{۲} \leqslant ۴ \Rightarrow -۲ \leqslant x \leqslant ۲ \ (۲)$$
$$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)} D_{fog} = [-۲, ۲]$$

۶۵
$$y = (a-x)^{۳} + b \Rightarrow y = -(x-a)^{۳} + b$$
$$y = -(x+۱)^{۳} + ۱$$
$$\begin{cases} -a = ۱ \Rightarrow a = -۱ \\ b = ۱ \end{cases}$$

۶۶
$$f^{-۱}(۲۸) = ۲ \Rightarrow f(۲) = ۲۸ \Rightarrow (۲+۱)^{۳} + b = ۲۸ \Rightarrow ۲۷ + b = ۲۸ \Rightarrow b = ۱$$

۶۷ الف)
$$y = (a-x)^{۳} + b - ۱ \Rightarrow y = -(x-a)^{۳} + b - ۱$$
$$y = -(x+۲)^{۳} + ۳$$
$$\begin{cases} -a = ۲ \Rightarrow a = -۲ \\ b - ۱ = ۳ \Rightarrow b = ۴ \end{cases}$$

ب)
$$\xrightarrow{x=۰} y = -(۰+۲)^{۳} + ۳ = -۸ + ۳ = -۵ \Rightarrow k = -۵$$

۶۸
$$\text{Log}_{a}^{b} = ۳ \Rightarrow b = a^{۳}$$
$$f^{-۱}(۱۶) = ۰ \Rightarrow f(۰) = ۱۶ \Rightarrow (۰+a)^{۳} + b = ۱۶ \Rightarrow a^{۳} + b = ۱۶ \xrightarrow{a^{۳}=b} b + b = ۱۶$$
$$\Rightarrow ۲b = ۱۶ \Rightarrow b = ۸ \Rightarrow a^{۳} = ۸ \Rightarrow a = ۲$$

۶۹
$$y = (a-x)^{۳} + b - ۱ \Rightarrow y = -(x-a)^{۳} + b - ۱$$
$$y = -(x-۱)^{۳} + ۱$$
$$\begin{cases} -a = -۱ \Rightarrow a = ۱ \\ b - ۱ = ۱ \Rightarrow b = ۲ \end{cases}$$

Telegram: @konkur_in

۷۰

$f(۱) = ۳ \Rightarrow a(۱)^۳ + b = ۳ \Rightarrow a + b = ۳$

$f^{-۱}(۱۷) = ۲ \Rightarrow f(۲) = ۱۷ \Rightarrow a(۲)^۳ + b = ۱۷ \Rightarrow ۸a + b = ۱۷$

$\begin{cases} a + b = ۳ \\ ۸a + b = ۱۷ \end{cases} \Rightarrow ۷a = ۱۴ \Rightarrow a = ۲ \Rightarrow b = ۱$

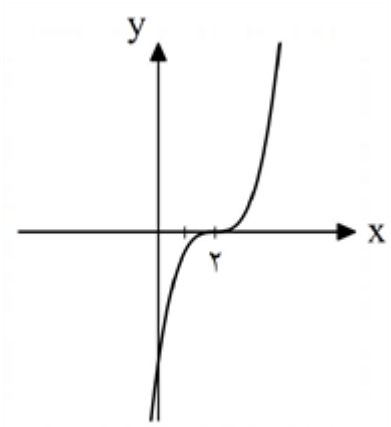
۷۱ الف) تابع از نقاط $(۰, ۰)$ و $(۲, ۰)$ می‌گذرد.

$(۰, ۰) \Rightarrow b = ۰$

$(۲, ۰) \Rightarrow ۲^۲ + a(۲) + ۰ = ۰ \Rightarrow ۲a = -۴ \Rightarrow a = -۲$

$y = (x + a)^۳ + b \xrightarrow{a=-۲ \text{ و } b=۰} y = (x - ۲)^۳$

ب)



۷۲ الف) f یک تابع ثابت است، بنابراین باید ضریب x عدد صفر باشد.

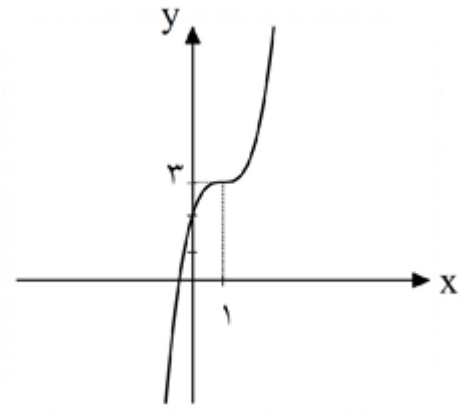
$a - ۱ = ۰ \Rightarrow a = ۱$

g تابع همانی است، بنابراین باید ضریب x عدد یک باشد.

$b - ۲ = ۱ \Rightarrow b = ۳$

ب)

$y = (x - a)^۳ + b \xrightarrow{a=۱ \text{ و } b=۳} y = (x - ۱)^۳ + ۳$



Telegram: @konkur_in

۷۳ الف)

$D_f : ۵ - x \geqslant ۰ \Rightarrow x \leqslant ۵$

$D_g = R$

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in R \mid x + ۱ \leqslant ۵\}$$

(۱)

$x \leqslant ۴$

$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)} D_{fog} = \left(-\infty, ۴\right]$

ب)

$$gof(۱) = g(f(۱)) = g(۲) = ۲ + ۱ = ۳$$

$$f(۱) = \sqrt{۵ - ۱} = \sqrt{۴} = ۲$$

۷۴ الف)

$$\begin{cases} (gof)(x) = g(f(x)) = ۲x - ۷ \\ g(f(x)) = ۴f(x) - ۱۱ \end{cases} \Rightarrow ۴f(x) - ۱۱ = ۲x - ۷ \Rightarrow ۴f(x) = ۲x + ۴$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{۲x + ۴}{۴} = \frac{x + ۲}{۲}$$

ب)

$$(fog^{-۱})(۱) = f(g^{-۱}(۱)) = f(۳) = \frac{۳ + ۲}{۲} = \frac{۵}{۲}$$

$$g^{-۱}(۱) = a \Rightarrow g(a) = ۱ \Rightarrow ۴a - ۱۱ = ۱ \Rightarrow ۴a = ۱۲ \Rightarrow a = ۳$$

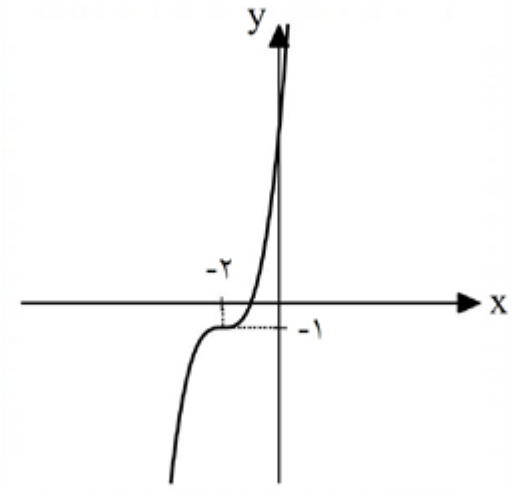
۷۵ الف) نمودار $y = ax + b$ از نقاط $(-۱, ۱)$ و $(۰, -۱)$ می‌گذرد، بنابراین داریم:

$(۰, -۱) \Rightarrow a(۰) + b = -۱ \Rightarrow b = -۱$

$(-۱, ۱) \Rightarrow a(-۱) - ۱ = ۱ \Rightarrow -a = ۲ \Rightarrow a = -۲$

$y = (x - a)^۳ + b \xrightarrow{a=-۲ \text{ و } b=-۱} y = (x + ۲)^۳ - ۱$

ب)



Telegram: @konkur_in

۷۶ $\begin{cases} \text{fog}\,(x) = f(g(x)) = \frac{۲x-۱}{x+۹} \\ f(g(x)) = \frac{g(x)+۱}{g(x)-۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{g(x)+۱}{g(x)-۲} = \frac{۲x-۱}{x+۹} \Rightarrow (x+۹)(g(x)+۱) = (۲x-۱)(g(x)-۲)$

$\Rightarrow xg(x) + x + ۹g(x) + ۹ = ۲xg(x) - ۴x - g(x) + ۲ \Rightarrow -xg(x) + ۱۰g(x) = -۵x - ۷$

$\Rightarrow g(x)(-x+۱۰) = -۵x - ۷ \Rightarrow g(x) = \frac{-(۵x+۷)}{-(x-۱۰)} \Rightarrow g(x) = \frac{۵x+۷}{x-۱۰}$

۷۷ ضابطه تابع خطی f به‌صورت $f(x) = ax + b$ است.

$(۰, ۲) \in f \Rightarrow a(۰) + b = ۲ \Rightarrow b = ۲$

$(۰, ۶) \in f^{-۱} \Rightarrow (۶, ۰) \in f \Rightarrow ۶a + ۲ = ۰ \Rightarrow a = -\frac{۱}{۳}$

$f(x) = -\frac{۱}{۳}x + ۲ \Rightarrow y - ۲ = -\frac{۱}{۳}x \Rightarrow x = -۳y + ۶ \Rightarrow f^{-۱}(x) = -۳x + ۶$

۷۸ $D_{f^{-۱}\,of} = D_f$

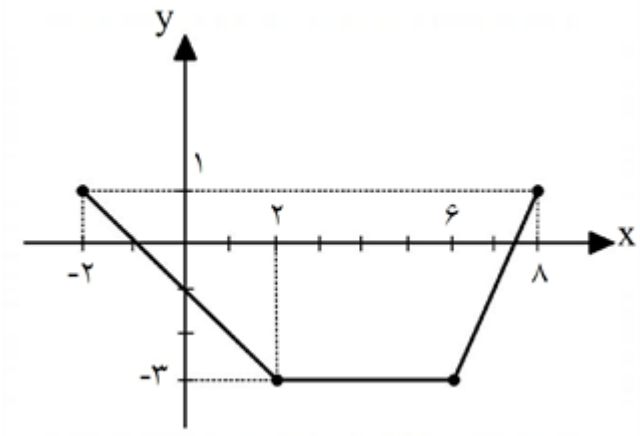
$۱ - x \geqslant ۰ \Rightarrow -x \geqslant -۱ \Rightarrow x \leqslant ۱ \Rightarrow D_f = (-\infty, ۱]$

$\Rightarrow D_{f^{-۱}\,of} = \left(-\infty, ۱\right]$

۷۹

$۱ - \frac{x}{۲}$	-۳	-۲	۰	۲
x	۸	۶	۲	-۲
f	۰	۲	۲	۰
$y = -۲f + ۱$	۱	-۳	-۳	۱

سپس به کمک x و y نمودار حاصل را رسم می‌کنیم.



$D = [-۲, ۸]$

$R = [-۳, ۱]$

Telegram: @konkur_in

۸۰ $f(۳) = ۳^۳ + ۱ = ۲۸$

$$\text{gof}(۳) = g(f(۳)) = g(۲۸) = \text{Log}_{\sqrt{۲}}^{(۲۸+۴)}$$

$$= \text{Log}_{\sqrt{۲}}^{۳۲} = \text{Log}_{۲^{\frac{۱}{۲}}}^{۲^۵} = \frac{۵}{\frac{۱}{۲}} \text{Log}_{۲}^{۲} = ۱۰$$

۸۱ الف) تابع f یک به یک است.

ب)

$$f(x) = (x-۱)^۲ + ۱ \Rightarrow y - ۱ = (x-۱)^۲ \Rightarrow \sqrt{y-۱} = |x-۱| \xrightarrow{x \geqslant ۱} \sqrt{y-۱} = x - ۱$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{y-۱} + ۱ \xrightarrow{x \longleftrightarrow y} y = \sqrt{x-۱} + ۱ \Rightarrow f^{-۱}(x) = \sqrt{x-۱} + ۱$$

۸۲ تابع g یک یه یک است.

$$g(x) = |x+۲| + ۵ \xrightarrow{x \leqslant -۳} y = -x - ۲ + ۵ \Rightarrow y = -x + ۳ \Rightarrow x = ۳ - y$$

$$\xrightarrow{x \longleftrightarrow y} y = ۳ - x \Rightarrow g^{-۱}(x) = ۳ - x$$

۸۳ $f(x) = x^۲ + ۲x + ۵ \xrightarrow[\text{منتقل می کنیم.}]{\text{دو واحد به سمت راست}} y = (x-۲)^۲ + ۲(x-۲) + ۵$

$$\xrightarrow[\text{منتقل می کنیم.}]{\text{۵ واحد به پایین}} y = (x-۲)^۲ + ۲(x-۲) + ۵ - ۵$$

$$\Rightarrow g(x) = x^۲ - ۴x + ۴ + ۲x - ۴ \Rightarrow g(x) = x^۲ - ۲x$$

برای یافتن طول نقاط برخورد f و g باید آن‌ها را برابر یک‌دیگر قرار دهیم.

$$f(x) = g(x) \Rightarrow x^۲ + ۲x + ۵ = x^۲ - ۲x \Rightarrow ۴x = -۵ \Rightarrow x = -\frac{۵}{۴}$$

۸۴ الف)

$$f(x) = x^۲ - ۳x - ۱ \xrightarrow{\text{یک واحد به چپ}} y = (x+۱)^۲ - ۳(x+۱) - ۱ \xrightarrow{\text{سه واحد به بالا}}$$

$$y = (x+۱)^۲ - ۳(x+۱) - ۱ + ۳ \Rightarrow g(x) = x^۲ + ۲x + ۱ - ۳x - ۳ + ۲$$

$$\Rightarrow g(x) = x^۲ - x$$

ب) باید دو تابع f و g را برابر یک‌دیگر قرار دهیم:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow x^۲ - ۳x - ۱ = x^۲ - x \Rightarrow -۲x = ۱ \Rightarrow x = -\frac{۱}{۲}$$

Telegram: @konkur_in

۸۵ الف)

$$\left(-\frac{۳}{۱۰},-۱\right)\in f^{-۱}\Rightarrow\left(-۱,-\frac{۳}{۱۰}\right)\in f\Rightarrow\frac{-۳}{a+a\left|-۱\right|}=\frac{-۳}{۱۰}$$
$$\Rightarrow\frac{-۳}{۲a}=\frac{-۳}{۱۰}\Rightarrow ۲a=۱۰\Rightarrow a=۵$$

ب)

$$f(x)=\frac{۳x}{۵+۵\left|x\right|}\Rightarrow f(۲)=\frac{۶}{۵+۱۰}=\frac{۶}{۱۵}=\frac{۲}{۵}$$
$$f(f(۲))=f\left(\frac{۲}{۵}\right)=\frac{۳\left(\frac{۲}{۵}\right)}{۵+۵\left(\frac{۲}{۵}\right)}=\frac{\frac{۶}{۵}}{۷}=\frac{۶}{۳۵}$$

۸۶ $$\left(-\frac{۱}{۳},-۲\right)\in f^{-۱}\Rightarrow\left(-۲,-\frac{۱}{۳}\right)\in f\Rightarrow\frac{-۲}{a+a\left|-۲\right|}=-\frac{۱}{۳}\Rightarrow\frac{-۲}{۳a}=-\frac{۱}{۳}\Rightarrow a=۲$$

۸۷ $$f(x)=x^{۲}-۲x\xrightarrow[\text{منتقل شود}]{\text{دو واحد به سمت چپ}}y=(x+۲)^{۲}-۲(x+۲)$$
$$\xrightarrow[\text{منتقل شود}]{\text{دو واحد به بالا}}y=(x+۲)^{۲}-۲(x+۲)+۲$$
$$\Rightarrow g(x)=x^{۲}+۴x+۴-۲x-۴+۲\Rightarrow g(x)=x^{۲}+۲x+۲$$

برای یافتن طول نقاط برخورد f و g باید آن‌ها را برابر یک‌دیگر قرار دهیم.

$$f(x)=g(x)\Rightarrow x^{۲}-۲x=x^{۲}+۲x+۲\Rightarrow-۴x=۲\Rightarrow x=-\frac{۱}{۲}$$

۸۸ الف)

$$\begin{matrix}\max=\left|a\right|+c\\ \min=-\left|a\right|+c\end{matrix}\Rightarrow\begin{cases}\left|a\right|+c=۱۲\\ -\left|a\right|+c=۲\end{cases}\Rightarrow ۲c=۱۴\Rightarrow c=۷$$
$$\xrightarrow{c=۷}\left|a\right|+۷=۱۲\Rightarrow\left|a\right|=۵$$

ب)

$$T=\frac{۲\pi}{\left|b\right|}\xrightarrow{b=۳}T=\frac{۲\pi}{۳}$$

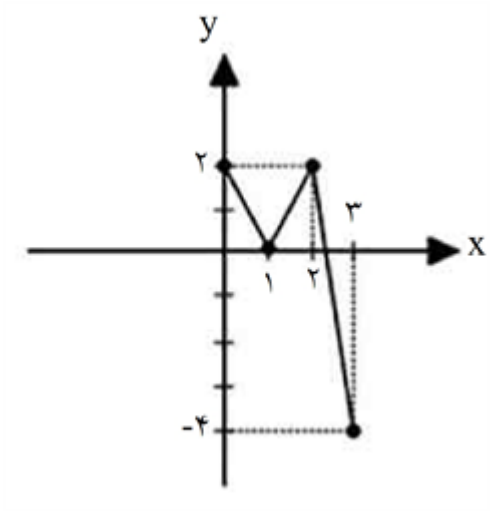
۸۹ $$(۲,۱)\in f^{-۱}\Rightarrow(۱,۲)\in f\Rightarrow ۲=m(۱)+۳\Rightarrow m=-۱$$
$$f(x)=-x+۳\Rightarrow y=-x+۳\Rightarrow x=-y+۳\xrightarrow{x\longleftrightarrow y}y=-x+۳$$
$$\Rightarrow f^{-۱}(x)=-x+۳$$

Telegram: @konkur_in

۹۰

۱ - x	-۲	-۱	۰	۱
x	۳	۲	۱	۰
f	۳	۰	۱	۰
y = -۲f + ۲	-۴	۲	۰	۲

سپس به کمک x و y نمودار حاصل را رسم می‌کنیم.



$D = [۰, ۳]$

$R = [-۴, ۲]$

۹۱

$f(۳) = ۲^{۳} = ۸$

$$\text{gof}\,(۳) = g(f(۳)) = g(۸) = \text{Log}\,{}_{\sqrt{۳}}^{(x+۱)} = \text{Log}\,{}_{\sqrt{۳}}^{۹} = \text{Log}\,{}_{۳^{\frac{۱}{۲}}}^{۳^{۲}} = \frac{۲}{\frac{۱}{۲}}\,\text{Log}\,{}_{۳}^{۳} = ۴$$

۹۲ الف)

$$(-۷, ۵) \in \text{f}^{-۱} \Rightarrow (۵, -۷) \in \text{f} \Rightarrow -۷ = a(۵) + ۳ \Rightarrow ۵\text{a} = -۱۰ \Rightarrow a = -۲$$

$$\xrightarrow{a=-۲} f(x) = -۲\text{x} + ۳ \Rightarrow y = -۲\text{x} + ۳ \Rightarrow ۲\text{x} = ۳ - y \Rightarrow x = \frac{۳ - y}{۲}$$

$$\xrightarrow{x \longleftrightarrow y} y = \frac{۳ - x}{۲} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{۳ - x}{۲}$$

ب)

$$(f + f^{-۱})(۱) = f(۱) + f^{-۱}(۱) = -۲(۱) + ۳ + \frac{۳ - ۱}{۲} = -۲ + ۳ + ۱ = ۲$$

۹۳ بازهٔ موردنظر باید تا قبل از رأس سهمی باشد.

$$x_{۰} = \frac{-b}{۲\text{a}} = \frac{-(-۶)}{۲(۱)} = \frac{۶}{۲} = ۳ \Rightarrow k = ۳$$

۹۴

$$D_{\text{fof}^{-۱}} = D_{f^{-۱}} = R_f$$

$$\sqrt{x - ۳} \geqslant ۰ \xrightarrow{+۲} ۲ + \sqrt{x - ۳} \geqslant ۲ \Rightarrow y \geqslant ۲ \Rightarrow R_f = \left[۲, +\infty\right) \Rightarrow D_{\text{fof}^{-۱}} = \left[۲, +\infty\right)$$

Telegram: @konkur_in

۹۵ الف)
$$\frac{fog(۰)}{gof(۰)} = \frac{f(g(۰))}{g(f(۰))} = \frac{f\left(\frac{۱}{۲}\right)}{g(۵)} = \frac{۵ - \frac{۱}{۲}}{\frac{۵+۱}{\sqrt{۴+۵}}} = \frac{\frac{۹}{۲}}{\frac{۶}{۳}} = \frac{۲۷}{۱۲} = \frac{۹}{۴}$$

ب) $D_f = R$

$D_g : ۴ + x > ۰ \Rightarrow x > -۴ \Rightarrow D_g = (-۴, +\infty)$

$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in R \mid ۵ - |x| > -۴\}$

(۱) ↓

$-|x| > -۹ \Rightarrow |x| < ۹ \Rightarrow -۹ < x < ۹$ (۲)

$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)} D_{gof} = (-۹, ۹)$

۹۶ الف)
$$\frac{fog(-۵)}{gof(۰)} = \frac{f(g(-۵))}{g(f(۰))} = \frac{f(۳)}{g(۰)} = \frac{۳}{۲}$$

ب) $D_f = R$

$D_g : ۴ - x \geqslant ۰ \Rightarrow -x \geqslant -۴ \Rightarrow x \leqslant ۴ \Rightarrow D_g = (-\infty, ۴]$

$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in R \mid |x| \leqslant ۴\}$

(۱) ↓

$-۴ \leqslant x \leqslant ۴$ (۲)

$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)} D_{gof} = [-۴, ۴]$

۹۷
$$f(x) = \frac{x+۱}{x-۲} \Rightarrow f(۵) = \frac{۵+۱}{۵-۲} = \frac{۶}{۳} = ۲$$
$$g(x) = \frac{\sqrt{۲x}+۱}{\sqrt[۳]{x^۲+۴}} \Rightarrow g(۲) = \frac{\sqrt{۴}+۱}{\sqrt[۳]{۴+۴}} = \frac{۲+۱}{۲} = \frac{۳}{۲} = ۱/۵$$

بنابراین خروجی ماشین برابر ۱/۵ است.

۹۸
$$f(x) = ۲x + ۱ \Rightarrow f(۷) = ۲(۷) + ۱ = ۱۵$$
$$g(x) = \frac{x}{\sqrt[۴]{x+۱}} \Rightarrow g(۱۵) = \frac{۱۵}{\sqrt[۴]{۱۵+۱}} = \frac{۱۵}{\sqrt[۴]{۱۶}} = \frac{۱۵}{۲} = ۷/۵$$

بنابراین خروجی ماشین برابر ۷/۵ است.

۹۹
$$(fog)(x) = f(g(x)) = ۲(x^۲ + bx + ۲) + a = ۲x^۲ + ۲bx + ۴ + a = ۲x^۲ + ۶x + ۱۰$$
$$\begin{cases} ۲b = ۶ \Rightarrow b = ۳ \\ ۴ + a = ۱۰ \Rightarrow a = ۶ \end{cases}$$

۱۰۰
$$f(g(x)) = ۹x^۲ + ۶x \Rightarrow f(۳x+۱) = ۹x^۲ + ۶x$$
$$۳x + ۱ = t \Rightarrow ۳x = t - ۱ \Rightarrow x = \frac{t-۱}{۳} \Rightarrow f(t) = ۹\left(\frac{t-۱}{۳}\right)^۲ + ۶\left(\frac{t-۱}{۳}\right)$$
$$\Rightarrow f(t) = ۹\left(\frac{t^۲ - ۲t + ۱}{۹}\right) + ۲(t-۱) \Rightarrow f(t) = t^۲ - ۲t + ۱ + ۲t - ۲$$
$$f(t) = t^۲ - ۱ \Rightarrow f(x) = x^۲ - ۱$$

Telegram: @konkur_in

۱۰۱ الف)

$D_f : x + ۱ > ۰ \Rightarrow x > -۱ \Rightarrow D_f = (-۱, +\infty)$

$D_g : ۴ - x \geqslant ۰ \Rightarrow x \leqslant ۴ \Rightarrow D_g = (-\infty, ۴]$

$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{\underbrace{x > -۱}_{(۱)} \mid \text{Log}_۳(x + ۱) \leqslant ۴\}$

$\text{Log}_۳ (x + ۱) \leqslant ۴ \Rightarrow x + ۱ \leqslant ۳^۴ \Rightarrow x \leqslant ۸۱ - ۱ \Rightarrow x \leqslant ۸۰ (۲)$

$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)} -۱ < x \leqslant ۸۰ \Rightarrow D_{gof} = \left(-۱, ۸۰\right]$

ب)

$(gof)(۲۶) = g(\underbrace{f(۲۶)}_{\text{Log}_۳(۲۶+۱) = \text{Log}_۳ ۲۷ = ۳}) = g(۳) = \sqrt{۴ - ۳} = \sqrt{۱} = ۱$

۱۰۲

$g(x) = x + ۱ \Rightarrow y = x + ۱ \Rightarrow x = y - ۱ \Rightarrow g^{-۱}(x) = x - ۱$

$۴f(۲) - g^{-۱}(۷) = ۴\left(\frac{۲}{۲} + ۱\right) - (۷ - ۱) = ۸ - ۶ = ۲$

۱۰۳

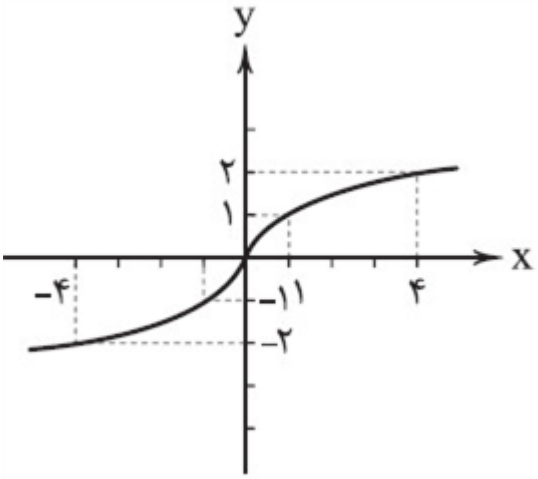
$g(x) = ۳x - ۵ \Rightarrow y = ۳x - ۵ \Rightarrow ۳x = y + ۵ \Rightarrow x = \frac{y + ۵}{۳} \Rightarrow g^{-۱}(x) = \frac{x + ۵}{۳}$

$۲f(۴) - g^{-۱}(۱) = ۲(\sqrt{۸ + ۱} + ۱) - \frac{۱ + ۵}{۳} = ۲(۴) - ۲ = ۸ - ۲ = ۶$

۱۰۴

$\lim_{x \to ۶^-} \frac{۵ - [x]}{x - ۶} = \frac{۵ - [۶^-]}{۶^- - ۶} = \frac{۵ - ۵}{۰^-} = \frac{۰}{۰^-} = ۰$

۱۰۵



$y = \sqrt{x}$

x	۰	۱	۴
y	۰	۱	۲

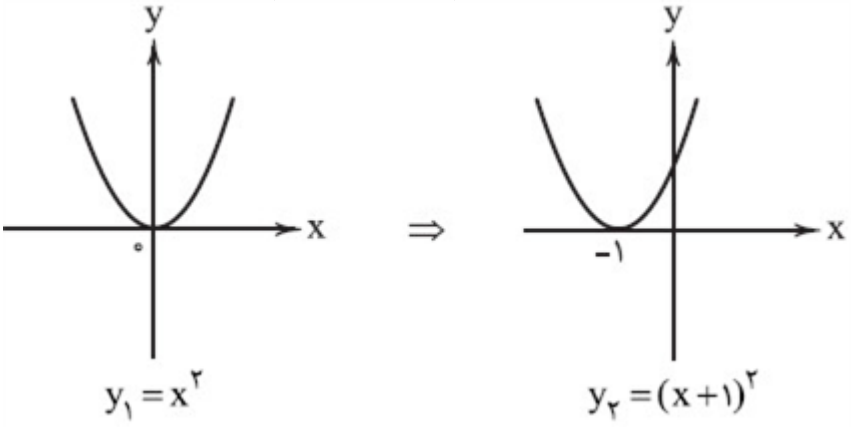
$y = -\sqrt{-x}$

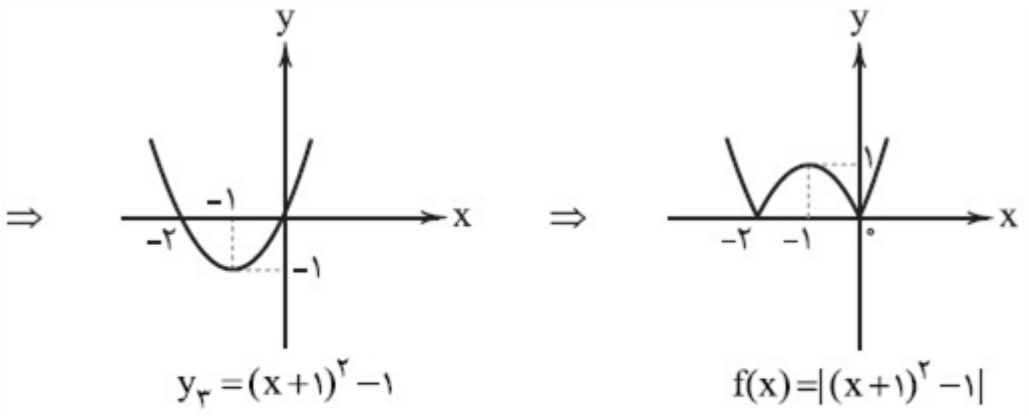
x	-۴	-۱	۰
y	-۲	-۱	۰

این تابع اکیدا یکنواً (اکیداً صعودی) می‌باشد.

Telegram: @konkur_in

۱۰۶ $f(x)=\left|۲x+x^{۲}\right|=\left|(x+۱)^{۲}-۱\right|$

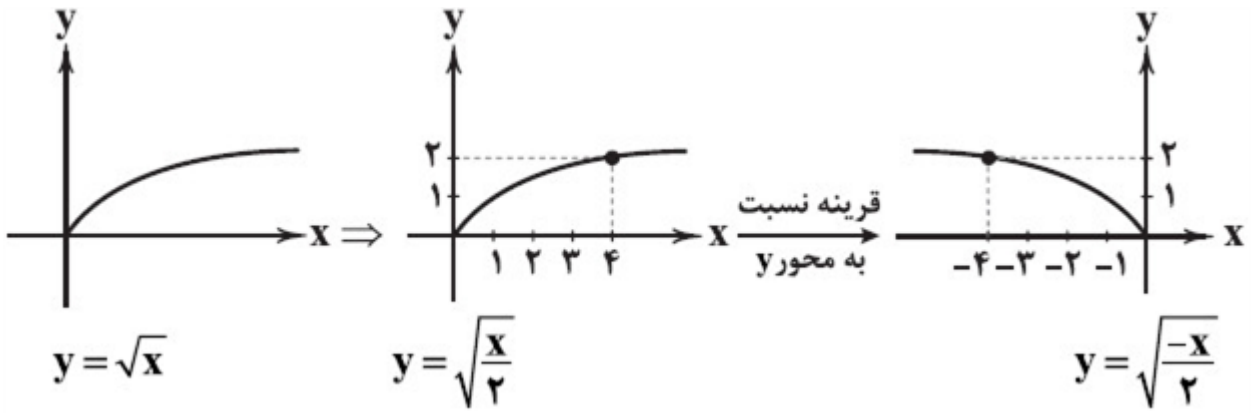




صعودی $\leftarrow (-۲\ ,\ -۱)$ نزولی $\leftarrow (-\infty\ ,\ -۲)$

صعودی $\leftarrow (۰\ ,\ +\infty)$ نزولی $\leftarrow (-۱\ ,\ ۰)$

۱۰۷



۱۰۸ باید ثابت کنیم ترکیب دو تابع f و g برابر تابع همانی است:

$$\text{fog}\,(x)=f(g(x))=f\left(\frac{x-۵}{۲}\right)=۲\left(\frac{x-۵}{۲}\right)+۵=x(x\in \text{D}_g)$$

$$\text{gof}\,(x)=g(f(x))=g(۲x+۵)=\frac{(۲x+۵)-۵}{۲}=x(x\in \text{D}_f)$$

بنابراین دو تابع f, g وارون یکدیگرند.

Telegram: @konkur_in

۱۰۹ تابع تخفیف نقدی به صورت $f(x)=x-۲۵۰۰۰۰$ و تابع کارت تخفیف ۱۵ درصدی به صورت $g(x)=\frac{۸۵}{۱۰۰}x$ است.

اگر از راه الف استفاده کند، تابع خرید محمد به صورت زیر است:

$$f(g(x))=f\left(\frac{۸۵}{۱۰۰}x\right)=\frac{۸۵}{۱۰۰}x-۲۵۰۰۰۰=\frac{۸۵}{۱۰۰}x-۲۵۰۰۰۰=\frac{۸۵}{۱۰۰}x-۲۵۰۰۰۰$$

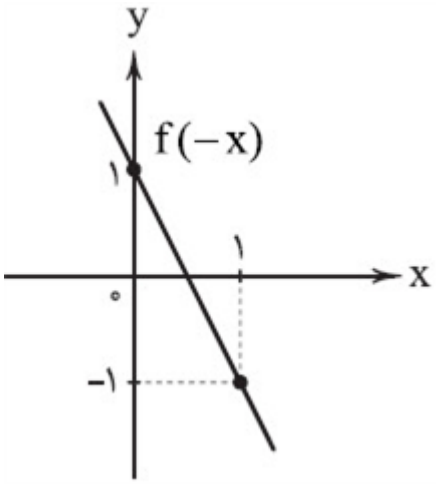
و اگر از راه ب استفاده کند، تابع خرید محمد به صورت زیر است:

$$g(f(x))=g(x-۲۵۰۰۰۰)=\frac{۸۵}{۱۰۰}(x-۲۵۰۰۰۰)=\frac{۸۵}{۱۰۰}x-\frac{۸۵}{۱۰۰}\times ۲۵۰۰۰۰=\frac{۸۵}{۱۰۰}x-۲۱۲۵۰۰$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، راه الف به نفع محمد است؛ زیرا از $\frac{۸۵}{۱۰۰}$ قیمت خرید گوشی، مقدار بیش‌تری را کم می‌کند.

۱۱۰ الف) با توجه به دامنهٔ تابع $f(x)$، عددی که وارد تابع f می‌شود، باید در بازه $[-۳,۵]$ باشد؛ پس $۲x$ نیز باید این گونه باشد:

$$-۳\le ۲x\le ۵\Rightarrow -\frac{۳}{۲}\le x\le \frac{۵}{۲}$$



ب) $f(-x)=۲(-x)+۱=-۲x+۱$

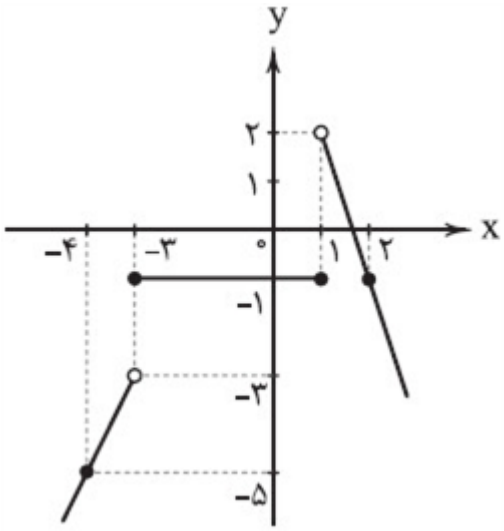
۱۱۱ الف) به ازای هر کدام از دامنه‌های ۱ و ۳ از تابع g، بررسی می‌کنیم، آیا $\text{fog}\,(x)$ وجود دارد؟

$$\begin{cases} x=۱\Rightarrow \text{fog}\,(۱)=f(g(۱))=f(۲)=۲ \\ x=۳\Rightarrow \text{fog}\,(۳)=f(g(۳))=f(۵)=۵ \end{cases}\Rightarrow \text{fog}=\{(۱,۲),(۳,۵)\}$$

ب) $\text{gof}\,(۳)=g(f(۳))=g(۳)=۵$

Telegram: @konkur_in

۱۱۲ الف) در هر بازه با داشتن دو نقطه، نمودار آن قسمت رسم می‌شود.



ب) تابع در بازهٔ $(-\infty, ۱]$: صعودی

تابع در بازهٔ $(۱, +\infty)$: نزولی

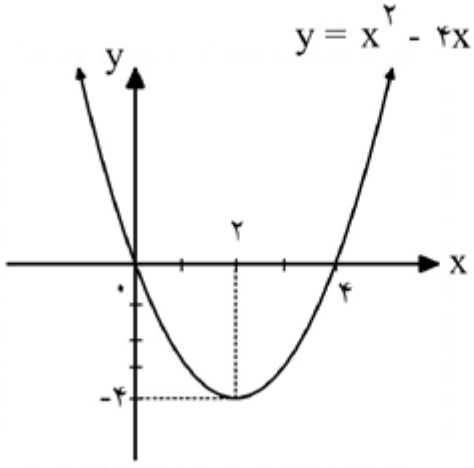
تابع در بازهٔ $[-۳, ۱]$: ثابت

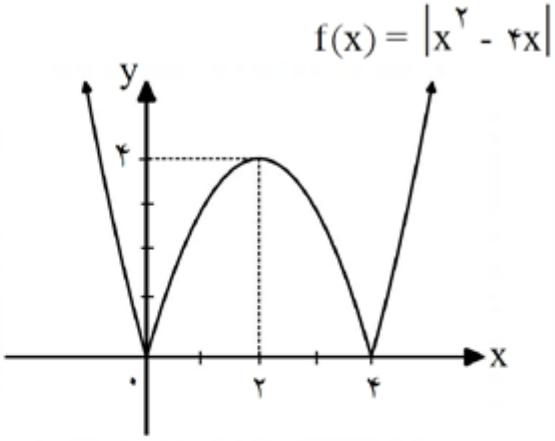
۱۱۳ ابتدا نمودار $y = x^۲ - ۴x$ را رسم می‌کنیم و سپس نمودار $f(x) = |x^۲ - ۴x|$ را رسم می‌کنیم و تابع را در هر بازه از نظر صعودی یا نزولی بررسی می‌کنیم.

$$y = x^۲ - ۴x = ۰ \Rightarrow x(x-۴) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = ۴ \end{cases}$$

$$x_۰ = \frac{-b}{۲a} = \frac{۴}{۲} = ۲ \Rightarrow y_۰ = -۴$$

x	۰	۲	۴
y	۰	-۴	۰





در بازه‌های $(-\infty, ۰]$ و $[۲, ۴]$ اکیداً نزولی است و در بازه‌های $[۰, ۲]$ و $[۴, +\infty)$ اکیداً صعودی است.

Telegram: @konkur_in

۱۱۴ الف)

$$-۱ \leqslant ۲x - ۱ \leqslant ۳ \xrightarrow{+۱} ۰ \leqslant ۲x \leqslant ۴ \xrightarrow{\div ۲} ۰ \leqslant x \leqslant ۲$$

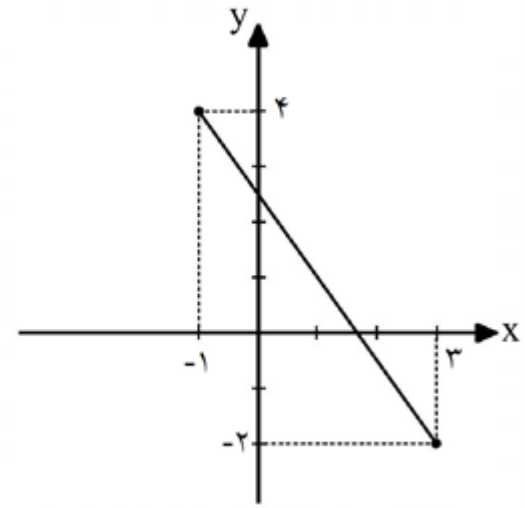
$$D = [۰, ۲]$$

ب)

$$\begin{cases} x = -۱ \Rightarrow f(-۱) = ۳(-۱) - ۵ = -۳ - ۵ = -۸ \Rightarrow y = -\frac{۱}{۲} f(-۱) = -\frac{۱}{۲}(-۸) = ۴ \\ x = ۳ \Rightarrow f(۳) = ۳(۳) - ۵ = ۹ - ۵ = ۴ \Rightarrow y = -\frac{۱}{۲} f(۳) = -\frac{۱}{۲}(۴) = -۲ \end{cases}$$

A(-۱ , ۴)

B(۳ , -۲)



۱۱۵

$$f(x) = x^۲ - ۲x - ۲ \xrightarrow{\text{واحد به سمت راست}۲} y = (x-۲)^۲ - ۲(x-۲) - ۲$$

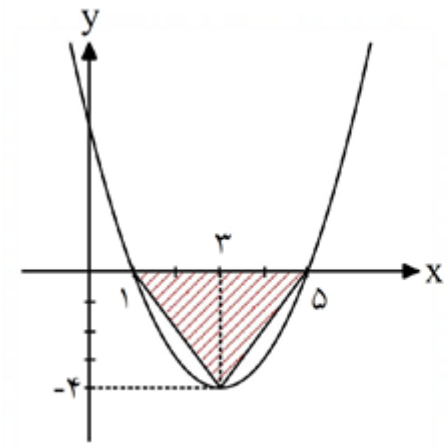
$$\xrightarrow{\text{یک واحد به طرف پایین}} y = (x-۲)^۲ - ۲(x-۲) - ۲ - ۱ = x^۲ - ۴x + ۴ - ۲x + ۴ - ۳$$

$$\Rightarrow y = x^۲ - ۶x + ۵$$

برای یافتن صفرهای تابع، ضابطه را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$x^۲ - ۶x + ۵ = ۰ \Rightarrow (x-۱)(x-۵) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ \\ x = ۵ \end{cases}$$

$$x_۰ = \frac{-b}{۲a} = \frac{۶}{۲} = ۳ \Rightarrow y_۰ = (۳)^۲ - ۶(۳) + ۵ = ۹ - ۱۸ + ۵ = -۴$$



$$S = \frac{(۵ - ۱) + |-۴|}{۲} = \frac{۴ \times ۴}{۲} = ۸$$

Telegram: @konkur_in

۱۱۶ روش اول:

$$y = x^{۲} + ۴x \xrightarrow{\text{سه واحد به طرف چپ}} y = (x+۳)^{۲} + ۴(x+۳)$$

$$\xrightarrow{\text{یک واحد به طرف بالا}} y = (x+۳)^{۲} + ۴(x+۳) + ۱$$

$$\Rightarrow y = x^{۲} + ۶x + ۹ + ۴x + ۱۲ + ۱ \Rightarrow y = x^{۲} + ۱۰x + ۲۲$$

$$x_{.} = \frac{-b}{۲a} = \frac{-۱۰}{۲} = -۵ \Rightarrow y_{.} = ۲۵ - ۵۰ + ۲۲ = -۳ \Rightarrow S'(-۵, -۳)$$

روش دوم: می‌توان ابتدا مختصات رأس سهمی را حساب کرد و سپس رأس سهمی را انتقال داد.

$$x_{.} = \frac{-b}{۲a} = \frac{-۴}{۲} = -۲ \Rightarrow y_{.} = ۴ - ۸ = -۴$$

$$S(-۲, -۴) \xrightarrow{\text{سه واحد به طرف چپ}} (-۲-۳, -۴) \xrightarrow{\text{یک واحد به طرف بالا}} (-۵, -۴+۱)$$

$$\Rightarrow S'(-۵, -۳)$$

۱۱۷ برای حل این سؤالات باید نکته کلیدی را بدانیم و آن اینکه اگر $A(۲, ۵)$ باشد ۲ برابر x و ۵ برای y است.

$$A(۲, ۵) \xrightarrow{x=۲ \text{ و } y=۵} f(۲) = ۵$$

برای قسمت دوم سؤال باید:

$$۲x - ۱ = ۲ \Rightarrow ۲x = ۳ \Rightarrow x = \frac{۳}{۲}$$

$$\xrightarrow{x=\frac{۳}{۲}} y = ۳f(۲) + ۴ \Rightarrow y = ۳(۵) + ۴ \Rightarrow y = ۱۹$$

بنابراین نقطه متناظر برای تابع جدید $A'\left(\frac{۳}{۲}, ۱۹\right)$ است. یعنی دقیقاً از x و y جدید استفاده می‌کنیم.

۱۱۸ برای حل این سؤالات باید نکته کلیدی را بدانیم و آن اینکه اگر $A(۱, a)$ باشد ۱ برابر x و a برای y است.

$$A(۱, a) \xrightarrow{x=۱ \text{ و } y=a} a = ۲f(۳-۱) + ۴ \Rightarrow ۲f(۲) = a - ۴ \Rightarrow f(۲) = \frac{a-۴}{۲}$$

برای قسمت دوم سؤال داریم:

$$۱ - x = ۲ \Rightarrow -x = ۱ \Rightarrow x = -۱$$

$x = -۱$ برای نقطهٔ A' است، بنابراین $b = -۱$ است.

$$\xrightarrow{x=-۱} y = ۲f(۲) + ۱ = ۲\left(\frac{a-۴}{۲}\right) + ۱ = ۷ \Rightarrow a - ۴ + ۱ = ۷ \Rightarrow a = ۱۰$$

۱۱۹

$$A(۳, a) \Rightarrow f(۳) = a$$

برای قسمت دوم سؤال داریم:

$$x - ۱ = ۳ \Rightarrow x = ۴$$

$x = ۴$ برای نقطهٔ A' است، بنابراین $b = ۴$ است.

$$\xrightarrow{x=۴} y = ۳f(۳) + ۱ = ۳a + ۱ = ۱ \Rightarrow ۳a = ۰ \Rightarrow a = ۰$$

Telegram: @konkur_in

۱۲۰ برای حل این سؤالات باید نکته کلیدی را بدانیم و آن اینکه اگر $A(-۱,۳)$ باشد ۱- برابر x و ۳ برابر y است.

$$A(-۱,۳) \xrightarrow{x=-۱ \text{ و } y=۳} ۳ = ۲f(-۱-۱)+۵ \Rightarrow ۲f(-۲) = -۲ \Rightarrow f(-۲) = -۱$$

برای قسمت دوم سؤال باید:

$$۲ - ۳x = -۲ \Rightarrow -۳x = -۴ \Rightarrow x = \frac{۴}{۳}$$

$$\xrightarrow{x=\frac{۴}{۳}} y = ۳f(-۲)+۱ \Rightarrow y = ۳(-۱)+۱ \Rightarrow y = -۲$$

بنابراین نقطه متناظر برای تابع جدید $A'\left(\frac{۴}{۳}, -۲\right)$ است. یعنی دقیقاً از x و y جدید استفاده می‌کنیم.

۱۲۱ برای حل این سؤالات باید نکته کلیدی را بدانیم و آن اینکه اگر $A(۲,۳)$ باشد ۲ برابر x و ۳ برابر y است.

$$A(۲,۳) \xrightarrow{x=۲ \text{ و } y=۳} f(۲) = ۳$$

برای قسمت دوم سؤال باید:

$$۳x - ۱ = ۲ \Rightarrow ۳x = ۳ \Rightarrow x = ۱$$

$$\xrightarrow{x=۱} y = ۲f(۲)+۱ \Rightarrow y = ۲(۳)+۱ \Rightarrow y = ۷$$

بنابراین نقطه متناظر برای تابع جدید $A'(۱,۷)$ است. یعنی دقیقاً از x و y جدید استفاده می‌کنیم.

۱۲۲ برای حل این سؤالات باید نکته کلیدی را بدانیم و آن اینکه اگر $A(-۲,۵)$ باشد ۲- برابر x و ۵ برای y است.

$$A(-۲,۵) \xrightarrow{x=-۲ \text{ و } y=۵} ۵ = ۲f(-۲-۱)+۳ \Rightarrow f(-۳) = ۱$$

برای قسمت دوم سؤال باید:

$$۲x - ۱ = -۳ \Rightarrow ۲x = -۲ \Rightarrow x = -۱$$

$$\xrightarrow{x=-۱} y = ۳f(-۳)+۲ \Rightarrow y = ۳(۱)+۲ \Rightarrow y = ۵$$

بنابراین نقطه متناظر برای تابع جدید $A'(-۱,۵)$ است. یعنی دقیقاً از x و y جدید استفاده می‌کنیم.

۱۲۳ ابتدا دامنه $y = f(x)$ را می‌نویسیم.

$$D_f : x > ۲ \text{ یا } x \leqslant ۱ \text{ و } x \neq ۰$$

سپس با توجه به دامنه $f(x)$ دامنه حاصل را حساب می‌کنیم.

$$g(x) = f(۳x-۸) \Rightarrow ۳x-۸ > ۲ \text{ یا } ۳x-۸ \leqslant ۱ \text{ و } ۳x-۸ \neq ۰$$

$$\Rightarrow x > \frac{۱۰}{۳} \text{ یا } x \leqslant ۳ \text{ و } x \neq \frac{۸}{۳}$$

$$D_y = \left(-\infty, ۳\right] \cup \left(\frac{۱۰}{۳}, +\infty\right) - \left\{\frac{۸}{۳}\right\}$$

Telegram: @konkur_in

۱۲۴ $D_f : ۲ - x \geqslant ۰ \Rightarrow -x \geqslant -۲ \Rightarrow x \leqslant ۲ \Rightarrow D_f = (-\infty, ۲]$

$D_g = R - \{۵\}$

$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{\underbrace{x \leqslant ۲}_{(۱)} \mid \sqrt{۲ - x} \neq ۵\}$$

$$\Rightarrow \sqrt{۲ - x} \neq ۵ \xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} ۲ - x \neq ۲۵ \Rightarrow -x \neq ۲۳ \Rightarrow \underbrace{x \neq -۲۳}_{(۲)}$$

$$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)} D_{gof} = \left(-\infty, ۲\right] - \{-۲۳\}$$

۱۲۵ $D_f : ۲ - ۳x \geqslant ۰ \Rightarrow -۳x \geqslant -۲ \Rightarrow x \leqslant \frac{۲}{۳} \Rightarrow D_f = \left(-\infty, \frac{۲}{۳}\right]$

$D_g = R - \{-۵\}$

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{\underbrace{x \neq -۵}_{(۱)} \mid \frac{۲}{x + ۵} \leqslant \frac{۲}{۳}\}$$

$$\Rightarrow \frac{۲}{x + ۵} - \frac{۲}{۳} \leqslant ۰ \Rightarrow \frac{۶ - ۲x - ۱۰}{۳x + ۱۵} \leqslant ۰ \Rightarrow \frac{-۲x - ۴}{۳x + ۱۵} \leqslant ۰ \Rightarrow \underbrace{x < -۵ \text{ یا } x \geqslant -۲}_{(۲)}$$

$$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)} D_{fog} = (-\infty, -۵) \cup \left[-۲, +\infty\right)$$

۱۲۶ برای آن‌که تابع نمایی $y = a^x$ یک تابع اکیداً نزولی باشد، باید $۰ < a < ۱$ باشد.

$$۰ < ۳k - ۱ < ۱ \xrightarrow{+۱} ۱ < ۳k < ۲ \xrightarrow{\div ۳} \frac{۱}{۳} < k < \frac{۲}{۳}$$

۱۲۷ برای آنکه تابع نمایی $y = a^x$ یک تابع اکیداً صعودی باشد، باید $a > ۱$ باشد.

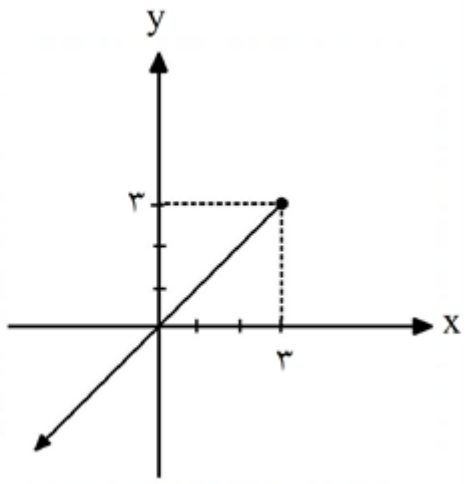
$$۲m - ۱ > ۱ \Rightarrow ۲m > ۲ \Rightarrow m > ۱$$

۱۲۸ $R_f : \sqrt{x + ۲} \geqslant ۰ \xrightarrow{\times(-۱)} -\sqrt{x + ۲} \leqslant ۰ \xrightarrow{+۳} ۳ - \sqrt{x + ۲} \leqslant ۳ \Rightarrow y \leqslant ۳ \Rightarrow R_f = \left(-\infty, ۳\right]$

در تابع وارون جای دامنه و برد تغییر می‌کند، بنابراین:

$$D_{fof^{-۱}} = D_{f^{-۱}} = R_f = (-\infty , ۳]$$

$$y = (fof^{-۱})(x) = x$$



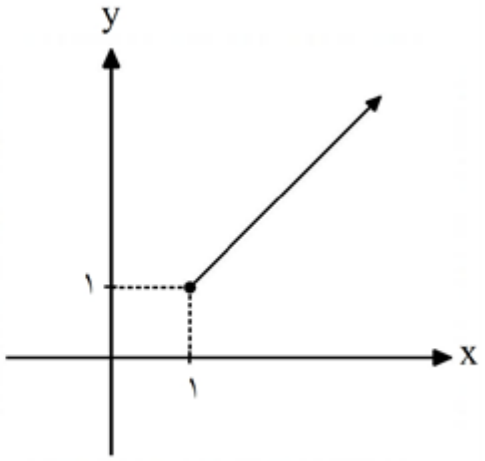
Telegram: @konkur_in

۱۲۹

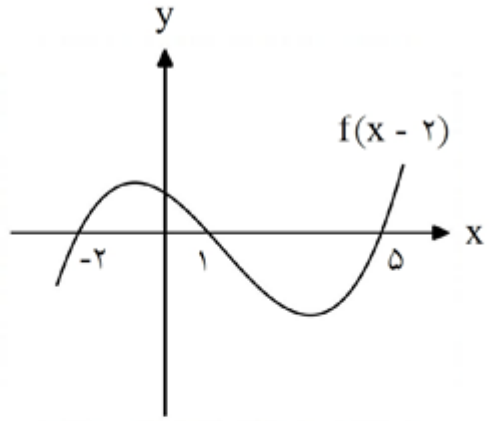
$D_f : x - ۱ \geqslant ۰ \Rightarrow x \geqslant ۱ \Rightarrow D_f = [۱ , +\infty)$

$D_{f^{-۱} \circ f} = D_f = [۱ , +\infty)$

$y = (f^{-۱} \circ f)(x) = x$



۱۳۰ برای رسم تابع $f(x - ۲)$ باید نمودار $f(x)$ را دو واحد به سمت راست منتقل کنیم.



x	$-\infty$	-۴	-۲	-۱	۱	۳	۵	$+\infty$
f(x)	−	+	+	−	−	+	+	
f(x - ۲)	−	−	+	+	−	−	+	
f(x) × f(x- ۲)	+	−	+	−	+	−	+	

$f(x) \times f(x - ۲) \geqslant ۰ \Rightarrow D_g = (-\infty, -۴] \cup [-۲, -۱] \cup [۱, ۳] \cup [۵, +\infty)$

۱۳۱ الف)

$$\left.\begin{array}{l} D_f = R \\ D_g : x - ۷ \geqslant ۰ \Rightarrow x \geqslant ۷ \end{array}\right\} \Rightarrow D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

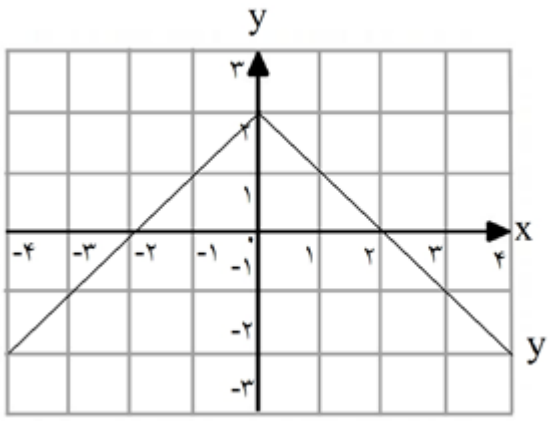
$\Rightarrow D_{gof} = \{x \in R \mid ۴x - ۱ \geqslant ۷\} \Rightarrow ۴x \geqslant ۸ \Rightarrow x \geqslant ۲ \Rightarrow D_{gof} = [۲, +\infty)$

ب)

$$\frac{(fog)(۸)}{(gof)(۶)} = \frac{f(g(۸))}{g(f(۶))} = \frac{f(۱)}{g(۲۳)} = \frac{۳}{۴}$$

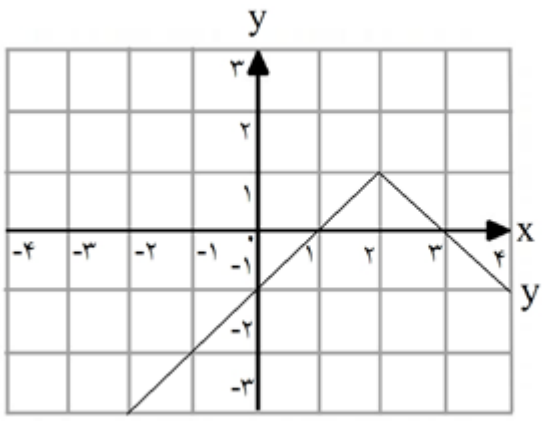
Telegram: @konkur_in

۱۳۲



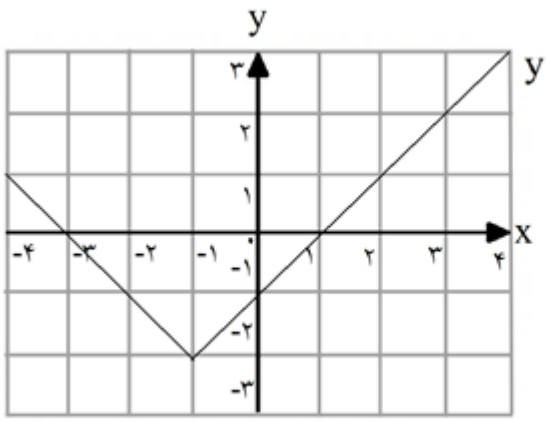
$y = ۲ - |x|$

۱۳۳



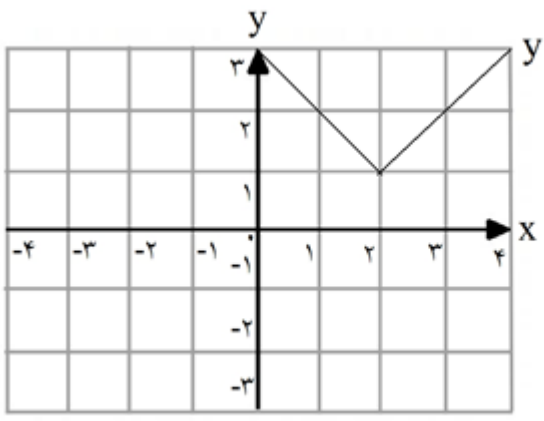
$y = -|x - ۲| + ۱$

۱۳۴



$y = |x + ۱| - ۲$

۱۳۵



$y = |x - ۲| + ۱$

۱۳۶

$f(x) = x$

$g(x) = -x + ۲$

$D_{\text{gof}} = \{x \in \text{D}_f \mid f(x) \in \text{D}_g\} = \{x \geqslant -۱ \mid ۰ \leqslant x \leqslant ۲\} = [۰, ۲]$

Telegram: @konkur_in

۱۳۷

$f(x) = -\frac{۱}{۴}x + \frac{۳}{۴}$

$g(x) = x - ۱$

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} \overset{①}{=} \{x \geq ۱ \mid -۱ \leq x - ۱ \leq ۳\}$$

$$\Rightarrow -۱ \leq x - ۱ \leq ۳ \xrightarrow{+۱} ۰ \leq x \leq ۴ \; ②$$

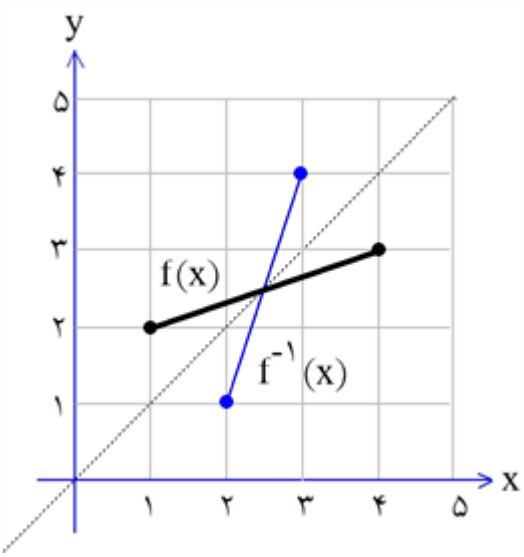
$$\xrightarrow{①\cap②} D_{fog} = [۱, ۴]$$

۱۳۸ تابع f از نقاط $A(۱, ۲)$ و $B(۴, ۳)$ می‌گذرد. بنابراین برای تابع وارون داریم:

$(۱, ۲) \in f \Rightarrow (۲, ۱) \in f^{-۱}$

$(۴, ۳) \in f \Rightarrow (۳, ۴) \in f^{-۱}$

بنابراین نمودار $f^{-۱}(x)$ به صورت زیر است.

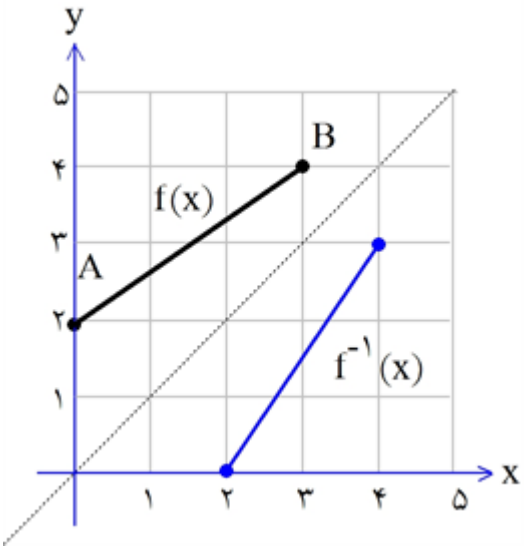


۱۳۹ تابع f از نقاط $A(۰, ۲)$ و $B(۳, ۴)$ می‌گذرد. بنابراین برای تابع وارون داریم:

$(۰, ۲) \in f \Rightarrow (۲, ۰) \in f^{-۱}$

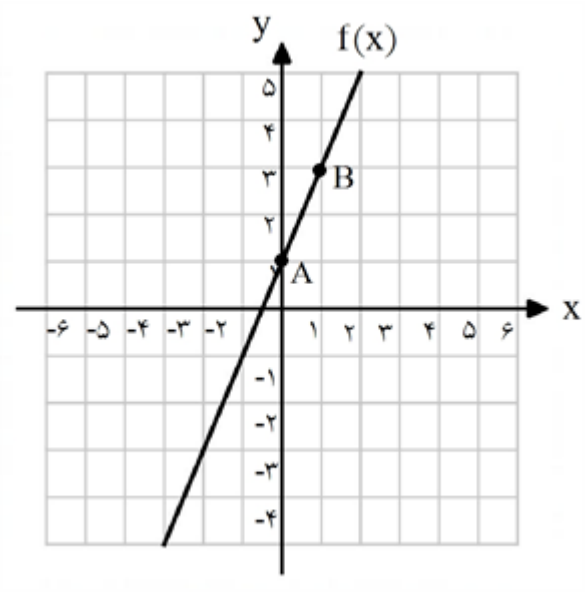
$(۳, ۴) \in f \Rightarrow (۴, ۳) \in f^{-۱}$

بنابراین نمودار $f^{-۱}(x)$ به صورت زیر است.



Telegram: @konkur_in

۱۴۰ با توجه به اینکه تابع از نقاط A و B می‌گذرد و f یک تابع خطی است، داریم:



$f(x) = ax + b$

$A(۰, ۱) \Rightarrow a(۰) + b = ۱ \Rightarrow b = ۱$

$B(۱, ۳) \Rightarrow a(۱) + b = ۳ \Rightarrow a + ۱ = ۳ \Rightarrow a = ۲$

$f(x) = ۲x + ۱ \Rightarrow y = ۲x + ۱ \Rightarrow y - ۱ = ۲x \Rightarrow \frac{y - ۱}{۲} = x \Rightarrow y = \frac{x - ۱}{۲}$

$\Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{x - ۱}{۲}$

۱۴۱ $a^۲ + a = ۶ \Rightarrow a^۲ + a - ۶ = ۰ \Rightarrow (a + ۳)(a - ۲) = ۰$

$\begin{cases} a = -۳ & \text{غ ق ق} \\ a = ۲ & \text{ق ق} \end{cases}$

$a = -۳ \Rightarrow f = \{(۲, ۶), (-۵, ۴), (۲, ۶), (۲b - ۱, -۱), (-۵, ۱۹)\}$

به ازای $a = -۳$ تابع نیست.

$a = ۲ \Rightarrow f = \{(۲, ۶), (۵, ۴), (۲, ۶), (۲b - ۱, ۴), (-۵, ۱۹)\}$

$\Rightarrow ۲b - ۱ = ۵ \Rightarrow ۲b = ۶ \Rightarrow b = ۳$

بنابراین $a = ۲$ و $b = ۳$ است.

۱۴۲ $k + ۱ = ۷ \Rightarrow k = ۶$

$\xrightarrow{k=۶} f = \{(۲, ۷), (۴, ۱۰), (۶, ۱۳), (۲, ۷), (m + ۱, ۱۰)\} \Rightarrow m + ۱ = ۴ \Rightarrow m = ۳$

۱۴۳ $m^۲ = ۹ \Rightarrow \begin{cases} m = ۳ & \text{غ ق ق} \\ m = -۳ & \text{ق ق} \end{cases}$

$m = ۳ \Rightarrow f = \{(۲, ۹), (۵, ۴), (۲, ۹), (۷, ۴), (k + ۷, -۲)\}$

به ازای $m = ۳$ یک به یک نیست.

$m = -۳ \Rightarrow f = \{(۲, ۹), (۵, -۲), (۲, ۹), (۷, ۴), (k + ۷, -۲)\}$

به ازای $m = -۳$ یک به یک است.

$k + ۷ = ۵ \Rightarrow k = -۲$

بنابراین $m = -۳$ و $k = -۲$ تابع یک به یک است.

Telegram: @konkur_in

۱۴۴ $k = ۳k - ۴ \Rightarrow ۲k = ۴ \Rightarrow k = ۲$

$\xrightarrow{k=۲} f = \{(۲,۲),(۱۰,۵),(m-۱,۵),(۲,۲)\}$

$m - ۱ = ۱۰ \Rightarrow m = ۱۱$

۱۴۵ در واقع این x هایی که در جدول نوشته شده است برای نمودار تابع رسم شده همان y است. بنابراین کافی است x این نقاط را در نمودار مشخص کنیم که همان y است.

x	-۳	-۱	۱	۳
$f^{-۱}(x)$	-۴	-۲	۴	۵

۱۴۶ در واقع این x هایی که در جدول نوشته شده است برای نمودار تابع رسم شده همان y است. بنابراین کافی است x این نقاط را در نمودار مشخص کنیم که همان y است.

x	۱	۲	-۱	-۳
$f^{-۱}(x)$	۳	۴	-۱	-۳

۱۴۷ $(g^{-۱}of^{-۱})(۲۴) = g^{-۱}(f^{-۱}(۲۴))$

عدد ۲۴ برای تابع f خروجی تابع است.

$f(x) = \frac{x}{۵} - ۱ = ۲۴ \Rightarrow \frac{x}{۵} = ۲۵ \Rightarrow x = ۱۲۵$

عدد ۱۲۵ برای تابع g خروجی تابع است.

$x^۳ = ۱۲۵ \Rightarrow x = ۵ \Rightarrow y^{-۱}(۱۲۵) = ۵$

۱۴۸ $(g^{-۱}of^{-۱})(۱۴) = g^{-۱}(f^{-۱}(۱۴))$

عدد ۱۴ برای تابع f خروجی تابع است.

$f(x) = \frac{x}{۲} - ۱ = ۱۴ \Rightarrow \frac{x}{۲} = ۱۵ \Rightarrow x = ۳۰$

عدد ۳۰ برای تابع g خروجی تابع است.

$x^۳ + x = ۳۰ \Rightarrow x = ۳ \Rightarrow g^{-۱}(۳۰) = ۳$

۱۴۹ $y = -۳ - \sqrt{۱ - ۷x} \Rightarrow \sqrt{۱ - ۷x} = -۳ - y \xrightarrow{\text{به توان می رسانیم ۲}} ۱ - ۷x = ۹ + ۶y + y^۲$

$\Rightarrow -۷x = y^۲ + ۶y + ۸ \xrightarrow{\div(-۷)} x = \frac{y^۲ + ۶y + ۸}{-۷}$

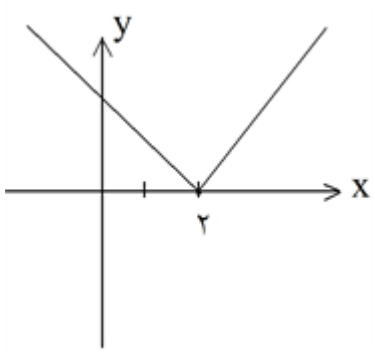
$\Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{x^۲ + ۶x + ۸}{-۷}$

۱۵۰ $y = ۴ - \sqrt{x - ۲} \Rightarrow \sqrt{x - ۲} = ۴ - y \xrightarrow{\text{به توان می رسانیم ۲}} x - ۲ = ۱۶ - ۸y + y^۲$

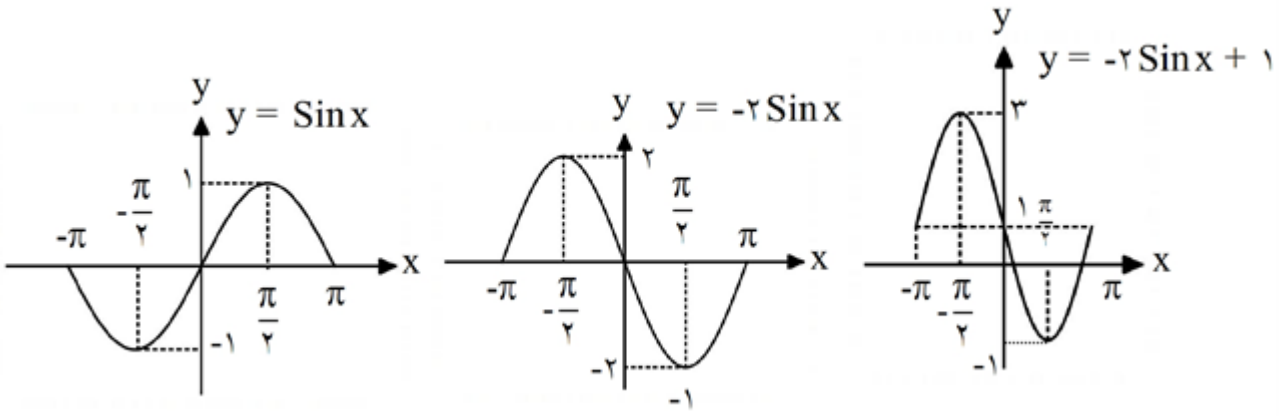
$\Rightarrow x = y^۲ - ۸y + ۱۸ \Rightarrow f^{-۱}(x) = x^۲ - ۸x + ۱۸$

Telegram: @konkur_in

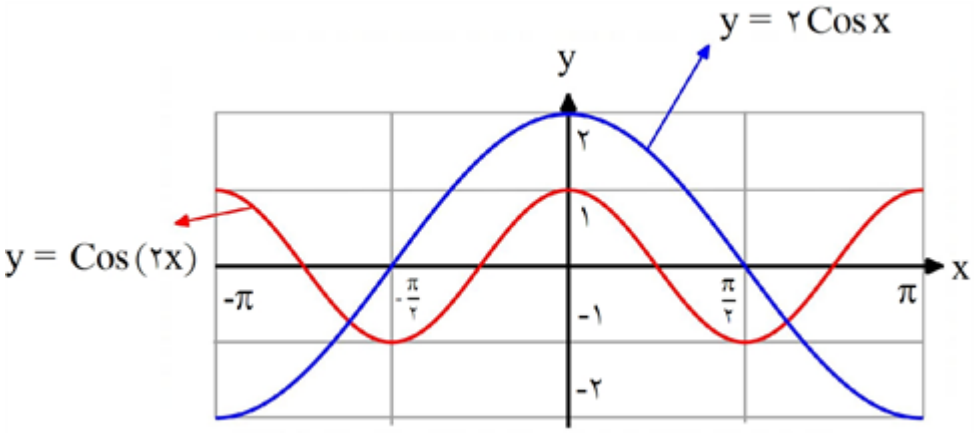
۱۵۱ با توجه به نمودار تابع دامنه محدود شده باید $(-\infty, ۲]$ یا $[۲, +\infty)$ باشد.



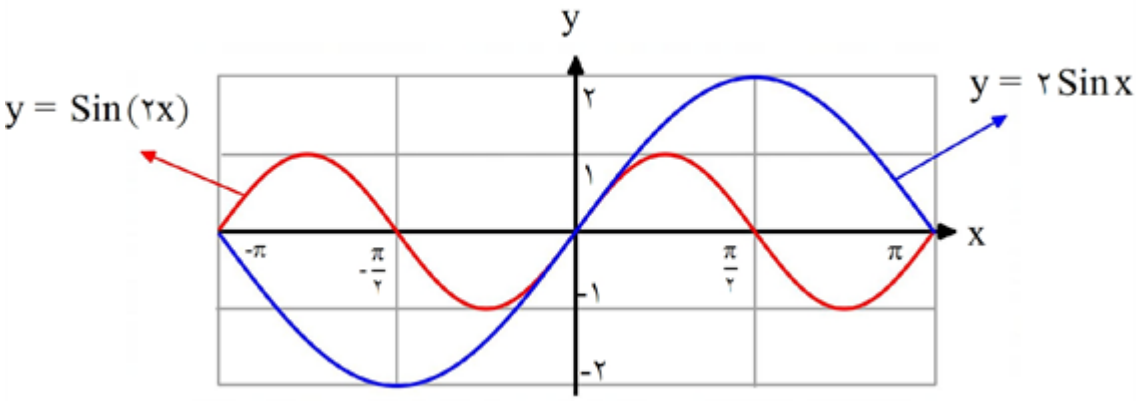
۱۵۲



۱۵۳



۱۵۴



Telegram: @konkur_in

۱۵۵ $D_f = R - \{۱\}$

$D_g = R - \{-۵\}$

$D_{\text{fog}} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \left\{x \neq -۵ \mid \frac{۱}{x+۵} \neq ۱\right\}$

$\frac{۱}{x+۵} \neq ۱ \Rightarrow x+۵ \neq ۱ \Rightarrow x \neq -۴$

$D_{\text{fog}} = R - \{-۴, -۵\}$

۱۵۶ $(\text{fog})(x) = f(g(x)) = ۵(۳x+۲) - ۱ = ۱۵x + ۹ = ۴ \Rightarrow ۱۵x = -۵ \Rightarrow x = -\frac{۱}{۳}$

۱۵۷ $D_f = [۷, +\infty)$

$D_g = R$

$D_{\text{fog}} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \left\{x \in R \mid x^۲ - ۹ \geq ۷\right\}$

$x^۲ - ۹ \geq ۷ \Rightarrow x^۲ - ۱۶ \geq ۰ \Rightarrow x \leq -۴$ یا $x \geq ۴$

$\Rightarrow D_{\text{fog}} = (-\infty, -۴] \cup [۴, +\infty)$

$(\text{fog})(x) = f(g(x)) = \sqrt{x^۲ - ۹ - ۷} = \sqrt{x^۲ - ۱۶}$

۱۵۸ $\text{gof} = \{(۱, -۱), (۴, ۷), (۷, ۱)\}$ $\quad \text{fog} = \{(۵, ۲), (۳, ۱۱), (۱۱, ۵)\}$

$۱ \xrightarrow{f} ۵ \xrightarrow{g} -۱$ $\quad ۵ \xrightarrow{g} -۱ \xrightarrow{f} ۲$

$۴ \xrightarrow{f} ۳ \xrightarrow{g} ۷$ $\quad ۳ \xrightarrow{g} ۷ \xrightarrow{f} ۱۱$

$۷ \xrightarrow{f} ۱۱ \xrightarrow{g} ۱$ $\quad ۱۱ \xrightarrow{g} ۱ \xrightarrow{f} ۵$

$-۱ \xrightarrow{f} ۲ \xrightarrow{g}$ ✖ $\quad ۹ \xrightarrow{g} ۲۵ \xrightarrow{f}$ ✖

۱۵۹ الف) $(\text{fog})(-۲) = ۱۰ \Rightarrow f(g(-۲)) = f(۲) = ۱۰ \Rightarrow a = ۱۰$

ب) $(\text{gof})(۵) = ۸ \Rightarrow g(f(۵)) = ۸ \Rightarrow g(۱) = ۸ \Rightarrow b = ۱$

۱۶۰ الف) $(\text{fog})(۳) = f(g(۳)) = f(۵) = ۲$

ب) $(\text{gof})(۴) = g(f(۴)) = g(۱۱) = ۲$

۱۶۱ الف) $(\text{fog})(۴) = f(g(۴)) = f(۱) = -۱$

ب) $(\text{gof})(۲) = g(f(۲)) = g(۷) = ۵$

۱۶۲ الف) $(\text{fog})(۲) = f(g(۲)) = f(-۱) = ۰$

ب) $(\text{gof})(-۲) = g(f(-۲)) = g(-۱) = ۲$

۱۶۳ الف) $(\text{fog})(-۲) = f(g(-۲)) = f(۰) = ۱$

ب) $(\text{gof})(۱) = g(f(۱)) = g(۰) = -۲$

Telegram: @konkur_in

۱۶۴

$$f(x)=x^{۲}+ax+bx+ab+۲(a+b)x^{۲}$$
$$f(x)=(۱+۲a+۲b)x^{۲}+(a+b)x+ab$$

برای آنکه تابع خطی باشد باید ضریب $x^{۲}$ برابر صفر باشد، بنابراین:

$$۱+۲a+۲b=۰\Rightarrow ۲a+۲b=-۱\xrightarrow{\div ۲}a+b=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow f(x)=-\frac{۱}{۲}x+ab$$

از نقطه $(-۱,۴)$ می‌گذرد، در نتیجه:

$$(-۱,۴)\Rightarrow ۴=\frac{۱}{۲}+ab\Rightarrow ab=۴-\frac{۱}{۲}\Rightarrow ab=\frac{۷}{۲}$$
$$f(x)=-\frac{۱}{۲}x+\frac{۷}{۲}$$
$$y=-\frac{۱}{۲}x+\frac{۷}{۲}\xrightarrow{\times ۲}۲y=-x+۷\Rightarrow x=۷-۲y\Rightarrow f^{-۱}(x)=۷-۲x$$

۱۶۵

$$f(x)=\frac{(۵x-۱)\cancel{(x-۱)}}{\cancel{x-۱}}\Rightarrow f(x)=۵x-۱\Rightarrow D_f=R-\{۱\}$$
$$\xrightarrow{x=۱}y=۴\Rightarrow R_f=R-\{۴\}\Rightarrow D_{f^{-۱}}=R_f$$
$$y=۵x-۱\Rightarrow y+۱=۵x\Rightarrow x=\frac{y+۱}{۵}\Rightarrow y=\frac{x+۱}{۵}$$

باید در $x-۴$ ضرب و تقسیم کنیم.

$$f^{-۱}(x)=\frac{\left(\frac{x+۱}{۵}\right)(x-۴)}{x-۴}=\frac{x^{۲}-۳x-۴}{۵x-۲۰}\Rightarrow\begin{cases}a=-۳\\b=-۴\\c=-۲۰\end{cases}$$

۱۶۶

$$f(x)=\underbrace{x^{۳}-۳x^{۲}+۳x-۱}_{\text{اتحاد مکعب دو جمله ای}}+۱+۵\Rightarrow f(x)=(x-۱)^{۳}+۶\Rightarrow\begin{cases}a=-۱\\b=۶\end{cases}$$

$$g(x)=\sqrt{۶-\text{Log}_{۲}(x+۱)}$$
$$\Rightarrow\begin{cases}x+۱>۰\Rightarrow x>-۱\ (۱)\\۶-\text{Log}_{۲}(x+۱)\geq ۰\Rightarrow \text{Log}_{۲}(x+۱)\leq ۶\Rightarrow x+۱\leq ۲^{۶}\Rightarrow x\leq ۶۳\ (۲)\end{cases}$$
$$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)}D_g=\left(-۱,۶۳\right]$$

۱۶۷

$$f(x)=\underbrace{x^{۳}-۱۵x^{۲}+۷۵x-۱۲۵}_{\text{اتحاد مکعب دو جمله ای}}+۱۲۵-۱۲۰\Rightarrow f(x)=(x-۵)^{۳}+۵\Rightarrow\begin{cases}a=-۵\\b=۵\end{cases}$$

$$g(x)=\frac{x-۴}{-۵x+۵}\Rightarrow -۵x+۵\neq ۰\Rightarrow x\neq ۱\Rightarrow D_g=R-\{۱\}$$

۱۶۸

$$f(x)=\underbrace{x^{۳}-۳x^{۲}+۳x-۱}_{\text{اتحاد مکعب دو جمله ای}}+۱+۱۰\Rightarrow f(x)=(x-۱)^{۳}+۱۱\Rightarrow\begin{cases}a=-۱\\b=۱۱\end{cases}$$

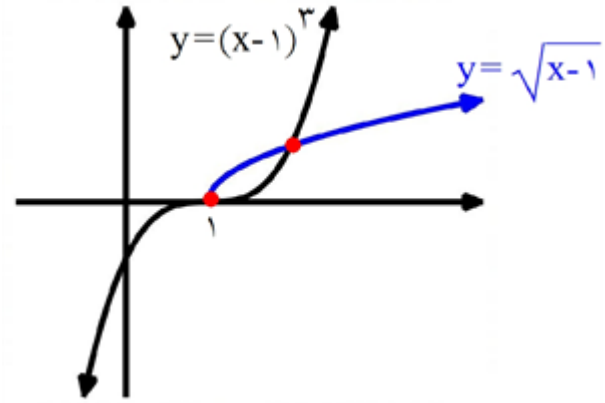
$$g(x)=\sqrt{۱۱x-۱}\Rightarrow ۱۱x-۱\geq ۰\Rightarrow x\geq\frac{۱}{۱۱}\Rightarrow D_g=\left[\frac{۱}{۱۱},+\infty\right)$$

Telegram: @konkur_in

۱۶۹

$$x^3 - 3x^2 + 3x = \sqrt{x-1} + 1 \xrightarrow{-1} \underbrace{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}_{\text{اتحاد مکعب دو جمله ای}} = \sqrt{x-1}$$

$$\begin{cases} y = (x-1)^3 \\ y = \sqrt{x-1} \end{cases}$$

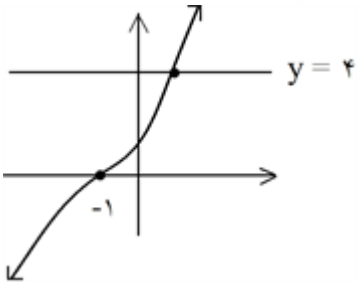


معادله دارای دو جواب است.

۱۷۰

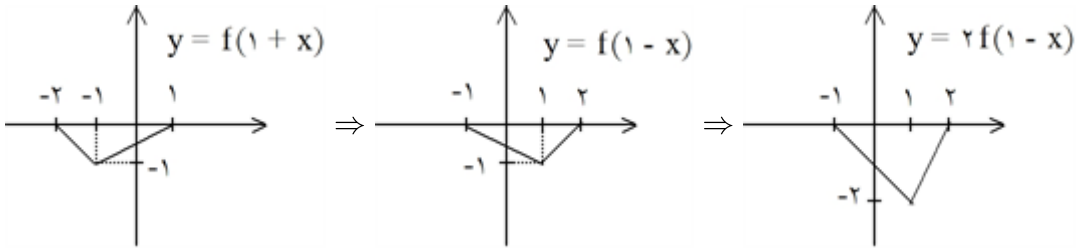
$$x^3 + 3x^2 + 3x = 3 \xrightarrow{+1} \underbrace{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}_{\text{اتحاد مکعب دو جمله ای}} = 4 \Rightarrow (x+1)^3 = 4$$

$$\begin{cases} y = (x+1)^3 \\ y = 4 \end{cases}$$



فقط یک جواب دارد.

۱۷۱



۱۷۲

$$f(x) = \underbrace{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}_{\text{اتحاد مکعب}} + 8 - 5 \Rightarrow f(x) = (x-2)^3 + 3$$

$$f(\sqrt[3]{7} + 2) = (\sqrt[3]{7} + \cancel{2} - \cancel{2})^3 + 3 = 7 + 3 = 10$$

۱۷۳

$$f(x) = \underbrace{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}_{\text{اتحاد مکعب}} - 1 + 5 \Rightarrow f(x) = (x+1)^3 + 4$$

$$f(\sqrt[3]{5} - 1) = (\sqrt[3]{5} - \cancel{1} + \cancel{1})^3 + 4 = 5 + 4 = 9$$

Telegram: @konkur_in

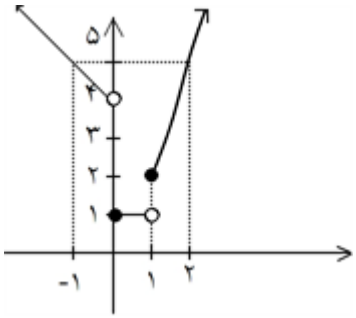
۱۷۴

$$f(x)=\begin{cases} x^{۲}+۱ & x \geq ۱ \\ ۱ & ۰ \leq x < ۱ \\ -x+۴ & x < ۰ \end{cases}$$

x	۱	۲
y	۲	۵

x	۰	۱
y	۱	۱

x	۰	-۱
y	۴	۵



الف) $[۰, +\infty)$

ب)) $(-\infty, ۰]$

ج) $(-\infty, ۱)$

د) $[۰, ۱)$

۱۷۵

$f(x) \rightarrow |x|$

$g(x) \rightarrow |x| + ۱$

$h(x) \longrightarrow -|x - ۱|$

$k(x) \longrightarrow -|x + ۱|$

۱۷۶

$f(x) \rightarrow x^{۲}$

$g(x) \rightarrow (x - ۲)^{۲}$

$h(x) \rightarrow (x + ۲)^{۲}$

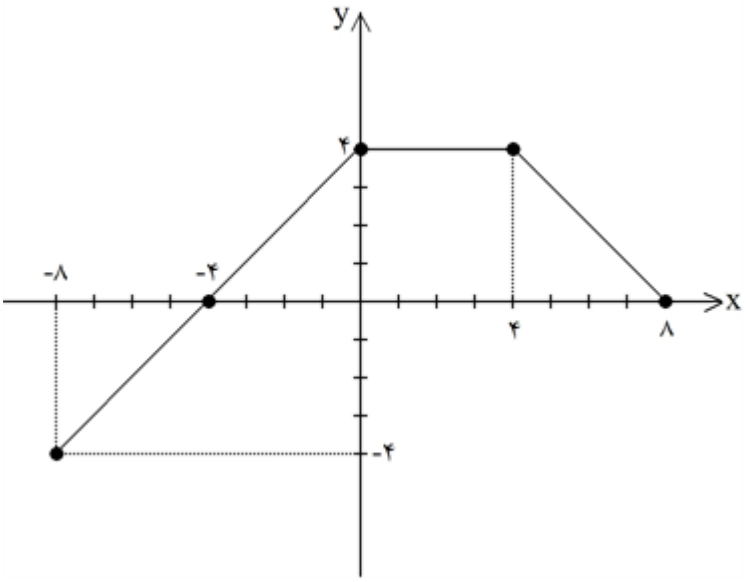
Telegram: @konkur_in

۱۷۷

ت) $y = ۲f\left(\frac{۱}{۲}x\right)$

$\frac{۱}{۲}x = t \Rightarrow x = ۲t$

x	۲(-۴)	۲(-۲)	۲(۰)	۲(۲)	۲(۴)
y	۲(-۲)	۲(۰)	۲(۲)	۲(۲)	۲(۰)



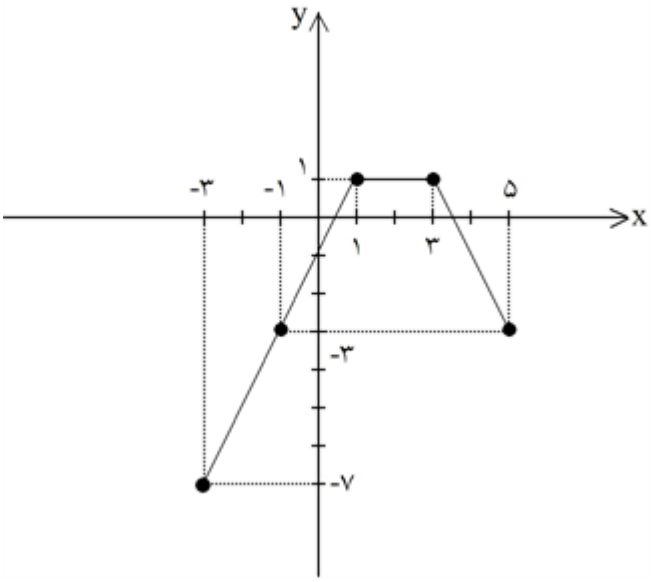
$$y = \begin{cases} x + ۴ & ; \ -۸ \le x \le ۰ \\ ۴ & ; \ ۰ \le x \le ۴ \\ -x + ۸ & ; \ ۴ \le x \le ۸ \end{cases}$$

$D = [-۸ , ۸] \quad R = [-۴ , ۴]$

۱۷۸

پ) $x - ۱ = t \Rightarrow x = t + ۱$

x	-۴ + ۱	-۲ + ۱	۰ + ۱	۲ + ۱	۴ + ۱
y	۲(-۲) - ۳	۲(۰) - ۳	۲(۲) - ۳	۲(۲) - ۳	۲(۰) - ۳



$$y = \begin{cases} ۲x - ۱ & ; \ -۳ \le x \le ۱ \\ ۱ & ; \ ۱ \le x \le ۳ \\ -۲x + ۷ & ; \ ۳ \le x \le ۵ \end{cases}$$

$D = [-۳ , ۵] \quad R = [-۷ , ۱]$

Telegram: @konkur_in

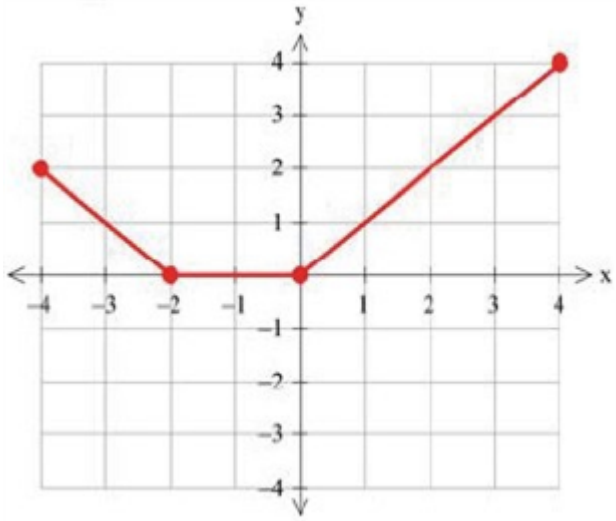
۱۷۹

ب) $y = -f(-x) + ۲$

	-(-۴)	-(-۲)	-(۰)	-(۲)	-(۴)
	-(-۲) +۲	-(۰) +۲	-(۲) +۲	-(۲) +۲	-(۰) +۲

$\Rightarrow$

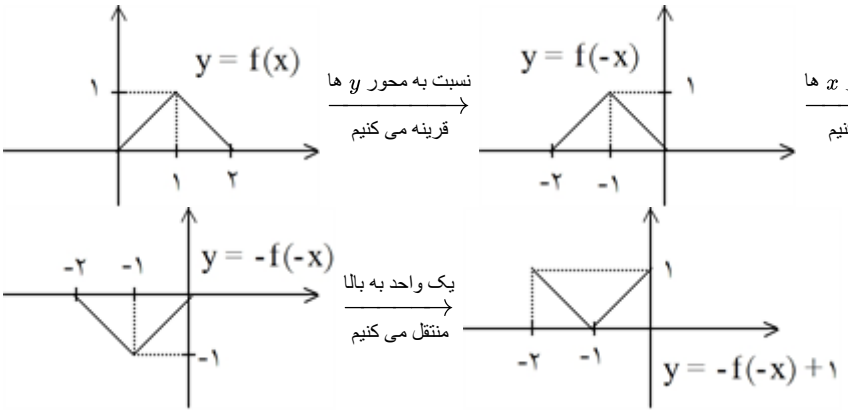
	۴	۲	۰	-۲	-۴
	۴	۲	۰	۰	۲



$$y = \begin{cases} -x - ۲ & -۴ \le x \le -۲ \\ ۰ & -۲ \le x \le ۰ \\ x & ۰ \le x \le ۴ \end{cases}$$

$D = [-۴, ۴] \quad R = [۰, ۴]$

۱۸۰



۱۸۱

$D_f : x - ۳ \ge ۰ \Rightarrow x \ge ۳$

$D_g : ۱۰ - x \ge ۰ \Rightarrow x \le ۱۰$

$$D_{gof} = \{x \in D_f | f(x) \in D_g\} = \{x \ge ۳ | \sqrt{x - ۳} \le ۱۰\} \quad (۱)$$

به توان ۲ می رسانیم

$x - ۳ \le ۱۰۰$

$(۲) \quad x \le ۱۰۳$

$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)} D_{gof} = [۳, ۱۰۳]$

Telegram: @konkur_in

۱۸۲

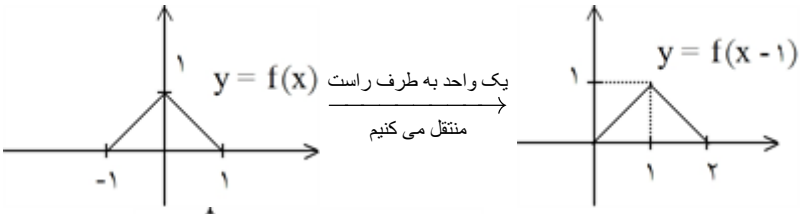
$$\underbrace{f(x-۲)}_{t} = x^۲ + ۴x$$

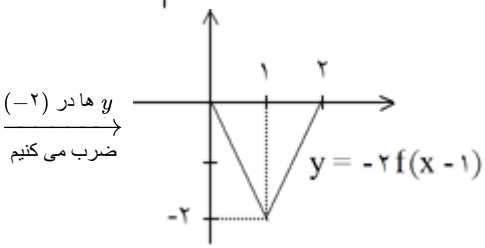
$$x - ۲ = t \Rightarrow x = t + ۲ \Rightarrow f(t) = (t+۲)^۲ + ۴(t+۲) \Rightarrow f(t) = t^۲ + ۴t + ۴ + ۴t + ۸$$

$$\Rightarrow f(t) = t^۲ + ۸t + ۱۲ \xrightarrow{t=۲x+۱} f(۲x+۱) = (۲x+۱)^۲ + ۸(۲x+۱) + ۱۲$$

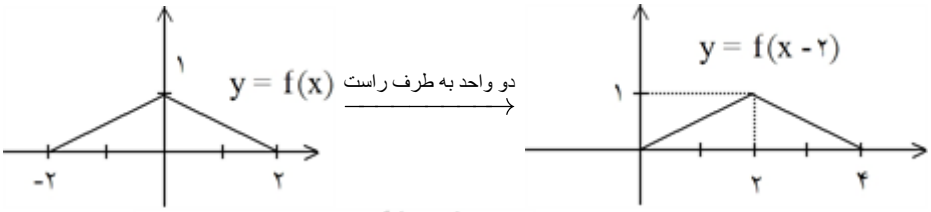
$$\Rightarrow f(۲x+۱) = ۴x^۲ + ۴x + ۱ + ۱۶x + ۸ + ۱۲ \Rightarrow f(۲x+۱) = ۴x^۲ + ۲۰x + ۲۱$$

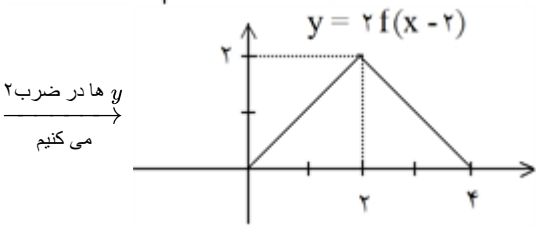
۱۸۳



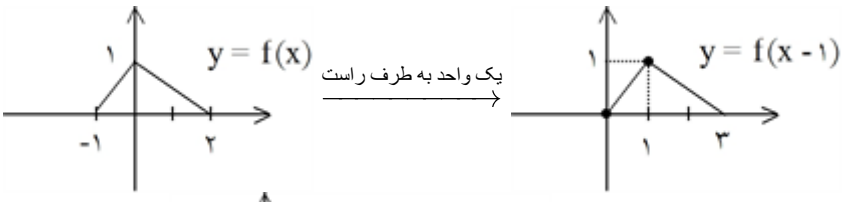


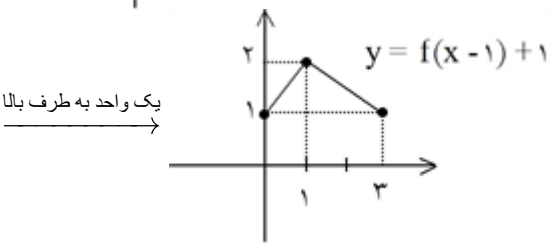
۱۸۴





۱۸۵





Telegram: @konkur_in

۱۸۶

الف) $(\text{fog})^{-1}(۵) = \sqrt[۳]{۸\times۵ + ۲۴} = \sqrt[۳]{۶۴} = ۴$

$(\text{fog})(x) = f(x^۳) = \frac{۱}{۸}x^۳ - ۳ \Rightarrow y + ۳ = \frac{۱}{۸}x^۳ \Rightarrow x^۳ = ۸y + ۲۴ \Rightarrow x = \sqrt[۳]{۸y + ۲۴}$

$(\text{fog})^{-1}(x) = \sqrt[۳]{۸x + ۲۴}$

ب) $(f^{-1}of^{-1})(۶) = f^{-1}(\underbrace{f^{-1}(۶)}_{۸(۶+۳) = ۷۲}) = f^{-1}(۶) = ۸(۷۲ + ۳) = ۶۰۰$

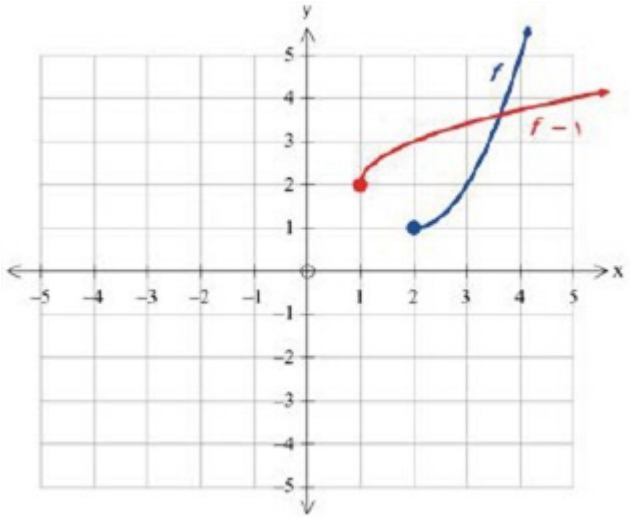
پ) $(g^{-1}of^{-1})(۵) = g^{-1}(\underbrace{f^{-1}(۵)}_{۸(۵+۳) = ۶۴}) = g^{-1}(۶۴) = \sqrt[۳]{۶۴} = ۴$

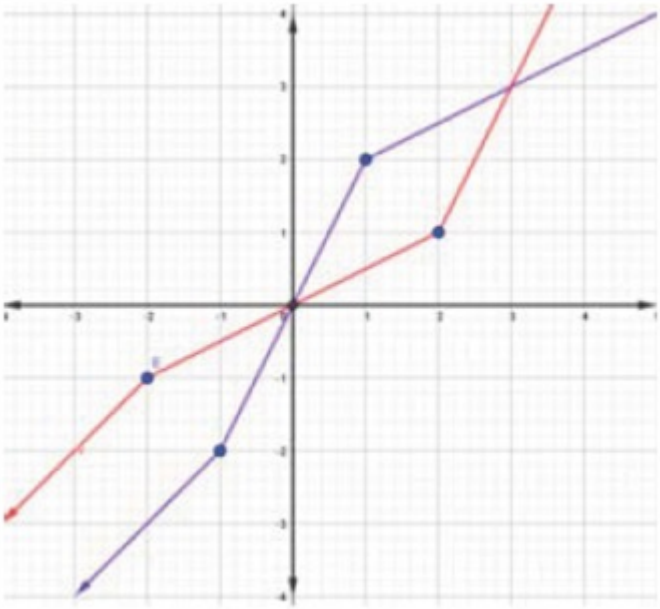
۱۸۷

$f(x) = x^۲ - ۴x + ۵ = (x-۲)^۲ + ۱ \qquad D_f = [۲, +\infty) \qquad R_f = [۱, +\infty)$

$y = (x-۲)^۲ + ۱ \Rightarrow y - ۱ = (x-۲)^۲ \Rightarrow x - ۲ = \pm\sqrt{y-۱} \Rightarrow x = \pm\sqrt{y-۱} + ۲$

$\xrightarrow{x \geq ۲} f^{-1}(x) = \sqrt{x-۱} + ۲ \qquad D_{f^{-1}} = [۱, +\infty) \qquad R_{f^{-1}} = [۲, +\infty)$





۱۸۸

x	-۴	-۲	۲	۳
$f^{-1}(x)$	-۳	-۱	۱	۳

Telegram: @konkur_in

۱۸۹

الف) $f(x)=|x| \qquad x\geq ۰$

$\xrightarrow{x\geq ۰} y=x \xrightarrow{x\longleftrightarrow y} y=x \Rightarrow f^{-۱}(x)=x$

ب) $g(x)=-x^{۲} \qquad x\leq ۰$

$\xrightarrow{x\leq ۰} y=-x^{۲} \xrightarrow{\times(-۱)} -y=x^{۲} \Rightarrow \sqrt{-y}=\sqrt{x^{۲}} \Rightarrow \sqrt{-y}=-x$

$\xrightarrow{x\longleftrightarrow y} y=-\sqrt{-x} \Rightarrow g^{-۱}(x)=-\sqrt{-x}$

پ) $h(x)=(x+۲)^{۲}-۱ \qquad x\geq -۲$

$\xrightarrow{x\geq -۲} y+۱=(x+۲)^{۲} \Rightarrow \sqrt{y+۱}=|x+۲| \Rightarrow x+۲=\sqrt{y+۱} \Rightarrow x=\sqrt{y+۱}-۲$

$\xrightarrow{x\longleftrightarrow y} y=\sqrt{x+۱}-۲ \Rightarrow h^{-۱}(x)=\sqrt{x+۱}-۲$

۱۹۰

$f(x)=\frac{۹}{۵}x+۳۲ \xrightarrow{y\longleftrightarrow x} x=\frac{۹}{۵}y+۳۲ \Rightarrow ۵x=۹y+۱۶۰ \Rightarrow ۹y=۵x-۱۶۰$

$\Rightarrow y=\frac{۵}{۹}x-\frac{۱۶۰}{۹} \Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{۵}{۹}x-\frac{۱۶۰}{۹}$

میزان تغییرات درجه نسبت به فارنهایت را نشان می‌دهد.

۱۹۱

الف) $\text{fog}\,(x)=f(g(x))=-\frac{۷}{۲}\left(-\frac{۲x+۶}{۷}\right)-۳=x+۳-۳=x$

$\text{gof}\,(x)=g(f(x))=-\frac{۲\left(\frac{-۷x}{۲}-۳\right)+۶}{۷}=\frac{۷x-۶+۶}{۷}=x$

$\text{fog}\,(x)=f(g(x))=-\sqrt{۸+x^{۲}-۸}=-\sqrt{x^{۲}}=-\left|x^{۲}\right|=-|x| \xrightarrow{x\leq ۰} -(-x)=x$

ب) $\text{gof}\,(x)=g(f(x))=(-\sqrt{x-۸})^{۲}+۸=x-۸+۸=x$

۱۹۲

$f(x)=\frac{-۸x+۳}{۲} \xrightarrow{x\longleftrightarrow y} x=\frac{-۸y+۳}{۲} \Rightarrow -۸y=۲x-۳ \Rightarrow y=\frac{-۲x+۳}{۸} \Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{-۲x+۳}{۸}$

$g(x)=-۵-\sqrt{۳x+۱} \xrightarrow{x\longleftrightarrow y} x=-۵-\sqrt{۳y+۱} \Rightarrow -\sqrt{۳y+۱}=x+۵$

$\Rightarrow ۳y+۱=(x+۵)^{۲} \Rightarrow ۳y=(x+۵)^{۲}-۱ \Rightarrow y=\frac{(x+۵)^{۲}-۱}{۳} \Rightarrow g^{-۱}(x)=\frac{(x+۵)^{۲}-۱}{۳}$

Telegram: @konkur_in

۱۹۳

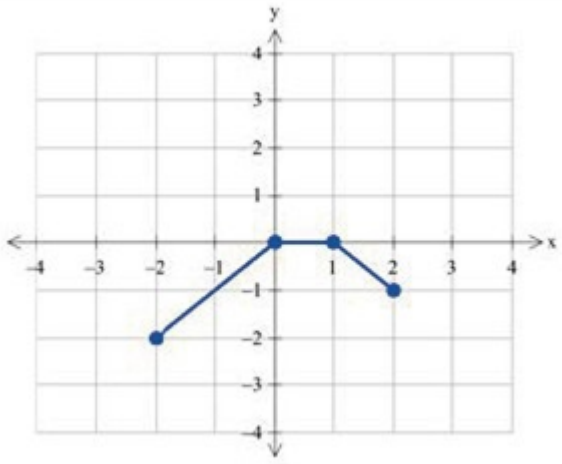
الف) $y=\frac{۱}{۲}f(۲x)-۱$

$y=\frac{۱}{۲}f(۲x)-۱ \qquad ۲x=t\Rightarrow t=\frac{۱}{۲}x$

x	$\frac{۱}{۲}\times(-۴)$	$\frac{۱}{۲}\times(-۲)$	$\frac{۱}{۲}\times(۰)$	$\frac{۱}{۲}\times(۲)$	$\frac{۱}{۲}\times(۴)$
y	$\frac{۱}{۲}(-۲)-۱$	$\frac{۱}{۲}(۰)-۱$	$\frac{۱}{۲}(۲)-۱$	$\frac{۱}{۲}(۲)-۱$	$\frac{۱}{۲}(۰)-۱$

$\Rightarrow$

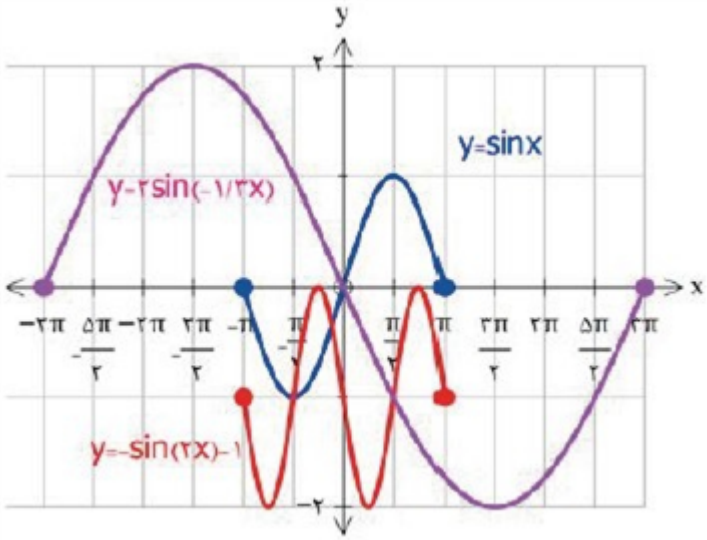
x	-۲	-۱	۰	۱	۲
y	-۲	-۱	۰	۰	-۱



$$y=\begin{cases} x & -۲\le x\le ۰ \\ ۰ & ۰\le x\le ۱ \\ -x+۱ & ۱\le x\le ۲ \end{cases}$$

$D=[-۲\,,\,۲] \qquad R=[-۲\,,\,۰]$

۱۹۴



۱۹۵ الف) شکل ۴ ب) شکل ۱ پ) شکل ۲ ت) شکل ۳

Telegram: @konkur_in

۱۹۶ الف) $f(x)=۲x-۵, g(x)=x^۲-۳x+۸ \Rightarrow \begin{cases} f(g(x))=۷ \\ ۲(x^۲-۳x+۸)-۵ \end{cases} \Rightarrow ۲x^۲-۶x+۱۱=۷$

$\Rightarrow ۲x^۲-۶x+۴=۰ \xrightarrow{a+b+c=۰} \begin{cases} x=۱ \\ x=۲ \end{cases}$

ب) $f(x)=۳x^۲+x-۱, g(x)=۱-۲x \Rightarrow \begin{cases} g(f(x))=-۵ \\ ۱-۲(۳x^۲+x-۱) \end{cases} \Rightarrow -۶x^۲-۲x+۳=-۵$

$\Rightarrow -۶x^۲-۲x+۸=۰ \xrightarrow{a+b+c=۰} \begin{cases} x=۱ \\ x=-\frac{۸}{۶}=-\frac{۴}{۳} \end{cases}$

۱۹۷ الف) $(\text{fog})(-۱)=f(g(-۱))=f(-۳)=۱$

ب) $(\text{gof})(۰)=g(f(۰))=g(۲)=-۶$

پ) $(\text{fog})(۱)=f(g(۱))=f(-۵)=۳$

ت) $(\text{gof})(-۱)=g(f(-۱))=g(۱)=-۵$

۱۹۸ الف) $h(x)=\sqrt[۳]{x^۲+۱} \Rightarrow f(x)=x^۲+۱, g(x)=\sqrt[۳]{x}$

ب) $l(x)=\sqrt{x^۲+۱} \Rightarrow f(x)=x^۲+۵, g(x)=\sqrt{x}$

خیر منحصر به فرد نیست.

۱۹۹ الف) $\begin{cases} \text{fog}(x)=f(g(x))=\sqrt[۵]{۳x^۲-۴x+۱} & \times \\ \text{gof}(x)=g(f(x))=۳\sqrt[۵]{x^۲}-۴\sqrt[۵]{x}+۱ & \times \end{cases}$

ب) $\begin{cases} \text{kol}(x)=\text{k}(\text{l}(x))=(۳x^۲-۴x+۱)^۵ & \checkmark \\ \text{lok}(x)=\text{l}(\text{k}(x))=۳(x^۵)^۲-۴x^۵+۱=۳x^{۱۰}-۴x^۵+۱ & \times \end{cases}$

۲۰۰ الف) مقرون به صرفه است

$f(x)=x-\frac{۲}{۱۰}x=\frac{۸}{۱۰}x=\frac{۴}{۵}x(x>۰) \quad g(x)=x-۲۰۰۰۰۰ \quad x>۱۵۰۰۰۰۰$

$g(f(x))=f(x)-۲۰۰۰۰۰=\frac{۴}{۵}x-۲۰۰۰۰۰$

$\frac{۸۰}{۱۰۰}\times ۲۰۰۰۰۰۰-۲۰۰۰۰۰=۱۴۰۰۰۰۰$

$f(g(x))=f(x-۲۰۰۰۰۰)=\frac{۴}{۵}(x-۲۰۰۰۰۰)=\frac{۴}{۵}x-۱۶۰۰۰۰$

ب) $\frac{۸۰}{۱۰۰}(۲۰۰۰۰۰۰-۲۰۰۰۰۰)=۱۴۴۰۰۰۰$

۲۰۱ $f(g(x))=۳x^۲-۶x+۱۴ \qquad f(x)=۳x-۴$

$f(g(x))=۳(g(x))-۴ \Rightarrow ۳x^۲-۶x+۱۴=۳(g(x))-۴ \Rightarrow ۳(g(x))=۳x^۲-۶x+۱۸$

$\Rightarrow g(x)=x^۲-۲x+۶$

Telegram: @konkur_in

۲۰۲

الف) $f(x)=x^{۲}-۵ \quad g(x)=\sqrt{x+۶}$

$D_f=R \qquad D_g=[-۶,+\infty) \Rightarrow D_{\text{fog}}=\{x\in \text{D}_g \mid g(x)\in \text{D}_f\}$

$=\left\{x\in\left[-۶,+\infty\right) \mid \sqrt{x+۶}\in \text{R}\right\}=\sqrt{x+۶}\in \text{R} \Rightarrow D_{\text{fog}}=\left[-۶,+\infty\right)\cap R=\left[-۶,+\infty\right)$

$(\text{fog})_{(x)}=f(g(x))=(g(x))^{۲}-۵=(\sqrt{x+۶})^{۲}-۵=x+۱$

ب) $f(x)=\sqrt{۳-۲x} \qquad g(x)=\dfrac{۶}{۳x-۵}$

$D_f=\left(-\infty,\dfrac{۳}{۲}\right] \qquad D_g=R-\left\{\dfrac{۵}{۳}\right\}$

$D_{\text{fog}}=\left\{x\in \text{R}-\left\{\dfrac{۵}{۳}\right\} \mid \dfrac{۶}{۳x-۵}\in\left(-\infty,\dfrac{۳}{۲}\right]\right\}=\left(-\infty,\dfrac{۵}{۳}\right)\cup\left[۳,+\infty\right)$

$(\text{fog})(x)=f(g(x))=\sqrt{۳-۲g(x)}=\sqrt{۳-۲\left(\dfrac{۶}{۳x-۵}\right)}=\sqrt{\dfrac{۹x-۲۷}{۳x-۵}}$

پ) $f(x)=\sqrt{x+۲} \qquad g(x)=\sqrt{x^{۲}-۱۶}$

$D_f=[-۲,+\infty) \qquad D_g=(-\infty,-۴]\cup[۴,+\infty)$

$D_{\text{gof}}=\left\{x\in\left[-۲,+\infty\right) \mid \sqrt{x+۲}\in\left(-\infty,-۴\right]\cup\left[۴,+\infty\right)\right\}=\left[۱۴,+\infty\right)$

$\sqrt{x+۲}\le -۴$ یا $\sqrt{x+۲}\ge ۴ \Rightarrow x+۲\ge ۱۶ \Rightarrow x\ge ۱۴ \Rightarrow x\in\left[۱۴,+\infty\right)$

همواره نادرست است.

$(\text{gof})(x)=g(f(x))=\sqrt{(f(x))^{۲}-۱۶}=\sqrt{x-۱۴}$

ت) $f(x)=\text{Sin}\,x \qquad g(x)=\sqrt{x}$

$D_f=R \qquad D_g=[۰,+\infty)$

$D_{\text{gof}}=\{x\in \text{R} \mid \text{Sin}\,x\in[۰,+\infty)\}=R\cap[۲\text{k}\pi,۲\text{k}\pi+\pi]\ (k\in \text{Z})$

$=[۲\text{k}\pi,۲\text{k}\pi+\pi]_{k\in \text{Z}}$

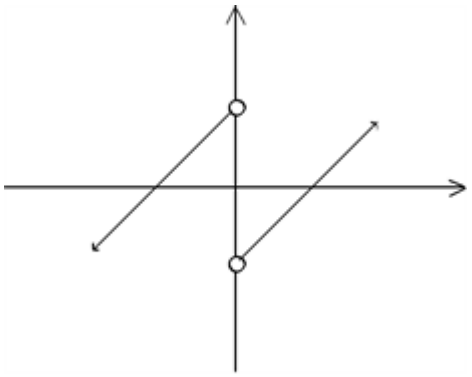
$\text{Sin}\,x\ge ۰ \xrightarrow{\text{ناحیه اول و دوم}} x\in[۲\text{k}\pi,۲\text{k}\pi+\pi]\ (k\in \text{Z})$

$(\text{fog})(x)=g(f(x))=\sqrt{(f(x))}=\sqrt{\text{Sin}\,x}$

۲۰۳

$\text{fog}=\{(۵,۸),(۳,۳),(۷,۸),(۹,۴)\} \qquad \text{gof}=\{(۵,۵)\}$

۲۰۴

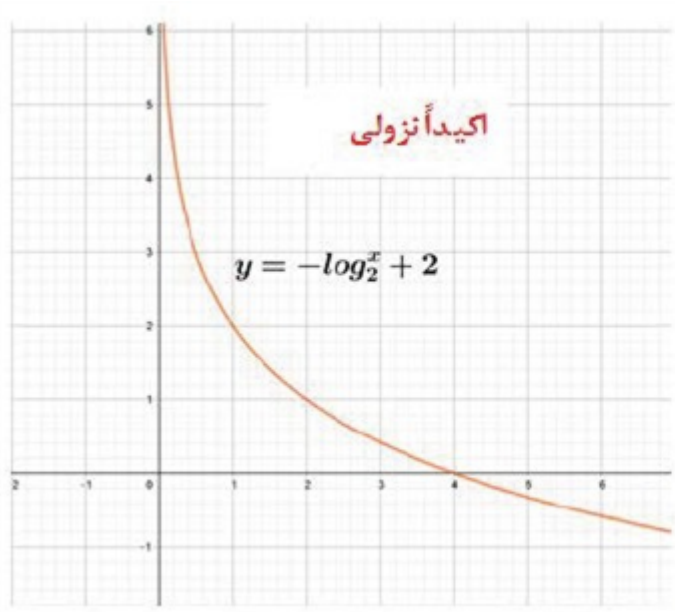


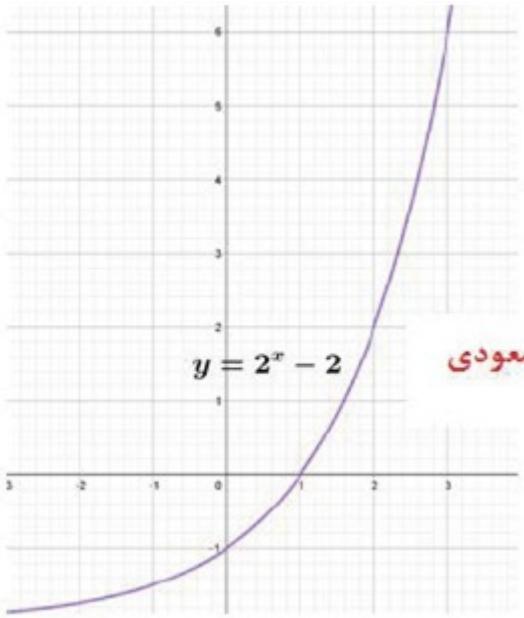
۲۰۵

$\begin{cases} y=۳^{x} \\ y=x^{۳} \end{cases}$ اکید صعودی $\begin{cases} y=\left(\dfrac{۱}{۲}\right)^{x} \\ y=-x^{۳} \end{cases}$ اکیدا نزولی

Telegram: @konkur_in

۲۰۶





۲۰۷

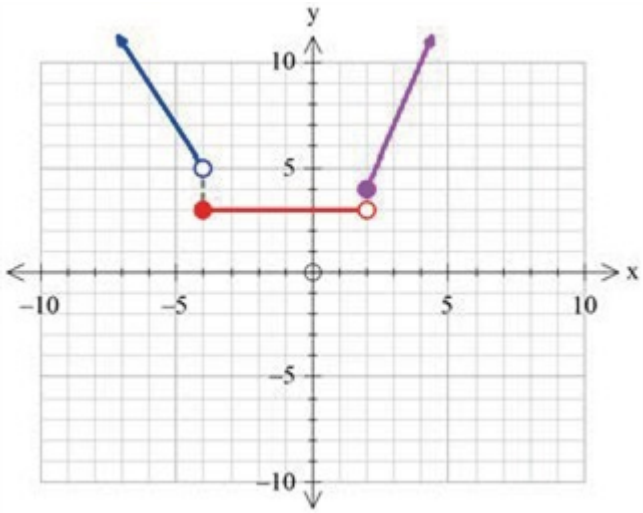
$x \in [-۶, ۲]$ صعودی $x \in [-۶, ۰]$ صعودی اکید

$x \in [۰, ۴]$ نزولی $x \in [۰, ۲]$ ثابت

$x \in [۴, ۶]$ صعودی اکید $x \in [۲, ۴]$ نزولی اکید

$x \in [۶, ۸]$ نزولی اکید

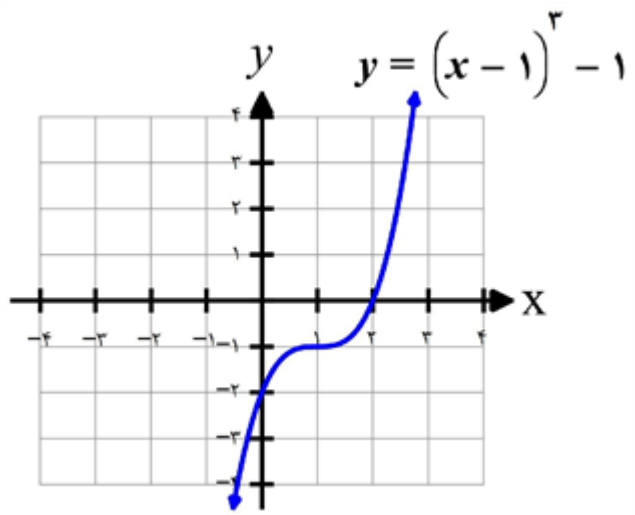
۲۰۸



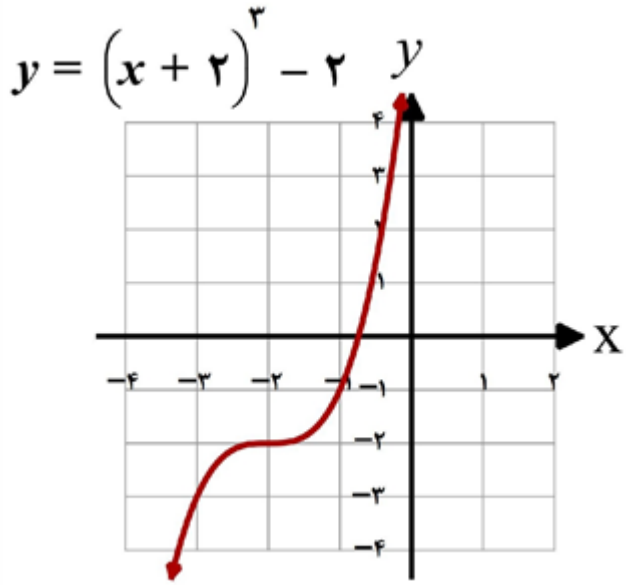
$x \in [۲, +\infty)$ اکیدا صعودی

$x \in (-\infty, -۴)$ اکیدا نزولی

$x \in [-۴, ۲)$ ثابت



۲۰۹ الف) $D_f = R$, $R_f = R$



ب) $D_f = (-\infty, +\infty)$, $R_f = (-\infty, +\infty)$

۲۱۰ $x+5=t \Rightarrow x=t-5 \Rightarrow f(t)=(t-5)^2-3(t-5) \Rightarrow f(t)=t^2-10t+25-3t+15$

$\Rightarrow f(t)=t^2-13t+40 \Rightarrow f(x)=x^2-13x+40$

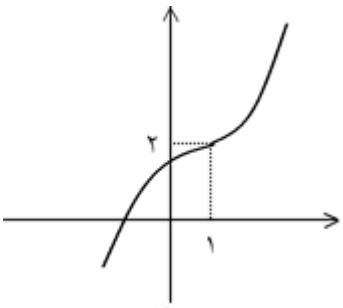
۲۱۱ طبق تعریف تابع اکیداً صعودی داریم:

اگر $x_1 < x_2 \Rightarrow y_1 < y_2$

$1 < \sqrt{2} < 3 \Rightarrow f(1) < f(\sqrt{2}) < f(3) \Rightarrow 1 < m^2-2 < 6 \Rightarrow 3 < m^2 < 8$

$\Rightarrow \sqrt{3} < |m| < \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ ⟨ $-2\sqrt{2} < m < -\sqrt{3}$; $\sqrt{3} < m < 2\sqrt{2}$

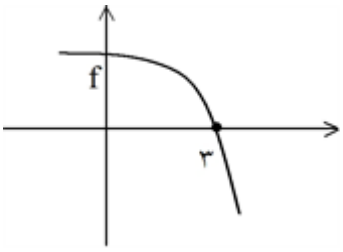
۲۱۲ ضابطه‌ی تابع به صورت زیر می‌باشد:



$$\begin{cases} f(x) = (x-1)^3 + 2 \\ f(x) = (x+a)(x^2+bx+c) \\ f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 1 \\ f(x) = x^3 + (a+b)x^2 + (ab+c)x + ac \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b=-3 \\ ab+c=3 \checkmark \\ ac=1 \end{cases}$$

۲۱۳



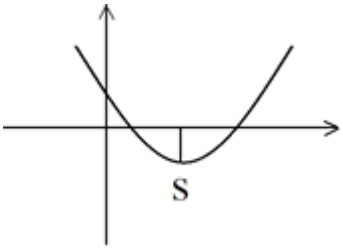
$$\left.\begin{array}{l} f(3)=0 \\ \text{و} \\ f \text{ اکیدا نزولی} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \text{اگر } x<3 \Rightarrow f>0 \\ \text{اگر } x>3 \Rightarrow f<0 \end{cases}$$

بنابراین:

x	$-\infty$		0		3	$+\infty$
$f(x)$	$+$		$+$		$-$	
x	$-$		$+$		$+$	
$x \times f(x)$	$-$		$+$		$-$	

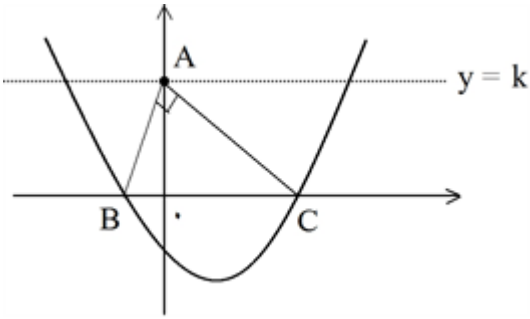
$$\Rightarrow 0 \le x \le 3$$

۲۱۴ تابع $f(x)=x^2-mx+3$ یک تابع سهمی است که دارای نقطه‌ی Min هست که تابع روی بازه‌ی $[x_S, +\infty)$ اکیداً صعودی است پس برای این‌که این تابع روی بازه‌ی $[1, +\infty)$ اکیداً صعودی باشد باید $x_S \le 1$ پس:



$$-\frac{b}{2a} \le 1 \Rightarrow \frac{m}{2} \le 1 \Rightarrow m \le 2$$

۲۱۵ می‌دانیم که در هر مثلث قائم‌الزاویه ارتفاع وارد بر وتر واسطه‌ی هندسی بین ۲ قطعه‌ی ایجاد شده روی وتر است. پس:



$$OA^2 = OB \times OC \xrightarrow[OB \times OC = |P| = \left|\frac{c}{a}\right| = 3]{OA=k}$$

$$k^2 = 3 \Rightarrow k = \pm\sqrt{3} \Rightarrow k = \sqrt{3}$$

Telegram: @konkur_in

۲۱۶ اگر نمودار را ۲ واحد به سمت راست منتقل کنیم نمودار تابع $y=f(x)$ رسم می‌شود. بنابراین صفرهای تابع $y=f(x)$ نقاط $-۲, ۰, ۳, ۵$ هستند.

از طرفی دامنه‌ی $g(x)$ برابر است با $R-\{f(x)=۰\}$ پس: $D_g=R-\{-۲, ۰, ۳, ۵\}$

۲۱۷ $f(f(x))=۲(۲x+k)+k=۴x+۳k$

$\text{fofof}\,(x)=f(f(f(x)))=۲(۴x+۳k)+k=۸x+۷k$

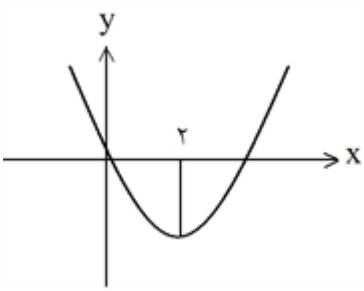
$۸x-۱۵=۸x+۷k\Rightarrow ۷k=-۱۵\Rightarrow k=-\frac{۱۵}{۷}\Rightarrow f(x)=۲x-\frac{۱۵}{۷}\Rightarrow ۲x-\frac{۱۵}{۷}=-۱$

$\Rightarrow x=\frac{۴}{۷}\Rightarrow f^{-۱}(-۱)=\frac{۴}{۷}$

۲۱۸ $\text{fof}\,(x)=\frac{۵f(x)+۱}{f(x)-۴}\Rightarrow f(f(x))=\frac{۵f(x)+۱}{f(x)-۴}\xrightarrow{f(x)=t} f(t)=\frac{۵t+۱}{t-۴}\xrightarrow{f(t)=۶}$

$۶=\frac{۵t+۱}{t-۴}\Rightarrow t=۲۵\Rightarrow f(۲۵)=۶\Rightarrow f^{-۱}(۶)=۲۵$

۲۱۹ نمودار تابع به صورت زیر است. ضابطه را می‌توان به صورت زیر تبدیل کرد:



$f(x)=(x-۲)^۲-۴$

بنابراین اگر $m\geq ۲$ باشد تابع یک به یک می‌شود پس m حداقل برابر ۲ می‌باشد.

۲۲۰ $\frac{y-۵}{۳}=\text{Log}_{۲}^{(x-۳)}\Rightarrow x-۳=۲^{\frac{y-۵}{۳}}\Rightarrow x=۳+۲^{\frac{y-۵}{۳}}\Rightarrow f^{-۱}(x)=۳+۲^{\frac{x-۵}{۳}}$

۲۲۱ $۰<\frac{۳m-۱}{m}<۱$

$\frac{۳m-۱}{m}>۰\xrightarrow{\text{طبق جدول}} m<۰ \text{ یا } m>\frac{۱}{۳}\quad (۱)$

$\frac{۳m-۱}{m}<۱\Rightarrow\frac{۲m-۱}{m}<۰\xrightarrow{\text{طبق جدول}} ۰<m<\frac{۱}{۲}\quad (۲)$

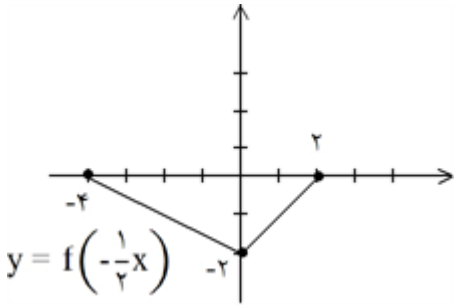
$۱\cap ۲\Rightarrow\frac{۱}{۳}<m<\frac{۱}{۲}$

Telegram: @konkur_in

۲۲۲ برای به دست آوردن جواب باید x تمام نقاط تابع داده شده را در عدد $\frac{۱}{۴}$ ضرب کنیم بنابراین داریم:

$$y=f\left(-\frac{۱}{۲}x\right)\Rightarrow$$

x	-۴	۰	۲
y	۰	-۲	۰

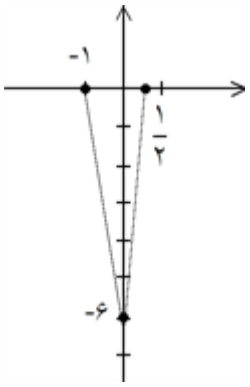


$$y=f(-۲x)\Rightarrow$$

x	-۱	۰	$\frac{۱}{۲}$
y	۰	-۲	۰

$$y=۳f(-۲x)\Rightarrow$$

x	-۱	۰	$\frac{۱}{۲}$
y	۰	-۶	۰



۲۲۳

$$f(x)=(x^۳-۶x^۲+۱۲x-۸+۸)^۲-۵$$

$$f(x)=((x-۲)^۳+۸)^۲-۵$$

$$f(\sqrt[۳]{۶}+۲)=((\sqrt[۳]{۶}+\cancel{۲}-\cancel{۲})^۳+۸)^۲-۵=(۶+۸)^۲-۵=۱۹۶-۵=۱۹۱$$

۲۲۴

$$f^{-۱}(۱)=۰\Rightarrow f(۰)=۱\Rightarrow a(۰)+b=۱\Rightarrow b=۱$$
$$f(۲)=۵\Rightarrow a(۲)+\cancel{b}^{۱}=۵\Rightarrow ۲a=۴\Rightarrow a=۲$$
$$\Rightarrow f(x)=۲x+۱$$

۲۲۵

$$\rightarrow f(۲)\xrightarrow{x=۴}۴+\sqrt{۴}=۴+۲=۶$$
$$\rightarrow f(۱)\xrightarrow{x=۱}۱+\sqrt{۱}=۲$$
$$\Rightarrow ۶+۲=۸$$

Telegram: @konkur_in

۲۲۶

$f(-۲) = ۲$ فرد

$f(f(-۲)) = f(۲) = -۱$ زوج

$f(f(f(-۲))) = f(f(۲)) = f(-۱) = ۲$ فرد

$$\Rightarrow \underbrace{f(f(f \dots f}_{۲۰ \text{ بار}}(-۲))) \xrightarrow{\text{زوج}} -۱$$

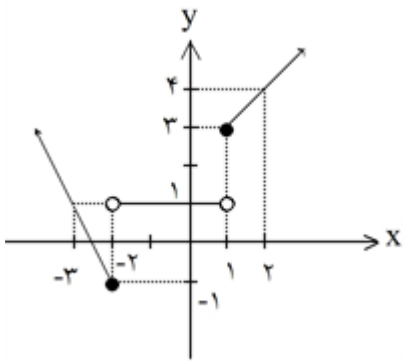
۲۲۷ الف)

$$f(x) = \begin{cases} x + ۲ & ; x \geq ۱ \\ ۱ & ; -۲ < x < ۱ \\ -۲x - ۵ & ; x \leq -۲ \end{cases}$$

x	۱	۲
y	۳	۴

x	-۲	۱
y	۱	۱

x	-۲	-۳
y	-۱	۱



ب)

$(-\infty, -۲] \Rightarrow$ نزولی

$(-۲, -۱) \Rightarrow$ ثابت

$[-۲, +\infty) \Rightarrow$ صعودی

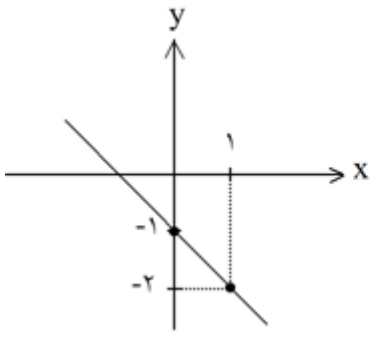
۲۲۸ الف)

$$f(x) = ۲x - ۱ \Rightarrow -۲ \leq x \leq ۷ \xrightarrow{x \to ۲x} -۲ \leq ۲x \leq ۷ \xrightarrow{\div ۲} -۱ \leq x \leq ۳/۵$$

$$D_{f(۲x)} = [-۱, ۳/۵]$$

ب)

$$f\left(-\frac{x}{۲}\right) = ۲\left(-\frac{x}{۲}\right) - ۱ \Rightarrow f\left(-\frac{x}{۲}\right) = -x - ۱$$



x	۰	۱
y	-۱	-۲

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۲۹ الف) $-۱ \xrightarrow{g} ۱ \xrightarrow{f} ۲$

$۵ \xrightarrow{g} ۳ \xrightarrow{f} ۷$

$۷ \xrightarrow{g} ۴ \xrightarrow{f} ۹$

ب) $\text{fog} = \{(-۱, ۲), (۵, ۷), (۷, ۹)\}$

$(\text{gof})(۳) = g(f(۳)) = g(۷) = ۴$

۲۳۰ تابع تخفیف نقدی به صورت $f(x) = x - ۲۰۰۰۰۰$ و تابع کارت تخفیف ۲۰ درصد به صورت $g(x) = \frac{۸۰}{۱۰۰}x$ است.

اگر از راه (الف) استفاده کند، تابع خرید علی به صورت زیر است:

$$f(g(x)) = \frac{۸۰}{۱۰۰}x - ۲۰۰۰۰۰$$

اگر از راه (ب) استفاده کند، تابع خرید علی به صورت زیر است:

$$f(g(x)) = \frac{۸۰}{۱۰}(x - ۲۰۰۰۰۰) = \frac{۸۰}{۱۰۰}x - ۱۶۰۰۰۰$$

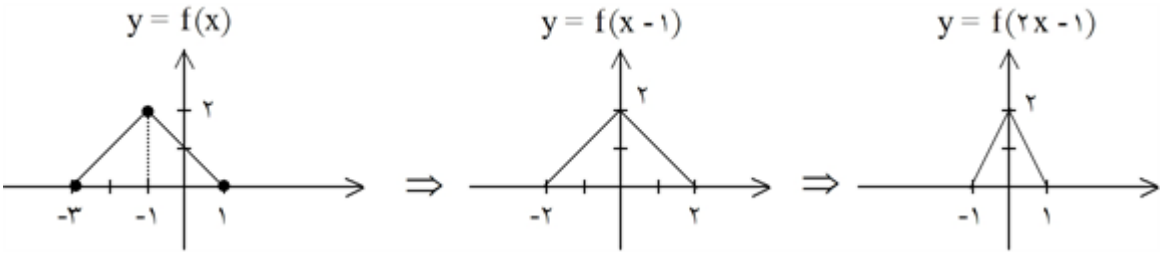
همان طور که مشاهده می‌کنید، راه (الف) به نفع علی است: زیر از $\frac{۸۰}{۱۰۰}$ قیمت دوچرخه مقدار بیش‌تری را کم می‌کند.

۲۳۱ باید ثابت کنیم ترکیب دو تابع f و g تابع همانی می‌شود.

$$(\text{fog})(x) = f(g(x)) = ۳\left(\frac{x+۱}{۳}\right) - ۱ = x + ۱ - ۱ = x \quad (x \in D_g)$$

$$(\text{gof})(x) = g(f(x)) = \frac{۳x - ۱ + ۱}{۳} = \frac{۳x}{۳} = x \quad (x \in D_f)$$

۲۳۲



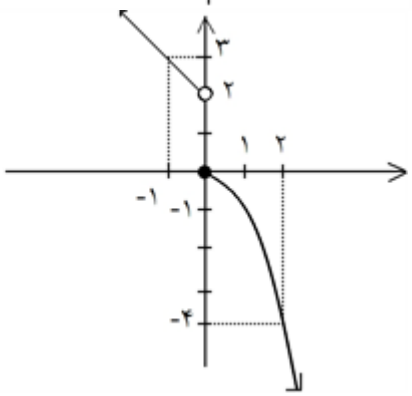
Telegram: @konkur_in

۲۳۳

$$f(x)=\begin{cases} -x^{۲} & x \geq ۰ \\ -x+۲ & x < ۰ \end{cases}$$

x	۰	۱	۲
y	۰	-۱	-۴

x	۰	-۱
y	۲	۳



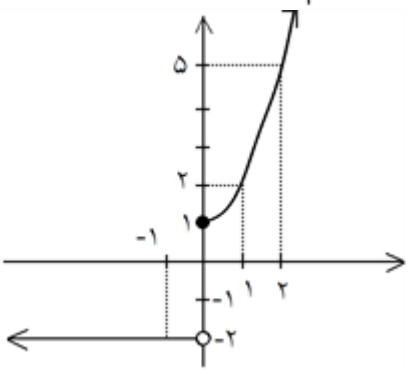
تابع اکیدا نزولی است.

۲۳۴

$$f(x)=\begin{cases} x^{۲}+۱ & x \geq ۰ \\ -۲ & x < ۰ \end{cases}$$

x	۰	۱	۲
y	۱	۲	۵

x	۰	-۱
y	-۲	-۲



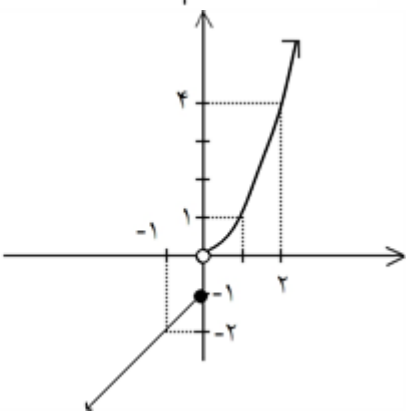
تابع صعودی است.

۲۳۵

$$f(x)=\begin{cases} x^{۲} & x > ۰ \\ x-۱ & x \leq ۰ \end{cases}$$

x	۰	۱	۲
y	۰	۱	۴

x	۰	-۱
y	-۱	-۲



تابع اکیدا صعودی است.

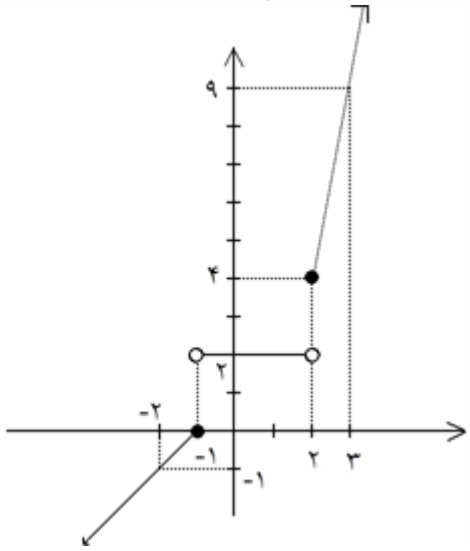
۲۳۶

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & x\geq 2 \\ 2 & -1<x<2 \\ x+1 & x\leq -1 \end{cases}$$

x	۲	۳
y	۴	۹

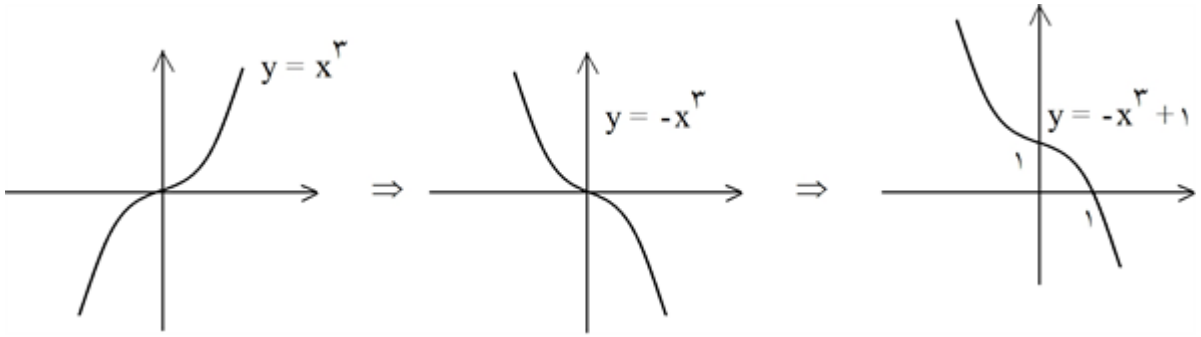
x	-۱	۲
y	۲	۲

x	-۱	-۲
y	۰	-۱



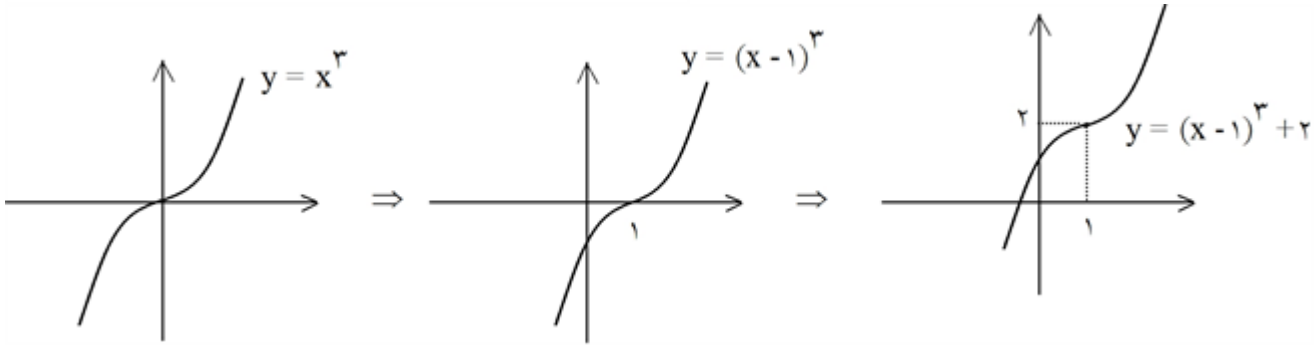
تابع صعودی است.

۲۳۷



۲۳۸

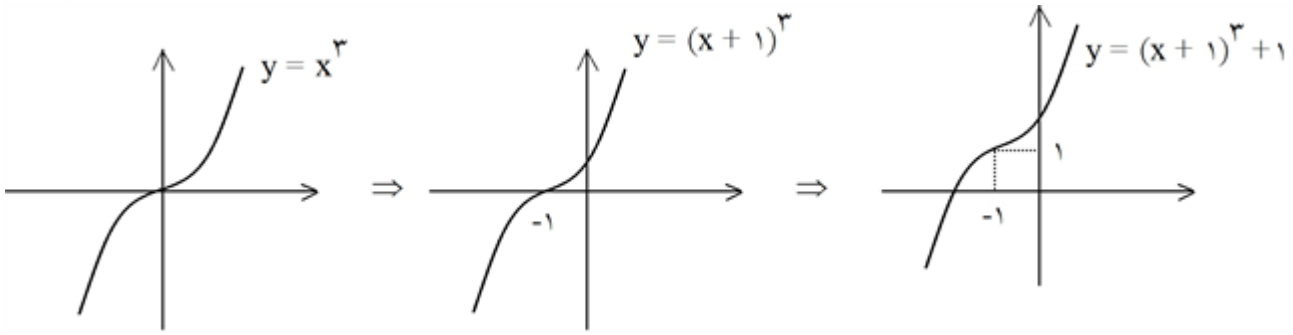
$$y=\underbrace{x^3-3x^2+3x-1}_{\text{اتحاد مکعب دو جمله ای}}+2 \Rightarrow y=(x-1)^3+2$$



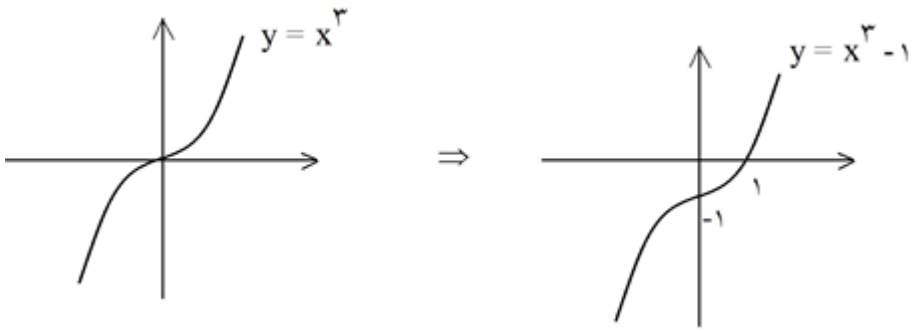
Telegram: @konkur_in

۲۳۹

$$y = \underbrace{x^{۳} + ۳x^{۲} + ۳x + ۱}_{\text{اتحاد مکعب دو جمله ای}} + ۱ \Rightarrow y = (x+۱)^{۳} + ۱$$



۲۴۰



۲۴۱

$$f(g(x)) = (g(x))^{۲} - ۱۱g(x) + ۳۰ = ۰ \Rightarrow (g(x)-۵)(g(x)-۶) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} g(x) = ۵ \\ g(x) = ۶ \end{cases}$$

$$۲x^{۲} + ۷x + ۱۱ = ۶ \Rightarrow x = -۱, x = -\frac{۵}{۲}$$

$$۲x^{۲} + ۷x + ۱۱ = ۵ \Rightarrow x = -۲, x = -\frac{۳}{۲}$$

بنابراین معادله دارای چهار جواب است.

۲۴۲

$$g(f(x)) = (f(x))^{۳} + (f(x))^{۲} - f(x) - ۱ = (f(x)^{۲} - ۱)(f(x) + ۱) = ۰ \Rightarrow f(x) = \pm ۱$$

$$f(x) = ۱ \Rightarrow ۳x^{۲} + x - ۳ = ۱ \Rightarrow ۳x^{۲} + x - ۴ = ۰ \Rightarrow x = -\frac{۴}{۳}, x = ۱$$

$$f(x) = -۱ \Rightarrow ۳x^{۲} + x - ۳ = -۱ \Rightarrow ۳x^{۲} + x - ۲ = ۰ \Rightarrow x = \frac{۲}{۳}, x = -۱$$

چهار جواب دارد.

۲۴۳

$$f(g(x)) = ۰ \Rightarrow (g(x))^{۲} + ۴g(x) + ۳ = ۰ \Rightarrow (g(x)+۱)(g(x)+۳) = ۰$$
$$\Rightarrow (x^{۲} + ۷x + ۹ + ۱)(x^{۲} + ۷x + ۹ + ۳) = ۰ \Rightarrow (x^{۲} + ۷x + ۱۰)(x^{۲} + ۷x + ۱۲) = ۰$$
$$\Rightarrow (x+۲)(x+۵)(x+۳)(x+۴) = ۰ \Rightarrow x = -۲, x = -۵, x = -۳, x = -۴$$

۲۴۴

$$D_g : -۲ \le ۲x + ۱ \le ۱ \xrightarrow{-۱} -۳ \le ۲x \le ۰ \xrightarrow{\div ۲} -\frac{۳}{۲} \le x \le ۰ \Rightarrow D_g = \left[-\frac{۳}{۲}, ۰\right]$$

$$R_g : -۳ \le f(۲x+۱) \le ۴ \xrightarrow{\times(-۳)} -۱۲ \le -۳f(۲x+۱) \le ۹ \Rightarrow R_g = [-۱۲, ۹]$$

Telegram: @konkur_in

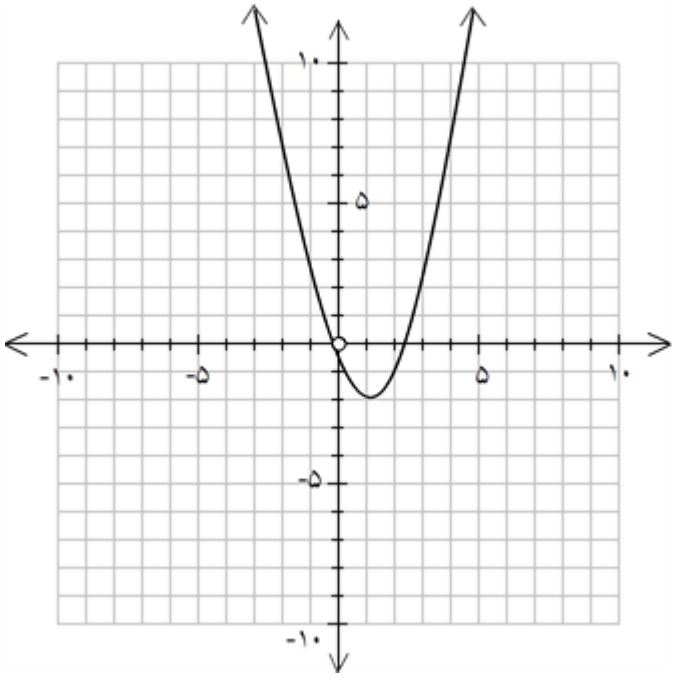
۲۴۵ $f(x)=\frac{۱}{۳-x}$

با توجه به شکل هر خط موازی محور x ها تابع را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند. پس تابع یک به یک است پس وارون‌پذیر است.

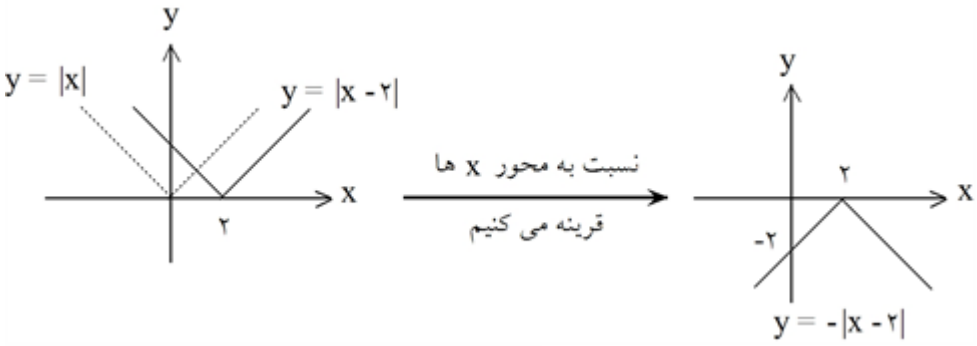
$$y=\frac{۱}{۳-x}\Rightarrow ۳y-xy=۳\Rightarrow ۳y-۳=xy\Rightarrow x=\frac{۳y-۳}{y}\Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{۳x-۳}{x}$$

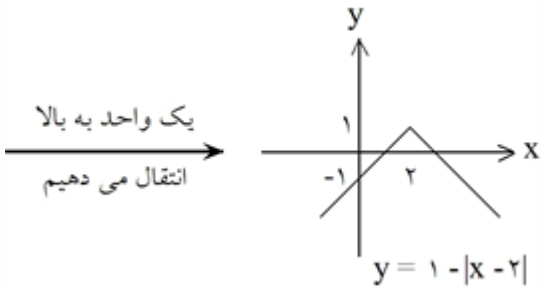
۲۴۶ $$y=\frac{x}{۳x-۲}\Rightarrow ۳xy-۲y=x\Rightarrow x(۳y-۱)=۲y\Rightarrow x=\frac{۲y}{۳y-۱}\Rightarrow f(x)^{-۱}=\frac{۲x}{۳x-۱}$$

۲۴۷



۲۴۸





$D=R$

$R=(-\infty,۱]$

Telegram: @konkur_in

۲۴۹ ابتدا ضابطه خطی تابع f را می‌یابیم:

$$\begin{cases}(۲,۱)\in f\\(۴,۵)\in f\end{cases}\Rightarrow y-۱=\frac{۵-۱}{۴-۲}(x-۲)\Rightarrow y=f(x)=۲x-۳$$

$$y=۲x-۳\Rightarrow y+۳=۲x\Rightarrow x=\frac{y+۳}{۲}\Rightarrow y=\frac{x+۳}{۲}\Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{x+۳}{۲}$$

۲۵۰ f یک تابع خطی گذرنده از مبدأ با شیب ۵ است.

$$\begin{matrix}a=۵\\b=۰\end{matrix}\Rightarrow y=۵x+۰\Rightarrow f(x)=۵x$$

$$f^{-۱}(۲۰)=k\Rightarrow f(k)=۲۰\Rightarrow ۵k=۲۰\Rightarrow k=۴$$

۲۵۱

$$f(x)=۲x-۶\Rightarrow y=۲x-۶\Rightarrow y+۶=۲x\Rightarrow x=\frac{y+۶}{۲}\xrightarrow{x\longleftrightarrow y}y=\frac{x+۶}{۲}$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{x+۶}{۲}$$

$$g(x)=۵+۲x\Rightarrow y=۵+۲x\Rightarrow y-۵=۲x\Rightarrow x=\frac{y-۵}{۲}\xrightarrow{x\longleftrightarrow y}y=\frac{x-۵}{۲}$$

$$\Rightarrow g^{-۱}(x)=\frac{x-۵}{۲}$$

$$h(x)=\sqrt{f^{-۱}(x)}+\frac{۳x-۱}{g^{-۱}(x)}\Rightarrow h(x)=\sqrt{\frac{x+۶}{۲}}+\frac{۳x-۱}{\frac{x-۵}{۲}}$$

$$\begin{cases}\frac{x+۶}{۲}\geq ۰\Rightarrow x\geq -۶\\x-۵\neq ۰\Rightarrow x\neq ۵\end{cases}\Rightarrow D_h=\left[-۶,+\infty\right)-\{۵\}$$

۲۵۲

$$f(x)=۳۵-۷x\Rightarrow y=۳۵-۷x\Rightarrow ۷x=۳۵-y\Rightarrow x=\frac{۳۵-y}{۷}\xrightarrow{x\longleftrightarrow y}y=\frac{۳۵-x}{۷}$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{۳۵-x}{۷}$$

$$h(x)=\frac{۱}{f^{-۱}(x)}=\frac{۱}{\frac{۳۵-x}{۷}}\Rightarrow h(x)=\frac{۷}{۳۵-x}\Rightarrow ۳۵-x\neq ۰\Rightarrow x\neq ۳۵$$

$$D_h=R-\{۳۵\}$$

۲۵۳

$$f(x)=۸-۲x\Rightarrow y=۸-۲x\Rightarrow ۲x=۸-y\xrightarrow{\div ۲}x=۴-\frac{y}{۲}\xrightarrow{x\longleftrightarrow y}y=\frac{۸-x}{۲}$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{۸-x}{۲}$$

$$h(x)=\sqrt{\frac{۲x+۱}{\frac{۸-x}{۲}}}=\sqrt{\frac{۴x+۲}{۸-x}}\Rightarrow \frac{۴x+۲}{۸-x}\geq ۰\Rightarrow\begin{cases}x=-\frac{۱}{۲}\\x=۸\end{cases}\Rightarrow -\frac{۱}{۲}\leq x<۸$$

$$\Rightarrow D_h=\left[-\frac{۱}{۲},۸\right)$$

Telegram: @konkur_in

۲۵۴

$$f(x)=۶-۲x \Rightarrow y=۶-۲x \Rightarrow ۲x=۶-y \xrightarrow{\div ۲} x=۳-\frac{y}{۲} \xrightarrow{x\longleftrightarrow y} y=۳-\frac{x}{۲}$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x)=۳-\frac{x}{۲}$$

$$h(x)=\frac{۱}{f^{-۱}(x)}=\frac{۱}{\frac{۶-x}{۲}}=\frac{۲}{۶-x}$$

$$۶-x\neq ۰ \Rightarrow x\neq ۶ \Rightarrow D_h=R-\{۶\}$$

۲۵۵

$$m^۲+۳m=۴ \Rightarrow m^۲+۳m-۴=۰ \Rightarrow (m-۱)(m+۴)=۰ \Rightarrow \begin{cases} m=۱ & \text{غ ق ق} \\ m=-۴ & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{m=-۴} f=\{(۲,۴),(۵,۱۰),(۲,۴),(-۲۰,۱۱),(-۴,۵)\}$$

$$(f+g)(m) \xrightarrow{m=-۴} f(-۴)+g(-۴)=۵+\left[\frac{-۲۸}{۳}\right]=۵-۱۰=-۵$$

۲۵۶

$$R_f=[۲,۸]$$

$$۲\leq ۳x+۵\leq ۸ \xrightarrow{-۵} -۳\leq ۳x\leq ۳ \xrightarrow{\div(۳)} -۱\leq x\leq ۱ \Rightarrow D_f=[-۱,۱]$$

$$D_g=[-۲,۵]$$

$$-۲\leq x\leq ۵ \xrightarrow{\text{به توان می رسانیم ۲}} ۰\leq x^۲\leq ۲۵ \xrightarrow{-۵} -۵\leq x^۲-۵\leq ۲۰ \Rightarrow R_g=[-۵,۲۰]$$

تابع	$f(x)=۳x+۵$	$g(x)=x^۲-۵$
دامنه تابع	[-۱ , ۱]	[-۲ , ۵]
برد تابع	[۲ , ۸]	[-۵ , ۲۰]

۲۵۷

الف)
$$y=۱-۷x \Rightarrow ۷x=۱-y \Rightarrow x=\frac{۱-y}{۷} \xrightarrow{x\longleftrightarrow y} y=\frac{۱-x}{۷} \Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{۱-x}{۷}$$

ب)
$$y=\frac{۲}{۳}x-۳ \Rightarrow \frac{۲}{۳}x=y+۳ \xrightarrow{\times\frac{۳}{۲}} x=\frac{۳}{۲}y+\frac{۹}{۲} \xrightarrow{x\longleftrightarrow y} y=\frac{۳}{۲}x+\frac{۹}{۲} \Rightarrow g^{-۱}(x)=\frac{۳}{۲}x+\frac{۹}{۲}$$

۲۵۸

$$f(x)=۲x+۱$$

$$D_f: -۱\leq x\leq ۲ \xrightarrow{\times ۲} -۲\leq ۲x\leq ۴ \xrightarrow{+۱} -۱\leq ۲x+۱\leq ۵ \Rightarrow -۱\leq y\leq ۵ \Rightarrow R_f=[-۱,۵]$$

$$g(x)=x^۲+۱$$

$$D_g: -۲\leq x\leq ۴ \xrightarrow{\text{به توان می رسانیم ۲}} ۰\leq x^۲\leq ۱۶ \xrightarrow{+۱} ۱\leq x^۲+۱\leq ۱۷ \Rightarrow ۱\leq y\leq ۱۷$$

$$\Rightarrow R_g=[۱,۱۷]$$

$$h(x)=۱-۷x$$

$$R_h: -۷\leq y\leq ۱ \Rightarrow -۷\leq ۱-۷x\leq ۱ \xrightarrow{-۱} -۸\leq -۷x\leq ۰ \xrightarrow{\div(-۷)} ۰\leq x\leq \frac{۸}{۷} \Rightarrow D_h=\left[۰,\frac{۸}{۷}\right]$$

تابع	$f(x)=۲x+۱$	$g(x)=x^۲+۱$	$h(x)=۱-۷x$
دامنه تابع	[-۱ , ۲]	[-۲ , ۴]	$\left[۰,\frac{۸}{۷}\right]$
برد تابع	[-۱ , ۵]	[۱ , ۱۷]	[-۷ , ۱]

Telegram: @konkur_in

۲۵۹

$f(x)=۳x$

$D_f: -۱\le x\le ۳ \xrightarrow{\times ۳} -۳\le ۳x\le ۹ \Rightarrow -۳\le x\le ۹ \Rightarrow R_f=[-۳,۹]$

$g(x)=۲x-۱$

$R_g=-۱\le y\le ۷ \Rightarrow -۱\le ۲x-۱\le ۷ \xrightarrow{+۱} ۰\le ۲x\le ۸ \xrightarrow{\div ۲} ۰\le x\le ۴ \Rightarrow D_g=[۰,۴]$

$h(x)=x^۲$

$D_h: -۱\le x\le ۳ \xrightarrow{\text{به توان می رسانیم ۲}} ۰\le x^۲\le ۹ \Rightarrow ۰\le y\le ۹ \Rightarrow R_h=[۰,۹]$

$t(x)=۵-x$

$D_t: -۲\le x\le ۴ \xrightarrow{\times(-۱)} -۴\le -x\le ۲ \xrightarrow{+۵} ۱\le ۵-x\le ۷ \Rightarrow ۱\le y\le ۷ \Rightarrow R_t=[۱,۷]$

تابع	$f(x)=۳x$	$g(x)=۲x-۱$	$h(x)=x^۲$	$t(x)=۵-x$
دامنه تابع	[-۱ , ۳]	[۰ , ۴]	[-۱ , ۳]	[-۲ , ۴]
برد تابع	[-۳ , ۹]	[-۱ , ۷]	[۰ , ۹]	[۱ , ۷]

۲۶۰ برای به دست آوردن ارتفاع ماکزیمم به روش زیر عمل می‌کنیم.

$$h=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۲۱۶}{۲(-۱۸)}=\frac{-۲۱۶}{-۳۶}=۶$$

زمانی‌که موشک به زمین برخورد می‌کند ارتفاع برابر صفر است بنابراین:

$$h(t)=۰ \Rightarrow -۱۸t^۲+۲۱۶t=۰ \Rightarrow t(-۱۸t+۲۱۶)=۰ \Rightarrow \begin{cases} t=۰ \\ t=۱۲s \end{cases}$$

۱۲ ثانیه طول می‌کشد تا موشک به زمین برخورد کند.

۲۶۱ تنها نقطه‌ای که با حذف آن یک مقدار از $f(x)$ حذف می‌شود فقط نقطه‌ی رأس سهمی است بنابراین $S(۲,۲)$ رأس سهمی است.

$$x_۰=\frac{-b}{۲a}=۲ \Rightarrow ۴a=-b \Rightarrow ۴a+b=۰$$

$$f(x)=ax^۲+bx+۶ \xrightarrow[y_۰=۲]{x_۰=۲} ۴a+۲b+۶=۲ \Rightarrow ۴a+۲b=-۴$$

$$\begin{cases} -۴a-b=۰ \\ ۴a+۲b=-۴ \end{cases} \Rightarrow b=-۴ \Rightarrow a=۱$$

۲۶۲

$g(x)=x^۲+x-۳۰=(x+۶)(x-۵)$

$\text{gof}(x)=g(f(x))=(۳x^۲+۱۶x+۱۰+۶)(۳x^۲+۱۶x+۱۰-۵)=۰$

$$۳x^۲+۱۶x+۱۶=۰ \Rightarrow \frac{(۳x+۴)(۳x+۱۲)}{۳}=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=-\frac{۴}{۳} \\ x=-۴ \end{cases}$$

$$۳x^۲+۱۶x+۵=۰ \Rightarrow \frac{(۳x+۱)(۳x+۱۵)}{۳}=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=-۵ \\ x=-\frac{۱}{۳} \end{cases}$$

Telegram: @konkur_in

۲۶۳

الف) $f(۵)=۵^۲+۵(۵)+۱=۵۱$

ب) $f(t-۱)=(t-۱)^۲+۵(t-۱)+۱=t^۲-۲t+۱+۵t-۵+۱=t^۲+۳t-۳$

پ) $f(۴)=۱۶+۲۰+۱=۳۷$

ت) $f(\sqrt{۲}-۱)=(\sqrt{۲}-۱)^۲+۵(\sqrt{۲}-۱)+۱=۲+۱-۲\sqrt{۲}+۵\sqrt{۲}-۵+۱=۳\sqrt{۲}-۱$

۲۶۴ باید تابع $f(x)$ را کوچک‌تر از یک قرار دهیم.

$$\frac{۱}{۴}x^۲-\frac{۹}{۴}x+۳<۱\xrightarrow{\times ۴}x^۲-۹x+۱۲<۴\Rightarrow x^۲-۹x+۸<۰\Rightarrow ۱<x<۸\Rightarrow\begin{cases}a=۱\\b=۸\end{cases}$$

$$\Rightarrow b-a=۸-۱=۷$$

۲۶۵

$$۳kx^۲-۵x+k+۱=x+۲k+۲\Rightarrow ۳kx^۲-۶x-k-۱=۰\xrightarrow{\Delta<۰}۳۶+۱۲k^۲+۱۲k<۰$$

$$\xrightarrow{\div ۱۲}\underbrace{k^۲+k+۳}_{\text{همواره مثبت}}<۰\Rightarrow k\text{ هیچ مقدار}$$

۲۶۶

$$(m-۱)x^۲+۴x+۳m-۲=-۲x+m-۳\Rightarrow(m-۱)x^۲+۶x+۲m+۱=۰$$

$$\xrightarrow{\Delta=۰}۳۶-۴(m-۱)(۲m+۱)=۰\Rightarrow ۳۶-۴(۲m^۲-m-۱)=۰\xrightarrow{\div ۴}$$

$$-۲m^۲+m+۱۰=۰\xrightarrow{\times(-۱)}۲m^۲-m-۱۰=۰\Rightarrow(۲m-۵)(m+۲)=۰\Rightarrow\begin{cases}m=۲/۵\\m=-۲\end{cases}$$

۲۶۷

$$(m+۲)x^۲-۴mx-۶=-۲mx-۷\Rightarrow(m+۲)x^۲-۲mx+۱=۰\xrightarrow{\Delta=۰}$$

$$۴m^۲-۴(m+۲)=۰\Rightarrow m^۲-m-۲=۰\Rightarrow\begin{cases}m=۲\\m=-۱\end{cases}$$

۲۶۸ ریشه‌های معادله $x=۲$ و $x=-۲$ است. بنابراین داریم:

$$y=a(x-x_۱)(x-x_۲)\xrightarrow[x_۲=-۲]{x_۱=۲}y=a(x-۲)(x+۲)$$

سهمی محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۶ قطع می‌کند.

$$\xrightarrow[x=۰]{y=۶}۶=a(۰-۲)(۰+۲)\Rightarrow a=\frac{۶}{-۴}\Rightarrow a=-\frac{۳}{۲}$$

$$y=-\frac{۳}{۲}(x-۲)(x+۲)=-\frac{۳}{۲}(x^۲-۴)\Rightarrow y=-\frac{۳}{۲}x^۲+۶$$

۲۶۹ تابع خطی است بنابراین ضابطه آن‌را به صورت $f(x)=ax+b$ می‌نویسیم.

$$f(x)=ax+b\Rightarrow f(۱)=a+b=۵$$

$$f^{-۱}(۹)=۳\Rightarrow f(۳)=۹\Rightarrow ۳a+b=۹$$

$$\begin{cases}a+b=۵\\-۳a-b=-۹\end{cases}\Rightarrow -۲a=-۴\Rightarrow a=۲\Rightarrow b=۳$$

$$f(x)=۲x+۳$$

$$f^{-۱}(۱۳)=a\Rightarrow f(a)=۱۳\Rightarrow ۲a+۳=۱۳\Rightarrow ۲a=۱۰\Rightarrow a=۵$$

Telegram: @konkur_in

۲۷۰ $(۶, f^{-۱}(۶)) \in f^{-۱} \Rightarrow (f^{-۱}(۶), ۶) \in f \Rightarrow \begin{cases} x = f^{-۱}(۶) \\ f(x) = ۶ \end{cases} \Rightarrow ۶ + f^{-۱}(۶) = ۲f^{-۱}(۶) + ۱۰$

$\Rightarrow f^{-۱}(۶) = -۴$

$f(x) - ۴ = ۲x + ۱۰ \Rightarrow f(x) = ۲x + ۱۴$

$f(۱) = ۲ + ۱۴ = ۱۶$

$f^{-۱}(۰) = a \Rightarrow f(a) = ۰ \Rightarrow ۲a + ۱۴ = ۰ \Rightarrow a = -۷$

$$\frac{۱ + f(۱)}{۲ - f^{-۱}(۰)} = \frac{۱ + ۱۶}{۲ + ۷} = \frac{۱۷}{۹}$$

۲۷۱ ابتدا وارون تابع $f(x)$ را حساب می‌کنیم.

$$y = ۲x - ۷ \Rightarrow y + ۷ = ۲x \Rightarrow \frac{y + ۷}{۲} = x \xrightarrow{x \longleftrightarrow y} y = \frac{x + ۷}{۲} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{x + ۷}{۲}$$

$۲y = x + ۷ \Rightarrow x - ۲y + ۷ = ۰$

$$d = \frac{|ax_۱ + by_۱ + c|}{\sqrt{a^۲ + b^۲}} = \frac{|۱ - ۴ + ۷|}{\sqrt{۱ + ۴}} = \frac{۴}{\sqrt{۵}}$$

۲۷۲ ابتدا وارون تابع f را حساب می‌کنیم.

$$y = ۲x + ۵ \Rightarrow y - ۵ = ۲x \xrightarrow{\div ۲} \frac{y}{۲} - \frac{۵}{۲} = x \xrightarrow{x \longleftrightarrow y} y = \frac{x}{۲} - \frac{۵}{۲} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{x}{۲} - \frac{۵}{۲}$$

$$\Rightarrow y = \frac{x}{۲} - \frac{۵}{۲} \xrightarrow{\times ۲} x - ۲y - ۵ = ۰$$

$۲y - x = ۱ \Rightarrow x - ۲y + ۱ = ۰$

$$d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^۲ + b^۲}} = \frac{|۱ + ۵|}{\sqrt{۱ + ۴}} = \frac{۶}{\sqrt{۵}}$$

۲۷۳ محل برخورد تابع با محور x ها ۱- و ۴ است. بنابراین معادله سهمی به صورت زیر است:

$$y = a(x + ۱)(x - ۴) \xrightarrow[y=۴]{x=۰} ۴ = a(۰ + ۱)(۰ - ۴) \Rightarrow a = -۱$$

$$y = -(x + ۱)(x - ۴) = -(x^۲ - ۳x - ۴) \Rightarrow y = -x^۲ + ۳x + ۴$$

$$-x^۲ + ۳x + ۴ = ۴ - ۳x \Rightarrow -x^۲ + ۶x = ۰ \Rightarrow x(-x + ۶) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = ۶ \end{cases}$$

۲۷۴ ضابطه‌ی سهمی اول را باید کوچک‌تر از ضابطه‌ی سهمی دوم قرار دهیم.

$$۲x^۲ - ۴x + ۱ < x^۲ + ۴x - ۶ \Rightarrow x^۲ - ۸x + ۷ < ۰ \Rightarrow (x - ۷)(x - ۱) < ۰ \Rightarrow ۱ < x < ۷$$

۲۷۵ الف) در نقاط B و A: y سهمی صفر است.

$$x^۲ - ۲x - ۸ = ۰ \Rightarrow (x - ۴)(x + ۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۴ \\ x = -۲ \end{cases} \Rightarrow B\begin{vmatrix} ۴ \\ ۰ \end{vmatrix}, A\begin{vmatrix} -۲ \\ ۰ \end{vmatrix}$$

ب)

$$AB = |x_A - x_B| = ۶ \text{ cm}$$

پ)

$$x_۰ = \frac{-b}{۲a} = \frac{۲}{۲} = ۱ \Rightarrow y_۰ = ۱ - ۲ - ۸ = -۹ \Rightarrow \text{بیش ترین ضخامت} = ۹ \text{ mm}$$

Telegram: @konkur_in

۲۷۶ ابتدا $y = x^۲ - ۷x + ۶$ را تعیین علامت می‌کنیم:

$$x^۲ - ۷x + ۶ = ۰ \Rightarrow (x-۱)(x-۶) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ \\ x = ۶ \end{cases}$$

x		۱		۶	
y	+	۰	-	۰	+

الف) بالاتر از محور x ها یعنی y مثبت باشد: $(-\infty, ۱) \cup (۶, +\infty)$

ب) روی محور x ها یعنی y صفر باشد: $x = ۱, x = ۶$

ج) پایین محور x ها یعنی y منفی باشد: $(۱, ۶)$

۲۷۷ الف) در نقاط B و A ، y سهمی صفر است.

$$x^۲ - ۴x - ۵ = ۰ \Rightarrow (x-۵)(x+۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۵ \\ x = -۱ \end{cases}$$

$$\Rightarrow B\begin{vmatrix} ۵ \\ ۰ \end{vmatrix}, A\begin{vmatrix} -۱ \\ ۰ \end{vmatrix}$$

ب) $AB = |x_B - x_A| = ۶ \text{ cm}$

پ)

$$x_۰ = \frac{-b}{۲a} = \frac{۴}{۲} = ۲ \Rightarrow y = (۲)^۲ - ۴(۲) - ۵ = ۴ - ۸ - ۵ = -۹ \Rightarrow \text{بیش ترین ضخامت} = ۹ \text{ mm}$$

۲۷۸

$$x_۰ = \frac{-b}{۲a} = -۱ \Rightarrow b = ۲a$$

$$S(-۱, ۴) \xrightarrow[y=۴]{x=-۱} ۴ = a(-۱)^۲ + b(-۱) + ۵ \Rightarrow a - b + ۵ = ۴ \Rightarrow a - b = -۱$$

$$a - b = -۱ \xrightarrow{b=۲a} a - ۲a = -۱ \Rightarrow -a = -۱ \Rightarrow a = ۱ \Rightarrow b = ۲$$

$$y = x^۲ + ۲x + ۵$$

۲۷۹

$$\begin{matrix} A(۳, ۰) \\ B(۰, -۲) \end{matrix} \Rightarrow m = \frac{y_۲ - y_۱}{x_۲ - x_۱} = \frac{-۲ - ۰}{۰ - ۳} = \frac{۲}{۳}$$

$$y - y_۱ = m(x - x_۱) \Rightarrow y + ۲ = \frac{۲}{۳}(x - ۰)$$

$$y = \frac{۲}{۳}x - ۲ \Rightarrow f(x) = \frac{۲}{۳}x - ۲$$

$$f(-۱) = \frac{۲}{۳}(-۱) - ۲ = -\frac{۲}{۳} - ۲ = -\frac{۸}{۳}$$

$$f^{-۱}(۱) = a \Rightarrow f(a) = ۱ \Rightarrow \frac{۲}{۳}a - ۲ = ۱ \Rightarrow \frac{۲}{۳}a = ۳ \Rightarrow a = \frac{۹}{۲}$$

$$\frac{۱ + f^{-۱}(۱)}{۱ - f(-۱)} = \frac{۱ + \frac{۹}{۲}}{۱ - \left(-\frac{۸}{۳}\right)} = \frac{\frac{۱۱}{۲}}{\frac{۱۱}{۳}} = \frac{۳}{۲}$$

Telegram: @konkur_in

۲۸۰

$$\begin{matrix}A(۴,۰)\\B(۰,-۱)\end{matrix} \Rightarrow m=\frac{y_۲-y_۱}{x_۲-x_۱}=\frac{۰+۱}{۴-۰}=\frac{۱}{۴}$$

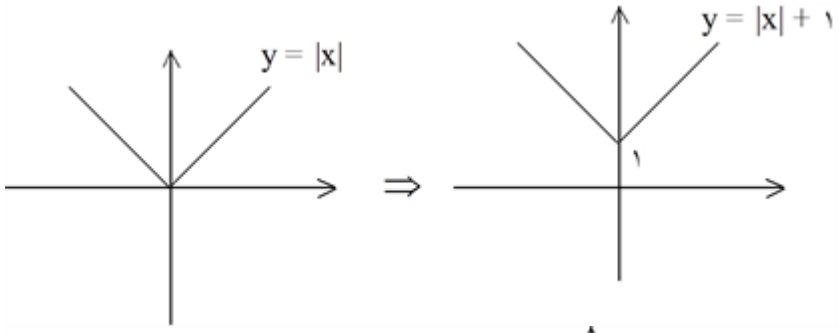
$$y-y_۱=m(x-x_۱)\Rightarrow y+۱=\frac{۱}{۴}(x-۰)\Rightarrow y=\frac{۱}{۴}x-۱$$

$$f(x)=\frac{x}{۴}-۱\Rightarrow f(-۱)=-\frac{۱}{۴}-۱=-\frac{۵}{۴}$$

$$f^{-۱}(۲)=a\Rightarrow f(a)=۲\Rightarrow \frac{۱}{۴}a-۱=۲\Rightarrow \frac{a}{۴}=۳\Rightarrow a=۱۲$$

$$\frac{۲+f^{-۱}(۲)}{۱+f(-۱)}=\frac{۲+۱۲}{۱-\frac{۵}{۴}}=\frac{۱۴}{-\frac{۱}{۴}}=-۵۶$$

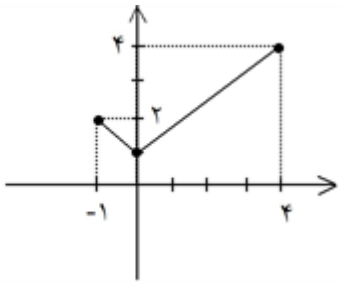
۲۸۱



$D=R$

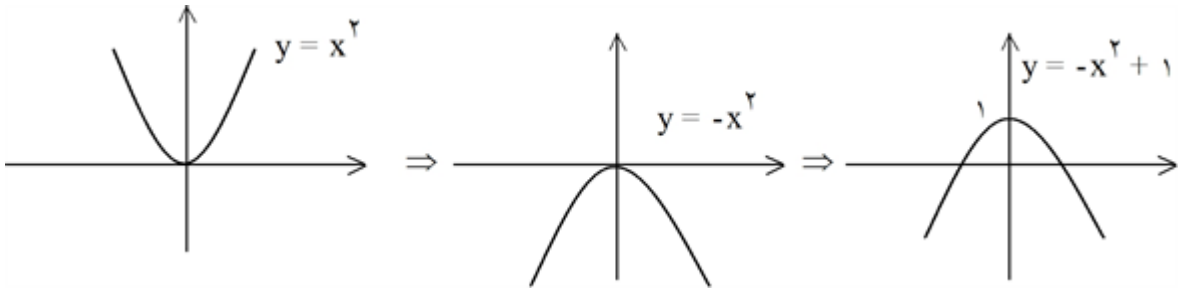
$R=[۱\ ,+\infty)$

x	-۱	۰	۴
y	۲	۱	۵



R = [۱ , ۵]

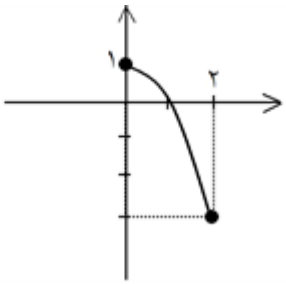
۲۸۲



$D=R$

$R=(-\infty\ ,\ ۱]$

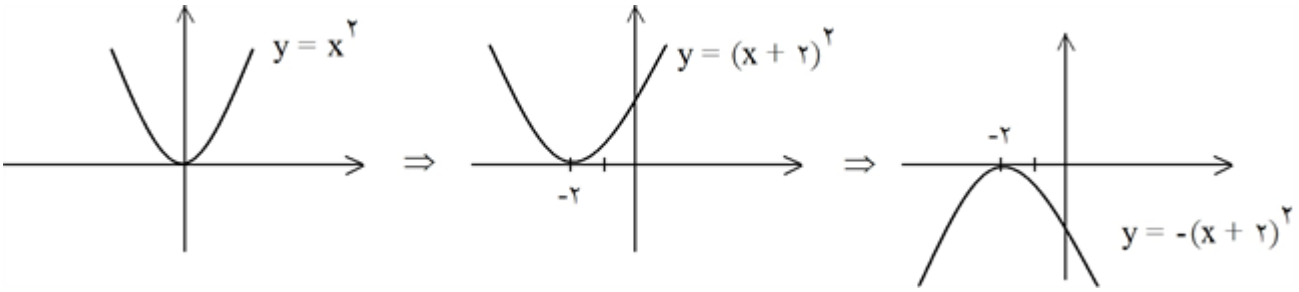
x	۰	۲
y	۱	-۳



R = [-۳ , ۱]

Telegram: @konkur_in

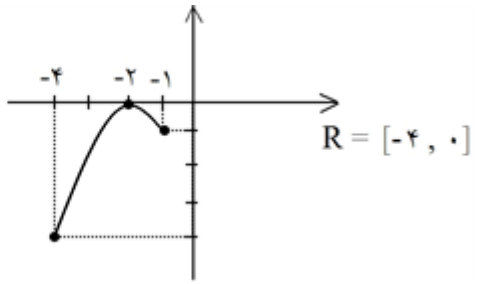
۲۸۳



$D = R$

$R = (-\infty, ۰]$

x	-۴	-۲	-۱
y	-۴	۰	-۱



۲۸۴ باید دو تابع را برابر قرار داد و بعد از تشکیل معادله درجه ۲ باید $\Delta < ۰$ باشد.

$x^۲ + mx + ۵ = x + ۱ \Rightarrow x^۲ + mx - x + ۴ = ۰ \Rightarrow x^۲ + (m-۱)x + ۴ = ۰$

$\Delta < ۰ \Rightarrow (m-۱)^۲ - ۱۶ < ۰ \Rightarrow (m-۱)^۲ < ۱۶ \Rightarrow |m-۱| < ۴$

$\Rightarrow -۴ < m - ۱ < ۴ \xrightarrow{+۱} -۳ < m < ۵$

۲۸۵

$y = a(x+۴)^۲ \xrightarrow[x=۰]{y=۸} ۸ = ۱۶a \Rightarrow a = \frac{۱}{۲}$

$y = \frac{۱}{۲}x^۲ + ۴x + ۸$

۲۸۶ با تساوی قرار دادن دو تابع باید $\Delta < ۰$ باشد.

$(m-۱)x^۲ + ۲\sqrt{۳}x - m = \sqrt{۳}x - ۲m \Rightarrow (m-۱)x^۲ + \sqrt{۳}x + m = ۰$

$\Rightarrow \Delta < ۰ \Rightarrow (\sqrt{۳})^۲ - ۴m(m-۱) < ۰ \Rightarrow ۳ - ۴m^۲ + ۴m < ۰ \xrightarrow{\times(-۱)} ۴m^۲ - ۴m - ۳ > ۰$

$\Rightarrow m < -\frac{۱}{۲}$ یا $m > \frac{۳}{۲}$

۲۸۷ با تساوی قرار دادن دو تابع باید $\Delta < ۰$ باشد.

$(۲m-۱)x^۲ + x + ۳ = ۵x + ۶ \Rightarrow (۲m-۱)x^۲ - ۴x - ۳ = ۰ \Rightarrow \Delta < ۰$

$\Rightarrow ۱۶ - ۴(-۳)(۲m-۱) < ۰ \Rightarrow ۱۶ + ۲۴m - ۱۲ < ۰ \Rightarrow ۲۴m < -۴ \Rightarrow m < -\frac{۱}{۶}$

۲۸۸ با تساوی قرار دادن دو تابع باید $\Delta < ۰$ باشد.

$(m+۲)x^۲ + mx + ۲ = ۳mx + ۱$

$(m+۲)x^۲ - ۲mx + ۱ = ۰ \Rightarrow \Delta < ۰ \Rightarrow (-۲m)^۲ - ۴(m+۲) < ۰ \Rightarrow ۴m^۲ - ۴(m+۲) < ۰$

$\xrightarrow{\div ۴} m^۲ - m - ۲ < ۰ \Rightarrow (m+۱)(m-۲) < ۰ \Rightarrow -۱ < m < ۲$

Telegram: @konkur_in

۲۸۹ با تساوی قرار دادن آن‌ها باید $\Delta = ۰$ باشد.

$$(m-۱)x^۲ + ۲x + ۳m = -۴x + m - ۱ \Rightarrow (m-۱)x^۲ + ۶x + ۲m + ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow \Delta = ۰ \Rightarrow ۳۶ - ۴(m-۱)(۲m+۱) = ۰ \xrightarrow{\div(-۴)} -۹ + (m-۱)(۲m+۱) = ۰$$

$$\Rightarrow ۲m^۲ + m - ۲m - ۱ - ۹ = ۰ \Rightarrow ۲m^۲ - m - ۱۰ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} m = -۲ \\ m = ۲/۵ \end{cases}$$

۲۹۰ این دو تابع دو نقطه تلاقی دارند بنابراین با یکدیگر برابر قرار داده و سپس برای معادله ایجاد شده باید $\Delta > ۰$ باشد.

$$\frac{x^۲}{۲} + x + \frac{m}{۲} = -x + m \Rightarrow \frac{x^۲}{۲} + ۲x - \frac{m}{۲} = ۰ \Rightarrow \Delta > ۰ \Rightarrow b^۲ - ۴ac > ۰$$

$$\Rightarrow ۴ - ۴\left(\frac{۱}{۲}\right)\left(-\frac{m}{۲}\right) > ۰ \Rightarrow ۴ + m > ۰ \Rightarrow m > -۴$$

یکی از نقاط تلاقی این دو تابع رأس سهمی است بنابراین مختصات رأس سهمی را در خط $y = -x + m$ قرار می‌دهیم.

$$y = \frac{x^۲}{۲} + x + \frac{m}{۲} \Rightarrow x_۰ = \frac{-b}{۲a} = \frac{-۱}{۱} = -۱ \Rightarrow y_۰ = \frac{۱}{۲} - ۱ + \frac{m}{۲} = \frac{-۱+m}{۲}$$

$$\xrightarrow[y_۰ = \frac{-۱+m}{۲}]{x_۰ = -۱} \frac{-۱+m}{۲} = ۱ + m \Rightarrow ۲ + ۲m = -۱ + m \Rightarrow m = -۳ \text{ ق ق}$$

۲۹۱ باید دو تابع را برابر قرار داد و بعد از تشکیل معادله درجه ۲ باید $\Delta < ۰$ باشد.

$$x^۲ - ۵x + ۱۰ = ۱ - mx \Rightarrow x^۲ + mx - ۵x + ۹ = ۰ \Rightarrow x^۲ + (m-۵)x + ۹ = ۰$$

$$\Rightarrow \Delta < ۰ \Rightarrow (m-۵)^۲ - ۳۶ < ۰ \Rightarrow (m-۵)^۲ < ۳۶ \Rightarrow |m-۵| < ۶ \Rightarrow -۶ < m-۵ < ۶$$

$$\xrightarrow{+۵} -۱ < m < ۱۱$$

۲۹۲

$$x = ۱ \Rightarrow f(۱) + f(۱) = ۱۰ \Rightarrow ۲f(۱) = ۱۰ \Rightarrow f(۱) = ۵ \xrightarrow{f(۱)=۵} f(x) + ۵ = ۴x + ۶$$

$$\Rightarrow f(x) = ۴x + ۱$$

$$y = ۴x + ۱ \Rightarrow y - ۱ = ۴x \Rightarrow x = \frac{y-۱}{۴} \xrightarrow{x \longleftrightarrow y} y = \frac{x-۱}{۴} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{x-۱}{۴}$$

۲۹۳ سهمی محور x ها را در نقطه‌ی ۱ و ۳- قطع کرده است و برای معادله سهمی داریم:

$y = a(x-x_۱)(x-x_۲) \Rightarrow$ محل برخورد با محور x ها $x_۱, x_۲$

$$y = a(x-۱)(x+۳) \xrightarrow{\text{از نقطه } A(۰,۱) \text{ می گذرد}} ۱ = a(۰-۱)(۰+۳) \Rightarrow a = -\frac{۱}{۳}$$

$$y = \frac{-۱}{۳}(x-۱)(x+۳) = -\frac{۱}{۳}(x^۲ + ۲x - ۳) \Rightarrow y = -\frac{۱}{۳}x^۲ - \frac{۲}{۳}x + ۱$$

Telegram: @konkur_in

۲۹۴ سهمی محور x ها را در نقطه‌ی ۲ و ۵ قطع کرده است و برای معادله سهمی داریم:

$y = a(x - x_۱)(x - x_۲) \Rightarrow$ محل برخورد با محور x ها $x_۱, x_۲$

$y = a(x - ۲)(x - ۵) \xrightarrow{\text{از نقطه } A(۰,۲) \text{ می گذرد}} ۲ = a(۰ - ۲)(۰ - ۵) \Rightarrow ۱۰a = ۲$

$\Rightarrow a = \frac{۱}{۵}$

$y = \frac{۱}{۵}(x - ۲)(x - ۵) = \frac{۱}{۵}(x^۲ - ۷x + ۱۰)$

$y = \frac{۱}{۵}x^۲ - \frac{۷}{۵}x + ۲$

۲۹۵

$f(x) = ۲x + ۵ \Rightarrow y = ۲x + ۵ \Rightarrow y - ۵ = ۲x \Rightarrow x = \frac{y - ۵}{۲} \xrightarrow{x \longleftrightarrow y} f^{-۱}(x) = \frac{x - ۵}{۲}$

$g(x) = x - ۷ \Rightarrow y = x - ۷ \Rightarrow y + ۷ = x \xrightarrow{x \longleftrightarrow y} g^{-۱}(x) = x + ۷$

$h(x) = \frac{x + ۱}{\left(\frac{x-۵}{۲}\right)(x + ۷)} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x-۵}{۲} \neq ۰ \Rightarrow x \neq ۵ \\ x + ۷ \neq ۰ \Rightarrow x \neq -۷ \end{cases} \Rightarrow D_h = R - \{۵, -۷\}$

۲۹۶

$f(x) = kx + b \Rightarrow y = kx + b \Rightarrow y - b = kx \Rightarrow \frac{۱}{k}y - \frac{b}{k} = x \xrightarrow{x \longleftrightarrow y} y = \frac{۱}{k}x - \frac{b}{k}$

$\Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{۱}{k}x - \frac{b}{k}$

در خود سوال گفته شده شیب تابع وارون $۹k$ است. بنابراین:

$\frac{۱}{k} = ۹k \Rightarrow ۹k^۲ = ۱ \Rightarrow k^۲ = \frac{۱}{۹} \Rightarrow k = \pm\frac{۱}{۳}$

۲۹۷ چون تابع $f(x)$ خطی است بنابراین ضابطه‌ی آن $f(x) = ax + b$ است.

$\begin{matrix} f(۱) = ۳ \Rightarrow a + b = ۳ \\ f(۴) = ۹ \Rightarrow ۴a + b = ۹ \end{matrix} \Rightarrow ۳a = ۶ \Rightarrow a = ۲ \Rightarrow b = ۱$

$f(x) = ۲x + ۱ \Rightarrow y = ۲x + ۱ \Rightarrow y - ۱ = ۲x \Rightarrow \frac{y - ۱}{۲} = x \xrightarrow{x \longleftrightarrow y} f^{-۱}(x) = \frac{x - ۱}{۲}$

$f^{-۱}(x) = f(x) \Rightarrow \frac{x - ۱}{۲} = ۲x + ۱ \Rightarrow ۴x + ۲ = x - ۱ \Rightarrow ۳x = -۳ \Rightarrow x = -۱$

۲۹۸

$\begin{matrix} x = ۱ \Rightarrow g(۱) = ۰ \Rightarrow A(۱, ۰) \\ x = ۳ \Rightarrow g(۳) = ۴ \Rightarrow B(۳, ۴) \end{matrix} \Rightarrow m = \frac{y_۲ - y_۱}{x_۲ - x_۱} = \frac{۴ - ۰}{۳ - ۱} = ۲$

$y - y_۱ = m(x - x_۱) \Rightarrow y - ۰ = ۲(x - ۱) \Rightarrow y = ۲x - ۲$

$y + ۲ = ۲x \xrightarrow{\div ۲} \frac{y + ۲}{۲} = x \xrightarrow{x \longleftrightarrow y} y = \frac{x + ۲}{۲} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{x + ۲}{۲}$

۲۹۹

$\begin{matrix} x = ۰ \Rightarrow g(۰) = ۰ \Rightarrow A(۰, ۰) \\ x = ۳ \Rightarrow g(۳) = ۹ - ۳ = ۶ \Rightarrow B(۳, ۶) \end{matrix} \Rightarrow m = \frac{y_۲ - y_۱}{x_۲ - x_۱} = \frac{۶ - ۰}{۳ - ۰} = ۲$

$y - y_۱ = m(x - x_۱)$

$y = ۲x$

$y = ۲x \Rightarrow x = \frac{y}{۲} \xrightarrow{x \longleftrightarrow y} y = \frac{x}{۲} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{x}{۲}$

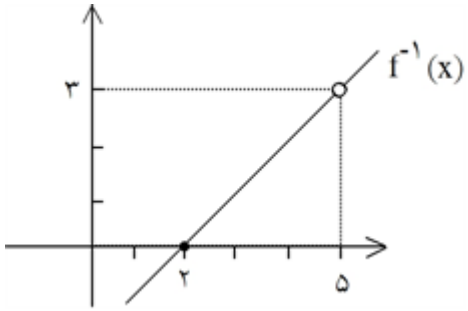
Telegram: @konkur_in

۳۰۰ $D_f = R - \{۳\} \Rightarrow f(x) = \dfrac{(x-۳)(x+۲)}{(x-۳)} = x + ۲$

x	۰	۳
y	۲	۵

در تابع وارون

x	۲	۵
y	۰	۳



۳۰۱ $D_f = R - \{۹\} \Rightarrow f(x) = \dfrac{(x-۴)(x-۹)}{(x-۹)} = x - ۴$

تابع در $(۹, ۵)$ تعریف نشده است. بنابراین وارون آن در $(۵, ۹)$ تعریف نشده است.

$y = x - ۴ \Rightarrow y + ۴ = x \xrightarrow{x \longleftrightarrow y} f^{-۱}(x) = x + ۴$

$D_{f^{-۱}} = R - \{۵\}$

۳۰۲ $y = ۲x + ۱ \Rightarrow y - ۱ = ۲x \Rightarrow \dfrac{y-۱}{۲} = x \xrightarrow{x \longleftrightarrow y} y = \dfrac{x-۱}{۲} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \dfrac{x-۱}{۲}$

$$g(x) = \frac{\sqrt{۲x+۱}}{\frac{x-۱}{۲}} \Rightarrow \begin{cases} ۲x + ۱ \geq ۰ \Rightarrow x \geq -\frac{۱}{۲} \\ \frac{x-۱}{۲} \neq ۰ \Rightarrow x \neq ۱ \end{cases}$$

$D_g = \left[-\dfrac{۱}{۲}, +\infty\right) - \{۱\}$

۳۰۳ $y = ۳x - ۹ \Rightarrow y + ۹ = ۳x \xrightarrow{\div ۳} \dfrac{y+۹}{۳} = x \Rightarrow \dfrac{y}{۳} + ۳ = x \xrightarrow{x \longleftrightarrow y} y = \dfrac{x}{۳} + ۳$

$\Rightarrow f^{-۱}(x) = \dfrac{x}{۳} + ۳$

$f^{-۱}(۳x) = \dfrac{۳x}{۳} + ۳ = x + ۳$

$g(x) = \dfrac{f(x)}{f^{-۱}(۳x)} = \dfrac{۳x-۹}{x+۳} \Rightarrow D_g = R - \{-۳\}$

۳۰۴ $y = ۳x - ۷ \Rightarrow y + ۷ = ۳x \Rightarrow \dfrac{y+۷}{۳} = x \xrightarrow{x \longleftrightarrow y} y = \dfrac{x+۷}{۳} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \dfrac{x+۷}{۳}$

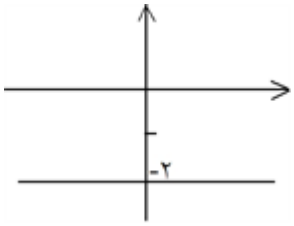
$g(x) = \dfrac{۱}{۳x-۷} + \dfrac{۱}{\frac{x+۷}{۳}} \Rightarrow g(x) = \dfrac{۱}{۳x-۷} + \dfrac{۳}{x+۷}$

$$\begin{cases} ۳x - ۷ \neq ۰ \Rightarrow x \neq \frac{۷}{۳} \\ x + ۷ \neq ۰ \Rightarrow x \neq -۷ \end{cases} \Rightarrow D_g = R - \left\{-۷, \frac{۷}{۳}\right\}$$

Telegram: @konkur_in

۳۰۵ باید تابع ثابت باشد که یک به یک نباشد. بنابراین ضریب x را صفر قرار می‌دهیم.

$$a-۳=۰\Rightarrow a=۳\Rightarrow f(x)=-۲$$



۳۰۶
$$y=۲x-۱\Rightarrow y+۱=۲x\Rightarrow x=\frac{y+۱}{۲}\Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{x+۱}{۲}$$

$$g(x)=\frac{۱}{\frac{x+۱}{۲}}=\frac{۲}{x+۱}\Rightarrow D_g=R-\{-۱\}$$

$$x=-۱\Rightarrow x+۱=۰\xrightarrow{\text{به توان می رسانیم ۲}}x^۲+۲x+۱=۰\Rightarrow\begin{cases}a=۲\\b=۱\end{cases}$$

۳۰۷
$$f(x-۱)=x^۲-۲x$$

$$f(x-۱)=\underbrace{x^۲-۲x+۱}_{\text{اتحاد مربع}}-۱\Rightarrow f(x-۱)=(x-۱)^۲-۱\Rightarrow f(X)=X^۲-۱$$

۳۰۸
$$f(x)=x^۲+۲x\Rightarrow f(g(x))=(g(x))^۲+۲g(x)$$

$$f(g(x))=x^۲-۶x+۸$$

$$(g(x))^۲+۲g(x)=x^۲-۶x+۸$$

$$\xrightarrow{+۱}(g(x))^۲+۲g(x)+۱=x^۲-۶x+۹\Rightarrow(g(x)+۱)^۲=(x-۳)^۲$$

$$g(x)+۱=\pm(x-۳)\Rightarrow\begin{cases}g(x)+۱=x-۳\Rightarrow g(x)=x-۴\\g(x)+۱=-x+۳\Rightarrow g(x)=-x+۲\end{cases}$$

۳۰۹
$$\begin{matrix}fog\,(x)=۴x^۲-۴x\\f(g(x))=(g(x))^۲+۲g(x)\end{matrix}\Rightarrow(g(x))^۲+۲g(x)=۴x^۲-۴x$$

$$\xrightarrow{+۱}(g(x))^۲+۲g(x)+۱=۴x^۲-۴x+۱\Rightarrow(g(x)+۱)^۲=(۲x-۱)^۲$$

$$\Rightarrow g(x)+۱=\pm(۲x-۱)\Rightarrow\begin{cases}g(x)+۱=۲x-۱\Rightarrow g(x)=۲x-۲\\g(x)+۱=-۲x+۱\Rightarrow g(x)=-۲x\end{cases}$$

۳۱۰ معادله سهمی $y=ax^۲+bx+c$

$$A(۰,۱)\Rightarrow ۱=a(۰)^۲+b(۰)+c\Rightarrow c=۱$$

$$B(-۱,۰)\Rightarrow ۰=a(-۱)^۲+b(-۱)+۱\Rightarrow a-b=-۱$$

$$C(۴,۰)\Rightarrow ۰=a(۴)^۲+b(۴)+۱\Rightarrow ۱۶a+۴b=-۱$$

$$۴\times\begin{cases}a-b=-۱\\۱۶a+۴b=-۱\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}۴a-۴b=-۴\\۱۶a+۴b=-۱\end{cases}\Rightarrow ۲۰a=-۵\Rightarrow a=-\frac{۱}{۴},b=\frac{۳}{۴}$$

$$y=-\frac{۱}{۴}x^۲+\frac{۳}{۴}x+۱$$

Telegram: @konkur_in

۳۱۱

$y = ax^۲ + bx + c$

راس سهمی $x_. = \frac{-b}{۲a} = -۲ \Rightarrow b = ۴a$

$A(۰,۳) \Rightarrow ۳ = a(۰)^۲ + b(۰) + c \Rightarrow c = ۳$

$S(-۲,-۱) \Rightarrow -۱ = a(-۲)^۲ + b(-۲) + ۳ \Rightarrow ۴a - ۲b = -۴ \xrightarrow{b=۴a} ۴a - ۲(۴a) = -۴$

$\Rightarrow -۴a = -۴ \Rightarrow a = ۱ \Rightarrow b = ۴$

$y = x^۲ + ۴x + ۳$

۳۱۲

$(۲, f^{-۱}(۲)) \in f^{-۱} \Rightarrow (f^{-۱}(۲), ۲) \in f \Rightarrow \begin{cases} x = f^{-۱}(۲) \\ f(x) = ۲ \end{cases} \Rightarrow ۲ + f^{-۱}(۲) = ۷f^{-۱}(۲) + ۱۴$

$\Rightarrow ۶f^{-۱}(۲) = -۱۲ \Rightarrow f^{-۱}(۲) = -۲ \xrightarrow{f^{-۱}(۲)=-۲} f(x) - ۲ = ۷x + ۱۴ \Rightarrow f(x) = ۷x + ۱۶$

$y = ۷x + ۱۶ \Rightarrow y - ۱۶ = ۷x \Rightarrow \frac{y - ۱۶}{۷} = x \xrightarrow{x \longleftrightarrow y} y = \frac{x - ۱۶}{۷} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{x - ۱۶}{۷}$

۳۱۳

$\xrightarrow{x=۱} f(۱) + f(۱) = ۱۲ \Rightarrow ۲f(۱) = ۱۲ \Rightarrow f(۱) = ۶ \Rightarrow f(x) + ۶ = ۵x + ۷$

$\Rightarrow f(x) = ۵x + ۱$

$y = ۵x + ۱ \Rightarrow y - ۱ = ۵x \xrightarrow{\div ۵} \frac{y - ۱}{۵} = x \xrightarrow{x \longleftrightarrow y} y = \frac{x - ۱}{۵}$

$f^{-۱}(x) = \frac{x - ۱}{۵}$

۳۱۴

$y = ax^۲ + bx + c$

راس سهمی $x_. = \frac{-b}{۲a} = ۲ \Rightarrow -b = ۴a \Rightarrow b = -۴a$

$A(۰,۲) \Rightarrow ۲ = a(۰)^۲ + b(۰) + c \Rightarrow c = ۲$

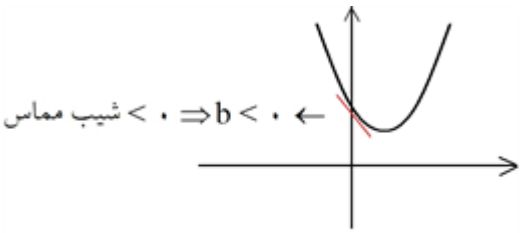
$S(۲,-۱) \Rightarrow -۱ = a(۲)^۲ + b(۲) + ۲ \Rightarrow ۴a + ۲b = -۳ \xrightarrow{b=-۴a} ۴a + ۲(-۴a) = -۳$

$\Rightarrow ۴a - ۸a = -۳ \Rightarrow a = \frac{۳}{۴} \Rightarrow b = -۴\left(\frac{۳}{۴}\right) = -۳$

$y = \frac{۳}{۴}x^۲ - ۳x + ۲$

۳۱۵

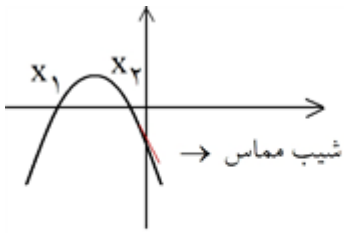
۱)



$a > ۰ , c > ۰$

$\Delta < ۰ \Leftarrow$ ریشه ندارد

۲)



$a < ۰ , c < ۰$

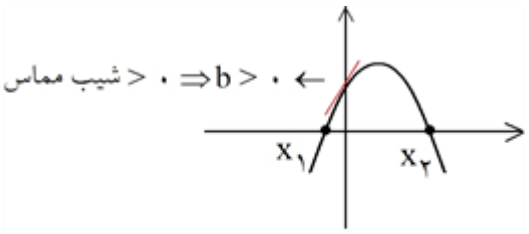
$\Delta > ۰ \Leftarrow$ دو ریشه دارد

نمودار	a	b	c	Δ	تعداد ریشه
۱	+	-	+	-	صفر
۲	-	-	-	+	۲

Telegram: @konkur_in

۳۱۶

۱)

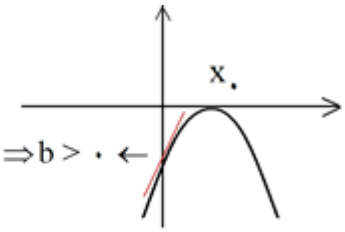


$a < ۰ , c > ۰$

$\Delta > ۰ \Leftarrow$ دو ریشه دارد

تعداد ریشه	Δ	c	b	a	نمودار
۲	+	+	+	-	۱
۱	صفر	-	+	-	۲

۲)

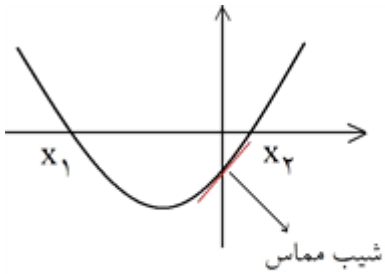


$a < ۰ , c < ۰$

$\Delta = ۰ \Leftarrow$ یک ریشه مضاعف دارد

۳۱۷

۱)

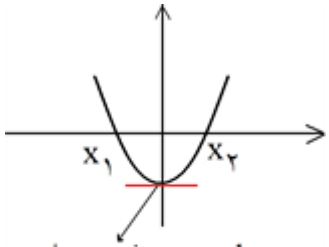


شیب مماس > ۰ ⇒ b > ۰

$a > ۰ , c < ۰$

$\Delta > ۰ \Leftarrow$ دو ریشه دارد

۲)



شیب مماس = ۰ ⇒ b = ۰

$a > ۰ , c < ۰$

$\Delta > ۰ \Rightarrow$ دو ریشه دارد

تعداد ریشه	Δ	c	b	a	نمودار
۲	+	-	+	+	۱
۲	+	-	صفر	+	۲

۳۱۸

راس سهمی $x_۰ = \frac{-b}{۲a} = \frac{-a}{۴} = ۱ \Rightarrow a = -۴$

$A(۱,-۱) \Rightarrow ۲ + a + b = -۱ \Rightarrow a + b = -۳ \xrightarrow{a=-۴} -۴ + b = -۳ \Rightarrow b = ۱$

$\Rightarrow y = ۲x^۲ - ۴x + ۱ \xrightarrow[x=۰]{\text{محل برخورد با محور } y \text{ ها}} y = ۱$

۳۱۹ تابع یک به یک است.

$y = ۱ - ۲\sqrt{x+۱}$

$۲\sqrt{x+۱} = ۱ - y$

$۴x + ۴ = (۱ - y)^۲$

$x = \frac{(۱ - y)^۲ - ۴}{۴}$

$f^{-۱}(x) = \frac{(۱ - x)^۲ - ۴}{۴}$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۲۰

الف)

$$\sqrt{۲x_۱ - ۳} = \sqrt{۲x_۲ - ۳} \xrightarrow{\text{به توان می رسانیم ۲}} ۲x_۱ - ۳ = ۲x_۲ - ۳ \Rightarrow ۲x_۱ = ۲x_۲ \Rightarrow x_۱ = x_۲$$

ب)

$$\frac{x_۱ + ۶}{۳x_۱ - ۴} = \frac{x_۲ + ۶}{۳x_۲ - ۴}$$

$$۳x_۱x_۲ + ۱۸x_۲ - ۴x_۱ - ۲۴ = ۳x_۱x_۲ + ۱۸x_۱ - ۴x_۲ - ۲۴ \Rightarrow ۲۲x_۱ = ۲۲x_۲ \Rightarrow x_۱ = x_۲$$

هر دو تابع یک به یک هستند.

۳۲۱

$a < ۰$

$c < ۰$

$b < ۰$ دو ریشه دارد.

۳۲۲

با توجه به اینکه $a < ۰$ است، بنابراین بیشترین مقدار تابع عرض رأس سهمی است.در نتیجه :

$$y_۰ = \frac{-\Delta}{۴a} = \frac{-(۱۶ + ۴۰)}{-۸} = ۷$$

۳۲۳

ابتدا ضابطه‌ی تابع خطی f را می‌یابیم:

$$\begin{cases} (۲, ۱) \in f \\ (۴, ۵) \in f \end{cases} \xrightarrow[\text{است}]{f \text{ تابع خطی}} y - ۱ = \frac{۵ - ۱}{۴ - ۲}(x - ۲) \Rightarrow y = f(x) = ۲x - ۳$$

برای یافتن ضابطه‌ی تابع وارون f ، ابتدا x را برحسب y یافته، سپس جای x و y را عوض می‌کنیم:

$$y = ۲x - ۳ \Rightarrow y + ۳ = ۲x \Rightarrow x = \frac{y + ۳}{۲} \xrightarrow{\text{تعویض جای } x \text{ و } y} y = \frac{x + ۳}{۲}$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{x + ۳}{۲}$$

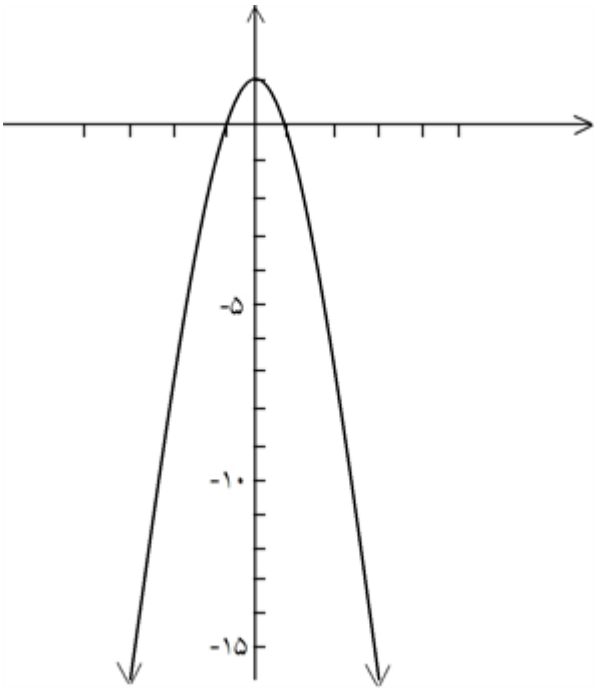
۳۲۴

اگر نمودار یک تابع درجه دوم، محور x ها را با طول‌های $x_۱$ و $x_۲$ قطع کند، می‌توانیم معادله‌ی آن‌را به صورت $y = a(x - x_۱)(x - x_۲)$ درنظر بگیریم، بنابراین از آن‌جا که نمودار تابع درجه دوم f محور x ها را با طول‌های صفر و چهار قطع کرده است، می‌توانیم معادله‌ی آن‌را به صورت $f(x) = ax(x - ۴)$ درنظر بگیریم و از آن‌جا که نمودار تابع از نقطه‌ی $(۲, ۳)$ گذشته، مختصات آن در معادله‌ی تابع صدق می‌کند:

$$(۲, ۳) \in f \Rightarrow f(۲) = ۳ \Rightarrow a \times ۲ \times (۲ - ۴) = ۳ \Rightarrow a = \frac{-۳}{۴} \Rightarrow f(x) = -\frac{۳}{۴}x(x - ۴)$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{۳}{۴}x^۲ + ۳x$$

Telegram: @konkur_in



۳۲۵ $D_f = R, R_f = (-\infty, ۱]$

۳۲۶ $y = \frac{۲x+۳}{۵x+۸} \Rightarrow ۵xy + ۸y = ۲x + ۳ \Rightarrow x(۵y-۲) = ۳ - ۸y \Rightarrow x = \frac{۳-۸y}{۵y-۲}$

$\Rightarrow y^{-۱} = \frac{۳-۸x}{۵x-۲}$

۳۲۷ $f = \{(m^۴+۲, ۵), (n^۳+۱, ۴)\} \Rightarrow f^{-۱} = \{(۵, m^۴+۲), (۴, n^۳+۱)\}$

$\Rightarrow R_{f^{-۱}} = \{m^۴+۲, n^۳+۱\}$

$\begin{cases} m^۴+۲ = ۱۸ \Rightarrow m^۴ = ۱۶ \Rightarrow m = \pm ۲ \\ n^۳+۱ = -۷ \Rightarrow n^۳ = -۸ \Rightarrow n^۳ = (-۲)^۳ \Rightarrow n = -۲ \end{cases}$

۳۲۸ $f = \{(-۱, ۲), (۰, ۳), (۴, -۱)\}$

$f^{-۱} = \{(۲, -۱), (۳, ۰), (-۱, ۴)\}$

$D_{f^{-۱}} = \{۲, ۳, -۱\} = R_f$

$R_{f^{-۱}} = \{-۱, ۰, ۴\} = D_f$

۳۲۹ طول نقطه ماکزیمم یا می‌نیمم تابع درجه دوم $= -\frac{b}{۲a}$

$y = (۱-m)x^۲ + (m^۲-۶)x + ۱ \Rightarrow -\frac{b}{۲a} = -۱ \Rightarrow \frac{-(m^۲-۶)}{۲(۱-m)} = -۱$

$\Rightarrow m^۲ - ۶ = ۲(۱-m)$

$m^۲ + ۲m - ۸ = ۰ \Rightarrow (m+۴)(m-۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} m = -۴ \text{ غ ق ق} \\ m = ۲ \text{ ق ق} \end{cases}$

چون گفته تابع دارای ماکزیمم است بنابراین باید ضریب $x^۲$ منفی باشد، بنابراین $m = ۲$ قابل قبول است.

۳۳۰ $y = \frac{x-۳}{x+۱} \Rightarrow yx + y = x - ۳ \Rightarrow yx - x = -y - ۳ \Rightarrow x = \frac{-y-۳}{y-۱} \Rightarrow y' = \frac{-x-۳}{x-۱}$

Telegram: @konkur_in

۳۳۱ رأس سهمی همان نقطه‌ی مینیمم است.

$$x = \frac{-b}{۲a} = -\frac{-۲}{۲\times ۱} = ۱ \Rightarrow y = ۱^۲ - ۲\times ۱ + ۳ = ۲$$

۳۳۲ چون f یک تابع خطی است. بنابراین $f(x) = ax + b$ است.

$$f(x+۱) + f(x+۲) = ۴x + ۷ \Rightarrow a(x+۱) + b + a(x+۲) + b = ۴x + ۷$$

$$\Rightarrow ax + a + b + ax + ۲a + b = ۴x + ۷ \Rightarrow ۲ax + ۳a + ۲b = ۴x + ۷$$

$$\begin{cases} ۲a = ۴ \Rightarrow a = ۲ \\ ۳a + ۲b = ۷ \xrightarrow{a=۲} ۶ + ۲b = ۷ \Rightarrow ۲b = ۱ \Rightarrow b = \frac{۱}{۲} \end{cases}$$

$$f(x) = ۲x + \frac{۱}{۲}$$

$$f^{-۱}(۳) = k \Rightarrow f(k) = ۳ \Rightarrow ۲k + \frac{۱}{۲} = ۳ \Rightarrow ۲k = ۳ - \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۲k = \frac{۵}{۲}$$

$$\Rightarrow k = \frac{۵}{۴} \Rightarrow f^{-۱}(۳) = \frac{۵}{۴}$$

۳۳۳ چون f یک تابع خطی است. بنابراین:

$$f(x) = ax + b$$

$$f(x-۱) + f(x+۲) = ۴x + ۸ \Rightarrow a(x-۱) + b + a(x+۲) + b = ۴x + ۸$$

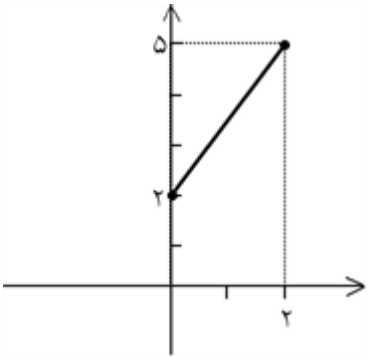
$$\Rightarrow ۲ax + a + ۲b = ۴x + ۸ \Rightarrow \begin{cases} ۲a = ۴ \Rightarrow a = ۲ \\ ۲ + ۲b = ۸ \Rightarrow b = ۳ \end{cases}$$

$$f(x) = ۲x + ۳$$

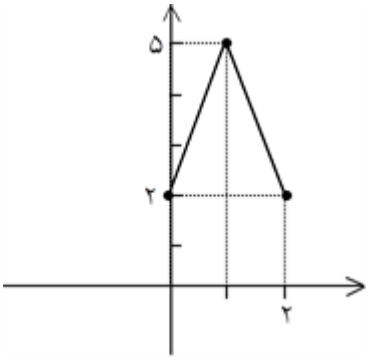
$$f^{-۱}(۵) = k \Rightarrow f(k) = ۵ \Rightarrow ۲k + ۳ = ۵ \Rightarrow ۲k = ۲ \Rightarrow k = ۱ \Rightarrow f^{-۱}(۵) = ۱$$

۳۳۴

الف)



ب)



Telegram: @konkur_in

۳۳۵ برای نوشتن وارون یک تابع باید جای مؤلفه‌ی اول و دوم را عوض کنیم.

$f^{-۱} = \{(۵, ۱), (۷, ۳), (۹, ۴)\}$ تابع است $f^{-۱}$

$g^{-۱} = \{(۲, ۱), (۲, ۳), (۱۰, ۵)\}$ تابع نیست $g^{-۱}$

$h^{-۱} = \{(۲, ۱), (۴, ۳), (۲, ۵)\}$ تابع نیست $h^{-۱}$

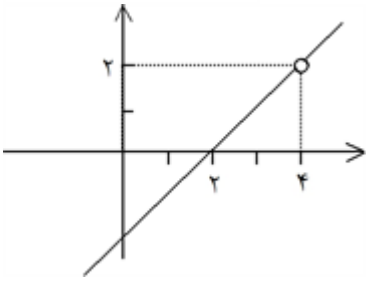
۳۳۶

$$f(x) = \frac{(x-۲)(x+۲)}{x-۲} = x+۲ (x \neq ۲)$$

x	۰	۲
y	۲	۴

در تابع معکوس $\longrightarrow$

x	۲	۴
y	۰	۲



با توجه به نمودار $\begin{cases} D_{f^{-۱}} = R - \{۴\} \\ R_{f^{-۱}} = R - \{۲\} \end{cases}$

۳۳۷ f یک تابع خطی است و $f(x) = ax + b$ بنابراین:

$A(۰, -۱) \Rightarrow a(۰) + b = -۱ \Rightarrow b = -۱$

$B(-۱, ۲) \Rightarrow a(-۱) - ۱ = ۲ \Rightarrow a = -۳$

$$f(x) = -۳x - ۱ \Rightarrow y = -۳x - ۱ \Rightarrow y + ۱ = -۳x \xrightarrow{\div(-۳)} \frac{y+۱}{-۳} = x \xrightarrow{x \longleftrightarrow y} y = \frac{x+۱}{-۳}$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{x+۱}{-۳}$$

۳۳۸ ابتدا معادله‌ی خط $f(x) = ax + b$ را می‌نویسیم.

$$A(۰, ۳) \Rightarrow ۳ = a(۰) + b \Rightarrow b = ۳$$

$$B(۲, ۰) \Rightarrow ۰ = ۲a + ۳ \Rightarrow a = -\frac{۳}{۲} \Rightarrow f(x) = -\frac{۳}{۲}x + ۳$$

$$f(۱) = -\frac{۳}{۲} + ۳ = \frac{۳}{۲}$$

$$y = -\frac{۳}{۲}x + ۳ \Rightarrow y - ۳ = -\frac{۳}{۲}x \xrightarrow{\times\left(-\frac{۲}{۳}\right)} -\frac{۲}{۳}y + ۲ = x \xrightarrow{x \longleftrightarrow y} y = -\frac{۲}{۳}x + ۲$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x) = -\frac{۲}{۳}x + ۲$$

$$\begin{cases} D_f = R - \{۱\} \\ R_f = R - \left\{\frac{۳}{۲}\right\} \end{cases} \xrightarrow{\text{در تابع معکوس جای دامنه و برد عوض می شود}} \begin{cases} D_{f^{-۱}} = R - \left\{\frac{۳}{۲}\right\} \\ R_{f^{-۱}} = R - \{۱\} \end{cases}$$

Telegram: @konkur_in

۳۳۹ تابع خطی $f(x)=ax+b$ از نقاط زیر می‌گذرد.

$$\begin{matrix}A(۰,۳)\Rightarrow ۳=a(۰)+b\Rightarrow b=۳\\ B(۱,۰)\Rightarrow ۰=a(۱)+۳\Rightarrow a=-۳\end{matrix}\Rightarrow f(x)=-۳x+۳$$

$$y=-۳x+۳\Rightarrow y-۳=-۳x\xrightarrow{\div(-۳)}-\frac{y}{۳}+۱=x\xrightarrow{x\longleftrightarrow y}y=-\frac{x}{۳}+۱$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x)=-\frac{x}{۳}+۱$$

۳۴۰ چون $f(x)$ یک تابع خطی است بنابراین ضابطه‌ی آن به صورت $f(x)=ax+b$ است.

$$A(۰,۱)\Rightarrow a(۰)+b=۱\Rightarrow b=۱$$

$$B(۲,۰)\Rightarrow a(۲)+۱=۰\Rightarrow a=-\frac{۱}{۲}$$

$$f(x)=-\frac{۱}{۲}x+۱\Rightarrow y=-\frac{۱}{۲}x+۱\Rightarrow y-۱=-\frac{۱}{۲}x\xrightarrow{\times(-۲)}-۲y+۲=x$$

$$\xrightarrow{x\longleftrightarrow y}y=-۲x+۲\Rightarrow f^{-۱}(x)=-۲x+۲$$

۳۴۱

$$m=\frac{y_۲-y_۱}{x_۲-x_۱}=\frac{۷-۲}{۳-۱}=\frac{۵}{۲}\Rightarrow y-y_۱=m(x-x_۱)\Rightarrow y-۲=\frac{۵}{۲}(x-۱)\Rightarrow y=\frac{۵}{۲}x-\frac{۵}{۲}+۲$$

$$\Rightarrow y=\frac{۵}{۲}x-\frac{۱}{۲}\xrightarrow{x\text{ را بر حسب }y\text{ می نویسیم}}y+\frac{۱}{۲}=\frac{۵}{۲}x\xrightarrow{\times\frac{۲}{۵}}\frac{۲}{۵}y+\frac{۱}{۵}=x$$

$$\xrightarrow{x\longleftrightarrow y}y=\frac{۲}{۵}x+\frac{۱}{۵}$$

۳۴۲

$$\begin{matrix}A(۲,۰)\\ B(۰,۲)\end{matrix}\Rightarrow m=\frac{y_۲-y_۱}{x_۲-x_۱}=\frac{۲-۰}{۰-۲}=\frac{۲}{-۲}=-۱\Rightarrow y-y_۱=m(x-x_۱)$$

$$\Rightarrow y-۲=-(x-۰)\Rightarrow y=-x+۲\Rightarrow f(x)=-x+۲$$

$$y=-x+۲\Rightarrow x=-y+۲\Rightarrow f^{-۱}(x)=-x+۲$$

$$(f^{-۱}+f)(x)=f^{-۱}(x)+f(x)=-x+۲+(-x+۲)=-۲x+۴$$

۳۴۳

$$y=۵-۲x\Rightarrow ۲x=۵-y\Rightarrow x=\frac{۵-y}{۲}\xrightarrow{x\longleftrightarrow y}y=\frac{۵-x}{۲}$$

$$f^{-۱}(x)=\frac{۵-x}{۲}\Rightarrow\left[f^{-۱}(۱۰)\right]=[-۲/۵]=-۳$$

Telegram: @konkur_in

۳۴۴ الف)

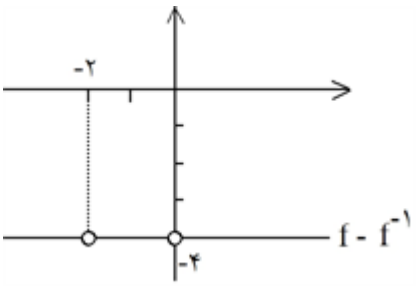
$$f(x)=\frac{x(x-۲)}{x}\Rightarrow y=x-۲\Rightarrow y+۲=x\xrightarrow{x\longleftrightarrow y}y=x+۲\Rightarrow f^{-۱}(x)=x+۲$$

ب) تابع f در $(-۲,۰)$ توخالی است. بنابراین $f^{-۱}$ در $(-۲,۰)$ تعریف نشده است.

$$\begin{matrix}D_f=R-\{۰\}\\ D_{f^{-۱}}=R-\{-۲\}\end{matrix}\Rightarrow D_{f-f^{-۱}}=D_f\cap D_{f^{-۱}}=R-\{۰,-۲\}$$

ج)

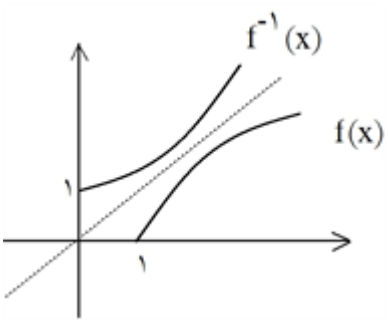
$$(f-f^{-۱})(x)=f(x)-f^{-۱}(x)=x-۲-(x+۲)=-۴$$



۳۴۵

$$x>۱\Rightarrow y=۳x+\frac{۲x-۲}{x-۱}\Rightarrow y=۳x+\frac{۲(x-۱)}{x-۱}\Rightarrow y=۳x+۲\Rightarrow y-۲=۳x$$
$$\xrightarrow{\div ۳}\frac{y-۲}{۳}=x\xrightarrow{x\longleftrightarrow y}y=\frac{x-۲}{۳}\Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{x-۲}{۳}$$

۳۴۶



$$\begin{matrix}D_f=[۱,+\infty)\\ R_f=[۰,+\infty)\end{matrix}\Rightarrow\begin{cases}D_{f^{-۱}}=[۰,+\infty)\\ R_{f^{-۱}}=[۱,+\infty)\end{cases}$$

۳۴۷ برای آن‌که تابع در کل اعداد حقیقی یک به یک باشد باید درجه ۲ نباشد بنابراین ضریب $x^۲$ را صفر قرار می‌دهیم.

$$b-۳=۰\Rightarrow b=۳\Rightarrow f(x)=۴x-۱$$
$$f^{-۱}(۳)=a\Rightarrow f(a)=۳\Rightarrow ۴a-۱=۳\Rightarrow ۴a=۴\Rightarrow a=۱$$

۳۴۸ برای آن‌که تابع در کل اعداد حقیقی یک به یک باشد باید درجه ۲ نباشد بنابراین ضریب $x^۲$ را صفر قرار می‌دهیم.

$$a-۱=۰\Rightarrow a=۱\Rightarrow f(x)=۳x+۱\Rightarrow f(۵)=۱۵+۱=۱۶$$

۳۴۹

$$y=\frac{۲x-۱}{۳}\Rightarrow ۳y=۲x-۱\Rightarrow ۳y+۱=۲x\xrightarrow{\div ۲}\frac{۳y+۱}{۲}=x\xrightarrow{x\longleftrightarrow y}y=\frac{۳x+۱}{۲}$$
$$\Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{۳x+۱}{۲}$$
$$y=۴f^{-۱}(x)+۳f(x)=۴\left(\frac{۳x+۱}{۲}\right)+۳\left(\frac{۲x-۱}{۳}\right)=۶x+۲+۲x-۱=۸x+۱$$
$$\xrightarrow[y=۰]{\text{محور } x \text{ ها را قطع کند}}۸x+۱=۰\Rightarrow x=-\frac{۱}{۸}$$

۳۵۰

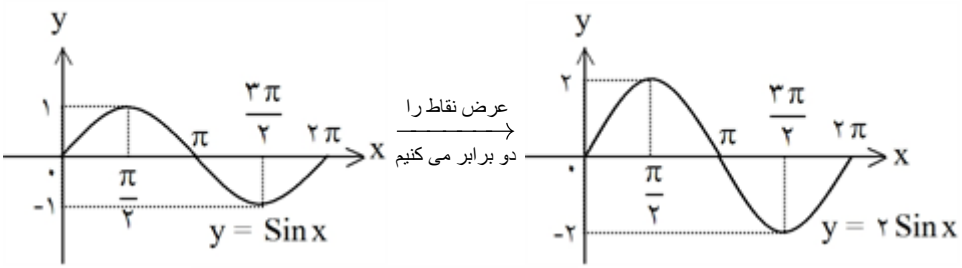
$$x_۰=\frac{-b}{۲a}=\frac{-a}{۴}=۱\Rightarrow a=-۴\xrightarrow[y_۰=۵]{x_۰=۱}۲-۴+b=۵\Rightarrow b=۷$$

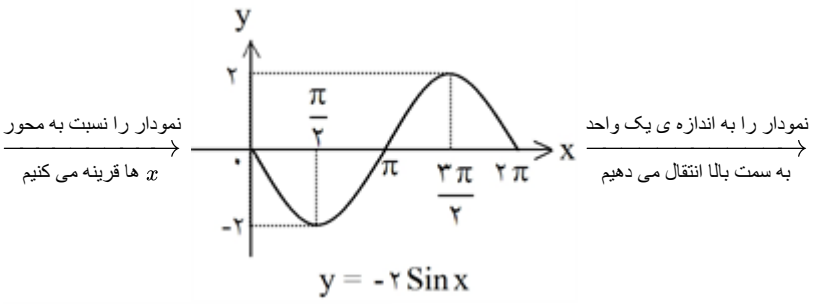
Telegram: @konkur_in

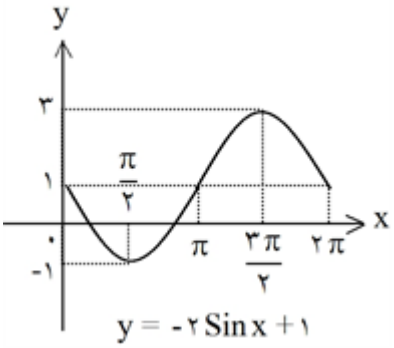
www.konkur.in

۳۵۱ $x_{\circ} = \frac{-b}{۲a} = \frac{-a}{۲} = ۲ \Rightarrow a = -۴ \xrightarrow[y_{\circ}=۵]{x_{\circ}=۲} ۵ = ۴ - ۸ + b \Rightarrow b = ۹$

۳۵۲







۳۵۳ $(۱, a+۲b), (۱, ۴) \in f \xrightarrow{f \text{ تابع است}} a + ۲b = ۴ \quad (۱)$

$(-۲, ۳), (۲a-b, ۳) \in f \xrightarrow{f \text{ تابعی یک به یک است}} ۲a - b = -۲ \quad (۲)$

$$۱, ۲ \Rightarrow ۲\times \begin{cases} a+۲b=۴ \\ ۲a-b=-۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+\cancel{۲b}=۴ \\ ۴a-\cancel{۲b}=-۴ \end{cases} \Rightarrow ۵a = ۰ \Rightarrow a = ۰$$

$$\xrightarrow{(۱)} ۰ + ۲b = ۴ \Rightarrow b = ۲$$

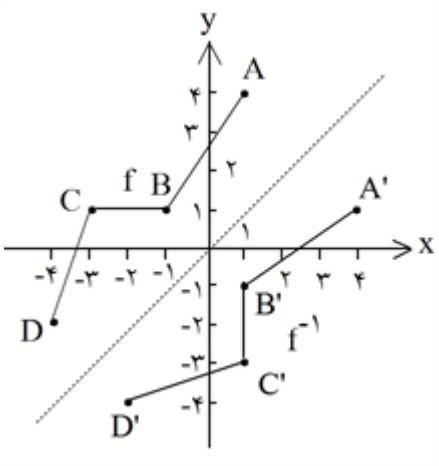
۳۵۴ سهمی رو به پایین است، پس a عددی منفی است. رأس سهمی در ناحیه‌ی اول قرار دارد، پس طول آن عددی مثبت می‌باشد.

$$x = -\frac{b}{۲a} > ۰ \xrightarrow{a<۰} b > ۰$$

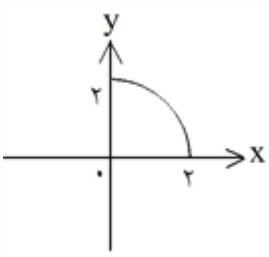
سهمی، محور y ها را در نقطه‌ای به عرض مثبت قطع کرده است. بنابراین: $f(۰) = c > ۰$

Telegram: @konkur_in

۳۵۵ کافی است قرینه‌ی نقاط مهم شکل (A ، B ، C و D) را نسبت به خط $y = x$ رسم کرده و آن‌ها را با خطوط راست به هم وصل کنیم، مثلاً $A(۱, ۴) \Rightarrow A'(۴, ۱)$ ضمناً $f^{-۱}$ تابع نیست چون f یک‌به‌یک نیست.



۳۵۶ خیر، تابع نیست. چون می‌توان خطی عمودی (موازی محور y ها) رسم کرد که نمودار را در بیش از یک نقطه قطع کند. اگر هریک از ربع دایره‌ها را انتخاب کنیم، تابعی یک‌به‌یک و وارون‌پذیر ایجاد می‌شود، مانند:



$\Rightarrow$ دامنه $= [۰, ۲]$

۳۵۷

الف) $f(x) = x - ۱ \Rightarrow D_f = R, g(x) = \sqrt{x + ۲} \Rightarrow D_f = [-۲, +\infty)$

$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in R \mid \underbrace{x - ۱ \geq -۲}_{x \geq -۱}\} = [-۱ , +\infty)$$

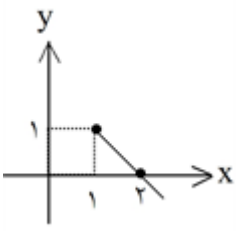
ب) $(gof)(x) = g(f(x)) = \sqrt{f(x) + ۲} = \sqrt{x - ۱ + ۲} = \sqrt{x + ۱}$

پ) $\left(\frac{f}{g}\right)(۲) = \frac{f(۲)}{g(۲)} = \frac{۲ - ۱}{\sqrt{۲ + ۲}} = \frac{۱}{۲}$

۳۵۸ چون $x \geq ۱$ است، پس حاصل $(x - ۱)$ نامنفی بوده و خودش از قدرمطلق خارج می‌شود:

$$f(x) = -(x - ۱) + ۱ = -x + ۱ + ۱ = -x + ۲$$

با رسم نمودار، معلوم می‌شود که تابع f یک به یک و در نتیجه وارون‌پذیر است.



$$y = -x + ۲ \Rightarrow x = ۲ - y \Rightarrow f^{-۱}(x) = ۲ - x$$

ضمناً از روی نمودار متوجه می‌شوید که برد آن $(-\infty, ۱]$ است، پس دامنه‌ی $f^{-۱}$ هم برابر همین بازه است.

Telegram: @konkur_in

۳۵۹ $y = ax^۲ + bx + c \xrightarrow{y_A = y_B} ax_A^۲ + bx_A + c = ax_B^۲ + bx_B + c$

$\Rightarrow ax_A^۲ - ax_B^۲ + bx_A - bx_B = ۰$

$\Rightarrow a\left(x_A^۲ - x_B^۲\right) + b(x_A - x_B) = ۰$

$\Rightarrow a(x_A - x_B)(x_A + x_B) + b(x_A - x_B) = ۰$

$\Rightarrow (x_A - x_B)(a(x_A + x_B) + b) = ۰$

$\begin{cases} x_A - x_B = ۰ \Rightarrow x_A = x_B \text{ غ ق (دو نقطه متمایز)} \\ a(x_A + x_B) + b = ۰ \Rightarrow x_A + x_B = -\frac{b}{a} \end{cases}$

$x_A + x_B = -\frac{b}{a} \xrightarrow{\div ۲} \frac{x_A + x_B}{۲} = -\frac{b}{۲a} \xrightarrow{x = -\frac{b}{۲a} \text{ محور تقارن است}} x = \frac{x_A + x_B}{۲}$ (محور تقارن)

۳۶۰ $y = -x^۲ + ۱۰x + ۱ \Rightarrow x = \frac{-b}{۲a} = \frac{-۱۰}{-۲} = ۵$ محور تقارن

$\xrightarrow{x_۰ = ۵} y = -۲۵ + ۵۰ + ۱ = ۲۶ \xrightarrow{\text{راس سهمی}} S(۵, ۲۶)$

$a = -۱ < ۰$ بنابراین دهانه سهمی به طرف پایین باز می‌شود.

$x = \frac{-b}{۲a} = \frac{-b}{۶} = -۱ \Rightarrow b = ۶ \xrightarrow{\text{معادله سهمی}} y = ۳x^۲ + ۶x + ۱$

$\xrightarrow{x_۰ = -۱} y_۰ = ۳ - ۶ + ۱ = -۲ \xrightarrow{\text{راس سهمی}} S(-۱, -۲)$

$a = ۳ > ۰$ بنابراین دهانه‌ی سهمی به طرف بالا می‌باشد.

۳۶۱ $y = x^۲ - ۲x + ۳ \Rightarrow x = \frac{-b}{۲a} = \frac{۲}{۲} = ۱ \Rightarrow x = ۱$ محور تقارن

$\xrightarrow{x_۰ = ۱} y_۰ = ۱ - ۲ + ۳ = ۲ \xrightarrow{\text{راس سهمی}} S(۱, ۲)$

چون $a = ۱ > ۰$ است بنابراین دهانه سهمی به طرف بالا می‌باشد.

$x = -\frac{b}{۲a} = \frac{-b}{-۲} = ۳ \Rightarrow b = ۶ \xrightarrow{\text{معادله سهمی}} y = -x^۲ + ۶x + ۱$

$\xrightarrow{x_۰ = ۳} y_۰ = -۹ + ۱۸ + ۱ = ۱۰ \xrightarrow{\text{راس سهمی}} S(۳, ۱۰)$

چون $a = -۱ < ۰$ بنابراین دهانه سهمی به طرف پایین است.

۳۶۲ ۱/۵ نمره

$(۰, ۲) \Rightarrow ۲ = a(۰)^۲ + b(۰) + c \Rightarrow c = ۲$ روی سهمی قرار دارد.

$(-۱, ۰) \Rightarrow ۰ = a(-۱)^۲ + b(-۱) + c \xrightarrow{c=۲} a - b = -۲ \quad (۱)$ روی سهمی قرار دارد.

$(۲, ۰) \Rightarrow ۰ = a(۲)^۲ + b(۲) + c \xrightarrow{c=۲} ۴a + ۲b = -۲ \xrightarrow{\div ۲} ۲a + b = -۱ \quad (۲)$ روی سهمی قرار دارد.

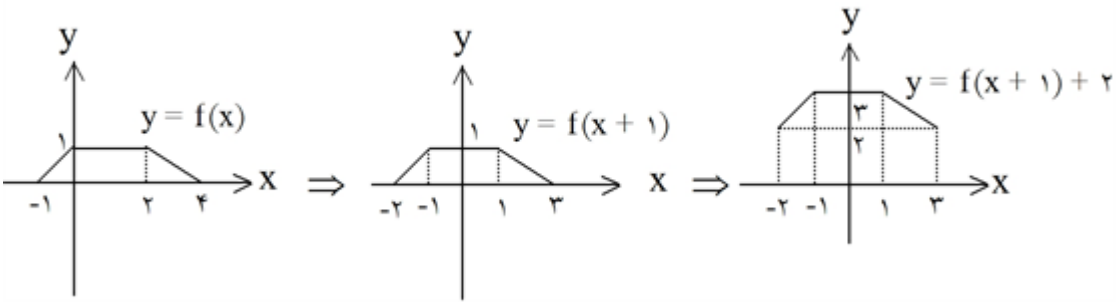
$(۱), (۲) \Rightarrow \begin{cases} a - b = -۲ \\ ۲a + b = -۱ \end{cases} \Rightarrow ۳a = -۳ \Rightarrow a = -۱ \xrightarrow{a-b=-۲} -۱ - b = -۲$

$\Rightarrow b = ۱ \Rightarrow y = -x^۲ + x + ۲$

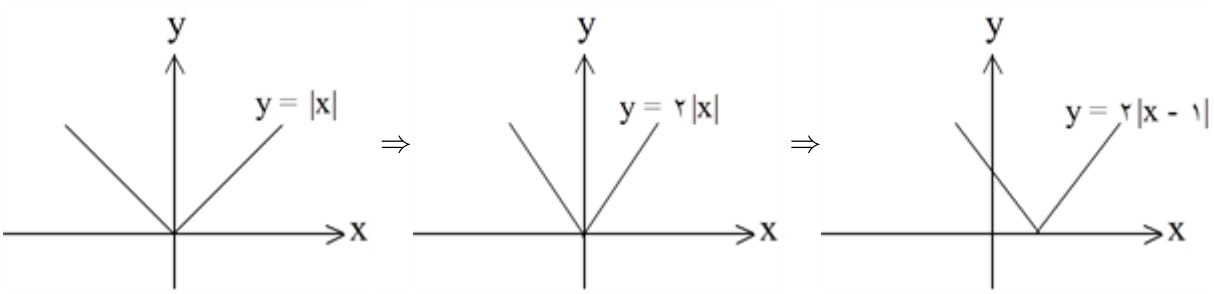
Telegram: @konkur_in

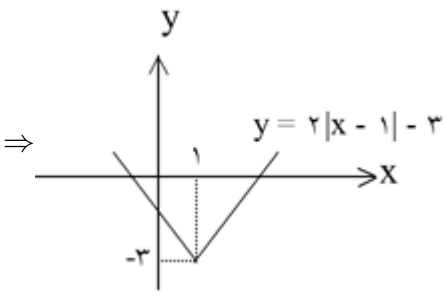
۳۶۳ ۱ نمره

برای رسم نمودار خواسته شده به کمک انتقال، ابتدا نمودار داده شده را یک واحد به سمت چپ و سپس دو واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم:



۳۶۴ ۰/۷۵ نمره

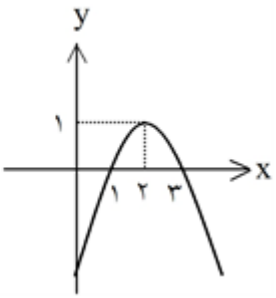




۳۶۵ ۱/۲۵ نمره

$$x = -\frac{b}{۲a} = ۲ \Rightarrow y = -(۲)^۲ + ۴(۲) - ۳ = ۱ \Rightarrow S(۲, ۱)$$

x	۱	۲	۳
y	۰	۱	۰

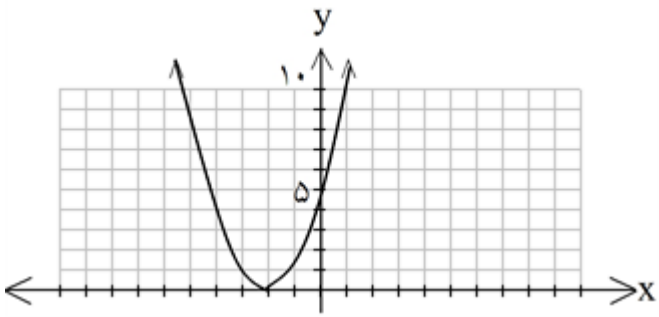


Telegram: @konkur_in

۳۶۶ ۱ نمره

$y = x^{۲} + ۴x + ۴, x = \frac{-b}{۲a} = \frac{-۴}{۲} = -۲$

x	-۴	-۳	-۲	-۱	۰
y	۴	۱	۰	۱	۴



۳۶۷ ۱ نمره

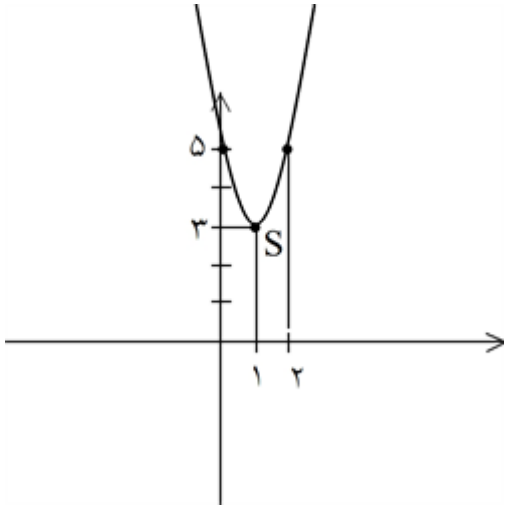
با توجه به این‌که ضریب $x^{۲}$ مثبت است کافی است $\Delta < ۰$ باشد:

$\Delta < ۰ : ۹ - ۴m < ۰ \Rightarrow ۹ < ۴m \Rightarrow m > \frac{۹}{۴}$

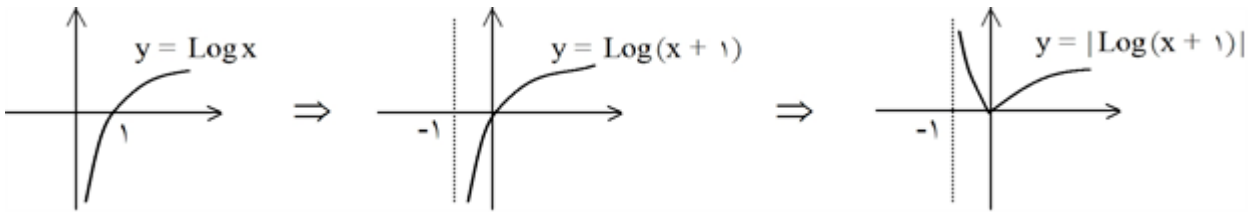
۳۶۸ ۱/۵ نمره

$y = ۲(x - ۱)^{۲} + ۳$ رأس سهمی $S\left|\begin{matrix}۱\\۳\end{matrix}\right.$

x	۰	۱	۲
y	۵	۳	۵



۳۶۹



Telegram: @konkur_in

۳۷۰ $y_۱ = y_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}(۳^{x_۱+۱} - ۱) = \frac{۱}{۲}(۳^{x_۲+۱} - ۱) \Rightarrow ۳^{x_۱+۱} = ۳^{x_۲+۱}$

$\Rightarrow x_۲ + ۱ = x_۲ + ۱ \Rightarrow x_۱ = x_۲$ تابع یک‌به‌یک است پس وارون‌پذیر است.

$y = \frac{۱}{۲}(۳^{x+۱} - ۱) \Rightarrow ۲y = ۳^{x+۱} - ۱ \Rightarrow ۳^{x+۱} = ۲y + ۱$

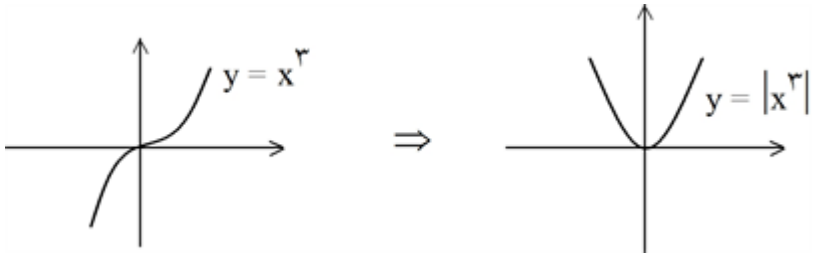
$\Rightarrow x + ۱ = \text{Log}_۳ (۲y + ۱) \Rightarrow x = -۱ + \text{Log}_۳ (۲y + ۱)$

$f^{-۱}(x) = -۱ + \text{Log}_۳ (۲x + ۱)$

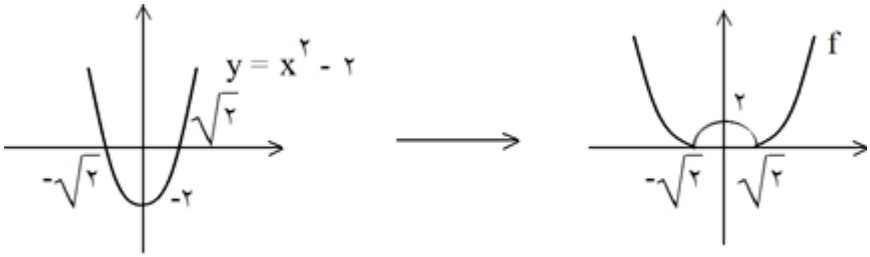
۳۷۱ چون $a = ۴$ است سهمی min دارد. و $x = -\frac{b}{۲a} = \frac{۳}{۸}$ طول نقاط Min است.

$y = -\frac{۹}{۱۶} \qquad A\left(\frac{۳}{۸}, -\frac{۹}{۱۶}\right)$

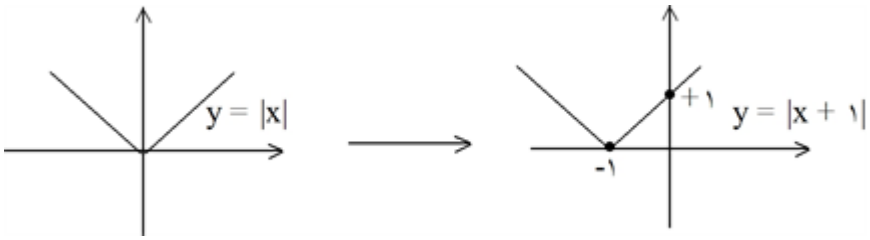
۳۷۲ ابتدا نمودار $y = x^۳$ را رسم می‌کنیم،سپس قسمت پایین محور xها را نسبت به محور xها قرینه کرده، بالا می‌آوریم.



۳۷۳ ابتدا نمودار $y = x^۲ - ۲$ را رسم می‌کنیم، سپس قسمت پایین محور xها را نسبت به محور xها قرینه کرده، بالا می‌آوریم.



۳۷۴ ابتدا نمودار $y = |x|$ را رسم می‌کنیم،سپس یک واحد آن را در راستای محور x به سمت چپ می‌بریم.



۳۷۵ $y = \frac{x - a}{bx - c} \Rightarrow bxy - cy = x - a \Rightarrow bxy - x = cy - a \Rightarrow x = \frac{cy - a}{by - ۱}$

$\Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{cx - a}{bx - ۱}$

$f(x) = f^{-۱}(x) \Rightarrow c = ۱, b, a \in \mathbb{R}$

Telegram: @konkur_in

۳۷۶

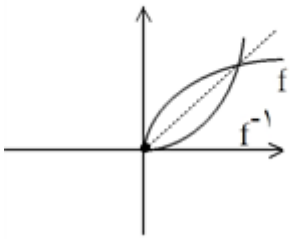
$$f(x)=۳x-۴\Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{x+۴}{۳},\ g(x)=۴x+۵\Rightarrow g^{-۱}(x)=\frac{x-۵}{۴}$$

$$\left.\begin{array}{l} f(g(x))=۳(۴x+۵)-۴\Rightarrow \text{fog}\,(x)=۱۲x+۱۱\Rightarrow (\text{fog})^{-۱}(x)=\frac{x-۱۱}{۱۲} \\ g^{-۱}(f^{-۱}(x))=\frac{\frac{x+۴}{۳}-۵}{۴}=\frac{x+۴-۱۵}{۱۲}=\frac{x-۱۱}{۱۲} \end{array}\right\}\Rightarrow (\text{fog})^{-۱}=g^{-۱}\text{of}^{-۱}$$

۳۷۷

$x_۲>x_۱\geqslant ۰\rightarrow \sqrt{x_۲}>\sqrt{x_۱}\Rightarrow f$ اکیداً صعودی است

$y=\sqrt{x},y\geqslant ۰\rightarrow x=y^{۲},y\geqslant ۰\rightarrow f^{-۱}(x)=x^{۲},x\geqslant ۰$



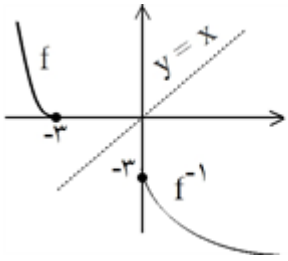
۳۷۸

$x_۱,x_۲\leqslant -۳:x_۲>x_۱\rightarrow x_۲+۳>x_۱+۳$

$\rightarrow (x_۲+۳)^{۲}<(x_۱+۳)^{۲}\rightarrow f(x_۲)<f(x_۱)\rightarrow f$ اکیداً نزولی

$y=(x+۳)^{۲}\rightarrow \sqrt{y}=|x+۳|\rightarrow \sqrt{y}=-x-۳$

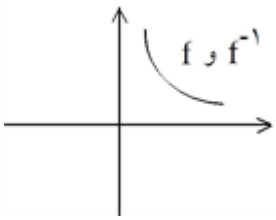
$\rightarrow x=-\sqrt{y}-۳\rightarrow f^{-۱}(x)=-\sqrt{x}-۳$



۳۷۹

$x_۱,x_۲>۰:x_۲>x_۱\Rightarrow \frac{۱}{x_۲}<\frac{۱}{x_۱}\Rightarrow f(x_۲)<f(x_۱)\Rightarrow f$ اکیداً نزولی است

$y=\frac{۱}{x}\Rightarrow x=\frac{۱}{y},y>۰\Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{۱}{x},x>۰$



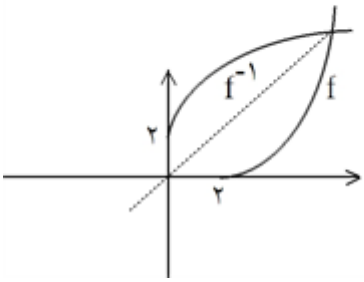
Telegram: @konkur_in

۳۸۰

$x_۱, x_۲ \geqslant ۲ : x_۲ > x_۱ \Rightarrow x_۲ - ۲ > x_۱ - ۲ \Rightarrow (x_۲ - ۲)^۲ > (x_۱ - ۲)^۲$

$\Rightarrow f(x_۲) > f(x_۱) \rightarrow$ اکیداً صعودی است f

$y = (x - ۲)^۲ \rightarrow x - ۲ = \sqrt{y} \Rightarrow ۲ + \sqrt{y} = x \rightarrow f^{-۱}(x) = ۲ + \sqrt{x}$

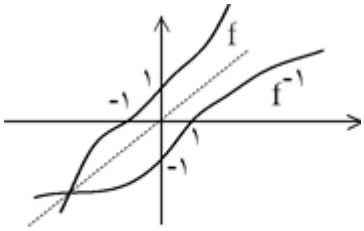


۳۸۱

f اکیدا صعودی است

$x_۲ > x_۱ \Rightarrow x_۲ + ۱ > x_۱ + ۱ \rightarrow (x_۲ + ۱)^۳ > (x_۱ + ۱)^۳ \Rightarrow f(x_۲) > f(x_۱) \rightarrow$

$y = (x + ۱)^۲ \rightarrow x + ۱ = \sqrt[۳]{y} \rightarrow x = \sqrt[۳]{y} - ۱ \rightarrow f^{-۱}(x) = \sqrt[۳]{x} - ۱$



۳۸۲

$$f(x) = \begin{cases} x^۲ + ۱ & x \geqslant ۰ \text{ و } y \geqslant ۱ : R_۱ \\ x + ۱ & x < ۰ \text{ و } y < ۱ : R_۲ \end{cases}$$

$(x^۲ + ۱)$ در فاصله‌ی $x \geqslant ۰$ و $x + ۱$ در فاصله‌ی $x < ۰$ یک‌به‌یک است و $R_۱ \cap R_۲ = \emptyset$، پس f یک‌به‌یک است.

$$\begin{matrix} y = x^۲ + ۱ \Rightarrow x^۲ = y - ۱ \Rightarrow x = \sqrt{y - ۱} \\ y = x + ۱ \Rightarrow x = y - ۱ \end{matrix} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \begin{cases} \sqrt{x - ۱} & x \geqslant ۱ \\ x - ۱ & x < ۱ \end{cases}$$

۳۸۳

$f(x_۱) = f(x_۲) \Rightarrow (۱ - ۲x_۱)^۳ = (۱ - ۲x_۲)^۳ \Rightarrow ۱ - ۲x_۱ = ۱ - ۲x_۲ \Rightarrow x_۱ = x_۲ \rightarrow$ f یک به یک است

$$y = (۱ - ۲x)^۳ \Rightarrow ۱ - ۲x = \sqrt[۳]{y} \Rightarrow x = \frac{۱ - \sqrt[۳]{y}}{۲} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{۱ - \sqrt[۳]{x}}{۲}$$

Telegram: @konkur_in

۳۸۴ $f(x_1)=f(x_2)\Rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2+1}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2+1}}\Rightarrow x_1\sqrt{x_2^2+1}=x_2\sqrt{x_1^2+1}$

$x_1^2\left(x_2^2+1\right)=x_2^2\left(x_1^2+1\right)\Rightarrow x_1^2x_2^2+x_1^2=x_1^2x_2^2+x_2^2\Rightarrow x_1^2=x_2^2$

$\xrightarrow{x_1 \text{ و } x_2 \text{ هم علامتند}} x_1=x_2 \Rightarrow$. f یک به یک است

$y=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\Rightarrow y\sqrt{x^2+1}=x\Rightarrow y^2x^2+y^2=x^2\Rightarrow x^2=\frac{y^2}{1-y^2}$

$\xrightarrow{x \text{ و } y \text{ هم علامت}} x=\frac{y}{\sqrt{1-y^2}}\Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

۳۸۵ $f(x_1)=f(x_2)\Rightarrow \frac{1-2x_1}{1+x_1}=\frac{1-2x_2}{1+x_2}$

$\Rightarrow \cancel{1}+x_2-2x_1-\cancel{2x_1x_2}=\cancel{1}+x_1-2x_2-\cancel{2x_1x_2}\Rightarrow 3x_2=3x_1\Rightarrow x_1=x_2 \Rightarrow f$ یک به یک است

$y=\frac{1-2x}{1+x}\Rightarrow y+xy=1-2x\Rightarrow xy+2x=1-y\Rightarrow x=\frac{1-y}{2+y}\Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{1-x}{2+x}$

۳۸۶ f یک به یک است

$f(x_1)=f(x_2)\Rightarrow -\sqrt{x_1-1}=-\sqrt{x_2-1}\Rightarrow x_1-1=x_2-1\Rightarrow x_1=x_2\Rightarrow$

$y=-\sqrt{x-1}, y\leqslant 0\Rightarrow y^2=x-1\Rightarrow x=y^2+1, y\leqslant 0\Rightarrow f^{-1}(x)=x^2+1, x\leqslant 0$

۳۸۷ $f(x_1)=f(x_2)\Rightarrow x_1^2=x_2^2$ و $x_1,x_2\leqslant 0\Rightarrow \sqrt{x_1^2}=\sqrt{x_2^2}\Rightarrow |x_1|=|x_2|\Rightarrow -x_1=-x_2$

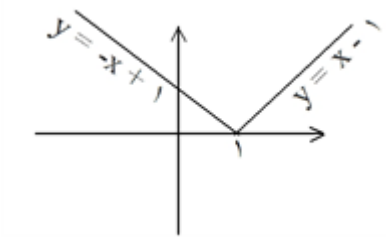
$\Rightarrow x_1=x_2\Rightarrow f$ یک به یک است

$y=x^2\Rightarrow \sqrt{y}=\sqrt{x^2}\Rightarrow \sqrt{y}=|x|\xrightarrow{x\leqslant 0}\sqrt{y}=-x\Rightarrow x=-\sqrt{y}\Rightarrow f^{-1}(x)=-\sqrt{x}$

۳۸۸ $f(x_1)=f(x_2)\Rightarrow x_1-1=x_2-1\Rightarrow x_1=x_2\Rightarrow$ f یک به یک است

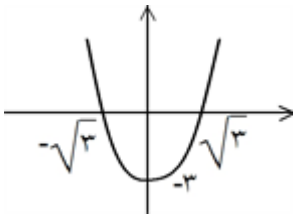
$y=x-1\Rightarrow x=y+1\Rightarrow f^{-1}(x)=x+1$

۳۸۹ با توجه به شکل، f غیر یک به یک است.

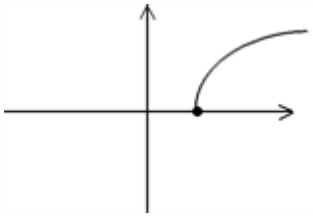


Telegram: @konkur_in

۳۹۰ با توجه به شکل به عنوان مثال دو مقدار $x=\sqrt{۳}$ و $x=-\sqrt{۳}$ ، y یکسان (صفر) می‌دهند پس f یک به یک نمی‌باشد.



۳۹۱ با توجه به شکل هر خط موازی محور xها، تابع را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند، پس f یک به یک است.



۳۹۲ $f(g(x))=(۲x^۲-x+۱)+۳=۲x^۲-x+۴, g(f(x))=۲(x+۳)^۲-(x+۳)+۱$
$=۲x^۲+۱۱x+۱۶$
$(fog)(a)=(gof)(a)\Rightarrow ۲a^۲-a+۴=۲a^۲+۱۱a+۱۶\Rightarrow ۱۲a=-۱۲\Rightarrow a=-۱$

۳۹۳ الف) $۳(x^۲+۱)+۲=۸۰\Rightarrow ۳x^۲+۵=۸۰\Rightarrow x^۲=۲۵\Rightarrow x=\pm ۵$

ب) $(۳x+۲)^۲+۱=۵۰\Rightarrow (۳x+۲)^۲=۴۹\Rightarrow \begin{cases} ۳x+۲=۷\Rightarrow x=\frac{۵}{۳} \\ \text{یا} \\ ۳x+۲=-۷\Rightarrow x=-۳ \end{cases}$

ج) $f(g(x))=g(f(x))\Rightarrow ۳x^۲+۵=(۳x+۲)^۲+۱\Rightarrow ۳x^۲+۵=۹x^۲+۱۲x+۵$
$\Rightarrow ۶x^۲+۱۲x=۰\Rightarrow ۶x(x+۲)=۰\Rightarrow \begin{cases} x=۰ \\ \text{یا} \\ x=-۲ \end{cases}$

Telegram: @konkur_in

۳۹۴

$D_f = \{-۱ \leqslant x \leqslant ۱\}\ , D_g = R$

$D_{f+g} = D_{f.g} = D_f \cap D_g = \{-۱ \leqslant x \leqslant ۱\}$

$(f+g)(x) = x + ۲ + \sqrt{۱ - x^۲}, (f.g)(x) = (x+۲)\sqrt{۱ - x^۲}$

$D_{\frac{g}{f}} = D_f \cap D_g - \{x | f(x) = ۰\} = \{-۱ < x < ۱\} \quad \left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{x+۲}{\sqrt{۱ - x^۲}}$

$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = ۰\} = \{-۱ \leqslant x \leqslant ۱\} \quad \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \sqrt{\frac{۱ - x^۲}{x+۲}}$

$D_{fof} = \left\{-۱ \leqslant x \leqslant ۱ | -۱ \leqslant \sqrt{۱ - x^۲} \leqslant ۱\right\} = \{-۱ \leqslant x \leqslant ۱\}, (fof)(x) = \sqrt{۱ - (\sqrt{۱ - x^۲})^۲} = \sqrt{x^۲} = |x|$

$D_{gog} = \{x \in R | x + ۲ \in R\} = R, g(g(x)) = (x+۲) + ۲ = x + ۴$

$D_{fog} = \{x \in R | -۱ \leqslant x + ۲ \leqslant ۱\} = \{x \in R | -۳ \leqslant x \leqslant -۱\} = \{-۳ \leqslant x \leqslant -۱\}, (fog)(x) = \sqrt{۱ - (x+۲)^۲}$

$D_{gof} = \left\{-۱ \leqslant x \leqslant ۱ | \sqrt{۱ - x^۲} \in R\right\} = \{-۱ \leqslant x \leqslant ۱\} \quad (gof)(x) = ۲ + \sqrt{۱ - x^۲}$

۳۹۵

$D_f = R\ , D_g = \{x | x \geqslant ۱\}$

$D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{x | \geqslant ۱\}, (f+g)(x) = x^۲ + \sqrt{x - ۱}$

$D_{f.g} = D_f \cap D_g = \{x | x \geqslant ۱\}, (f.g)(x) = x^۲\sqrt{x - ۱}$

$D_{\frac{g}{f}} = D_f \cap D_g - \{x | f(x) = ۰\} = \{x \geqslant ۱\} \quad \left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{\sqrt{x - ۱}}{x^۲}$

$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = ۰\} = \{x \geqslant ۱\} - \{۱\} = \{x > ۱\}$ و $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x^۲}{\sqrt{x - ۱}}$

$D_{fof} = \left\{x \in R | x^۲ \in R\right\} = R, (fof)(x) = (x^۲)^۲ = x^۴$

$D_{gog} = \left\{x \geqslant ۱ | \sqrt{x - ۱} \geqslant ۱\right\} = \{x \geqslant ۱ | x \geqslant ۲\} = \{x \geqslant ۲\}\ (gog)(x) = \sqrt{\sqrt{x - ۱} - ۱}$

$D_{fog} = \left\{x \geqslant ۱ | \sqrt{x - ۱} \in R\right\} = \{x \geqslant ۱\}, f(g(x)) = (\sqrt{x - ۱})^۲ = x - ۱$

$D_{gof} = \left\{x \in R | x^۲ \geqslant ۱\right\} = \{x \geqslant ۱ \text{ یا } x \leqslant -۱\} \quad gof(x) = \sqrt{x^۲ - ۱}$

Telegram: @konkur_in

۳۹۶

$D_f = R\ , D_g = R - \{۰\}$

$D_{f+g} = D_f \cap D_g = R - \{۰\}\ , (f+g)(x) = x - ۱ + \frac{۱}{x} = \frac{x^۲ - x + ۱}{x}$

$D_{f.g} = D_f \cap D_g = R - \{۰\}\ , (f.g)(x) = (x-۱)\left(\frac{۱}{x}\right) = ۱ - \frac{۱}{x}$

$D_{\frac{g}{f}} = D_f \cap D_g - \{x|\ f(x) = ۰\} = R - \{۰, ۱\}\ , \left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{\frac{۱}{x}}{x - ۱} = \frac{۱}{x^۲ - x}$

$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x|\ g(x) = ۰\} = R - \{۰\}\ , \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x - ۱}{\frac{۱}{x}} = x^۲ - x\ , x \neq ۰$

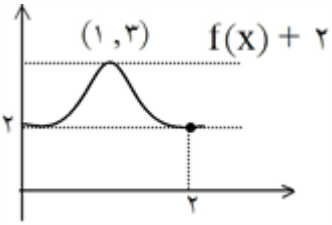
$D_{fof} = \{x \in D_f | f(x) \in D_f\} = R\ , f(f(x)) = (x - ۱) - ۱ = x - ۲$

$D_{gog} = \{x \in D_g\ |\ g(x) \in D_g\} = \left\{x \in R - \{۰\} | \frac{۱}{x} \in R - \{۰\}\right\} = R - \{۰\}, (gog)(x) = \frac{۱}{\frac{۱}{x}} = x\ , x \neq ۰$

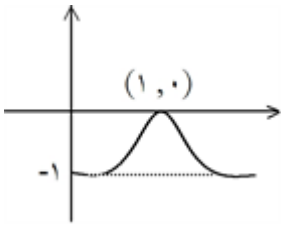
$D_{fog} = \left\{x \in R - \{۰\} | \frac{۱}{x} \in R\right\} = R - \{۰\}\ , f(g(x)) = \frac{۱}{x} - ۱ = \frac{۱ - x}{x}$

$D_{gof} = \{x \in R | x - ۱ \in R - \{۰\}\} = \{x \in R | x - ۱ \neq ۰\} = R - \{۱\}\ , (gof)(x) = \frac{۱}{x - ۱}$

۳۹۷ باید نمودار f دو واحد به بالا برده شود.

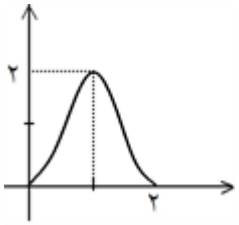


$D_f = [۰, ۲] \qquad R_f = [۲, ۳]$



۳۹۸ باید نمودار f یک واحد به پایین آورده شود.

$D_f = [۰, ۲]\ \ , R_f = [-۱, ۰]$

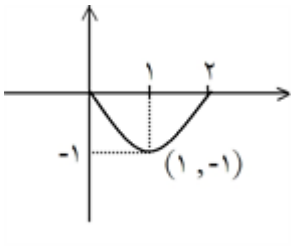


۳۹۹ دامنه تغییر نمی‌کند ولی عرض نقاط ۲ برابر می‌شود.

$D_f = [۰, ۲]\ \ , R_f = [۰, ۲]$

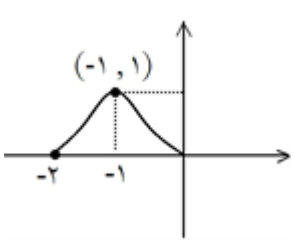
Telegram: @konkur_in

۴۰۰ نمودار f باید نسبت به محور xها قرینه شود.



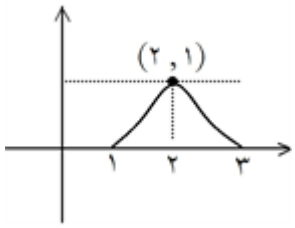
$$D_f = [۰, ۲] \quad , R_f = [-۱, ۰]$$

۴۰۱ نمودار f را، ۲ واحد به سمت چپ می‌بریم.



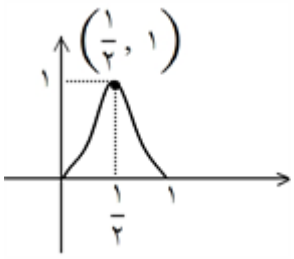
$$D_f = [-۲, ۰] \qquad R_f = [۰, ۱]$$

۴۰۲ نمودار f ، یک واحد به سمت راست برده می‌شود.



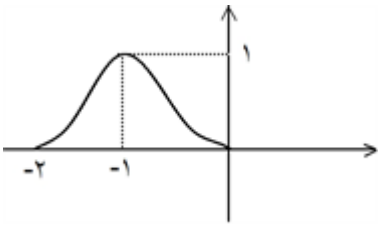
$$D_f = [۱, ۳] \qquad R_f = [۰, ۱]$$

۴۰۳ برد تابع تغییر نمی‌کند ولی: $۰ \leqslant x \leqslant ۱ \Rightarrow ۰ \leqslant ۲x \leqslant ۲$



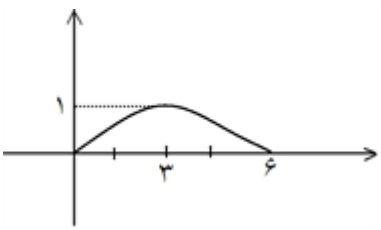
$$D_f = [۰, ۱] \ , R_f = [۰, ۱]$$

۴۰۴ نمودار f ، نسبت به محور yها قرینه می‌شود.



$$D_f = [-۲, ۰] \ , R_f = [۰, ۱]$$

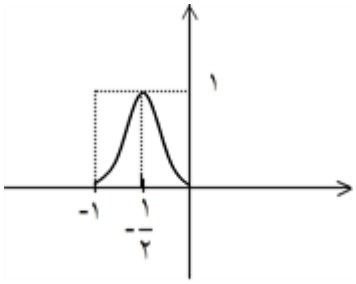
۴۰۵ برد تابع تغییر نمی‌کند ولی: $۰ \leqslant \frac{x}{۳} \leqslant ۲ \Rightarrow ۰ \leqslant x \leqslant ۶$



$$D_f = [۰, ۶] \ , R_f = [۰, ۱]$$

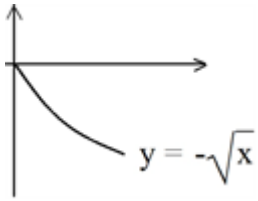
Telegram: @konkur_in

۴۰۶ برد تابع تغییر نمی‌کند ولی: $۰ \leqslant -۲x \leqslant ۲ \Rightarrow -۱ \leqslant x \leqslant ۰$

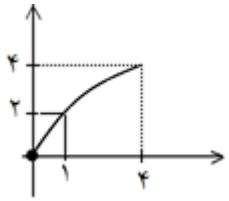


$D_f = [-۱, ۰]$, $R_f = [۰, ۱]$

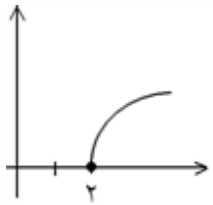
۴۰۷ باید نمودار f را نسبت به محور xها قرینه کنیم.



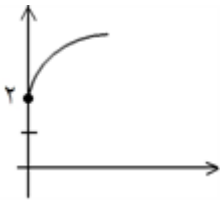
۴۰۸ باید عرض نقاط را در راستای محور yها دو برابر کنیم مثلاً نقطه‌ی $(۱, ۱)$ در $\sqrt{x}$ به $(۱, ۲)$ تبدیل می‌شود.



۴۰۹ کافی است نمودار f را، ۲ واحد در راستای محور x به سمت راست ببریم.



۴۱۰ کافی است نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را در دو واحد به بالا، در راستای محور yها منتقل کنیم.



۴۱۱ $(\text{fof})(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{۱}{x}\right) = \frac{۱}{\frac{۱}{x}} = x \Rightarrow f(f(۳)) = f\left(\frac{۱}{۳}\right) = ۳$

۴۱۲ $f(g(x)) = ax^۲ + bx + c + a = x^۲ - ۳x + ۴$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = ۱ \\ b = -۳ \\ c + a = ۴ \Rightarrow c = ۳ \end{cases}$$

۴۱۳ $g(f(x)) - f(g(x)) = g(x) - f((x+۱)^۲) = (x+۱)^۲ - (x+۱)^۲ = ۰$

Telegram: @konkur_in

۴۱۴
$(\text{fog})(x) = f(g(x)) = f(|x|) = x^۲ + ۲|x| + ۱$
$(\text{gof})(x) = g(f(x)) = g(x^۲ + ۲x + ۱) = |x^۲ + ۲x + ۱| = |(x+۱)^۲| = (x+۱)^۲$
$D_f = R \qquad D_g = R$
$D_{\text{fog}} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in R \mid |x| \in R\} = R$
$D_{\text{gof}} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in R \mid x^۲ + ۲x + ۱ \in R\} = R$

۴۱۵
$(\text{fog})(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{۱ - x^۲}) = \text{Cos}(\sqrt{۱ - x^۲})$
$(\text{gof})(x) = g(f(x)) = g(\text{Cos}\, x) = \sqrt{۱ - \text{Cos}^۲ x} = \sqrt{\text{Sin}^۲ x} = |\text{Sin}\, x|$
$D_f = R \qquad D_g = [-۱, ۱]$
$D_{\text{fog}} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{-۱ \le x \le ۱ \mid \sqrt{۱ - x^۲} \in R\} = [-۱, ۱]$
$D_{\text{gof}} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in R \mid -۱ \le \text{Cos}\, x \le ۱\} = R$

۴۱۶
$(\text{fog})(x) = f(g(x)) = \dfrac{g(x)}{g(x)+۱} = \dfrac{۲x^۲ - x + ۱}{۲x^۲ - x + ۲}$
$(\text{gof})(x) = g(f(x)) = ۲\left(\dfrac{x}{x+۱}\right)^۲ - \left(\dfrac{x}{x+۱}\right) + ۱ = \dfrac{۲x^۲ - x^۲ - x + x^۲ + ۲x + ۱}{(x+۱)^۲} = \dfrac{۲x^۲ + x + ۱}{x^۲ + ۲x + ۱}$

۴۱۷
$(\text{fog})(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x+۱}) = (\sqrt{x+۱})^۲ + \sqrt{x+۱} = x + ۱ + \sqrt{x+۱}$
$(\text{gof})(x) = g(f(x)) = \sqrt{f(x)} = \sqrt{f(x)+۱} = \sqrt{x^۲ + x + ۱}$
$D_f = R \qquad D_g = [-۱, +\infty)$
$D_{\text{fog}} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \ge -۱ \mid \sqrt{x+۱} \in R\} = [-۱, +\infty)$
$D_{\text{gof}} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in R \mid x^۲ + x \ge -۱\} = R$
$\downarrow$
$\underbrace{x^۲ + x + ۱ \ge ۰}$
همواره مثبت

۴۱۸
$(\text{fog})(x) = f(g(x)) = f(x^۲ - ۳) = x^۲ - ۳ + ۲ = x^۲ - ۱$
$(\text{gof})(x) = g(f(x)) = g(x+۲) = (x+۲)^۲ - ۳ = x^۲ + ۴x + ۱$
$D_f = R \qquad D_g = R$
$D_{\text{fog}} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in R \mid x^۲ - ۳ \in R\} = R$
$D_{\text{gof}} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in R \mid x + ۲ \in R\} = R$

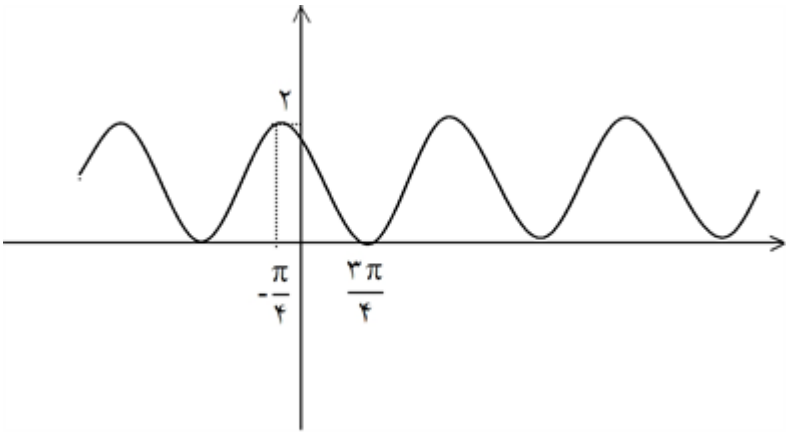
۴۱۹
$D_f = R = (-\infty, +\infty)$

۴۲۰
$\begin{cases} f(۰) = ۳ \Rightarrow c = ۳ \\ f(۱) = ۰ \Rightarrow a + b + c = ۰ \Rightarrow a + b = -۳ \\ f(۲) = ۳ \Rightarrow ۴a + ۲b + c = ۳ \Rightarrow ۴a + ۲b = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -۲a - ۲b = +۶ \\ ۴a + ۲b = ۰ \end{cases} \Rightarrow ۲a = ۶ \Rightarrow a = ۳ \Rightarrow b = -۶$

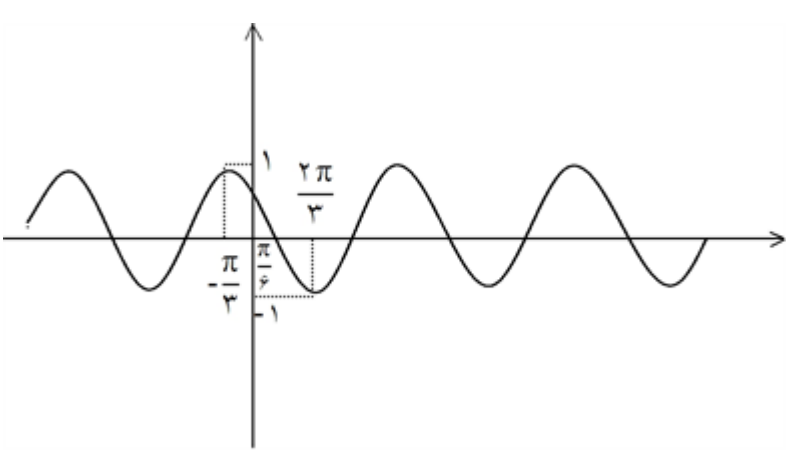
۴۲۱
$f(۳) = ۳^۲ - ۴ = ۵, f(۵) = ۵^۲ - ۴ = ۲۱ \Rightarrow f(f(۳)) = f(۵) = ۲۱$

Telegram: @konkur_in

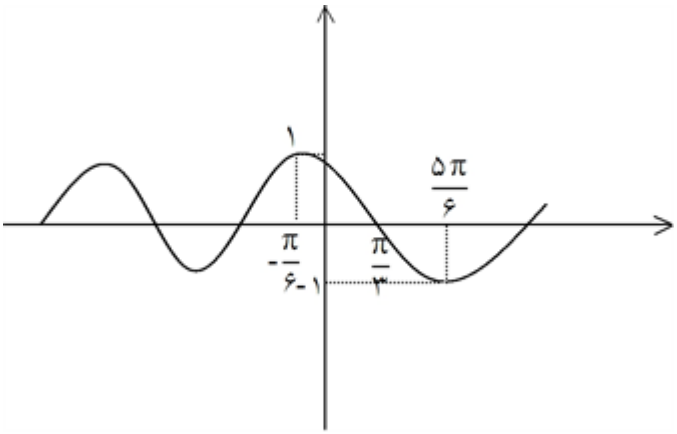
۴۲۲



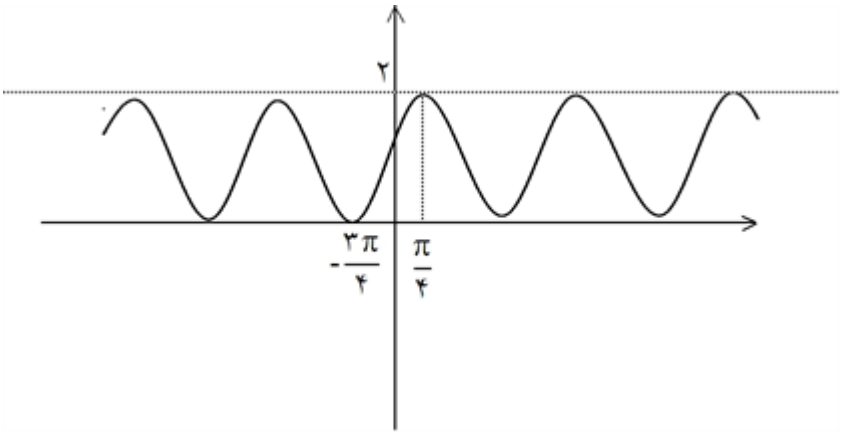
۴۲۳



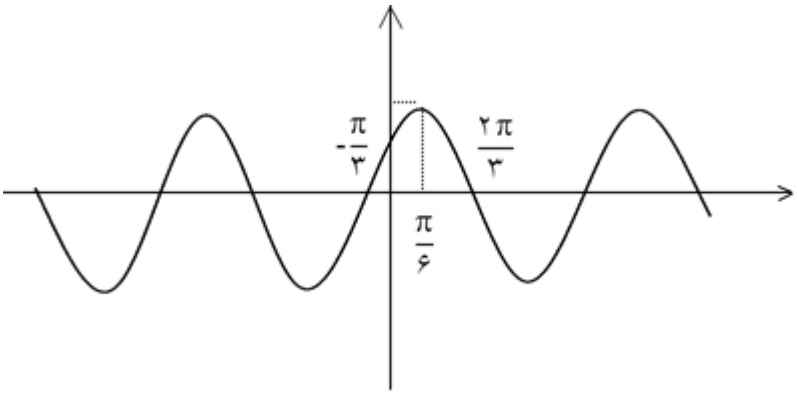
۴۲۴



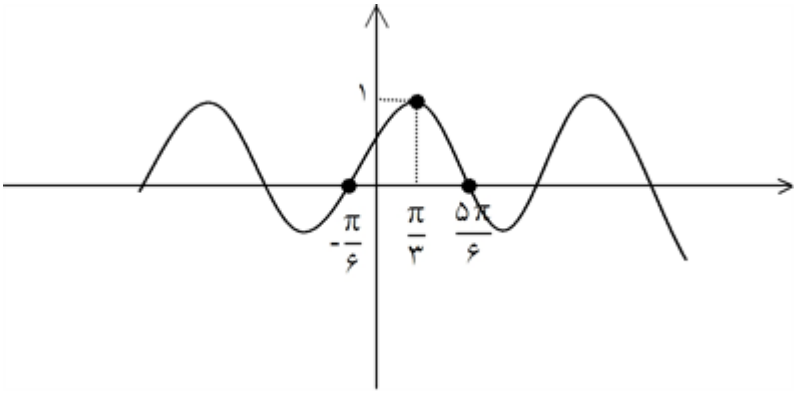
۴۲۵



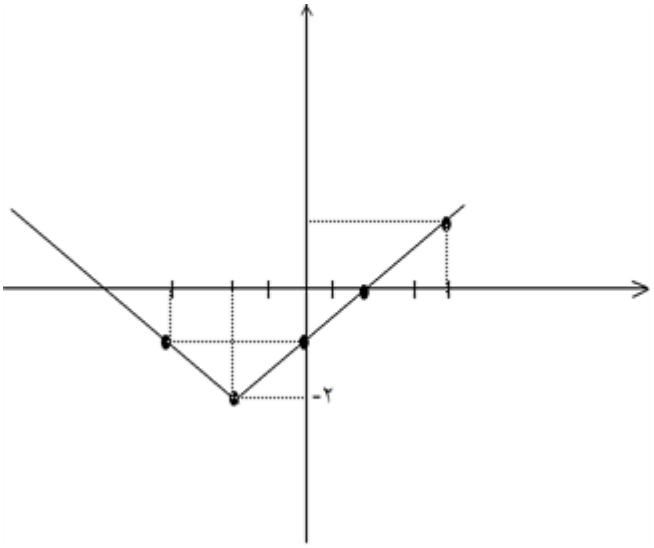
Telegram: @konkur_in



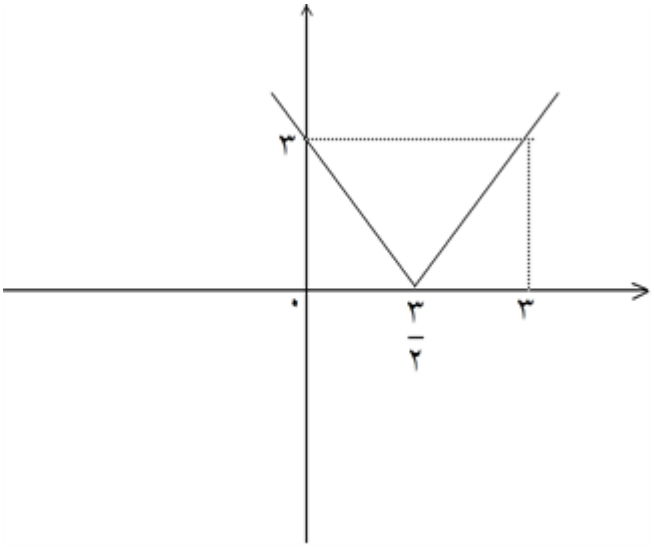
۴۲۶



۴۲۷



۴۲۸

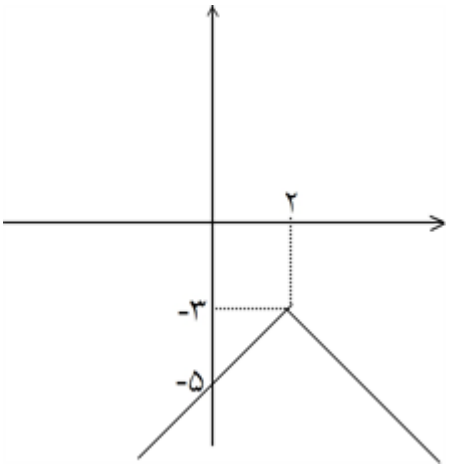


$y = ۲\left|x - \frac{۳}{۲}\right|$

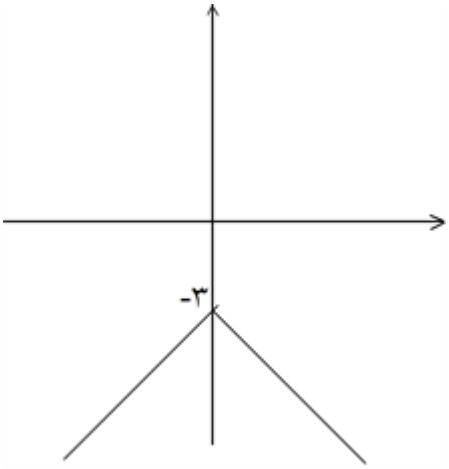
۴۲۹

Telegram: @konkur_in

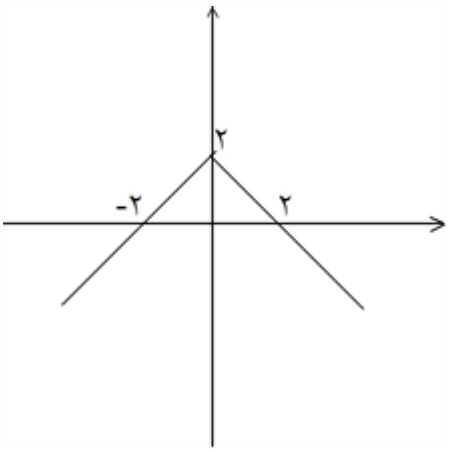
۴۳۰



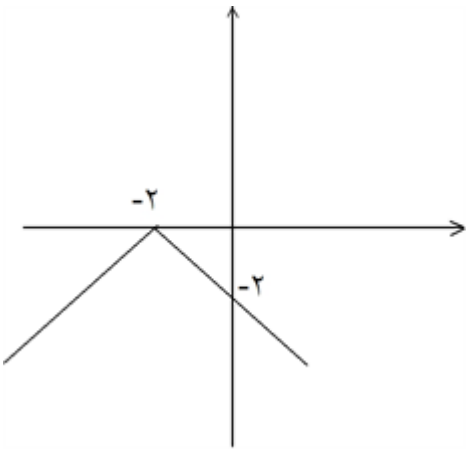
۴۳۱



۴۳۲

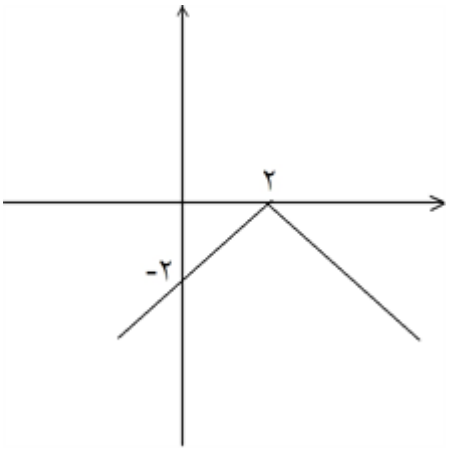


۴۳۳

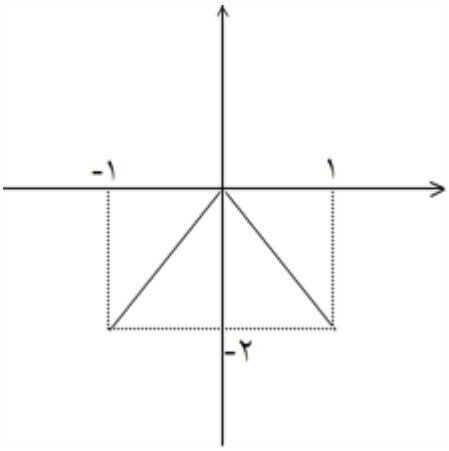


Telegram: @konkur_in

۴۳۴



۴۳۵



۴۳۶

$$f\left(g(x)\right) = ۳g(x) = ۳\times\frac{۱}{۳}\,x = x$$

$$g\left(f(x)\right) = \frac{۱}{۳}\,f(x) = \frac{۱}{۳}\times ۳x = x$$

۴۳۷

$$f(-x) = (-x)^{۲} + (-x) + ۱ = x^{۲} - x + ۱$$

$f(۲) = ۷$

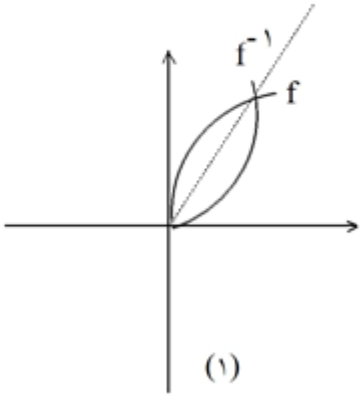
$f(۳x) = (۳x)^{۲} + ۳x + ۱ = ۹x^{۲} + ۳x + ۱$

$f(x - ۱) = (x - ۱)^{۲} + (x - ۱) + ۱ = x^{۲} - x$

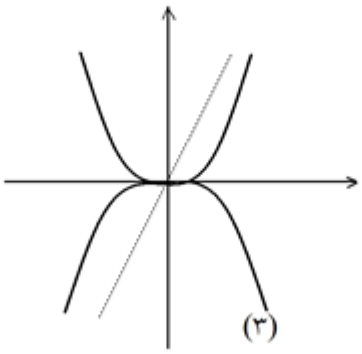
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

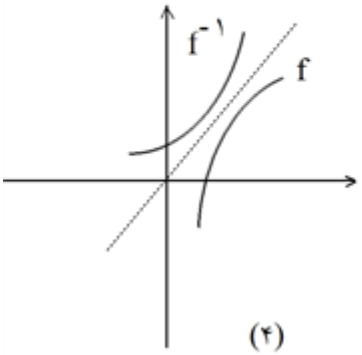
۴۳۸



(۱)



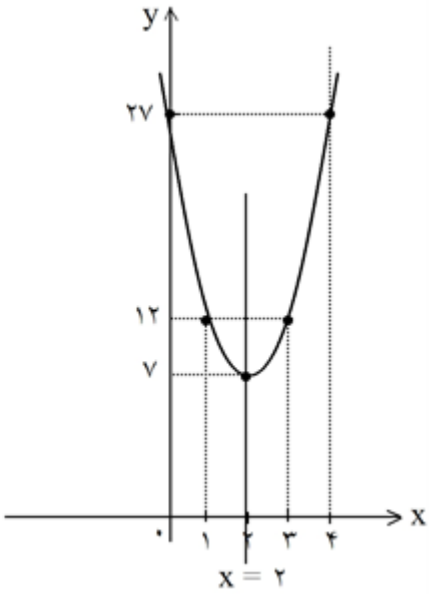
(۳)



(۴)

نمودار (۲) یک‌به‌یک نیست.

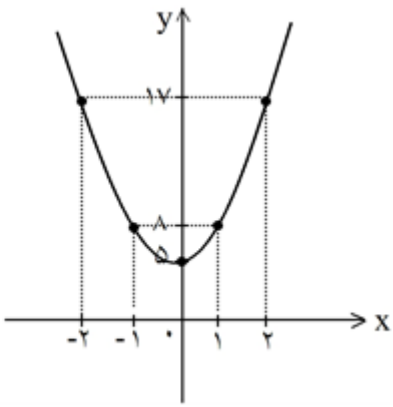
۴۳۹



x	۲	۳	۱	۴	۰
y	۷	۱۲	۱۲	۲۷	۲۷

محور تقارن $x = ۲$ ، راس $S(۲ ,۷)$

۴۴۰



x	۰	۱	-۱	۲	-۲
y	۵	۸	۸	۱۷	۱۷

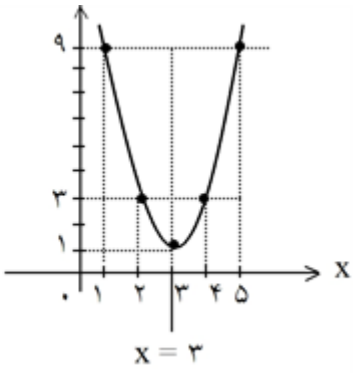
$\Rightarrow$ محور تقارن $x = ۰$ ، راس $S(۰ ,۵)$

Telegram: @konkur_in

۴۴۱

$\Rightarrow$ راس $S(۳,۱)$, $x=۳$ محور تقارن

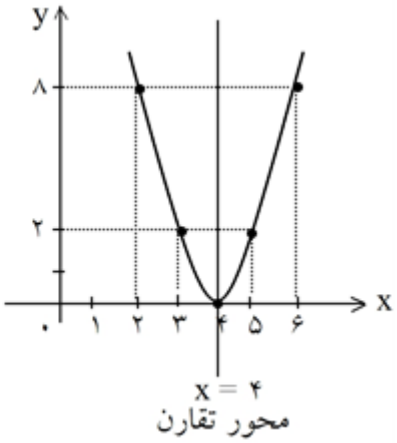
x	۳	۲	۴	۱	۵
y	۱	۳	۳	۹	۹



۴۴۲

$\Rightarrow$ راس $S(۴,۰)$, $x=۴$ محور تقارن

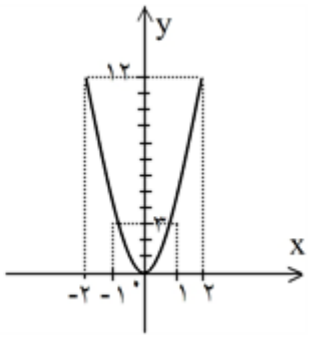
x	۴	۵	۳	۶	۲
y	۰	۲	۲	۸	۸



۴۴۳

$y=۳x^{۲} \Rightarrow$ راس $S(۰,۰)$, $x=۰$ محور تقارن

x	۰	۱	-۱	۲	-۲
y	۰	۳	۳	۱۲	۱۲



۴۴۴

$y=x^{۲}+۲x \Rightarrow y=(x+۱)^{۲}-۱ \Rightarrow x_{.}=-۱, y_{.}=-۱$

$\Rightarrow$ رأس $S(-۱,-۱), x=-۱$ محور تقارن

۴۴۵

$y=-۲(x+۳)^{۲}+۴ \Rightarrow x_{.}=-۳, y_{.}=۴ \Rightarrow$ راس $S(-۳,۴)$ و $x=-۳$ محور تقارن

۴۴۶

$y=۲(x-۰)^{۲}+۵ \Rightarrow x_{.}=۰, y_{.}=۵$

$\Rightarrow$ رأس $S(۰,۵), x=۰$ محور تقارن

۴۴۷

$y=۳(x-۲)^{۲}+۰ \Rightarrow x_{.}=۲, y_{.}=۰ \Rightarrow$ رأس $S(۲,۰)$ خط تقارن $x=۲$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخنامه تستی

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

Telegram: @konkur_in

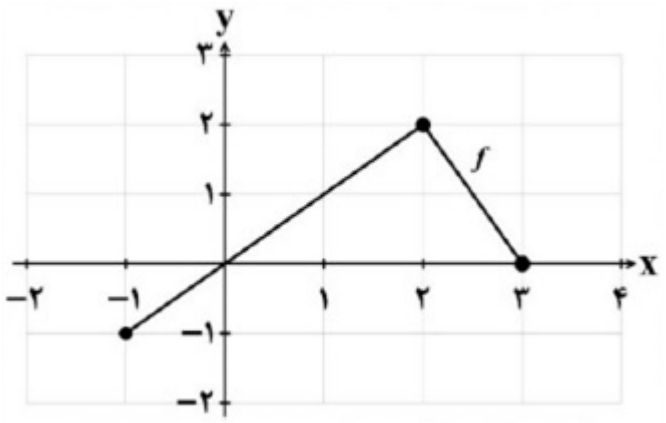
www.konkur.in

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

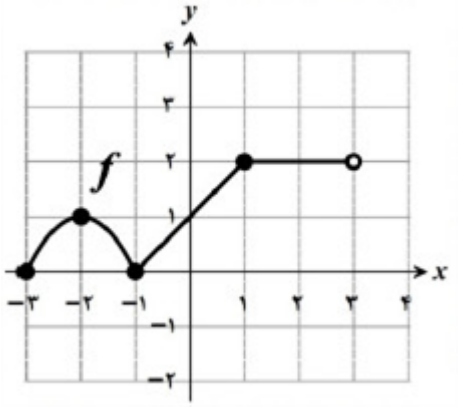
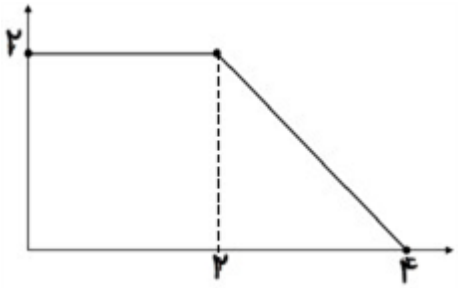
نام :	باسمه تعالی	نوبت امتحانی :
نام خانوادگی :		پایه :
نام پدر :		ساعت شروع :
شماره دانش آموزی :		مدت امتحان :
نام درس : ریاضی دوازدهم - فصل ۱		تاریخ برگزاری ۱۴۰۴/۱۰/۲۲

تصحیح			تجدید نظر		
نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:		نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	
تاریخ و امضا:	نمره با حروف:		تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	

ردیف	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	تابع $f(x) = x^۲ - ۶x$، با دامنهٔ $(-\infty, ۳]$ را در نظر بگیرید و ضابطهٔ تابع وارون f را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴	
۲	اگر $f = \{(-۲, ۴), (۰, -۱)\}$ و $g(x) = \sqrt{x + ۵}$، تابع gof را به صورت زوج مرتب بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴	
۳	نقطهٔ $A(-۳, ۲)$ روی نمودار تابع $y = f(x)$ قرار دارد. مختصات نقطهٔ متناظر آن روی نمودار $y = f(۳x) + ۱$ را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴	
۴	اگر توابع f و g در یک فاصله اکیداً صعودی باشند، نشان دهید که تابع $f + g$ نیز در این فاصله اکیداً صعودی است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴	
۵	در شکل زیر، نمودار تابع $y = f(x)$ رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = -۲f\left(\frac{x}{۲}\right) + ۱$ را رسم کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴	
۶	اگر $f(x) = \sqrt{x - ۲}$ باشد، آنگاه: الف) دامنهٔ تابع $f^{-۱}$ of را به دست آورید. ب) مقدار $f^{-۱}(۵)$ را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۴	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷	اگر $f(x)=\sqrt[۳]{x}+۲$ و $f(g(x))=۳x^{۲}-۴$، آنگاه ضابطهٔ تابع $g(x)$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۴	
۸	نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. اگر تابع $g(x)=۳f\left(\frac{۱}{۲}x\right)+۱$ باشد، آنگاه: الف) دامنه و برد تابع g را به صورت بازه بنویسید. ب) اگر $A=(-۲,۱)$ یک نقطه از نمودار تابع f باشد، آنگاه نقطهٔ متناظر A، روی نمودار تابع g را بنویسید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۴	
۹	نمودار تابع $y=f(x)$ به صورت مقابل رسم شده است. نمودار تابع $g(x)=\frac{۱}{۲}f(۲x)+۱$ را رسم کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴	
۱۰	اگر $f(x)=۲x-۵$ و $g(x)=x^{۲}-۲$ باشد، آنگاه معادله $(\text{fog})(x)=f(x)$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴	
۱۱	در تابع $f(x)=۲x^{۲}-۱$ با دامنه $(۰,+\infty)$ ضابطه $f^{-۱}(x)$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴	
۱۲	اگر $f(x)=x^{۲}-۲$ و $g(x)=\sqrt{x-۱}$ باشد: الف) دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف بیابید. ب) تابع fog، تابع f را در چند نقطه قطع می‌کند؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴	
۱۳	اگر $\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۲x-۳}\leq\left(\frac{۱}{۲}\right)^{x+۱}$ باشد، حدود x را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۳	

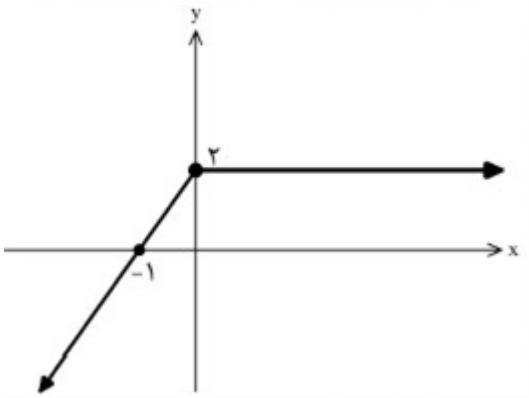
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۴ نمودار تابع $f(x) = -(x-۲)^۳ + ۱$ را به کمک نمودار تابع $y = x^۳$ رسم کنید و صعودی یا نزولی بودن تابع f را بررسی کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۳

۱۵ نمودار تابع $f(x)$ در شکل زیر رسم شده است.



الف) نمودار تابع $g(x) = -۳f\left(\frac{۱}{۲}x\right)$ را رسم کنید.

ب) مقدار $g(۵)$ را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۳

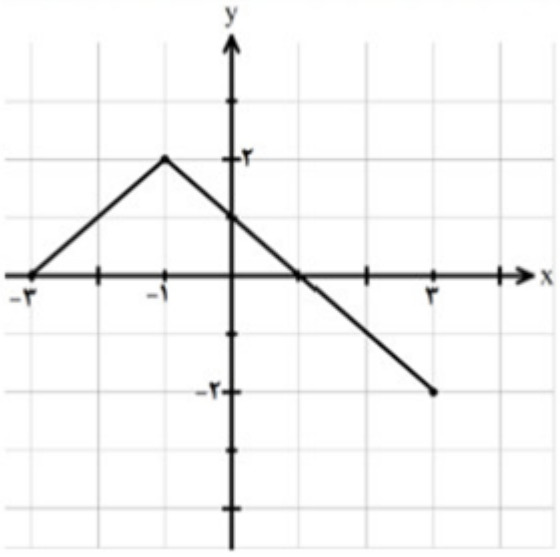
۱۶ تابع‌های $f(x) = \frac{x+۱}{x-۲}$ و $g(x) = \sqrt{x-۲}$ را در نظر بگیرید.

الف) دامنه تابع $(\text{fog})(x)$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.

ب) مقدار $(\text{gof}^{-۱})(۲)$ را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۳

۱۷ نمودار تابع f به صورت زیر است. نمودار تابع $y = -f(۳x) + ۱$ را رسم کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۳

۱۸ فرض کنید $f(x) = ۱ + \sqrt{x-۲}$ و $g(x) = x^۳ - ۱$ باشند. در این صورت $(\text{gof})^{-۱}(۷)$ را بیابید.

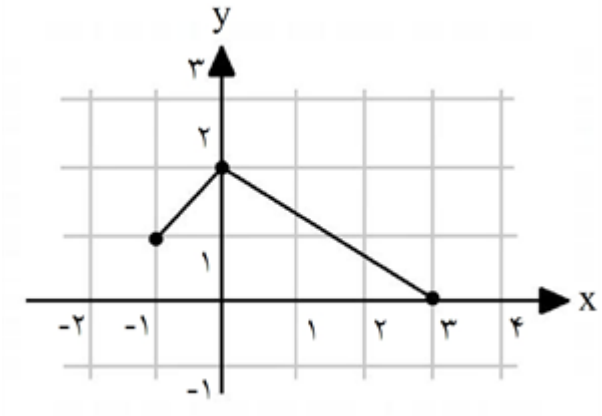
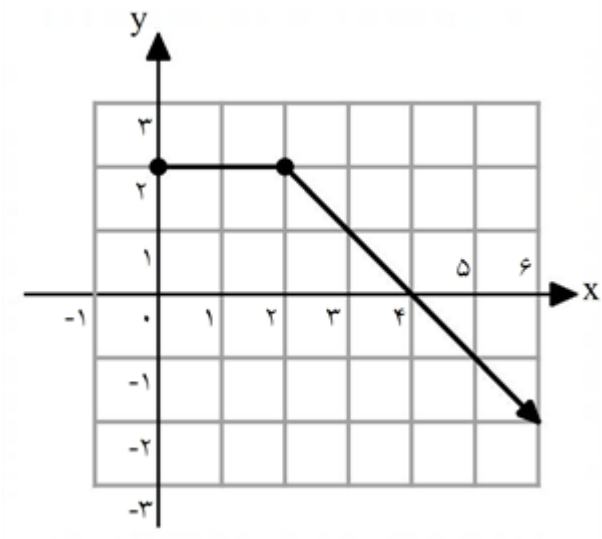
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳

۱۹ اگر $f(x) = \frac{۲}{x-۱}$ و $g(x) = \sqrt{x+۱}$ باشند، آنگاه D_{fog} را با استفاده از تعریف به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳

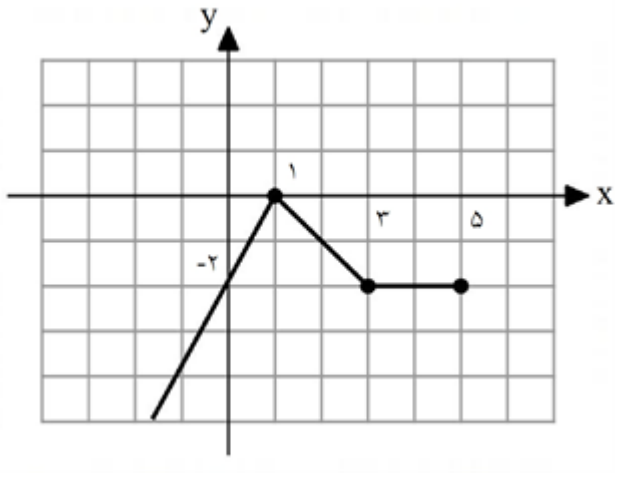
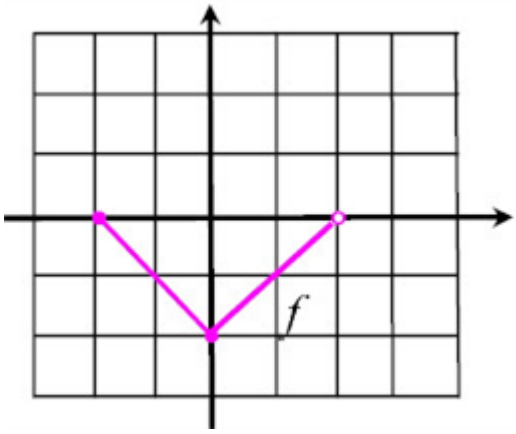
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۰	نمودار تابع $y = -x^{۳} + ۲$ را رسم کنید و صعودی یا نزولی بودن آن را مشخص کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳	
۲۱	نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & x < ۰ \\ x^{۲} & x > ۰ \end{cases}$ را رسم کنید. بزرگ‌ترین بازه‌ای که این تابع در آن اکیداً صعودی است را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳	
۲۲	اگر دامنهٔ تابع g بازهٔ $[-۲, ۴]$ باشد، آنگاه دامنهٔ تابع $k(x) = ۳g(-۲x)$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳	
۲۳	اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، نمودار تابع $y = f(۲x + ۱)$ را به کمک آن رسم کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳	
۲۴	تابع $f(x) = \sqrt{x + ۴} - ۱$ را در نظر بگیرید. دامنه و ضابطه تابع وارون آن را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۳	
۲۵	در شکل روبه‌رو نمودار تابع f رسم شده است. الف) نمودار تابع g با ضابطه $g(x) = f(۲x)$ را رسم کنید. ب) مقدار $\text{gof}(۰)$ را به دست آورید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۳	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۶	به کمک انتقال نمودار تابع $y = x^{۳}$ نمودار تابع $f(x) = (x - ۲)^{۳} + ۱$ را رسم کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۳	
۲۷	نمودار تابع $f(x)$ در مقابل رسم شده است. نمودار تابع $y = -f(۲x - ۱)$ را رسم کرده، سپس دامنه و برد تابع حاصل را به دست آورید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۳	
۲۸	اگر $f(x) = \sqrt{۱ - x}$ و $g(x) = x^{۲} - ۳$ باشد، دامنهٔ fog را با استفاده از تعریف به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۳	
۲۹	ابتدا مشخص کنید کدام‌یک از توابع زیر یک به یک است، سپس ضابطهٔ وارون آن را بنویسید. الف) $f(x) = (x - ۳)^{۲} \quad x \geq ۰$ ب) $g(x) = \lvert x - ۱ \rvert + ۲ \quad x \geq ۱$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۳	
۳۰	اگر وارون تابع $f(x) = \mathrm{ax} + ۴$ از نقطه $\left(۵, \frac{۵}{۳}\right)$ بگذرد، آنگاه ضابطه وارون f را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۳	
۳۱	نمودار تابع f در شکل مقابل را در نظر بگیرید و سپس به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) مقدار $f(۰)$ چقدر است؟ ب) دامنه و برد را بنویسید. پ) نمودار تابع $g(x) = f(x) + ۲$ را رسم کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین۱۴۰۳	

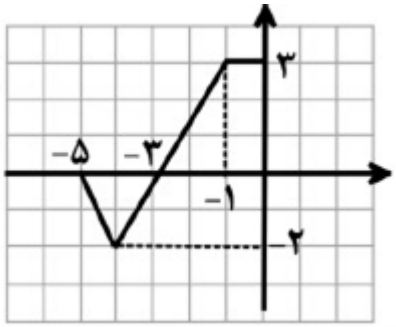
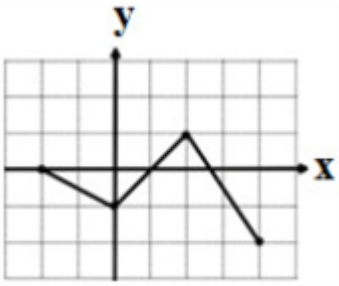
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۲	نمودار تابع وارون، تابع خطی $f(x) = -x + m$ از نقطه $(-۳, ۱)$ می‌گذرد. ابتدا مقدار m را به دست آورید و سپس ضابطه تابع وارون f را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین۱۴۰۳	
۳۳	اگر $f(x) = x^{۳} - ۱$، مقدار $f^{-۱}(۷)$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین۱۴۰۳	
۳۴	اگر $f(x) = \sqrt{x - ۳}$، مقدار $f^{-۱}(۲)$ را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین۱۴۰۳	
۳۵	فرض کنیم $f(x) = \sqrt{۴ - x}$ و $g(x) = x^{۲} + ۳$، الف) دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) ضابطه تابع fog را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین۱۴۰۳	
۳۶	توابع $f(x) = \sqrt{x - ۱}$ و $g(x) = x^{۲} - ۳x$ داده شده‌اند: الف) دامنهٔ تابع gof را با استفاده از تعریف به‌دست آورید. ب) مقدار $\text{gof}(۵)$ را به‌دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور۱۴۰۲	
۳۷	توابع $f(x) = \frac{۱}{x^{۲}}$ و $g(x) = \sqrt{۴ - x^{۲}}$ مفروضند، دامنهٔ تابع fog را با استفاده از تعریف به‌دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور۱۴۰۲	
۳۸	تابع $g(x) = x^{۲} - ۲x + ۳$ مفروض است: الف) نشان دهید تابع g یک به یک نیست. ب) با محدود کردن دامنه تابع g ، تابعی وارون‌پذیر به نام f بسازید و وارون آن را به‌دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور۱۴۰۲	
۳۹	اگر $f(x) = ۲x - ۵$ و $g(x) = \sqrt{x - ۲}$ دو تابع باشند: الف) دامنه تابع gof را بنویسید. ب) ضابطه تابع gof را به‌دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۲	
۴۰	ضابطه و دامنه تابع وارون تابع مقابل را به دست آورید. $f(x) = -x^{۲} - ۲ \; ; \; x \geq ۰$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۲	

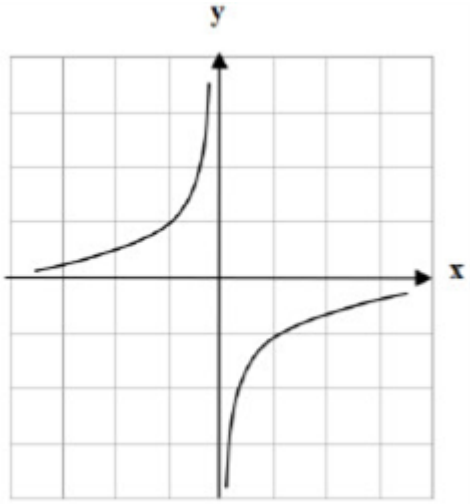
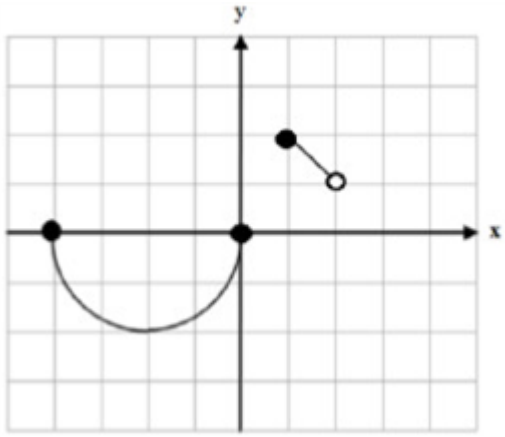
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۱	نمودار تابع f به صورت مقابل است. دامنه و برد تابع $g(x) = ۲f(-x)$ را بنویسید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۲	
۴۲	ابتدا نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} (x-۲)^۳ & x \geq ۱ \\ -۲ & ۰ \leq x < ۱ \\ \lvert x+۱ \rvert & x < ۰ \end{cases}$ را رسم کنید، سپس تعیین کنید که این تابع در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۲	
۴۳	نمودار تابع $f(x)$ به صورت مقابل است. نمودار تابع $g(x) = -۳f\left(\frac{x}{۲}\right) + ۲$ را رسم کرده و سپس برد تابع $g(x)$ را تعیین کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۲	
۴۴	اگر دامنه تابع $f(x) = x^۲ + ۴x + ۳$ برابر $[-۲, +\infty)$ باشد، ضابطه و دامنه تابع وارون را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۲	
۴۵	اگر $f(g(x)) = ۴x^۲ + ۱$ و $f(x) = \frac{x}{۲} - ۱$، آن‌گاه ضابطه تابع $g(x)$ را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۲	
۴۶	نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را ابتدا سه واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم و سپس عرض نقاط را دو برابر می‌کنیم، ضابطه تابع جدید را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۲	

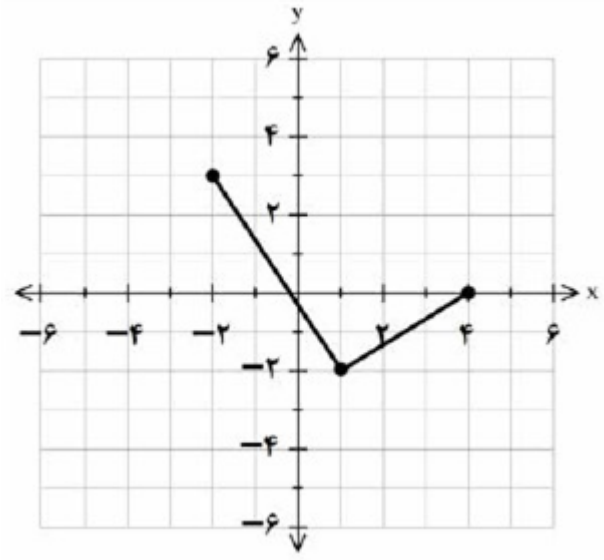
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۷	با توجه به نمودار تابع مقابل، تعیین کنید: الف) تابع f در چه بازه‌هایی اکیداً یکنوا است. ب) آیا تابع در کل دامنه خود اکیداً یکنوا است؟  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۲	
۴۸	نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است.  نمودار تابع $y = f(۱ - x) + ۱$ را رسم کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۲	
۴۹	اگر $f(x) = \sqrt{x + ۱}$ و $g(x) = x - ۱$، آنگاه: الف) دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) ضابطه تابع fog را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۲	
۵۰	اگر $f(x) = ۳x + ۵$ باشد مقدار $f^{-۱}(۸)$ را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۲	
۵۱	دامنه تابع $f(x) = x^۲ - ۴x + ۵$ را طوری محدود کنید که تابعی وارون‌پذیر شود. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۲	
۵۲	توابع $f(x) = \sqrt{x + ۱}$ و $g(x) = x^۲ + ۳$ را درنظر بگیرید. الف) دامنه تابع gof را بیابید. ب) ضابطه تابع fog را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۲	

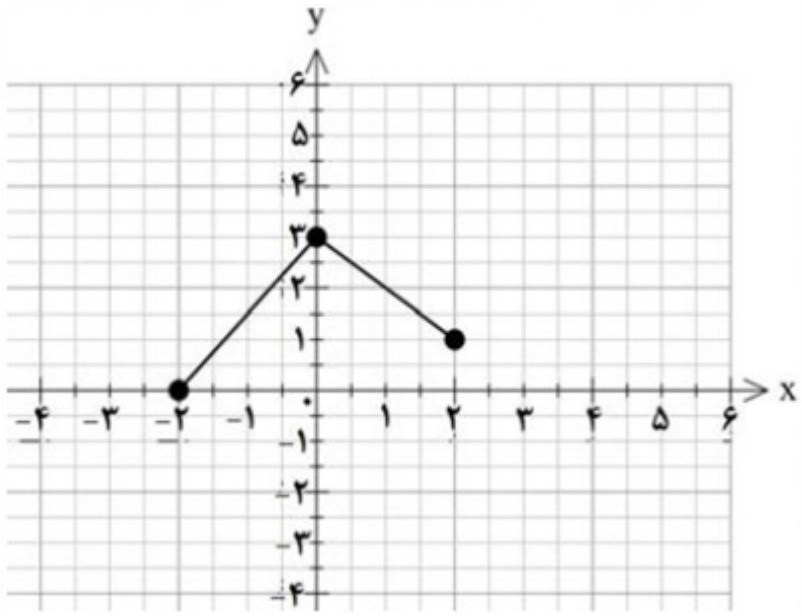
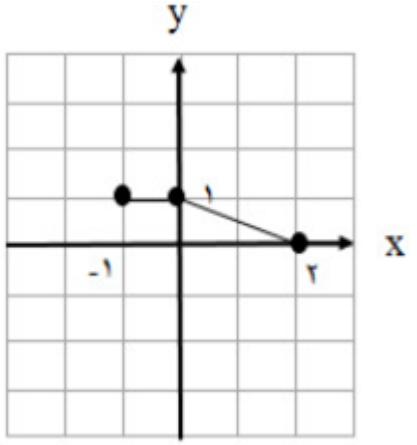
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۳	اگر $\left(\frac{۱}{۵}\right)^{۲x+۱} \leq \frac{۱}{۱۲۵}$ باشد، حدود x را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۲	
۵۴	نمودار تابع $g(x) = x^۳ - ۳x^۲ + ۳x$ را به کمک انتقال نمودار $f(x) = x^۳$ رسم کنید، سپس اکیداً یکنوایی تابع $g(x)$ را در تمام دامنه خود، بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۲	
۵۵	اگر دامنه تابع $y = f(x)$ برابر $(-۱, ۳]$ و برد آن $[۰, ۲)$ باشد، دامنه و برد تابع $y = f\left(\frac{x}{۲}\right)$ را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۱	
۵۶	اگر $f(x) = ۷ - ۴x^۲$ و $g(x) = \sqrt{x+۳}$ باشد: الف) دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) مقدار $(\text{gof})(۱)$ را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۱	
۵۷	اگر $f = \{(۰, -۱), (۵, ۹), (۳, ۷), (-۲, ۴)\}$ و $g = \{(۱, ۲), (۳, -۱), (۹, ۰), (-۱, ۴), (۷, ۷)\}$، تابع gof را در صورت وجود بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۱	
۵۸	نمودار تابع f به صورت زیر است:  الف) نمودار تابع $g(x) = ۲f(x-۱)$ را رسم کنید. ب) دامنهٔ تابع g را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۱	
۵۹	اگر $\left(\frac{۱}{۲۷}\right) \leq \left(\frac{۱}{۳}\right)^{۲x+۱}$ باشد، حدود x را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۱	
۶۰	الف) نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را در بازه $[۰, ۴]$ رسم کنید. ب) به کمک نمودار $f(x)$ نمودار تابع $g(x) = ۲f(x-۱)$ را رسم کنید. سپس دامنه و برد g را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۱	

Telegram: @konkur_in

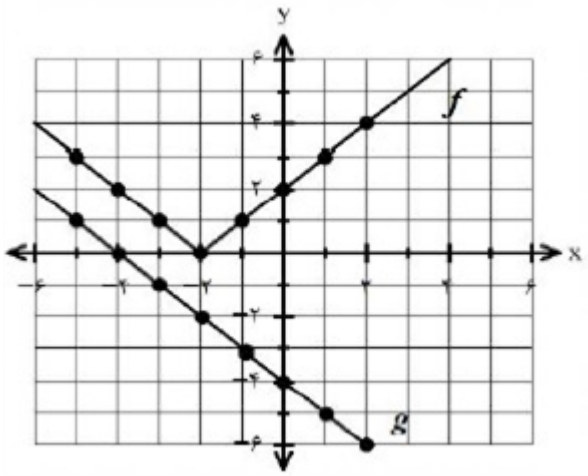
www.konkur.in

۶۱	اگر ورودی ماشین مقابل ۳ باشد، مقدار خروجی آن چقدر است؟ x ورودی $\Rightarrow ۲x - ۲ \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{x}+۱} \Rightarrow$ خروجی سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	
۶۲	ابتدا نمودار تابع $f(x) = x^۲ + ۲x$ را رسم نمایید، سپس تعیین کنید که این تابع در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	
۶۳	نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = f(x - ۱)$ را رسم کرده و دامنه تابع g را تعیین کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	
۶۴	ابتدا نمودار تابع $f(x) = \|x - ۱\|$ را رسم کنید، سپس تعیین کنید که تابع در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰	
۶۵	نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است.  نمودار $g(x) = f(x - ۱) + ۲$ را رسم کرده و دامنه تابع $g(x)$ را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۶ نمودار تابع $f(x-۲)-۳$ را رسم کنید.

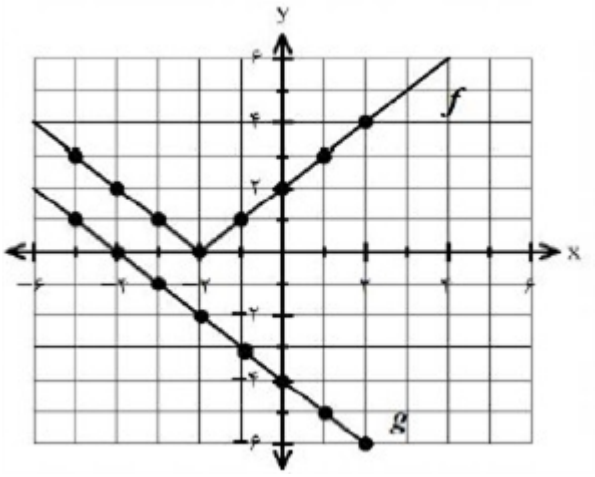


سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۶۷ با توجه به نمودار تابع f و g، مقادیر زیر را در صورت وجود به دست آورید.

۱) $(\text{gof})(-۱)$

۲) $(g^{-۱}\ \text{of})(-۲)$



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۶۸ با توجه به جدول زیر، مقادیر خواسته شده را به دست آورید.

الف) $(\text{gof})(۱)$ ب) $(\text{fo}\,(f+g))(۰)$

x	-۱	۰	۱	۲
f(x)	۰	-۱	۲	-۵
g(x)	۲	۳	۴	-۲

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۶۹ نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x)=x^{۲}-۲x+۱$ را ابتدا دو واحد به سمت پایین سپس یک واحد به سمت چپ و در مرحله‌ی آخر نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم. ضابطه‌ی نمودار تابع را در هر مرحله بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۷۰ در $\left(\frac{۱}{۸۱}\right) \leq \left(\frac{۱}{۳}\right)^{۱۰-۲x}$ حدود x را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

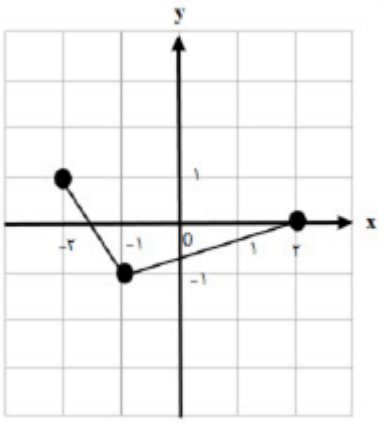
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۱ با رسم نمودار $f(x)=\begin{cases}-x^{۲}+۲ & -۲\leq x<-۱\\ -x-۱ & -۱\leq x<۱\\ x^{۲}-۱ & ۱\leq x\end{cases}$ تعیین کنید، تابع در چه بازه‌ای صعودی و در چه بازه‌ای نزولی می‌باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۷۲ نمودار تابع $y=f(x)$ به صورت زیر است. نمودار $g(x)=۲f(x+۱)$ را رسم کرده و دامنه و برد تابع g را تعیین کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۷۳ با رسم نمودار تابع $f(x)=\begin{cases}x^{۲} & x\geq ۰\\ -۳x & -۱<x<۰\end{cases}$ تعیین کنید، تابع در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی می‌باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۷۴ نمودار تابع $y=\mathrm{Cos}\left(x-\frac{\pi}{۴}\right)$ را به کمک نمودار $y=\mathrm{Cos}\,x$ در بازه $[۰,۲\pi]$ رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

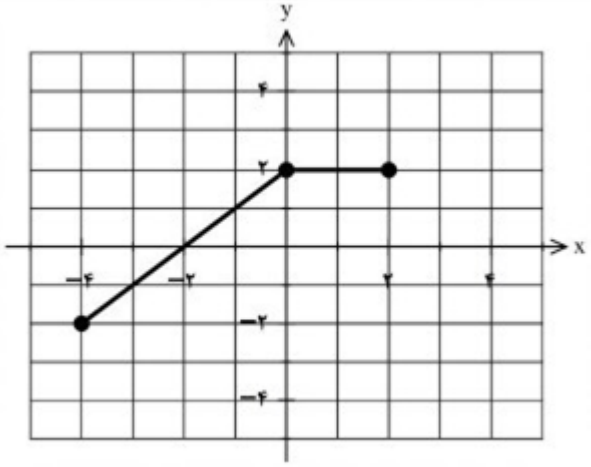
۷۵ اگر $f(x)=\sqrt{x-۱}$ و $g(x)=۲x^{۲}-۱$ باشد:

الف) دامنه‌ی تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید.

ب) مقدار $(\mathrm{gof})(۲)$ را تعیین کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

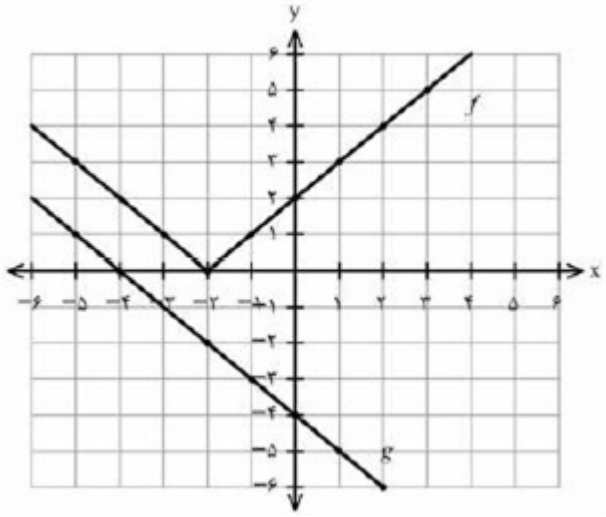
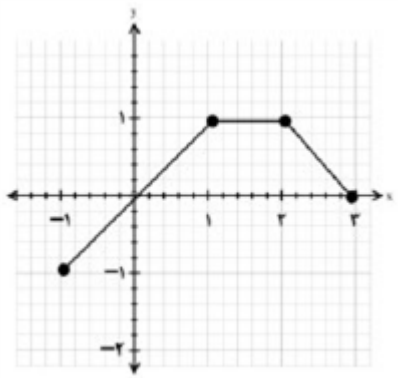
۷۶ با توجه به نمودار تابع $y=f(x)$، نمودار تابع $y=f(-x)+۲$ را رسم کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

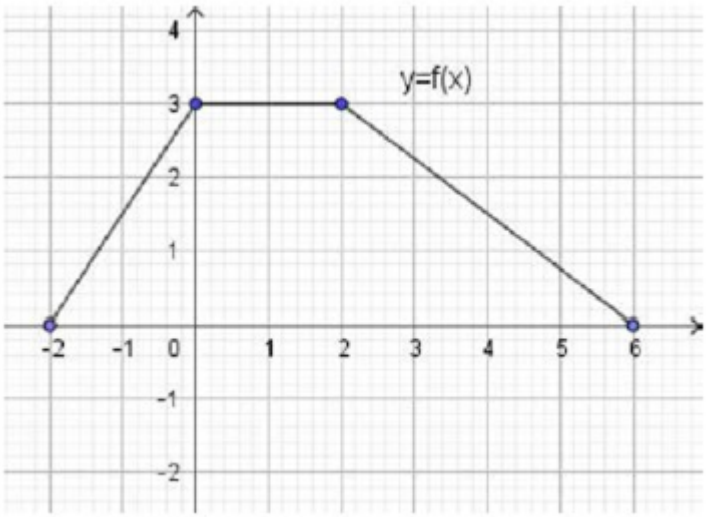
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۷	ضابطه وارون تابع $g(x) = -۵ - \sqrt{۳x + ۱}$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۹	
۷۸	با توجه به نمودارهای تابع f, g به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) مقدار $\text{fog}(-۱)$ را محاسبه کنید. ب) اگر $g(۳t - ۱) = ۰$ آن‌گاه مقدار t را به دست آورید. پ) با محدود کردن دامنه f، بازه‌ای را مشخص کنید که تابع f یک به یک شود.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۹	
۷۹	با رسم نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} ۱ - x^۲ & x \leq ۱ \\ -۱ & x > ۱ \end{cases}$ تعیین کنید تابع در چه بازه‌ای صعودی و در چه بازه ای نزولی می‌باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۹	
۸۰	نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر است. نمودار تابع $g(x) = f(۲x - ۱)$ را رسم، دامنه و برد آن‌را تعیین کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۹	
۸۱	ضابطه وارون تابع $f(x) = -\frac{۷}{۲}x - ۳$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹	

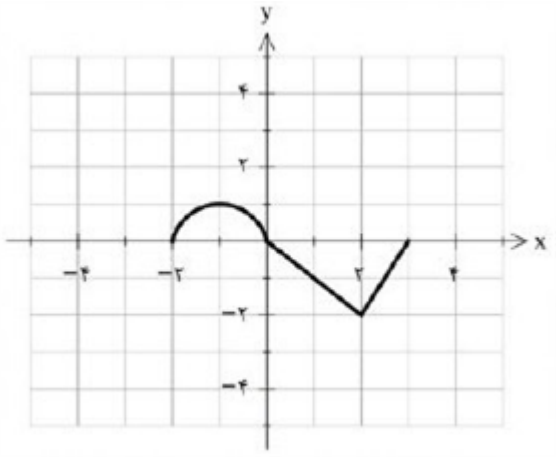
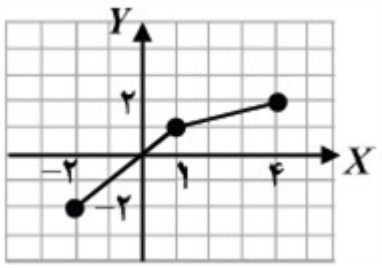
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۲	نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است.  نمودار تابع $y = \frac{۱}{۳} f(۲x)$ را رسم کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹	
۸۳	اگر $f(x) = \sqrt{x - ۱}$ و $g(x) = x^{۲} - ۲۴$ باشد: الف) دامنه‌ی تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) ضابطه‌ی تابع fog را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹	
۸۴	نمودار تابع مقابل را به کمک نمودار تابع $y = \text{Cos}\, x$ رسم کنید.	$y = \text{Cos}\, ۲x - ۱$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹
۸۵	اگر $f(x) = \sqrt{۴ - ۲x}$ و $g(x) = x^{۲} + ۲x - ۱$ باشد، الف) دامنه‌ی تابع gof را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) مقدار $\text{gof}\,(۲) - \frac{f}{g}(۰)$ تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۹۹	

Telegram: @konkur_in

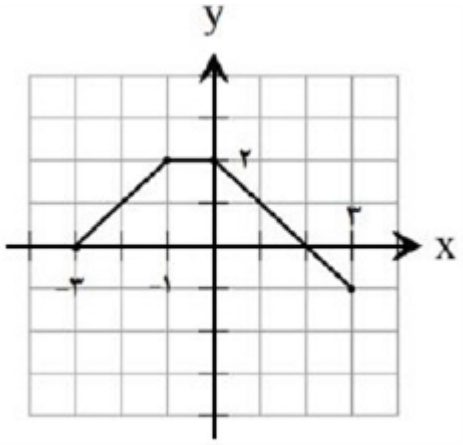
www.konkur.in

۸۶	نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل مقابل رسم شده است. الف) نمودار تابع $y = ۳f\left(\frac{۱}{۲}x\right)$ را رسم کنید. ب) دامنه تابع $y = ۳f\left(\frac{۱}{۲}x\right)$ را تعیین کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۹۹	
۸۷	نمودار تابع $f(x) = x^{۲} + ۲$ را رسم کرده و مشخص کنید در چه بازه‌ای این تابع اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۹۹	
۸۸	با توجه به نمودار تابع f که در شکل مقابل آمده است، نمودار تابع $g(x) = f(۲x) - ۱$ را رسم کرده و دامنه و برد آن‌را تعیین کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۹۹	
۸۹	نشان دهید توابع $f(x) = ۳x - ۴$ و $g(x) = \frac{x + ۴}{۳}$ وارون یک‌دیگرند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۸	
۹۰	اگر $f(x) = x^{۲} - ۵$ و $g(x) = \sqrt{x + ۶}$ باشد الف) دامنه‌ی تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) با محدود کردن دامنه‌ی تابع f تابعی وارون‌پذیر بسازید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۸	

Telegram: @konkur_in

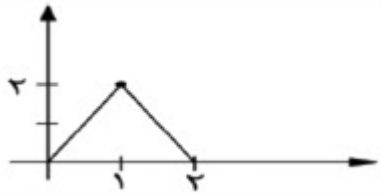
www.konkur.in

۹۱ نمودار تابع $f(x)$ در شکل زیر رسم شده است.
نمودار تابع $g(x) = f(۲x + ۱)$ را رسم کرده و دامنه و برد آن‌را تعیین کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۸

۹۲ نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. با استفاده از آن نمودار $y = -۲f\left(\frac{۱}{۳}x\right)$ را رسم کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸

۹۳ اگر $f(x) = \frac{۱}{۸}x - ۳$ و $g(x) = x^۳$ باشد، مقدار $g^{-۱}\text{of}^{-۱}(۵)$ را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸

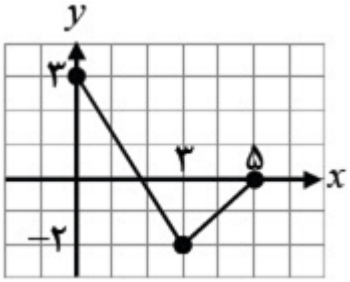
۹۴ اگر $f(x) = \sqrt{x - ۱}$ و $g(x) = ۲x^۲ - ۱$ باشد، دامنه‌ی تابع $\text{fog}(x)$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸

۹۵ اگر $\text{Log}(x + ۱) \leq \text{Log}(۲x - ۳)$، حدود x را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸

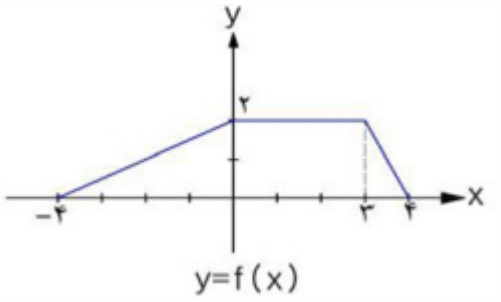
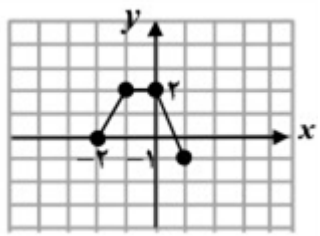
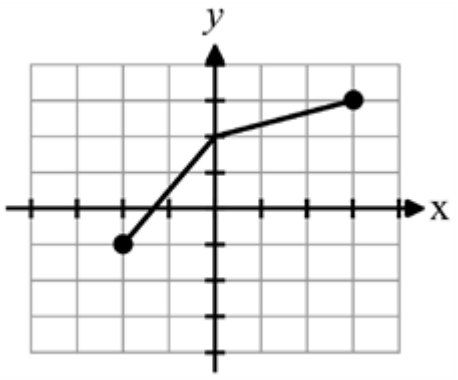
۹۶ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = f(۳ - x)$ را رسم کرده و دامنه آن‌را تعیین کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸

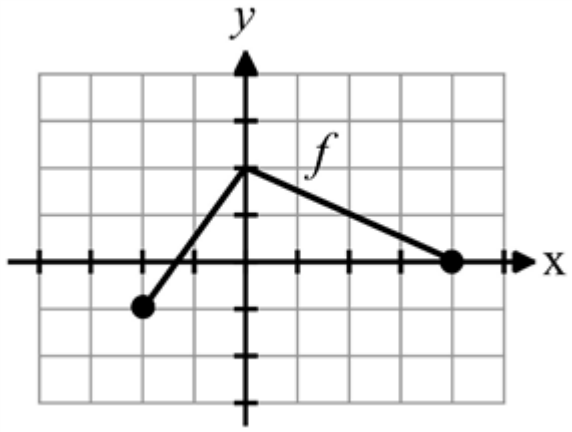
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۷	با استفاده از نمودار تابع $y=f(x)$، نمودار $y=\frac{۱}{۲}f(۴x)$ را رسم کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸	
۹۸	دو تابع $f(x)=\sqrt{x-۴}$ و $g(x)=\frac{۱}{x^{۲}-۱}$ را در نظر بگیرید. دامنه‌ی تابع gof را با استفاده از تعریف به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸	
۹۹	نمودار تابع $y=f(x)$ به صورت زیر است. نمودار $g(x)=۲f(x-۱)$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸	
۱۰۰	با استفاده از نمودار تابع f نمودار تابع $y=f\left(\frac{x}{۲}\right)-۲$ را رسم کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۷	
۱۰۱	الف) توابع $f(x)=\frac{x+۳}{۲x}$ و $g(x)=۳x-۱$ را درنظر بگیرید. دامنه‌ی fog را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) اگر $f(x)=\frac{۱}{۲}x-۵$ و $g(x)=x^{۳}$ باشد، مقدار $g^{-۱}\text{of}^{-۱}(۲۷)$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۷	
۱۰۲	نمودار تابع $f(x)=(x+۱)^{۳}$ را رسم کنید. این تابع در دامنه خود اکیداً صعودی است یا اکیداً نزولی؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۷	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۳	نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = -f(۲x)$ را رسم کنید. سپس دامنه و برد تابع g را تعیین کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۷	
۱۰۴	توابع $f(x) = \sqrt{x - ۴}$ و $g(x) = \frac{۱}{(x - ۱)}$ داده شده‌اند. دامنه‌ی تابع gof را با استفاده از تعریف به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۰۵	اگر $f(x) = ۴x - ۱$ و $g(x) = ۲x + k$ باشد مقدار k را طوری بیابید که داشته باشیم: $(gof)(x) = ۸x + ۱۰$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۰۶	یک به یک بودن تابع $y = \frac{x + ۵}{۲x - ۱}$ را بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۰۷	برای دو تابع $f = \{(۱۱, ۷), (-۲, ۴), (۳, -۵), (۲, -۵)\}$ و $g = \{(۲, ۱۱), (۴, -۲), (۶, ۳), (۳, ۲)\}$، تابع fog را به صورت زوج مرتب بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۰۸	با توجه به ضابطه (فرمول) تابع داده شده جدول زیر را کامل کنید، سپس متغیر مستقل و متغیر وابسته را مشخص کنید. $y = x^۲ + ۱$ x: ۱ ۲ ۳ ۴ y:	
۱۰۹	وارون‌پذیری تابع $f(x) = \sqrt{x + ۲} - ۳$ را بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۱۰	اگر $f = \{(-۱, ۱), (۱, ۲), (۲, ۳), (۴, ۵)\}$ و $g = \{(-۱, ۰), (۱, ۲), (۲, ۴), (۵, ۳)\}$ دو تابع باشند.: الف) مقدار $(۳f - g)(-۱)$ را حساب کنید. ب) تابع fog را به‌صورت زوج مرتب بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۱	یک به یک بودن تابع $y = (x+۲)^۳ - ۲$ را بررسی کرده و وارون آن‌را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۱۲	برای دو تابع $f(x) = \frac{۱}{x^۲ - ۴}$ و $g(x) = \frac{۲}{x}$ بدون نوشتن ضابطه، دامنه fog را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۱۳	دو تابع $f(x) = \frac{x-۱}{x}$ و $g(x) = \sqrt{x-۱}$ داده شده اند. الف) دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف محاسبه کنید. ب) ضابطه تابع fog را تشکیل دهید. ج) حاصل عبارت $\left(\frac{۲f}{g}\right)(۵)$ را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۱۴	معادله کلی سهمی به صورت $f(x) = ax^۲ + bx + c$ است. معادله یک سهمی را بیابید که محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۱- قطع کند و از نقاط $(۱, ۲)$ و $(-۱, ۰)$ بگذرد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۱۵	دو تابع $f(x) = \sqrt{۱-x}$ و $g(x) = \sqrt{x-۱}$ را درنظر بگیرید. الف) دامنه gof را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) تابع $P(x) = f(x) + g(x)$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۱۶	اگر $f(x) = \frac{۱}{x}$ و $g(x) = \frac{x+۲}{x-۱}$ دو تابع باشند: الف) دامنه تابع fog را به دست آورید. ب) ضابطه تابع fog را بنویسید. ج) مقدار $(g-f)(۲)$ را حساب کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۱۷	توابع $f(x) = \text{Sin}\, x$ و $g(x) = \sqrt{۱-x^۲}$ داده شده‌اند. الف) دامنه‌ی تابع gof را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) تابع gof را تشکیل دهید. ج) حاصل عبارت $(۲\text{f} - ۳\text{g})(۰)$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۱۸	اگر $f(x) = x^۲ + ax - ۳b$ ، مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که این سهمی محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۳ قطع کند و از نقطه‌ی $(۱, -۴)$ بگذرد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۹	اگر $f=\left\{(۰,۲),(۱,-۱),\left(۳,-\frac{۱}{۴}\right),(-۲,۳),(-۱,۰)\right\}$ و $g=\left\{(۲,\sqrt{۲}),(-۱,۲),\left(\frac{۱}{۴},۳\right),\left(۱,\frac{۳}{۲}\right)\right\}$ باشند. الف) تابع $۲f-g$ را به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب بنویسید. ب) تابع gof را به دست آورید. ج) مقدار $\left(\frac{f}{g}\right)(۱)$ را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۲۰	توابع $f(x)=\frac{۲x}{x-۲}$ و $g(x)=۳x-۱$ داده شده‌اند: الف) دامنه‌ی تابع fog را با استفاده از تعریف بدست آورید. ب) تابع fog را تشکیل دهید. ج) حاصل عبارت $(۳f+۲g)(۳)$ را بدست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۲۱	در معادله‌ی سهمی $f(x)=ax^۲+bx+c$ ، مقادیر a و b و c را طوری تعیین کنید که نمودار تابع از نقاط $(۰,-۱)$ و $(۱,۰)$ و $(۲,۳)$ بگذرد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۲۲	توابع $f(x)=\sqrt{x}$ و $g(x)=۴x+۲$ داده شده‌اند. الف) تابع gof را تشکیل دهید. ب) دامنه‌ی تابع gof را با استفاده از تعریف بدست آورید. ج) حاصل عبارت $(۲f-۳g)(۱)$ را بدست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۲۳	در تابع خطی $f(x)=ax+b$ ، مقادیر a وb را طوری تعیین کنید که نمودار تابع، محور عرض ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع کند و از نقطه‌ی $(-۴,۶)$ بگذرد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۲۴	اگر $a, f(x)=ax^۲+bx+c$ و b و c را طوری بیابید که این سهمی محور yها را در نقطه‌ای به عرض ۳ و محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع کند و از نقطه‌ی $A(۲,۳)$ نیز بگذرد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۲۵	توابع $f(x)=\sqrt{۱-x}$ و $g(x)=x^۲$ داده شده‌اند. الف) تابع fog را تشکیل دهید. ب) دامنه‌ی تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید. ج) مقدار $f(-۳)+۲g(۱)$ را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۲۶	اگر $f(x)=x+a, g(x)=x^۲+bx$ باشد، a و b را طوری تعیین کنید که داشته باشیم: $(fog)(x)=x^۲+۴x+۱$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲۷	دو تابع $f(x)=x-۱$ و $g(x)=\sqrt{x+۲}$ را در نظر بگیرید. الف) دامنه‌ی تابع gof را بدون محاسبه‌ی (gof)(x) به دست آورید. ب) ضابطه‌ی gof را به دست آورید. ج) مقدار $\left(\frac{f}{g}\right)(۲)$ را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۲۸	ضابطه‌ی وارون تابع $f(x)=\sqrt{۲x+۳}$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۲۹	اگر $f(x)=\frac{۱}{x}-۱$ و $g(x)=\frac{۱}{x+۲}$ باشند، دامنه‌ی تابع gof را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۳۰	دو تابع $f=\{(۱,۳)،(-۲,۵)،(۰,۷)،(۳,-۴)\}$ و $g=\{(۱,۴)،(۳,۱)،(۰,۰)،(۵,-۲)\}$ را در نظر بگیرید الف) تابع $f\times g$ را به صورت زوج مرتب بنویسید. ب) مقدار $\text{fog}(۰)$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۳۱	ابتدا نمودار تابع $f(x)=\lvert x-۱\rvert$ را با دامنه‌ی $[۰,۲]$ رسم کنید . سپس نمودار $y=f(x)+۱$ را رسم کرده و برد آن را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۳۲	توابع f و g با ضابطه‌های $f(x)=\sqrt{۴-x^۲}$ و $g(x)=\frac{x+۲}{x-۱}$ مفروضند اولاً دامنه‌ی توابع gof, g , f را تعیین کنید، سپس ضابطه‌ی gof را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۳۳	یک‌به‌یک بودن تابع مقابل را به کمک بررسی صعودی یا نزولی اکید نشان دهید. $f(x)=\sqrt{x-۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۳۴	ثابت کنید تابع $f(x)=\frac{x-۱}{x}$ یک به یک است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۳۵	اگر $f=\{(۳,۴),(۷,۸),(۵,۲)\}$, $g=\{(۱,۳),(-۲,۷),(۵,۹)\}$ باشد، آنگاه $f+g, \text{fog}$ را حساب کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۳۶	دو تابع $f(x)=۳x-a$ و $g(x)=ax+۳b$ را در نظر بگیرید، مقادیر a و b را به گونه‌ای بیابید که $(\text{fog})(x)=۳x-۱۰$ باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

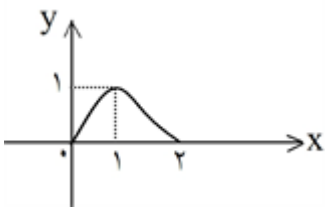
www.konkur.in

۱۳۷	دو تابع $f(x)=x-۲$ و $g(x)=\sqrt{x+۱}$ داده شده‌اند. الف) ضابطه‌ی تابع مرکب gof را مشخص کنید. ب) دامنه‌ی تابع مرکب gof را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۳۸	تابع $f(x)=\begin{cases} ۲x+۱ & x\geq ۱ \\ x^۲ & x<۱ \end{cases}$ را در نظر بگیرید. الف) نمودار تابع f را رسم کنید. ب) حاصل $f(f(-۱))$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۳۹	اگر $f(x)=۲x^۲-۲$ و $f(g(x))=۲x^۲+۴x$ باشد تابع $g(x)$ را محاسبه نمایید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۴۰	تابع $y=ax^۲+x+b$ مفروض است، ضرایب a , b را چنان بیابید که منحنی از نقطه‌ی $A(۲,-۲)$ بگذرد و محور yها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع کند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۴۱	اگر $f(x)=\sqrt{x+۱}$ و $g(x)=x^۲-۱$ باشند، معادله‌ی زیر را حل کنید. $(gof)(x)-۷x=(fog)(۲)$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۴۲	با توجه به ضابطه‌ی تابع داده‌شده، جدول زیر را کامل کنید. $y=x^۲-۳$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم انسانی	
۱۴۳	اگر $f(x)=۲x-۱$ و $g(x)=۳x+۲$ باشند حاصل $fog(۲)+gof(۱)$ را بدست آورید. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۴۴	اگر $f(x)=۷x+۲$ و $g(x)=۲x+۵$ باشد، معادله‌ی $fog(x)=fof(۱)$ را حل کنید. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۴۵	اگر $f(x)=۳x+۴$ و $g(x)=۲x-۳$، جواب معادله‌ی روبرو را به‌دست آورید. $fog(x)=gof(۲)$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۴۶	اگر $f(x)=۳x+۷$ و $g(x)=۲x-۳$ معادله‌ی $۳fog(x)+۲gof(x)=۷$ را حل کنید. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	

x	-۲	۰	۱	۳
y				

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۴۷	اگر $f(x)=۲x+a$ و $g(x)=۵+x$ و $\text{fog}(۱)+\text{gof}(۱)=۵$ باشند، مقدار a را به‌دست آورید. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۴۸	اگر $f(x)=\sqrt{x^۲+۱}$ و $g(x)=x^۲-۱$ باشند، معادله‌ی $(\text{gof})(x)=(\text{fog})(۱)$ را حل کنید. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۴۹	اگر $f(x)=x^۲+۱$ و $g(x)=\sqrt{x}$ باشند، معادله‌ی $(\text{fog})(x)=g(۴)$ را حل کنید. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۵۰	حاصل $\text{gof}(x)$ را به‌دست آورید. $g(x)=\sqrt{x+۲}$ و $g(x)=x^۲-۲$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۵۱	اگر $f(x)=۲x+۳$ و $g(x)=۳x+۲$ باشند، معادله‌ی زیر را حل کنید. $(\text{fog})(x)+(\text{gof})(x)=(\text{fog})(۱)$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۵۲	مقدار b را چنان بیابید که نقطه‌ی $A(۲b,b+۳)$ روی نیمساز ربع اول و سوم باشد. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۵۳	تابع $f(x)=\sqrt{۱-x}$ و $g(x)=-۲x+۱$ داده شده است. ضابطه‌ی تابع fog و دامنه fog را با استفاده از تعریف تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۵۴	دو تابع $y=x^۲+ax+b$ و $y=x+۲b$ مفروضند b,a را طوری بیابید که نمودارهای این دو تابع روی محور xها در نقطه‌ای بطول ۲ یکدیگر را قطع کنند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۵۵	دامنه‌ی gof را مشخص کنید. $g(x)=x^۲-۱$ و $f(x)=\sqrt{x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۵۶	نمودار تابع $y=f(x)$ در شکل زیر داده شده است. نمودار $y=f(-۲x)$ را رسم کنید و دامنه حاصل را حساب کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۵۷	آیا تابع $f(x) = x^{۲} - ۲x$ یک به یک است؟ برای پاسخ خود دلیل بیاورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۵۸	اگر $f(x) = x^{۲} + ۲x + ۲$ باشد، تابع $g(x)$ را به‌گونه‌ای مشخص کنید که $(fog)(x) = x^{۲} - ۴x + ۵$. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۵۹	توابع $f(x) = \frac{۳x}{x-۱}$ و $g(x) = \sqrt{x}$ داده شده‌اند. الف) تابع fog را تشکیل دهید. ب) دامنه‌ی تابع fog را با استفاده از تعریف به‌دست آورید. ج) مقدار $\left(\frac{f-g}{۲g}\right)(۴)$ را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۶۰	دو تابع $y = x^{۲} + ax - ۳b$ و $y = -x + b$ داده شده‌اند. مقادیر a و b را چنان محاسبه کنید که نمودارهای این دو تابع روی محور x ها در نقطه‌ای به طول ۱ همدیگر را قطع کنند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۶۱	وارون‌پذیری تابع زیر را بررسی کنید و در صورت وارون‌پذیر بودن تابع، ضابطه‌ی وارون آن را به دست آورید. $f(x) = \sqrt{x+۳} - ۵$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۶۲	ابتدا نمودار تابع زیر را رسم کنید سپس بازه‌هایی را که در آن تابع، صعودی اکید، نزولی اکید یا ثابت است را مشخص کنید. $f(x) = \begin{cases} x^{۲} & x < ۰ \\ ۱ & ۰ \leqslant x \leqslant ۱ \\ x-۱ & x > ۱ \end{cases}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۶۳	اگر $f = \{(۱,۱),(۲,۲),(۳,۳)\}$ و $g = \{(۱,۲),(۳,۵)\}$ دو تابع باشند: الف) تابع f + g را به صورت زوج‌های مرتب مشخص کنید. ب) مقدار (gof)(۳) را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۶۴	مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که سهمی $f(x) = ax^{۲} + bx$ از نقطه‌ی $(۳,۵)$ بگذرد و تساوی $f(-۱) = ۳$ برقرار باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۶۵	دو تابع $f(x) = \sqrt{x+۳}$ و $g(x) = ۴ - x$ مفروض‌اند. الف) ضابطه‌ی تابع مرکب fog را بنویسید. ب) دامنه‌ی تابع مرکب fog را با استفاده از تعریف به‌دست آورید. ج) مقدار $\frac{۳g(۰) - f(۶)}{۳}$ را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

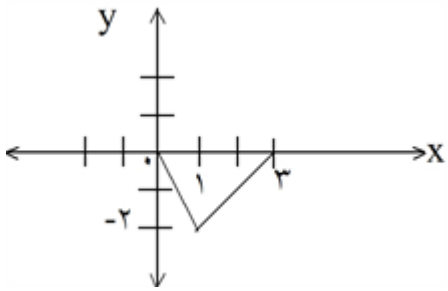
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۶۶	اگر $f=\{(۴,۵),(۶,۳),(۷,۱)\}$ و $g=\{(۳,۴),(۶,۰),(۴,۶)\}$ دو تابع باشند: الف) توابع $\frac{f}{g}$ و fog را به صورت زوج‌های مرتب بنویسید. ب) مقدار $(۲f+g)(۴)$ را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۶۷	اگر $f(x)=\frac{۱}{x-۱}$ و $g(x)=\sqrt{x-۳}$ دو تابع باشند: الف) مقدار $۳(f-g)(۴)$ را به‌دست آورید. ب) دامنه‌ی تابع fog را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۶۸	ابتدا نمودار تابع $f(x)=\sqrt{x}$ را رسم نموده سپس بااستفاده از آن نمودار تابع $g(x)=-۲f(x)-۱$ را رسم کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۶۹	$p(x)$ یک چند جمله‌ای درجه ۲ است و ضریب بزرگ‌ترین توان آن ۱ است.$p(x)$ را به‌گونه‌ای تعیین کنید در شرایط روبه‌رو صدق کند.$p(۱)=۱, p(۲)=۳$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۷۰	توابع f و g با ضابطه‌های $f(x)=۲x-۴$ و $g(x)=\sqrt{x-۶}$ داده شده‌اند. الف) ضابطه‌ی تابع gof را بنویسید. ب) دامنه‌ی تابع gof را با استفاده از تعریف به‌دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۷۱	در تابع $y=ax^۲+bx-۲$ مقادیر a و b را طوری بیابید که نمودار تابع از نقطه‌ی $A(-۱,۲)$ بگذرد و محور xها را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع کند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۷۲	تابع $f(x)=\begin{cases} x^۲+۳ & x<۰ \\ x-۱ & x\geqslant ۰ \end{cases}$ داده شده است. الف) نمودار تابع f را رسم کنید. ب) حاصل $f(f(-۱))$ را به‌دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۷۳	تابع $f(x)=\begin{cases} ۱-x^۲ & x\geq ۰ \\ x-۳ & x<۰ \end{cases}$ مفروض است $f(f(۲))$ را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۷۴	سهمی به معادله‌ی $f(x)=ax^۲+bx+c$ مفروض است، مقادیر c,b,a را طوری بیابید که این سهمی محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۱ و محور xها را در نقطه‌ای به طول -۱ قطع کند و از نقطه‌ی $M(۱,۴)$ نیز بگذرد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۷۵	اگر $f(x)=\frac{۳}{x-۲}$ و $g(x)=\frac{۴}{x}$ باشد، آن‌گاه حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. الف) $\left(\frac{۲f}{g}\right)(۴)$ ب) D_{fog} سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۷۶	اگر f(x) = x+۳ و $g(x)=\sqrt{۱-x}$ دو تابع باشند: الف) دامنه f, g را به‌دست آورید. ب) دامنه تابع gof را با استفاده از تعریف محاسبه کنید. ج) ضابطه fog را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۷۷	نمودار $f(x)=\begin{cases}۱+x^۲ & x\geqslant ۰\\ ۱-\frac{x}{۲} & x\leqslant ۰\end{cases}$ را رسم کرده ، سپس $f(f(-۴))$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۷۸	ثابت کنید تابع $f(x)=(x-۲)^۲, x\geqslant ۲$ وارون‌پذیر است، سپس ضابطه‌ی وارون آن‌را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۷۹	در زیر نمودار تابع $y=f(x)$ رسم شده است. با استفاده از انتقال، ابتدا نمودار تابع $y=f(x-۳)$ را رسم کرده و سپس نمودار تابع $y=-۲f(x-۳)$ را رسم کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۸۰	اگر $fog(x)=۸x+۱۲$ و $f(x)=۲x+۴$ باشند، تابع $g(x)$ را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۸۱	دو تابع $f(x)=\frac{x+۲}{x-۳}$ و $g(x)=\frac{۱}{x-۱}$ داده شده‌اند. الف) ضابطه‌ی تابع fog را بنویسید. ب) دامنه‌ی تابع fog را با استفاده از تعریف تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۸۲	سهمی به معادله‌ی $f(x)=ax^۲+bx+c$ مفروض است. اگر نمودار آن ، محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض (-۱) و محور طول‌ها را در نقطه‌ای به‌طول (۱) قطع کند و داشته‌باشیم $f(۲)=۳$ ، مقادیر a وb و c را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

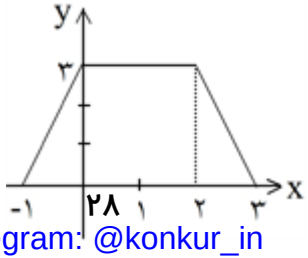
۱۸۳	دو تابع $f(x)=۳x^۲-۱$ و $g(x)=\frac{x}{x^۲-۴}$ داده شده‌اند. الف) ضابطه‌ی تابع gof و دامنه‌ی gof را با استفاده از تعریف تعیین کنید. ب) مقدار $(f-۳g)(۱)$ را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
	اگر $f=\{(۰,۱),(۱,۲),(۳,۴)\}$ و $g=\{(-۲,۱),(۰,۰),(۱,۵),(۳,۳)\}$ دو تابع باشند، پاسخ ۳ مورد خواسته شده را بیابید.	
۱۸۴	$(f+g)(۱)$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۸۵	تابع $\frac{f}{g}$ را به صورت زوج‌های مرتب مشخص کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۸۶	دامنه‌ی تابع fog را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۸۷	اگر $g(x)=\frac{۱}{x-۳}$ و $f(x)=۳x-۲$ باشد، آن‌گاه حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. الف) $(۳f+۲g)(۴)$ ب) $D_{(fog)}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۸۸	اگر $f(x)=x^۲-۳$ و $g(x)=\sqrt{x+۱}$ باشند، مطلوب است: الف) محاسبه‌ی $(f-۲g)(۳)$ ب) محاسبه‌ی $(fog)(x)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۸۹	اگر $f(x)=ax^۲+bx+c$ باشد، a و b و c را طوری بیابید که سهمی محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۲ و محور عرض‌ها را در نقطه‌ی ۱- قطع کند و از نقطه‌ی $(۳,۱)$ بگذرد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۹۰	a و b را طوری محاسبه کنید که دو تابع $y=ax^۲+x+b$ و $y=x+۳a$ همدیگر را روی محور عرض‌ها به عرض ۱- قطع کنند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۹۱	توابع $f(x)=x^۲-۴x$ و $g(x)=۲+x^۲$ مفروضند، مقدار $(fog)(۱)$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۹۲	اگر $y=ax^۲+bx+c$ باشند، مقادیر a و b و c را طوری بیابید که سهمی محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۲- و محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع کند و از نقطه‌ی $A(-۱,۱)$ نیز بگذرد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۹۳	در تابع $f(x)=x^۲-\mathrm{bx}+c$ مقادیر b و c را طوری بیابید که $f(۱)=۲$ و نمودار تابع محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع کند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۹۴	تابع $f(x)=\sqrt{۱-x^۲}$ مفروض است: الف) دامنه‌ی f را بدست آورده و به صورت بازه بنویسید. ب) ضابطه‌ی fof را بنویسید. ج) $f\left(f\left(\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)\right)$ را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۹۵	نشان دهید تابع f با ضابطه‌ی $f(x)=(۱-x)^۳$ یک‌به‌یک است. سپس ضابطه‌ی تابع معکوس تابع f را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۹۶	تابع f با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}۴\mathrm{x}-x^۲-۳ & x<۲\\ x-۲ & x\geqslant ۲\end{cases}$ مفروض است. ضابطه‌ی تابع معکوس تابع f را در بازه‌ی $(-\infty,۲)$ بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۹۷	تابع f با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}۴\mathrm{x}-x^۲-۳ & x<۲\\ x-۲ & x\geqslant ۲\end{cases}$ مفروض است. ثابت کنید این تابع در بازه‌ی $(-\infty,۲)$ یک‌به‌یک است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۹۸	توابع f و g با ضابطه‌های $f(x)=\sqrt{۱-x}$ و $g(x)=\frac{۱}{x^۲-۱}$ مفروضند. درصورت امکان ضابطه‌ی gof را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۹۹	توابع f و g با ضابطه‌های $f(x)=\sqrt{۱-x}$ و $g(x)=\frac{۱}{x^۲-۱}$ مفروضند. دامنه‌ی توابع f و g و gof را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۰۰	توابع f و g با ضابطه‌های $f(x)=۳\mathrm{x}+۲$ و $g(x)=x^۲+۱$ مفروض‌اند. مقدار x را چنان بیابید که داشته باشیم: $(\mathrm{fog})(x)=۸۰$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

نمودار تابع معین f در زیر داده شده است. به ۲ سؤال بعدی پاسخ دهید:



Telegram: @konkur_in

۲۰۱	دامنه و برد f را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۰۲	نمودار تابع $f(x-۲)+۱$ را به کمک انتقال، رسم نموده، سپس دامنه و برد آن را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۰۳	توابع f و g با ضابطه‌های $f(x)=\sqrt{x^۲-۱}$ و $g(x)=\frac{۱}{x}$ مفروضند. درصورت وجود ضابطه‌ی تابع gof را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۰۴	توابع f و g با ضابطه‌های $f(x)=\sqrt{x^۲-۱}$ و $g(x)=\frac{۱}{x}$ مفروضند. دامنه‌ی توابع f و g و gof را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۰۵	توابع $f(x)=\sqrt{x+۳}$ و $g(x)=۲-\frac{x}{۳}$ مفروضند. ضابطه‌ی تابع gof را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۰۶	توابع $f(x)=\sqrt{x+۳}$ و $g(x)=۲-\frac{x}{۳}$ مفروضند. دامنه‌ی تابع gof را به‌دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۰۷	ثابت کنید تابع $y=\frac{۱-۲x}{۱+x}$ یک‌به‌یک است. سپس ضابطه‌ی تابع معکوس آن را به‌دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۰۸	توابع $f(x)=x+۲$ و $g(x)=\sqrt{۱-x^۲}$ مفروضند. اولاً: دامنه‌ی $\frac{f}{g}$ را به دست آورید. ثانیاً: ضابطه‌ی gof را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۰۹	در تابع $y=ax^۲+bx-۲$ مقادیر a و b را طوری بیابید که نمودار تابع از نقطه‌ی $(-۱,۲)$ گذشته و محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع کند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۱۰	اگر $f(x)=۲x-۵$ و $f(g(x))=۵x+۴$ تابع $g(x)$ را محاسبه نمائید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۱۱	در تابع $y=ax^۲+bx+۱$ مقادیر a و b را طوری تعیین کنید تا نمودار تابع از نقطه‌ی $(۱,۱)$ گذشته و محور xها را در نقطه‌ای به طول ۱- قطع کند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

۲۱۲	تابع $f(x)=\frac{۱}{۲x}$ مفروض است. الف) $\text{fof}(x)$ را بیابید. ب) مقدار $f\left(f\left(\frac{۱}{۴}\right)\right)$ را بدست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۱۳	دو تابع $y=-x+b, y=x^۲+ax-۳b$ داده شده‌اند. a و b را محاسبه کنید به‌طوری‌که نمودارهای این دو تابع روی محور x ها در نقطه‌ای به طول ۱ همدیگر را قطع کنند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۱۴	اگر $f(x)=۲x-۷$ و $f(g(x))=۵x+۹$ باشد، تابع $g(x)$ را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۱۵	در تابع $y=ax^۲+bx$ ، ضرایب a و b را چنان بیابید که راس سهمی روی خط $x=۱$ واقع باشد و منحنی تابع از نقطه‌ی $(-۲,۴)$ بگذرد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۱۶	ابتدا یک‌به‌یک بودن تابع f با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}x+۱ & x<۰\\ x^۲+۱ & x\geqslant ۰\end{cases}$ را بررسی کنید، سپس در صورت وجود، معکوس تابع f را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۱۷	توابع f و g با ضابطه‌های $f(x)=\sqrt{x}$ و $g(x)=\frac{۱}{x^۲-۱}$ مفروضند. الف) دامنه‌های توابع f و g و gof را تعیین کنید. ب) ضابطه‌ی تابع gof را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۱۸	توابع f و g با ضابطه‌های $f(x)=x^۲+۱$ و $g(x)=\sqrt{-x}$ مفروضند. الف) دامنه‌ی gof را تعیین کنید. ب) در صورت وجود ضابطه‌ی تابع gof را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۱۹	ثابت کنید تابع $f(x)=x^۲+۱$ در بازه‌ی $(-\infty,۰]$ یک‌به‌یک است. سپس ضابطه‌ی معکوس تابع f را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۲۰	توابع f و g با ضابطه‌های $f(x)=\sqrt{x-۱}$ و $g(x)=\frac{۱}{x}$ مفروضند. الف) بدون تشکیل ضابطه، دامنه‌ی تابع fog را تعیین کنید. ب) در صورت وجود ضابطه‌ی تابع fog را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۲۱	تابع g با ضابطه‌ی $g(x)=\sqrt{x-۱}$ مفروض است. ضابطه‌ی تابع gog را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

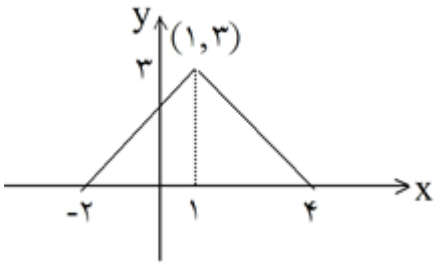
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۲۲	تابع g با ضابطه‌ی $g(x)=\sqrt{x-۱}$ مفروض است. دامنه‌ی تابع gog را بدون تشکیل ضابطه‌ی آن بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۲۳	توابع $f(x)=x^۳+۲x$ و $g(x)=۴-x^۲$ مفروضند. مقدار $(\text{fog})(۱)$ را به‌دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۲۴	a و b را طوری محاسبه کنید که نمودارهای دو تابع $y=ax^۲+x+b$ و $y=x+۳a$ همدیگر را روی محور عرض‌ها در نقطه‌ای به عرض ۱- قطع کنند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۲۵	تابع $f(x)=\begin{cases}۲x^۲ & x<۱\\ -x+۱ & x\geq ۱\end{cases}$ مفروض است. حاصل $f(f(۲))$ را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۲۶	اگر $f(x)=x^۲+۳$ ، $g(x)=\sqrt{x-۱}$ ، مطلوب است: الف) محاسبه مقدار $(f-۲g)(۵)$ ب) تعیین ضابطه و دامنه تابع fog سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۲۷	اگر $y=ax^۲+bx+c$ باشد، مقادیر a و b و c را طوری بیابید که: سهمی، محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۱- و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۲ قطع نماید و از نقطه $A(۱,۶)$ نیز بگذرد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۲۸	دو تابع f و g روی اعداد حقیقی به صورت $f(x)=x^۲$ و $g(x)=\sqrt{x}$ تعریف شده‌اند. ضابطه و دامنه‌ی تابع fog را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۲۹	اگر تابع $f(x-۱)=\frac{x+۳}{x+۱}$ باشد، ضابطه‌ی تابع $f(-۱)$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۳۰	در سهمی $f(x)=ax^۲+bx+c$، a وb وc را چنان بیابید، که سهمی فوق خط $y=x+۱$ را در نقاطی به طول‌های ۲ و ۱ و محور yها را در نقطه‌ای به عرض (۱-) قطع کند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۳۱	دو تابع f وg روی اعداد حقیقی به صورت $f(x)=x^۲-۱$ و $g(x)=\sqrt{x+۱}$ تعریف شده‌اند. ابتدا ضابطه‌ی fog و سپس دامنه‌ی تابع fog را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۳۲	اگر $f(x-۳)=\frac{x+۱}{x+۲}$ باشد، تابع $f(x)$ را بیابید و مقدار $f(۱)$ را حساب کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۳۳	اگر $f(x)=\sqrt{x+۳}$ و $g(x)=۴-x$ آن‌گاه: الف) $(f-۲g)(۱)$ را محاسبه نمایید. ب) دامنه‌ی fog را بدست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۳۴	دو تابع $y=-x+b, y=x^۲+ax-۳b$ داده شده‌اند، a و b را محاسبه کنید به طوری که نمودارهای این دو تابع روی محور x در نقطه‌ای به طول (۱-) همدیگر را قطع کنند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۳۵	اگر $f(x)=x$ و $g(x)=x^۲-۱$ آن‌گاه $f(g(۱))$ را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۳۶	اگر $f(x-۱)=x^۲$ آن‌گاه $f(x)$ را به دست آورید. سپس $f(۱)$ را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۳۷	اگر $f(x)=x$ و $g(x)=(x+۱)^۲$ آن‌گاه $(gof)(x)$ را محاسبه نمایید و دامنه‌ی $۲f-g$ را به صورت فاصله بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۳۸	اگر تابع $f(x+۳)=\frac{۲x}{x-۱}$ باشد، ضابطه‌ی تابع $f(x)$ را بیابید و سپس $f(-۳)$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۳۹	تابع $f(x)=\frac{۱}{۲x}$ مفروض است: الف) $fof(x)$ را بیابید. ب) مقدار $f\left(f\left(\frac{۱}{۴}\right)\right)$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۴۰	اگر $f(x)=ax^۲+bx+c$ باشد، a، b و c را طوری بیابید که سهمی محور yها را در نقطه‌ای به عرض ۳ و محور xها را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع کند و از نقطه‌ی $A(۲,۳)$ نیز بگذرد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
	با توجه به نمودار تابع معین f با دامنه‌ی $[-۲,۴]$ و برد $[۰,۳]$ به ۲ سوال بعدی پاسخ دهید: 	
۲۴۱	نمودار تابع $f(۲x)+۱$ را رسم کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

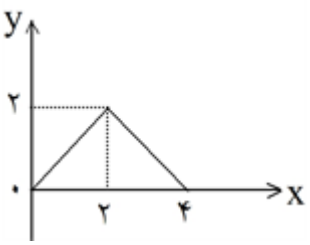
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۴۲	دامنه و برد آن را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۴۳	آیا دو تابع $fof^{-۱}$ و $f^{-۱}$ of مساویند؟ چرا؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۴۴	ضابطه‌ی تابع معکوس تابع f ، $(f^{-۱})$ را بنویسید. $f(x)=\sqrt{x-۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۴۵	ثابت کنید تابع f معکوس پذیر است. $f(x)=\sqrt{x-۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۴۶	تابع $f(x)=\sqrt{x+۲}$ مفروض است: الف) ثابت کنید که f یک به یک است. ب) ضابطه‌ی معکوس f را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۴۷	توابع f و g با ضابطه‌های $f(x)=x^{۲}$ و $g(x)=\frac{۱}{\sqrt{x}}$ مفروضند. fog و gof را محاسبه نموده، سپس درست یا نادرست بودن $\text{gof}=\text{fog}$ را نتیجه‌گیری نمایید. (با ذکر دلیل) سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۴۸	نمودار تابع $y=۲\text{f}(x)-۳$ را به کمک انتقال رسم کنید و دامنه و برد آن را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۴۹	توابع f, g با ضابطه‌های $f(x)=\frac{۱}{x-۱}, g(x)=\sqrt{x+۲}$ مفروضند. دامنه‌ی توابع f, g, gof را تعیین کنید، سپس ضابطه‌ی تابع gof را (در صورت وجود) بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۵۰	توابع f و g با ضابطه‌های $f(x)=\sqrt{x-۳}$ و $g(x)=\frac{x+۱}{x-۱}$ مفروضند. الف) دامنه‌ی توابع f, g, gof را تعیین کنید. ب) ضابطه‌ی gof را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۵۱	ثابت کنید تابع $f(x)=(۱-۲\text{x})^{۳}$ یک به یک است، سپس ضابطه‌ی تابع معکوس را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۵۲	توابع $f(x)=\|x\|+۱$ و $g(x)=x\sqrt{x}$ را در نظر بگیرید. الف) دامنه‌ی تابع gof را محاسبه کنید. ب) در صورت وجود ضابطه gof را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۵۳	الف) نمودار تابع $y=\sqrt{x}$ را به کمک نقطه‌یابی رسم کنید. ب) به کمک انتقال نمودار تابع $y=\sqrt{x+۱}$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۵۴	تابع $f(x)=\sqrt{x+۲}$ مفروض است. اولاً: ثابت کنید f یک به یک است. ثانیاً: ضابطه‌ی معکوس f را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۵۵	توابع f و g با ضابطه‌های $f(x)=\sqrt{x-۳}$ و $g(x)=\frac{x+۱}{x-۱}$ مفروضند. اولاً: دامنه‌ی توابع f و g و gof را تعیین کنید. ثانیاً: ضابطه‌ی gof را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۵۶	نمودار تابع f با ضابطه ی $y=f(x)$ در شکل زیر رسم شده است: نمودار توابع $y=f(x+۲)$ و $y=-۲f(x)+۱$ را به کمک انتقال رسم نموده و دامنه و برد هر یک را تعیین کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۵۷	نشان دهید تابع $f(x)=\sqrt{۲x-۱}$ یک‌به‌یک است، سپس ضابطهٔ تابع معکوس آن را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۵۸	توابع f و g ضابطه‌های $f(x)=\frac{۱}{x-۱}$ و $g(x)=\sqrt{x+۲}$ مفروضند: الف) دامنه توابع f و g و gof را تعیین کنید. ب) ضابطه تابع gof را درصورت وجود به‌دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخنامه تشریحی

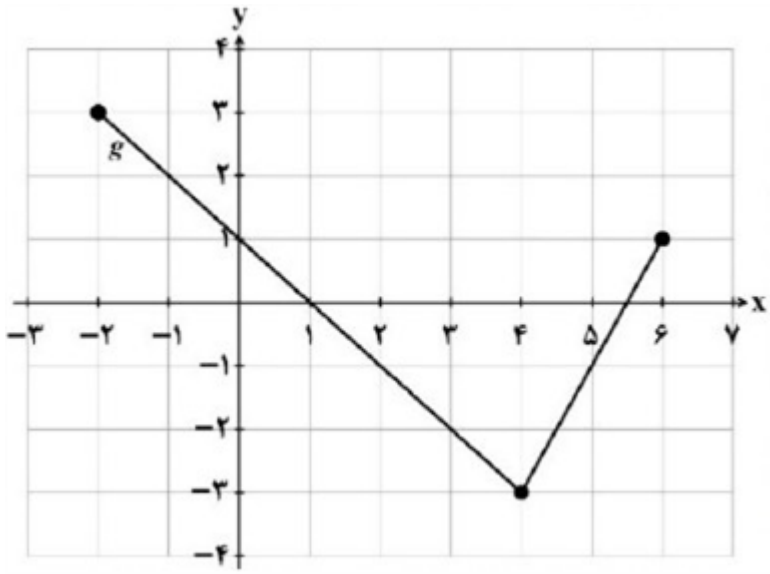
۱
$$y=(x-۳)^۲-۹ \Rightarrow \sqrt{y-۹}=-(x-۳)$$
$$x=۳-\sqrt{y+۹} \Rightarrow f^{-۱}(x)=۳-\sqrt{x+۹}$$

۲
$$\text{gof}(-۲)=g(f(-۲))=g(۴)=۳$$
$$\text{gof}(۰)=g(f(۰))=g(-۱)=۲$$
$$\text{gof}=\{(-۲,۳),(۰,۲)\}$$

۳
$$(-۱,۳)$$

۴ فرض کنید a و b دو عدد دلخواه در این فاصله باشند که $a<b$. چون توابع f و g اکیداً صعودی هستند، نتیجه می‌شود که $\begin{cases} f(a)<f(b) \\ g(a)<g(b) \end{cases}$. بنابراین، $f(a)+g(a)<f(b)+g(b)$. از این رو، نتیجه می‌شود که $(f+g)(a)<(f+g)(b)$ پس، $f+g$ روی این فاصله تابعی اکیداً صعودی است.

۵



۶ الف) روش اول:
$$D_{f^{-۱}\text{ of}}=D_f=\left[۲,+\infty\right)$$
روش دوم:
$$D_{f^{-۱}\text{ of}}=\left\{x\in \text{D}_f | f(x)\in \text{D}_{f^{-۱}}\right\}=\{x\in \text{D}_f | f(x)\in \text{R}_f\}=D_f=\left[۲,+\infty\right)$$
ب) روش اول:
$$f^{-۱}(x)=x^۲+۲ \Rightarrow f^{-۱}(۵)=۲۷$$
روش دوم:
$$f^{-۱}(۵)=x \Rightarrow f(x)=۵ \Rightarrow \sqrt{x-۲}=۵ \Rightarrow x=۲۷$$

۷
$$f(g(x))=۳\sqrt{g(x)}+۲$$
$$۳x^۲-۴=۳\sqrt{g(x)}+۲ \Rightarrow \sqrt{g(x)}=x^۲-۲ \Rightarrow g(x)=(x^۲-۲)^۲, |x|\geq ۲$$

۸ الف) $D_g=[-۶,۶)$ $\quad R_g=[۱,۷]$
ب) $(-۴,۴)$

Telegram: @konkur_in

۹

x	y
۰	۲
۲	۲
۴	۰

$\xrightarrow{f(2x)}$

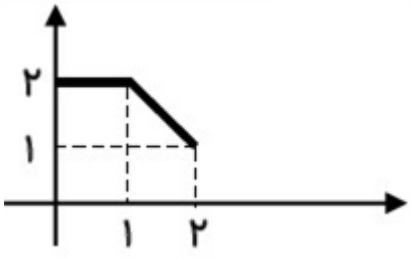
x	y
۰	۲
۱	۲
۲	۰

$\xrightarrow{\frac{1}{2}f(2x)}$

x	y
۰	۱
۱	۱
۲	۰

$\xrightarrow{\frac{1}{2}f(2x)+1}$

x	y
۰	۲
۱	۲
۲	۱



۱۰

$$f(g(x)) = 2(x^2 - 2) - 5 = 2x^2 - 9$$

$$f(g(x)) = f(x) \Rightarrow 2x^2 - 9 = 2x - 5 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

۱۱

$$y = 2x^2 - 1 \Rightarrow y + 1 = 2x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{y+1}{2} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{y+1}{2}} \xrightarrow{x>0} f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{x+1}{2}}$$

۱۲

الف) $D_{fog} = \{x \in D_g | g(x) \in D_f\} = \left\{x \in [1, +\infty) | \sqrt{x-1} \in R\right\} = [1, +\infty)$

ب) $f(g(x)) = (\sqrt{x-1})^2 - 2 = x - 3$

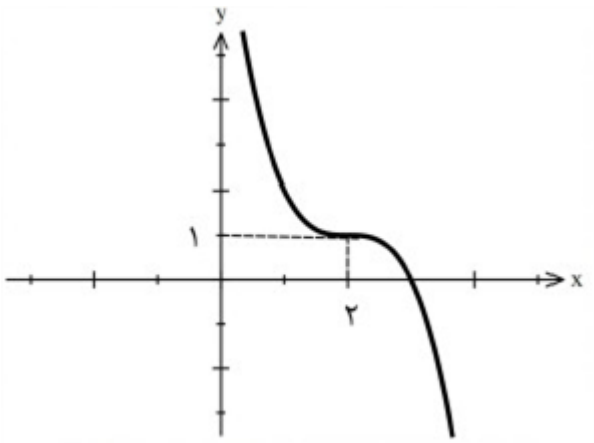
$(fog)(x) = f(x) \Rightarrow x - 3 = x^2 - 2 \Rightarrow x^2 - x + 1 = 0$

معادله جواب ندارد، پس این دو تابع همدیگر را قطع نمی‌کنند.

۱۳

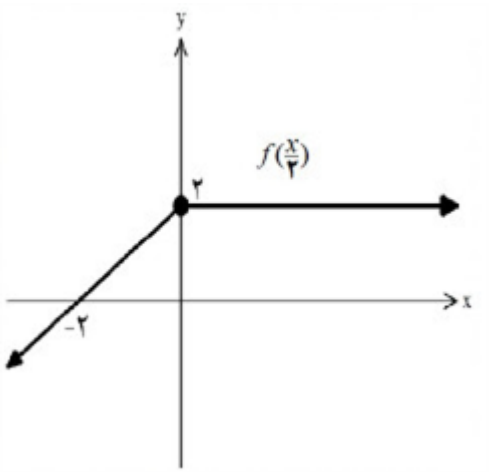
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-3} \Rightarrow x + 1 \geq 2x - 3 \Rightarrow x \leq 4$$

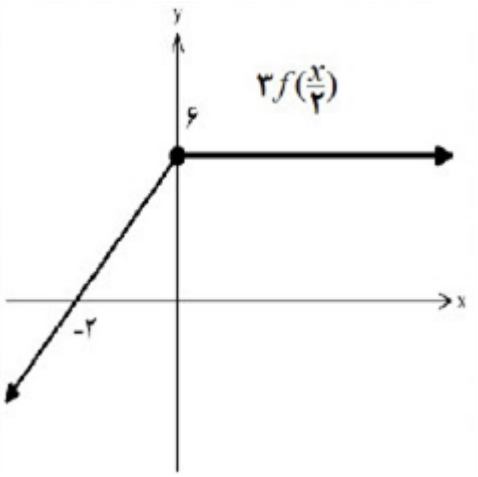
۱۴ $f(x)$ اکیداً نزولی (یا نزولی) است.

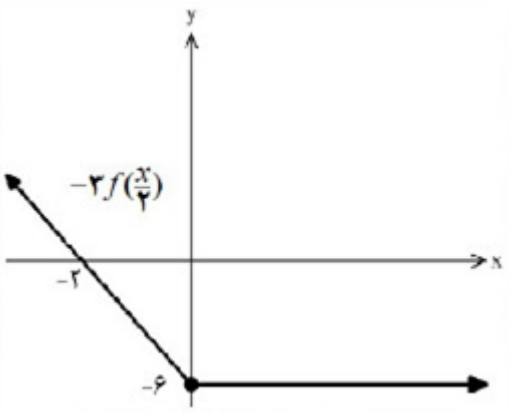


Telegram: @konkur_in

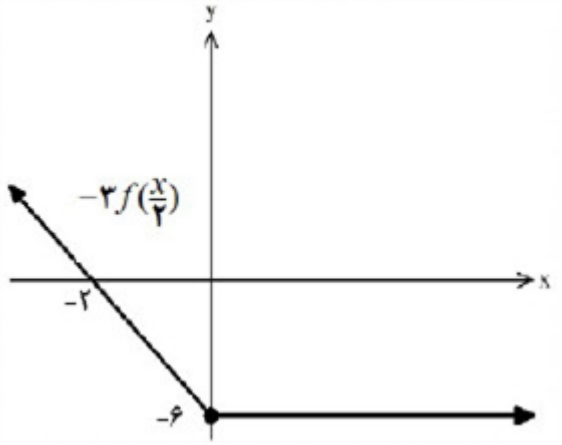
۱۵ روش اول:







روش دوم: (انتقال نقاط)



$(-۱, ۰) \to (-۲, ۰)$
$(۰, ۲) \to (۰, -۶)$

ب) $g(۵) = -۶$

۱۶

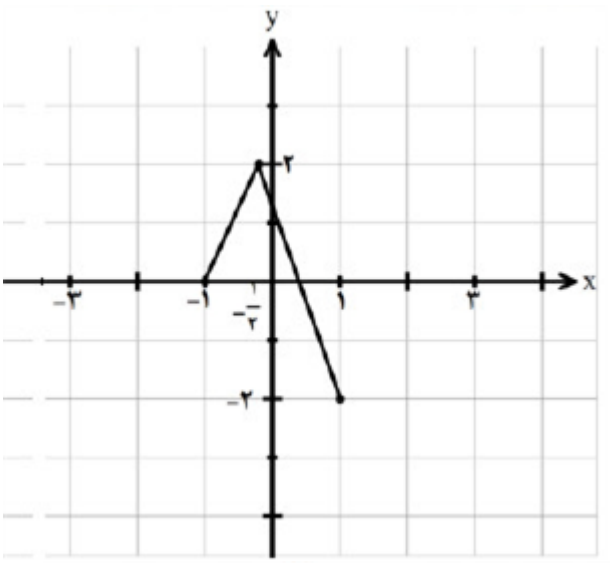
الف) $D_g = [۲, +\infty) \qquad D_f = R - \{۲\}$

$$D_{\text{fog}} = \left\{x \geq ۲ | \sqrt{x-۲} \neq ۲\right\} = \{x \geq ۲ | x \neq ۶\} = \left[۲, +\infty\right) - \{۶\}$$

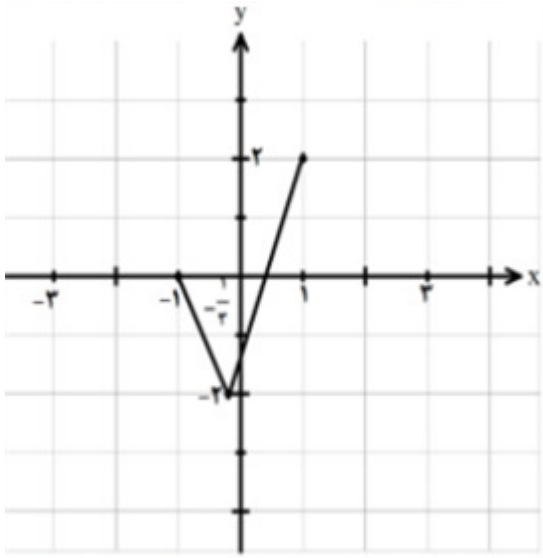
ب) $\text{gof}^{-۱}(۲) = g(۵) = \sqrt{۳}$

Telegram: @konkur_in

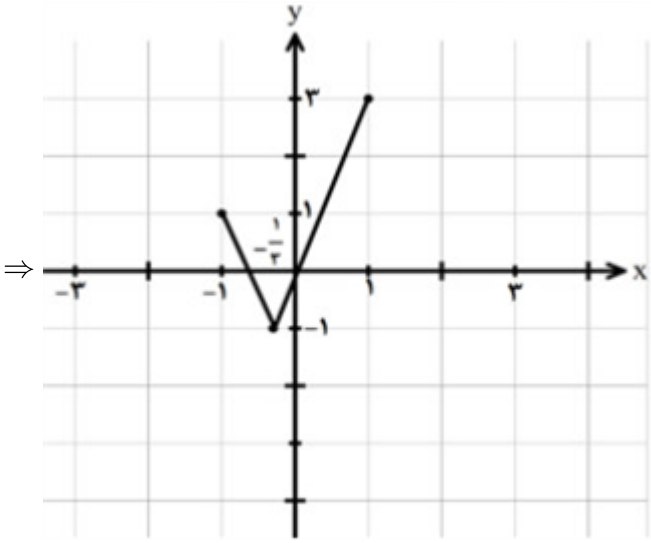
۱۷



$\Rightarrow$



$\Rightarrow$



۱۸ روش اول: $(\text{gof})^{-1}(۷) = (f^{-1}\text{og}^{-1})(۷) = f^{-1}(۲) = ۳$

روش دوم: $(\text{gof})(x) = ۷ \Rightarrow ((۱ + \sqrt{x-۲})^{۳} - ۱) = ۷ \Rightarrow x = ۳$

روش سوم:

$$(\text{gof})(x) = (۱ + \sqrt{x-۲})^{۳} - ۱ \Rightarrow (\text{gof})^{-1}(x) = (\sqrt[۳]{x+۱} - ۱)^{۲} + ۲ \Rightarrow (\text{gof})^{-1}(۷) = ۳$$

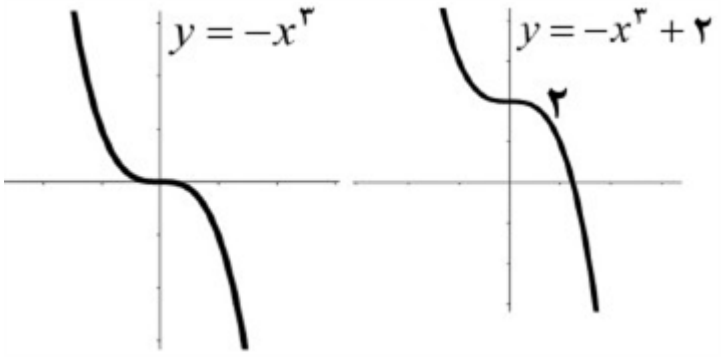
۱۹

$$D_{\text{fog}} = \{x \in \text{D}_g | g(x) \in \text{D}_f\} = \left\{x \geq -۱ | \sqrt{x+۱} \in \text{R} - \{۱\}\right\}$$

$$\sqrt{x+۱} \neq ۱ \Rightarrow x \neq ۰$$

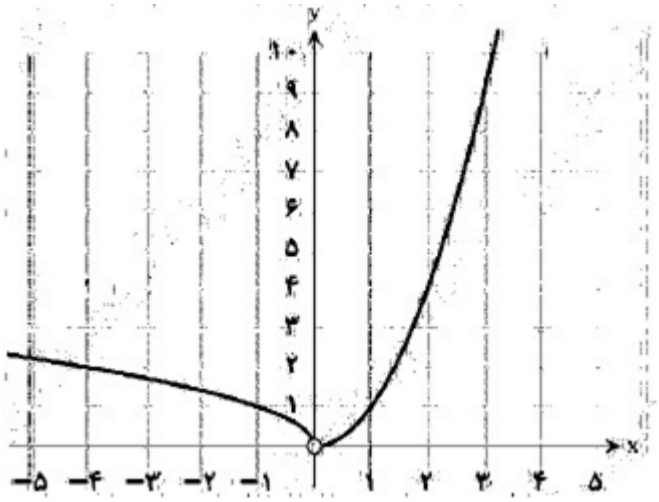
$D_{\text{fog}} = [-۱, ۰) \cup (۰, +\infty)$ یا $[-۱, +\infty) - \{۰\}$

۲۰ تابع اکیداً نزولی است.



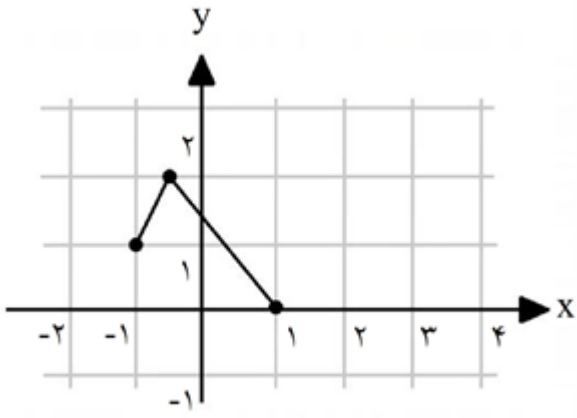
Telegram: @konkur_in

۲۱ در بازهٔ $(۰, +\infty)$ اکیداً صعودی است.



۲۲ $D_k = [-۲, ۱]$

۲۳ ابتدا نقاط مشخص شده در نمودار f را در راستای محور طول‌ها یک واحد به سمت چپ منتقل کرده، سپس طول آنها را بر ۲ تقسیم می‌کنیم. یا (نقاط با استفاده از محاسبه به دست آورده شود.)

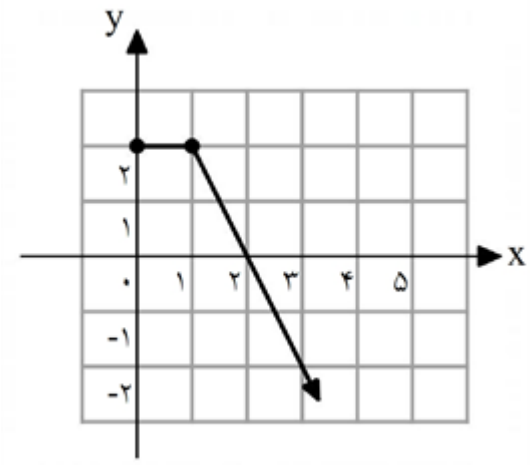


۲۴ $y = \sqrt{x+۴} - ۱ \Rightarrow y + ۱ = \sqrt{x+۴} \Rightarrow (y+۱)^۲ = x + ۴ \Rightarrow (y+۱)^۲ - ۴ = x$

$\Rightarrow f^{-۱}(x) = (x+۱)^۲ - ۴$

$D_{f^{-۱}} = R_f = \left[-۱, +\infty\right)$

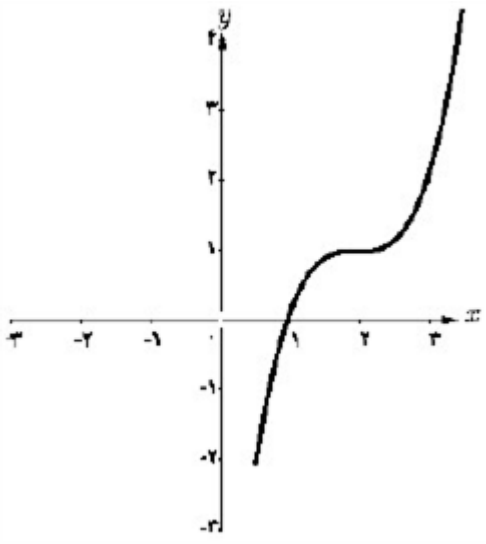
۲۵ الف)



ب) $g(f(۰)) = g(۲) = ۰$

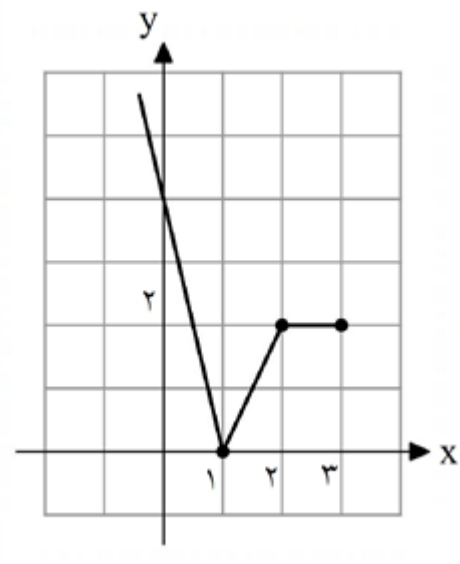
Telegram: @konkur_in

۲۶



۲۷ دامنه: $(-\infty, ۳]$

برد: $[۰, +\infty)$



۲۸ $D_f = (-\infty, ۱]$ یا $x \leq ۱$ و $D_g = R$

$$D_{\text{fog}} = \{x \in \mathrm{D}_g | g(x) \in \mathrm{D}_f\} = \left\{x \in \mathrm{R} | x^۲ - ۳ \leq ۱\right\} = \left\{x \in \mathrm{R} | x^۲ - ۴ \leq ۰\right\} = [-۲, ۲]$$

۲۹ g یک به یک است. (توجه: اگر دانش‌آموز فقط وارون $g(x)$ را محاسبه کرده باشد نمرهٔ کامل داده شود.)

$$g(x) = |x - ۱| + ۲ \xrightarrow{x \geq ۱} y = x - ۱ + ۲ \Rightarrow y = x + ۱ \Rightarrow y - ۱ = x \Rightarrow g^{-۱}(x) = x - ۱$$

۳۰

$$\left(\frac{۵}{۳}, ۵\right) \in \mathrm{f} \Rightarrow ۵ = \frac{۵}{۳}a + ۴ \Rightarrow a = \frac{۳}{۵}$$

$$y = \frac{۳}{۵}x + ۴ \Rightarrow y - ۴ = \frac{۳}{۵}x \Rightarrow f^{-۱}(x) \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{۵}{۳}(x - ۴)$$

توجه: جواب $f^{-۱}(x) = \frac{۵x - ۲۰}{۳}$ برای وارون تابع نیز صحیح است.

Telegram: @konkur_in

۳۱ الف) $f(۰) = -۲$

ب) روش اول $R_f = [-۲, ۰]$ و $D_f = [-۲, ۲)$

روش دوم $D_f = \{x | x \in \mathrm{R}, -۲ \le x < ۲\}, R_f = \{x | x \in \mathrm{R}, -۲ \le x \le ۰\}$

پ) نمودار تابع در راستای قائم دو واحد به بالا منتقل می‌شود.

۳۲ $f^{-۱}(-۳) = ۱ \Rightarrow f(۱) = -۳ \Rightarrow -۳ = -۱ + m \Rightarrow m = -۲$

$y = -x - ۲ \Rightarrow x = -y - ۲ \Rightarrow f^{-۱}(x) = -x - ۲$

۳۳ $f^{-۱}(۷) = a \Rightarrow f(a) = ۷ \Rightarrow a^{۳} - ۱ = ۷ \Rightarrow a = ۲$

۳۴ $۲ = \sqrt{x - ۳} \Rightarrow x - ۳ = ۴ \Rightarrow x = ۷$

۳۵ الف) $D_g = R, D_f = \left(-\infty, ۴\right] \Rightarrow D_{\mathrm{fog}} = \left\{x \in \mathrm{R} | x^{۲} + ۳ \in \left(-\infty, ۴\right]\right\} = [-۱, ۱]$

$* : x^{۲} + ۳ \le ۴ \Rightarrow x^{۲} \le ۱ \Rightarrow -۱ \le x \le ۱$

ب) $\mathrm{fog}(x) = \sqrt{۴ - (x^{۲} + ۳)} = \sqrt{۱ - x^{۲}}$

۳۶ الف) $D_{\mathrm{gof}} = \left\{x \in \left[۱, +\infty\right) | \sqrt{x - ۱} \in \mathrm{R}\right\} = \left[۱, +\infty\right)$

ب) $\mathrm{gof}(۵) = g(۲) = -۲$

۳۷ $D_f = R - \{۰\}\ , D_g = [-۲, ۲]$

$D_{\mathrm{fog}} = \left\{x \in [-۲, ۲] | \sqrt{۴ - x^{۲}} \neq ۰\right\} = (-۲, ۲)$

۳۸ الف) $g(x) = (x - ۱)^{۲} + ۲, g(۰) = g(۲) = ۳$

ب)

$f : \left[۱, +\infty\right) \to R$

$f(x) = (x - ۱)^{۲} + ۲$

$x - ۱ = \pm\sqrt{y - ۲} \xrightarrow{x \ge ۱} f^{-۱}(x) = \sqrt{x - ۲} + ۱$

۳۹ الف)

$D_f = (-\infty, +\infty), D_g = [۲, +\infty)$

$D_{\mathrm{gof}} = \{x \in \mathrm{D}_f \,|\, f(x) \in \mathrm{D}_g\} = \{x \in (-\infty, +\infty) \,|\, ۲\mathrm{x} - ۵ \ge ۲\} = \left[\frac{۷}{۲}, +\infty\right)$

ب)

$\mathrm{gof}(x) = g(۲\mathrm{x} - ۵) = \sqrt{۲\mathrm{x} - ۵ - ۲} = \sqrt{۲\mathrm{x} - ۷}$

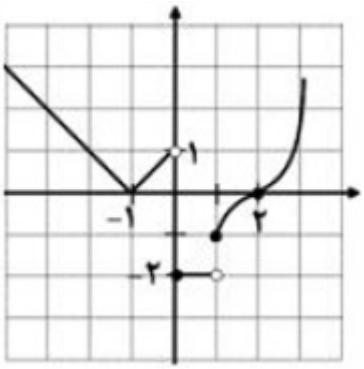
۴۰ $y = -x^{۲} - ۲ \xrightarrow{x \ge ۰} x = \sqrt{-y - ۲} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \sqrt{-x - ۲}$

$D_{f^{-۱}} = \left(-\infty, -۲\right]$

۴۱ $D_g = [۰, ۵], R_g = [-۴, ۶]$

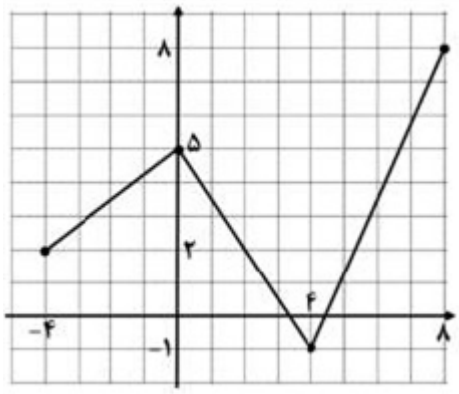
Telegram: @konkur_in

۴۲



اکیدا صعودی $[۱ , +\infty)$ و $[-۱ , ۰)$
اکیدا نزولی $(-\infty , -۱]$

۴۳



$R = [-۱, ۸]$

۴۴

$$f(x) = (x+۲)^۲ - ۱ \Rightarrow y + ۱ = (x+۲)^۲ \xrightarrow{x \geq -۲} \sqrt{y+۱} = x + ۲ \Rightarrow f^{-۱}(x) = \sqrt{x+۱} - ۲$$
$$\Rightarrow D_{f^{-۱}} = \left[-۱, +\infty\right)$$

۴۵

$$f(g(x)) = \frac{g(x)}{۲} - ۱ \Rightarrow \frac{g(x)}{۲} - ۱ = ۴x^۲ + ۱$$
$$g(x) = ۸x^۲ + ۴$$

۴۶

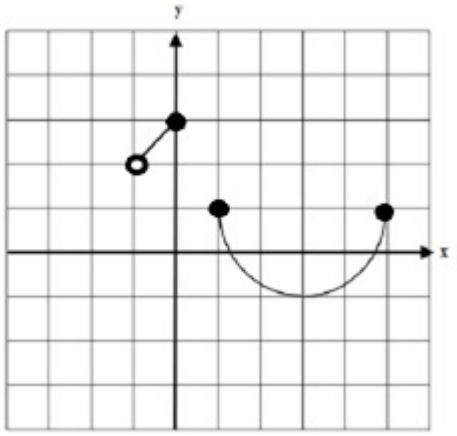
$$y = ۲\sqrt{x-۳}$$

۴۷

الف) $(۰, +\infty)$ اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی) و $(-\infty, ۰)$ اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی)

ب) خیر، در کل دامنه اکیداً یکنوا نیست.

۴۸



۴۹

الف) $D_{\text{fog}} = \{x \in \mathrm{R} | x - ۱ \geq -۱\} = [۰, +\infty)$

ب) $f(g(x)) = \sqrt{x - ۱ + ۱} = \sqrt{x}$

Telegram: @konkur_in

۵۰ $۳x + ۵ = ۸ \Rightarrow x = ۱ \Rightarrow (۱, ۸) \in f \Rightarrow f^{-۱}(۸) = ۱$

۵۱ $f(x) = (x - ۲)^۲ + ۱$

در بازه‌های $[۲, \infty)$ یا $(-\infty, ۲]$ یا هر زیرمجموعه این دو بازه تابع یک به یک است.

۵۲ الف) $D_f = [-۱, \infty) , D_g = R$

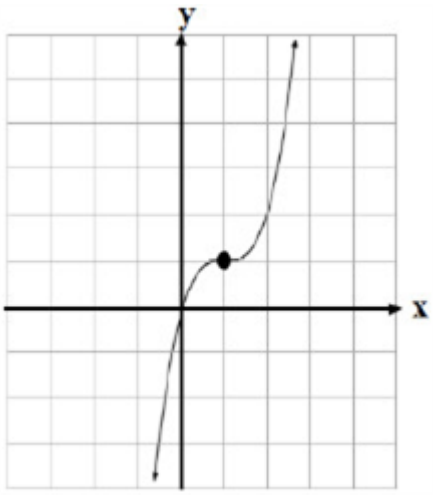
$D_{gof} = \{x \geq -۱ | \sqrt{x+۱} \in R\} = [-۱, +\infty)$

ب) $fog(x) = f(g(x)) = f(x^۲ + ۳) = \sqrt{x^۲ + ۴}$

۵۳ $\left(\frac{۱}{۵}\right)^{۲x+۱} \leq \left(\frac{۱}{۵}\right)^۳ \Rightarrow ۲x + ۱ \geq ۳ \Rightarrow x \geq ۱$ (ص ۲۲)

۵۴ $g(x) = x^۳ - ۳x^۲ + ۳x - ۱ + ۱ = (x - ۱)^۳ + ۱$

اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی)



۵۵ $D_{f(\frac{x}{۲})} \Rightarrow -۱ < \frac{x}{۲} \leq ۳ \Rightarrow D_{f(\frac{x}{۲})} = (-۲, ۶]$

برد تغییر نمی‌کند.

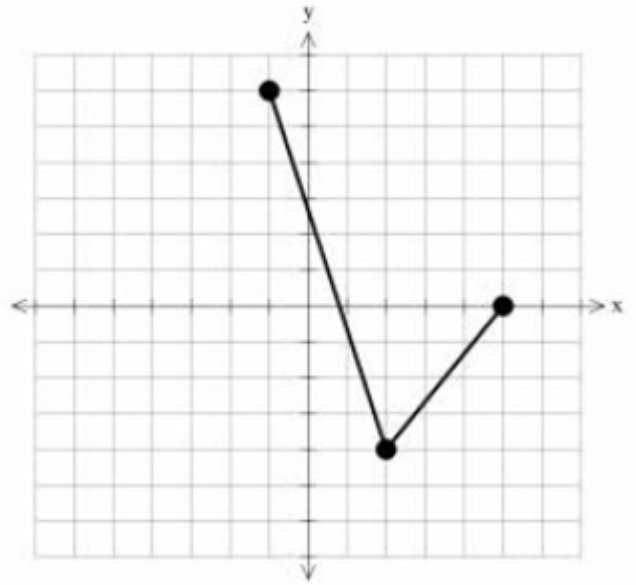
۵۶ الف) $D_{fog} = \{x \in D_g | g(x) \in D_f\} = \{x \in [-۳, +\infty) | \sqrt{x+۳} \in R\} = [-۳, +\infty)$

ب) $(gof)(۱) = g(۳) = \sqrt{۶}$

۵۷ $gof = \{(۰, ۴), (۳, ۷), (۵, ۰)\}$

Telegram: @konkur_in

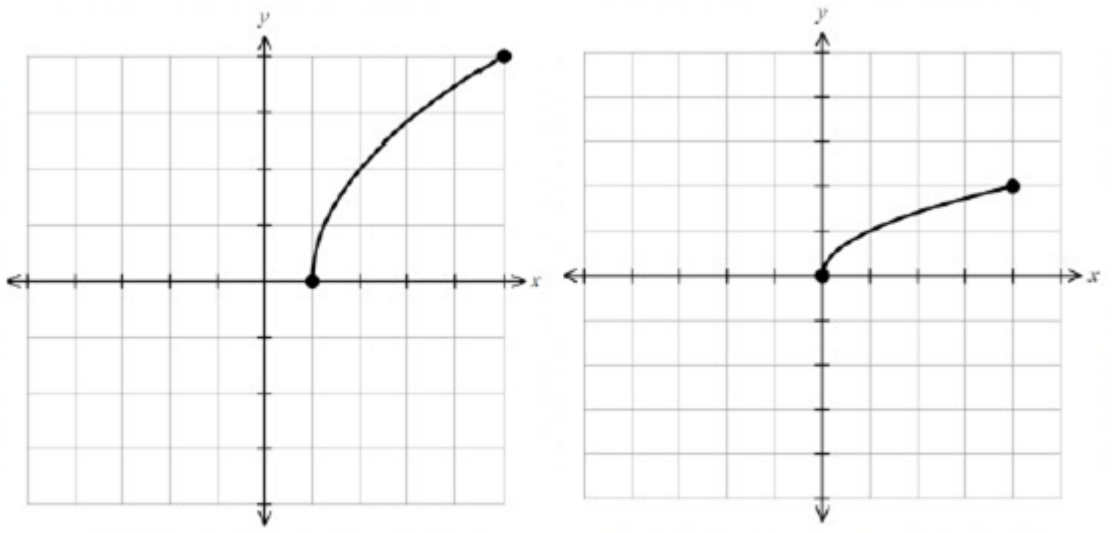
۵۸ الف)



ب) $[-۱, ۵]$

۵۹ $\left(\frac{۱}{۳}\right)^{۲x+۱} \leq \left(\frac{۱}{۳}\right)^{۳} \Rightarrow ۲x+۱ \geq ۳ \Rightarrow x \geq ۱$

۶۰



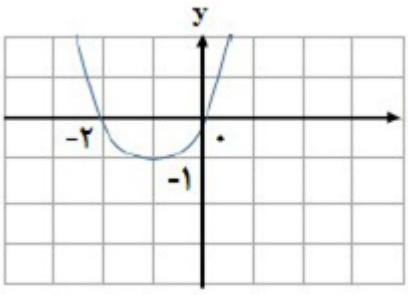
ب

الف

$R_g = [۰, ۴], D_g = [۱, ۵]$

۶۱ $x = ۳ \Rightarrow ۲(۳) - ۲ = ۴ \Rightarrow \frac{۴}{\sqrt{(۴)}+۱} = \frac{۴}{۳}$

۶۲

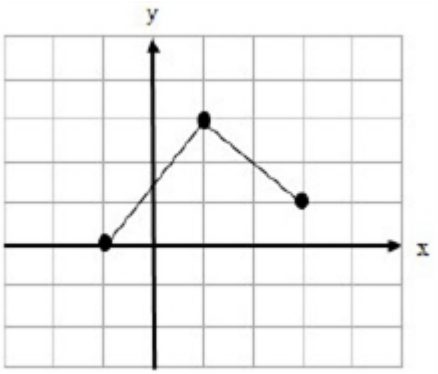


اکیدا صعودی $[-۱, +\infty)$

اکیدا نزولی $(-\infty, -۱]$

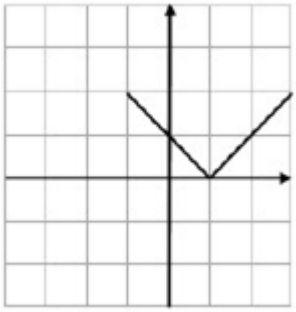
Telegram: @konkur_in

۶۳



$D_g = [-۱, ۳]$

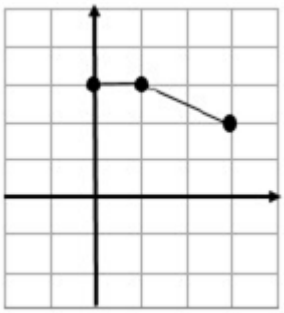
۶۴



اکیدا صعودی $[۱ , +\infty)$

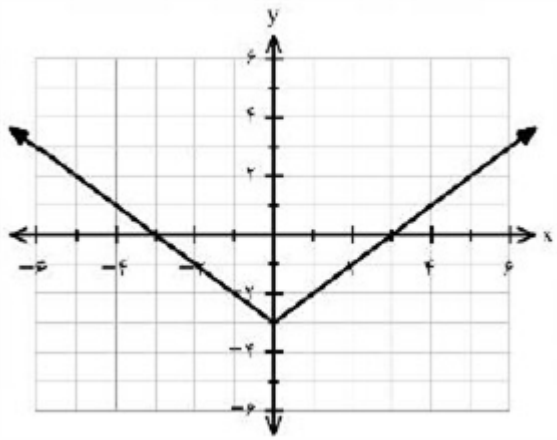
اکیدا نزولی $(-\infty , ۱]$

۶۵



$D_g = [۰, ۳]$

۶۶



۶۷

۱) $(\text{gof})(-۱) = g(۱) = -۵$

۲) $(g^{-۱} \text{ of})(-۲) = g^{-۱}(۰) = -۴$

۶۸

الف) $g(f(۱)) = g(۲) = -۲$

ب) $(f+g)(۰) = -۱ + ۳ = ۲ \Rightarrow (f((f+g)(۰))) = f(۲) = -۵$

۶۹

مرحله ۱	مرحله ۲	مرحله ۳
$f(x) - ۲ = (x - ۱)^۲ - ۲$	$f(x+۱) - ۲ = x^۲ - ۲$	$-f(x+۱) + ۲ = -x^۲ + ۲$

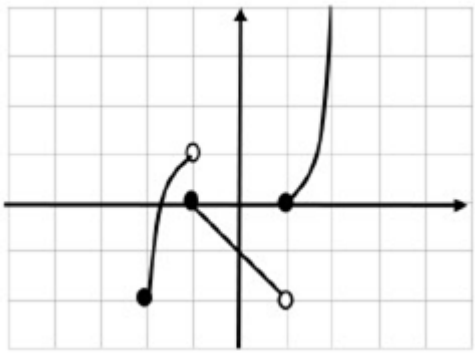
Telegram: @konkur_in

۷۰

$۳^{۲x-۱۰} \leq ۳^{-۴}$

$۲x - ۱۰ \leq -۴ \Rightarrow x \leq ۳$

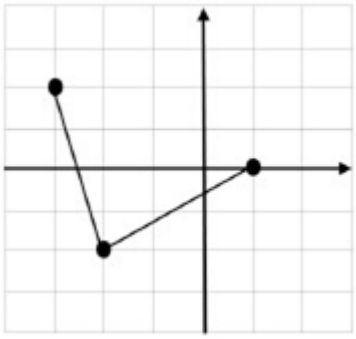
۷۱



صعودی $[۱ , +\infty)$ ، صعودی $(-۱ , -۲]$

نزولی $(۱ , -۱]$

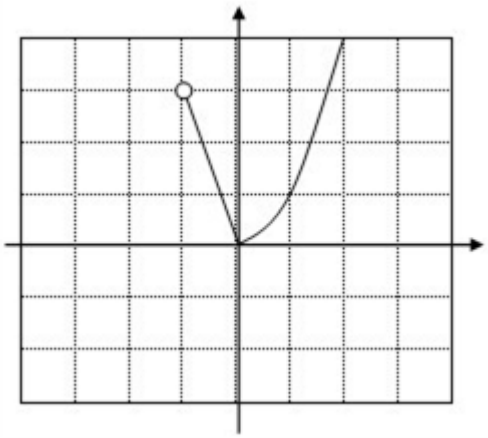
۷۲



$D_f = [-۳ , ۱]$

$R_f = [-۲ , ۲]$

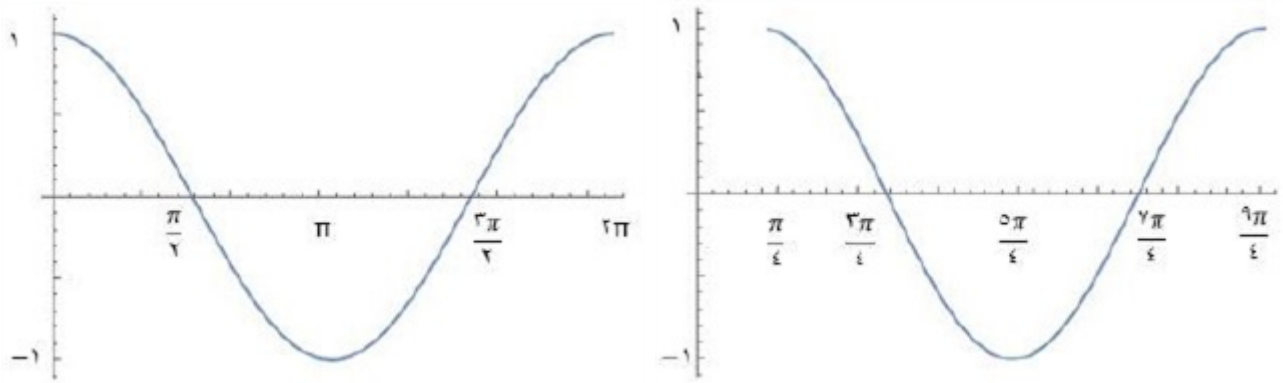
۷۳



اکیدا نزولی $[۰ , -۱)$

اکیدا صعودی $(۰ , +\infty]$

۷۴

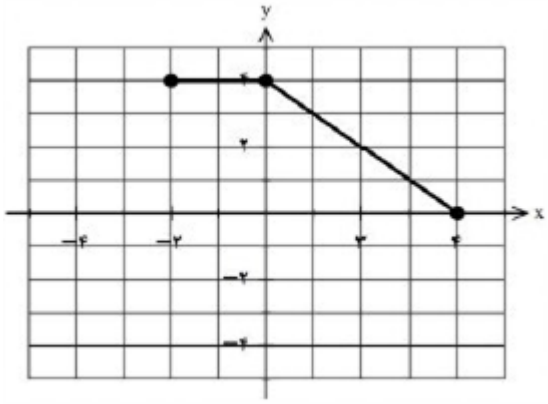


۷۵

الف) $D_f = [۱, +\infty), D_g = R$

$D_{\text{fog}} = \{x \in \text{D}_g | g(x) \in \text{D}_f\} = \left\{x \in \text{R} | ۲x^۲ - ۱ \in \text{D}_f\right\} = \left(-\infty, -۱\right] \cup \left[۱, +\infty\right)$

ب) $(\text{gof})(۲) = ۱$



۷۶

$-۵-\sqrt{۳x+۱}=y \Rightarrow ۳x+۱=(y+۵)^۲ \Rightarrow x=\frac{(y+۵)^۲-۱}{۳} \Rightarrow g^{-۱}(x)=\frac{(x+۵)^۲-۱}{۳}$

$D_{g^{-۱}}=(-\infty,-۵]$

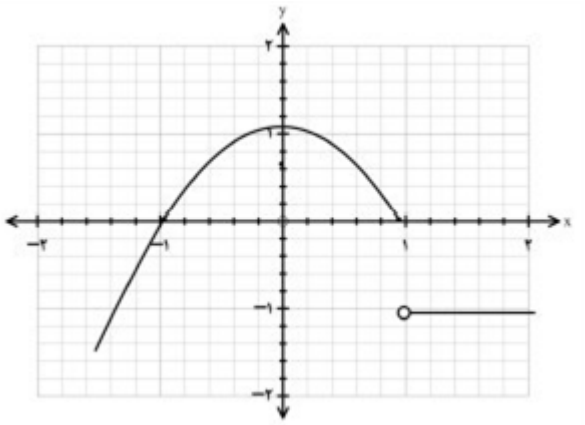
۷۷

الف) $g(-۱)=-۳ \Rightarrow \text{fog}\,(-۱)=f(g(-۱))=f(-۳)=۱$

ب) $۳t-۱=-۴ \Rightarrow t=-۱$

۷۸

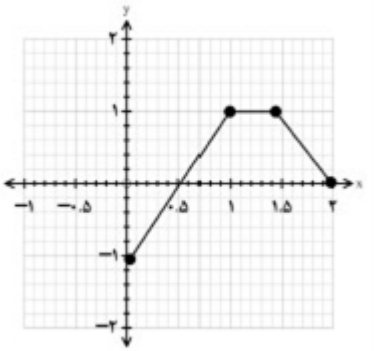
پ) بازه $[-۲,+\infty)$



صعودی $(-\infty,۰]$ و $(۱,+\infty)$

نزولی $[۰,+\infty)$

۷۹



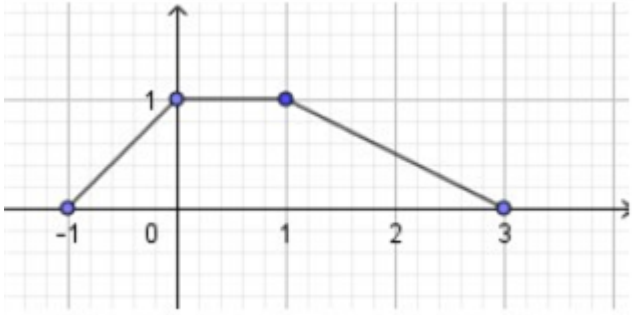
$D_g=[۰,۲]$ $\quad R_g=[-۱,۱]$

۸۰

$f(x)=-\frac{۷}{۲}x-۳=y \Rightarrow -\frac{۷}{۲}x=۳+y \Rightarrow x=-\frac{۲y+۶}{۷} \Rightarrow f^{-۱}(x)=-\frac{۲x+۶}{۷}$

۸۱

Telegram: @konkur_in



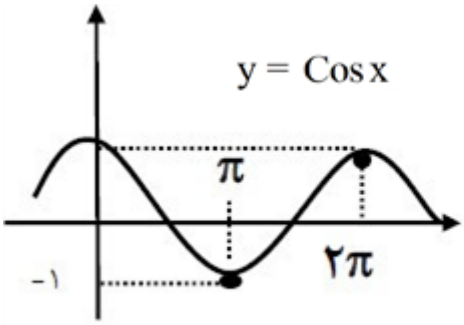
۸۲

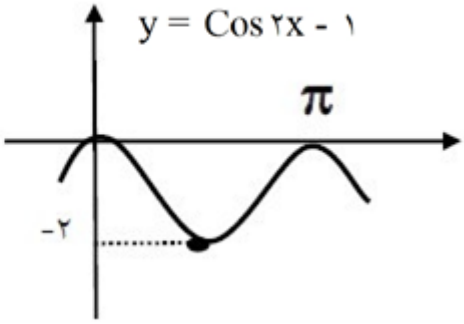
۸۳ الف) $D_f = [۱, +\infty), D_g = R \Rightarrow D_{\text{fog}} = \{x \in \text{D}_g | g(x) \in \text{D}_f\}$

$= \left\{x \in \text{R} | x^{۲} - ۲۴ \in \left[۱, +\infty\right)\right\} \Rightarrow D_{\text{fog}} = \left(-\infty, -۵\right] \cup \left[۵, +\infty\right)$

$f(g(x)) = \sqrt{x^{۲} - ۲۵}$

۸۴

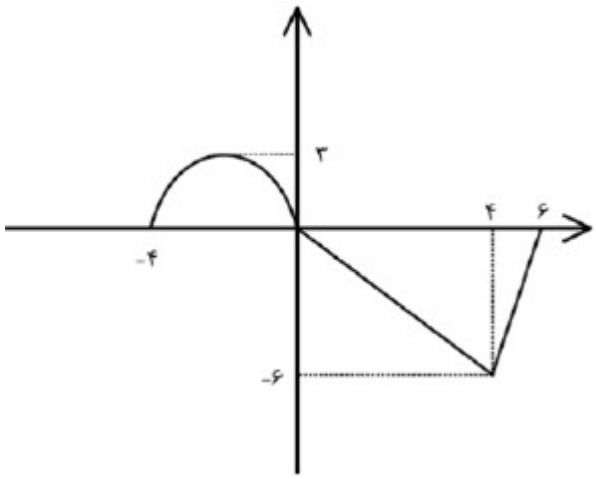




۸۵ الف) $D_{\text{gof}} = \{x \in \text{D}_f | f(x) \in \text{D}_g\} = \left\{x \in \left(-\infty, ۲\right] | \sqrt{۴ - ۲x} \in \text{R}\right\} = \left(-\infty, ۲\right]$

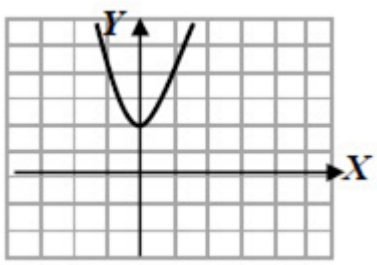
ب) $\text{gof}(۲) - \frac{f}{g}(۰) = -۱ - (-۲) = ۱$

۸۶ الف)



ب) $D = [-۴, ۶]$

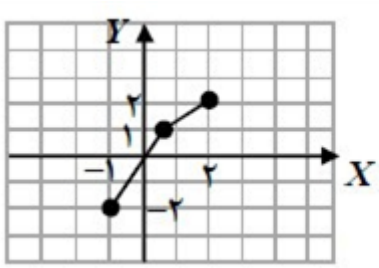
۸۷

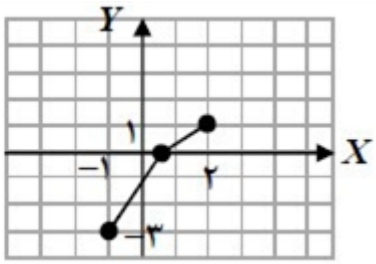


اکیدا نزولی $(-\infty, ۰)$

اکیدا صعودی $(۰, +\infty)$

Telegram: @konkur_in





$D_g = [-۱\ ,\ ۲]$
$R_g = [-۳\ ,\ ۱]$

۸۸

$\text{fog}\,(x) = f\left(\frac{x+۴}{۳}\right) = ۳\left(\frac{x+۴}{۳}\right) - ۴ = x$

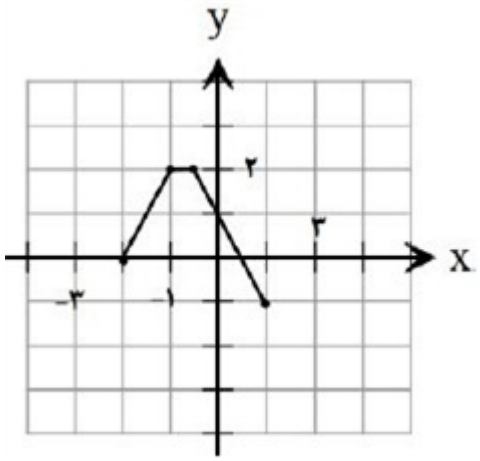
$\text{gof}\,(x) = g(۳x - ۴) = \left(\frac{۳x - ۴ + ۴}{۳}\right) = x$

۸۹

الف) $D_{\text{fog}} = \{x \in \text{D}_g | g(x) \in \text{D}_f\} = \left\{x \in \left[-۶, +\infty\right) | \sqrt{x+۶} \in \text{R}\right\} = \left[-۶, +\infty\right)$

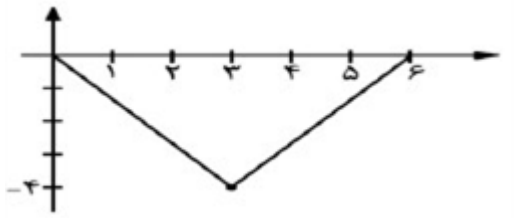
ب) $f(x) = x^{۲} - ۵ \quad x \geq ۰$

۹۰



$R = [-۱, ۲]\,, D = [-۲, ۱]$

۹۱



۹۲

$f^{-۱}(x) = ۸x + ۲۴ \Rightarrow f^{-۱}(۵) = ۶۴$

$g^{-۱}(x) = \sqrt[۳]{x}$

$g^{-۱}\text{of}^{-۱}(x) = g^{-۱}(۶۴) = \sqrt[۳]{۶۴} = ۴$

۹۳

$D_f = [۱, +\infty), D_g = R$

$D_{\text{fog}} = \{x | x \in \text{D}_g, g(x) \in \text{D}_f\} = \left\{x | x \in \text{R}, ۲x^{۲} - ۱ \in \left[۱, +\infty\right)\right\}$

$= (-\infty, -۱] \cup [۱, +\infty)$

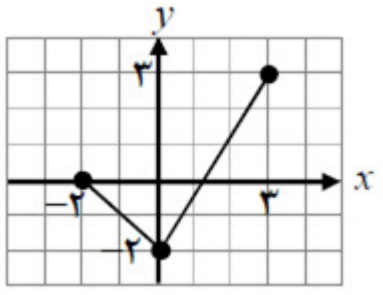
۹۴

$x + ۱ \leq ۲x - ۳ \Rightarrow x \geq ۴$

۹۵

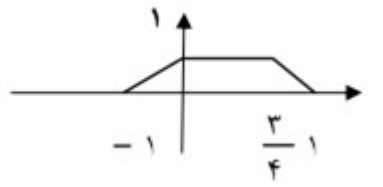
Telegram: @konkur_in

۹۶



$D_g = [-۲, ۳]$

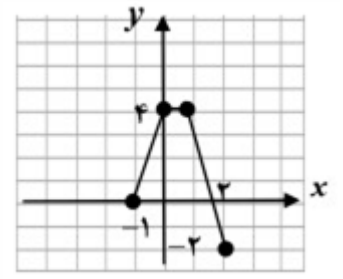
۹۷



۹۸

$$\underbrace{D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}}_{۰/۲۵} = \underbrace{\{x \geq ۴ \mid \sqrt{x-۴} \neq \pm ۱\}}_{۰/۵} = \underbrace{[۴,۵) \cup (۵,+\infty)}_{۰/۲۵}$$

۹۹

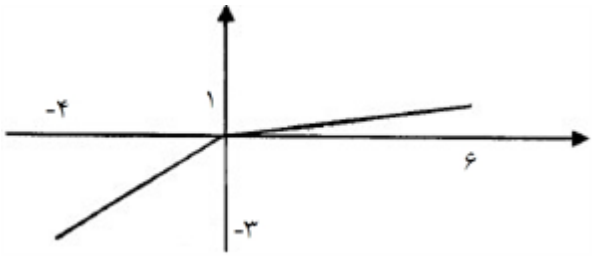


(۰/۵)

$D_g = [-۱;۲]\ (۰/۲۵)$

$R_g = [-۲;۴]\ (۰/۲۵)$

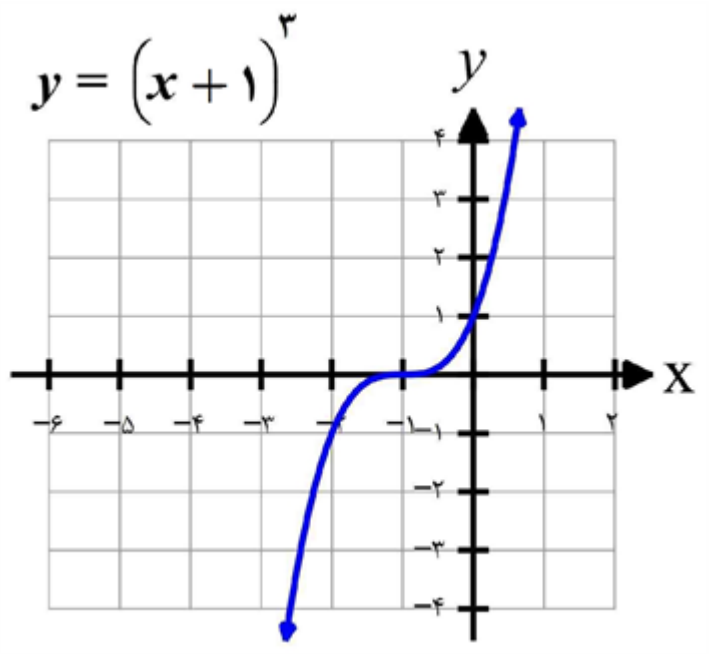
۱۰۰ رسم درست شکل (۰/۷۵) نمره



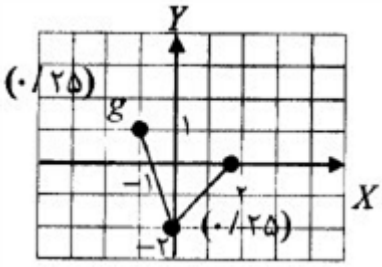
۱۰۱ الف) $D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}\ (۰/۲۵) = \{x \in R \mid ۳x - ۱ \neq ۰\}\ (۰/۷۵) = R - \left\{\frac{۱}{۳}\right\}\ (۰/۲۵)$

ب) $g^{-۱}of^{-۱}(۲۷) = g^{-۱}(۶۴) = ۴\ (۰/۵)$

Telegram: @konkur_in



۱۰۲ اکیداً صعودی (۰/۲۵)



۱۰۳

$D_g = [-۱ , ۲]$ (۰/۵)

$R_g = [-۲ , ۱]$ (۰/۵)

۱۰۴

$D_f = (۴, +\infty)$ (۰/۲۵)، $D_g = R - \{۱\}$ (۰/۲۵)

$= \left\{ = \{D_{gof}\, x \in D_f \in | \ f(x) \in D_g\}\ x \geq ۴ \middle| \ \sqrt{x-۴} \neq ۱ \right\}$ (۰/۲۵) ⇒

$D_{gof} = \left[۴, +\infty\right) - \{۵\}$ (۰/۲۵)

۱۰۵

$g(f(x)) = g(۴x - ۱) = ۸x - ۲ + k$ (۰/۲۵) $\Rightarrow ۸x - ۲ + k = ۸x + ۱۰$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow k = ۱۲$ (۰/۲۵)

۱۰۶ یک به یک است. (۰/۲۵) زیرا

$\frac{x_۱ + ۵}{۲x_۱ - ۱} = \frac{x_۲ + ۵}{۲x_۲ - ۱}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow ۲x_۲ x_۲ - x_۱ + ۱۰x_۲ - ۵ = ۲x_۱ x_۲ - x_۲ + ۱۰x_۱ - ۵$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow ۱۱x_۱ = ۱۱x_۲ \Rightarrow x_۱ = x_۲$ (۰/۲۵)

۱۰۷

$fog = \{(۲, ۷), (۴, ۴), (۶, -۵), (۳, -۵)\}$ (۰/۲۵) هر زوج مرتب

۱۰۸

x	۱	۲	۳	۴
y	۲	۵	۱۰	۱۷

جدول (۱)

متغیر مستقل: x (۰/۲۵)

متغیر وابسته: $y = x^۲ + ۱$ (۰/۲۵)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۹ $f(x_۱)=f(x_۲)\Rightarrow\sqrt{x_۱+۲}-۳=\sqrt{x_۲+۲}-۳\Rightarrow\sqrt{x_۱+۲}=\sqrt{x_۲+۲}\Rightarrow x_۱+۲=x_۲+۲\Rightarrow x_۱=x_۲$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

تابع یک به یک است پس وارون‌پذیر است. (۰/۲۵)

۱۱۰ الف) $(۳f-g)(-۱)=۳f(-۱)-g(-۱)=۳-۰=۳$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

ب) $fog=\{(۱,۳),(۲,۵)\}$ (۰/۵)

۱۱۱ $f(x_۱)=f(x_۲)\longleftrightarrow x_۱=x_۲$

$(x_۱+۲)^۳-۲=(x_۲+۲)^۳-۲$ (۰/۲۵)

$x_۱+۲=x_۲+۲\Rightarrow x_۱=x_۲$ (۰/۲۵) تابع یک به یک است

$\Rightarrow y=(x+۲)^۳-۲\Rightarrow y+۲=(x+۲)^۳$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x=\sqrt[۳]{y+۲}-۲$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow$ تابع وارون $f^{-۱}(x)=\sqrt[۳]{x+۲}-۲$ (۰/۲۵)

۱۱۲ $D_f=R-\{\pm۲\}\qquad D_g=R-\{۰\}$ (۰/۲۵)

$D_{fog}=\{x\in D_g \text{ و } g(x)\in D_f\}$ (۰/۲۵) $\rightarrow\left\{x\neq۰ \text{ و } \frac{۲}{x}\neq\pm۲\right\}$ (۰/۲۵)

$\rightarrow D_{fog}=R-\{۰,۱,-۱\}$ (۰/۲۵)

مشابه مثال صفحه ۷۳

۱۱۳ الف) $D_f=R-\{۰\}$ (۰/۲۵) , $D_g=[۱,+\infty)$ (۰/۲۵) (صفحه ۶۳ و ۶۶)

$D_{fog}=\{x\in D_f \mid g(x)\in D_f\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$

$D_{fog}=\left\{x\in\left[۱,+\infty\right) \mid \sqrt{x-۱}\in R-\{۰\}\right\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow D_{fog}=(۱,+\infty)$ (۰/۲۵)

ب) $(fog)(x)=f(\sqrt{x-۱})=\frac{\sqrt{x-۱}-۱}{\sqrt{x-۱}}$ (۰/۵)

ج) $\frac{۲f(۵)}{g(۵)}=\frac{۲\times\frac{۴}{۵}}{۲}=\frac{۴}{۵}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۱۴ $(۰,-۱)\Rightarrow c=-۱$ (۰/۲۵)

$(۱,۲)\Rightarrow a+b-۱=۲$ (۰/۲۵)

$(-۱,۰)\Rightarrow a-b-۱=۰$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow a=۲$(۰/۲۵), $b=۱$ (۰/۲۵) (صفحه ۴۶)

$\Rightarrow f(x)=۲x^۲+x-۱$ (۰/۲۵)

Telegram: @konkur_in

۱۱۵ صفحه ۶۳ و ۶۵

الف) $D_f = (-\infty, ۱]$ (۰/۲۵) , $D_g = [۱, +\infty)$ (۰/۲۵)

$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow D_{gof} = \left\{x \in \left(-\infty, ۱\right] \mid \sqrt{۱ - x} \in \left[۱, +\infty\right)\right\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow D_{gof} = \left(-\infty, ۰\right]$ (۰/۲۵)

$\underbrace{D_p = D_f \cap D_g}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\{۱\}}_{(۰/۲۵)}$

ب)

$P(x) = f(x) + g(x) = \sqrt{۱ - x} + \sqrt{x - ۱}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow P = \{(۱, ۰)\}$ (۰/۲۵)

۱۱۶

الف) $\underbrace{D_{fog} = \left\{x \in R - \{۱\} \mid \frac{x + ۲}{x - ۱} \neq ۰\right\}}_{(۰/۵)} = R - \{۱ , -۲\}$ (۰/۲۵)

ب) $fog = \frac{۱}{\frac{x+۲}{x-۱}}$ (۰/۲۵)

مشابه مثال صفحه ۶۸ و مسائل ۷۳ - ۷۴

ج) $(g - f)(۲) = g(۲) - f(۲) = ۴ - \frac{۱}{۲} = \frac{۷}{۲}$ (۰/۵)

۱۱۷

الف) $D_f = R$ (۰/۲۵) $D_g = [-۱, ۱]$ (۰/۲۵)

$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$ (۰/۲۵)

$\overbrace{D_{gof} = \{x \in R \mid \sin x \in [-۱, ۱]\}}^{(۰/۲۵)} = R$ (۰/۲۵)

ب) $(gof)(x) = \sqrt{۱ - \sin^۲ x} = |\cos x|$ (۰/۵)

ج) $\underbrace{۲f(۰) - ۳g(۰) = ۰ - ۳}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{-۳}_{(۰/۲۵)}$

۱۱۸

$\begin{cases} ۹ + ۳a - ۳b = ۰ & (۰/۲۵) \\ ۱ + a - ۳b = -۴ & (۰/۲۵) \end{cases} \Rightarrow ۸ + ۲a = ۴$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = -۲$ (۰/۲۵)

$-۱ - ۳b = -۴$ (۰/۲۵) $\Rightarrow b = ۱$ (۰/۲۵)

۱۱۹

الف) $۲f - g = \left\{\left(۱, -\frac{۷}{۲}\right), (-۱, -۲)\right\}$ (۰/۵)

ب) $gof = \left\{(۰, \sqrt{۲}), (۱, ۲)\right\}$ (۰/۵)

ج) $\left(\frac{f}{g}\right)(۱) = -\frac{۲}{۳}$ (۰/۵)

Telegram: @konkur_in

۱۲۰

الف) $D_f = R - \{۲\}$ (۰/۲۵) $\quad D_g = R$ (۰/۲۵)

$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$ (۰/۲۵)

$$\underbrace{D_{fog} = \{x \in R \mid ۳x - ۱ \in R - \{۲\}\}}_{(۰/۲۵)} \underbrace{= R - \{۱\}}_{(۰/۲۵)}$$

ب) $(fog)(x) = f(g(x)) = \dfrac{۶x - ۲}{۳x - ۳}$ (۰/۵)

ج) $(۳f + ۲g)(۳) = \underbrace{۳f(۳) + ۲g(۳) = ۱۸ + ۱۶}_{(۰/۵)} = \underbrace{۳۴}_{(۰/۲۵)}$

۱۲۱

$(۰, -۱) \to -۱ = c$ (۰/۲۵)

$$\begin{cases} (۱, ۰) \Rightarrow \underbrace{a + b = ۱}_{(۰/۲۵)} \\ (۲, ۳) \Rightarrow \underbrace{۴a + ۲b = ۴}_{(۰/۲۵)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = ۱ \\ ۴a + ۲b = ۴ \end{cases} \text{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{a = ۱}_{(۰/۲۵)} \quad , \quad \underbrace{b = ۰}_{(۰/۲۵)}$$

۱۲۲

الف) $(gof)(x) = \sqrt[۴]{x} + ۲$ (۰/۲۵)

ب) $D_f = [۰, \infty)$ (۰/۲۵) $\quad D_g = R$ (۰/۲۵)

$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$ (۰/۲۵) $\quad D_{gof} = \{x \in [۰, +\infty) \mid \sqrt{x} \in R\}$ (۰/۲۵) $= \left[۰, +\infty\right)$ (۰/۲۵)

ج) $(۲f - ۳g)(۱) = \underbrace{۲f(۱) - ۳g(۱) = ۲ - ۱۸}_{(۰/۵)} = \underbrace{-۱۶}_{(۰/۲۵)}$

۱۲۳

$(۰, ۳) \to ۳ = a \times ۰ \times + b \to b = ۳$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\qquad ۶ = -۴a + ۳ \to a = -\frac{۳}{۴}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۲۴

$(۰, ۳) \in$ تابع $\Rightarrow c = ۳$ (۰/۲۵)

$$\left.\begin{array}{l} (۱, ۰) \in \text{تابع} \Rightarrow ۰ = a + b + ۳ \quad \text{(۰/۲۵)} \\ (۲, ۳) \in \text{تابع} \Rightarrow ۳ = ۴a + ۲b + ۳ \quad \text{(۰/۲۵)} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} a + b = -۳ \\ ۴a + ۲b = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = ۳ \quad \text{(۰/۲۵)} \\ b = -۶ \quad \text{(۰/۲۵)} \end{cases}$$

۱۲۵

الف) $fog(x) = f(g(x)) = f(x^۲) = \sqrt{۱ - x^۲}$ (۰/۲۵)

ب) $D_g = R$ (۰/۲۵) $, D_f = \left(-\infty, ۱\right]$ (۰/۲۵)

$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \left\{x \in R \mid x^۲ \in \left(-\infty, ۱\right]\right\} = [-۱, ۱]$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

ج) $f(-۳) + ۲g(۱) = ۲ + ۲(۱) = ۴$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

Telegram: @konkur_in

۱۲۶ $(fog)(x) = x^۲ + bx + a$ (۰/۲۵)

$x^۲ + bx + a = x^۲ + ۴x + ۱$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = ۱$ (۰/۲۵)، $b = ۴$ (۰/۲۵)

۱۲۷ الف) $D_f = R$ (۰/۲۵)، $D_g = [-۲, +\infty)$ (۰/۲۵)

$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} \Rightarrow x - ۱ \geq -۲$ (۰/۲۵) $\Rightarrow D_{gof} = [-۱, +\infty)$ (۰/۲۵)

ب) $g(f(x)) = \sqrt{x - ۱ + ۲} = \sqrt{x + ۱}$ (۰/۲۵)

ج) $\frac{f(۲)}{g(۲)} = \frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵)

۱۲۸ $y = \sqrt{۲x + ۳} \Rightarrow ۲x = y^۲ - ۳$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = \frac{y^۲ - ۳}{۲}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{۱}{۲}x^۲ - \frac{۳}{۲}$ (۰/۲۵)

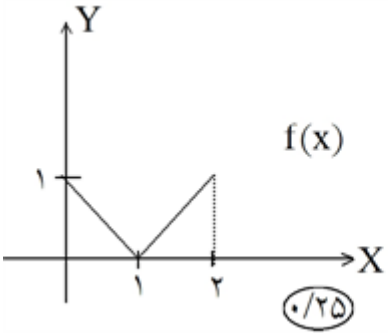
۱۲۹ $D_f = R - \{۰\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow D_{gof} = \underbrace{\{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}}_{(۰/۲۵)} = \left\{x \in R - \{۰\} \mid \underbrace{\frac{۱}{x} - ۱ \neq -۲}_{x \neq -۱ \ (۰/۲۵)}\right\}$

$D_g = R - \{-۲\}$ (۰/۲۵)

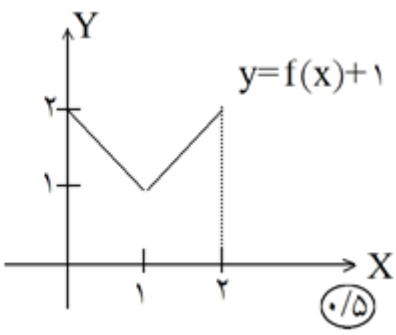
$\Rightarrow D_{gof} = R - \{۰, -۱\}$ (۰/۲۵)

۱۳۰ الف) $f \times g = \{(۱, ۱۲), (۳, -۴), (۰, ۰)\}$ (۰/۷۵) ب) $fog(۰) = ۷$ (۰/۲۵)

۱۳۱



(۰/۲۵)



(۰/۵)

$R_{f(x)+۱} = [۱, ۲]$ (۰/۵)

۱۳۲ $D_f : ۴ - x^۲ \geq ۰ \rightarrow -۲ \leq x \leq ۲ \rightarrow D_f = [-۲, ۲]$ (۰/۲۵)

$D_g : x - ۱ \neq ۰ \rightarrow x \neq ۱ \rightarrow D_g = R - \{۱\}$ (۰/۲۵)

$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \left\{-۲ \leq x \leq ۲ \mid \sqrt{۴ - x^۲} \neq ۱\right\}$ (۰/۲۵)

$\rightarrow ۴ - x^۲ \neq ۱ \rightarrow x \neq \pm\sqrt{۳} \rightarrow D_{gof} = \left[-۲, -\sqrt{۳}\right) \cup (-\sqrt{۳}, \sqrt{۳}) \cup \left(\sqrt{۳}, ۲\right]$ (۰/۷۵)

$(gof)(x) = \frac{\sqrt{۴ - x^۲} + ۲}{\sqrt{۴ - x^۲} - ۱}$ (۰/۵)

۱۳۳ $D_f : [+۱, +\infty)$ (۰/۲۵)

$x_۱ < x_۲ \rightarrow x_۱ - ۱ < x_۲ - ۱ \rightarrow \sqrt{x_۱ - ۱} < \sqrt{x_۲ - ۱} \rightarrow f(x_۱) < f(x_۲)$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

تابع f اکیداً صعودی است پس یک‌به‌یک است. (۰/۲۵)

Telegram: @konkur_in

۱۳۴ پس تابع یک به یک است.

$$f(x_۱)=f(x_۲)\Rightarrow \frac{x_۱-۱}{x_۱}=\frac{x_۲-۱}{x_۲}\Rightarrow x_۱x_۲-x_۲=x_۱x_۲-x_۱\Rightarrow x_۱=x_۲$$

(۰/۲۵) (۰/۵) (۰/۲۵)

۱۳۵

$$(\text{fog})(۱)=f(g(۱))=f(۳)=۴ \quad (۰/۲۵)$$
$$(\text{fog})(-۲)=f(g(-۲))=f(۷)=۸ \quad (۰/۲۵)$$
$$\text{fog}=\{(۱,۴),(-۲,۸)\} \quad (۰/۲۵)$$
$$(f+g)(۵)=f(۵)+g(۵)=۲+۹=۱۱ \quad (۰/۲۵)$$
$$f+g==\{(۵,۱۱)\} \quad (۰/۲۵)$$

۱۳۶

$$(\text{fog})(x)=f(g(x))=۳g(x)-a \quad (۰/۲۵)$$
$$\left.\begin{array}{c}=۳(ax+۳b)-a=۳ax+۹b-a\\(\text{fog})(x)=۳x-۱۰\end{array}\right\}\Rightarrow ۳ax+(۹b-a)=۳x-۱۰\Rightarrow \left.\begin{array}{c}a=۱\\۹b-a=-۱۰\end{array}\right\}\Rightarrow b=-۱$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

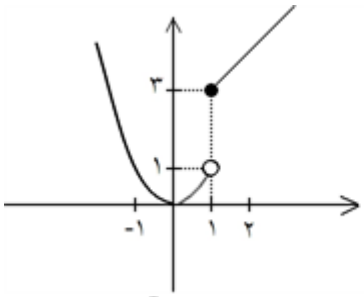
۱۳۷

الف) $(\text{gof})(x)=g(f(x))=g(x-۲)=\sqrt{x-۲+۱}=\sqrt{x-۱}$ (۰/۵)

ب) $D_f=R, D_g=\left[-۱,+\infty\right)$ (۰/۵)

$$D_{\text{gof}}=\{x|\ x\in D_f, f(x)\in D_g\}=\{x|\ x\in R, x-۲\geqslant -۱\}=\left[۱,+\infty\right)$$ (۰/۵)

۱۳۸



الف) رسم سهمی (۰/۵)

رسم خط (۰/۲۵)

ب) $f(-۱)=۱$ (۰/۲۵) $\Rightarrow f(f(۱))=f(-۱)=۳$ (۰/۲۵)

۱۳۹

$$f(g(x))=۲(g(x))^۲-۲ \quad (۰/۲۵)$$
$$۲(g(x))^۲-۲=۲x^۲+۴x \quad (۰/۲۵)$$
$$\Rightarrow ۲(g(x))^۲=۲x^۲+۴x+۲\Rightarrow (g(x))^۲=x^۲+۲x+۱=(x+۱)^۲ \quad (۰/۲۵)$$
$$\Rightarrow g(x)=|x+۱| \quad (۰/۲۵)$$

۱۴۰

$$\left.\begin{array}{c}A(۲,-۲)\Rightarrow -۲=۴a+۲+b\Rightarrow ۴a+b=-۴ \quad (۰/۲۵)\\B(۰,۳)\Rightarrow ۳=b \quad (۰/۵)\end{array}\right\}\Rightarrow a=\frac{-۷}{۴} \quad (۰/۲۵)$$

۱۴۱

$$f(x)=\sqrt{x+۱}\ ,g(x)=x^۲-۱\ ,g(۲)=۲^۲-۱=۳$$
$$\begin{cases}\text{gof}(x)=g(f(x))=(\sqrt{x+۱})^۲-۱=x\\ \text{fog}(۲)=f(g(۲))=f(۳)=۲\end{cases}$$
$$\Rightarrow \text{gof}(x)-۷x=\text{fog}(۲)\Rightarrow x-۷x=۲\Rightarrow x=-\frac{۱}{۳}$$

Telegram: @konkur_in

۱۴۲ $y = x^{۲} - ۳$

x	-۲	۰	۱	۳
y	۱	-۳	-۲	۶

۱۴۳ $f(x) = ۲x - ۱ \quad g(x) = ۳x + ۲$

$\text{fog}\,(۲) = f(g(۲)) = f(۸) = ۱۵ \quad \text{gof}\,(۱) = g(f(۱)) = g(۱) = ۵$

$\text{fog}\,(۲) + \text{gof}\,(۱) = ۱۵ + ۵ = ۲۰$

۱۴۴ $f(x) = ۷x + ۲ \quad g(x) = ۲x + ۵ \quad \text{fog}\,(x) = \text{fof}\,(۱)$

$\text{fog}\,(x) = f(g(x)) = ۷(۲x + ۵) + ۲ \Rightarrow \text{fog}\,(x) = ۱۴x + ۳۷$

$\text{fof}\,(۱) = f(f(۱)) = f(۹) = ۶۵$

$۱۴x + ۳۷ = ۶۵ \Rightarrow ۱۴x = ۲۸ \Rightarrow x = ۲$

۱۴۵ $\text{fog}\,(x) = f(g(x)) = ۳(۲x - ۳) + ۴ = ۶x - ۹ + ۴ = ۶x - ۵$

$\text{gof}\,(۲) = g(۱۰) = ۲(۱۰) - ۳ = ۱۷$

$(\text{fog})(x) = \text{gof}\,(۲) \Rightarrow ۶x - ۵ = ۱۷ \Rightarrow ۶x = ۲۲ \Rightarrow x = \frac{۲۲}{۶} = \frac{۱۱}{۳}$

۱۴۶ $\text{fog}\,(x) = ۳(۲x - ۳) + ۷ = ۶x - ۲ \qquad \text{gof}\,(x) = ۲(۳x + ۷) - ۳ = ۶x + ۱۱$

$۳(۶x - ۲) + ۲(۶x + ۱۱) = ۷ \Rightarrow ۳۰x = -۹ \Rightarrow x = \frac{-۳}{۱۰}$

۱۴۷ $(\text{fog})(۱) = ۲ \times ۶ + a = ۱۲ + a \qquad (\text{gof})(۱) = ۵ + (۲ + a) = ۷ + a$

$(۱۲ + a) + (۷ + a) = ۵ \Rightarrow ۲a = -۱۴ \Rightarrow a = -۷$

۱۴۸ $(\text{gof})(x) = (\sqrt{x^{۲} + ۱})^{۲} - ۱ = x^{۲} \quad \Rightarrow x^{۲} = ۱ \Rightarrow x = \pm ۱$

$(\text{fog})(۱) = f\,[g(۱) = ۰] = \sqrt{۰ + ۱} = ۱$

۱۴۹ $(\text{fog})(x) = (\sqrt{x})^{۲} + ۱ = x + ۱ \,, g(۴) = ۲$

$\text{fog}\,(x) = g(۴) \;\rightarrow\; x + ۱ = ۲ \;\rightarrow\; x = ۱$

۱۵۰ $(\text{gof})(x) = (\sqrt{x + ۲})^{۲} - ۲ = x$

۱۵۱ $\text{fog}\;(x) = ۲(۳x + ۲) + ۳ = ۶x + ۷ \,, \text{gof}\,(x) = ۳(۲x + ۳) + ۲ = ۶x + ۱۱$

$\text{fog}\,(۱) = f(g(۱)) = ۱۳ \Rightarrow ۶x + ۷ + ۶x + ۱۱ = ۱۳ \Rightarrow ۱۲x = -۵ \Rightarrow x = \frac{-۵}{۱۲}$

۱۵۲ $x = y \;\rightarrow\; ۲b = b + ۳ \;\rightarrow\; b = ۳$

۱۵۳ $\text{fog}\,(x) = \sqrt{۱ + ۲x - ۱} = \sqrt{۲x}$

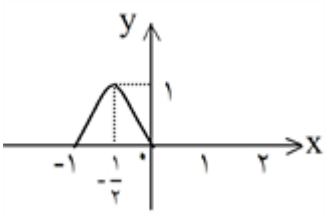
$D_{\text{fog}} = \{x \,|\, x \in D_g, g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \,|\, -۲x + ۱ \le ۱\} = \{x \in \mathbb{R} \,|\, -۲x \le ۰\} = [۰, +\infty)$

Telegram: @konkur_in

۱۵۴ $۰ = ۲ + ۲b \Rightarrow b = -۱$

$۰ = ۴ + ۲a + b \rightarrow ۴ + ۲a - ۱ = ۰ \rightarrow a = -\frac{۳}{۲}$

۱۵۵ $D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \geqslant ۰ \mid \sqrt{x} \in R\} = [۰, +\infty)$

۱۵۶ 

$۰ \leqslant -۲x \leqslant ۲ \Rightarrow -۱ \leqslant x \leqslant ۰ \Rightarrow D_{f(-۲x)} = [-۱, ۰]$

۱۵۷ $f(۰) = ۰$ (۰/۲۵) , $f(۲) = ۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ (۰/۵) یک به یک نیست.

۱۵۸ $g^۲(x) + ۲g(x) + ۲ = x^۲ - ۴x + ۵$ (۰/۲۵) $\Rightarrow g^۲(x) + ۲g(x) + ۱ = x^۲ - ۴x + ۴$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow (g(x) + ۱)^۲ = (x - ۲)^۲$ (۰/۲۵) $\Rightarrow g(x) = \pm(x - ۲) - ۱$ (۰/۲۵)

۱۵۹ الف) $(fog)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x}) = \frac{\sqrt[۳]{x}}{\sqrt{x} - ۱}$ (۰/۲۵)

ب) $D_f = R - \{۱\}$ (۰/۲۵) , $D_g = [۰, \infty)$ (۰/۲۵)

$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$ (۰/۲۵) $= \{x \geqslant ۰ \mid \sqrt{x} \neq ۱\}$ (۰/۲۵) $= [۰, \infty) - \{۱\}$ (۰/۲۵)

ج) $\left(\frac{f - g}{۲g}\right)(۴) = \frac{f(۴) - g(۴)}{۲g(۴)} = \frac{۴ - ۲}{۲(۲)} = \frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۶۰ $(۱, ۰) \Rightarrow ۰ = -۱ + b$ (۰/۲۵) $\Rightarrow b = ۱$ (۰/۲۵)

$(۱, ۰) \Rightarrow ۰ = ۱ + a - ۳$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = ۲$ (۰/۲۵)

۱۶۱ $D_f = x \geq -۳$

$f(x_۱) = f(x_۲) \Rightarrow \sqrt{x_۱ + ۳} - ۵ = \sqrt{x_۲ + ۳} - ۵ \Rightarrow \sqrt{x_۱ + ۳} = \sqrt{x_۲ + ۳} \Rightarrow x_۱ = x_۲$

یک به یک است (۰/۷۵)

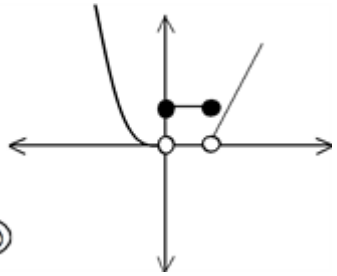
$y = \sqrt{x + ۳} - ۵ \Rightarrow y + ۵ = \sqrt{x + ۳} \xrightarrow{y \geq -۵} (y + ۵)^۲ = x + ۳$

$\Rightarrow (y + ۵)^۲ - ۳ = x, y \geq -۵ \Rightarrow f^{-۱}(x) = (x + ۵)^۲ - ۳, x \geq -۵$ (۰/۷۵)

۱۶۲ در بازه‌ی $(۱, +\infty)$ صعودی اکید (۰/۲۵)

در بازه‌ی $(-\infty, ۰)$ نزولی اکید (۰/۲۵)

در بازه‌ی $[۰, ۱]$ ثابت (۰/۲۵)



(۰/۷۵)

Telegram: @konkur_in

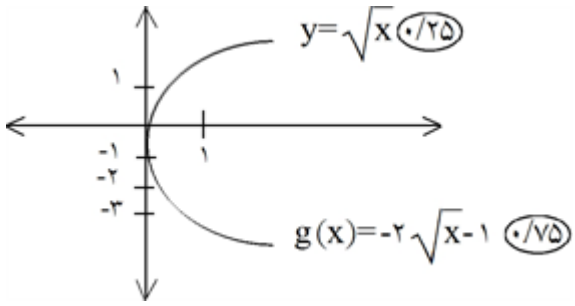
۱۶۳
الف) $f+g=\{(۱،۳)\ ،(۳،۸)\}$ (۰/۵)
ب) $(gof)(۳)=g(۳)=۵$ (۰/۵)

۱۶۴
$(۳,۵)\Rightarrow ۵=۹a+۳b$ (۰/۲۵)
$(-۱,۳)\Rightarrow ۳=a-b$ (۰/۵)
$\Rightarrow \begin{cases} a=\frac{۷}{۴} \text{ (۰/۲۵)} \\ b=-\frac{۱۱}{۴} \text{ (۰/۲۵)} \end{cases}$

۱۶۵
الف) $fog\ (x)=f(۴-x)=\sqrt{۴-x+۳}=\sqrt{۷-x}$ (۰/۵)
ب) $D_f=\left[-۳,+\infty\right)$ (۰/۲۵) و $D_g=R$ (۰/۲۵)
$D_{fog}=\{x\mid x\in D_g\ ,\ g(x)\in D_f\}=\{x\mid x\in R\ ,\ ۴-x\geq -۳\}=(-\infty\ ,\ ۷]$ (۰/۲۵)
(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)
ج) $\frac{۳g(۰)-f(۶)}{۳}=\frac{۱۲-۳}{۳}=۳$ (۰/۲۵)

۱۶۶
الف) $\frac{f}{g}=\left\{\left(۴,\frac{۵}{۶}\right)\right\}$ (۰/۵) $fog=\{(۳,۵),(۴,۳)\}$ (۰/۵)
ب) $۲f(۴)+g(۴)=۲\times ۵+۶=۱۶$ (۰/۷۵)

۱۶۷
الف) $۳(f(۴)-g(۴))=۳\left(\frac{۱}{۳}-۱\right)$ (۰/۵) $=-۲$ (۰/۲۵)
ب)
$\begin{cases} \begin{cases} D_f=R-\{۱\} \\ D_g=[۳,+\infty) \end{cases} \text{ (۰/۲۵)} \\ D_{fog}=\{x\in D_g\mid g(x)\in D_f\} \text{ (۰/۲۵)} \rightarrow \\ D_{fog}=\{x\in[۳,+\infty)\mid \sqrt{x-۳}\neq ۱\} \text{ (۰/۲۵)} =\{x\in[۳,+\infty)\mid x\neq ۴\}=\left[۳,۴\right)\cup(۴,+\infty) \text{ (۰/۵)} \end{cases}$

۱۶۸


۱۶۹
$p(x)=x^۲+bx+c\Rightarrow \begin{cases} p(۱)=۱+b+c=۱ \\ p(۲)=۴+۲b+c=۳ \end{cases}$ (۰/۲۵) $\rightarrow \begin{cases} b+c=۰ \\ ۲b+c=-۱ \end{cases} \rightarrow$
$b=-۱$ (۰/۲۵)، $c=۱$ (۰/۲۵) $\rightarrow p(x)=x^۲-x+۱$ (۰/۲۵)

Telegram: @konkur_in

۱۷۰ الف) $(gof)(x) = g(f(x)) = g(۲x - ۴) = \sqrt{۲x - ۱۰}$ (۰/۵)

$D_f = R$ (۰/۲۵) و $D_g = [۶, +\infty)$ (۰/۲۵)

$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in R \mid ۲x - ۴ \geq ۶\} = [۵, +\infty)$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

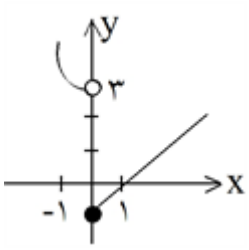
۱۷۱
$$\left.\begin{array}{l} A(-۱, ۲) \Rightarrow ۲ = a - b - ۲ \quad (۰/۲۵) \Rightarrow a - b = ۴ \\ B(۱, ۰) \Rightarrow ۰ = a + b - ۲ \quad (۰/۲۵) \Rightarrow a + b = ۲ \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} a = ۳ \quad (۰/۲۵) \\ b = -۱ \quad (۰/۲۵) \end{array}\right.$$

۱۷۲ الف) رسم سهمی (۰/۲۵)

رسم خط (۰/۲۵)

ب) $f(f(-۱)) = f(۴) = ۳$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)



۱۷۳ $f(۲) = ۱ - ۲^۲ = -۳$ (۰/۵)

$f(f(۲)) = f(-۳) = -۶$ (۰/۲۵)

۱۷۴ $f(x) = ax^۲ + bx + c$

$A(۰, ۱) \Rightarrow ۱ = ۰ + ۰ + c \quad \Rightarrow ۱ = c$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

$$\left.\begin{array}{l} B(-۱, ۰) \Rightarrow ۰ = a - b + ۱ \quad \Rightarrow \underset{(۰/۲۵)}{a - b = -۱} \\ M(۱, ۴) \Rightarrow ۴ = a + b + ۱ \quad \Rightarrow \underset{(۰/۲۵)}{a + b = ۳} \end{array}\right\} \Rightarrow \underset{(۰/۲۵)}{a = ۱}, \underset{(۰/۲۵)}{b = ۲}$$

۱۷۵ الف) $\frac{۲f(۴)}{g(۴)} = \frac{۲ \times \frac{۳}{۲}}{۱} = ۳$ (۰/۷۵)

ب) $D_f = R - \{۲\}$, $D_g = R - \{۰\}$ (۰/۲۵)

$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow D_{fog} = \left\{x \neq ۰ \mid \frac{۴}{x} \neq ۲\right\} = R - \{۰, ۲\}$ (۰/۵)

۱۷۶ الف) $D_f = R$ (۰/۲۵) و $D_g = ۱ - x \geq ۰ \rightarrow x \leq ۱$ (۰/۲۵)

ب) $D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in R \mid x + ۳ \leq ۱\} = (-\infty, -۲]$

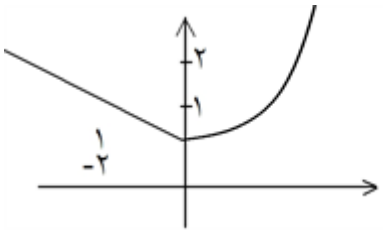
(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

ج) $fog(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{۱ - x}) = \sqrt{۱ - x} + ۳$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

Telegram: @konkur_in

۱۷۷ $f(-۴)=۳$ (۰/۲۵) $f(۳)=۱۰$ (۰/۲۵)



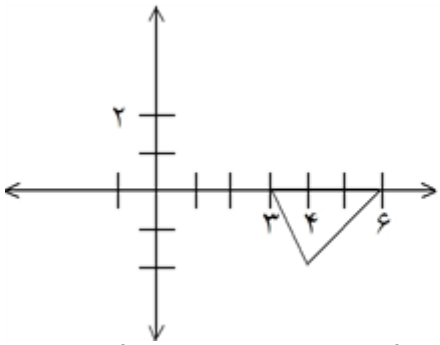
(۰/۵)

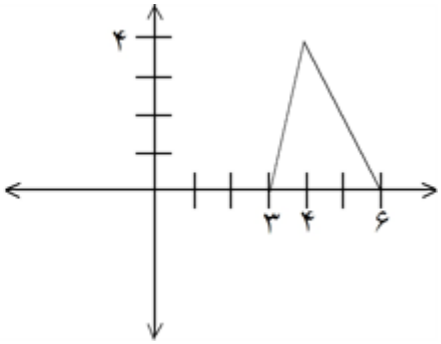
۱۷۸ $f(x_۱)=f(x_۲)\Rightarrow (x_۱-۲)^۲=(x_۲-۲)^۲ \xrightarrow[(۰/۲۵)]{} (x_۱-۲)=(x_۲-۲)\Rightarrow x_۱=x_۲$ (۰/۲۵)

$y=(x-۲)^۲ \Rightarrow \sqrt{y}=(x-۲) \Rightarrow \sqrt{y}+۲=x$ (۰/۲۵)

$x=\sqrt{y}+۲ \Rightarrow f^{-۱}(x)=\sqrt{x}+۲$ (۰/۲۵)

۱۷۹





$y=f(x-۳)$ (۰/۵) $y=-۲f(x-۳)$ (۰/۷۵)

۱۸۰
$$\left.\begin{array}{l} fog(x)=۸x+۱۲ \rightarrow f(g(x))=۸x+۱۲ \quad (۰/۲۵) \\ f(x)=۲x+۴ \Rightarrow f(g(x))=۲g(x)+۴ \quad (۰/۲۵) \end{array}\right\} \rightarrow ۲g(x)+۴=۸x+۱۲ \quad (۰/۲۵)$$

$g(x)=\frac{۸x+۸}{۲}=۴x+۴$ (۰/۲۵)

۱۸۱ الف) $fog(x)=f(g(x))=\frac{\frac{۱}{x-۱}+۱}{\frac{۱}{x-۱}-۳}$ (۰/۲۵)

ب) $D_g=R-\{۱\}$ (۰/۲۵) , $D_f=R-\{۳\}$ (۰/۲۵)

$D_{fog}=\{x|x\in D_g, g(x)\in D_f\}$ (۰/۲۵)

$D_{fog}=\left\{x|x\neq ۱, \frac{۱}{x-۱}\neq ۳\right\}=\left\{x|x\neq ۱, x\neq \frac{۴}{۳}\right\}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۸۲ $f(۰)=-۱\Rightarrow c=-۱$ (۰/۲۵)

$$\left.\begin{array}{l} f(۱)=۰\Rightarrow ۰=a+b-۱\Rightarrow a+b=۱ \quad (۰/۲۵) \\ f(۲)=۳\Rightarrow ۳=۴a+۲b-۱\Rightarrow ۲a+b=۲ \quad (۰/۲۵) \end{array}\right\} \Rightarrow a=۱, b=۰$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

Telegram: @konkur_in

۱۸۳ الف) $(gof)(x) = g(f(x)) = g(۳x^۲ - ۱) = \dfrac{۳x^۲ - ۱}{(۳x^۲ - ۱)^۲ - ۴}$ (۰/۲۵)

$D_f = R$ (۰/۲۵) و $D_g = R - \{\pm ۲\}$ (۰/۲۵)

$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in R \mid ۳x^۲ - ۱ \neq \pm ۲\} = R - \{\pm ۱\}$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

ب) $(f - ۳g)(۱) = f(۱) - ۳g(۱) = ۲ - ۳\left(-\dfrac{۱}{۳}\right) = ۳$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۸۴ $(f+g)(۱) = f(۱) + g(۱) = ۲ + ۵ = ۷$ (۰/۵)

۱۸۵ $\dfrac{f}{g} = \left\{\left(۱, \dfrac{۲}{۵}\right), \left(۳, \dfrac{۴}{۳}\right)\right\}$ (۰/۵)

۱۸۶ $D_{fog} = \{x \in \{-۲, ۰, ۱, ۳\} \mid g(x) \in \{۰, ۱, ۳\}\} = \{-۲, ۰, ۳\}$ (۰/۵)

۱۸۷ الف) $(۳f + ۲g)(۴) = ۳f(۴) + ۲g(۴)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow (۳f + ۲g)_{(۴)} = ۳۲$ (۰/۵)

ب) $D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$ (۰/۲۵) $D_{fog} = \left\{x \neq ۳ \mid \dfrac{۱}{x-۳} \in R\right\}$ (۰/۵) $D_{fog} = R - \{۳\}$ (۰/۲۵)

۱۸۸ الف) $f(۳) = ۶ \quad , g(۳) = ۲$ (۰/۲۵) $\Rightarrow (f - ۲g)(۳) = ۶ - ۴ = ۲$ (۰/۲۵)

ب) $(fog)(x) = f(g(x)) = (\sqrt{x+۱})^۲ - ۳$ (۰/۲۵)

۱۸۹ سهمی $\in (۲, ۰) \Rightarrow ۰ = ۴a + ۲b + c$ (۰/۲۵)

سهمی $\in (۰, -۱) \Rightarrow -۱ = c$ (۰/۲۵) $\begin{cases} ۹a + ۳b = ۲ \\ ۴a + ۲b = ۱ \end{cases} \Rightarrow a = \dfrac{۱}{۶}$ (۰/۲۵) $b = +\dfrac{۱}{۶}$ (۰/۲۵)

سهمی $\in (۳, ۱) \Rightarrow ۱ = +۹a + ۳b - ۱$ (۰/۲۵)

۱۹۰ تابع $\in (۰, -۱)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \begin{cases} -۱ = b & (۰/۲۵) \\ -۱ = ۳a \Rightarrow a = \dfrac{-۱}{۳} & (۰/۲۵) \end{cases}$

۱۹۱ $g(۱) = ۲ + ۱^۲ = ۳$ (۰/۲۵) $\Rightarrow (fog)(۱) = f(g(۱)) = f(۳)$ (۰/۲۵) $= ۳^۲ - ۴(۳)$ (۰/۲۵) $= -۳$ (۰/۲۵)

۱۹۲ سهمی $\in (۰, -۲) \Rightarrow -۲ = c$ (۰/۲۵)

سهمی $\in (۱, ۰) \Rightarrow ۰ = a + b - ۲ \Rightarrow a + b = ۲$ (۰/۵)

سهمی $\in (-۱, ۱) \Rightarrow ۱ = a - b - ۲ \Rightarrow a - b = ۳$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow a = \dfrac{۵}{۲}$ (۰/۲۵) $, b = \dfrac{-۱}{۲}$ (۰/۲۵)

۱۹۳ $\begin{cases} ۱ - b + c = ۲ & (۰/۲۵) \\ ۰ - b(۰) + c = ۳ & (۰/۲۵) \Rightarrow c = ۳ \ (۰/۲۵) \end{cases} \Rightarrow b = ۲$ (۰/۲۵)

Telegram: @konkur_in

۱۹۴ الف)

$۱ - x^۲ \geqslant ۰ \Rightarrow x^۲ \leqslant ۱ \Rightarrow -۱ \leqslant x \leqslant ۱$ (۰/۲۵) $\Rightarrow D_f = [-۱, ۱]$ (۰/۲۵)

ب)

$(\text{fof})(x) = f(f(x)) = \sqrt{۱ - (\sqrt{۱ - x^۲})^۲}$ (۰/۲۵) $= |x|$ (۰/۲۵)

ج)

$$f\left(f\left(\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)\right) = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$ (۰/۵)

۱۹۵ $f(x) = (۱ - x)^۳$

$$\left.\begin{array}{l} f(x_۱) = (۱ - x_۱)^۳ \\ f(x_۲) = (۱ - x_۲)^۳ \\ f(x_۱) = f(x_۲) \end{array}\right\} \Rightarrow (۱ - x_۱)^۳ = (۱ - x_۲)^۳$$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \ldots \Rightarrow x_۱ = x_۲$ (۰/۲۵)

پس f یک‌به‌یک است و بنابراین معکوس‌پذیر است. (۰/۲۵)

$y = (۱ - x)^۳ \Rightarrow \sqrt[۳]{y} = ۱ - x \Rightarrow x = ۱ - \sqrt[۳]{y} \Rightarrow f^{-۱}(x) = ۱ - \sqrt[۳]{x}$ و $x \in R$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۹۶ $$\left.\begin{array}{l} y = -\left[(x - ۲)^۲ - ۱\right] \Rightarrow (x - ۲)^۲ = ۱ - y \Rightarrow |x - ۲| = \sqrt{۱ - y} \\ x < ۲ \end{array}\right\} \Rightarrow -(x - ۲) = \sqrt{۱ - y} \Rightarrow$$

$x = ۲ - \sqrt{۱ - y} \Rightarrow f^{-۱}(x) = ۲ - \sqrt{۱ - x}, x < ۱$

۱۹۷ $y = -x^۲ + ۴x - ۳ = -\left[(x - ۲)^۲ - ۱\right]$

$$\left.\begin{array}{l} y_۱ = -\left[(x_۱ - ۲)^۲ - ۱\right] \\ y_۲ = -\left[(x_۲ - ۲)^۲ - ۱\right] \\ y_۱ = y_۲ \end{array}\right\} \Rightarrow x_۱ = x_۲ \Rightarrow$$ تابع یک‌به‌یک است پس معکوس‌پذیر است

۱۹۸ $$\text{gof}\ (x) = \frac{۱}{۱ - x - ۱} = \frac{-۱}{x}$$

۱۹۹ $D_f = (-\infty, ۱], D_g = R - \{۱, -۱\}$

$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} \Rightarrow \{x \in (-\infty, ۱] \mid \underbrace{\sqrt{۱ - x} \neq ۱, -۱}_{x \neq ۰}\}$

$D_{\text{gof}} = (-\infty, ۱] - \{۰\} = (-\infty, ۰) \cup (۰, ۱]$

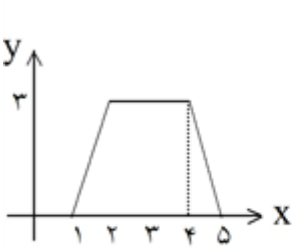
۲۰۰ $f(x) = ۳x + ۲$, $g(x) = x^۲ + ۱$ $(\text{fog})(x) = ۳(x^۲ + ۱) + ۲ = ۳x^۲ + ۵$

$(\text{fog})(x) = ۸۰ \Rightarrow ۳x^۲ + ۵ = ۸۰ \Rightarrow x^۲ = ۲۵ \Rightarrow x = \pm ۵$

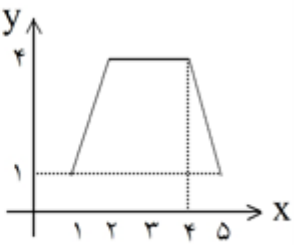
۲۰۱ $D_f = [-۱, ۳]$ $R_f = [۰, ۳]$

Telegram: @konkur_in

۲۰۲



f(x - ۲)



f(x - ۲) + ۱

$D = [۱, ۵] \qquad R = [۱, ۴]$

۲۰۳

$$(\text{gof})(x) = \frac{۱}{\sqrt{x^۲ - ۱}}$$

۲۰۴

$$D_f : x^۲ - ۱ \geqslant ۰ \Rightarrow |x| \geqslant ۱ \Rightarrow D_f = \left(-\infty, -۱\right] \cup \left[۱, +\infty\right)$$

$$D_g : x \neq ۰ \Rightarrow D_g = R - \{۰\}$$

$$D_{\text{gof}} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \left\{x \in (-\infty, -۱] \cup [۱, \infty) \mid \underbrace{\sqrt{x^۲ - ۱} \neq ۰}_{x \neq ۱ \,,\, -۱}\right\}$$

$$\Rightarrow D_{\text{gof}} = (-\infty, -۱) \cup (۱, +\infty)$$

۲۰۵

$$(\text{gof})(x) = g(f(x)) = ۲ + \frac{\sqrt{x + ۳}}{۳}$$

۲۰۶

$$D_{\text{gof}} = \{x \in D_f | f(x) \in D_g\} = [-۳, +\infty)$$

۲۰۷ f یک‌به‌یک است و از آن‌جا معکوس‌پذیر است.

$$y_۱ = \frac{۱ - ۲x_۱}{۱ + x_۱}, y_۲ = \frac{۱ - ۲x_۲}{۱ + x_۲} \Rightarrow \frac{۱ - ۲x_۱}{۱ + x_۱} = \frac{۱ - ۲x_۲}{۱ + x_۲} \Rightarrow x_۱ = x_۲$$

$$y = \frac{۱ - ۲x}{۱ + x} \Rightarrow y + yx + ۲x - ۱ = ۰ \Rightarrow x = \frac{۱ - y}{۲ + y} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{۱ - x}{۲ + x}$$

۲۰۸

$$\begin{cases} D_f = R \\ D_g : ۱ - x^۲ \geqslant ۰ \rightarrow -۱ \leqslant x \leqslant ۱ \end{cases}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = ۰\} = \{x \mid -۱ \leqslant x \leqslant ۱\} - \{\pm ۱\} = \{x \mid -۱ < x < ۱\}$$

$$\text{gof}\ (x) = \sqrt{۱ - (x + ۲)^۲}$$

۲۰۹

$$(-۱, ۲) \in \text{منحنی} \Rightarrow ۲ = a - b - ۲$$

$$(۱, ۰) \in \text{منحنی} \Rightarrow ۰ = a + b - ۲$$

$$\begin{cases} a - b = ۴ \\ a + b = ۲ \end{cases} \Rightarrow a = ۳ \text{ و } b = -۱$$

۲۱۰

$$f(g(x)) = ۲g(x) - ۵ = ۵x + ۴ \Rightarrow g(x) = \frac{۱}{۲}(۵x + ۹)$$

Telegram: @konkur_in

۲۱۱ $$\begin{matrix}(۱,۱) \to \\ (-۱,۰) \to\end{matrix}\begin{cases}۱ = a+b+۱ \\ ۰ = a-b+۱\end{cases} \Rightarrow \begin{matrix}a = -\frac{۱}{۲} \\ b = +\frac{۱}{۲}\end{matrix}$$

۲۱۲ الف) $\text{fof}(x) = f(f(x)) = \dfrac{۱}{۲\left(\frac{۱}{۲x}\right)} = x$

ب) $f\left(\frac{۱}{۴}\right) = ۲ \qquad f\left(f\left(\frac{۱}{۴}\right)\right) = f(۲) = \frac{۱}{۴}$

۲۱۳ $$(۱,۰) \Rightarrow \begin{cases}۰ = ۱ + a - ۳b \\ ۰ = -۱ + b\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}۱ + a - ۳ = ۰ \\ b = ۱\end{cases} \Rightarrow a = ۲$$

۲۱۴ $$f(g(x)) = ۲g(x) - ۷ = ۵x + ۹ \Rightarrow ۲g(x) = ۵x + ۱۶ \Rightarrow g(x) = \frac{۵x + ۱۶}{۲}$$

۲۱۵ $$x = -\frac{b}{۲a} = ۱ \Rightarrow ۲a + b = ۰$$

$$۴ = a(-۲)^۲ + b(-۲) \Rightarrow ۲a - b = ۲ \Rightarrow a = \frac{۱}{۲} \text{ و } b = -۱$$

۲۱۶ با بررسی یک به یک بودن شاخه‌ها و $R_۱ \cap R_۲ = \emptyset$ پس تابع یک به یک است و

$$y_۱ = x + ۱ \Rightarrow x = y_۱ - ۱$$

$$y_۲ = x^۲ + ۱ \Rightarrow |x| = \sqrt{y_۲ - ۱} \xrightarrow{x \geq ۰} x = \sqrt{y_۲ - ۱} \qquad R_۲ = \left[۱, +\infty\right)$$

$$f^{-۱}(x) = \begin{cases}x - ۱ & x < ۱ \\ \sqrt{x - ۱} & x \geqslant ۱\end{cases}$$

۲۱۷ $$D_f = [۰, +\infty) \text{ و } D_g = R - \{۱, -۱\}$$

$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in [۰, +\infty) \mid \underbrace{\sqrt{x} \in R - \{۱, -۱\}}_{\sqrt{x} \neq ۱}\} = [۰, +\infty) - \{۱\}$$

$$\Rightarrow \quad gof(x) = \frac{۱}{x - ۱} \qquad x \neq ۱$$

۲۱۸ $$D_f = R, D_g : -x \geqslant ۰ \Rightarrow x \leqslant ۰ \Rightarrow D_g = (-\infty, ۰]$$

$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in R \mid \underbrace{x^۲ + ۱ \in (-\infty, ۰]}_{\text{غیر ممکن}}\} = \varnothing$$

چون دامنه $\emptyset$ شد، پس gof ضابطه ندارد.

۲۱۹ تابع f یک به یک است $f(x_۱) = f(x_۲) \Rightarrow x_۱^۲ + ۱ = x_۲^۲ + ۱ \Rightarrow x_۱^۲ = x_۲^۲ \xrightarrow{x \leqslant ۰} x_۱ = x_۲ \Rightarrow$

$$y = x^۲ + ۱ \Rightarrow x^۲ = y - ۱ \Rightarrow |x| = \sqrt{y - ۱} \Rightarrow x = -\sqrt{y - ۱} \Rightarrow y = -\sqrt{x - ۱} \Rightarrow f^{-۱}(x) = -\sqrt{x - ۱}$$

دقت کنید چون در تابع f داریم، $x \leqslant ۰$ پس در تابع $f^{-۱}$ داریم $y \leqslant ۰$.

Telegram: @konkur_in

۲۲۰ $f(x)=\sqrt{x-۱} \Rightarrow D_f=\left[۱,+\infty\right) \qquad g(x)=\frac{۱}{x} \Rightarrow D_g=R-\{۰\}$

$D_{\text{fog}}=\{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}=\left\{x \neq ۰ \mid \frac{۱}{x} \geqslant ۱\right\}=\left\{x \neq ۰ \mid \frac{۱}{x}-۱ \geqslant ۰\right\}$

$=\left\{x \neq ۰ \mid \frac{۱-x}{x} \geqslant ۰\right\}=\{x \neq ۰ \mid ۰<x \leqslant ۱\}=\left(۰,۱\right]$

$(\text{fog})_{(x)}=\sqrt{\frac{۱}{x}-۱}=\sqrt{\frac{۱-x}{x}}$

x		۰	۱
۱ - x	+	+	-
x	-	+	+
$\frac{۱-x}{x} \geqslant ۰$	-	+ ج	-

۲۲۱ $\text{gog}(x)=g(g(x))=\sqrt{\sqrt{x-۱}-۱}$ (۰/۲۵)

۲۲۲ $g(x)=\sqrt{x-۱}$

$D_g: \ x-۱ \geq ۰ \Rightarrow x \geq ۱ \Rightarrow D_g=\left[۱,+\infty\right)$ (۰/۲۵)

$D_{gog}=\{x \in D_g \mid g(x) \in D_g\}$ (۰/۲۵) $=\left\{x \in [۱,+\infty) \mid \underbrace{\sqrt{x-۱} \geqslant ۱}_{x-۱ \geqslant ۱ \ \Rightarrow \ x \geqslant ۲}\right\}=[۲,+\infty)$ (۰/۲۵)

۲۲۳ $\text{fog}(x)=f(g(x))=(g(x))^۳+۲g(x) \Rightarrow \text{fog}(x)=(۴-x^۲)^۳+۲(۴-x^۲)$

$\text{fog}(۱)=۳^۳+۲\times۳=۳۳$

۲۲۴ طول هر نقطه روی محور عرض‌ها برابر صفر است.

نقطه تقاطع $A=(۰,-۱)$

$A \in y=ax^۲+x+b \rightarrow -۱=b$

$A \in y=x+۳a \rightarrow -۱=۳a \rightarrow a=-\frac{۱}{۳}$

۲۲۵ $f(۲)=-۲+۱=-۱ \Rightarrow f(f(۲))=f(-۱)=۲(-۱)^۲=۲$

۲۲۶ الف) $(f-۲g)(x)=f(x)-۲g(x)=x^۲+۳-۲\sqrt{x-۱}$

$\Rightarrow (f-۲g)(۵)=۵^۲+۳-۲\sqrt{۵-۱}=۲۸-۲\times۲=۲۴$

ب) $\text{fog}(x)=f(g(x))=[g(x)]^۲+۳=|x-۱|+۳$

$\text{fog}(x)=x-۱+۳=x+۲ \Rightarrow D_{\text{fog}}=\{x \in D_g \mid (g(x)) \in D_f\}$

$D_f: R \quad D_{\text{fog}}: \{x \geq ۱ \mid g(x) \in D_f\}$

$D_g: x-۱ \geq ۰ \Rightarrow x \geq ۱ \quad D_{\text{fog}}: \{x \geq ۱ \mid \sqrt{x-۱} \in R\}=[۱,+\infty)$ با توجه به دامنه:

Telegram: @konkur_in

۲۲۷ منحنی محور x ها را در نقطه‌ای به عرض ۰ و محور y ها را در نقطه‌ای به طول صفر قطع می‌کند.

$B(-۱, ۰)$ محل تلاقی با محور x ها

$C(۰, ۲)$ محل تلاقی با محور y ها

A روی منحنی است. پس مختصات نقطه A در ضابطه سهمی صدق می‌کند.

$A \in \text{سهمی} \Rightarrow ۶ = a\times(۱)^۲ + b\times(۱) + c \Rightarrow a + b + c = ۶$

$B \in \text{سهمی} \Rightarrow ۰ = a\times(-۱)^۲ + b\times(-۱) + c \Rightarrow a - b + c = ۰$

$C \in \text{سهمی} \Rightarrow ۲ = a\times(۰)^۲ + b\times(۰)^۲ + c \Rightarrow c = ۲$

$$\begin{cases} a+b+۲=۶ \\ a-b+۲=۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=۴ \\ a-b=-۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} ۲a=۲ \Rightarrow a=۱ \\ b=۳ \end{matrix}$$

۲۲۸
$$\begin{cases} f(x)=x^۲ \\ g(x)=\sqrt{x} \end{cases} \Rightarrow \text{fog}\,(x) = f(g(x)) = (\sqrt{x})^۲ \to D_{\text{fog}\,(x)} = x \geqslant ۰$$

$D_f : R \quad D_g : x \geqslant ۰$

$D_{\text{fog}} : \{x | x \in D_g, g(x) \in D_f\}$

$\{x \geqslant ۰, \sqrt{x} \in R\} \Rightarrow x \geqslant ۰$

۲۲۹
$$f(x-۱) = \frac{x+۳}{x+۱} \Rightarrow x-۱ = t \Rightarrow x = t+۱$$

$$f(t) = \frac{t+۱+۳}{t+۱+۱} \Rightarrow f(t) = \frac{t+۴}{t+۲} \Rightarrow f(x) = \frac{x+۴}{x+۲} \Rightarrow f(-۱) = \frac{۳}{۱} = ۳$$

۲۳۰
$$c\left|\begin{matrix}۰ \\ -۱\end{matrix}\right. \to c=-۱ \quad x=۲ \to y=x+۱ \Rightarrow \left|\begin{matrix}۲ \\ ۳\end{matrix}\right. \quad x=۱ \to y=x+۱ \Rightarrow \left|\begin{matrix}۱ \\ ۲\end{matrix}\right.$$

$f(x) = ax^۲ + bx + c \to A[۲, ۲+۱], B[۱, ۱+۱] \to A[۲, ۳], B[۱, ۲], C[۰, -۱]$

$$\begin{cases} A[۲ \text{ و } ۳] \to ۴a+۲b+c=۳ \\ B[۱ \text{ و } ۲] \to a+b+c=۲ \end{cases} \Rightarrow -۴ \begin{cases} ۴a+۲b=۴ \\ a+b=۳ \end{cases} \to \begin{cases} ۴a+۲b=۴ \\ -۴a-۴b=-۱۲ \end{cases} \Rightarrow a=-۱, b=۴$$

۲۳۱
$$(\text{fog})(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x+۱}) = (\sqrt{x+۱})^۲ - ۱ = x$$

$D_f = R, D_g = [-۱, +\infty)$

$$D_{\text{fog}} = \{x \in D_g \,|\, g(x) \in D_f\} = \left\{x \in \left[-۱, +\infty\right) | \sqrt{x+۱} \in R\right\} = \left[-۱, +\infty\right)$$

۲۳۲
$$x-۳ = t \Rightarrow x = t+۳$$

$$f(t) = \frac{t+۳+۱}{t+۳+۲} = \frac{t+۴}{t+۵} \Rightarrow f(x) = \frac{x+۴}{x+۵} \Rightarrow f(۱) = \frac{۵}{۶}$$

۲۳۳

الف)

$$\left.\begin{matrix} f(x)=\sqrt{x+۳} \\ g(x)=۴-x \end{matrix}\right\} h(x) = f(x) - ۲g(x) = \sqrt{x+۳} - ۲(۴-x)$$

$h(۱) = \sqrt{۱+۳} - ۲(۴-۱) \to h(۱) = -۴$

$D_g = R \,, D_f = [-۳, +\infty)$

ب) $D_{\text{fog}} = \{x \in D_g \,|\, g(x) \in D_f\} = \{x \in R \,|\, ۴-x \geqslant -۳\}$

$= \{x \in R \,|\, x \leqslant ۷\} \Rightarrow D_{\text{fog}} = \{x \,|\, x \in R, x \leqslant ۷\}$

۲۳۴
$$\begin{cases} y = x^۲ + ax - ۳b \\ y = -x + b \end{cases} \xrightarrow[\text{تابع قرار می دهیم}]{\text{نقطه}(-۱,۰)\text{را در هر دو}} \begin{cases} ۰ = ۱ - a - ۳b \\ ۰ = ۱ + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=-۱ \\ a=۴ \end{cases}$$

Telegram: @konkur_in

$\begin{cases} f(x)=x \\ \end{cases} \quad \begin{cases} f(g(x)) = x^۲ - ۱ \\ \end{cases}$

www.konkur.in

$\begin{cases} g(x) = x^{۲} - ۱ \\ g(۱) = ۰ \end{cases} \Rightarrow \Rightarrow f(g(۱)) = ۰$ ۲۳۵

$f(x-۱) = x^{۲} \xrightarrow{x-۱=t} f(t) = (t+۱)^{۲} \Rightarrow f(x) = (x+۱)^{۲}$ ۲۳۶

$g(x) = (x+۱)^{۲} \xrightarrow{x=t+۱} \Rightarrow \text{gof}(x) = g(f(x)) = (x+۱)^{۲}$ ۲۳۷

$\Rightarrow f(x) = (x+۱)^{۲} \Rightarrow f(۱) = ۴$

$\begin{cases} D_g : R \\ D_f : R \end{cases} \Rightarrow D_{۲f-g} : D_f \cap D_g = R$

$۲f(x) - g(x) = ۲x - (x+۱)^{۲} \quad D_{۲f-g} = R \Rightarrow D = (-\infty, +\infty)$

$f(x+۳) = \frac{۲x}{x-۱} \xrightarrow[x=t-۳]{x+۳=t} f(t) = \frac{۲(t-۳)}{t-۳-۱} \Rightarrow f(x) = \frac{۲x-۶}{x-۴}$ ۲۳۸

$\xrightarrow{x=-۳} f(-۳) = \frac{-۶-۶}{-۷} = \frac{-۱۲}{-۷} \Rightarrow f(-۳) = \frac{۱۲}{۷}$

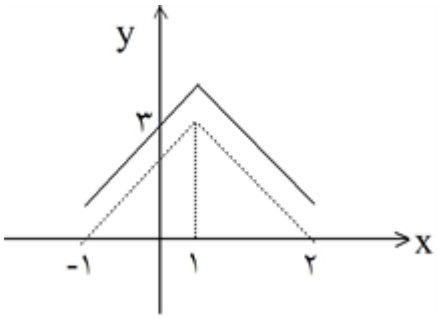
الف : $f(f(x)) = \frac{۱}{۲\left(\frac{۱}{۲x}\right)} = x$ ب : $f\left(\frac{۱}{۴}\right) = ۲ \Rightarrow f\left(f\left(\frac{۱}{۴}\right)\right) = \frac{۱}{۴}$ ۲۳۹

سهمی $\in (۰,۳) \Rightarrow ۳ = a\times(۰)^{۲} + b\times(۰) + c \Rightarrow c = ۳$ ۲۴۰

سهمی $\in (۱,۰) \Rightarrow ۰ = a\times(۱)^{۲} + b\times(۱) + c$

سهمی $\in (۲,۳) \Rightarrow ۳ = a\times(۲)^{۲} + b\times(۲) + c$

$\begin{cases} a+b = -۳ \\ ۲a+b = ۰ \end{cases} \Rightarrow a = ۳, b = -۶$



۲۴۱

$D = [-۱, ۲] \qquad R = [۱, ۴]$ ۲۴۲

۲۴۳ خیر زیرا: $f^{-۱} \text{of} : D_f \to D_f$

$\text{fof}^{-۱} : R_f \to R_f$

چون: $\text{fof}^{-۱} \neq f^{-۱} \text{of}$ پس $D_f \neq R_f = D_{f^{-۱}}$

$y = \sqrt{x-۱} \to y^{۲} + ۱ = x \to f^{-۱}(x) = x^{۲} + ۱ \quad x \geqslant ۰$ ۲۴۴

$f(x_۱) = f(x_۲) \to \sqrt{x_۱ - ۱} = \sqrt{x_۲ - ۱} \Rightarrow x_۱ = x_۲$ ۲۴۵

$R_f = [۰, \infty), D_f = (۱, \infty)$ پس f یک به یک است و بنابراین معکوس‌پذیر است.

$f(x) = \sqrt{x+۲}, D_f = [-۲, +\infty], R_f = \left[۰, +\infty\right)$ ۲۴۶

اگر $x_۱, x_۲ \in D_f, f(x_۱) = f(x_۲) \Rightarrow x_۱ = x_۲$ شرط یک به یک بودن :

$\sqrt{x_۱ + ۲} = \sqrt{x_۲ + ۲} \to x_۱ + ۲ = x_۲ + ۲ \to x_۱ = x_۲$ پس تابع یک به یک است

$y = \sqrt{x+۲} \to y^{۲} = x + ۲ \to y^{۲} - ۲ = x \to f^{-۱}(x) = x^{۲} - ۲ \quad x \geqslant ۰$

Telegram: @konkur_in

$\text{fog}(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{۱}{\sqrt{x}}\right)^{۲} = \frac{۱}{x}$ $\text{gof}(x) = g(f(x)) = g(x^{۲}) = \frac{۱}{\sqrt{x^{۲}}} = \frac{۱}{|x|}$ ۲۴۷

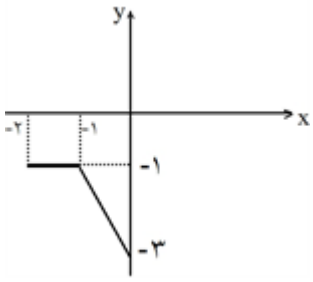
www.konkur.in

باتوجه به ضابطه مشخص می‌شود $\text{gof}(x) \neq \text{fog}(x)$ و از طرفی با توجه به دامنه تعریف دو تابع چون:

۲۴۸

$D_{\text{fog}} = \{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\} = \left\{x \mid x \in (۰, +\infty), \frac{۱}{\sqrt{x}} \in R\right\} = (۰, +\infty)$

$D_{\text{gof}} = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_f\} = \left\{x \mid x \in R, x^۲ \in (۰, +\infty)\right\} = R - \{۰\}$



۲۴۹

$D_f = R - \{۱\} \qquad D_g = [-۲, +\infty)$

$D_{\text{gof}} = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_g\}$

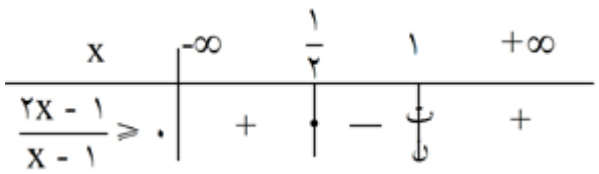
$= \left\{x \mid x \in R - \{۱\}, \frac{۱}{x-۱} \in \left[-۲, +\infty\right)\right\} = \left\{x \mid x \neq ۱, \frac{۱}{x-۱} \geqslant -۲\right\}$

$\frac{۱}{x-۱} \geqslant -۲ \Rightarrow \frac{۱}{x-۱} + ۲ \geqslant ۰ \Rightarrow \frac{۱ + ۲x - ۲}{x-۱} \geqslant ۰ \Rightarrow \frac{۲x-۱}{x-۱} \geqslant ۰$

$x \in \left(-\infty, \frac{۱}{۲}\right] \cup (۱, +\infty)$

$\Rightarrow D_{\text{gof}} = \left\{x \neq +۱, x \in \left(-\infty, \frac{۱}{۲}\right] \cup (۱, +\infty)\right\} = \left(-\infty, \frac{۱}{۲}\right] \cup (۱, +\infty)$

$\text{gof}(x) = g\left(\frac{۱}{x-۱}\right) = \sqrt{\frac{۱}{x-۱} + ۲} = \sqrt{\frac{۲x-۱}{x-۱}}$



۲۵۰

$f(x) = \sqrt{x-۳} \qquad D_f : x - ۳ \geqslant ۰ \Rightarrow x \geqslant ۳ \Rightarrow D_f = \left[۳, +\infty\right)$

$g(x) = \frac{x+۱}{x-۱} \qquad D_g : x - ۱ = ۰ \Rightarrow x = ۱ \Rightarrow D_g = R - \{۱\}$

$D_{\text{gof}} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \left\{x \in \left[۳, +\infty\right) \mid \sqrt{x-۳} \in R - \{۱\}\right\} = \left[۳, +\infty\right) - \{۴\} = \left[۳, ۴\right) \cup (۴, +\infty)$

$\text{gof} = g(f(x)) = g(\sqrt{x-۳}) = \frac{\sqrt{x-۳}+۱}{\sqrt{x-۳}-۱}$

$D_{\text{fog}} : [۳, ۴) \cup (۴, +\infty)$

۲۵۱

$f(x_۱) = f(x_۲) \Rightarrow (۱ - ۲x_۱)^۳ = (۱ - ۲x_۲)^۳ \Rightarrow ۱ - ۲x_۱ = ۱ - ۲x_۲ \Rightarrow -۲x_۱ = -۲x_۲$

$\Rightarrow x_۱ = x_۲ \Rightarrow f$ یک به یک است

$y = (۱ - ۲x)^۳ \Rightarrow ۱ - ۲x = \sqrt[۳]{y} \Rightarrow x = \frac{۱ - \sqrt[۳]{y}}{۲} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{۱ - \sqrt[۳]{x}}{۲}$

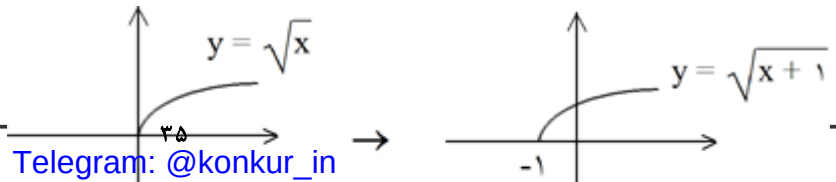
۲۵۲

$f(x) = |x| + ۱ \Rightarrow D_f = R$

$g(x) = x\sqrt{x} \Rightarrow D_g : x \geq ۰ \Rightarrow D_g = [۰, +\infty)$

$D_{\text{gof}} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in R \mid (|x| + ۱) \in [۰, +\infty)\} = R$

$\text{gof} = g(f(x)) = (|x| + ۱).\sqrt{|x| + ۱}$



۲۵۳

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۵۴ f یک‌به‌یک است و بنابراین معکوس‌پذیر است.

$$y_۱ = \sqrt{x_۱ + ۲}, y_۲ = \sqrt{x_۲ + ۲} \Rightarrow \sqrt{x_۱ + ۲} = \sqrt{x_۲ + ۲} \Rightarrow x_۱ = x_۲$$

$$y = \sqrt{x + ۲} \Rightarrow y^۲ = x + ۲ \Rightarrow x = y^۲ - ۲ \Rightarrow f^{-۱}(x) = x^۲ - ۲, x \geqslant ۰$$

تذکر: $D_{f^{-۱}} = R_f$

۲۵۵ $D_f : x - ۳ \geqslant ۰ \Rightarrow D_f = [۳, +\infty)$ $\quad D_g : x - ۱ \neq ۰ \Rightarrow D_g = R - \{۱\}$

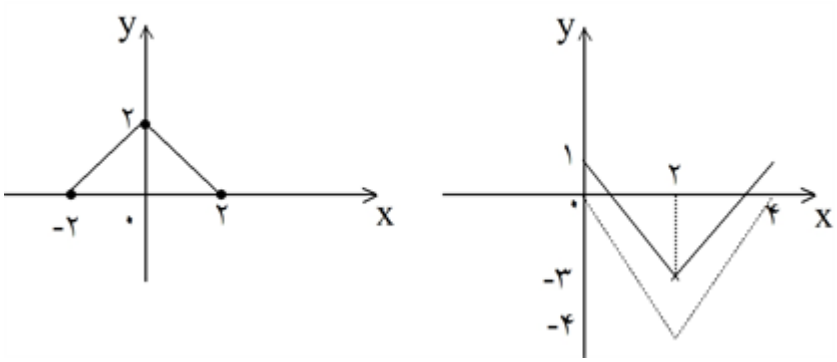
$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \left\{x \in [۳, +\infty) \mid \sqrt{x - ۳} \in R - \{۱\}\right\} = [۳, +\infty) - \{۴\}$$

$$gof(x) = \frac{\sqrt{x - ۳} + ۱}{\sqrt{x - ۳} - ۱}$$

۲۵۶ $y = f(x + ۲)$

$\begin{cases} D = [-۲و۲] \\ R = [۰و۲] \end{cases}$

$\begin{cases} D = [۰و۴] \\ R = [-۳و۱] \end{cases}$



۲۵۷ $D_f = [\frac{۱}{۲}, +\infty)$, $R_f = [۰, +\infty)$

$$\sqrt{۲x_۱ - ۱} = \sqrt{۲x_۲ - ۱} \Rightarrow x_۱ = x_۲$$

پس تابع یک‌به‌یک است و بنابراین معکوس‌پذیر است.

$$y = \sqrt{۲x - ۱} \Rightarrow y^۲ = ۲x - ۱ \Rightarrow x = \frac{y^۲ + ۱}{۲} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{x^۲ + ۱}{۲}, x \geq ۰$$

۲۵۸ $D_f = R - \{۱\}$, $D_g = [-۲, +\infty)$

$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \left\{x \in R - \{۱\} \mid \frac{۱}{x - ۱} \geq -۲\right\}$$

$$D_{gof} = \left(-\infty, \frac{۱}{۲}\right] \cup (۱, +\infty) \Rightarrow (gof)(x) = \sqrt{\frac{۱}{x - ۱} + ۲}$$

Telegram: @konkur_in

۱ $y = (x-۳)^۲ - ۹ \Rightarrow \sqrt{y-۹} = -(x-۳)$

$x = ۳ - \sqrt{y+۹} \Rightarrow f^{-۱}(x) = ۳ - \sqrt{x+۹}$

۲ $\text{gof}(-۲) = g(f(-۲)) = g(۴) = ۳$

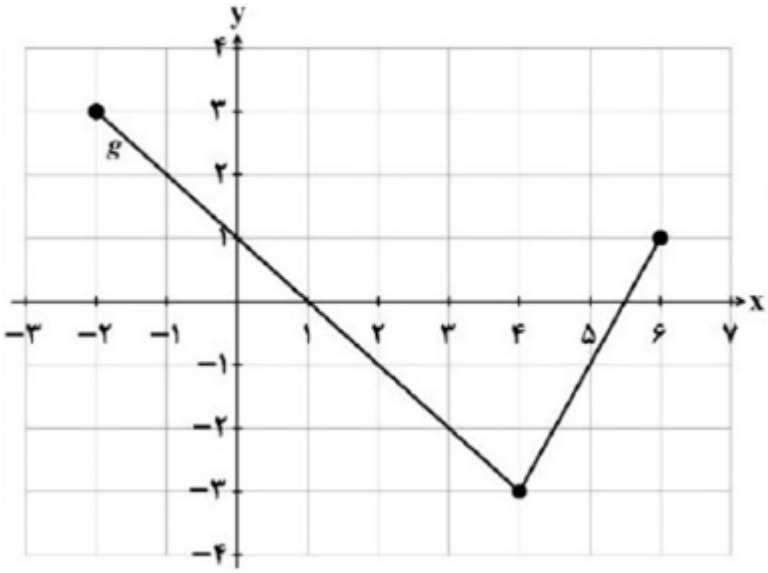
$\text{gof}(۰) = g(f(۰)) = g(-۱) = ۲$

$\text{gof} = \{(-۲, ۳), (۰, ۲)\}$

۳ $(-۱, ۳)$

۴ فرض کنید a و b دو عدد دلخواه در این فاصله باشند که $a < b$. چون توابع f و g اکیداً صعودی هستند، نتیجه می‌شود که $\begin{cases} f(a) < f(b) \\ g(a) < g(b) \end{cases}$. بنابراین، $f(a) + g(a) < f(b) + g(b)$. از این رو، نتیجه می‌شود که $(f+g)(a) < (f+g)(b)$ پس، $f+g$ روی این فاصله تابعی اکیداً صعودی است.

۵



۶ الف) روش اول: $D_{f^{-۱}\text{ of}} = D_f = [۲, +\infty)$

روش دوم: $D_{f^{-۱}\text{ of}} = \{x \in D_f | f(x) \in D_{f^{-۱}}\} = \{x \in D_f | f(x) \in R_f\} = D_f = [۲, +\infty)$

ب) روش اول: $f^{-۱}(x) = x^۲ + ۲ \Rightarrow f^{-۱}(۵) = ۲۷$

روش دوم: $f^{-۱}(۵) = x \Rightarrow f(x) = ۵ \Rightarrow \sqrt{x-۲} = ۵ \Rightarrow x = ۲۷$

۷ $f(g(x)) = ۳\sqrt{g(x)} + ۲$

$۳x^۲ - ۴ = ۳\sqrt{g(x)} + ۲ \Rightarrow \sqrt{g(x)} = x^۲ - ۲ \Rightarrow g(x) = (x^۲ - ۲)^۲, |x| \geq ۲$

۸ الف) $D_g = [-۶, ۶)$ $R_g = [۱, ۷]$

ب) $(-۴, ۴)$

۹

x	y
۰	۲
۲	۲
۴	۰

$\xrightarrow{f(۲x)}$

x	y
۰	۲
۱	۲
۲	۰

$\xrightarrow{\frac{۱}{۲}f(۲x)}$

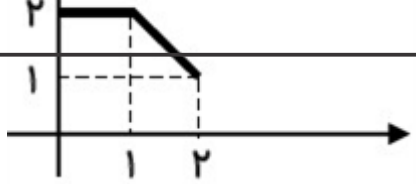
x	y
۰	۱
۱	۱
۲	۰

$\xrightarrow{\frac{۱}{۲}f(۲x)+۱}$

x	y
۰	۲
۱	۲
۲	۱

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۱۳ 

$(۱,۰) \Rightarrow \begin{cases} ۰ = ۱ + a - ۳b \\ ۰ = -۱ + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۱ + a - ۳ = ۰ \\ b = ۱ \end{cases} \Rightarrow a = ۲$

۲۱۰۴ $f(g(x)) = ۲g(x) - ۲۷ = ۵x - ۲۹ \Rightarrow ۲g(x) = ۵x + ۱۶ \Rightarrow g(x) = \frac{۵x + ۱۶}{۲}$

۲۱۵ $f(g(x)) = f(x) \Rightarrow ۲x^۲ - ۹ = ۲x - ۵ \Rightarrow x^۲ - x - ۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۲ \\ x = -۱ \end{cases}$

$x = -\frac{b}{۲a} = ۱ \Rightarrow ۲a + b = ۰$

۱۱ $y = ax^۲ + bx - ۱ \Rightarrow ۲a - b = \frac{y+۱}{۲} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{y+۱}{۲}} \xrightarrow{x>۰} f^{-۱}(x) = \sqrt{\frac{x+۱}{۲}}$

۲۱۶ با بررسی یک به یک بودن شاخه‌ها و $R_۱ \cap R_۲ = \emptyset$ پس تابع یک به یک است و

۱۲ الف) $D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in [۱, +\infty) \mid \sqrt{x-۱} \in R\} = [۱, +\infty)$

$y = x + ۱ \Rightarrow x = y - ۱$

ب) $f(g(x)) = (\sqrt{x-۱})^۲ - ۲ = x - ۳$

$y = x^۲ + ۱ \Rightarrow |x| = \sqrt{y-۱} \xrightarrow{x \geq ۰} x = \sqrt{y-۱} \qquad R_f = [۱, +\infty)$

$(fog)(x) = f(x) \Rightarrow x - ۳ = x^۲ - ۲ \Rightarrow x^۲ - x + ۱ = ۰$

$f^{-۱}(x) = \begin{cases} x - ۱ & x < ۱ \\ \sqrt{x-۱} & x \geq ۱ \end{cases}$

معادله جواب ندارد، پس این دو تابع همدیگر را قطع نمی‌کنند.

۲۱۷ $D_f = [۰, +\infty) \quad D_g = R - \{۱\}$

$\sqrt{x} \neq ۱ \Rightarrow x \neq ۱ \Rightarrow x + ۱ \geq ۱ \Rightarrow x \geq ۰ \qquad ۲x - ۳ \Rightarrow x \leq ۴$

$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in [۰, +\infty) \mid \underbrace{\sqrt{x} \in R - \{۱, -۱\}}_{\sqrt{x} \neq ۱ \Rightarrow x \neq ۱}\} = [۰, +\infty) - \{۱\}$

۱۴ ا $f(x)$

$\Rightarrow \quad gof(x) = \frac{۱}{x - ۱}$

۲۱۸ $D_f = R, D_g : -x \geq ۰ \Rightarrow x \leq ۰ \Rightarrow D_g = (-\infty, ۰]$

$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in R \mid \underbrace{x^۲ + ۱ \in (-\infty, ۰]}_{\text{غیر ممکن}}\} = \emptyset$

چون دامنه $\emptyset$ شد، پس gof ضابطه ندارد.

۲۱۹ تابع f یک به یک است $f(x_۱) = f(x_۲) \Rightarrow x_۱^۲ + ۱ = x_۲^۲ + ۱ \Rightarrow x_۱^۲ = x_۲^۲ \xrightarrow{x \leq ۰} x_۱ = x_۲ \Rightarrow$

۱۵ روش اول: $y = x^۲ + ۱ \Rightarrow x^۲ = y - ۱ \Rightarrow |x| = \sqrt{y-۱} \Rightarrow x = -\sqrt{y-۱} \Rightarrow y = -\sqrt{x-۱} \Rightarrow f^{-۱}(x) = -\sqrt{x-۱}$

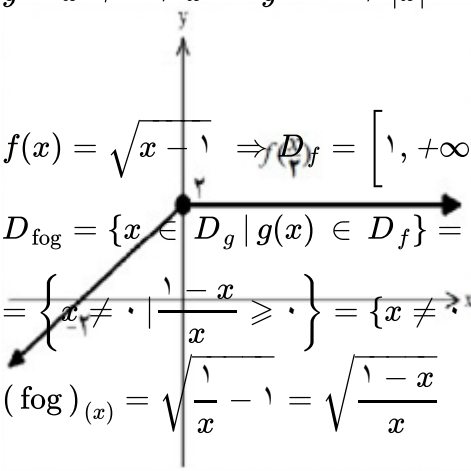
دقت کنید چون در تابع f داریم، $x \leq ۰$ پس در تابع $f^{-۱}$ داریم $y \leq ۰$.

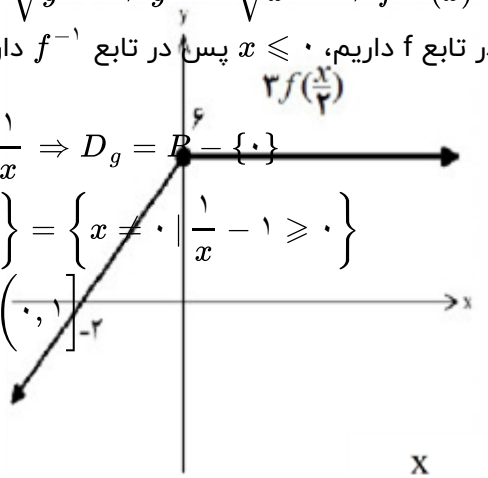
۲۲۰ $f(x) = \sqrt{x-۱} \Rightarrow D_f = [۱, +\infty) \qquad g(x) = \frac{۱}{x} \Rightarrow D_g = R - \{۰\}$

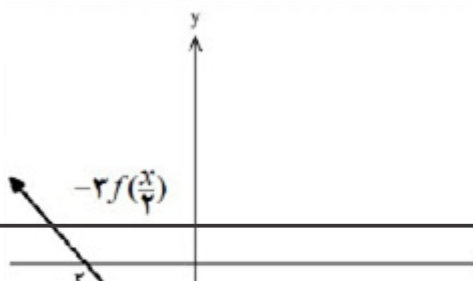
$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \left\{x \neq ۰ \mid \frac{۱}{x} \geq ۱\right\} = \left\{x \neq ۰ \mid \frac{۱}{x} - ۱ \geq ۰\right\}$

$= \left\{x \neq ۰ \mid \frac{۱ - x}{x} \geq ۰\right\} = \{x \neq ۰ \mid ۰ < x \leq ۱\} = (۰, ۱]$

$(fog)(x) = \sqrt{\frac{۱}{x} - ۱} = \sqrt{\frac{۱ - x}{x}}$







x		۰		۱
۱ - x	+	+		-
x	-	+		+
$\frac{۱ - x}{x} \geq ۰$	-	+ ج		-

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۲۱ $\text{gog}(x) = g(g(x)) = \sqrt{\sqrt{x-۱}-۱}$ (۰/۲۵)

۲۲۲ روش دوم: (انتقال نقاط)

$g(x) = \sqrt{x-۱}$

$D_g : x-۱ \geq ۰ \Rightarrow x \geq ۱ \Rightarrow D_g = [۱, +\infty)$ (۰/۲۵)

$D_{gog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_g\}$ (۰/۲۵) $= \{x \in [۱, +\infty) \mid \sqrt{x-۱} \geq ۱\} = [۲, +\infty)$ (۰/۲۵)

$\sqrt{x-۱} \geq ۱$

$x-۱ \geq ۱$

$x \geq ۲$

۲۲۳ $\text{fog}(x) = f(g(x)) = (g(x))^۳ + ۲g(x) \Rightarrow \text{fog}(x) = (۴-x^۲)^۳ + ۲(۴-x^۲)$

$\text{fog}(۱) = ۳^۳ + ۲\times ۳ = ۳۳$

۲۲۴ طول هر نقطه روی محور عرض‌ها برابر صفر است.

ب) $g(۵) = -۶$

نقطه تقاطع $A = (۰, -۱)$

۱۶ الف) $D_f = R - \{۲\}$ $D_g = [۲, +\infty)$

$A \in y = ax + b \rightarrow D_f = R - b$

$D_{\text{fog}} = \{x \geq ۲ \mid \sqrt{x-۲} \neq ۲\} = \{x \geq ۲ \mid x \neq ۶\} = [۲, +\infty) - \{۶\}$

$A \in y = x + ۳a \rightarrow -۱ = ۳a \rightarrow a = -\frac{۱}{۳}$

ب) $\text{gof}^{-۱}(۲) = g(۵) = \sqrt{۳}$

۲۲۵ $f(۲) = -۲ + ۱ = -۱ \Rightarrow f(f(۲)) = f(-۱) = ۲(-۱)^۲ = ۲$

۲۲۶ الف) $(f - ۲g)(x) = f(x) - ۲g(x) = x^۲ + ۳ - ۲\sqrt{x-۱}$

$\Rightarrow (f-۲g)(۵) = ۵^۲ + ۳ - ۲\sqrt{۵-۱} = ۲۸ - ۲\times ۲ = ۲۴$

ب) $\text{fog}(x) = f(g(x)) = [g(x)]^۲ + ۳ = |x-۱| + ۳$

$\text{fog}(x) = x - ۱ + ۳ = x + ۲ \Rightarrow D_{\text{fog}} = \{x \in D_g \mid (g(x)) \in D_f\}$

۱۷ $D_f : R \quad D_{\text{fog}}^{-۱} : \{x \geq \mid g(x) \in D_f\}$

با توجه به دامنه: $D_g : x-۱ \geq ۰ \Rightarrow x \geq ۱ \quad D_{\text{fog}} : \{x \geq ۱ \mid \sqrt{x-۱} \in R\} = [۱, +\infty)$

۲۲۷ منحنی محور x ها را در نقطه‌ای به عرض ۰ و محور y ها را در نقطه‌ای به طول صفر قطع می‌کند.

$B(-۱, ۰)$ محل تلاقی با محور x ها

$C(۰, ۲)$ محل تلاقی با محور y ها

A روی منحنی است. پس مختصات نقطه A در ضابطه سهمی صدق می‌کند.

$A \in \text{سهمی} \Rightarrow ۶ = a\times(۲)^۲ + b\times(۱) + c \Rightarrow a + b + c = ۶$

$B \in \text{سهمی} \Rightarrow ۰ = a\times(-۱)^۲ + b\times(-۱) + c \Rightarrow a - b + c = ۰$

$C \in \text{سهمی} \Rightarrow ۲ = a\times(۰)^۲ + b\times(۰)^۲ + c \Rightarrow c = ۲$

$\Rightarrow \begin{cases} a+b+۲ = ۶ \\ a-b+۲ = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b = ۴ \\ a-b = -۲ \end{cases} \Rightarrow ۲a = ۲ \Rightarrow a = ۱$

$b = ۳$

۲۲۸ $\begin{cases} f(x) = x^۲ \\ g(x) = \sqrt{x} \end{cases} \Rightarrow \text{fog}(x) = f(g(x)) = (\sqrt{x})^۲ \rightarrow D_{\text{fog}(x)} = x \geq ۰$

$D_f : R \quad D_g : x \geq ۰$

$D_{\text{fog}} : \{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\}$

$\{x \geq ۰, \sqrt{x} \in R\} \Rightarrow x \geq ۰$

۱۸ روش اول: $(\text{gof})^{-۱}(۷) = (f^{-۱}\text{og}^{-۱})(۷) = f^{-۱}(۲) = ۳$

۲۲۹ روش دوم: $(\text{gof})(x) = ۷ \Rightarrow ((۱ + \sqrt{x-۲})^۳ - ۱) = ۷ \Rightarrow x = ۳$

روش سوم:

$f(x-۱) = \frac{x+۳}{x+۱} \Rightarrow x - ۱ = t \Rightarrow x = t + ۱$

$f(t) = \frac{t+۱+۳}{t+۱+۱} \rightarrow f(t) = \frac{t+۴}{t+۲} \Rightarrow f(x) = \frac{x+۴}{x+۲} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{۲x-۴}{۱-x} \Rightarrow f^{-۱}(۷) = \frac{۱۴-۴}{۱-۷} = -۳$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

$(\text{gof})(x) = \sqrt{x^2 - 1} \Rightarrow (\text{gof})^{-1}(x) = \sqrt{x^2 + 1} \Rightarrow (\text{gof})^{-1}(7) = 3$

۲۱۹۰ $D_{\text{fog}} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \mid x \geq -1 \Rightarrow \sqrt{x+1} \in R\} = [-1, +\infty) \Rightarrow f(x) = \sqrt{x+1}$

$f(x) = ax^2 + bx + c \rightarrow A[2, 3], B[1, 2], C[0, -1]$

$\begin{cases} A[2, 3] \rightarrow 4a + 2b + c = 3 \\ B[1, 2] \rightarrow a + b + c = 2 \\ C[0, -1] \rightarrow c = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a + 2b = 4 \\ a + b = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4a + 2b = 4 \\ -4a - 4b = -12 \end{cases} \Rightarrow a = -1, b = 4$

۲۳۱ $(\text{fog})(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x+1}) = (\sqrt{x+1})^2 - 1 = x$

$D_f = R, D_g = [-1, +\infty)$

۲۰ $D_{\text{fog}} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in [-1, +\infty) \mid \sqrt{x+1} \in R\} = [-1, +\infty)$ تابع اکیداً نزولی است.

۲۳۲ $x - 3 = t \Rightarrow x = t + 3$

$f(t) = \frac{t+3+1}{t+3+2} = \frac{t+4}{t+5} \Rightarrow f(x) = \frac{x+4}{x+5} \Rightarrow f(1) = \frac{5}{6}$

۲۱ در بازهٔ $(0, +\infty)$ اکیداً صعودی است.

۲۳۳ الف)

$\left.\begin{matrix} f(x) = \sqrt{x+3} \\ g(x) = 4 - x \end{matrix}\right\} h(x) = f(x) - 2g(x) = \sqrt{x+3} - 2(4 - x)$

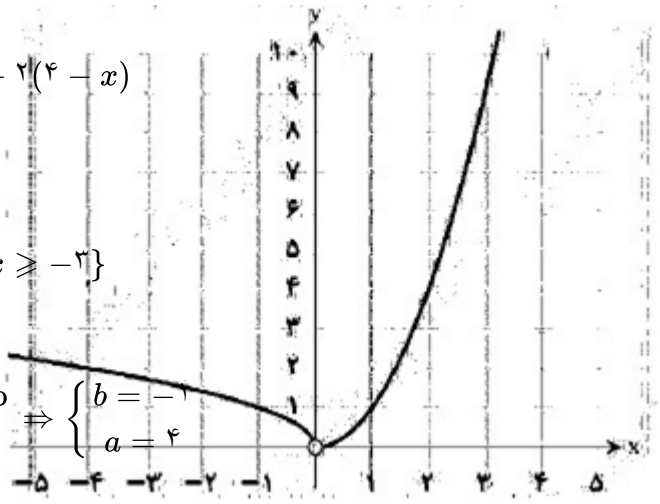
$h(1) = \sqrt{1+3} - 2(4-1) \rightarrow h(1) = -4$

$D_g = R, D_f = [-3, +\infty)$

ب) $D_{\text{fog}} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in R \mid 4 - x \geq -3\}$

$= \{x \in R \mid x \leq 7\} \Rightarrow D_{\text{fog}} = \{x \mid x \in R, x \leq 7\}$

۲۳۴ $\begin{cases} y = x^2 + ax - 3b \\ y = -x + b \end{cases} \xrightarrow[\text{تابع قرار می دهیم}]{\text{نقطه}(-1,0)\text{را در هر دو}} \begin{cases} 0 = 1 - a - 3b \\ 0 = 1 + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -1 \\ a = 4 \end{cases}$



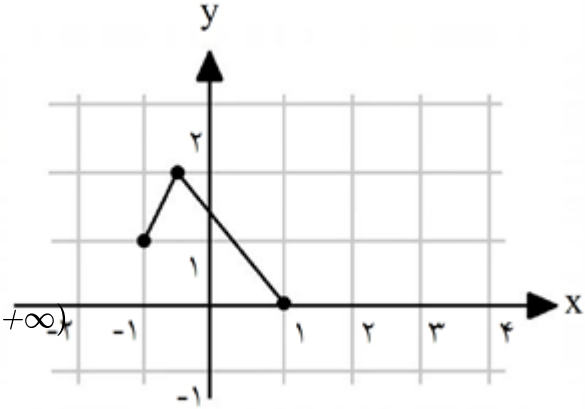
۲۳۵ $\begin{cases} f(x) = x \\ g(x) = x^2 - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(g(x)) = x^2 - 1 \\ g(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow f(g(1)) = 0$

۲۳۶ $f(x-1) = x \xrightarrow[x=t+1]{} f(t) = (t+1)^2$

ابتدا نقاط مشخص شده در نمودار f را در راستای محور طول‌ها یک واحد به سمت چپ منتقل کرده، سپس طول آنها را بر ۲ تقسیم می‌کنیم. یا (نقاط با استفاده از محاسبه به دست آورده شود.)

$\Rightarrow f(x) = (x+1)^2 \Rightarrow f(1) = 4$

۲۳۷ $\begin{cases} f(x) = x \\ g(x) = (x+1)^2 \end{cases} \Rightarrow \text{gof}(x) = g(f(x)) = (x+1)^2$



$\begin{cases} D_g : R \\ D_f : R \end{cases} \Rightarrow D_{2f-g} : D_f \cap D_g = R$

$2f(x) - g(x) = 2x - (x+1)^2 \quad D_{2f-g} = R \Rightarrow D = (-\infty, +\infty)$

۲۳۸ $f(x+3) = \frac{2x}{x-1} \xrightarrow[x=t-3]{x+3=t} f(t) = \frac{2(t-3)}{t-3-1} \Rightarrow f(x) = \frac{2x-6}{x-4}$

۲۴ $y = \sqrt[3]{x+4} - 1 \Rightarrow y + 1 = \sqrt[3]{x+4} \Rightarrow (y+1)^3 = x + 4 \Rightarrow (y+1)^3 - 4 = x$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = (x+1)^3 - 4$

$f(-3) = \frac{-6}{-7} \Rightarrow f(-3) = \frac{6}{7}$

۲۳۹ $D_{f^{-1}} = R_f = [-1, +\infty)$

الف : $f(f(x)) = \frac{\frac{1}{2x}}{2\left(\frac{1}{2x}\right)} = x \qquad$ ب : $f\left(\frac{1}{4}\right) = 2 \Rightarrow f\left(f\left(\frac{1}{4}\right)\right) = \frac{1}{4}$

۲۴۰ سهمی $(0, 3) \in \Rightarrow 3 = a \times (0)^2 + b \times (0) + c \Rightarrow c = 3$

Telegram: @konkur_in

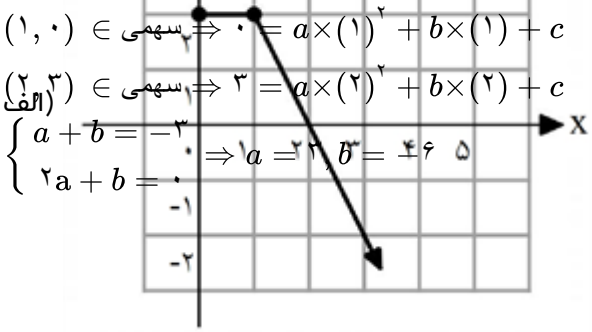
www.konkur.in

۲۴۰

الف) $(۱,۰) \in$ سهمی$_۲ \Rightarrow ۰ = a\times(۱)^۲ + b\times(۱) + c$

$(۲,۳) \in$ سهمی$_۱ \Rightarrow ۳ = a\times(۲)^۲ + b\times(۲) + c$

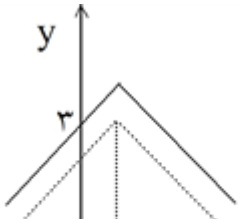
$$\begin{cases} a+b=-۳ \\ ۲a+b=۰ \end{cases} \Rightarrow a=۳,\ b=-۶$$



۲۴۵

ب) $g(f(۰)) = g(۲) = ۰$

۲۴۱

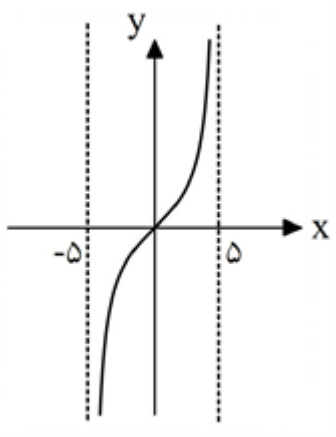
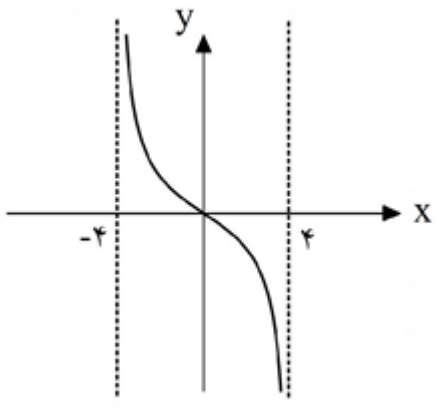


Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

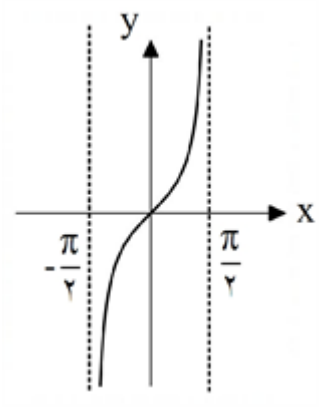
نام :	باسمه تعالی	نوبت امتحانی :
نام خانوادگی :		پایه :
نام پدر :		ساعت شروع :
شماره دانش آموزی :		مدت امتحان :
نام درس : ریاضی دوازدهم - فصل ۲		تاریخ برگزاری ۱۴۰۴/۱۰/۲۵

تصحیح	نام و نام خانوادگی دبیر: تاریخ و امضا:	نمره با عدد: نمره با حروف:	تجدید نظر	نام و نام خانوادگی دبیر: تاریخ و امضا:	نمره با عدد: نمره با حروف:

ردیف	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	معادلهٔ مثلثاتی $\text{Sin}\, x.\, \text{Cos}\, x = \frac{۱}{۴}$ را حل کنید و جواب‌های کلی آن را بنویسید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۲	نمودار تابع $y = -\tan x$ را در بازهٔ $\left(-\frac{\pi}{۲}, \frac{\pi}{۲}\right)$ رسم کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۳	با توجه به نمودار $y = \tan\left(\frac{\pi x}{a}\right)$ ، مقدار a را به‌دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۴	با توجه به نمودار $y = \tan(a\pi x)$ مقدار a را به‌دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵	با توجه به نمودار $y = \tan(ax)$ مقدار a را به‌دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۶	اگر $f(x) = \frac{۵ - x}{x - ۱}$ و $g(x) = \text{Sin}\, x$ باشد: الف) دامنهٔ fog را به کمک تعریف به‌دست آورید. ب) مقدار $(\text{fog})\left(\frac{۳\pi}{۲}\right)$ را بنویسید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۷	نمودار تابع $y = ۱ + \cot\left(\frac{\pi}{۲} + x\right)$ را در بازهٔ $\left(-\frac{\pi}{۲}, \frac{\pi}{۲}\right)$ رسم کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۸	دورهٔ تناوب $f(x) = \frac{۳}{۲} - \text{Sin}\left(\frac{\text{ax}}{۵}\right)$ برابر $\frac{\pi}{۴}$ است. $(a > ۰)$ الف) a را به دست آورید. ب) با استفاده از a بدست آمده، دورهٔ تناوب $g(x) = ۲ - \tan\left(\frac{۱۰\text{x}}{a}\right)$ را محاسبه کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۹	معادلهٔ زیر را حل کنید. $\text{Cos}\, ۲\text{x} = ۵\, \text{Cos}\,(x) - ۴$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۱۰	معادلهٔ مثلثاتی زیر را حل کنید. $۴\, \text{Sin}^{۲}(۵\text{x}) - ۱ = ۰$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۱۱	معادله مثلثاتی زیر را حل کنید. $۲\, \text{Cos}^{۲}(x) + ۱۱\, \text{Cos}\,(x) + ۵ = ۰$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۱۲	معادله مثلثاتی زیر را حل کنید. $۲\, \text{Sin}^{۲}(x) - ۱۵\, \text{Sin}\,(x) + ۷ = ۰$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۳ اگر $\text{Log}(\text{Sin}\,\alpha) = -۱$ و $\text{Log}(\text{Cos}\,\beta) = -۲$ ، آن‌گاه حاصل $\text{Log}\left(\frac{۱ - \text{Cos}\,۲\alpha}{۱ + \text{Cos}\,۲\beta}\right)$ را به‌دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم

۱۴ اگر $\text{Sin}\,\alpha = \frac{۳}{۵}$ و α در ناحیهٔ اول باشد، حاصل $\text{tg}\,۲\alpha$ را به دست آورید.

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۱۵ معادلهٔ مثلثاتی مقابل را حل کنید. $۲\,\text{Sin}^{۲}x = ۳\,\text{Cos}\,x$

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۱۶ معادلات زیر را حل کنید.

الف) $۴\,\text{Sin}^{۲}x - ۱ = ۰$ ب) $\text{Cos}\,۲x = \text{Cos}\,۳x$

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۱۷ فرض کنید α زاویهٔ تند و $\text{Sin}\,\alpha = \frac{۳}{۵}$ باشد، مقدار $\text{Sin}\,۲\alpha$ و $\text{Cos}\,۲\alpha$ را محاسبه کنید.

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۱۸ ضابطه تابعی سینوسی یا کسینوسی با دورهٔ تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده را بنویسید.

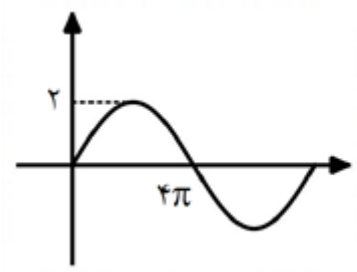
$T = \frac{\pi}{۴}, \max = ۴, \min = -۲$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

۱۹ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = ۵ - ۳\,\text{Sin}\left(\frac{x}{۵}\right)$ را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

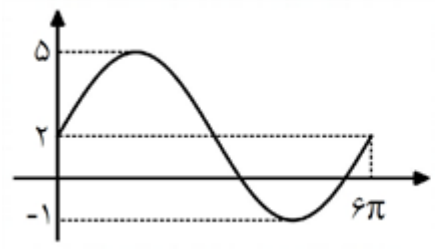
۲۰ با توجه به نمودار داده شده جدول زیر را کامل کنید.



ضابطه تابع	ماکزیمم	می‌نیمم	تناوب

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

۲۱ با توجه به نمودار داده شده جدول زیر را کامل کنید.

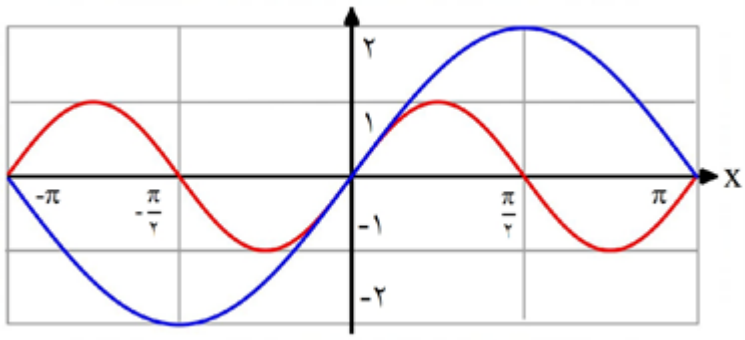


ضابطه تابع	ماکزیمم	می‌نیمم	تناوب

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۲	ضابطه تابعی سینوسی یا کسینوسی با دورهٔ تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده، بنویسید. $T = ۱۰, \max = ۶\pi, \min = -۲\pi$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم	
۲۳	در شکل زیر نمودارهای $y = \text{Sin}(۲x)$ و $y = ۲\,\text{Sin}\,x$ را در بازه $[-\pi, \pi]$ مشخص کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم	
۲۴	در تابع $f(x) = ۳\,\text{Cos}^{۳}x\,\text{Sin}\,x - ۳\,\text{Sin}^{۳}x\,\text{Cos}\,x + ۱$ تناوب، بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار تابع را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۲۵	در تابع $f(x) = ۵ - \text{Sin}\,x\,\text{Cos}\,x$ تناوب، بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار تابع را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۲۶	تناوب تابع $y = \text{tg}^{۳}x$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۲۷	دامنه تابع $y = ۵ - ۲\,\text{tg}(\pi x)$ را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۲۸	در تابع $f(x) = ۵ - ۲\,\text{Cos}(۳x)$ تناوب، بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار تابع را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۲۹	معادلات زیر را حل کنید. الف) $\text{Sin}\frac{\pi}{۲} = \text{Sin}\,۳x$ ب) $\text{Cos}\,۲x - \text{Cos}\,x + ۱ = ۰$ پ) $\text{Cos}\,x = \text{Cos}\,۲x$ ت) $\text{Cos}\,۲x - ۳\,\text{Sin}\,x + ۱ = ۰$ ث) $\text{Cos}^{۲}x - \text{Sin}\,x = \frac{۱}{۴}$ ج) $\text{Sin}\,x - \text{Cos}\,۲x = ۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	

Telegram: @konkur_in

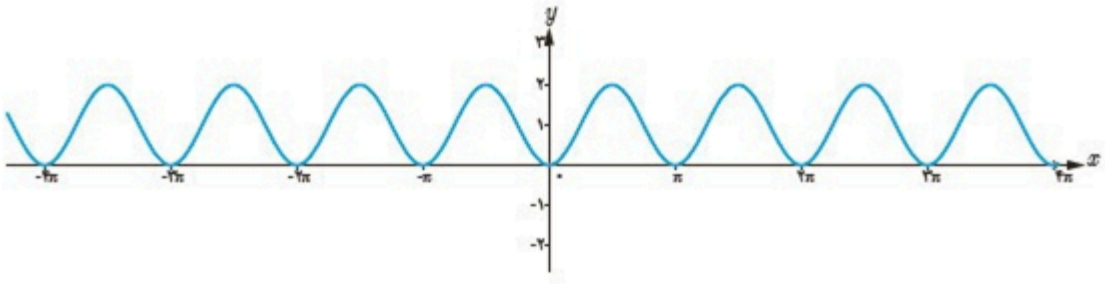
www.konkur.in

۳۰ هریک از توابع داده شده را با نمودارهای زیر نظیر کنید.

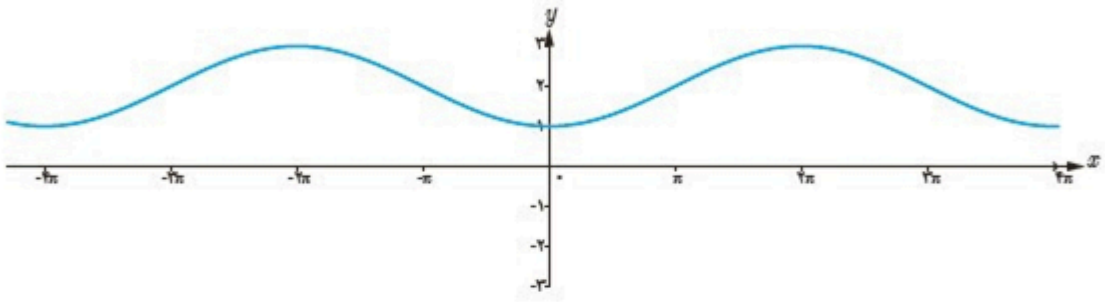
الف) $y = \text{Sin}\,\pi x$ ب) $y = ۲ - \text{Cos}\,\frac{۱}{۲}x$

پ) $y = \text{Sin}\,۲x$ ت) $y = ۱ - \text{Cos}\,۲x$

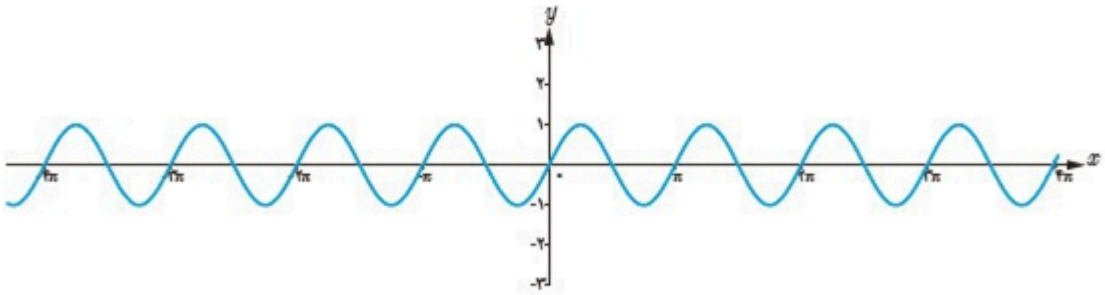
۱)



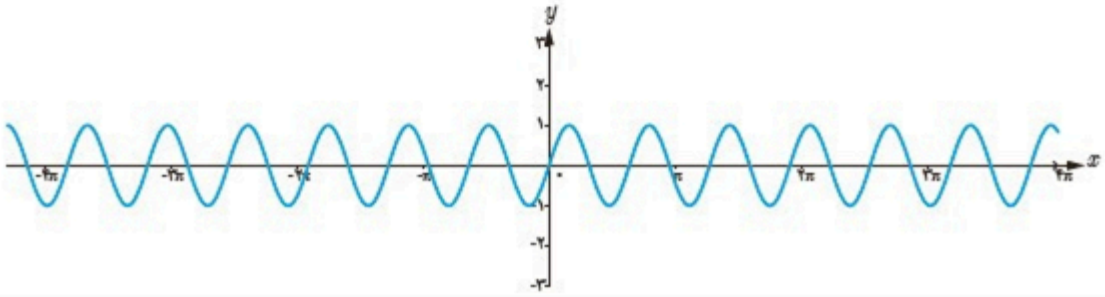
۲)



۳)



۴)



مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۳۱ نمودار تابع $y = \text{tg}\,x\,\text{Cotg}\,x\,\text{Cos}\,x$ در بازه $(۰, ۲\pi)$ رسم کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

۳۲ مختصات نقطه‌ی ماکزیمم تابع $y = \text{Sin}\,۲x$ را در اولین دوره‌ی تناوب سمت راست مبدأ بیابید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم

۳۳ در نمودار $y = ۳\,\text{Sin}\,\pi x$ اولین نقطه‌ی ماکزیمم و اولین نقطه‌ی مینیمم در سمت راست مبدأ چه‌قدر فاصله دارند؟

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۴	دوره تناوب و ماکزیمم و می‌نیمم هریک از توابع زیر را به دست آورید. الف) $y = ۳ + ۲\,\mathrm{Cos}\left(\frac{\pi}{۲}x\right)$ ب) $y = ۳ - \mathrm{Sin}\left(-\frac{۱}{۲}x + \pi\right)$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۳۵	معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید و سپس جواب‌های آن را در بازه‌ی $[۰, ۲\pi]$ به‌دست آورید. $۲\,\mathrm{Cos}^{۲}x - \mathrm{Cos}\,x - ۱ = ۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۶	معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید و سپس جواب‌های آن را در بازه‌ی $[۰, ۲\pi]$ به‌دست آورید. $۲\,\mathrm{Sin}\,x + \sqrt{۲} = ۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۷	نشان دهید تابع زیر متناوب است و دوره‌ی تناوب(دوره‌ی تناوب اصلی) آن را تعیین کنید. $y = ۱ + \mathrm{Cos}^{۲}(x)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۳۸	معادله‌ی مقابل را حل کنید. $۲\,\mathrm{Cos}\,x + \sqrt{۳} = ۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۳۹	معادله‌ی مقابل را حل کنید. $۲\,\mathrm{Cos}^{۲}x - ۳\,\mathrm{Cos}\,x + ۱ = ۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۴۰	معادله‌ی مقابل را حل کنید. $۲\,\mathrm{Sin}\,x + \sqrt{۳} = ۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۴۱	معادله‌ی مقابل را حل کنید. $۲\,\mathrm{Cos}\,x - ۱ = ۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۴۲	عبارت مقابل را ساده کنید: $\frac{۱ + \mathrm{Cos}\,۲\alpha}{۱ - \mathrm{Cos}\,۲\alpha}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۴۳	عبارت مقابل را ساده کنید: $\frac{\mathrm{Sin}\,۲\alpha}{۱ + \mathrm{Cos}\,۲\alpha}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۴۴	ثابت کنید: $\mathrm{Sin}\,\alpha = ۲\,\mathrm{Sin}\,\frac{\alpha}{۲}\mathrm{Cos}\,\frac{\alpha}{۲}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

	اگر α و β دو زاویه‌ی حاده باشند، داریم: $\text{Sin}\,\alpha = \frac{۳}{۵}$ و $\text{Sin}\,\beta = \frac{۸}{۱۷}$ ، عبارت‌های زیر را ساده کنید. $\text{Sin}\,۲\alpha\,,\text{Cos}\,۲\alpha\,,\text{tg}\,۲\alpha\,,\text{Sin}\,۲\beta\,,\text{Cos}\,۲\beta\,,\text{tg}\,۲\beta$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	۴۵

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

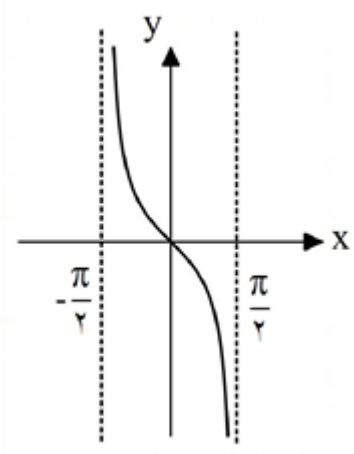
۱

$$\sin x.\cos x=\frac{۱}{۴}\Rightarrow \frac{۱}{۲}\sin ۲x=\frac{۱}{۴}\Rightarrow \sin ۲x=\frac{۱}{۲}$$

$$\begin{cases} ۲x=۲k\pi+\frac{\pi}{۶}\Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۱۲} \\ ۲x=۲k\pi+\pi-\frac{\pi}{۶}\Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۲}-\frac{\pi}{۱۲} \end{cases}$$

$(k\in Z)$

۲



۳

$$T=۵-(-۵)=۵+۵=۱۰$$

$$\frac{\pi}{\left|\frac{\pi}{a}\right|}=۱۰\Rightarrow |a|=۱۰\Rightarrow a=۱۰$$

۴

$$T=۴-(-۴)=۴+۴=۸$$

$$\frac{\pi}{|a\pi|}=۸\Rightarrow |a|=\frac{۱}{۸}\Rightarrow a=\pm\frac{۱}{۸}$$

از آنجا که تابع در هر بازهٔ تعریف شده اکیداً نزولی است، بنابراین باید $a=-\frac{۱}{۸}$ باشد.

۵

$$T=\frac{\pi}{۲}-\left(-\frac{\pi}{۲}\right)=\frac{\pi}{۲}+\frac{\pi}{۲}=\frac{۲\pi}{۲}=\pi$$

$$\frac{\pi}{|a|}=\pi\Rightarrow |a|=۱\Rightarrow a=۱$$

۶

الف)

$$D_f: x-۱\neq ۰\Rightarrow x\neq ۱\Rightarrow D_f=R-\{۱\}$$

$$D_g=R$$

$$D_{fog}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\}=\{x\in R \mid \sin x\neq ۱\}\Rightarrow x\neq ۲k\pi+\frac{\pi}{۲}$$

$$D_{gof}=\left\{x \mid x\in R, x\neq ۲k\pi+\frac{\pi}{۲}\right\}$$

ب)

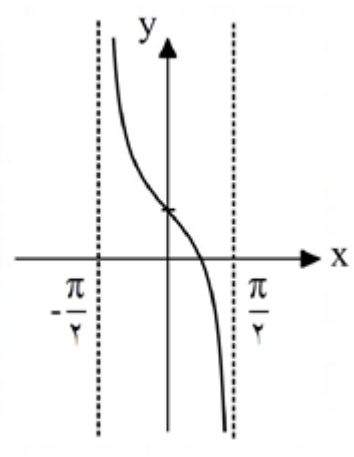
$$(fog)\left(\frac{۳\pi}{۲}\right)=f\left(g\left(\frac{۳\pi}{۲}\right)\right)=f(-۱)=\frac{۵-(-۱)}{-۱-۱}=\frac{۶}{-۲}=-۳$$

$$\downarrow$$

$$g\left(\frac{۳\pi}{۲}\right)=\sin\left(\frac{۳\pi}{۲}\right)=-۱$$

Telegram: @konkur_in

۷ $\cot\left(\frac{\pi}{۲}+\theta\right)=-\tan\theta \Rightarrow y=۱+\cot\left(\frac{\pi}{۲}+x\right)=۱-\tan x$



۸ الف)

$T_۱=\frac{۲\pi}{\frac{a}{۵}}=\frac{\pi}{۴}\Rightarrow\frac{۱۰\pi}{a}=\frac{\pi}{۴}\Rightarrow a=۴۰$

ب)

$g(x)=۲-\tan\left(\frac{۱۰x}{a}\right)\xrightarrow{a=۴۰}g(x)=۲-\tan\left(\frac{x}{۴}\right)\Rightarrow T_۲=\frac{\pi}{\frac{۱}{۴}}=۴\pi$

۹ $\text{Cos}\,۲x=۵\,\text{Cos}\,(x)-۴\Rightarrow ۲\,\text{Cos}^۲x-۱=۵\,\text{Cos}\,x-۴$

$\Rightarrow ۲\,\text{Cos}^۲x-۵\,\text{Cos}\,x+۳=۰\Rightarrow\begin{cases}\text{Cos}\,x=\frac{۳}{۲} & \text{غ ق ق}\\ \text{Cos}\,x=۱\Rightarrow x=۲k\pi(k\in Z)\end{cases}$

۱۰ $۴\,\text{Sin}^۲(۵x)-۱=۰\Rightarrow\text{Sin}^۲(۵x)=\frac{۱}{۴}\Rightarrow\text{Sin}\,(۵x)=\pm\frac{۱}{۲}$

$\text{Sin}\,(۵x)=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\text{Sin}\,(۵x)=\text{Sin}\left(\frac{\pi}{۶}\right)\Rightarrow\begin{cases}۵x=۲k\pi+\frac{\pi}{۶}\Rightarrow x=\frac{۲k\pi}{۵}+\frac{\pi}{۳۰}\\ ۵x=۲k\pi+\pi-\frac{\pi}{۶}\Rightarrow x=\frac{۲k\pi}{۵}+\frac{\pi}{۶}\end{cases}$

$\text{Sin}\,(۵x)=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow\text{Sin}\,(۵x)=\text{Sin}\left(-\frac{\pi}{۶}\right)\Rightarrow\begin{cases}۵x=۲k\pi-\frac{\pi}{۶}\Rightarrow x=\frac{۲k\pi}{۵}-\frac{\pi}{۳۰}\\ ۵x=۲k\pi+\pi+\frac{\pi}{۶}\Rightarrow x=\frac{۲k\pi}{۵}+\frac{۷\pi}{۳۰}\end{cases}$

$(k\in Z)$

۱۱ $۲\,\text{Cos}^۲(x)+۱۱\,\text{Cos}\,(x)+۵=۰\Rightarrow(۲\,\text{Cos}\,x+۱)(\,\text{Cos}\,x+۵)=۰$

$۲\,\text{Cos}\,x+۱=۰\Rightarrow\text{Cos}\,x=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow\text{Cos}\,x=\text{Cos}\left(\pi-\frac{\pi}{۳}\right)\Rightarrow x=۲k\pi\pm\frac{۲\pi}{۳}\,(k\in Z)$

$\text{Cos}\,x+۵=۰\Rightarrow\text{Cos}\,x=-۵$ غ ق ق

۱۲ $۲\,\text{Sin}^۲(x)-۱۵\,\text{Sin}\,(x)+۷=۰\Rightarrow(۲\,\text{Sin}\,x-۱)(\,\text{Sin}\,x-۷)=۰$

$\text{Sin}\,x=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi+\frac{\pi}{۶}\\ x=۲k\pi+\pi-\frac{\pi}{۶}\end{cases}\quad(k\in Z)$

$\text{Sin}\,x=۷$ غ ق ق

Telegram: @konkur_in

۱۳
$$\begin{cases} ۱ - \text{Cos}\,۲\alpha = ۲\,\text{Sin}^{۲}\alpha \\ ۱ + \text{Cos}\,۲\beta = ۲\,\text{Cos}^{۲}\beta \end{cases}$$
$$\text{Log}\left(\frac{۱ - \text{Cos}\,۲\alpha}{۱ + \text{Cos}\,۲\beta}\right) = \text{Log}\left(\frac{۲\,\text{Sin}^{۲}\alpha}{۲\,\text{Cos}^{۲}\beta}\right) = \text{Log}\left(\frac{\text{Sin}^{۲}\alpha}{\text{Cos}^{۲}\beta}\right)$$
$$= \text{Log}\,(\,\text{Sin}^{۲}\alpha) - \text{Log}\,(\,\text{Cos}^{۲}\beta)$$
$$\text{Log}\,(\,\text{Sin}\,\alpha)^{۲} - \text{Log}\,(\,\text{Cos}\,\beta)^{۲} = ۲\,\text{Log}\,(\,\text{Sin}\,\alpha) - ۲\,\text{Log}\,(\,\text{Cos}\,\beta)$$
$$= ۲(-۱) - ۲(-۲) = -۲ + ۴ = ۲$$

۱۴
$$\text{Sin}\,\alpha = \frac{۳}{۵} \Rightarrow \text{Cos}^{۲}\alpha = ۱ - \text{Sin}^{۲}\alpha \Rightarrow \text{Cos}^{۲}\alpha = ۱ - \frac{۹}{۲۵} \Rightarrow \text{Cos}^{۲}\alpha = \frac{۱۶}{۲۵}$$
$$\Rightarrow \text{Cos}\,\alpha = \pm\frac{۴}{۵} \xrightarrow{\alpha \text{ ناحیه اول}} \text{Cos}\,\alpha = \frac{۴}{۵}$$
$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\text{Sin}\,\alpha}{\text{Cos}\,\alpha} = \frac{\frac{۳}{۵}}{\frac{۴}{۵}} \Rightarrow \text{tg}\,\alpha = \frac{۳}{۴}$$
$$\text{tg}\,۲\alpha = \frac{۲\,\text{tg}\,\alpha}{۱ - \text{tg}^{۲}\alpha} = \frac{۲\times\left(\frac{۳}{۴}\right)}{۱ - \left(\frac{۳}{۴}\right)^{۲}} = \frac{\frac{۳}{۲}}{\frac{۷}{۱۶}} \Rightarrow \text{tg}\,۲\alpha = \frac{۲۴}{۷}$$

۱۵
$$۲\,\text{Sin}^{۲}x = ۳\,\text{Cos}\,x \Rightarrow ۲(۱ - \text{Cos}^{۲}x) = ۳\,\text{Cos}\,x \Rightarrow ۲\,\text{Cos}^{۲}x + ۳\,\text{Cos}\,x - ۲ = ۰$$
$$\Rightarrow \text{Cos}\,x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a}$$
$$\Delta = b^{۲} - ۴\text{ac} = (۳)^{۲} - ۴(۲)(-۲) = ۹ + ۱۶ = ۲۵ \Rightarrow \Delta = ۲۵$$
$$\text{Cos}\,x = \frac{-۳ \pm \sqrt{۲۵}}{۲(۲)} = \frac{-۳ \pm ۵}{۴} \Rightarrow \begin{cases} \frac{۱}{۲} \text{ ق} \\ -۲ \text{ غ ق} \end{cases}$$
$$\text{Cos}\,x = \frac{۱}{۲} = \text{Cos}\,\frac{\pi}{۳} \Rightarrow x = ۲\text{k}\pi \pm \frac{\pi}{۳},\ k \in \text{Z}$$

۱۶
الف) $۴\,\text{Sin}^{۲}x - ۱ = ۰ \Rightarrow ۴\,\text{Sin}^{۲}x = ۱ \Rightarrow \text{Sin}^{۲}x = \frac{۱}{۴}$
$$\Rightarrow \text{Sin}\,x = +\frac{۱}{۲} \text{ یا } -\frac{۱}{۲} \Rightarrow \text{Sin}\,x = \text{Sin}\left(\frac{\pi}{۶}\right) \text{ یا } \text{Sin}\left(-\frac{\pi}{۶}\right)$$
جواب‌های کلی معادلهٔ $\text{Sin}\,x = \text{Sin}\,\alpha$ به صورت $x = ۲\text{k}\pi + \alpha$ و $x = (۲k+۱)\pi - \alpha$ است که $k \in \text{Z}$ بنابراین:
$$\text{جواب های کلی} = ۲\text{k}\pi + \frac{\pi}{۶}, (۲k+۱)\pi - \frac{\pi}{۶}, ۲\text{k}\pi - \frac{\pi}{۶}, (۲k+۱)\pi + \frac{\pi}{۶}$$
$$\Rightarrow ۲\text{k}\pi \pm \frac{\pi}{۶}, (۲k+۱)\pi \pm \frac{\pi}{۶}$$
ب) جواب‌های کلی معادلهٔ $\text{Cos}\,x = \text{Cos}\,\alpha$ به صورت $x = ۲\text{k}\pi \pm \alpha$ است که $k \in \text{Z}$ بنابراین:
$$\text{Cos}\,۳x = \text{Cos}\,۲x \Rightarrow \begin{cases} ۳x = ۲\text{k}\pi + ۲x \\ ۳x = ۲\text{k}\pi - ۲x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲\text{k}\pi \\ ۵x = ۲\text{k}\pi \end{cases} \Rightarrow x = \frac{۲\text{k}\pi}{۵}$$

Telegram: @konkur_in

۱۷ $\text{Sin}^{۲}\alpha + \text{Cos}^{۲}\alpha = ۱ \Rightarrow \left(\frac{۳}{۵}\right)^{۲} + \text{Cos}^{۲}\alpha = ۱ \Rightarrow \text{Cos}^{۲}\alpha = ۱ - \frac{۹}{۲۵} = \frac{۱۶}{۲۵} \Rightarrow \text{Cos}\,\alpha = \pm\frac{۴}{۵}$

با توجه به این‌که α زاویه تند است؛ نتیجه می‌گیریم $\text{Cos}\,\alpha = +\frac{۴}{۵}$ است. حال کافی است در روابط زیر، مقادیر $\text{Sin}\,\alpha$ و $\text{Cos}\,\alpha$ را جای‌گذاری کنیم:

$$\text{Sin}\,۲\alpha = ۲\,\text{Sin}\,\alpha\,\text{Cos}\,\alpha = ۲\left(\frac{۳}{۵}\right)\left(\frac{۴}{۵}\right) = \frac{۲۴}{۲۵}$$

$$\text{Cos}\,۲\alpha = \text{Cos}^{۲}\alpha - \text{Sin}^{۲}\alpha = \left(\frac{۴}{۵}\right)^{۲} - \left(\frac{۳}{۵}\right)^{۲} = \frac{۷}{۲۵}$$

۱۸
$$y_{max} = |a| + c = ۴$$
$$y_{min} = -|a| + c = -۲$$
$$\Rightarrow ۲c = ۲ \Rightarrow c = ۱ \Rightarrow |a| = ۳ \Rightarrow a = ۳$$
$$T = \frac{۲\pi}{|b|} = \frac{\pi}{۴} \Rightarrow b = ۸$$
$$y = a\,\text{Sin}\,(\,bx\,) + c \Rightarrow y = ۳\,\text{Sin}\,(۸x) + ۱$$

۱۹
$$y_{max} = |a| + c = ۳ + ۵ = ۸$$
$$y_{min} = -|a| + c = -۳ + ۵ = ۲$$
$$T = \frac{۲\pi}{|b|} = \frac{۲\pi}{\frac{۱}{۵}} = ۱۰\pi$$

۲۰ این یک تابع Sin با ضریب مثب است. چون از مبدأ آغاز شده و ماکزیمم ۲ است. بنابراین مینیمم ۲- است. نصف تناوب ۴π شده، بنابراین تناوب ۸π است.

$$y_{max} = |a| + c = ۲$$
$$y_{min} = -|a| + c = -۲$$
$$\Rightarrow ۲c = ۰ \Rightarrow c = ۰ \Rightarrow |a| = ۲ \Rightarrow a = ۲$$
$$T = \frac{۲\pi}{b} = ۸\pi \Rightarrow b = \frac{۱}{۴}$$
$$y = ۲\,\text{Sin}\left(\frac{x}{۴}\right)$$

ضابطه تابع	ماکزیمم	می‌نیمم	تناوب
$y = ۲\,\text{Sin}\left(\frac{x}{۴}\right)$	۲	-۲	۸π

Telegram: @konkur_in

۲۱ این یک تابع Sin با ضریب مثبت است.

$y_{max} = |a| + c = ۵$

$y_{min} = -|a| + c = -۱$

$\Rightarrow ۲c = ۴ \Rightarrow c = ۲ \Rightarrow |a| = ۳ \Rightarrow a = ۳$

$T = \frac{۲\pi}{b} = ۶\pi \Rightarrow b = \frac{۱}{۳}$

$y = ۳\,Sin\left(\frac{x}{۳}\right) + ۲$

ضابطه تابع	ماکزیمم	می‌نیمم	تناوب
$y = ۳Sin\left(\frac{x}{۳}\right) + ۲$	۵	-۱	۶π

۲۲

$y_{max} = |a| + c = ۶\pi$

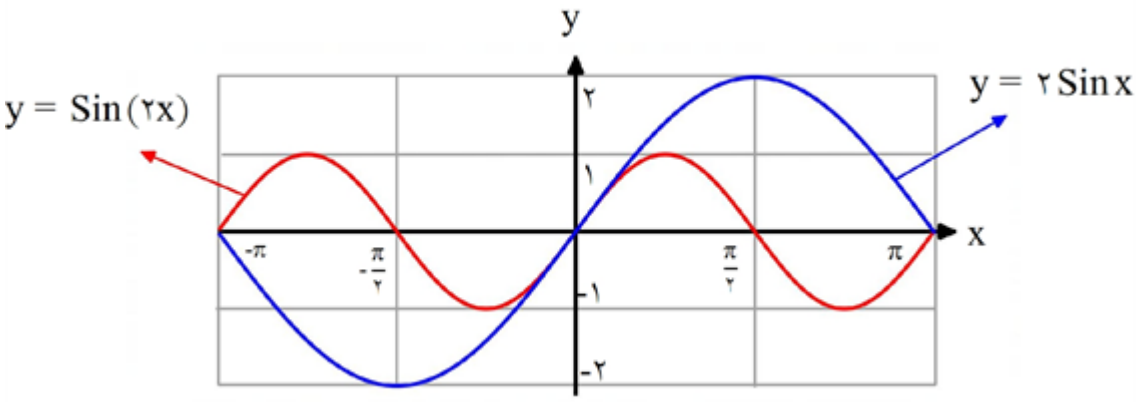
$y_{min} = -|a| + ۲ = -۲\pi$

$\Rightarrow ۲c = ۴\pi \Rightarrow c = ۲\pi \Rightarrow |a| = ۴\pi \Rightarrow a = ۴\pi$

$T = \frac{۲\pi}{|b|} = ۱۰ \Rightarrow b = \frac{\pi}{۵}$

$y = a\,Sin\,(\,bx\,) + c \Rightarrow y = ۴\pi\,Sin\left(\frac{\pi}{۵}x\right) + ۲\pi$

۲۳



۲۴

$\begin{cases} Cos\,۲\alpha = Cos^{۲}\alpha - Sin^{۲}\alpha \\ Sin\,۲\alpha = ۲\,Sin\,\alpha\,Cos\,\alpha \end{cases}$

$f(x) = ۳\,Cos\,x\,Sin\,x(\,Cos^{۲}x - Sin^{۲}x) + ۱ \Rightarrow f(x) = ۳\left(\frac{۱}{۲}Sin\,۲x\right)Cos\,۲x + ۱$

$\Rightarrow f(x) = \frac{۳}{۲}\underbrace{Sin\,۲x\,Cos\,۲x}_{\frac{۱}{۲}Sin\,۴x} + ۱ \Rightarrow f(x) = \frac{۳}{۴}Sin(۴x) + ۱$

$T = \frac{۲\pi}{|۴|} = \frac{۲\pi}{۴} \Rightarrow T = \frac{\pi}{۲}$

$\begin{cases} y_{max} = \frac{۳}{۴}(۱) + ۱ = \frac{۷}{۴} \\ y_{min} = \frac{۳}{۴}(-۱) + ۱ = \frac{۱}{۴} \end{cases}$

Telegram: @konkur_in

۲۵ $\text{Sin}\,۲\alpha = ۲\,\text{Sin}\,\alpha\,\text{Cos}\,\alpha$

$f(x) = ۵ - \text{Sin}\,x\,\text{Cos}\,x \Rightarrow f(x) = ۵ - \frac{۱}{۲}\text{Sin}\,(۲x)$

$T = \frac{۲\pi}{|۲|} = \frac{۲\pi}{۲} = \pi$

$\begin{cases} y_{\text{Min}} = ۵ - \frac{۱}{۲}(۱) = ۵ - \frac{۱}{۲} = \frac{۹}{۲} \\ y_{\text{Max}} = ۵ - \frac{۱}{۲}(-۱) = ۵ + \frac{۱}{۲} = \frac{۱۱}{۲} \end{cases}$

۲۶ $T = \frac{\pi}{|۳|} = \frac{\pi}{۳}$

۲۷ $y = ۵ - ۲\,\text{tg}\,(\pi x) \Rightarrow \pi x \neq k\pi + \frac{\pi}{۲} \xrightarrow{\div(\pi)} x \neq k + \frac{۱}{۲}$

$D = \left\{ x | x \in \text{R}, x \neq k + \frac{۱}{۲} \right\}$

۲۸ $T = \frac{۲\pi}{|۳|} = \frac{۲\pi}{۳}$

$\begin{cases} y_{\text{Max}} = ۵ - ۲(-۱) = ۷ \\ y_{\text{Min}} = ۵ - ۲(۱) = ۳ \end{cases}$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

الف) $\text{Sin}\,\frac{\pi}{۲} = \text{Sin}\,۳x$

$۱ = \text{Sin}\,۳x \Rightarrow ۳x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} \Rightarrow x = \frac{۲k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۶}$

ب) $\text{Cos}\,۲x - \text{Cos}\,x + ۱ = ۰$

$۲\,\text{Cos}^{۲}x - ۱ - \text{Cos}\,x + ۱ \Rightarrow \text{Cos}\,x(۲\,\text{Cos}\,x - ۱) = ۰$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Cos}\,x = ۰ \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۲} \\ ۲\,\text{Cos}\,x - ۱ = ۰ \Rightarrow \text{Cos}\,x = \frac{۱}{۲} = \text{Cos}\,\frac{\pi}{۳} \Rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳} \end{cases}$$

پ) $\text{Cos}\,x = \text{Cos}\,۲x \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + ۲x \Rightarrow x = -۲k\pi \\ x = ۲k\pi - ۲x \Rightarrow x = \frac{۲k\pi}{۳} \end{cases}$

ت) $\text{Cos}\,۲x - ۳\,\text{Sin}\,x + ۱ = ۰ \Rightarrow ۱ - ۲\,\text{Sin}^{۲}x - ۳\,\text{Sin}\,x + ۱ = ۰ \Rightarrow ۲\,\text{Sin}^{۲}x + ۳\,\text{Sin}\,x - ۲ = ۰$

$$\frac{(۲\,\text{Sin}\,x + ۴)(۲\,\text{Sin}\,x - ۱)}{۲} = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \text{Sin}\,x = -۲ \text{ غ ق ق} \\ \text{Sin}\,x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \\ x = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۶} \end{cases} \end{cases}$$

ث) $\text{Cos}^{۲}x - \text{Sin}\,x = \frac{۱}{۴} \Rightarrow ۱ - \text{Sin}^{۲}x - \text{Sin}\,x = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \text{Sin}^{۲}x + \text{Sin}\,x - \frac{۳}{۴} = ۰$

$$\xrightarrow{\text{Sin}\,x = t} t^{۲} + t - \frac{۳}{۴} = ۰ \Rightarrow \Delta = ۱ + ۳ = ۴ \Rightarrow t = \frac{-۱ \pm ۲}{۲}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Sin}\,x = \frac{۱}{۲} = \text{Sin}\,\frac{\pi}{۶} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \\ x = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۶} \end{cases} \\ \text{Sin}\,x = \frac{-۳}{۲} \text{ غیرممکن} \end{cases}$$

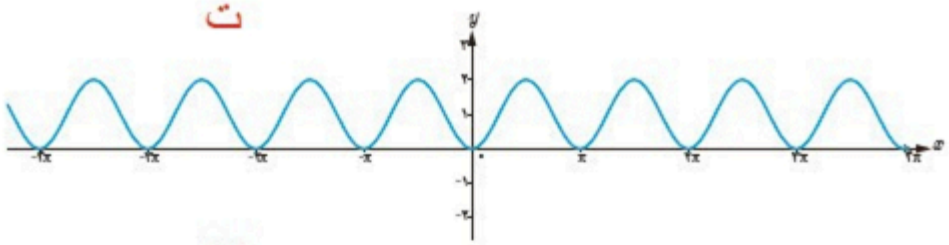
ج) $\text{Sin}\,x - \text{Cos}\,۲x = ۰ \Rightarrow \text{Sin}\,x = \text{Cos}\,۲x = \text{Sin}\left(\frac{\pi}{۲} - ۲x\right)$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} - ۲x \Rightarrow x = \frac{۲k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۶} \\ x = ۲k\pi + \pi - \left(\frac{\pi}{۲} - ۲x\right) \Rightarrow x = -۲k\pi - \frac{\pi}{۲} \end{cases}$$

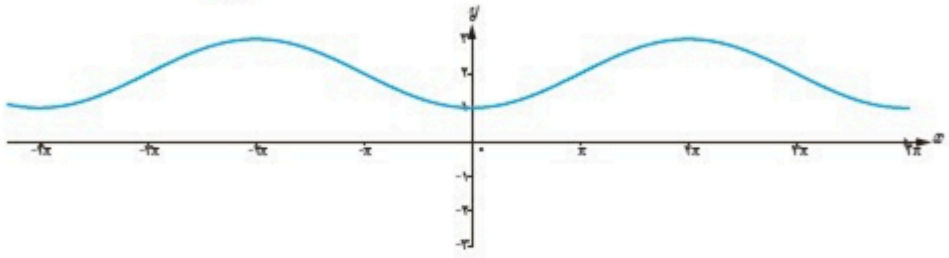
Telegram: @konkur_in

۳۰

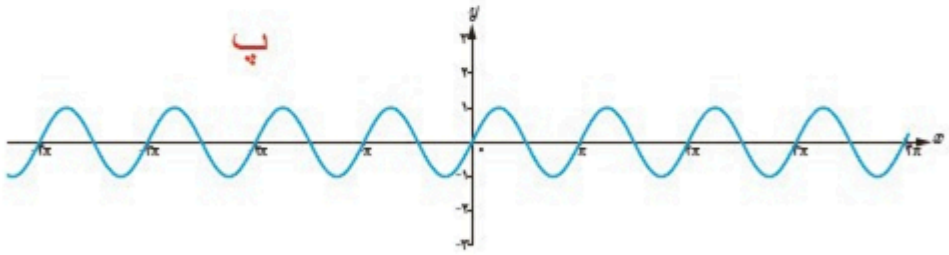
۱) ت



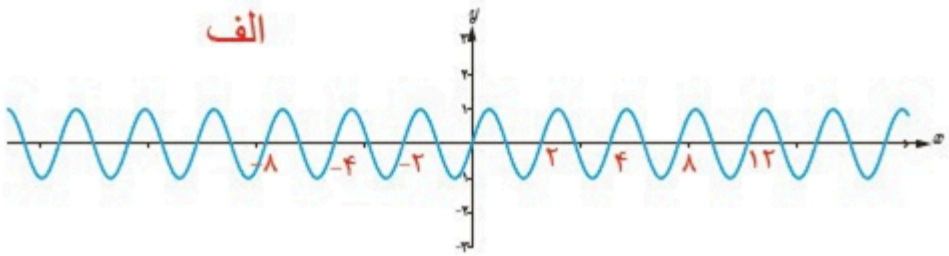
۲) ب



۳) پ

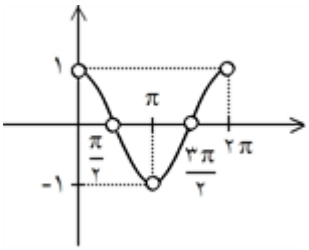


۴) الف



با توجه به ضابطه الف باید واحدهای محور طول تغییر کند.

۳۱



$$\text{tg}\, x \times \text{Cotg}\, x = ۱ \Rightarrow x \neq \frac{\pi}{۲}\,,\ \pi\,,\ \frac{۳\pi}{۲}$$

$$y = \text{Cos}\, x$$

۳۲ اولین نقطه‌ی ماکزیمم تابع فوق زمانی است که $۲x = \frac{\pi}{۲}$ باشد. پس:

$$۲x = \frac{\pi}{۲} \Rightarrow x = \frac{\pi}{۴} \Rightarrow \text{Max} \left| \begin{matrix} \frac{\pi}{۴} \\ ۱ \end{matrix} \right.$$

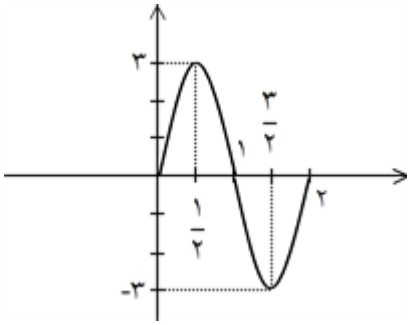
www.konkur.in

۳۳ نمودار تابع $y = ۳\,\mathrm{Sin}\,\pi x$ را به روش انتقال رسم می‌کنیم پس:

$$\mathrm{Max}\left|\begin{matrix}\frac{۱}{۲}\\ ۳\end{matrix}\right., \mathrm{Min}\left|\begin{matrix}\frac{۳}{۲}\\ -۳\end{matrix}\right.$$

بنابراین فاصله‌ی این ۲ نقطه برابر است با:

$$\sqrt{\left(\frac{۳}{۲}-\frac{۱}{۲}\right)^{۲}+(-۳-۳)^{۲}}=\sqrt{۳۷}$$



۳۴ می‌دانیم برای توابع Sin و Cos داریم:

$$\left.\begin{matrix}y=a\,\mathrm{Sin}\,(\,\mathrm{bx}\,)+c\\ y=a\,\mathrm{Cos}\,(\,\mathrm{bx}\,)+c\end{matrix}\right\}\Rightarrow y_{\max}=|a|+c, y_{\min}=-|a|+c, T=\frac{۲\pi}{|b|}$$

الف) $y_{\max}=|۲|+۳=۵, y_{\min}=-|۲|+۳=۱, T=\frac{۲\pi}{\frac{\pi}{۲}}=۴$

ب) $y_{\max}=|-۱|+۳=۴, y_{\min}=-|-۱|+۳=۲, T=\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۲}}=۴\pi$

۳۵ $(۲\,\mathrm{Cos}\,x+۱)(\,\mathrm{Cos}\,x-۱)=۰\Rightarrow\left\{\begin{matrix}۲\,\mathrm{Cos}\,x+۱=۰\\ \mathrm{Cos}\,x-۱=۰\end{matrix}\right.$

$\left\{\begin{matrix}\mathrm{Cos}\,x=۱\Rightarrow x=۲\mathrm{k}\pi\\ \mathrm{Cos}\,x=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow x=۲\mathrm{k}\pi\pm\frac{۲\pi}{۳}\end{matrix}\right.$ جواب خاص $=\left\{۰, ۲\pi, \frac{۲\pi}{۳}, \frac{۴\pi}{۳}\right\}$

۳۶ $\mathrm{Sin}\,x=\frac{-\sqrt{۲}}{۲}=\mathrm{Sin}\left(-\frac{\pi}{۴}\right)\Rightarrow\left\{\begin{matrix}x=۲\mathrm{k}\pi-\frac{\pi}{۴}\\ x=۲\mathrm{k}\pi+\pi-\left(-\frac{\pi}{۴}\right)=۲\mathrm{k}\pi+\frac{۵\pi}{۴}\end{matrix}\right.$

جواب خاص $=\left\{\frac{۷\pi}{۴}, \frac{۵\pi}{۴}\right\}$

۳۷ $f(x)=۱+\mathrm{Cos}^{۲}x\to f(x)=۱+\frac{۱+\mathrm{Cos}\,۲\mathrm{x}}{۲}=\frac{۳}{۲}+\frac{۱}{۲}\mathrm{Cos}\,۲\mathrm{x}$

$f(x+c)=f(x)\to\frac{۳}{۲}+\frac{۱}{۲}\mathrm{Cos}\,(۲\mathrm{x}+۲\mathrm{c})=\frac{۳}{۲}+\frac{۱}{۲}\mathrm{Cos}\,۲\mathrm{x}\to\mathrm{Cos}\,(۲\mathrm{x}+۲\mathrm{c})=\mathrm{Cos}\,۲\mathrm{x}$

$\to ۲\mathrm{x}+۲\mathrm{c}=۲\mathrm{k}\pi+۲\mathrm{x}\to c=\mathrm{k}\pi\Rightarrow T=\pi$

۳۸ $\mathrm{Cos}\,x=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\mathrm{Cos}\left(\frac{۵\pi}{۶}\right)\Rightarrow x=۲k\pi\pm\frac{۵\pi}{۶}$

۳۹ $\mathrm{Cos}\,x=\frac{۳\pm\sqrt{۹-۸}}{۴}=۱, \frac{۱}{۲}\Rightarrow\left\{\begin{matrix}\mathrm{Cos}\,x=۱\Rightarrow x=۲k\pi\\ \mathrm{Cos}\,x=\frac{۱}{۲}\Rightarrow x=۲k\pi\pm\frac{\pi}{۳}\end{matrix}\right.$

Telegram: @konkur_in

$$\text{Sin}\, x = -\frac{\sqrt{۳}}{۲} = \text{Sin}\left(-\frac{\pi}{۳}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۳} \\ x = ۲k\pi + \pi + \frac{\pi}{۳} = ۲k\pi + \frac{۴\pi}{۳} \end{cases}$$ ۴۰

$$\text{Cos}\, x = \frac{۱}{۲} = \text{Cos}\, \frac{\pi}{۳} \Rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$$ ۴۱

$$\frac{۱ + (۲\,\text{Cos}^{۲}\alpha - ۱)}{۱ - (۱ - ۲\,\text{Sin}^{۲}\alpha)} = \frac{۲\,\text{Cos}^{۲}\alpha}{۲\,\text{Sin}^{۲}\alpha} = \text{Cotg}^{۲}\alpha$$ ۴۲

$$\frac{۲\,\text{Sin}\,\alpha\,\text{Cos}\,\alpha}{۱ + (۲\,\text{Cos}^{۲}\alpha - ۱)} = \frac{۲\,\text{Sin}\,\alpha\,\text{Cos}\,\alpha}{۲\,\text{Cos}^{۲}\alpha} = \frac{\text{Sin}\,\alpha}{\text{Cos}\,\alpha} = \text{tg}\,\alpha$$ ۴۳

$$\text{Sin}\,\alpha = \text{Sin}\left(\frac{\alpha}{۲} + \frac{\alpha}{۲}\right) = \text{Sin}\,\frac{\alpha}{۲}\text{Cos}\,\frac{\alpha}{۲} + \text{Cos}\,\frac{\alpha}{۲}\text{Sin}\,\frac{\alpha}{۲} = ۲\,\text{Sin}\,\frac{\alpha}{۲}\text{Cos}\,\frac{\alpha}{۲}$$ ۴۴

$$\text{Sin}\,\alpha = \frac{۳}{۵}\ ,\ \text{Cos}\,\alpha = \frac{۴}{۵}\ ,\ \text{tg}\,\alpha = \frac{۳}{۴}$$ ۴۵

$$\text{Sin}\,\beta = \frac{۸}{۱۷}\ ,\ \text{Cos}\,\beta = \frac{۱۵}{۱۷}\ ,\ \text{tg}\,\beta = \frac{۸}{۱۵}$$

$$\text{Sin}\,۲\alpha = ۲\,\text{Sin}\,\alpha\,\text{Cos}\,\alpha = ۲ \times \frac{۳}{۵} \times \frac{۴}{۵} = \frac{۲۴}{۲۵}$$

$$\text{Cos}\,۲\alpha = \text{Cos}^{۲}\alpha - \text{Sin}^{۲}\alpha = \frac{۱۶}{۲۵} - \frac{۹}{۲۵} = \frac{۷}{۲۵}$$

$$\text{tg}\,۲\alpha = \frac{۲\,\text{tg}\,\alpha}{۱ - \text{tg}^{۲}\alpha} = \frac{۲ \times \frac{۳}{۴}}{۱ - \frac{۹}{۱۶}} = \frac{۲۴}{۷}$$

$$\text{Sin}\,۲\beta = ۲\,\text{Sin}\,\beta\,\text{Cos}\,\beta = ۲ \times \frac{۸}{۱۷} \times \frac{۱۵}{۱۷} = \frac{۲۴۰}{۲۸۹}$$

$$\text{Cos}\,۲\beta = \text{Cos}^{۲}\beta - \text{Sin}^{۲}\beta = \frac{۲۲۵}{۲۸۹} - \frac{۶۴}{۲۸۹} = \frac{۱۶۱}{۲۸۹}$$

$$\text{tg}\,۲\beta = \frac{۲\,\text{tg}\,\beta}{۱ - \text{tg}^{۲}\beta} = \frac{۲ \times \frac{۸}{۱۵}}{۱ - \frac{۶۴}{۲۲۵}} = \frac{۲۴۰}{۱۶۱}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

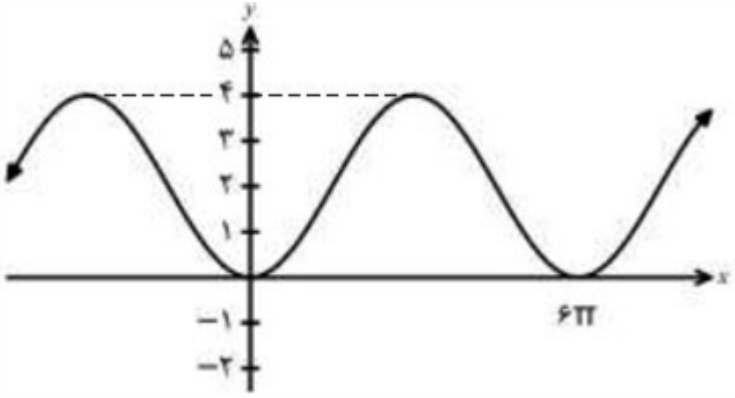
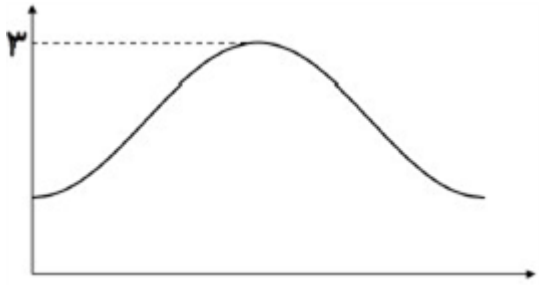
نام :	باسمه تعالی	نوبت امتحانی :
نام خانوادگی :		پایه :
نام پدر :		ساعت شروع :
شماره دانش آموزی :		مدت امتحان :
نام درس : ریاضی دوازدهم - فصل ۲		تاریخ برگزاری ۱۴۰۴/۱۰/۲۵

تصحیح			تجدید نظر		
نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:		نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	
تاریخ و امضا:	نمره با حروف:		تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	

ردیف	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	معادله مثلثاتی $\text{Cos}^{۲}x - ۲\,\text{Cos}\,x = ۰$ را حل کنید و جواب‌های کلی آن را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴	
۲	مقدار عددی A را محاسبه کنید. $A = \text{Cos}^{۲}۲۲/۵^\circ - \text{Sin}^{۲}۲۲/۵^\circ$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴	
۳	دوره تناوب و مقدار ماکزیمم تابع $f(x) = ۱ - ۳\,\text{Cos}\left(\frac{\pi}{۲}x\right)$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴	
۴	اگر $\tan(\alpha+\beta) = -۲$ و $\tan\alpha = ۱$، آنگاه مقدار $\tan\beta$ را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴	
۵	معادله مثلثاتی $\text{Sin}(۲\pi + x)\,\text{Cos}\,x = ۰$ را حل کنید و جواب‌های کلی آن را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴	
۶	دورهٔ تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = ۲\,\text{Sin}(۳x) - ۱$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴	
۷	معادلهٔ مثلثاتی $\text{Sin}\,x.\,\text{Cos}\,x = \frac{\sqrt{۲}}{۴}$ را حل کنید و جواب‌های کلی آن را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۴	

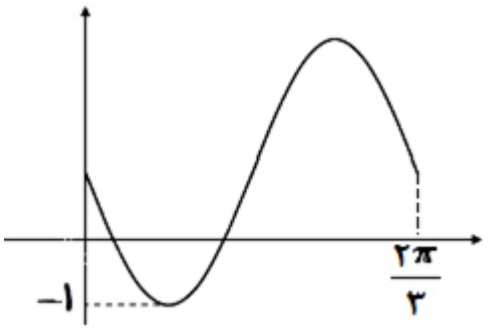
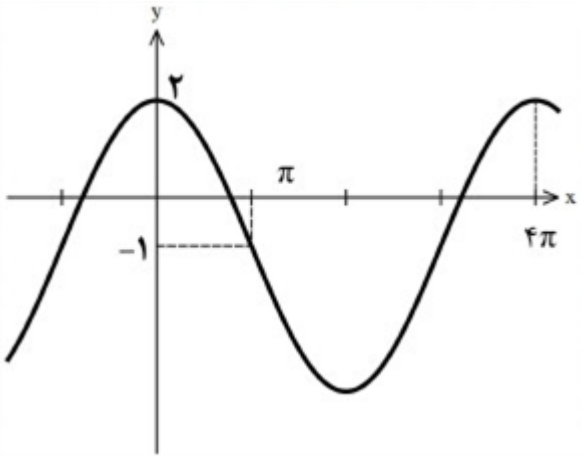
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸	نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطهٔ $f(x)=a\,\mathrm{Cos}\,(\,\mathrm{bx}\,)+۲$ یا $f(x)=a\,\mathrm{Sin}\,(\,\mathrm{bx}\,)+۲$ است. با دقت در شکل نمودار و محاسبهٔ مقادیر a و b، ضابطهٔ مربوط به این تابع را به دست آورید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۴	
۹	جواب‌های کلی معادلهٔ مثلثاتی $۳\,\mathrm{Sin}\,x=\mathrm{Cos}\,۲x+۲$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۴	
۱۰	دورهٔ تناوب و مقدار ماکزیمم تابع $f(x)=۲-۳\,\mathrm{Sin}\,۴x$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۴	
۱۱	جواب‌های کلی معادله $\mathrm{Sin}\,x.\,\mathrm{Cos}\,x=\frac{\sqrt{۳}}{۴}$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴	
۱۲	نمودار تابع $y=a\,\mathrm{Cos}\,(\,\mathrm{bx}\,)+۲$ در یک دوره تناوب به صورت روبه‌رو رسم شده است. الف) مقدار a را بیابید. ب) مینیمم تابع را به دست آورید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴	
۱۳	معادله $\sqrt{۲}\,\mathrm{Sin}\,x-۱=۰$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴	

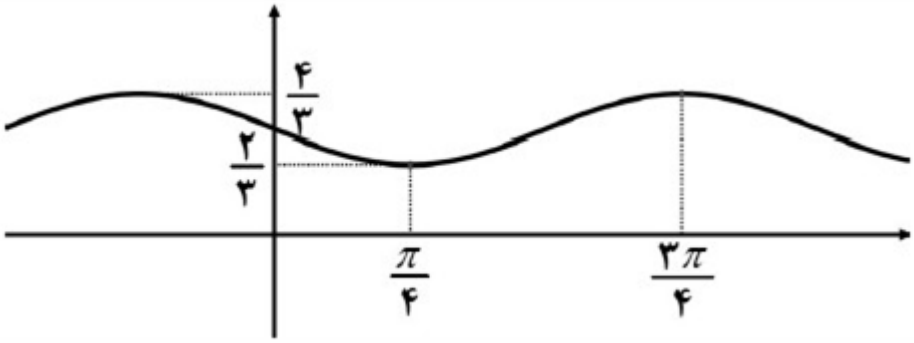
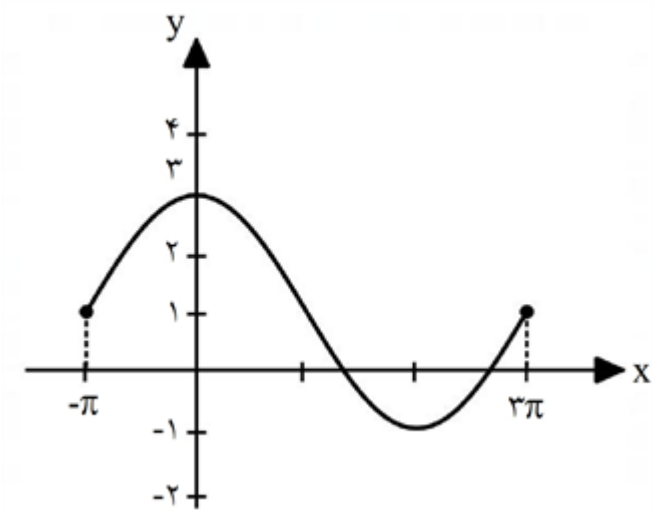
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۴	نمودار تابع $y = ۲\ \mathrm{Sin}\,(\,ax\,) + b$ در یک دوره تناوب، به صورت روبه‌رو رسم شده است. الف) مقدار a چقدر است؟ ب) بیشترین مقدار تابع را به دست آورید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴	
۱۵	معادله $\mathrm{Cos}\,x(۲\ \mathrm{Cos}\,x - ۷) = ۴$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۳	
۱۶	قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a\,\mathrm{Cos}\,\mathrm{bx} + c$ به صورت زیر است. مقدار a، b و c را بیابید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۳	
۱۷	مقدار مینیمم و دوره تناوب تابع $f(x) = c - ۲\ \mathrm{Sin}\,(\,\mathrm{bx}\,)$ به ترتیب ۴ و $\frac{\pi}{۲}$ است. مقادیر $\lvert b\rvert$ و c را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۳	
۱۸	معادله مثلثاتی $\mathrm{Cos}\,۲x - ۳\ \mathrm{Cos}\,x - ۱ = ۰$ را حل کنید و جواب‌های کلی آن را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۳	
۱۹	معادلهٔ مثلثاتی زیر را حل کنید. $\mathrm{Cos}\,۲x - ۱۳\ \mathrm{Cos}\,x - ۶ = ۰$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳	
۲۰	با توجه به محورهای کسینوس و تانژانت، اگر $\frac{\pi}{۴} < \alpha < \frac{\pi}{۲}$ باشد آنگاه مقادیر $\mathrm{Cos}\,\alpha$ و $\tan\alpha$ را با هم مقایسه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳	

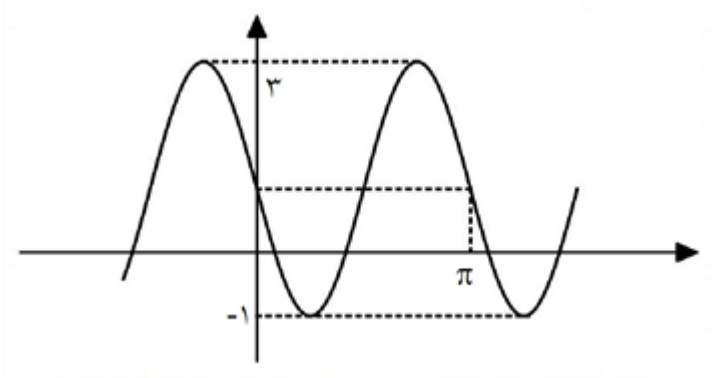
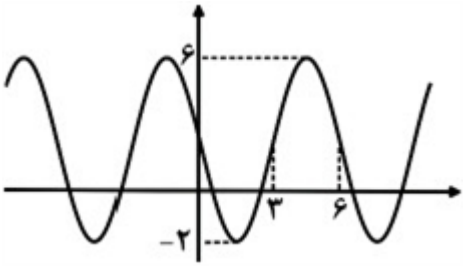
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

	نمودار تابع $y = a\,\mathrm{Sin}\,(\,\mathrm{bx}\,) + c$ به صورت زیر است. ضابطهٔ آن را مشخص کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳	۲۱
	نمودار داده شده در شکل مقابل مربوط به تابع با ضابطهٔ $y = a\,\mathrm{Cos}\,(\,\mathrm{bx}\,) + c$ است. اگر $b < ۰$ باشد، مقادیر a، b و c را به دست آورید. (راه‌حل نوشته شود.)  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳	۲۲
	جواب‌های معادله $\mathrm{Cos}\,(۲x) = \frac{۱}{۲}$ را در بازه $(۰, \pi)$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۳	۲۳
	اگر بیشترین و کمترین مقدار تابع $y = a\,\mathrm{Sin}\,(۸x) + c$ به‌ترتیب ۹ و ۳ باشد. الف) مقادیر $\lvert a\rvert$ و c را بیابید. ب) دوره تناوب تابع را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۳	۲۴
	معادله $\mathrm{Sin}\,۲x = \mathrm{Sin}\,x$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۳	۲۵

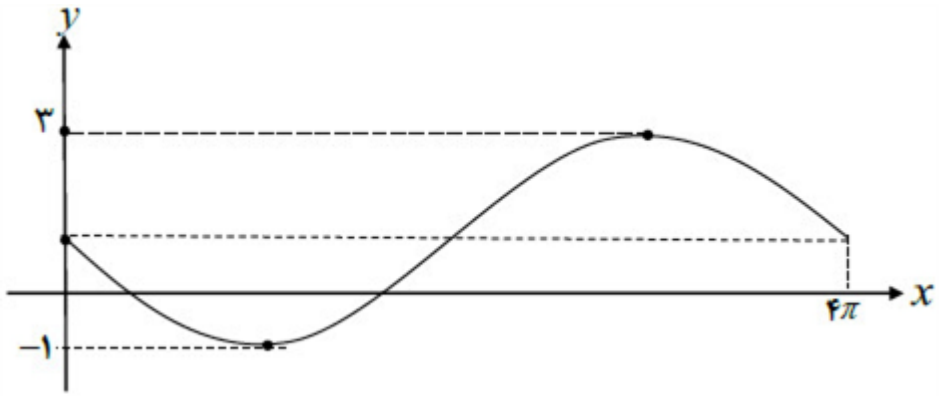
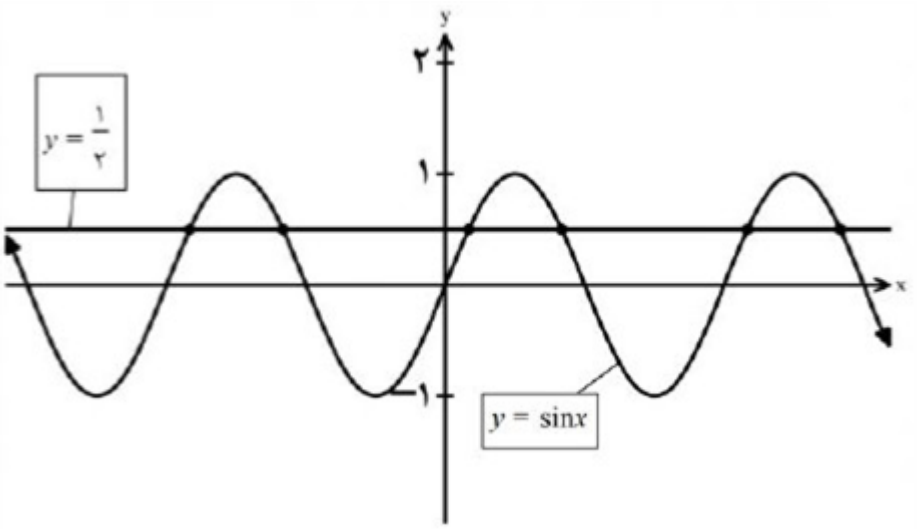
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۶	نمودار داده شده در شکل مقابل مربوط به تابع با ضابطه $y = a\,\mathrm{Sin}\,\mathrm{bx} + c$ است. با فرض $a > ۰$، مقادیر a، b و c را به دست آورید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۳	
۲۷	اگر $\mathrm{Cos}\,\theta = \frac{۳}{۵}$ و انتهای کمان روبه‌رو به زاویه θ در ناحیه چهارم مثلثاتی باشد، مقدار $\mathrm{Sin}\,۲\theta$ را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین۱۴۰۳	
۲۸	جواب‌های معادله مثلثاتی $\mathrm{Sin}^{۴} x = ۱^{۲}$ را به دست آورید. کدام جواب‌ها در بازه $\left[۰, \frac{\pi}{۲}\right]$ هستند؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۲	
۲۹	مقدار ماکزیمم تابع $f(x) = a\,\mathrm{Cos}\,\frac{x}{۲} + ۳$ برابر ۶ می‌باشد، $\lvert a\rvert$ و دوره تناوب را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۲	
۳۰	نمودار مقابل مربوط به تابعی با ضابطه $y = a\,\mathrm{Sin}\,(\,\mathrm{bx}\,) + c$ است. با توجه به نمودار، ضابطه آن را بنویسید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۲	
۳۱	معادله مثلثاتی $\mathrm{Sin}\,x\,\mathrm{Cos}\,x = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۲	
۳۲	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. $y = \sqrt{۳} - \mathrm{Sin}\left(\frac{\pi}{۲}x\right)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۲	
۳۳	جواب‌های معادله مثلثاتی $\mathrm{Sin}^{۴} x + ۲\sqrt{۳} = ۰^{۲}$ را در بازه $[۰, ۲\pi]$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۲	

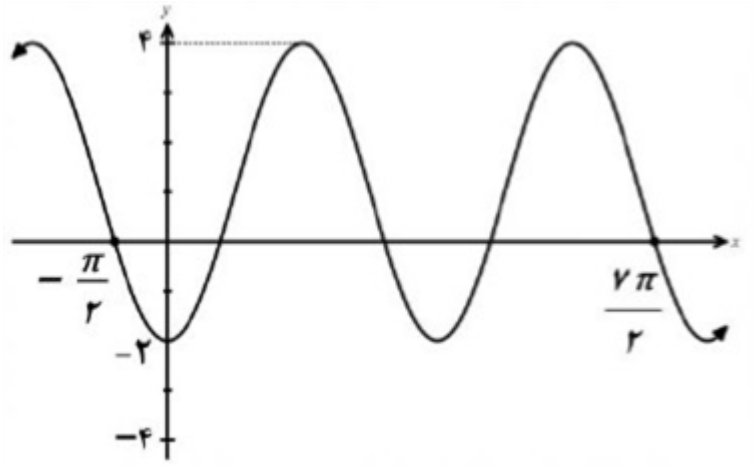
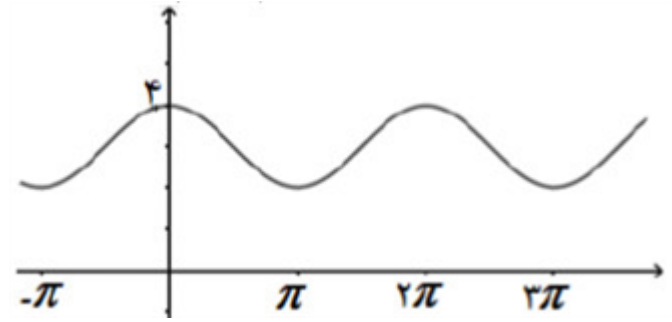
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۴	ضابطه تابعی به صورت $y = a\,\text{Cos}\,bx + c$ را بنویسید که دوره تناوب آن ۲، مقدار ماکزیمم آن ۳ و مقدار مینیمم آن ۱- باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۲	
۳۵	جواب(های) معادله مثلثاتی $\text{Cos}^{۲}x - \text{Cos}\,x = ۰$ را در بازه $(۰, \pi)$ مشخص کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۲	
۳۶	نمودار زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a\,\text{Sin}\,bx + ۱$ است. حاصل ab را بیابید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۲	
۳۷	معادله $\text{Sin}\,x\,\text{Cos}\,x = \frac{۱}{۴}$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۲	
۳۸	نمودار تابع با ضابطه $y = \text{Sin}\,x$ و خط به معادله $y = \frac{۱}{۲}$ در دستگاه زیر، رسم شده است. طول نقاط برخورد آن‌ها را بیابید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۱	

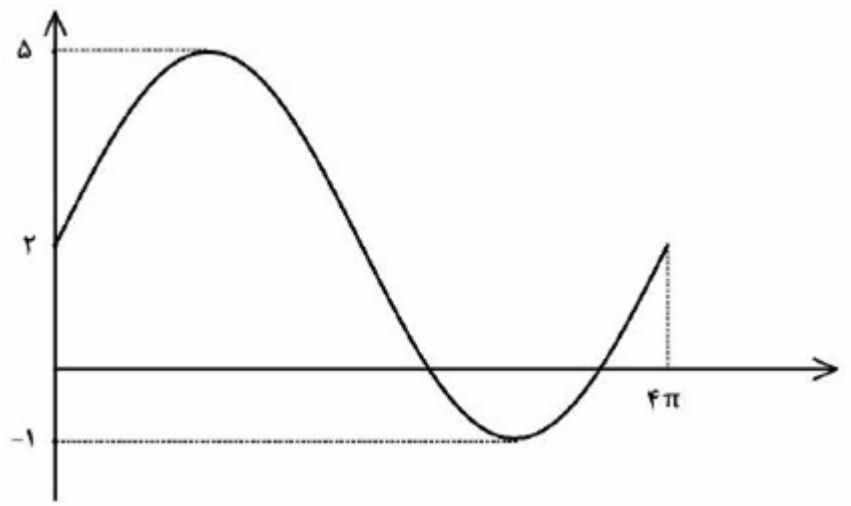
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۹	نمودار تابع با ضابطه $y = a\,\text{Cos}\,bx + c$ به صورت زیر رسم شده است. مقدار a، b و c را به دست آورید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	
۴۰	معادله مثلثاتی $\text{Cos}^{۲}x - \text{Cos}\,x + ۱ = ۰$ را در بازه $۰ \leq x \leq \pi$ حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	
۴۱	نمودار تابع $f(x) = a + \text{Cos}\,bx$ به صورت مقابل است. حاصل $a + b$ را به دست آورید. $(b > ۰)$  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	
۴۲	معادله مقابل را حل کنید. $\text{Cos}^{۲}x - ۳\,\text{Sin}\,x + ۴ = ۰$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	
۴۳	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = ۳\,\text{Cos}\,(\pi x) + ۲$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	

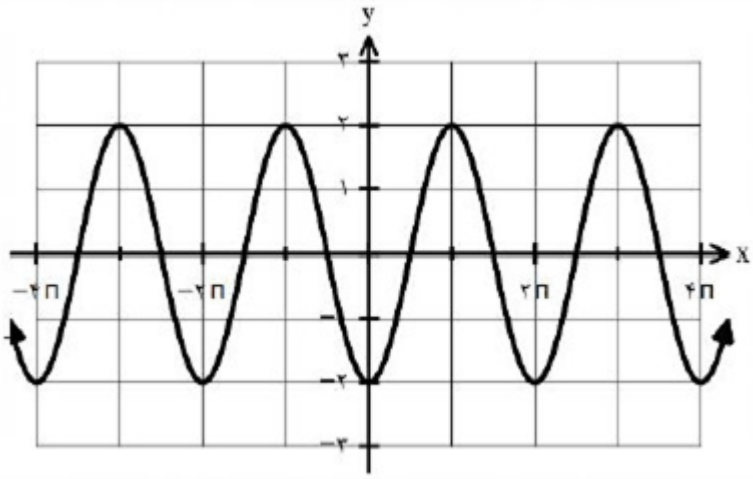
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

	نمودار داده شده مربوط به تابعی با ضابطه $y = a\,\mathrm{Sin}\,\mathrm{bx} + c$ است. مقادیر a و b و c را محاسبه کنید و ضابطه آن‌را مشخص نمایید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۱	۴۴
	معادله مثلثاتی $2\,\mathrm{Cos}^{2}x + \mathrm{Cos}\,x = 0$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۱	۴۵
	معادلهٔ مثلثاتی $\mathrm{Sin}^{2}x = \mathrm{Sin}\,x$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۱	۴۶
	معادله‌ی یک تابع سینوسی $y = a\,\mathrm{Sin}\,(\,\mathrm{bx}\,) + c$ را بنویسید که برد آن $[-4, 4]$ و دوره تناوب آن ۲ است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۱	۴۷
	معادله مثلثاتی $\mathrm{Sin}^{2}x - \mathrm{Cos}\,x = 0$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۱	۴۸
	ضابطه تابعی به فرم $y = a\,\mathrm{Cos}\,\mathrm{bx} + c$ را بنویسید که دوره تناوب آن ۲ و مقدار ماکزیمم آن ۴ و مقدار مینیمم آن ۲- باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۰	۴۹
	معادله مثلثاتی $\mathrm{Cos}^{2}x - \mathrm{Sin}\,x + 1 = 1$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۰	۵۰

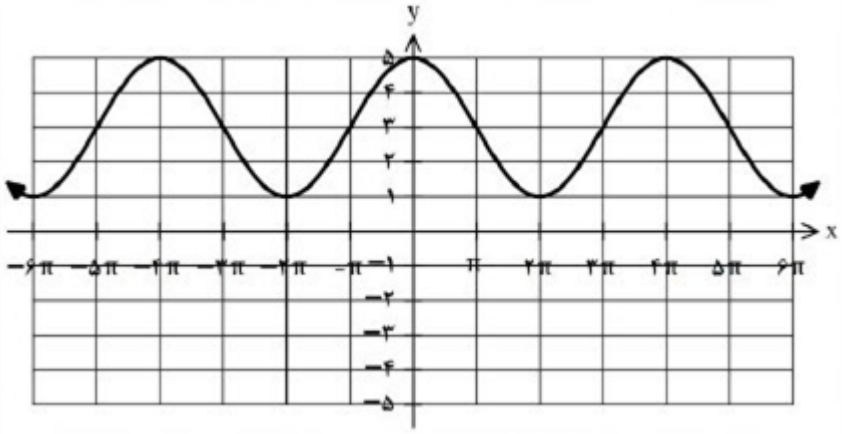
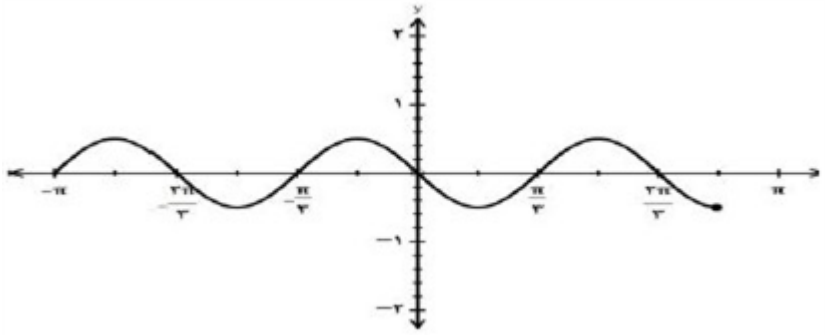
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۱	نمودار زیر برای تابعی با ضابطه $f(x) = a\,\mathrm{Cos}\,\mathrm{bx} + c$ است. با دقت به شکل نمودار و تشخیص دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع، ضابطه آن‌را مشخص کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰	
۵۲	حاصل عبارت $۴\,\mathrm{Sin}\,x\,\mathrm{Cos}\,x\,\mathrm{Cos}\,۲x$ را به ازای $x = ۷/۵^\circ$ را محاسبه نمایید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰	
۵۳	مثلثی با مساحت $\sqrt[۸]{۲}$ سانتی‌متر مربع مفروض است. اگر اندازه‌ی دو ضلع این مثلث به‌ترتیب ۴ و ۸ سانتی‌متر باشند، آن‌گاه چند مثلث با این خاصیت‌ها می‌توان ساخت؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰	
۵۴	معادله‌ی یک تابع سینوسی $y = a\,\mathrm{Sin}\,(\,\mathrm{bx}\,) + c$ را بنویسید که مقدار ماکزیمم آن ۵ و مقدار مینیمم آن ۱- و دوره‌ی تناوب آن ۸π است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰	
۵۵	معادله $۲\,\mathrm{Sin}\,x\,\mathrm{Cos}\,x + ۳\,\mathrm{Cos}\,x = ۰$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰	
۵۶	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = ۹ - ۲\pi\,\mathrm{Cos}\left(\frac{x}{۳}\right)$ را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰	
۵۷	معادله مثلثاتی $۲\,\mathrm{Cos}^{۲}x = \mathrm{Sin}\,x - ۱$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰	
۵۸	ضابطه تابع مثلثاتی سینوس با دوره تناوب ۳ و مقادیر ماکزیمم ۵ و مینیمم ۳ بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰	
۵۹	معادله‌ی مثلثاتی $\mathrm{Sin}\,x\,\mathrm{Cos}\,x = \frac{\sqrt{۳}}{۴}$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۰	نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه $y = a\,\mathrm{Cos}\,\mathrm{bx} + c$ است. با توجه به نمودار، ضابطه آن‌را مشخص کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰	
۶۱	دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و می‌نیمم تابع زیر را به دست آورید. (راه‌حل نوشته شود) $y = ۸\,\mathrm{Cos}\left(\frac{x}{۳}\right)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۹	
۶۲	در شکل نمودار زیر، با تعیین مقادیر ماکزیمم و می‌نیمم تابع، ضابطه‌ی آن‌را بنویسید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۹	
۶۳	مقدار $\mathrm{Sin}\,۱۵^\circ$ را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹	
۶۴	معادله‌ی مثلثاتی $\mathrm{Cos}^۲x - \mathrm{Sin}\,x = \frac{۱}{۴}$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹	
۶۵	دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. (راه‌حل نوشته شود) $y = \pi\,\mathrm{Sin}\,(-x) + ۱$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹	
۶۶	معادله مثلثاتی $\mathrm{Cos}\,۳x - \mathrm{Cos}\,x = ۰$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹	
۶۷	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = \sqrt{۵} - \pi\,\mathrm{Cos}\,\frac{۱}{۲}x$ را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۸	معادله‌ی مثلثاتی $\text{Cos}\, x(۲\ \text{Cos}\, x - ۹) = ۵$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۹۹	
۶۹	دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. $y = \sqrt{۳} - \text{Cos}\, \frac{\pi}{۲}x$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۹۹	
۷۰	معادله $۲\ \text{Sin}\, ۳x - \sqrt{۲} = ۰$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۹۹	
۷۱	مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع $y = ۱ + ۲\ \text{Sin}\, ۷x$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۹۹	
۷۲	معادله‌ی مثلثاتی $\text{Cos}\, ۲x - \text{Cos}\, x + ۱ = ۰$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۸	
۷۳	دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. (راه‌حل نوشته شود.) $y = -\pi\ \text{Sin}\left(\frac{x}{۲}\right) - ۲$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۸	
۷۴	معادله $۲\ \text{Cos}\, ۳x - \sqrt{۳} = ۰$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۸	
۷۵	ضابطه تابعی به صورت $y = a\ \text{Sin}\, \text{bx} + c$ را بنویسید که دوره تناوب آن π، مقدار ماکزیمم آن ۶ و مقدار مینیمم آن ۲- باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۸	
۷۶	معادله‌ی مثلثاتی $\text{Sin}\, x\ \text{Cos}\, x = \frac{\sqrt{۲}}{۴}$ را حل کرده و جواب‌های کلی آن‌را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸	
۷۷	دوره تناوب و مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع $y = -۳\ \text{Cos}\, ۲\pi\text{x} + ۱$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸	
۷۸	معادله مثلثاتی $\text{Sin}\, ۳x = \text{Sin}\, ۲x$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸	
۷۹	دوره تناوب، مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = -۳\ \text{Cos}\, (\pi\text{x}) + ۱$ را مشخص کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۰	مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = ۱ - ۲\,\mathrm{Sin}\left(\frac{-\pi}{۳}x\right)$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸	
۸۱	معادله‌ی مثلثانی $\mathrm{Sin}\,x - \mathrm{Cos}^{۲}x = ۰$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۷	
۸۲	الف) دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = ۲ - ۳\,\mathrm{Sin}^{۴}x$ را به دست آورید. ب) دامنه تابع $f(x) = \mathrm{tg}\,(۲x)$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۷	
۸۳	معادله مثلثاتی $\mathrm{Cos}^{۳}x - \mathrm{Cos}\,x = ۰$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۷	
۸۴	ضابطه تابعی به فرم $y = a\,\mathrm{Sin}\,(\,\mathrm{bx}\,) + c$ را بنویسید که دوره تناوب آن π، مقدار ماکزیمم آن ۳ و مقدار مینیمم آن ۳- باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۷	
۸۵	معادله‌ی $\mathrm{Sin}\,x + \mathrm{Cos}\,x = ۱$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۸۶	معادله $۲\,\mathrm{Cos}^{۲}x + \mathrm{Cos}\,x - ۱ = ۰$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۸۷	معادله $۲\,\mathrm{Cos}^{۲}x - ۳\,\mathrm{Cos}\,x + ۱ = ۰$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۸۸	درستی تساوی زیر را ثابت کنید. $\mathrm{Cos}^{۴}x - \mathrm{Sin}^{۴}x = \mathrm{Cos}\,۲x$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۸۹	فرض کنید $\mathrm{tg}\,\alpha = -\frac{۱}{۲}$ و α زاویه‌ای منفرجه باشد، عبارت $\mathrm{Cos}\,۲\alpha$ را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۹۰	معادله $۲\,\mathrm{Sin}^{۲}x - \mathrm{Sin}\,x = ۰$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۹۱	درستی برابری مقابل را ثابت کنید. $\frac{\mathrm{Sin}\,۲\alpha}{۱ + \mathrm{Cos}\,۲\alpha} = \tan\alpha$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۲	معادله‌ی $\text{Cos}\,۲x - \text{Cos}\,x + ۱ = ۰$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۹۳	فرض کنید $\text{Sin}\,\alpha = \frac{۱}{۳}$ و α زاویه‌ای حاده باشد، حاصل $\text{Cos}\,۲\alpha$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۹۴	درستی تساوی مقابل را ثابت کنید: $\frac{\text{Sin}\,x}{۱ + \text{Cos}\,x} = \tan\frac{x}{۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۹۵	معادله‌ی مثلثاتی $\text{Sin}\,۵x = \text{Sin}\,۲x$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۹۶	نشان دهید برای هر زاویه‌ی α داریم: $\text{Cos}\,۲\alpha = ۱ - ۲\,\text{Sin}^{۲}\alpha$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۹۷	معادله‌ی مثلثاتی $۲\,\text{Sin}^{۲}x - \text{Sin}\,x = ۰$ را حل کرده و جواب‌هایی که در بازه‌ی $[۰, ۲\pi]$ هستند را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۹۸	معادله‌ی $\text{Sin}\,۲x - \sqrt{۳}\,\text{Cos}\,x = ۰$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۹۹	درستی اتحاد $\text{Sin}\,۲x = \frac{۲\tan x}{۱ + \tan^{۲}x}$ را ثابت کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۰۰	معادله‌ی $۲\,\text{Sin}^{۲}x + ۹\,\text{Cos}\,x + ۳ = ۰$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۰۱	فرض کنید $\tan\alpha = \frac{۳}{۴}$ و α زاویه‌ی حاده باشد. حاصل $\text{Sin}\,۲\alpha$ را به‌دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۰۲	کلیه‌ی جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\text{Cos}^{۲} - ۳\,\text{Cos}\,x + ۲ = ۰$ را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۰۳	کلیه‌ی جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\text{Sin}\,۲x - \sqrt{۳}\,\text{Cos}\,x = ۰$ را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۴	اگر $\text{Sin}\,\alpha = \frac{۳}{۵}$ و α زاویه‌ی منفرجه باشد، حاصل $\tan^{۲}\alpha$ را به‌دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۰۵	معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید. $۲\,\text{Sin}\,x - \sqrt{۲} = ۰$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۰۶	درستی اتحاد زیر را ثابت کنید. $\text{Cos}\,^{۲}\text{x} = \frac{۱ - \text{tg}^{۲}x}{۱ + \text{tg}^{۲}x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۰۷	کلیه‌ی جواب‌های معادله‌ی $۲\,\text{Cos}^{۲}x - \text{Cos}\,x = ۰$ را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۰۸	نشان دهید برای هر زاویه‌ی a داریم: $\text{Cos}\,۲a = ۲\,\text{Cos}^{۲}a - ۱$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۰۹	تابع $y = \text{tg}\,x.\,\text{Cotg}\,x$ مفروض است. نمودار تابع را رسم کنید و سپس دوره‌ی تناوب آن را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۱۰	معادله‌ی مثلثاتی روبه‌رو را حل کنید و جواب‌های کلی آن را بنویسید. $\text{Cos}\,۲\text{x} - \text{Cos}\,x + ۱ = ۰$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخنامه تشریحی

۱ روش اول:

$$\text{Cos}\, x(\text{Cos}\, x - ۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \text{Cos}\, x = ۰ \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۲} \\ \text{Cos}\, x = ۲ \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

روش دوم:

$$t^۲ - ۲t = ۰ \Rightarrow t(t-۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۰ \Rightarrow \text{Cos}\, x = ۰ \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۲} \quad k \in Z \\ t = ۲ \Rightarrow \text{Cos}\, x = ۲ \end{cases}$$

۲

$$A = \text{Cos}\, ۴۵^\circ = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۳

$$T = \frac{۲\pi}{\left|\frac{\pi}{۲}\right|} = ۴ \qquad \max = |-۳| + ۱ = ۴$$

۴ روش اول:

$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{۱ - \tan\alpha\tan\beta} \Rightarrow -۲ = \frac{۱ + \tan\beta}{۱ - \tan\beta} \Rightarrow \tan\beta = ۳$$

روش دوم:

$$\tan(\beta) = \tan(\alpha+\beta-\alpha) = \frac{\tan(\alpha+\beta) - \tan\alpha}{۱ + \tan(\alpha+\beta)\tan\alpha} = \frac{-۲ - ۱}{۱ + (-۲)(۱)} = ۳$$

۵ روش اول:

$$\begin{cases} \text{Sin}\,(۲\pi + x) = ۰ \\ \text{Cos}\, x = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۲\pi + x = k\pi \Rightarrow x = k\pi - ۲\pi \\ x = k\pi + \frac{\pi}{۲} \end{cases} \quad k \in Z$$

روش دوم:

$$\text{Sin}\,(۲\pi + x) = \text{Sin}\, x \Rightarrow \text{Sin}\, x\, \text{Cos}\, x = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \text{Sin}\, x = ۰ \\ \text{Cos}\, x = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = k\pi + \frac{\pi}{۲} \end{cases} \quad k \in Z$$

روش سوم:

$$\text{Sin}\,(۲\pi + x) = \text{Sin}\, x \Rightarrow \text{Sin}\, x\, \text{Cos}\, x = ۰ \Rightarrow \text{Sin}\, ۲x = ۰ \Rightarrow ۲x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۲} \quad k \in Z$$

۶

$$T = \frac{۲\pi}{۳} \qquad \max = ۱ \qquad \min = -۳$$

۷ روش اول:

$$۲\,\text{Sin}\, x.\,\text{Cos}\, x = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \text{Sin}\,(۲x) = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \text{Sin}\,(۲x) = \text{Sin}\left(\frac{\pi}{۴}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۴} \\ ۲x = (۲k+۱)\pi - \frac{\pi}{۴} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{۸} \\ x = \frac{(۲k+۱)\pi}{۲} - \frac{\pi}{۸} \end{cases} \quad k \in Z$$

روش دوم:

$$\frac{۱}{۲}\text{Sin}\,(۲x) = \frac{\sqrt{۲}}{۴} \Rightarrow \text{Sin}\,(۲x) = \frac{\sqrt{۲}}{۲} = \text{Sin}\left(\frac{\pi}{۴}\right)$$

$$\begin{cases} ۲x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۴} \\ ۲x = (۲k+۱)\pi - \frac{\pi}{۴} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{۸} \\ x = \frac{(۲k+۱)\pi}{۲} - \frac{\pi}{۸} \end{cases} \quad k \in Z$$

اگر دستهٔ دوم جواب به صورت $x = k\pi + \frac{۳\pi}{۸}$ نوشته شده باشد، نمره تعلق بگیرد.

Telegram: @konkur_in

۸

روش اول محاسبهٔ مقدار a: $|a|+۲=۴\Rightarrow|a|=۲\xrightarrow{a<۰}a=-۲$

روش دوم محاسبهٔ مقدار a: $|a|=\frac{۴-۰}{۲}=۲\xrightarrow{a<۰}a=-۲$

$T=\frac{۲\pi}{|b|}=۶\pi\Rightarrow b=\frac{۲\pi}{۶\pi}=\pm\frac{۱}{۳}$

تشخیص این‌که تابع کسینوسی است: $f(x)=-۲\,\mathrm{Cos}\left(\frac{x}{۳}\right)+۲$

* در صورتی‌که دانش‌آموز هر یک از موارد $|b|=\frac{۱}{۳}$ یا $b=\frac{۱}{۳}$ یا $b=-\frac{۱}{۳}$ را نوشته باشد، نمره تعلق گیرد.

توجه: در صورتی‌که دانش‌آموز ضابطهٔ تابع را به صورت $f(x)=-۲\,\mathrm{Cos}\left(-\frac{x}{۳}\right)+۲$ بنویسد، نمره تعلق گیرد.

۹

$۲+۳\,\mathrm{Sin}\,x=۱-۲\,\mathrm{Sin}^{۲}x\Rightarrow۲\,\mathrm{Sin}^{۲}x+۳\,\mathrm{Sin}\,x+۱=۰$

$$\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{Sin}\,x=-۱\Rightarrow x=۲k\pi-\frac{\pi}{۲}\\ \mathrm{Sin}\,x=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi-\frac{\pi}{۶}\\ x=(۲k+۱)\pi+\frac{\pi}{۶}\end{cases}\end{cases}$$

۱۰

$\max=|-۳|+۲=۵\,,T=\frac{۲\pi}{|۴|}=\frac{\pi}{۲}$

۱۱

$\mathrm{Sin}\,x.\,\mathrm{Cos}\,x=\frac{\sqrt{۳}}{۴}\Rightarrow۲\,\mathrm{Sin}\,x.\,\mathrm{Cos}\,x=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow\mathrm{Sin}\,۲x=\mathrm{Sin}\,\frac{\pi}{۳}$

$$\Rightarrow\begin{cases}۲x=۲k\pi+\frac{\pi}{۳}\\ ۲x=(۲k+۱)\pi-\frac{\pi}{۳}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=k\pi+\frac{\pi}{۶}\\ x=\frac{(۲k+۱)\pi}{۲}-\frac{\pi}{۶}\end{cases}$$

۱۲

الف) $\max(y)=۲+|a|=۳\Rightarrow|a|=۱\xrightarrow{a<۰}a=-۱$

ب) $\min(y)=۲-|a|\xrightarrow{a=-۱}\min(y)=۲-۱=۱$

۱۳

$\sqrt{۲}\,\mathrm{Sin}\,(x)-۱=۰\Rightarrow\mathrm{Sin}\,(x)=\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\mathrm{Sin}\,\frac{\pi}{۴}\Rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi+\frac{\pi}{۴}\\ x=(۲k+۱)\pi-\frac{\pi}{۴}\end{cases}$

۱۴

الف) $T=\frac{۲\pi}{|a|}=\frac{۲\pi}{۳}\Rightarrow|a|=۳\xrightarrow{a<۰}a=-۳$

ب) $\min(y)=-۱=b-|۲|\Rightarrow b=۱\Rightarrow\max(y)=b+|۲|=۳$

۱۵

$\mathrm{Cos}\,x(۲\,\mathrm{Cos}\,x-۷)=۴\Rightarrow۲\,\mathrm{Cos}^{۲}x-۷\,\mathrm{Cos}\,x-۴=۰\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{Cos}\,x=۴\ \times\\ \mathrm{Cos}\,x=-\frac{۱}{۲}\end{cases}$

$\mathrm{Cos}\,x=\mathrm{Cos}\,\frac{۲\pi}{۳}\Rightarrow x=۲k\pi\pm\left(\frac{۲\pi}{۳}\right)$

Telegram: @konkur_in

۱۶ $T = ۴\pi \Rightarrow \frac{۲\pi}{|b|} = ۴\pi \Rightarrow |b| = \frac{۱}{۲}$

$f(\pi) = -۱ \Rightarrow a\,\mathrm{Cos}\,(\mathrm{b}\pi) + c = -۱ \xrightarrow{|b|=\frac{۱}{۲}} a\times ۰ + c = -۱ \Rightarrow c = -۱$

$\max = ۲ \Rightarrow |a| + c = ۲ \xrightarrow{c=-۱} |a| = ۳ \xrightarrow{a>۰} a = ۳$ (روش اول محاسبه a)

$f(۰) = ۲ \Rightarrow a + c = ۲ \xrightarrow{c=-۱} a = ۳$ (روش دوم محاسبه a)

۱۷ $\min = -۲ + c = ۴ \Rightarrow c = ۶$

$T = \frac{۲\pi}{|b|} = \frac{\pi}{۲} \Rightarrow |b| = ۴$

۱۸ $۲\,\mathrm{Cos}^{۲}x - ۳\,\mathrm{Cos}\,x - ۲ = ۰$

$$\begin{cases} \mathrm{Cos}\,x = ۲ \text{ غ ق ق} \\ \mathrm{Cos}\,x = \frac{-۱}{۲} = \mathrm{Cos}\,\frac{۲\pi}{۳} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲\mathrm{k}\pi + \frac{۲\pi}{۳} \\ x = ۲\mathrm{k}\pi - \frac{۲\pi}{۳} \end{cases}$$

۱۹ $۲\,\mathrm{Cos}^{۲}x - ۱ - ۱۳\,\mathrm{Cos}\,x - ۶ = ۰ \Rightarrow ۲\,\mathrm{Cos}^{۲}x - ۱۳\,\mathrm{Cos}\,x - ۷ = ۰$

$$\Rightarrow \begin{cases} \mathrm{Cos}\,x = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow \mathrm{Cos}\,x = \mathrm{Cos}\left(\frac{۲\pi}{۳}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = ۲\mathrm{k}\pi + \frac{۲\pi}{۳} \\ x = ۲\mathrm{k}\pi - \frac{۲\pi}{۳} \end{cases} (k \in \mathrm{Z}) \\ \mathrm{Cos}\,x = +۷ \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

۲۰ $\tan\alpha > \mathrm{Cos}\,\alpha$

۲۱ $$\begin{cases} |a| + c = \frac{۴}{۳} \\ -|a| + c = \frac{۲}{۳} \end{cases} \text{یا} \begin{cases} c = \frac{\max+\min}{۲} \\ |a| = \frac{\max-\min}{۲} \end{cases} \Rightarrow c = ۱, |a| = \frac{۱}{۳}$$

$T = \frac{۲\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = ۲ \Rightarrow y = -\frac{۱}{۳}\mathrm{Sin}\,(۲x + ۱)$ یا $y = \frac{۱}{۳}\mathrm{Sin}\,(-۲x) + ۱$

۲۲ روش اول:

$$\begin{cases} |a| + c = ۳ \\ -|a| + c = -۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = ۱ \\ |a| = ۲ \Rightarrow a = ۲ \end{cases}$$

$T = ۴\pi \Rightarrow \frac{۲\pi}{|b|} = ۴\pi \Rightarrow |b| = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{b<۰} b = -\frac{۱}{۲}$

روش دوم:

$$\begin{cases} c = \frac{\max+\min}{۲} \Rightarrow c = ۱ \\ |a| = \frac{\max-\min}{۲} \Rightarrow |a| = ۲ \Rightarrow a = ۲ \end{cases}$$

$T = ۴\pi \Rightarrow \frac{۲\pi}{|b|} = ۴\pi \Rightarrow |b| = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{b<۰} b = -\frac{۱}{۲}$

۲۳ $\mathrm{Cos}\,۲x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \mathrm{Cos}\,۲x = \mathrm{Cos}\left(\frac{\pi}{۳}\right) \Rightarrow ۲x = ۲\mathrm{k}\pi \pm \frac{\pi}{۳} \Rightarrow x = \mathrm{k}\pi \pm \frac{\pi}{۶}$

$\xrightarrow{(۰,\pi)} x = \frac{\pi}{۶}, \frac{۵\pi}{۶}$

Telegram: @konkur_in

۲۴

الف) $|a| = \frac{\text{Max} - \text{Min}}{۲} = \frac{۹ - ۳}{۲} = ۳$

$c = \frac{\text{Max} + \text{Min}}{۲} = \frac{۹ + ۳}{۲} = ۶$

ب) $T = \frac{۲\pi}{|b|} = \frac{۲\pi}{۸} = \frac{\pi}{۴}$

۲۵

روش اول:

$$\begin{cases} ۲x = ۲k\pi + x \\ ۲x = ۲k\pi + \pi - x \end{cases} (k \in Z) \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi \\ x = \frac{۲k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۳} \end{cases} (k \in Z)$$

$۲ \operatorname{Sin} x \operatorname{Cos} x - \operatorname{Sin} x = ۰ \Rightarrow \operatorname{Sin} x(۲ \operatorname{Cos} x - ۱) = ۰$

روش دوم:

$$\begin{cases} \operatorname{Sin} x = ۰ \Rightarrow x = k\pi \\ \operatorname{Cos} x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳} \end{cases}$$

۲۶

$$\begin{cases} c = ۱ \\ |a| = ۲ \xrightarrow{a>۰} a = ۲ \end{cases}$$

$T = \pi = \frac{۲\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = ۲ \xrightarrow{b<۰} b = -۲$

۲۷

$\operatorname{Sin}^۲\theta = ۱ - \operatorname{Cos}^۲\theta = ۱ - \frac{۹}{۲۵} \xrightarrow{\frac{۳\pi}{۲}<\theta<۲\pi} \operatorname{Sin}\theta = \frac{-۴}{۵}$

$\operatorname{Sin} ۲\theta = ۲ \operatorname{Sin}\theta \operatorname{Cos}\theta = ۲\left(\frac{-۴}{۵}\right)\left(\frac{۳}{۵}\right) = \frac{-۲۴}{۲۵}$

۲۸

$\operatorname{Sin} ۴x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۴x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۲۴}$

$۴x = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۶} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۲} + \frac{۵\pi}{۲۴} \Rightarrow x = \frac{۵\pi}{۲۴}, \frac{\pi}{۲۴}$

۲۹

$|a| + ۳ = ۶ \Rightarrow |a| = ۳$

$T = \frac{۲\pi}{|b|} \Rightarrow \frac{۲\pi}{\frac{۱}{۲}} = ۴\pi$

۳۰

$T = ۶ \Rightarrow \frac{۲\pi}{|b|} = ۶ \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{۳}$

$$\left.\begin{matrix} \max = ۶ \\ \min = -۲ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} |a| + c = ۶ \\ -|a| + c = -۲ \end{cases} \Rightarrow ۲c = ۴ \Rightarrow c = ۲ \Rightarrow |a| = ۴$$

$y = a \operatorname{Sin} bx + c \Rightarrow y = -۴ \operatorname{Sin}\left(\frac{\pi}{۳}x\right) + ۲$ (یا) $y = +۴ \operatorname{Sin}\left(-\frac{\pi}{۳}x\right) + ۲$

۳۱

$\operatorname{Sin} ۲x = \operatorname{Sin}\frac{\pi}{۳}$

$$\begin{cases} ۲x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۳} \\ ۲x = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۳} \end{cases} k \in Z \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{۶} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{۳} \end{cases} k \in Z$$

Telegram: @konkur_in

۳۲ $T = \frac{۲\pi}{|b|} \Rightarrow T = ۴ \qquad \text{Max} : |a| + c = ۱ + \sqrt{۳}$

$\text{Min} : -|a| + c = -۱ + \sqrt{۳}$

۳۳ $۴\,\text{Sin}\,x + ۲\sqrt{۳} = ۰ \Rightarrow \text{Sin}\,x = -\frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \text{Sin}\,x = \text{Sin}\left(-\frac{\pi}{۳}\right)$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۳} \\ x = ۲k\pi + \frac{۴\pi}{۳} \end{cases} (k \in Z) \xrightarrow{[۰\,,\,۲\pi]} \begin{cases} x = \frac{۵\pi}{۳} \\ x = \frac{۴\pi}{۳} \end{cases}$$

۳۴ $T = \frac{۲\pi}{|b|} = ۲ \Rightarrow |b| = \pi$

$|a| = ۲\,, c = ۱ \Rightarrow y = -۲\,\text{Cos}\,(\pi x) + ۱$ یا $y = ۲\,\text{Cos}\,(\pi x) + ۱$

تنها نوشتن یکی از ضابطه‌های بالا کافی است.

۳۵ $\text{Cos}\,۲x = \text{Cos}\,x \Rightarrow ۲x = ۲k\pi \pm x \Rightarrow x = \frac{۲k\pi}{۳} \Rightarrow x = \frac{۲\pi}{۳}$

۳۶ $\frac{۲\pi}{|b|} = ۴\pi \Rightarrow b = \pm\frac{۱}{۲}$

$|a| = \frac{۳ - (-۱)}{۲} = ۲ \Rightarrow a = \pm ۲$

با توجه به نمودار تابع، ab باید عدد منفی شود بنابراین $ab = -۱$

۳۷ $۲\,\text{Sin}\,x\,\text{Cos}\,x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \text{Sin}\,۲x = \frac{۱}{۲} = \text{Sin}\left(\frac{\pi}{۶}\right)$

$$\begin{cases} ۲x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \\ ۲x = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۶} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{۱۲} \\ x = k\pi + \frac{۵\pi}{۱۲} \end{cases} (k \in Z)$$

۳۸ $\text{Sin}\,x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \text{Sin}\,x = \text{Sin}\,\frac{\pi}{۶} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \\ x = ۲k\pi + \frac{۵\pi}{۶} \end{cases} (k \in Z)$

۳۹ $۲T = \frac{۷\pi}{۲} - \left(-\frac{\pi}{۲}\right) = ۴\pi \Rightarrow T = ۲\pi \Rightarrow \frac{۲\pi}{|b|} = ۲\pi \Rightarrow b = \pm ۱$

$c = \frac{۴ + (-۲)}{۲} = ۱$

$$\left.\begin{array}{l} |a| = \frac{۴-(-۲)}{۲} = ۳ \\ x = ۰ \text{ در} \\ \text{مینیمم دارد} \Rightarrow a < ۰ \end{array}\right\} \Rightarrow a = -۳$$

۴۰ $۲\,\text{Cos}^{۲}x - ۱ - \text{Cos}\,x + ۱ = ۰ \Rightarrow \text{Cos}\,x(۲\,\text{Cos}\,x - ۱) = ۰$

$$\begin{cases} \text{Cos}\,x = ۰ \Rightarrow x = \frac{\pi}{۲} \\ \text{Cos}\,x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x = \frac{\pi}{۳} \end{cases}$$

Telegram: @konkur_in

۴۱
$\text{Max} = ۴ \Rightarrow a + ۱ = ۴ \Rightarrow a = ۳$

$T = ۲\pi : \dfrac{۲\pi}{|b|} = ۲\pi \Rightarrow |b| = ۱ \Rightarrow \quad b = ۱ \qquad a = ۳ \quad a + b = ۴$

۴۲
$۱ - ۲\,\text{Sin}^{۲} x - ۳\,\text{Sin}\, x + ۴ = ۰ \Rightarrow -۲\,\text{Sin}^{۲} x - ۳\,\text{Sin}\, x + ۵ = ۰$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Sin}\, x = -\frac{۵}{۲} \quad \text{غ ق ق} \\ \text{Sin}\, x = ۱ \Rightarrow x = ۲\text{k}\pi + \frac{\pi}{۲} \end{cases}$$

۴۳
$T = \dfrac{۲\pi}{|b|} = \dfrac{۲\pi}{|\pi|} = ۲$

$\max = |a| + c = ۵ \qquad \min = -|a| + c = -۱$

۴۴
$$\begin{cases} |a| + c = ۵ \\ -|a| + c = -۱ \end{cases} \Rightarrow c = ۲, a = \pm ۳$$

$۴\pi = \dfrac{۲\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \dfrac{۱}{۲} \Rightarrow b = \pm\dfrac{۱}{۲} \Rightarrow y = ۳\,\text{Sin}\,\dfrac{x}{۲} + ۲, y = -۳\,\text{Sin}\left(-\dfrac{x}{۲}\right) + ۲$

۴۵
$$\text{Cos}\, x(۲\,\text{Cos}\, x + ۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \text{Cos}\, x = ۰ \Rightarrow x = \text{k}\pi + \frac{\pi}{۲} \\ ۲\,\text{Cos}\, x + ۱ = ۰ \Rightarrow \text{Cos}\, x = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow x = ۲\text{k}\pi \pm \frac{۲\pi}{۳} \end{cases}$$

۴۶
$$\text{Sin}\, ۲x = \text{Sin}\, x \Rightarrow \begin{cases} ۲x = ۲\text{k}\pi + x \Rightarrow x = ۲\text{k}\pi\,,\ k \in \text{Z} \\ ۲x = ۲\text{k}\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{۲\text{k}\pi}{۳} + \frac{\pi}{۳}\,,\ k \in \text{Z} \end{cases}$$

۴۷
$$\begin{matrix} |b| = \frac{۲\pi}{۲} = \pi \Rightarrow b = \pm\pi \\ |a| = \frac{۴-(-۴)}{۲} = ۴ \Rightarrow a = \pm ۴ \\ c = \dfrac{۴ + (-۴)}{۲} = ۰ \end{matrix} \Rightarrow y = \pm ۴\,\text{Sin}\,(\pm\pi\text{x})$$

۴۸
$$۲\,\text{Sin}\, x\,\text{Cos}\, x - \text{Cos}\, x = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \text{Cos}\, x = ۰ \Rightarrow x = \text{k}\pi + \frac{\pi}{۲} \\ \text{Sin}\, x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x = ۲\text{k}\pi + \frac{\pi}{۶}\,,\ x = ۲\text{k}\pi + \frac{۵\pi}{۶} \end{cases}$$

$k \in \text{Z}$

۴۹
$$\frac{۲\pi}{|b|} = ۲ \Rightarrow |b| = \pi \Rightarrow \begin{cases} |a| + c = ۴ \\ -|a| + c = -۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} |a| = ۳ \\ c = ۱ \end{matrix}$$

هریک از توابع $y = -۳\,\text{Cos}\,(\pi\text{x}) + ۱$ یا $y = ۳\,\text{Cos}\,(\pi\text{x}) + ۱$ و یا $y = ۳\,\text{Cos}\,(-\pi\text{x}) + ۱$ و یا $y = -۳\,\text{Cos}\,(-\pi\text{x}) + ۱$ نوشته شود مورد قبول است.

۵۰
$$۲\,\text{Sin}^{۲} x + \text{Sin}\, x - ۱ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \text{Sin}\, x = -۱ \Rightarrow x = ۲\text{k}\pi - \frac{\pi}{۲} \\ \text{Sin}\, x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲\text{k}\pi + \frac{\pi}{۶} \\ x = ۲\text{k}\pi + \pi - \frac{\pi}{۶} \end{cases} \end{cases}$$

Telegram: @konkur_in

۵۱

$$|a| = \frac{۲-(-۲)}{۲} = ۲ \Rightarrow a = -۲$$

$$|b| = \frac{۲\pi}{۲\pi} = ۱ \Rightarrow b = ۱ \qquad f(x) = -۲\,\mathrm{Cos}\,x$$

$$c = \frac{۲+(-۲)}{۲} = ۰$$

۵۲

$$۲\,\mathrm{Sin}\,۲x\,\mathrm{Cos}\,۲x = \mathrm{Sin}\,۴x = \mathrm{Sin}\,۴(۷/۵^\circ) = \frac{۱}{۲}$$

۵۳

$$\frac{۱}{۲}\times ۴\times ۸\,\mathrm{Sin}\,\theta = ۸\sqrt{۲} \Rightarrow \mathrm{Sin}\,\theta = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \theta = ۴۵^\circ, \theta = ۱۳۵^\circ$$

دو مثلث می‌توان رسم کرد.

۵۴

$$|a| = \frac{۵-(-۱)}{۲} = ۳ \Rightarrow a = \pm ۳\,, c = \frac{۵+(-۱)}{۲} = ۲$$

$$|b| = \frac{۲\pi}{۸\pi} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow b = \pm\frac{۱}{۴} \qquad y = \pm ۳\,\mathrm{Sin}\left(\pm\frac{۱}{۴}x\right) + ۲$$

۵۵

$$\mathrm{Cos}\,x(۲\,\mathrm{Sin}\,x + ۳) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{Cos}\,x = ۰ \Rightarrow x = \mathrm{k}\pi + \frac{\pi}{۲}\,,\ k\in\mathrm{Z} \\ \mathrm{Sin}\,x = \frac{-۳}{۲} \end{cases}$$

$\mathrm{Sin}\,x = \frac{-۳}{۲}$ قابل قبول نیست

۵۶

$$\max = |a| + c = |-۲\pi| + ۹ = ۲\pi + ۹$$

$$\min = -|a| + c = -|-۲\pi| + ۹ = -۲\pi + ۹$$

$$T = \frac{۲\pi}{\left|\frac{۱}{۳}\right|} = ۶\pi$$

۵۷

$$-۲\,\mathrm{Sin}^{۲}x - \mathrm{Sin}\,x + ۳ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{Sin}\,x = ۱ \Rightarrow x = ۲\mathrm{k}\pi + \frac{\pi}{۲} \quad ,\ k\in\mathrm{Z} \\ \mathrm{Sin}\,x = \frac{-۳}{۲} \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

۵۸

$$|b| = \frac{۲\pi}{۳}$$

$$|a| = ۱, c = ۴ \Rightarrow y = \mathrm{Sin}\,\frac{۲\pi}{۳}x + ۴ \text{ یا } y = -\mathrm{Sin}\,\frac{۲\pi}{۳}x + ۴$$

تنها نوشتن یکی از ضابطه‌های بالا کافی است.

۵۹

$$\mathrm{Sin}\,۲x = \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \mathrm{Sin}\,\frac{\pi}{۳} \Rightarrow \begin{cases} ۲x = ۲\mathrm{k}\pi + \frac{\pi}{۳} \Rightarrow x = \mathrm{k}\pi + \frac{\pi}{۶}\,,\ k\in\mathrm{Z} \\ ۲x = ۲\mathrm{k}\pi + \pi - \frac{\pi}{۳} \Rightarrow x = \mathrm{k}\pi + \frac{\pi}{۳}\,,\ k\in\mathrm{Z} \end{cases}$$

Telegram: @konkur_in

۶۰ $c = \frac{۵+۱}{۲} = ۳$

$|a| = \frac{۵-۱}{۲} = ۲ \quad a > ۰, a = ۲$

$b = \frac{۲\pi}{۴\pi} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow y = ۲\,\text{Cos}\left(\frac{x}{۲}\right) + ۳$

$\Rightarrow y = ۲\,\text{Cos}\left(-\frac{x}{۲}\right) + ۳$ یا

۶۱ الف) $\begin{matrix}\min = -|a| + c \\ \max = |a| + c\end{matrix} \quad \max = ۸ \qquad \min = -۸$

$T = \frac{۲\pi}{|b|} = \frac{۲\pi}{\left|\frac{۱}{۳}\right|} = ۶\pi$

۶۲ با توجه به نمودار ضابطه به صورت $y = a\,\text{Sin}\,bx + c$ می‌شود. $b = ۳, a = -\frac{۱}{۲}$

$\max y = \frac{۱}{۲}, \min y = -\frac{۱}{۲}, T = \frac{۲\pi}{۳} \Rightarrow y = -\frac{۱}{۲}\text{Sin}\,۳x$

۶۳ $\text{Sin}\,۱۵^\circ = \sqrt{\frac{۱ - \text{Cos}\,۳۰^\circ}{۲}} = \sqrt{\frac{۱ - \frac{\sqrt{۳}}{۲}}{۲}} = \frac{\sqrt{۲ - \sqrt{۳}}}{۲}$

۶۴ $۱ - \text{Sin}^۲x - \text{Sin}\,x = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \text{Sin}^۲x + \text{Sin}\,x - \frac{۳}{۴} = ۰ \Rightarrow \begin{cases}\text{Sin}\,x = \frac{۱}{۲} \\ \text{Sin}\,x = -\frac{۳}{۲}\end{cases}$ غ ق ق

$\Rightarrow \begin{cases}x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \\ x = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۶}\end{cases}$

۶۵ $\begin{matrix}\max = |a| + c = \pi + ۱ \\ \min = -|a| + c = -\pi + ۱\end{matrix} \Rightarrow T = \frac{۲\pi}{|-۱|} = ۲\pi$

۶۶ $\text{Cos}\,۳x = \text{Cos}\,x \Rightarrow \begin{cases}۳x = ۲k\pi + x \\ ۳x = ۲k\pi - x\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}۲x = ۲k\pi \\ ۴x = ۲k\pi\end{cases} (k \in \text{Z}) \Rightarrow \begin{cases}x = k\pi \\ x = \frac{k\pi}{۲}\end{cases} (k \in \text{Z})$

۶۷ $\max = \pi + \sqrt{۵}, \min = -\pi + \sqrt{۵}, T = \frac{۲\pi}{\frac{۱}{۲}} = ۴\pi$

۶۸ $۲\,\text{Cos}^۲x - ۹\,\text{Cos}\,x - ۵ = ۰ \Rightarrow \begin{cases}\text{Cos}\,x = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{۲\pi}{۳} \\ \text{Cos}\,x = ۵\end{cases}$

$\text{Cos}\,x = ۵$ غ ق ق

Telegram: @konkur_in

۶۹ $\max = |a| + c = ۱ + \sqrt{۳}$, $\min = -|a| + c = -۱ + \sqrt{۳}$ $\quad T = \frac{۲\pi}{\frac{\pi}{۲}} = ۴$

۷۰ $\text{Sin}\, ۳x = \frac{\sqrt{۲}}{۲} = \text{Sin}\, \frac{\pi}{۴} \Rightarrow \begin{cases} ۳x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۴} \\ ۳x = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۴} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{۲k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۱۲} \\ x = \frac{۲k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۴} \end{cases} \quad (k \in \text{Z})$

۷۱ $\begin{cases} \max y = |a| + c = ۲ + ۱ = ۳ \\ \min y = -|a| + c = -۲ + ۱ = -۱ \end{cases}$

۷۲ $۲\,\text{Cos}^{۲} x - ۱ - \text{Cos}\, x + ۱ = ۰ \Rightarrow \text{Cos}\, x(۲\,\text{Cos}\, x - ۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \text{Cos}\, x = ۰ \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۲} \\ \text{Cos}\, x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳} \end{cases}$

۷۳ $\begin{matrix} \min = -|a| + c \\ \max = |a| + c \end{matrix}$ $\max = \pi - ۲ \quad \min = -\pi - ۲$

$T = \frac{۲\pi}{|b|} = \frac{۲\pi}{\left|\frac{۱}{۲}\right|} = ۴\pi$

۷۴ $\text{Cos}\, ۳x = \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \text{Cos}\, \frac{\pi}{۶} \Rightarrow ۳x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۶} \Rightarrow x = \frac{۲k\pi}{۳} \pm \frac{\pi}{۱۸}$

۷۵ $\frac{۲\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = ۲ \begin{cases} |a| + c = ۶ \\ -|a| + c = -۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} |a| = ۴ \\ c = ۲ \end{matrix}$

هریک از توابع $y = ۴\,\text{Sin}\,(۲x) + ۲$ یا $y = -۴\,\text{Sin}\,(۲x) + ۲$ و یا $y = ۴\,\text{Sin}\,(-۲x) + ۲$ و یا $y = -۴\,\text{Sin}\,(-۲x) + ۲$ صحیح است هر مورد نوشته شود مورد قبول است.

۷۶ $۲ \times \left(\text{Sin}\, x\,\text{Cos}\, x = \frac{\sqrt{۴}}{۴}\right) \Rightarrow \text{Sin}\, ۲x = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \text{Sin}\, ۲x = \text{Sin}\, \frac{\pi}{۴}$

$۲x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۴} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۸}, ۲x = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۴} \Rightarrow x = k\pi + \frac{۳\pi}{۸}$

۷۷ $T = \frac{۲\pi}{|۲\pi|} = ۱, \max = |-۳| + ۱ = ۴, \min = -|-۳| + ۱ = -۲$

۷۸ $۳x = ۲k\pi + ۲x \Rightarrow x = ۲k\pi (k \in \text{Z})$

$۳x = (۲k + ۱)\pi - ۲x \Rightarrow x = \frac{(۲k + ۱)\pi}{۵} \quad (k \in \text{Z})$

۷۹ $T = \frac{۲\pi}{\pi} = ۲, \max = |-۳| + ۱ = ۴, \min = -|-۳| + ۱ = -۲$

۸۰ $\underbrace{\max = |-۲| + ۱ = ۳}_{۰/۲۵}$, $\underbrace{\min = -|-۲| + ۱ = -۱}_{۰/۲۵}$

Telegram: @konkur_in

۸۱ $\text{Sin}\,x - ۱ + ۲\,\text{Sin}^{۲}x = ۰ (۰/۵) \Rightarrow \begin{cases} \text{Sin}\,x = -۱ \Rightarrow x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۲}\,,\ x = (۲k+۱)\pi + \frac{\pi}{۲} (۰/۵) \\ \text{Sin}\,x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \\ x = (۲k+۱)\pi - \frac{\pi}{۶} \end{cases} (۰/۵) \end{cases}$

۸۲ الف)

$\max = |۳| + ۲ = ۵ (۰/۲۵) \quad \min = -|۳| + ۲ = -۱ (۰/۲۵) \quad T = \frac{۲\pi}{|b|} = \frac{۲\pi}{۴} = \frac{\pi}{۲} (۰/۵)$

ب) $۲x \neq k\pi + \frac{\pi}{۲} (۰/۲۵) \Rightarrow x \neq \frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۴} (۰/۲۵)$

۸۳ $\text{Cos}\,۳x = \text{Cos}\,x \ (۰/۲۵) \Rightarrow \begin{cases} ۳x = ۲k\pi + x (۰/۲۵) \Rightarrow x = k\pi \ (۰/۲۵) \\ ۳x = ۲k\pi - x \ (۰/۲۵) \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۲} \ (۰/۲۵) \end{cases}$

۸۴ $\frac{۲\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = ۲ \ (۰/۲۵) \begin{cases} |a| + c = ۳ \\ -|a| + c = -۳ \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} |a| = ۳ \ (۰/۲۵) \\ c = ۰ \ (۰/۲۵) \end{matrix}$

هریک از سه تابع $y = ۳\,\text{Sin}\,(۲x)$ یا $y = -۳\,\text{Sin}\,(۲x)$ و یا $y = ۳\,\text{Sin}\,(-۲x)$ را بنویسد $(۰/۲۵)$ نمره داده شود.

۸۵ $\sqrt{۲}\,\text{Sin}\left(x + \frac{\pi}{۴}\right) = ۱ \ (۰/۲۵) \Rightarrow \text{Sin}\left(x + \frac{\pi}{۴}\right) = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \ (۰/۲۵) \Rightarrow$

$x + \frac{\pi}{۴} = ۲k\pi + \frac{\pi}{۴} \Rightarrow x = ۲k\pi \ (۰/۲۵), \ x + \frac{\pi}{۴} = ۲k\pi + \frac{۳\pi}{۴} \Rightarrow x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} \ (۰/۲۵)$

۸۶ $۲\,\text{Cos}^{۲}x + \text{Cos}\,x - ۱ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \text{Cos}\,x = -۱ \ (۰/۲۵) \Rightarrow x = ۲k\pi + \pi \ (۰/۲۵) \\ \text{Cos}\,x = \frac{۱}{۲} \ (۰/۲۵) \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۳} \ (۰/۲۵) \\ x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۳} \ (۰/۲۵) \end{cases} \end{cases}$

۸۷ $(\text{Cos}\,x - ۱)(۲\,\text{Cos}\,x - ۱) = ۰ \quad (۰/۲۵)$

$\text{Cos}\,x = ۱ \Rightarrow x = ۲k\pi$ و $(۰/۵) \quad \text{Cos}\,x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳} \ (۰/۵)$

۸۸ $\underset{(۰/۲۵)}{\text{Cos}^{۴}x - \text{Sin}^{۴}x} = \underset{(۰/۲۵)}{(\text{Cos}^{۲}x - \text{Sin}^{۲}x)} \ \underset{(۰/۲۵)}{(\text{Cos}^{۲}x + \text{Sin}^{۲}x)} = \text{Cos}\,۲x \quad \underset{(۰/۲۵)}{\times ۱} \quad = \text{Cos}\,۲x$

Telegram: @konkur_in

۸۹
$$\underbrace{\frac{۱}{\cos^{۲}\alpha}=۱+\tg^{۲}\alpha}_{(۰/۲۵)}\Rightarrow\underbrace{\frac{۱}{\cos^{۲}\alpha}=۱+\frac{۱}{۴}=\frac{۵}{۴}}_{(۰/۲۵)}\Rightarrow\underbrace{\cos^{۲}\alpha=\frac{۴}{۵}}_{(۰/۲۵)}$$
$$\underbrace{\cos ۲\alpha=۲\cos^{۲}\alpha-۱}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{۲\times\left(\frac{۴}{۵}\right)-۱=\frac{۳}{۵}}_{(۰/۲۵)}$$

(با توجه به این‌که در سؤال در اثر اشکال تایپی به جای $-\frac{۱}{۲}$ عدد $\frac{۱}{۲}$ تایپ شده است، در زمان تصحیح چنان‌چه داوطلب با $\frac{۱}{۲}$ حل نموده است، نمره کامل منظور گردد.) صفحات ۳۶ و ۳۷

۹۰
$$\sin x(۲\sin x-۱)=۰\xrightarrow[(۰/۲۵)]{}$$
$$\begin{cases}\sin x=۰\Rightarrow x=k\pi(۰/۲۵)\\ ۲\sin x-۱=۰\Rightarrow\sin x=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi+\frac{\pi}{۶}(۰/۲۵)\\ x=۲k\pi+\pi-\frac{\pi}{۶}(۰/۲۵)\end{cases}\end{cases}$$

۹۱
$$\underbrace{\frac{۲\sin\alpha\cos\alpha}{۱+۲\cos^{۲}\alpha-۱}}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\frac{۲\sin\alpha\cos\alpha}{۲\cos^{۲}\alpha}}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha}_{(۰/۲۵)}$$

۹۲
$$۲\cos^{۲}x-۱-\cos x+۱=۰\,(۰/۲۵)\Rightarrow\cos x(۲\cos x-۱)=۰\,(۰/۲۵)$$
$$\cos x=۰\Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۲}\;(۰/۲۵)$$
$$\Rightarrow\cos x=\frac{۱}{۲}\,(۰/۲۵)\Rightarrow x=۲k\pi\pm\frac{\pi}{۳}\,(۰/۲۵)$$

۹۳
$$\cos ۲\alpha=\underbrace{۱-۲\sin^{۲}\alpha}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{۱-۲\left(\frac{۱}{۹}\right)}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\frac{۷}{۹}}_{(۰/۲۵)}$$

۹۴
$$\frac{\sin x}{۱+\cos x}=\frac{\overset{(۰/۲۵)}{۲\sin\frac{x}{۲}\cos\frac{x}{۲}}}{\underset{(۰/۲۵)}{۲\cos^{۲}\frac{x}{۲}}}=\frac{\sin\frac{x}{۲}}{\cos\frac{x}{۲}}=\tan\frac{x}{۲}\;(۰/۲۵)$$

۹۵
$$۵x=۲k\pi+۲x\,(۰/۲۵)\Rightarrow x=\frac{۲k\pi}{۳}\,(۰/۲۵)$$
$$۵x=۲k\pi+(\pi-۲x)\,(۰/۲۵)\Rightarrow ۷x=(۲k+۱)\pi\,(۰/۲۵)\Rightarrow x=\frac{(۲k+۱)\pi}{۷}\,(۰/۲۵)$$

Telegram: @konkur_in

۹۶ $\text{Cos}\,۲\alpha = \text{Cos}^{۲}\alpha - \text{Sin}^{۲}\alpha = (۱ - \text{Sin}^{۲}\alpha) - \text{Sin}^{۲}\alpha = ۱ - ۲\,\text{Sin}^{۲}\alpha$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

۹۷ $\text{Sin}\,x(۲\,\text{Sin}\,x - ۱) = ۰ \Rightarrow \text{Sin}\,x = ۰ \Rightarrow x = k\pi$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = ۰, \pi, ۲\pi$ (۰/۲۵)

$\text{Sin}\,x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۲k\pi + \frac{\pi}{۶}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = \frac{\pi}{۶}$ (۰/۲۵)، $x = ۲k\pi + \frac{۵\pi}{۶}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = \frac{۵\pi}{۶}$ (۰/۲۵)

۹۸ $۲\,\text{Sin}\,x\,\text{Cos}\,x - \sqrt{۳}\,\text{Cos}\,x = ۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \text{Cos}\,x = ۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۲}$ (۰/۲۵)

$\text{Sin}\,x = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۳}$ (۰/۲۵)، $x = ۲k\pi + \frac{۲\pi}{۳}$ (۰/۲۵)

۹۹ $\frac{۲\tan x}{۱ + \tan^{۲} x} = \frac{۲\,\text{Sin}\,x}{\frac{\text{Cos}\,x}{\frac{\text{Cos}^{۲}x + \text{Sin}^{۲}x}{\text{Cos}^{۲}x}}} = \frac{۲\,\text{Sin}\,x\,\text{Cos}^{۲}x}{\text{Cos}\,x} = ۲\,\text{Sin}\,x\,\text{Cos}\,x = \text{Sin}\,۲x$

(۰/۵) (۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۰۰ $۲(۱ - \text{Cos}^{۲}x) + ۹\,\text{Cos}\,x + ۳ = ۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow ۲\,\text{Cos}^{۲}x - ۹\,\text{Cos}\,x - ۵ = ۰ \Rightarrow \text{Cos}\,x =$ ۵ غ ق ق (۰/۵)

$\text{Cos}\,x = -\frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{۲\pi}{۳} & (۰/۲۵) \\ x = ۲k\pi - \frac{۲\pi}{۳} & (۰/۲۵) \end{cases}$

۱۰۱ $۱ + \tan^{۲}\alpha$ (۰/۲۵) $= \frac{۱}{\text{Cos}^{۲}\alpha} \Rightarrow \frac{۱}{\text{Cos}^{۲}\alpha} = ۱ + \frac{۹}{۱۶} = \frac{۲۵}{۱۶} \Rightarrow \text{Cos}\,\alpha = \frac{۴}{۵}$ (۰/۲۵)

$\text{Sin}\,\alpha = \sqrt{۱ - \text{Cos}^{۲}\alpha} = \sqrt{۱ - \frac{۱۶}{۲۵}} = \frac{۳}{۵}$ (۰/۲۵)

$\text{Sin}\,۲\alpha = ۲\,\text{Sin}\,\alpha\,\text{Cos}\,\alpha$ (۰/۲۵) $= ۲\left(\frac{۳}{۵}\right)\left(\frac{۴}{۵}\right) = \frac{۲۴}{۲۵}$ (۰/۲۵)

۱۰۲ $\Delta = b^{۲} - ۴ac \Rightarrow \Delta = ۱$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \begin{cases} \text{Cos}\,x = ۲ \text{ (۰/۲۵) غیر قابل قبول} & (۰/۲۵) \\ \text{Cos}\,x = ۱ \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow \{x = ۲k\pi \text{ (۰/۲۵)}\} \end{cases}$

۱۰۳ $۲\,\text{Sin}\,x\,\text{Cos}\,x - \sqrt{۳}\,\text{Cos}\,x = ۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$

$\text{Cos}\,x(۲\,\text{Sin}\,x - \sqrt{۳}) = ۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \begin{cases} \text{Cos}\,x = ۰ \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۲} & (۰/۲۵) \\ \text{Sin}\,x = \sqrt{\frac{۳}{۲}} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۳} & (۰/۲۵) \\ x = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۳} & (۰/۲۵) \end{cases} \end{cases}$

۱۰۴ $\text{Sin}\,\alpha = \frac{۳}{۵} \Rightarrow \text{Cos}\,\alpha = -\sqrt{۱ - \text{Sin}^{۲}\alpha} = -\frac{۴}{۵} \Rightarrow \tan\alpha = -\frac{۳}{۴}$ (۰/۲۵)

$\tan ۲\alpha = \frac{۲\tan\alpha}{۱ - \tan^{۲}\alpha} = \frac{۲\left(-\frac{۳}{۴}\right)}{۱ - \left(-\frac{۳}{۴}\right)^{۲}} = -\frac{۲۴}{۷}$ (۰/۲۵)

Telegram: @konkur_in

۱۰۵ $\text{Sin}\, x = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \text{Sin}\, x = \text{Sin}\, \frac{\pi}{۴} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۴} & (۰/۲۵) \\ x = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۴} & (۰/۲۵) \end{cases}$

۱۰۶ $\frac{۱ - \text{tg}^{۲} x}{۱ + \text{tg}^{۲} x} = \frac{۱ - \frac{\text{Sin}^{۲} x}{\text{Cos}^{۲} x}}{۱ + \frac{\text{Sin}^{۲} x}{\text{Cos}^{۲} x}}$ (۰/۲۵) $= \frac{\frac{\text{Cos}^{۲} x - \text{Sin}^{۲} x}{\text{Cos}^{۲} x}}{\frac{\text{Cos}^{۲} x + \text{Sin}^{۲} x}{\text{Cos}^{۲} x}}$ (۰/۲۵) $= \frac{\text{Cos}^{۲} x - \text{Sin}^{۲} x}{\text{Cos}^{۲} x + \text{Sin}^{۲} x}$ (۰/۲۵) $= \frac{\text{Cos}^{۲} x - \text{Sin}^{۲} x}{۱}$ (۰/۲۵)

$= \text{Cos}\,(۲x)$ (۰/۲۵)

۱۰۷ $\text{Cos}\, x(۲\,\text{Cos}\, x - ۱) = ۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \begin{cases} \text{Cos}\, x = ۰ & (۰/۲۵) \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۲} \quad (۰/۲۵) \\ ۲\,\text{Cos}\, x - ۱ = ۰ & (۰/۲۵) \Rightarrow \text{Cos}\, x = \frac{۱}{۲} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۳} \\ x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۳} \end{cases}$ (۰/۲۵)

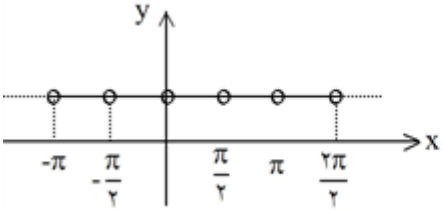
۱۰۸ $\text{Cos}\, ۲a = \text{Cos}\,(a + a) = \text{Cos}\, a\, \text{Cos}\, a - \text{Sin}\, a\, \text{Sin}\, a$ (۰/۵)

$\text{Cos}\, ۲a = \text{Cos}^{۲} a - \text{Sin}^{۲} a$ (۰/۲۵) $= \text{Cos}^{۲} a - (۱ - \text{Cos}^{۲} a)$ (۰/۲۵) $= ۲\,\text{Cos}^{۲} a - ۱$ (۰/۲۵)

۱۰۹ $y = \text{tg}\, x.\, \text{Cotg}\, x = ۱$

اگر $\text{Cos}\, x \neq ۰\,, \text{Sin}\, x \neq ۰$:

$\Rightarrow D = \left\{ x \in R \,|\, x \neq k\pi, k \in z, x \neq k\pi + \frac{\pi}{۲} \right\}$



$\Rightarrow$ دوره تناوب اصلی $T = \frac{\pi}{۲}$

۱۱۰ $۲\,\text{Cos}^{۲} x - ۱ - \text{Cos}\, x + ۱ = ۰ \Rightarrow \text{Cos}\, x(۲\,\text{Cos}\, x - ۱) = ۰$

$\text{Cos}\, x = ۰ \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{۲} \Rightarrow \text{Cos}\, x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

نام :	باسمه تعالی	نوبت امتحانی :
نام خانوادگی :		پایه :
نام پدر :		ساعت شروع :
شماره دانش آموزی :		مدت امتحان :
نام درس : ریاضی دوازدهم - فصل ۳		تاریخ برگزاری ۱۴۰۴/۱۰/۲۵

تصحیح			تجدید نظر		
نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:		نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	
تاریخ و امضا:	نمره با حروف:		تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	

ردیف	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x) = x^{۲}(x+a) + ۶(\mathrm{bx} - ۱) - ۱$ بر $x - ۲$ برابر یک و بر $x + ۱$ برابر۲۶- باشد: الف) a, b را به‌دست آورید. ب) $f(x)$ را رسم کنید. ج) مشخص کنید در چه بازه‌ای یکنوا است. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۲	اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم $p(x) = ۴\mathrm{m}^{۲}x^{۴} + (\mathrm{mx})^{۳} + ۱۱\mathrm{mx} + ۸$ بر $x - ۱$ برابر ۲ باشد، مقدار m را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۳	اگر $f(x)$ بر $x - ۱$ بخش‌پذیر باشد و باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(x)$ بر $x + ۳$ برابر ۸ باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(x)$ بر $x^{۲} + ۲\mathrm{x} - ۳$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۴	هرگاه باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(x)$ بر $x + ۵$ و $x - ۲$ به‌ترتیب ۲ و ۱۶ باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(x)$ بر $x^{۲} + ۳\mathrm{x} - ۱۰$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۵	در تقسیم $x^{۱۹} + \mathrm{ax}^{۱۱} + ۳\mathrm{x} - ۱۳$ بر $x + ۱$ باقی‌مانده برابر ۳ و خارج قسمت $q(x)$ است. مجموع ضرایب $q(x)$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۶	وضعیت نمودار تابع $f(x) = \frac{۱}{\mathrm{Cos}(x) - ۱}$ را در همسایگی $x = ۰$ رسم کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	

٪حروف‌چینی ریاضی: ۴۸

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷	حدهای زیر را به‌دست آورید. ([] نماد جزء صحیح است.) الف) $\lim\limits_{x\to ۵^-} \dfrac{[x]-۵}{x^۲-۲۵}$ ب) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{۱-x-۳x^۲}{(۵x-۱)^۲}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴ -دوازدهم	
۸	حاصل حدهای زیر را به‌دست آورید. الف) $\lim\limits_{x\to ۰^+} \dfrac{۱-\cos ۲x}{\sin^۳ x}$ ب) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{۳x+\sqrt{۴x^۲+x+۱}}{\lvert ۴x+۱\rvert -x}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴ -دوازدهم	
۹	اگر چندجمله‌ای $P(x)=۲x^۲+ax+۳$ بر $x-۳$ بخش‌پذیر باشد: الف) a را به‌دست آورید. ب) باقی‌ماندهٔ تقسیم $P(x)$ بر $۲x+۱$ را بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۱۰	اگر چندجمله‌ای $P(x)=x^۳+mx+۱$ بر $x-۱$ بخش‌پذیر باشد، آن‌گاه باقی‌ماندهٔ تقسیم $P(x)$ بر $x+۲$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۱۱	حدهای زیر را محاسبه کنید. ([] نماد جزء صحیح است.) الف) $\lim\limits_{x\to ۵^+} \dfrac{۵-[x]}{۵-x}$ ب) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{۲x-x^۳}{(۲x+۱)^۳}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۱۲	بازهٔ $(x-۱,۷)$ همسایگی عدد ۴ است. حدود x را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -یازدهم	
۱۳	اگر بازهٔ $(۲,۲x+۱)$ همسایگی عدد ۵ باشد، حدود x را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -یازدهم	
۱۴	اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم $P(x)=x^۳+kx+۷$ بر $x-۲$ برابر ۵ باشد: الف) k را به دست آورید. ب) باقی‌ماندهٔ تقسیم $P(x)$ بر $x+۳$ را بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۵	حدهای زیر را محاسبه کنید. ([] نماد جزء صحیح است.) الف) $\lim\limits_{x\to\left(\frac{۱}{۲}\right)^{+}} \frac{۱+[-۲x]}{۲x-۱}$ ب) $\lim\limits_{x\to-\infty} ۵x^{۲}-۴x+۱$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۱۶	اگر چند جمله‌ای $P(x)=۲x^{۳}+۷mx+۲$ بر $x+۲$ بخش‌پذیر باشد: الف) m را به دست آورید. ب) باقی‌ماندهٔ تقسیم $P(x)$ بر $x+۱$ را بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۱۷	اگر $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{۳x+\sqrt{۲۵x^{۲}+x+۱}}{ax^{b}+\lvert x+۱۱\rvert}=۱$ باشد، مقدار a,b را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۱۸	اگر $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{۵x+۱}{ax^{b}+\sqrt{۴x^{۲}+۷x+۱}}=۵$ باشد، مقدار a,b را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۱۹	اگر $f(x)=\frac{\sqrt{۲x+۱۵}+ax}{۳x^{b}-۱۵}$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\frac{۱}{۳}$ باشد، $\lim\limits_{x\to۵} f(x)$ را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۰	اگر $f(x)=\frac{\sqrt{x^{۲}+۵x+۲}+ax}{x-۲}$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-۳$ باشد، $\lim\limits_{x\to۲} f(x)$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۱	اگر $f(x)=\frac{ax^{b}+۳x-۱۸}{x^{۲}-۴}$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=۳$ باشد، $\lim\limits_{x\to۲} f(x)$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۲	اگر $f(x)=\frac{\sqrt{x^{۲}+۵}+ax}{۲x-۴}$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\frac{۱}{۴}$ باشد، $\lim\limits_{x\to۲} f(x)$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۳	اگر $f(x)=\frac{ax^{۲}+x-۷}{۴x^{۲}-۴}$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\frac{۳}{۲}$ باشد، $\lim\limits_{x\to۱} f(x)$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۴	اگر $\lim\limits_{x\to ۱^+} \frac{a[-x]+۱۰}{x^۲-۳x+۲} = +\infty$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to \frac{۱}{۳}} \left[\frac{x}{a}-x\right]$ را به دست آورید. ([] نماد جزء صحیح است.) سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۵	اگر $\lim\limits_{x\to ۴^-} \frac{a[x]-۱۲}{۴-x} = +\infty$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to ۱} \left[\frac{x}{a}-۳x\right]$ را حساب کنید. ([] نماد جزء صحیح است.) سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۶	اگر $\lim\limits_{x\to ۲^+} \frac{۲ax-۷}{۲-x} = +\infty$ باشد، حدود a را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۷	اگر $\lim\limits_{x\to ۳^-} \frac{a[x]+۱۰}{x-۳} = -\infty$ باشد، حدود a را حساب کنید. ([] نماد جزء صحیح است.) سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۸	اگر $\lim\limits_{x\to ۵^-} \frac{۳x+a}{x-۵} = +\infty$ باشد، حدود a را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۹	حاصل حد زیر را حساب کنید. ([] نماد جزء صحیح است.) $\lim\limits_{x\to(-۵)^-} \frac{x+[-x]}{x^۲-۲۵}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۳۰	اگر بازهٔ $(a-۱, ۲b+۱)$ همسایگی راست ۳ و بازهٔ $(a+۲, b+۴)$ همسایگی چپ ۱۱ باشد، a, b را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۳۱	اگر بازهٔ $(۳a-۱, ۴b+۷)$ همسایگی راست ۲ و همسایگی چپ ۳۱ باشد، بازهٔ $(a, b)-\{b-a\}$ شامل چند عدد صحیح است؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۳۲	اگر بازه $(۲a-۱, b+۷)$ همسایگی راست ۳ و همسایگی چپ ۱۰ باشد، a, b را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۳۳	اگر بازهٔ $(a-۴, a+۳)-\{۳a-۹\}$ یک همسایگی محذوف عدد ۳ باشد، این بازه شامل چند عدد صحیح است؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۳۴	اگر بازهٔ $(x-۱, x+۷)-\{۲x-۴\}$ یک همسایگی محذوف عدد یک باشد، مقدار x را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۵	اگر بازهٔ $(x-۳, ۳x-۱۰)$ یک همسایگی ۵ باشد، مجموعه مقادیر x را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۳۶	اگر بازهٔ $(x-۱, x+۷)-\{۲x-۱\}$ یک همسایگی محذوف عدد صفر باشد: الف) مقدار x را حساب کنید. ب) این بازه شامل چند عدد صحیح است؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۳۷	اگر بازهٔ $(x-۲, ۲x+۷)$ یک همسایگی ۳ باشد، مجموعه مقادیر x را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۳۸	حد مقابل را محاسبه کنید.([] نماد جزء صحیح است.) $\lim\limits_{x\to ۶^-} \frac{۵-[x]}{x-۶}$ سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲	
۳۹	حدود زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim\limits_{x\to ۰^+} \frac{۱}{x}$ ب) $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{\sqrt{x^۲+۱}-x}{۲x+۱}$ ج) $\lim\limits_{x\to -۲^+} \frac{x+۲}{x^۲+۴x+۴}$ سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲	
۴۰	ثابت کنید. $\lim\limits_{x\to ۰} \frac{\sqrt{۵+x^۲}}{x^۲}=+\infty$ سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲	
۴۱	اگر باقی‌ماندهٔ چندجمله‌ای $P(x)=x^۳+۲x^۲-ax+b$ بر $x-۱$ و $x-۲$ به‌ترتیب برابر ۳ و -۵ باشد، مقادیر a و b را به دست آورید. سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲	
۴۲	نمودار تابعی مانند f را رسم کنید که در دو شرط $\lim\limits_{x\to ۱^-} f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to ۱^+} f(x)=+\infty$ صدق کند. مسئله چند جواب دارد؟ سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲	
۴۳	عبارت‌های $\lim\limits_{x\to ۱^-} f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to ۱^+} f(x)=+\infty$ به چه معناست؟ توضیح دهید. سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۴	حاصل حدهای زیر را به دست آورید. الف) $\lim\limits_{x\to ۲} \frac{x^۲-۴}{x^۲+x-۶}$ ب) $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{۱-\frac{۱}{\sqrt{x}}}{۲+\frac{۱}{\sqrt[۳]{x}}}$ سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲	
۴۵	چندجمله‌ای $f(x)=۳x^۳+۵x^۲-۸$ را درنظر بگیرید. الف) آیا $f(x)$ بر $(x-۱)$ بخش‌پذیر است؟ چرا؟ ب) با انجام تقسیم، درستی ادعای خود را بررسی کنید. پ) $f(x)$ را به صورت حاصل‌ضرب عامل‌هایش بنویسید. سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲	
۴۶	اگر $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{۲ax^n+ax^۲+x+۱}{(a+۱)x^n-۳x^۲+۷x+۱}=۲$ باشد، مقادیر ممکن برای a و n را حساب کنید. $(n\in \mathbb{N})$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۴۷	حد زیر را حساب کنید. $\lim\limits_{x\to ۸^-} \frac{[x]-۷}{x-۸}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۴۸	اگر $\lim\limits_{x\to (-۳)^-} \frac{x^۲-۷x+۱۲}{x^۲-a}=+\infty$ ، آنگاه حد تابع وقتی $x\to ۳$ را بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-دوازدهم	
۴۹	باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x^۲+x+۱$ برابر $x+۳$ است. اگر $f(۲)=۱۲$ و $f(-۱)=۵$ باشد، خارج قسمت این تقسیم را حساب کنید. (خارج قسمت درجه اول است.) سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-دوازدهم	
۵۰	باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $۲x^۲+۱$ برابر $۲x+۱$ است. اگر $f(۲)=۳۲$ و $f(-۲)=-۱۲$ باشد، خارج قسمت این تقسیم را حساب کنید. (خارج قسمت درجه اول است.) سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-دوازدهم	
۵۱	اگر $\lim\limits_{x\to ۲} \frac{a}{x-۲}-\frac{b}{x^۲+x-۶}=\frac{۳}{۵}$ باشد، a و b را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -دوازدهم	
۵۲	اگر $\lim\limits_{x\to ۱} \frac{a}{x-۱}+\frac{b}{x^۲-۶x+۵}=-\frac{۱}{۲}$ باشد، b و a را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -دوازدهم	
۵۳	حاصل حد زیر را حساب کنید. $\lim\limits_{x\to ۱} \frac{x}{x-۱}-\frac{۴-۶x}{x^۲-۴x+۳}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -دوازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۴	حاصل حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to ۲} \frac{۷}{x-۲} - \frac{۲۸}{x^۲-۴}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -دوازدهم	
۵۵	حاصل حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to ۱} \frac{۳}{x-۱} - \frac{۶}{x^۲-۱}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -دوازدهم	
۵۶	حاصل حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to ۲} \frac{۳}{x-۲} + \frac{۹}{x^۲-۷x+۱۰}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -دوازدهم	
۵۷	حاصل حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to ۱} \frac{۲}{x-۱} - \frac{۶}{x^۲+x-۲}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -دوازدهم	
۵۸	حاصل حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to ۵} \frac{۳}{x-۵} + \frac{۶}{x^۲-۱۲x+۳۵}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -دوازدهم	
۵۹	حاصل حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to ۴} \frac{۵}{x-۴} - \frac{۱۵}{x^۲-۵x+۴}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -دوازدهم	
۶۰	حاصل حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to -۳} \frac{۴}{x+۳} + \frac{۲۸}{x^۲-x-۱۲}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -دوازدهم	
۶۱	حاصل حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to ۱} \frac{۷}{x-۱} - \frac{۴۲}{x^۲+۴x-۵}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -دوازدهم	
۶۲	حاصل حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to -۵} \frac{x}{x+۵} + \frac{۶x+۱۵}{x^۲+۷x+۱۰}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -دوازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۳ برای حد زیر a , b را حساب کنید.

$$\lim_{x\to -۵}\ \frac{a}{x+۵}-\frac{b}{x^۲+۱۱x+۳۰}=۲$$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -دوازدهم

۶۴ اگر $\lim_{x\to -۲}\ \frac{a}{x+۲}-\frac{b}{x^۲+۷x+۱۰}=\frac{۲}{۳}$ باشد، a , b را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -دوازدهم

۶۵ حاصل حدهای زیر را حساب کنید. ([ ] نماد جزء صحیح است.)

الف) $\lim_{x\to ۴^+}\ \frac{x+۱۲}{[x]-x}$

ب) $\lim_{x\to +\infty}\ \left[\frac{۷x+۱}{x+۲}\right]$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

۶۶ حاصل حدهای زیر را حساب کنید. ([ ] نماد جزء صحیح است.)

الف) $\lim_{x\to ۵^+}\ \frac{x-x^۲}{x-[x]}$

ب) $\lim_{x\to +\infty}\ \left[\frac{۴x+۱۳}{۲x+۳}\right]$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

۶۷ حاصل حدهای زیر را حساب کنید. ([ ] نماد جزء صحیح است.)

الف) $\lim_{x\to ۱^+}\ \frac{[x]-۱۰}{۱-۳x+۳x^۲-x^۳}$

ب) $\lim_{x\to -\infty}\ \frac{۳x-\sqrt{۹x^۲+x+۱}}{\sqrt{۴x^۲+۱}+۵\sqrt{-x}}$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

۶۸ حاصل حدهای زیر را حساب کنید.

الف) $\lim_{x\to ۵^+}\ \frac{۹+x}{۵-x}$

ب) $\lim_{x\to +\infty}\ \frac{۱۰x+۱۱}{۹-۷x}$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

۶۹ حاصل حدهای زیر را حساب کنید. ([ ] نماد جزء صحیح است.)

الف) $\lim_{x\to (-۱۰)^+}\ \frac{۲x-[x]}{|x|+[x]}$

ب) $\lim_{x\to +\infty}\ \frac{۳x^۲+(۲x+۱)^۲}{(۵x-۱)^۲}$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۰ حاصل حدهای زیر را حساب کنید. ([ ] نماد جزء صحیح است.)

الف) $\lim\limits_{x \to ۱۰^+} \dfrac{۵ + x}{x - [x]}$

ب) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{۹x^۲ + \sqrt{۴x^۴ + x^۲ + ۱}}{(۵x + ۱)^۲}$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

۷۱ حاصل حدهای زیر را حساب کنید.

الف) $\lim\limits_{x \to -\infty} x + \sqrt{x^۲ + ۴x + ۱}$

ب) $\lim\limits_{x \to +\infty} ۵x + \sqrt{۲۵x^۲ + ۱}$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

۷۲ حاصل حدهای زیر را حساب کنید.

الف) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{۱۰۰x + ۵}{x^۲ - ۹x + ۱۰}$

ب) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{۴x + \sqrt{x^۲ - x + ۱}}{۷x + |۲x + ۱|}$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

۷۳ حاصل حدهای زیر را حساب کنید. ([ ] نماد جزء صحیح است.)

الف) $\lim\limits_{x \to -\infty} ۳x + \sqrt{۹x^۲ + ۵x + ۱}$

ب) $\lim\limits_{x \to ۰^-} x \left[\dfrac{۱}{x}\right]$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

۷۴ حاصل حدهای زیر را حساب کنید. ([ ] نماد جزء صحیح است.)

الف) $\lim\limits_{x \to ۱^-} \text{Cotg}\left(\dfrac{\pi}{x}\right)$

ب) $\lim\limits_{x \to ۰^+} x \left[\dfrac{۱}{x}\right]$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

۷۵ حاصل حدهای زیر را حساب کنید. ([ ] نماد جزء صحیح است.)

الف) $\lim\limits_{x \to ۱^+} \text{tg}\left(\dfrac{\pi}{۲x}\right)$

ب) $\lim\limits_{x \to -\infty} x \left[\dfrac{۱}{x}\right]$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۶	حاصل حدهای زیر را حساب کنید. ([ ] نماد جزء صحیح است.) الف) $\lim_{x\to\pi^+} \cot g\, x$ ب) $\lim_{x\to+\infty} x\left[\frac{۱}{x}\right]$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۷۷	حاصل حدهای زیر را حساب کنید. الف) $\lim_{x\to(-۲)^+} \frac{x+۱۰}{۴-x^۲}$ ب) $\lim_{x\to-\infty} \frac{(۵x+۱)^۲}{(۷x-۱)(۲-۳x)}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۷۸	حاصل حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to(-۳)^+} \frac{x^۲+۴x+۳}{x^۲+۶x+۹}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۷۹	حاصل حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to-\infty} x+\sqrt{x^۲+۶x+۱}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۸۰	اگر $\lim_{x\to-\infty} \frac{(a-۱)x^b+۴x+۱}{(x+۳)^۳-x^۳} = ۳$ باشد a و b را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۸۱	اگر $\lim_{x\to+\infty} \frac{(a-۱)x^b+۴x+۱}{۷x^۳+x^۲+۱۴} = ۴$ باشد a و b را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۸۲	حاصل حدهای زیر را حساب کنید. الف) $\lim_{x\to۳} \frac{x^۲-۳x}{x^۲-۵x+۶}$ ب) $\lim_{x\to۴^+} \frac{x+۱۱}{۴-x}$ ج) $\lim_{x\to-\infty} \frac{۷x^۲+x+۱}{۵x^۲-۴x+۱۱}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۳ حاصل حدهای زیر را حساب کنید.

الف) $\lim\limits_{x\to ۱} \dfrac{x-\sqrt{x}}{x^۲-۷x+۶}$

ب) $\lim\limits_{x\to ۱^+} \dfrac{۳-x}{x^۲-۴x+۳}$

ج) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{۵x+|x+۱۱|}{۷x+\sqrt{۹x^۲+x+۱}}$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

۸۴ اگر $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{a(x+۲)^۲-(x+۵)^۲}{۳x^۲+۷}=۴$ باشد a را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

۸۵ اگر $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{(a-۳)x^۳+bx^c+۴x+۱۱}{(x+۱)^۳-x^۳}=۴$ باشد a، b و c را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

۸۶ حاصل حدهای زیر را حساب کنید.

الف) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{۳x+\sqrt{x^۲+x+۱}}{۵x+۱}$

ب) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{۳x-۷}{۵-۴x}$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

۸۷ حاصل حدهای زیر را حساب کنید.

الف) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{(x-۱)^۳-(x+۱)^۳}{x^۲+\sqrt{۴۹x^۴+۵x^۲+۱}}$

ب) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{۳x+\sqrt{۱۶x^۲+۱}}{۷x+۹}$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

۸۸ حاصل حدهای زیر را حساب کنید.

الف) $\lim\limits_{x\to ۴} \dfrac{۷-\sqrt{۱۲x+۱}}{x^۲-۱۶}$

ب) $\lim\limits_{x\to ۵^+} \dfrac{x+۴}{x^۲-۲۵}$

ج) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{(۲x+۱)^۲}{۳x^۲-۷x+۱}$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

٪حروف‌چینی ریاضی: ۴۸

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۹	حاصل حدهای زیر را حساب کنید. الف) $\lim\limits_{x\to ۳} \dfrac{x^۲+x-۱۲}{x^۲-۹}$ ب) $\lim\limits_{x\to ۹^+} \dfrac{x+۷}{x-۹}$ ج) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{۵x+۱}{x+۱۱}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۹۰	حاصل حد زیر را حساب کنید. $\lim\limits_{x\to -\infty} x+\sqrt{x^۲+۳x+۱}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۹۱	حاصل حدهای زیر را حساب کنید.([] نماد جزء صحیح است.) الف) $\lim\limits_{x\to ۲} \dfrac{x-\sqrt{x+\sqrt{x+۲}}}{x^۳-۸}$ ب) $\lim\limits_{x\to ۲^+} \dfrac{[-x]+۱۰}{۸-۱۲x+۶x^۲-x^۳}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۹۲	حاصل حدهای زیر را حساب کنید.([] نماد جزء صحیح است.) الف) $\lim\limits_{x\to \pi^+} \dfrac{[\sin x]}{\sin x}$ ب) $\lim\limits_{x\to \frac{۵\pi^+}{۸}} \operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{۸}-x\right)$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۹۳	اگر $\lim\limits_{x\to ۲} \dfrac{a}{x-۲}-\dfrac{b}{x^۲-۷x+۱۰}=-\dfrac{۲}{۳}$، مقدار a,b را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۹۴	حاصل حدهای زیر را حساب کنید. الف) $\lim\limits_{x\to ۴^+} \dfrac{x+۱۰}{x-۴}$ ب) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi^+}{۲}} \tan x$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۵	حاصل حدهای زیر را حساب کنید. الف) $\lim\limits_{x\to ۴^+} \frac{x+۷}{۴-x}$ ب) $\lim\limits_{x\to ۳^-} \frac{x+۱۱}{\lvert x-۳\rvert}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۹۶	حاصل حدهای زیر را حساب کنید. الف) $\lim\limits_{x\to \pi^-} \frac{۱}{\sin x}$ ب) $\lim\limits_{x\to \pi^+} \cot g\, x$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۹۷	حاصل حدهای زیر را حساب کنید.($[\,]$ نماد جزء صحیح است.) الف) $\lim\limits_{x\to ۳} \frac{۵-\sqrt{۸x+۱}}{x^۲-۱۰x+۲۱}$ ب) $\lim\limits_{x\to ۵^-} \frac{[x]-۵}{x-۵}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۹۸	حاصل حد زیر را حساب کنید. $\lim\limits_{x\to ۳} \frac{۱}{x-۳} - \frac{۱}{x^۲-۵x+۶}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۹۹	حاصل حد زیر را حساب کنید. $\lim\limits_{x\to ۲} \frac{۱}{x-۲} - \frac{۴}{x^۲-۴}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۱۰۰	حاصل حدهای زیر را حساب کنید. الف) $\lim\limits_{x\to ۷} \frac{x^۲-۷x}{x^۲-۹x+۱۴}$ ب) $\lim\limits_{x\to ۳} \frac{\sqrt{x+۱}-۲}{x^۲-۹}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۱۰۱	حاصل حدهای زیر را حساب کنید. الف) $\lim\limits_{x\to ۲} \frac{x^۳-۸}{x^۲-۵x+۶}$ ب) $\lim\limits_{x\to ۵} \frac{\sqrt{x+۴}-۳}{\sqrt{x-۱}-۲}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۲

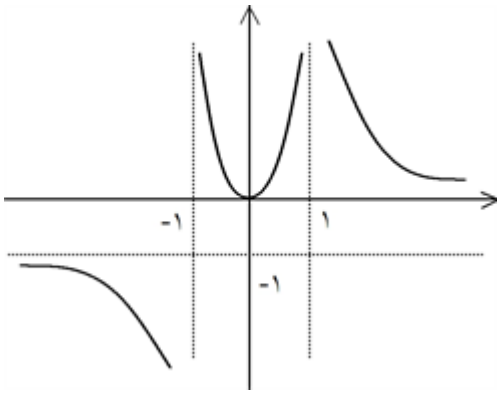
با توجه به نمودار f حاصل حدهای خواسته شده را به دست آورید.

الف) $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ب) $\lim_{x\to ۱^{+}} f(x)$

پ) $\lim_{x\to(-۱)^{-}} f(x)$

ت) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

۱۰۳

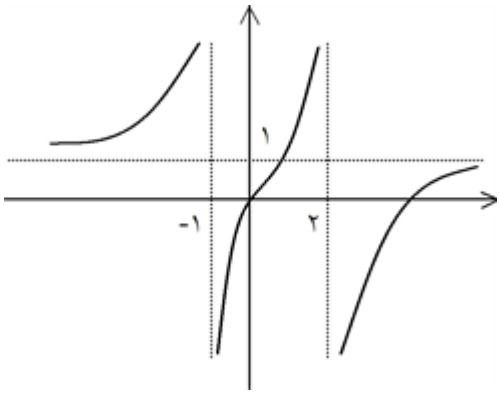
با توجه به نمودار f حاصل حدهای خواسته شده را حساب کنید.

۱) $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

۲) $\lim_{x\to ۲^{+}} f(x)$

۳) $\lim_{x\to ۲^{-}} f(x)$

۴) $\lim_{x\to(-۱)^{-}} f(x)$



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

٪حروف‌چینی ریاضی: ۴۸

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

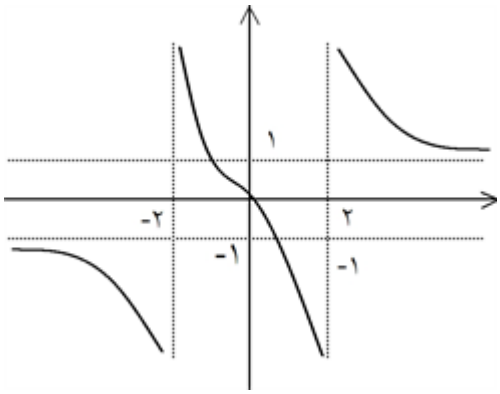
۱۰۴ با توجه به نمودار تابع f حاصل حدهای زیر را حساب کنید.

الف) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

پ) $\lim\limits_{x\to ۲^{+}} f(x)$

ت) $\lim\limits_{x\to(-۲)^{-}} f(x)$



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

۱۰۵ اگر $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{ax^{n}}{۳x+\sqrt{۴x^{۲}+۱}} = ۵$ باشد، a , n را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

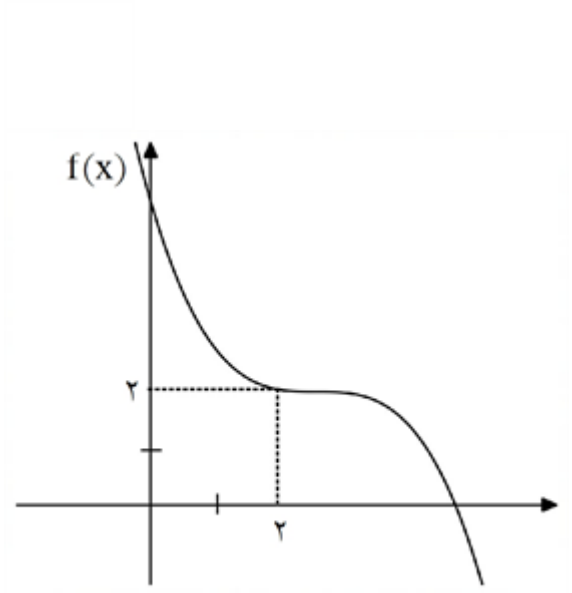
۱۰۶ اگر $\lim\limits_{x\to۵} \frac{۱-x}{۲x^{۲}+\mathrm{bx}+a-۱} = -\infty$ باشد، a و b را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

۱۰۷ اگر $\lim\limits_{x\to۳} \frac{۵x+۱}{x^{۲}+\mathrm{ax}+b} = +\infty$ باشد، a و b را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

۱۰۸ با توجه به نمودار تابع f حاصل $\lim\limits_{x\to۲^{+}} \frac{x+۱۰}{۲-f(x)}$ را حساب کنید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۹	اگر $x^{۳}+mx+۱$ بر $x-۲$ بخش‌پذیر باشد m را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۱۱۰	حاصل حدهای زیر را حساب کنید. الف) $\lim\limits_{x\to ۳}\dfrac{۳-\sqrt{x+۶}}{x^{۲}-۹}$ ب) $\lim\limits_{x\to ۲^{+}}\dfrac{۵x+۱۱}{x-۲}$ پ) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{۷x+۱۰}{۴x^{۲}-۹x+۱۵}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۱۱۱	حاصل حدهای زیر را حساب کنید. الف) $\lim\limits_{x\to ۲}\dfrac{x-\sqrt{x+۲}}{x^{۲}-۴}$ ب) $\lim\limits_{x\to ۵^{-}}\dfrac{x+۳}{۵-x}$ پ) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{۲x+\sqrt{x^{۲}+x+۱}}{۵x+۱}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۱۱۲	حاصل حدهای زیر را حساب کنید. الف) $\lim\limits_{x\to ۱}\dfrac{x-\sqrt{x}}{x^{۲}-۱}$ ب) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi^{+}}{۲}}\operatorname{tg} x$ پ) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x^{۲}-۷x+۱}{۴-x^{۲}}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۱۱۳	حاصل حد زیر را حساب کنید. $\lim\limits_{x\to ۲}\dfrac{\operatorname{Log}_{۲}^{x}-\operatorname{Log}_{x}^{۲}}{\operatorname{Log}_{۲}^{\left(\frac{x}{۲}\right)^{۲}}}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-یازدهم	
۱۱۴	الف) هریک از رابطه‌های $\lim\limits_{x\to +\infty}f(x)=-۱$ و $\lim\limits_{x\to -\infty}f(x)=۲$ به چه معنا هستند؟ توضیح دهید. ب) نمودار تابعی مانند f را رسم کنید که هر دو ویژگی الف را داشته باشد. مسئله چند جواب دارد؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۵ حدود زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim\limits_{x\to-\infty}\ ۹+\frac{۷}{x^۳}$

ب) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\frac{۱}{۲}x^۳+۷x^۲-۶\right)$

پ) $\lim\limits_{x\to-\infty}\ \frac{۱}{۲x-۳}$

ت) $\lim\limits_{x\to+\infty}\ \frac{۳+\frac{۱}{x^۲}}{\frac{۴}{x}-۵}$

ث) $\lim\limits_{x\to+\infty}\ \frac{۲x-۱}{۳x+۱}$

ج) $\lim\limits_{x\to-\infty}\ \frac{۲x^۲-۳x+۱}{x^۲+۵x-۳}$

چ) $\lim\limits_{x\to-\infty}\ \frac{۲x^۵-۶x^۳-x}{x^۲-۵x+۱}$

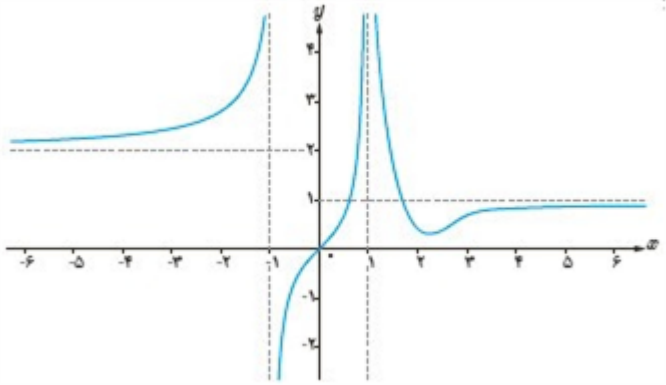
ح) $\lim\limits_{x\to+\infty}\ \frac{x^۲+x}{۳-x}$

خ) $\lim\limits_{x\to-\infty}\ \frac{-۶x^۳+۷x-۹}{۲x^۳-۴x^۲+x}$

د) $\lim\limits_{x\to+\infty}\ \frac{۲x+۱}{۴}$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۱۱۶ نمودار تابع f به شکل مقابل است. حدود خواسته شده را بنویسید:



الف) $\lim\limits_{x\to-\infty}\ f(x)$

ب) $\lim\limits_{x\to(-۱)^-}\ f(x)$

پ) $\lim\limits_{x\to(-۱)^+}\ f(x)$

ت) $\lim\limits_{x\to۱^-}\ f(x)$

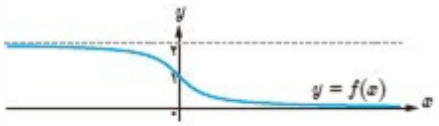
ث) $\lim\limits_{x\to۱^+}\ f(x)$

ج) $\lim\limits_{x\to+\infty}\ f(x)$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۱۱۷ با توجه به نمودار توابع، حدود خواسته شده را بنویسید.

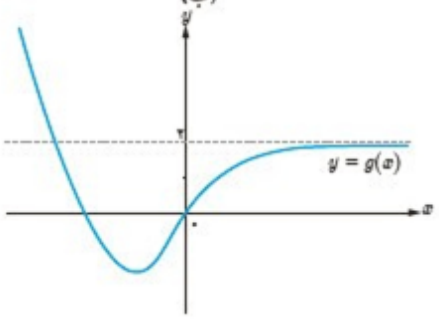
(الف)



$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\cdots$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\cdots$

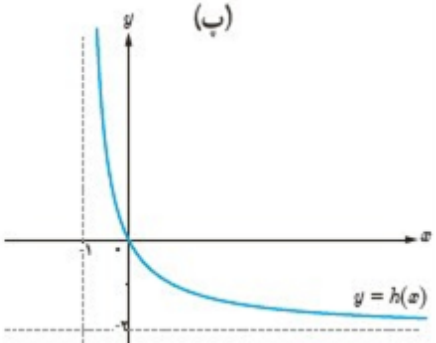
(ب)



$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\cdots$

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\cdots$

(پ)



$\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=\cdots$

$\lim\limits_{x\to(-۱)^+} h(x)=\cdots$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۱۱۸ نمودار هریک از تابع‌های زیر را رسم کنید و سپس حدود خواسته شده را به دست آورید.

الف) $f(x)=\frac{۱}{x}$: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to۰} f(x)$

ب) $g(x)=\begin{cases}۱ & x>۰\\ -۱ & x<۰\end{cases}$: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۹

الف) عبارت $\lim\limits_{x\to ۲^-} f(x) = +\infty$ به چه معناست؟ توضیح دهید.

ب) عبارت $\lim\limits_{x\to ۲^+} f(x) = -\infty$ به چه معناست؟ توضیح دهید.

پ) نمودار تابعی مانند f را رسم کنید که در هر دو شرط بالا صدق کند. مسئله چند جواب دارد؟

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۱۲۰

حدهای زیر را تعیین کنید.

الف) $\lim\limits_{x\to ۰^+} \frac{۱}{x}$ ب) $\lim\limits_{x\to ۰} \frac{-۱}{|x|}$ پ) $\lim\limits_{x\to ۱^-} \frac{۱}{x-۱}$ ت) $\lim\limits_{x\to -۶} \frac{۹}{(x+۶)^۲}$

ث) $\lim\limits_{x\to ۳} \frac{-۱}{(x-۳)^۴}$ ج) $\lim\limits_{x\to \frac{-۱}{۲}} \frac{۴x+۱}{(۲x+۱)^۲}$ چ) $\lim\limits_{x\to ۳^+} \frac{۱-۵x}{x^۲-۹}$

ح) $\lim\limits_{x\to (-۲)^-} \frac{-۳x}{x^۲-۴}$ خ) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi^+}{۲}} \frac{۱}{\cos x}$ د) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi^-}{۲}} \operatorname{tg} x$ ذ) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi^+}{۲}} \operatorname{tg} x$ ر) $\lim\limits_{x\to ۳^-} \frac{[x]-۳}{x-۳}$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۱۲۱

حد زیر را در صورت وجود، به دست آورید.

الف) $\lim\limits_{x\to ۱} \frac{x-\sqrt{۲x-۱}}{x^۲-x}$

ب) $\lim\limits_{x\to ۳} \frac{x^۲-۹}{۲-\sqrt{x+۱}}$

پ) $\lim\limits_{x\to -۸} \frac{۲x+۱۶}{\sqrt[۳]{x}+۲}$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۱۲۲

حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف) $\lim\limits_{x\to \frac{۱}{۲}} \frac{۲x^۲-x}{۴x^۲-۱}$

ب) $\lim\limits_{x\to ۵} \frac{x^۳-۴x^۲-۴x-۵}{x^۲-۲۵}$

پ) $\lim\limits_{x\to -۴} \frac{x^۲+۳x-۴}{x^۳+۴x^۲+x+۴}$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۱۲۳

الف) نشان دهید چندجمله‌ای $f(x) = ۲x^۳ + x^۲ + ۱$ بر دو جمله‌ای $x + ۱$ بخش‌پذیر است.

ب) به کمک تقسیم، $f(x)$ را به صورت حاصل‌ضرب عامل‌ها بنویسید.

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲۴ اگر بازه‌ی $(x-۱, ۲x+۳)$ یک همسایگی ۲ باشد، مجموعه مقادیر x را به دست آورید.

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-حسابان(۱)

۱۲۵ حدود زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim\limits_{x\to ۳} \sqrt{x-۳}$

ب) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{۲}} \dfrac{\cos^۳ x}{۱-\sin x}$

ج) $\lim\limits_{x\to ۳^-} \dfrac{|۹-x^۲|}{x-۳}$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

۱۲۶ حاصل حدود زیر را بیابید.

$\lim\limits_{x\to ۱} \dfrac{|x-۱|}{x-۱}$

$\lim\limits_{x\to ۳} \dfrac{x^۲-۳x}{x^۲-۹}$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

۱۲۷ حاصل حدهای زیر را به دست آورید.

$A)\ \lim\limits_{x\to ۵} \dfrac{۳x^۲-۱۳x-۱۰}{x^۲-۶x+۵}$

$B)\ \lim\limits_{x\to \frac{\pi}{۲}} \dfrac{۱-\sin x}{\cos^۲ x}$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

۱۲۸ حدهای زیر را محاسبه کنید.

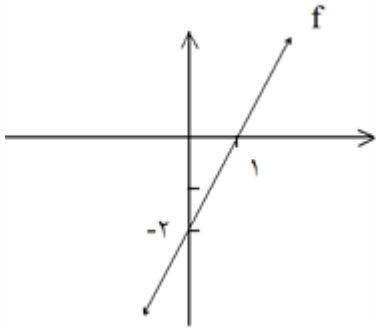
الف) $\lim\limits_{x\to ۱} \dfrac{x^۲-۱}{x^۲-۴x+۳}$

ب) $\lim\limits_{x\to ۲} \dfrac{|x-۲|}{x-۲}$

پ) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{۴}} \dfrac{\sin x-\cos x}{\sin^۲ x-\cos^۲ x}$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

۱۲۹ شکل زیر نمودار $f(x)$ است. حاصل $\lim\limits_{x\to ۱} \dfrac{f(x)}{x^۲-۱}$ را حساب کنید.

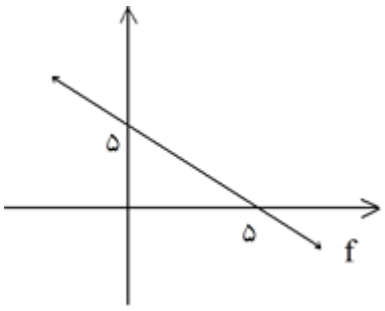
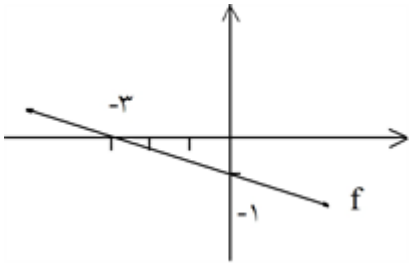
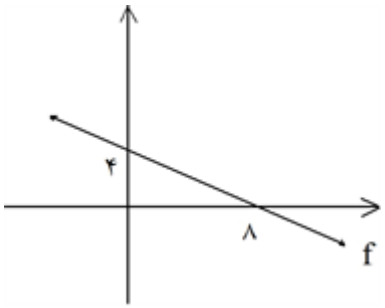
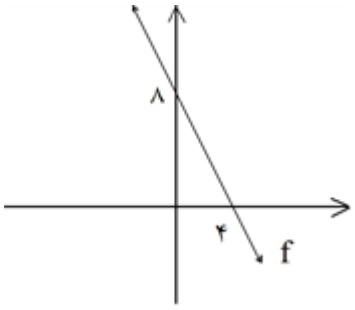


سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم

٪حروف‌چینی ریاضی: ۴۸

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

	شکل زیر نمودار $f(x)$ است. حاصل $\lim\limits_{x\to ۵} \frac{x^۲ - ۵x}{f(x)}$ را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	۱۳۰
	شکل زیر نمودار $f(x)$ است. حاصل $\lim\limits_{x\to -۱} \frac{f^{-۱}(x)}{x^۳ + ۱}$ را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	۱۳۱
	شکل زیر نمودار $f(x)$ است. حاصل $\lim\limits_{x\to ۴} \frac{f^{-۱}(x)}{x^۲ - ۱۶}$ را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	۱۳۲
	شکل زیر نمودار $f(x)$ است. حاصل $\lim\limits_{x\to ۴} \frac{f(x)}{x^۲ - ۵x + ۴}$ را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	۱۳۳

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۳۴	حاصل هریک از حدهای زیر را به دست آورید.([] نماد جزء صحیح است.) الف) $\lim_{x\to ۱} \frac{x+۱}{\sqrt{x^۲+۳}}$ ب) $\lim_{x\to ۵^+} (۳[x]+۱)$ ج) $\lim_{x\to ۱} \frac{x^۲-۱}{x^۲-x}$ د) $\lim_{x\to \frac{\pi}{۲}} \frac{۱-\sin x}{\cos^۲ x}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۱۳۵	حاصل هریک از حدهای زیر را به دست آورید.([] نماد جزء صحیح است.) الف) $\lim_{x\to ۷} \frac{x-۲}{\sqrt{۳x+۴}}$ ب) $\lim_{x\to ۳^-} ۲-[-x]$ ج) $\lim_{x\to ۳} \frac{x^۲-۳x}{x^۲-۹}$ د) $\lim_{x\to \frac{\pi}{۲}} \frac{۱-\sin^۳ x}{\cos^۲ x}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۱۳۶	حاصل هریک از حدهای زیر را به دست آورید.([] نماد جزء صحیح است.) الف) $\lim_{x\to ۸} \frac{x+۷}{\sqrt{x+۱}}$ ب) $\lim_{x\to ۳^-} (۲+[x])$ ج) $\lim_{x\to ۴} \frac{x^۲-۱۶}{x^۲-۵x+۴}$ د) $\lim_{x\to \frac{۳\pi}{۲}} \frac{۱+\sin^۳ x}{\cos^۲ x}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۱۳۷	حاصل حدهای زیر را حساب کنید.([] نماد جزء صحیح است.) الف) $\lim_{x\to ۱} \frac{x^۲-۱}{x^۲-x}$ ب) $\lim_{x\to ۴} [-x]$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۱۳۸	حاصل حدهای زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x\to ۱^+} \frac{\sqrt{x-۱}+\sqrt{۹x-۹}}{\sqrt{x^۲-۱}}$ ب) $\lim_{x\to ۵} \frac{x-\sqrt{۴x+۵}}{\sqrt{x-۱}-۲}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۱۳۹	حاصل حدهای زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x\to ۱^+} \frac{\sqrt{۴x-۴}}{\sqrt{x^۲-۱}}$ ب) $\lim_{x\to ۰} \frac{\sqrt[۳]{x+۸}-۲}{x^۲-۴x}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۱۴۰	حاصل حدهای زیر را حساب کنید. الف) $\lim_{x\to ۱} \frac{\sqrt{x}-۱}{\sqrt{x+۸}-۳}$ ب) $\lim_{x\to ۳} \frac{\sqrt[۳]{x+۵}-۲}{x-\sqrt{x+۶}}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۴۱	حاصل حدهای زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x\to ۱} \frac{x-\sqrt{x}}{۲-\sqrt{x+۳}}$ ب) $\lim_{x\to ۳} \frac{x-\sqrt{۲x+۳}}{\sqrt{x+۱}-۲}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۱۴۲	حاصل حدهای زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x\to ۲} \frac{x-\sqrt{x+۲}}{x^۲-۴}$ ب) $\lim_{x\to ۳} \frac{\sqrt[۳]{x+۵}-۲}{x^۲-۹}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۱۴۳	اگر $\lim_{x\to ۲} \frac{۲x^۲+ax+b}{x^۲-۴} = ۱۰$ باشد a, b را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۱۴۴	حاصل حدهای زیر را حساب کنید. الف) $\lim_{x\to -۴} \frac{x^۳+۶۴}{x^۲-۱۶}$ ب) $\lim_{x\to ۰} \frac{x^۳-۷x}{x^۲-x}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۱۴۵	حد مقابل را بدست آورید. $\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}{\sqrt{x+۱}}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۴۶	حد مقابل را بدست آورید. $\lim_{x\to -\infty} \frac{\sqrt{x^۲+۴}}{x+۴}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۴۷	حد مقابل را بدست آورید. $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x}{x+۱}-\frac{x}{x-۱}\right)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۴۸	ثابت کنید که $\lim_{x\to ۰} \frac{۱-\cos x}{\sin x} = ۰$. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۴۹	مطلوب است: $\lim_{x\to ۳^-} \frac{x^۳+۹x^۲+۱۲x}{x^۲+x-۱۲}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۵۰	مطلوب است: $\lim_{x\to -۴^-} \left(\frac{۲}{x^۲+۳x-۴}-\frac{۳}{x+۴}\right)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	

Telegram: @konkur_in
مجموعه تستهای ریاضی: ۴۸

www.konkur.in

۱۵۱	رفتار تابع f را وقتی به سمت مقادیر داده شده میل می‌کند بررسی کنید. $f(x)=\frac{[x]-۴}{x-۴}$ وقتی $x \to ۴^-$. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۵۲	رفتار تابع f را وقتی به سمت مقادیر داده شده میل می‌کند بررسی کنید. $f(x)=\frac{\sqrt{۴-x^۲}}{x-۲}$ وقتی $x \to ۲^-$. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۵۳	a و b را طوری تعیین کنید که: $\lim\limits_{x\to ۳} \frac{x}{x^۲+ax+b}=+\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۵۴	ثابت کنید: $\lim\limits_{x\to ۲^+}\left(\frac{۱}{x-۲}-\frac{۳}{(x-۲)^۲}\right)=-\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۵۵	ثابت کنید: $\lim\limits_{x\to ۴^+} \frac{\sqrt{x^۲-۴}}{x-۴}=+\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۵۶	ثابت کنید: $\lim\limits_{x\to ۰^-} \frac{\sqrt{۳+x^۲}}{x}=-\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۵۷	حد مقابل را به دست آورید. $\lim\limits_{x\to ۰} \frac{\sqrt{x+۹}-۳}{x}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۵۸	حد مقابل را به دست آورید. $\lim\limits_{x\to ۰} \frac{\sqrt{x+۲}-\sqrt{۲}}{x}$ سوالات و مطالب تالیفی-۹۱-سوال تستی و تشریحی	
۱۵۹	حد مقابل را به دست آورید. $\lim\limits_{x\to \frac{۱}{۳}} \frac{۳x-۱}{۹x^۲-۱}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۶۰	ثابت کنید $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{۱}{x^۵+x^۴+x^۳+x^۲+۱}=۰$. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۶۱	حد زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x\to(-۴)^+}\left(\frac{۲}{x^۲+۳x-۴}+\frac{۳}{x+۴}\right)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۶۲	حد زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x\to-\infty}\frac{۲x-۱}{\sqrt{۳x^۲+x+۱}}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۶۳	حد زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x\to-\infty}(\sqrt[۳]{x^۳+۳x}-x)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۶۴	حد زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x\to-\infty}\frac{۲x-۵}{۱۳x+۱۱}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۶۵	حد زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^۲+۲x}-\sqrt{x^۲-۲x})$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۶۶	حد زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x\to-\infty}\frac{x+۱}{x^۲+۱}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۶۷	حد زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x\to-\infty}\frac{۳x^۲+۲}{۴x^۲-۵x}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۶۸	حد زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x\to+\infty}\frac{x+x^۳+x^۵}{۱+x^۲+x^۳}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۶۹	حد زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x\to+\infty}\frac{x^۳+۳}{x^۲+۲}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۷۰	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}} \frac{۱+\cos x}{۱-\sin x}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۷۱	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to ۰^-} \cot(x)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۷۲	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to ۰^+} \cot(x)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۷۳	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}^+} \tan(x)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۷۴	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}^-} \tan(x)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۷۵	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to ۳^-} \frac{[x]-۳}{x-۳}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۷۶	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to ۱^+} \frac{\sqrt{x^۲-x}}{x-x^۲}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۷۷	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to ۳^+} \frac{\sqrt{x^۲-۹}}{x-۳}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۷۸	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to ۲} \frac{x}{(۲-x)^۲}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۷۹	حد زیر را حساب کنید. $\lim\limits_{x\to ۲^{+}} \frac{x^{۲}-۴}{\lvert x-۲\rvert}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۸۰	حد زیر را حساب کنید. $\lim\limits_{x\to ۱^{+}} \frac{۲x+۳}{x^{۲}+x-۲}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۸۱	حد زیر را حساب کنید. $\lim\limits_{x\to (-a)^{+}} \frac{x-a}{x^{۲}-a^{۲}}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۸۲	حد زیر را حساب کنید. $\lim\limits_{x\to \left(\frac{-۲}{۵}\right)^{+}} \frac{۲x+۵}{۵x+۲}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۸۳	حد زیر را حساب کنید. $\lim\limits_{x\to ۳^{-}} \frac{۱}{۳-x}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۸۴	حد زیر را حساب کنید. $\lim\limits_{x\to ۸} \frac{x-۸}{\sqrt[۳]{x}-۲}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۸۵	حد زیر را حساب کنید. $\lim\limits_{x\to (-۳)} \sqrt{\frac{x^{۲}-۹}{۲x^{۲}+۷x+۳}}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۸۶	حد زیر را حساب کنید. $\lim\limits_{x\to (-۲)} \frac{x^{۳}-x^{۲}-x+۱۰}{x^{۲}+۳x+۲}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۸۷	حد زیر را حساب کنید. $\lim\limits_{h\to ۰} \frac{\sqrt{a+h}-\sqrt{a}}{h}, a>۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۸۸	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to(-۱)} \frac{x^۲-۱}{x^۳+۱}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۸۹	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to۲} \frac{x^۳-۸}{x-۲}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۹۰	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to۰} \frac{\sqrt{x+۴}-۲}{x}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۹۱	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to۴} \frac{\sqrt{x}-۲}{x-۴}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۹۲	حد مقابل را حساب کنید. $\lim_{x\to۱} \frac{x-۱}{\sqrt{x}-۱}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۹۳	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to۱} \left(\frac{x^۲-۱}{x-۱}+\sqrt{x^۲+۳}\right)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۹۴	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to۰} \left(\sqrt{x^۲+۹}-\frac{x^۲+x}{x}\right)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۹۵	اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم $f(x)$ بر $x+۱$ و $x-۱$ به‌ترتیب ۱ و ۲ باشد باقی‌مانده‌ی تقسیم $f(x)$ بر $x^۲-۱$ را حساب کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۹۶	خارج‌قسمت و باقی‌مانده‌ی تقسیم $x^n \pm a^n$ را بر $x \pm a$ حساب کنید $(n \in \mathbb{N})$. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۹۷	نشان دهید که منحنی تابع چندجمله‌ای $f(x)=۴x^۳-۱۳x-۶$ محور xها را در نقطه‌ای به طول $x=۲$ قطع می‌کند. نقاط دیگر تقاطع این منحنی با محور xها را حساب کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۹۸	اگر b $ax + ۳x^{۲} - ۲x^{۳} + b$ بر $x + ۱$ بخش‌پذیر باشد، نشان دهید که $b = a + ۵$. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۹۹	نشان دهید که $۲x + ۳$ یک فاکتور $f(x) = ۶x^{۳} - ۲۹x^{۲} - ۸۵x - ۴۲$ است، سپس فاکتورهای دیگر $f(x)$ را حساب کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۲۰۰	در صورتی‌که دو چندجمله‌ای $x^{۲} + ۳x - ۲$ و p $x^{۳} - ۴x^{۲} + ۵x + p$ در تقسیم بر $x + ۱$ هم باقی‌مانده باشند،مقدار p را تعیین کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۲۰۱	k را طوری تعیین کنید که $۲x^{۳} + x^{۲} - kx - ۸$ بر $x + ۲$ بخش‌پذیر باشد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۲۰۲	نشان دهید که $x - ۲$ یک فاکتور $x^{۳} + ۲x^{۲} - ۵x - ۶$ است، سپس فاکتورهای دیگر(ریشه‌های دیگر) آن را حساب کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۲۰۳	باقی‌مانده‌ی تقسیم و خارج‌قسمت $x^{۷} + x^{۵} + x^{۳} + x$ بر $x - ۱$ را پیدا کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۲۰۴	خارج‌قسمت و باقی‌مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای $۴x^{۳} - ۳۹x + ۱۱$ را بر $x - ۳$ حساب کنید، سپس نتیجه را به‌صورت $f(x) = (x - a)Q(x) + R$ بنویسید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۲۰۵	حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $\frac{۲x + ۱}{x^{۲} + \sqrt{x + ۲}}, x \to +\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۰۶	حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $\frac{-۳x^{۲} + \sqrt{x + ۲}}{x^{۲} + ۵x - ۱}, x \to +\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۰۷	حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $\frac{۳x^{۴} + x^{۲} - ۱}{-x^{۲} + ۵}, x \to \pm\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۰۸	حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $\frac{۲x^۳ + x - ۲}{x + ۳}, x \to \pm\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۰۹	حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $\frac{-۳x^۲ + ۶x - ۱}{۲x - ۷}, x \to \pm\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۱۰	حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $\frac{۶x^۲ + x - ۲}{۳x - ۵}, x \to \pm\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۱۱	حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $\frac{۲x + ۱}{۳}, x \to \pm\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۱۲	حد تابع زیر را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $\frac{۳x^n - ۷x + ۲}{۲x^{n+۱} + ۶x^n - ۱}(n \in N, n > ۱), x \to \pm\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۱۳	حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $\frac{x - ۵}{۲x^۲ + x - ۱}, x \to \pm\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۱۴	حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $\frac{۴x^۲ + ۵x - ۱}{x^۳ + ۷x - ۲}, x \to \pm\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۱۵	حد تابع زیر را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $\frac{۱۲x^n - x^۲ + ۱}{۶x^n + x^۳ + ۲}(n \in N, n > ۳), x \to \pm\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۱۶	حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $\frac{۴x^۳ - x^۲ + ۱}{-۲x^۳ + x - ۲}, x \to \pm\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۱۷	حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $\frac{-x^{۲}+۲}{۳x^{۲}+۵x+۱}, x \to \pm\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۱۸	حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $\frac{-۳x+۲}{x}, x \to \pm\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۱۹	حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $\frac{۲x+۱}{x-۱}, x \to \pm\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۲۰	حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $x^{۵}-۳x^{۳}+x-۱, x \to \pm\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۲۱	حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $-x^{۴}+x^{۲}+۲, x \to \pm\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۲۲	حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $۳x^{۴}+۵x^{۲}-۱, \pm\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۲۳	حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $-(۲x-۱)^{۳}, x \to \pm\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۲۴	حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $-x^{۳}+۳x-۲, x \to \pm\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۲۵	حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $x^{۳}+۲x^{۲}-۱, x \to \pm\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۲۶	حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $-۲x^{۲}-x+۳, x \to \pm\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۲۷	حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $۳x^{۲}-x+۲, x \to \pm\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	

٪حروف‌چینی ریاضی: ۴۸
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۲۸	حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $\frac{۲}{۷}x + ۱, x \to \pm\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۲۹	حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $\frac{-۱}{۳}x + ۴, x \to \pm\infty$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۳۰	حد مقابل را حساب کنید: $\lim\limits_{x \to \frac{\pi^-}{۳}} \frac{\text{tgx} + \sqrt{۳}}{\text{tgx} - \sqrt{۳}}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۳۱	حد مقابل را حساب کنید: $\lim\limits_{x \to ۰^+} \frac{۱}{۱ - \text{Cos}\, x}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۳۲	حد مقابل را حساب کنید: $\lim\limits_{x \to \frac{\pi^+}{۲}} \frac{۱}{\text{Cos}\, x}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۳۳	حد مقابل را حساب کنید: $\lim\limits_{x \to ۰^-} \frac{۱}{\text{Sin}\, x}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۳۴	حد مقابل را حساب کنید: $\lim\limits_{x \to ۰^+} \text{Cotg}^{۳} x$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۳۵	حد مقابل را حساب کنید: $\lim\limits_{x \to \frac{\pi^+}{۲}} \text{tg}^{۲} x$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۳۶	حد مقابل را حساب کنید: $\lim\limits_{x \to \frac{\pi^+}{۲}} \text{tgx}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۳۷	حد مقابل را حساب کنید: $\lim\limits_{x \to ۱} \frac{-۵\text{x}^{۲}}{x^{۲} - ۱}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۳۸	حد مقابل را حساب کنید: $\lim\limits_{x \to ۳} \frac{x + ۱}{x^{۲} - ۹}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۳۹	حد مقابل را حساب کنید: $\lim_{x\to -۱} \frac{۱}{(x+۱)^۴}$	
	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۴۰	حد مقابل را حساب کنید: $\lim_{x\to ۰} \frac{-۱}{x^۴}$	
	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۴۱	حد مقابل را حساب کنید: $\lim_{x\to \frac{۱}{۲}} \frac{۴}{۲x-۱}$	
	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۴۲	حد مقابل را حساب کنید: $\lim_{x\to ۲} \frac{۳x+۵}{x^۲-۴}$	
	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۴۳	حد مقابل را حساب کنید: $\lim_{x\to ۲^-} \frac{-x+۳}{(x-۲)}$	
	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۴۴	حد مقابل را حساب کنید: $\lim_{x\to ۳^+} \frac{۲x+۳}{(x-۳)^۲}$	
	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۴۵	حد مقابل را حساب کنید: $\lim_{x\to -۱^+} \frac{-۱}{(x+۱)^۲}$	
	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۴۶	حد مقابل را حساب کنید: $\lim_{x\to -۲^-} \frac{۴x}{(x+۲)^۲}$	
	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۴۷	حد مقابل را حساب کنید: $\lim_{x\to ۲^-} \frac{۳}{x-۲}$	
	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۴۸	حد مقابل را حساب کنید: $\lim_{x\to ۱^+} \frac{۲x+۳}{x-۱}$	
	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۴۹	حد مقابل را حساب کنید: $\lim_{x\to -۲} \frac{۲x+\sqrt{x+۱۸}}{\sqrt{۳x+۷}-۱}$	
	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۵۰	حد مقابل را حساب کنید: $\lim_{x\to -۵^{+}} \frac{x+۵}{\sqrt{۳x+۱۶}-۱}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۵۱	حد مقابل را حساب کنید: $\lim_{x\to ۱} \frac{x^{۳}-۳x^{۲}+۳x-۱}{x^{۲}-۲x+۱}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۵۲	حد مقابل را حساب کنید: $\lim_{x\to -۲} \frac{۳x^{۲}-۱۲}{۲-x-x^{۲}}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۵۳	حد مقابل را حساب کنید: $\lim_{x\to ۰^{+}} \frac{x}{\sqrt{x}}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۵۴	حد مقابل را حساب کنید. $\lim_{x\to ۴} \frac{\sqrt{x}-۲}{۴-x}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۵۵	حد مقابل را حساب کنید. $\lim_{x\to -۲} \frac{x+\sqrt{x+۶}}{x+۲}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۵۶	حد مقابل را حساب کنید. $\lim_{x\to ۱} \frac{x^{۴}-۲x+۱}{۲x^{۲}-۳x+۱}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۵۷	حد مقابل را حساب کنید. $\lim_{x\to ۳} \frac{x^{۲}-۹}{x^{۲}-۵x+۶}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۵۸	حد مقابل را حساب کنید. $\lim_{x\to -۱} \frac{۳x^{۳}+x^{۲}+x+۳}{x^{۲}+۲x+۱}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۵۹	حد مقابل را حساب کنید. $\lim_{x\to ۱} \frac{x^{۲}-۲x+۱}{۲x^{۲}+x-۳}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۶۰	حد مقابل را حساب کنید. $\lim_{x\to -۱} \frac{x^{۲}-x-۲}{x^{۲}-۲x-۳}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۶۱	حد مقابل را حساب کنید. $\lim_{x\to ۱} \frac{x^۲ + ۲x - ۳}{x - ۱}$	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی
۲۶۲	حد مقابل را حساب کنید. $\lim_{x\to ۴} \frac{x - ۴}{x^۲ - ۵x + ۴}$	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی
۲۶۳	تقسیم مقابل را انجام دهید: $۳s^۳ + ۸s^۲ + s - ۷ \mid s + ۲$	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال اول-عربی
۲۶۴	در تقسیمات مقابل خارج قسمت و باقیمانده را تعیین کنید. $-۲x^۲ + ۴x + ۷ - x^۳ \mid x - ۲$	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال اول-عربی
۲۶۵	در تقسیمات مقابل خارج قسمت و باقیمانده را تعیین کنید. $x^۳ + x^۲y - xy^۲ - ۲y^۳ \mid x + y$	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال اول-عربی
۲۶۶	در تقسیمات مقابل خارج قسمت و باقیمانده را تعیین کنید. $\frac{۹d^۳ + ۵d - ۸}{۳d - ۲}$	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال اول-عربی
۲۶۷	در تقسیمات مقابل خارج قسمت و باقیمانده را تعیین کنید. $(۴t^۳ + ۱۷t^۲ - ۱) \div (۴t + ۱)$	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال اول-عربی
۲۶۸	در تقسیمات مقابل خارج قسمت و باقیمانده را تعیین کنید. $\frac{۱۲n^۲ + ۳۶n + ۱۵}{۶n + ۳}$	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال اول-عربی
۲۶۹	در تقسیمات مقابل خارج قسمت و باقیمانده را تعیین کنید. $\frac{x^۲ - ۱۰x - ۲۴}{x + ۲}$	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال اول-عربی

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱ الف)

$۱ = ۱ - (۱ - ۲b)۶ + (a + ۲)۴ \Rightarrow ۱ = (۲)f \Rightarrow ۲ = x \Rightarrow ۰ = ۲ - x$

$۰ = ۳b + a \Rightarrow ۰ = ۲ - ۶ - ۱۲b + ۴a + ۸ \Rightarrow$

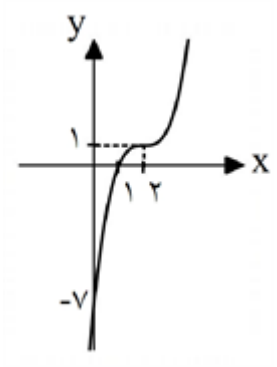
$۱۸- = ۶b - a \Rightarrow ۲۶- = ۱ - (۱ - b-)۶ + (a + ۱-) \Rightarrow ۲۶- = (۱-)f \Rightarrow ۱- = x \Rightarrow ۰ = ۱ + x$

$۶- = a \Rightarrow ۲ = b \Rightarrow ۱۸- = ۹b- \Rightarrow \begin{cases} ۰ = ۳b + a \\ ۱۸- = ۶b - a \end{cases}$

ب)

$۷ - ۱۲x + {}^{۲}۶x - {}^{۳}x = (x)f \Rightarrow ۱ - (۱ - ۲x)۶ + (۶ - x)^{۲}x = (x)f$

$۱ + {}^{۳}(۲ - x) = (x)f \Rightarrow ۱ + ۸ - ۱۲x + {}^{۲}۶x - {}^{۳}x = (x)f$



ج) تابع اکیداً صعودی است.

۲

$۲ = ۸ + ۱۱m + {}^{۲}۲m + {}^{۳}m + {}^{۲}۴m \Rightarrow ۲ = (۱)p \Rightarrow ۱ = x \Rightarrow ۰ = ۱ - x$

$۰ = ۶ + ۱۱m + {}^{۲}۵m + {}^{۲}m + {}^{۳}m \Rightarrow ۰ = ۶ + ۱۱m + {}^{۲}۶m + {}^{۳}m \Rightarrow$

$۰ = (۶ + ۵m + {}^{۲}m)(۱ + m) \Rightarrow ۰ = (۶ + ۵m)(۱ + m) + (۱ + m)^{۲}m \Rightarrow$

$۰ = (۳ + m)(۲ + m)(۱ + m) \Rightarrow$

$\begin{cases} ۱- = m \\ ۲- = m \\ ۳- = m \end{cases}$

۳

$۰ = (۱)f \Rightarrow ۱ = x \Rightarrow ۰ = ۱ - x$

$۸ = (۳-)f \Rightarrow ۳- = x \Rightarrow ۰ = ۳ + x$

قضیهٔ تقسیم $f(x)$ بر ${}^{۲}x + ۲x - ۳$ را می‌نویسیم و چون مقسوم‌علیه درجه دوم است، بنابراین باقی‌مانده را به‌صورت $ax + b$ می‌نویسیم.

$b + ax + (x)q(۳ - ۲x + {}^{۲}x) = (x)f$

$۰ = b + a \Rightarrow b + a = (۱)f \xrightarrow{x=۱}$

$۸ = b + ۳a- \Rightarrow b + ۳a- = (۳-)f \xrightarrow{x=-۳}$

$۲ = b \Rightarrow ۲- = a \Rightarrow ۸ = ۴a- \Rightarrow \begin{cases} ۰ = b + a \\ ۸ = b + ۳a- \end{cases}$

بنابراین باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(x)$ بر ${}^{۲}x + ۲x - ۳$ برابر $۲ + ۲x-$ می‌باشد.

Telegram: @konkur_in

۴

$f(-۵) = ۲ \Rightarrow -۵ = x \Rightarrow ۵ + x = ۰$

$f(۲) = ۱۶ \Rightarrow ۲ = x \Rightarrow ۲ - x = ۰$

قضیهٔ تقسیم $f(x)$ بر $x^۲ - ۳x + ۱۰$ را می‌نویسیم و چون مقسوم‌علیه درجه دوم است، بنابراین باقی‌مانده را به‌صورت $ax + b$ می‌نویسیم.

$f(x) = q(x)(x^۲ - ۳x + ۱۰) + ax + b$

$f(-۵) = ۲ \Rightarrow -۵a + b = ۲ \Rightarrow x = -۵ \rightarrow$

$f(۲) = ۱۶ \Rightarrow ۲a + b = ۱۶ \Rightarrow x = ۲ \rightarrow$

$$\left.\begin{matrix} -۵a + b = ۲ \\ ۲a + b = ۱۶ \end{matrix}\right\} \Rightarrow ۷a = ۱۴ \Rightarrow a = ۲ \Rightarrow b = ۱۲$$

بنابراین باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(x)$ بر $x^۲ - ۳x + ۱۰$ برابر $۲x + ۱۲$ می‌باشد.

۵

$f(-۱) = ۳ \Rightarrow x = -۱ \Rightarrow x + ۱ = ۰$

$-۱ - ۳ - a = ۳ \Rightarrow -a = ۳ - ۳ - ۱۳ \Rightarrow a = ۲۰$

برای یافتن مجموع ضرایب باید ابتدا قضیهٔ تقسیم را نوشته و سپس به جای x عدد یک قرار می‌دهیم و $q(۱)$ مجموع ضرایب خارج قسمت است.

$(x + ۱)q(x) = x^{۱۹} - ۲۰x^{۱۱} + ۳x - ۱۳ + ۳$

$x = ۱ \rightarrow$

$۱ - ۲۰ + ۳ + ۳ = ۱۳ \Rightarrow ۲q(۱) = -۳۲ \Rightarrow q(۱) = -۱۶$

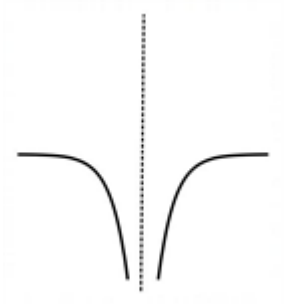
۶

$$\left(\frac{x}{۲}\right)^۲ \text{Sin}^۲ ۲ = ۱ - \text{Cos}(x)$$

$$\frac{۱}{\left(\frac{x}{۲}\right)^۲ \text{Sin}^۲ ۲} = \frac{۱}{۱ - \text{Cos}(x)} = f(x)$$

$$\lim_{x \to ۰} f(x) = \lim_{x \to ۰} \frac{۱}{\left(\frac{x}{۲}\right)^۲ \text{Sin}^۲ ۲} = \frac{۱}{۰^-} = -\infty$$

بنابراین در همسایگی راست و چپ صفر حاصل $-\infty$ است. در نتیجه حاصل از هر دو سمت کمتر می‌شود و نمودار از هر دو طرف پایین می‌رود.



۷

الف) $$\lim_{x \to -۵} \frac{[x] - ۵}{x^۲ - ۲۵} = \frac{-۵ - ۴}{۰^-} = \frac{-۱}{۰^-} = +\infty$$

ب) $$\lim_{x \to +\infty} \frac{۳x^۲}{۲۵x^۲} = \lim_{x \to +\infty} \frac{۳x^۲ - x - ۱}{(۱ - ۵x)^۲} = \frac{۳}{۲۵}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸ الف)

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\text{Cos}2x - 1}{x^3 \text{Sin}} = \lim_{x \to 0^+} \frac{x^2 \text{Sin}2}{x^3 \text{Sin}} = \lim_{x \to 0^+} \frac{2}{x \text{Sin}} = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

ب)

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{1 + x + 4x^2} + 3x}{x - |1 + 4x|} = \lim_{x \to -\infty} \frac{|2x| + 3x}{x - |4x|} = \lim_{x \to -\infty} \frac{2x - 3x}{x - 4x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x}{5x} = -\frac{1}{5}$$

۹ الف)

$$R = 2(3)^2 + (3)a + 18 = 0 \Rightarrow 3a + 27 = 0 \Rightarrow a = -9$$

ب)

$$R = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 7\left(-\frac{1}{2}\right) + 3 = \frac{1}{2} + \frac{7}{2} + 3 = 4 + 3 = 7$$

۱۰

$$R = 1^3 + (1)m + 1 = 0 \Rightarrow m = -2$$

$$R = (-2)^3 - (-2)2 + 1 + 4 + 8 = -3$$

۱۱ الف)

$$\lim_{x \to 5^+} \frac{[x] - 5}{x - 5} = \frac{5 - 5}{5^+ - 5} = \frac{0}{0^+} = 0$$

ب)

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x^3 - 2x}{(1 + 2x)^3} = \lim_{x \to -\infty} \frac{-x^3}{8x^3} = -\frac{1}{8}$$

۱۲

$$5 > x \Rightarrow 4 > 1 - x$$

۱۳

$$2 < x \Rightarrow 4 < 2x \Rightarrow 5 < 1 + 2x$$

۱۴ الف)

$$R = 2^3 + (2)k + 7 + 8 = 5 \Rightarrow 2 = x \Rightarrow 0 = 2 - x$$

$$k = -5 \Rightarrow 2k = -10 \Rightarrow$$

ب)

$$R = (-3)^3 - (-3)5 + 7 + 15 + 27 = -5$$

۱۵ الف)

$$\lim_{x \to \left(\frac{1}{2}\right)^+} \frac{[2x] + 1}{1 - 2x} = \frac{2 - 1}{0^+} = \frac{1}{0^+} = -\infty$$

ب)

$$\lim_{x \to -\infty} 5x^2 = 1 + 4x - \lim_{x \to -\infty} 5x^2 = +\infty$$

۱۶ الف)

$$R = (-2)^3 + (-2)7m + 2 = 0 \Rightarrow x = 2 + 0 = 2$$

$$m = -1 \Rightarrow 14m = -14 \Rightarrow 2 + 14m + 16 = 0 \Rightarrow$$

ب)

$$R = (-1)^3 - (-1)7 + 2 + 2 + 7 = 7 \Rightarrow x = 0 = 1 + x$$

Telegram: @konkur_in

۱۷ حاصل حد برابرعدد غیرصفر است. بنابراین درجه صورت و مخرج برابر است.

$$۱ = \frac{۲-}{۱-a} \Rightarrow ۱ = \frac{۲x-}{x(۱-a)} \lim_{x\to-\infty} = \frac{۵x-۳x}{x-ax} \lim_{x\to-\infty} = \frac{|۵x|+۳x}{|x|+ax} \lim_{x\to-\infty} \xrightarrow{b=۱}$$

$$۱- = a \Rightarrow ۲- = ۱-a \Rightarrow$$

۱۸ حاصل حد برابرعدد غیرصفر است. بنابراین درجه صورت و مخرج برابر است.

$$۵ = \frac{۵}{۲-a} \Rightarrow ۵ = \frac{۵x}{x(۲-a)} \lim_{x\to-\infty} = \frac{۵x}{۲x-ax} \lim_{x\to-\infty} = \frac{۵x}{|۲x|+ax} \lim_{x\to-\infty} \xrightarrow{b=۱}$$

$$۳ = a \Rightarrow ۱۵ = ۵a \Rightarrow ۵ = ۱۰-۵a \Rightarrow$$

۱۹

$$۱- = a \Rightarrow \frac{۱}{۳}- = \frac{a}{۳} \Rightarrow \frac{a}{۳} = \frac{ax}{۳x} \lim_{x\to+\infty} \xrightarrow{b=۱} \frac{ax+\sqrt{۱۵+۲x}}{۱۵-{}^{b}۳x} \lim_{x\to+\infty}$$

$$\frac{{}^{۲}x-۱۵+۲x}{(x+\sqrt{۱۵+۲x})(۵-x)۳} \lim_{x\to۵} = \frac{x+\sqrt{۱۵+۲x}}{x+\sqrt{۱۵+۲x}} \times \frac{x-\sqrt{۱۵+۲x}}{۱۵-۳x} \lim_{x\to۵}$$

$$\frac{۴-}{۱۵} = \frac{۸-}{(۵+۵)۳} = \frac{(۳-x-)(۵-x)}{(x+\sqrt{۱۵+۲x})(۵-x)۳} \lim_{x\to۵}$$

۲۰

$$۲- = a \Rightarrow ۳- = \frac{(a+۱-)x}{x} \lim_{x\to-\infty} = \frac{ax+|x|}{x} \lim_{x\to-\infty} = \frac{ax+\sqrt{۲+۵x+{}^{۲}x}}{۲-x} \lim_{x\to-\infty}$$

$$\frac{۲x+\sqrt{۲+۵x+{}^{۲}x}}{۲x+\sqrt{۲+۵x+{}^{۲}x}} \times \frac{۲x-\sqrt{۲+۵x+{}^{۲}x}}{۲-x} \lim_{x\to۲}$$

$$\frac{۲+۵x+{}^{۲}۳x-}{(۲x+\sqrt{۲+۵x+{}^{۲}x})(۲-x)} \lim_{x\to۲} = \frac{{}^{۲}۴x-۲+۵x+{}^{۲}x}{(۲x+\sqrt{۲+۵x+{}^{۲}x})(۲-x)} \lim_{x\to۲} =$$

$$\frac{۷-}{۸} = \frac{(۱-۳x-)(۲-x)}{(۲x+\sqrt{۲+۵x+{}^{۲}x})(۲-x)} \lim_{x\to۲}$$

۲۱

$$۳ = a \Rightarrow ۳ = \frac{{}^{۲}ax}{{}^{۲}x} \lim_{x\to+\infty} \xrightarrow{b=۲} \frac{۱۸-۳x+{}^{b}ax}{۴-{}^{۲}x} \lim_{x\to+\infty}$$

$$\frac{۱۵}{۴} = \frac{(۹+۳x)(۲-x)}{(۲+x)(۲-x)} \lim_{x\to۲} = \frac{۱۸-۳x+{}^{۲}۳x}{۴-{}^{۲}x} \lim_{x\to۲}$$

۲۲

$$\frac{۱}{۴}- = \frac{a+۱}{۲} \Rightarrow \frac{۱}{۴}- = \frac{x(a+۱)}{۲x} \lim_{x \to ۰+\infty} = \frac{ax+|x|}{۲x} \lim_{x \to ۰+\infty} = \frac{ax+\sqrt{۵+{}^{۲}x}}{۴-۲x} \lim_{x \to ۰+\infty}$$

$$\frac{۳}{۲}- = a \Rightarrow \frac{۱}{۲}- = a+۱ \Rightarrow$$

$$\frac{{}^{۲}x\frac{۹}{۴}-۵+{}^{۲}x}{\left(x^{\frac{۳}{۲}}+\sqrt{۵+{}^{۲}x}\right)(۲-x)۲} \lim_{x \to ۲} = \frac{x^{\frac{۳}{۲}}+\sqrt{۵+{}^{۲}x}}{x^{\frac{۳}{۲}}+\sqrt{۵+{}^{۲}x}} \times \frac{x^{\frac{۳}{۲}}-\sqrt{۵+{}^{۲}x}}{۴-۲x} \lim_{x \to ۲}$$

$$\frac{(۴-{}^{۲}x)\frac{۵}{۴}-}{\left(x^{\frac{۳}{۲}}+\sqrt{۵+{}^{۲}x}\right)(۲-x)۲} \lim_{x \to ۲} = \frac{۵+{}^{۲}x\frac{۵}{۴}-}{\left(x^{\frac{۳}{۲}}+\sqrt{۵+{}^{۲}x}\right)(۲-x)۲} \lim_{x \to ۲}$$

$$\frac{۵-}{۱۲} = \frac{۴x\frac{۵}{۴}-}{(۳+۳)۲} = \frac{(۲+x)(۲-x)\frac{۵}{۴}-}{\left(x^{\frac{۳}{۲}}+\sqrt{۵+{}^{۲}x}\right)(۲-x)۲} \lim_{x \to ۲}$$

۲۳

$$۶ = a \Rightarrow \frac{۳}{۲} = \frac{a}{۴} = \frac{۷-x+{}^{۲}ax}{۴-{}^{۲}۴x} \lim_{x \to ۰+\infty}$$

$$\frac{۱۳}{۸} = \frac{۱۳}{۲\times۴} = \frac{(۷+۶x)(۱-x)}{(۱+x)(۱-x)۴} \lim_{x \to ۱} = \frac{۷-x+{}^{۲}۶x}{۴-{}^{۲}۴x} \lim_{x \to ۱} = (x)f \lim_{x \to ۱}$$

۲۴

$$۵ < a \Rightarrow ۰ > ۱۰+۲a- \Rightarrow ۰+\infty = \frac{۱۰+۲a-}{{}^{-}۰} = \frac{۱۰+[x-]a}{(۲-x)(۱-x)} \lim_{x \to {}^{+}۱}$$

$$\frac{۴-}{۱۵} > \frac{۱}{۳}-\frac{۱}{۳a} > \frac{۱}{۳}- \xrightarrow{{}^{\frac{۱}{۳}-}} \frac{۱}{۱۵} > \frac{۱}{۳a} > ۰ \xrightarrow{{}^{\frac{۱}{۳}x}} \frac{۱}{۵} > \frac{۱}{a} > ۰ \Rightarrow ۵ < a$$

$$۱- = \left[\frac{۱}{۳}-\frac{۱}{۳a}\right] = \left[x-\frac{x}{a}\right] \lim_{x \to \frac{۱}{۳}}$$

۲۵

$$۴ < a \Rightarrow ۰ < ۱۲-۳a \Rightarrow ۰+\infty = \frac{۱۲-۳a}{{}^{+}۰} = \frac{۱۲-[x]a}{x-۴} \lim_{x \to {}^{-}۴}$$

$$\frac{۱۱-}{۴} > ۳-\frac{۱}{a} > ۳- \xrightarrow{{}^{۳-}} \frac{۱}{۴} > \frac{۱}{a} > ۰ \Rightarrow ۴ < a$$

$$۳- = \left[۳-\frac{۱}{a}\right] = \left[۳x-\frac{x}{a}\right] \lim_{x \to ۱}$$

۲۶

$$\frac{۷}{۴} > a \Rightarrow ۰ > ۷-۴a \Rightarrow ۰+\infty = \frac{۷-۴a}{{}^{-}۰} = \frac{۷-۲ax}{x-۲} \lim_{x \to {}^{+}۲}$$

۲۷

$$۵- < a \Rightarrow ۰ < ۱۰+۲a \Rightarrow ۰- \infty = \frac{۱۰+۲a}{{}^{-}۰} = \frac{۱۰+[x]a}{۳-x} \lim_{x \to {}^{-}۳}$$

۲۸

$$۱۵- > a \Rightarrow ۰ > a+۱۵ \Rightarrow ۰+\infty = \frac{a+۱۵}{{}^{-}۰} = \frac{a+۳x}{۵-x} \lim_{x \to {}^{-}۵}$$

۲۹

$$\frac{۱}{۱۰-} = \frac{۱}{۵-۵-} = \frac{۵+x}{(۵+x)(۵-x)} \lim_{x \to {}^{-}(۵-)} = \frac{۵+x}{۲۵-{}^{۲}x} \lim_{x \to {}^{-}(۵-)} = \frac{[x-]+x}{۲۵-{}^{۲}x} \lim_{x \to {}^{-}(۵-)}$$

۳۰ بازهٔ $(1+2b, 1-a)$ همسایگی راست ۳ است.

$$4 = a \Rightarrow 3 = 1 - a$$

بازهٔ $(4+b, 2+a)$ همسایگی چپ ۱۱ است.

$$7 = b \Rightarrow 11 = 4 + b$$

۳۱
$$\left.\begin{array}{l} 1 = a \Rightarrow 3 = 3a \Rightarrow 2 = 1 - 3a \\ 6 = b \Rightarrow 24 = 4b \Rightarrow 31 = 7 + 4b \end{array}\right\}$$

$$\{5\} - (6, 1) \Rightarrow \{1 - 6\} - (6, 1) \xrightarrow{6=b \text{ و } 1=a} \{a - b\} - (b, a)$$

$$\{4, 3, 2\}$$

شامل ۳ عدد صحیح است.

۳۲
$$\left.\begin{array}{l} 2 = a \Rightarrow 4 = 2a \Rightarrow 3 = 1 - 2a \\ 3 = b \Rightarrow 10 = 7 + b \end{array}\right\}$$

۳۳ همسایگی محذوف عدد ۳ است، بنابراین:

$$\{3\} - (7, 0) \Rightarrow \{3\} - (3 + 4, 4 - 4) \Rightarrow 4 = a \Rightarrow 3 = 9 - 3a$$

$$\{6, 5, 4, 2, 1\}$$

شامل ۵ عدد صحیح است.

۳۴
$$\frac{5}{2} = x \Rightarrow 5 = 2x \Rightarrow 1 = 4 - 2x$$

۳۵
$$8 > x > 5 \xrightarrow{(1)\cap(2)} \left.\begin{array}{l} (1) 8 > x \Rightarrow 5 > 3 - x \\ (2) 5 < x \Rightarrow 15 < 3x \Rightarrow 5 < 10 - 3x \end{array}\right\} \Rightarrow 10 - x3 > 5 > 3 - x$$

۳۶ الف) این بازه همسایگی محذوف صفر است، بنابراین:

$$\frac{1}{2} = x \Rightarrow 0 = 1 - 2x$$

ب)

$$\{0\} - (7/5, 0/5-) \Rightarrow \{0\} - \left(7 + \frac{1}{2}, 1 - \frac{1}{2}\right) \Rightarrow \frac{1}{2} = x$$

$$\{7, 6, 5, 4, 3, 2, 1\}$$

شامل هفت عدد صحیح است.

۳۷
$$5 > x > 2- \xrightarrow{(1)\cap(2)} \left.\begin{array}{l} (1) 5 > x \Rightarrow 3 > 2 - x \\ (2) 2- < x \Rightarrow 4- < 2x \Rightarrow 3 < 7 + 2x \end{array}\right\} \Rightarrow 7 + 2x > 3 > 2 - x$$

۳۸
$$0 = \frac{0}{\bar{0}} = \frac{5-5}{\bar{0}} = \frac{\left[\bar{6}\right] - 5}{6 - \bar{6}} = \frac{[x] - 5}{6 - x} \quad \lim_{\bar{6} \to x}$$

www.konkur.in

۳۹

الف)
$$\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

ب)
$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x - \sqrt{1 + x^2}}{1 + x^2} \overset{\text{هم ارزی}}{=} \lim_{x \to -\infty} \frac{x - |x|}{1 + x^2} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x - (-x)}{1 + x^2} = \lim_{x \to -\infty} \frac{2x}{1 + x^2} = -1$$

ج)
$$\lim_{x \to -2^+} \frac{1}{2 + x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

۴۰

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \to 0^+} \frac{\sqrt{x^2 + 5}}{x^2} \\ \lim\limits_{x \to 0^-} \frac{\sqrt{x^2 + 5}}{x^2} \end{cases} = \lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x^2 + 5}}{x^2}$$

۴۱

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \to 0^+} \frac{1}{x} = \frac{1}{0^+} = +\infty \\ \lim\limits_{x \to 0^-} \frac{1}{x} = \frac{1}{0^-} = -\infty \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \to 0} \frac{|x|}{x^2} = \lim_{x \to 0} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \to 0} \frac{1}{x}$$

پس حد تابع برابر $+\infty$ است.

۴۱ ابتدا ریشه‌های $x - 1$ و $x - 2$ را به دست آورده و در تابع چندجمله‌ای $P(x)$ قرار داده و باقی‌ماندهٔ آن‌ها را مساوی ۳ و -5 قرار می‌دهیم.

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$\begin{cases} 3 = a + b - 2 + 1 \\ -5 = 4a + b - 8 + 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 = b + (1)a - (1)^2 2 + (1)^3 \\ -5 = b + (2)a - (2)^2 2 + (2)^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 = P(1) \\ -5 = P(2) \end{cases}$$

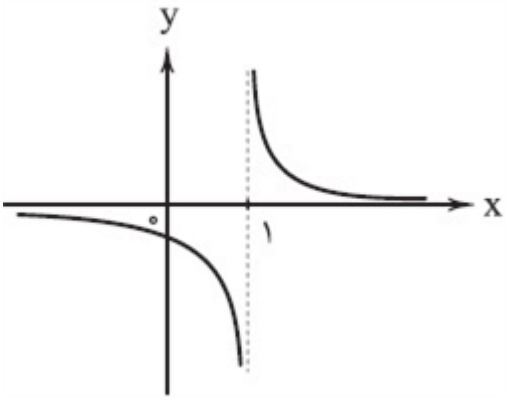
$$\begin{cases} 0 = a + b \\ -21 = 2a + b \end{cases} \Rightarrow -$$

$$a = -21 \Rightarrow -a = 21$$

$$b = -21 \Rightarrow b + 21 = 0 \Rightarrow b - a = 0$$

پس داریم که: $P(x) = x^3 - 2x^2 - 21x + 21$

۴۲ مسئله بی‌شمار جواب دارد. یعنی بی‌شمار نمودار متفاوت برای این مسأله می‌توان رسم کرد.



۴۳ عبارت $\lim\limits_{x \to -6^-} f(x) = -\infty$ به این معناست که می‌توان مقدارهای $f(x)$ را از هر عدد منفی دلخواهی کوچک‌تر کرد، به شرطی که x با مقادیر کوچک‌تر از ۱ به قدر کافی به ۱ نزدیک شود.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

و عبارت $\lim_{x \to 1^+} f(x) = +\infty$ به این معناست که می‌توان مقدارهای $f(x)$ را از هر عدد مثبت دلخواهی بزرگ‌تر کرد، به شرطی که x به اندازه کافی به ۱ نزدیک شود.

۴۴ الف) چون مقدار صورت و مخرج به ازای $x = 2$ برابر صفر شود، باید عامل $(x - 2)$ را در صورت و مخرج ظاهر کرد:

$$\frac{4}{5} = \frac{2 + x}{3 + x}\lim_{x \to 2} = \frac{(2 + x)(2 - x)}{(3 + x)(2 - x)}\lim_{x \to 2} = \frac{4 - x^2}{6 - x + x^2}\lim_{x \to 2}$$

ب) در حد $+\infty$، مقادیر $\frac{1}{\sqrt{x}}$ و $\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ به صفر نزدیک می‌شوند:

$$\frac{1}{2} = \frac{0 - 1}{0 + 2} = \frac{\frac{1}{\sqrt{x}} - 1}{\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 2}\lim_{x \to +\infty}$$

۴۵ الف) می‌دانیم اگر $f(a) = 0$ باشد، آن‌گاه $f(x)$ بر $(x - a)$ بخش‌پذیر است.

$f(1) = 3(1)^3 + 5(1)^2 - 8 = 0 \Rightarrow$ بخش پذیر است $f(x)$ بر $(x - 1)$

ب)

$$\begin{array}{r|l} 3x^3 + 5x^2 - 8 & x - 1 \\ \hline -(3x^3 - 3x^2) & 3x^2 + 8x + 8 \\ \hline 8x^2 - 8 & \\ -(8x^2 - 8x) & \\ \hline 8x - 8 & \\ -(8x - 8) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

پ) $f(x) = 3x^3 + 5x^2 - 8 = (x - 1)(3x^2 + 8x + 8)$

۴۶ اگر $n > 2$ را در نظر بگیریم، داریم:

$$\frac{2a}{1 + a} = \frac{2ax^n}{x^n(1 + a)}\lim_{x \to +\infty} \Rightarrow 2 < n \Rightarrow 2 + 2a = 2a \Rightarrow 2 =$$ جواب ندارد

اگر $n = 1$ باشد، آنگاه داریم:

$$\frac{a}{3} = \frac{2ax}{3x^2}\lim_{x \to +\infty} \Rightarrow n = 1 \Rightarrow a = -6$$

اگر $n = 2$ باشد، آنگاه داریم:

$$\frac{3ax^2}{x^2(2 - a)}\lim_{x \to +\infty} \Rightarrow n = 2 \Rightarrow 4 - 2a = 3a \Rightarrow 2 = a$$

۴۷ صورت صفر مطلق و مخرج صفر حدی است. بنابراین حاصل حد صفر می‌شود.

$$0 = \frac{0}{-0} = \frac{7 - 7}{8 - (-8)} = \frac{7 - [x]}{8 - x}\lim_{x \to -8}$$

۴۸ حاصل حد بی‌نهایت است. بنابراین مخرج به ازای $x = -3$ صفر می‌شود.

$$a = 9 \Rightarrow 0 = a - 9 \Rightarrow 0 = a - (-3)^2$$

بعد از یافتن a حاصل حد به ازای $x \to 3$ را حساب می‌کنیم.

$$\frac{-1}{6} = \frac{4 - x}{3 + x}\lim_{x \to 3} = \frac{(4 - x)(3 - x)}{(3 + x)(3 - x)}\lim_{x \to 3} = \frac{12 + 7x - x^2}{9 - x^2}\lim_{x \to 3} \Rightarrow a = 9$$

Telegram: @konkur_in

۴۹

$f(x) = x^{۳} + (ax + b)(x^{۲} + x + ۱) + ۳$

$f(x) = (x^{۲} + x + ۱)(ax + b) + x^{۳} + ۳ \xrightarrow{x=۲} f(۲) = (۴ + ۲ + ۱)(۲a + b) + ۸ + ۳ \Rightarrow ۷(۲a + b) + ۱۱ = ۱۲ \Rightarrow ۷(۲a + b) = ۱$

$f(x) = (x^{۲} + x + ۱)(ax + b) + x^{۳} + ۳ \xrightarrow{x=-۱} f(-۱) = (۱ - ۱ + ۱)(-a + b) - ۱ + ۳ \Rightarrow -a + b + ۲ = ۵ \Rightarrow -a + b = ۳$

$$\begin{cases} ۲a + b = ۱ \\ -a + b = ۳ \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۳a = -۲ \Rightarrow a = -\frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{۲}{۳} + b = ۳ \Rightarrow b = ۳ - \frac{۲}{۳} = \frac{۹ - ۲}{۳} \Rightarrow b = \frac{۷}{۳}$$

بنابراین خارج قسمت برابر $x - \frac{۲}{۳}x^{۲} + \frac{۷}{۳}$ است.

۵۰

$f(x) = x^{۳} + (ax + b)(۲x^{۲} + ۱) + ۱$

$f(x) = (۲x^{۲} + ۱)(ax + b) + x^{۳} + ۱ \xrightarrow{x=۲} f(۲) = (۸ + ۱)(۲a + b) + ۸ + ۱ \Rightarrow ۹(۲a + b) + ۹ = ۳۲ \Rightarrow ۹(۲a + b) = ۲۳$

$f(x) = (۲x^{۲} + ۱)(ax + b) + x^{۳} + ۱ \xrightarrow{x=-۲} f(-۲) = (۸ + ۱)(-۲a + b) - ۸ + ۱ \Rightarrow ۹(-۲a + b) - ۷ = -۱۲ \Rightarrow ۹(-۲a + b) = -۵$

$$\begin{cases} ۲a + b = ۳ \\ -۲a + b = -۱ \end{cases}$$

$$۲b = ۲ \Rightarrow b = ۱ \Rightarrow ۲a + ۱ = ۳ \Rightarrow ۲a = ۲ \Rightarrow a = ۱$$

بنابراین خارج قسمت تقسیم برابر $x + ۱$ است.

۵۱

$$\frac{b - (۳ + x)a}{(۳ + x)(۲ - x)} \underset{x \to ۲}{\text{Lim}} = \frac{b}{(۳ + x)(۲ - x)} - \frac{a}{۲ - x} \underset{x \to ۲}{\text{Lim}}$$

چون حاصل حد عدد $\frac{۳}{۵}$ شده است بنابراین حد موردنظر ÷ است. بنابراین داریم:

$$۵a = b \Rightarrow ۰ = b - (۳ + ۲)a$$

$$۱۵ = b \xrightarrow{۵a=b} ۳ = a \Rightarrow \frac{۳}{۵} = \frac{a}{۵} = \frac{(۲ - x)a}{(۳ + x)(۲ - x)} \underset{x \to ۲}{\text{Lim}} = \frac{۵a - ۳a + ax}{(۳ + x)(۲ - x)} \underset{x \to ۲}{\text{Lim}}$$

۵۲

$$\frac{b + (۵ - x)a}{(۵ - x)(۱ - x)} \underset{x \to ۱}{\text{Lim}} = \frac{b}{(۵ - x)(۱ - x)} + \frac{a}{۱ - x} \underset{x \to ۱}{\text{Lim}}$$

چون حاصل حد عدد $\frac{-۱}{۲}$ شده است بنابراین حد موردنظر ÷ است. بنابراین داریم:

$$۴a = b \Rightarrow ۰ = b + ۴a - \Rightarrow ۰ = b + (۵ - ۱)a$$

$$\frac{-۱}{۲} = \frac{a}{۴-} \Rightarrow \frac{-۱}{۲} = \frac{a}{۵ - ۱} = \frac{(۱ - x)a}{(۵ - x)(۱ - x)} \underset{x \to ۱}{\text{Lim}} = \frac{۴a + ۵a - ax}{(۵ - x)(۱ - x)} \underset{x \to ۱}{\text{Lim}}$$

$$۸ = (۲)۴ = b \xrightarrow{۴a=b} ۲ = a \Rightarrow ۱ = \frac{a}{۲} \Rightarrow$$

Telegram: @konkur_in

۵۳

$$\frac{x۶+۴-(۳-x)x}{(۳-x)(۱-x)}\lim_{۱\to x}=\frac{x۶-۴}{(۳-x)(۱-x)}-\frac{x}{۱-x}\lim_{۱\to x}=\frac{x۶-۴}{۳+x۴-{}^{۲}x}-\frac{x}{۱-x}\lim_{۱\to x}$$

$$\frac{۵}{۲-}=\frac{(۴+x)(۱-x)}{(۳-x)(۱-x)}\lim_{۱\to x}=\frac{۴-x۳+{}^{۲}x}{(۳-x)(۱-x)}\lim_{۱\to x}=\frac{۴-x۶+x۳-{}^{۲}x}{(۳-x)(۱-x)}\lim_{۱\to x}=$$

۵۴

$$\frac{۲۸-(۲+x)۷}{(۲+x)(۲-x)}\lim_{۲\to x}=\frac{۲۸}{(۲+x)(۲-x)}-\frac{۷}{۲-x}\lim_{۲\to x}=\frac{۲۸}{۴-{}^{۲}x}-\frac{۷}{۲-x}\lim_{۲\to x}$$

$$\frac{۷}{۴}=\frac{(۲-x)۷}{(۲+x)(۲-x)}\lim_{۲\to x}=\frac{۲۸-۱۴+x۷}{(۲+x)(۲-x)}\lim_{۲\to x}=$$

۵۵

$$\frac{۶-(۱+x)۳}{(۱-x)(۱+x)}\lim_{۱\to x}=\frac{۶}{(۱+x)(۱-x)}-\frac{۳}{۱-x}\lim_{۱\to x}=\frac{۶}{۱-{}^{۲}x}-\frac{۳}{۱-x}\lim_{۱\to x}$$

$$\frac{۳}{۲}=\frac{(۱-x)۳}{(۱-x)(۱+x)}\lim_{۱\to x}=\frac{۳-x۳}{(۱-x)(۱+x)}\lim_{۱\to x}=$$

۵۶

$$\frac{۹+(۵-x)۳}{(۵-x)(۲-x)}\lim_{۲\to x}=\frac{۹}{(۵-x)(۲-x)}+\frac{۳}{۲-x}\lim_{۲\to x}=\frac{۹}{۱۰+x۷-{}^{۲}x}+\frac{۳}{۲-x}\lim_{۲\to x}$$

$$۱-=\frac{۳}{۳-}=\frac{(۲-x)۳}{(۵-x)(۲-x)}\lim_{۲\to x}=\frac{۶-x۳}{(۵-x)(۲-x)}\lim_{۲\to x}=\frac{۹+۱۵-x۳}{(۵-x)(۲-x)}\lim_{۲\to x}=$$

۵۷

$$\frac{۶-(۲+x)۲}{(۲+x)(۱-x)}\lim_{۱\to x}=\frac{۶}{(۲+x)(۱-x)}-\frac{۲}{۱-x}\lim_{۱\to x}=\frac{۶}{۲-x+{}^{۲}x}-\frac{۲}{۱-x}\lim_{۱\to x}$$

$$\frac{۲}{۳}=\frac{(۱-x)۲}{(۲+x)(۱-x)}\lim_{۱\to x}=\frac{۶-۴+x۲}{(۲+x)(۱-x)}\lim_{۱\to x}=$$

۵۸

$$\frac{۶+(۷-x)۳}{(۷-x)(۵-x)}\lim_{۵\to x}=\frac{۶}{(۷-x)(۵-x)}+\frac{۳}{۵-x}\lim_{۵\to x}=\frac{۶}{۳۵+x۱۲-{}^{۲}x}+\frac{۳}{۵-x}\lim_{۵\to x}$$

$$\frac{۳}{۲-}=\frac{(۵-x)۳}{(۷-x)(۵-x)}\lim_{۵\to x}=\frac{۱۵-x۳}{(۷-x)(۵-x)}\lim_{۵\to x}=\frac{۶+۲۱-x۳}{(۷-x)(۵-x)}\lim_{۵\to x}=$$

۵۹

$$\frac{۱۵-(۱-x)۵}{(۴-x)(۱-x)}\lim_{۴\to x}=\frac{۱۵}{(۴-x)(۱-x)}-\frac{۵}{۴-x}\lim_{۴\to x}=\frac{۱۵}{۴+x۵-{}^{۲}x}-\frac{۵}{۴-x}\lim_{۴\to x}$$

$$\frac{۵}{۳}=\frac{(۴-x)۵}{(۴-x)(۱-x)}\lim_{۴\to x}=\frac{۱۵-۵-x۵}{(۴-x)(۱-x)}\lim_{۴\to x}=$$

۶۰

$$\frac{۲۸+(۴-x)۴}{(۴-x)(۳+x)}\lim_{۳-\to x}=\frac{۲۸}{(۳+x)(۴-x)}+\frac{۴}{۳+x}\lim_{۳-\to x}=\frac{۲۸}{۱۲-x-{}^{۲}x}+\frac{۴}{۳+x}\lim_{۳-\to x}$$

$$\frac{۴}{۷-}=\frac{۴}{۴-x}\lim_{۳-\to x}=\frac{(۳+x)۴}{(۴-x)(۳+x)}\lim_{۳-\to x}=\frac{۱۲+x۴}{(۴-x)(۳+x)}\lim_{۳-\to x}=\frac{۲۸+۱۶-x۴}{(۴-x)(۳+x)}\lim_{۳-\to x}=$$

Telegram: @konkur_in

۶۱

$$\lim_{x\to 1}\frac{۴۲-(۵+x)۷}{(۵+x)(۱-x)}=\lim_{x\to 1}\frac{۴۲}{(۵+x)(۱-x)}-\lim_{x\to 1}\frac{۷}{۱-x}=\lim_{x\to 1}\frac{۴۲}{۵-x۴+{}^{۲}x}-\lim_{x\to 1}\frac{۷}{۱-x}=$$
$$\lim_{x\to 1}\frac{۴۲-۳۵+x۷}{(۵+x)(۱-x)}=\lim_{x\to 1}\frac{۷-x۷}{(۵+x)(۱-x)}=\lim_{x\to 1}\frac{(۱-x)۷}{(۵+x)(۱-x)}=\lim_{x\to 1}\frac{۷}{۵+x}=\frac{۷}{۶}$$

۶۲

$$\lim_{x\to ۵}\frac{۱۵+x۶+x۲+{}^{۲}x}{(۵+x)(۲+x)}=\lim_{x\to ۵}\frac{۱۵+x۶+(۲+x)x}{(۵+x)(۲+x)}=\lim_{x\to ۵}\frac{۱۵+x۶}{(۵+x)(۲+x)}+\lim_{x\to ۵}\frac{x}{۵+x}$$
$$=\lim_{x\to ۵}\frac{(۵+x)(۳+x)}{(۵+x)(۲+x)}=\lim_{x\to ۵}\frac{۱۵+x۸+{}^{۲}x}{(۵+x)(۲+x)}=\frac{۳+x}{۲+x}=\frac{۲-}{۳-}=\frac{۲}{۳}$$

۶۳

$$\lim_{x\to ۵}\frac{b-(۶+x)a}{(۶+x)(۵+x)}=\lim_{x\to ۵}\frac{b}{(۶+x)(۵+x)}-\lim_{x\to ۵}\frac{a}{۵+x}=\lim_{x\to ۵}\frac{b}{۳۰+x۱۱+{}^{۲}x}-\lim_{x\to ۵}\frac{a}{۵+x}$$

چون حاصل حد عدد ۲ شده است بنابراین حد موردنظر ÷ است. بنابراین داریم:

$$b=a\Rightarrow ۰=b-a\Rightarrow ۰=b-(۶+۵-)a$$
$$۲=b\xrightarrow{b=a}۲=a\Rightarrow ۲=\frac{a}{۱}=\lim_{x\to ۵}\frac{(۵+x)a}{(۶+x)(۵+x)}=\lim_{x\to ۵}\frac{a-a۶+ax}{(۶+x)(۵+x)}$$

۶۴

$$\lim_{x\to ۲}\frac{b-(۵+x)a}{(۵+x)(۲+x)}=\lim_{x\to ۲}\frac{b}{۱۰+x۷+{}^{۲}x}-\lim_{x\to ۲}\frac{a}{۲+x}$$

چون حاصل حد عدد $\frac{۲}{۳}$ شده است، بنابراین حد موردنظر ÷ است. بنابراین داریم:

$$\lim_{x\to ۲}\frac{a^{۳}-a۵+ax}{(۵+x)(۲+x)}\Rightarrow b=a^{۳}\Rightarrow ۰=b-a^{۳}\Rightarrow ۰=b-(۵+۲-)a$$
$$\frac{۲}{۳}=\frac{a}{۵+۲-}=\lim_{x\to ۲}\frac{(۲+x)a}{(۵+x)(۲+x)}=\lim_{x\to ۲}\frac{a۲+ax}{(۵+x)(۲+x)}=$$
$$۶=b\xrightarrow{a^{۳}=b}۲=a\Rightarrow$$

۶۵

الف)
$$\lim_{x\to ۴^{+}}\frac{۱۲+x}{x-[x]}=\frac{۱۶}{۰^{-}}=۰۰-$$

ب)
$$\lim_{x\to ۰۰+}\left[\frac{۱۳-}{۲+x}+۷\right]=\lim_{x\to ۰۰+}\left[\frac{۱۳-۱۴+x۷}{۲+x}\right]=\left[\frac{۱۳-}{۲+x}+۷\right]=\left[۰^{-}\right]+۷=۱-۷=۶$$

۶۶

الف)
$$\lim_{x\to ۵^{+}}\frac{{}^{۲}x-x}{[x]-x}=\frac{۲۵-۵}{۰^{+}}=\frac{۲۰-}{۰^{+}}=۰۰-$$

ب)
$$\lim_{x\to ۰۰+}\left[\frac{۷}{۳+x۲}+۲\right]=\lim_{x\to ۰۰+}\left[\frac{۷+۶+x۴}{۳+x۲}\right]=\lim_{x\to ۰۰+}\left[\frac{۱۳+x۴}{۳+x۲}\right]$$
$$=\lim_{x\to ۰۰+}\left[\frac{۷}{۳+x۲}\right]+۲=\left[۰^{+}\right]+۲=۲$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۷

الف) $\lim_{x \to 1^+} \frac{[x]}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} = \frac{[x]}{(x-1)^3} \lim_{x \to 1^+} = \frac{1}{0^-} = \frac{10-1}{0^-} = \frac{10-[x]}{0^-} = -\infty$

ب) $\lim_{x \to -\infty} \frac{3x - \sqrt{9x^2 + x + 1}}{\sqrt{4x^2 + 1} + 5\sqrt{-x}} = \lim_{x \to -\infty} \frac{3x - |3x|}{|2x|} = \lim_{x \to -\infty} \frac{3x + 3x}{-2x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{6x}{-2x} = -3$

۶۸

الف) $\lim_{x \to 5^+} \frac{x+9}{x-5} = \frac{14}{0^-} = -\infty$

ب) $\lim_{x \to +\infty} \frac{11 + x10}{x7 - 9} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x10}{x7-} = \frac{10}{7-}$

۶۹

الف) $\lim_{x \to (10-)^+} \frac{[x] - x2}{[x] + |x|} = \frac{10-}{0^-} = \frac{10 + 20-}{0^-} = +\infty$

ب) $\lim_{x \to +\infty} \frac{2(1 + x2) + 2x3}{2(1 - x5)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2x4 + 2x3}{2x25} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2x7}{2x25} = \frac{7}{25}$

۷۰

الف) $\lim_{x \to 10^+} \frac{x+5}{[x] - x} = \frac{15}{0^+} = +\infty$

ب) $\lim_{x \to +\infty} \frac{9x^2 + \sqrt{4x^4 + x^2 + 1}}{(5x+1)^2} = \lim_{x \to +\infty} \frac{9x^2 + |2x^2|}{25x^2} = \lim_{x \to +\infty} \frac{11x^2}{25x^2} = \frac{11}{25}$

۷۱

الف) $\lim_{x \to -\infty} \frac{1 - x4 - 2x - 2x}{\sqrt{1 + x4 + 2x} - x} = \frac{\sqrt{1 + x4 + 2x} - x}{\sqrt{1 + x4 + 2x} - x} \lim_{x \to -\infty} x\sqrt{1 + x4 + 2x} + x$

$= \lim_{x \to -\infty} \frac{-4x}{x - |x|} = \lim_{x \to -\infty} \frac{-4x}{x + x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{-4x}{2x} = -2$

ب) $\lim_{x \to +\infty} \sqrt{1 + 2x25} + x5 = +\infty + \infty = +\infty$

۷۲

الف) $\lim_{x \to +\infty} \frac{100}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x100}{2x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{5 + x100}{10 + x9 - 2x} = 0$

ب) $\lim_{x \to -\infty} \frac{4x + \sqrt{x^2 - x + 1}}{7x + |2x+1|} = \lim_{x \to -\infty} \frac{4x + |x|}{7x + |2x|} = \lim_{x \to -\infty} \frac{4x - x}{7x - 2x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{3x}{5x} = \frac{3}{5}$

٪حروف‌چینی ریاضی:۴۸۰
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۳ الف)

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{1-x5-{}^{2}x9-{}^{2}x9}{\sqrt{1+x5+{}^{2}x9}-x3}=\frac{\sqrt{1+x5+{}^{2}x9}-x3}{\sqrt{1+x5+{}^{2}x9}-x3}\cdot\frac{\sqrt{x1+x5+{}^{2}x9}+x3}{\sqrt{x1+x5+{}^{2}x9}+x3}\lim_{x\to-\infty}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-5x}{3x-|3x|}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-5x}{3x+3x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-5\cancel{x}}{6\cancel{x}}=-\frac{5}{6}$$

(ب

$$1=\left(\frac{1}{x}\right)x\lim_{x\to0^-}=\left[\frac{1}{x}\right]x\lim_{x\to0^-}$$

۷۴ الف)

$$\pi<\frac{\pi}{x}\xrightarrow{\times\pi}1<\frac{1}{x}\xrightarrow{\text{معکوس}}1>x\Rightarrow x\to1^-$$

(ب

$$1=\frac{1}{x}xx\lim_{x\to0^+}=\left[\frac{1}{x}\right]x\lim_{x\to0^+}$$

۷۵ الف)

$$\frac{\pi}{2}>\frac{\pi}{x2}\xrightarrow{\times\frac{\pi}{2}}1>\frac{1}{x}\xrightarrow{\text{معکوس}}1<x\Rightarrow x\to1^+$$

(ب

$$\infty+=\frac{1}{0^+}=\frac{\left(\frac{-\pi}{2}\right)\text{Sin}}{\left(\frac{-\pi}{2}\right)\text{Cos}}=\frac{\left(\frac{\pi}{x2}\right)\text{Sin}}{\left(\frac{\pi}{x2}\right)\text{Cos}}\lim_{x\to1^+}=\left(\frac{\pi}{x2}\right)\text{tg}\lim_{x\to1^+}$$

۷۶ الف)

$$\infty+=\frac{1-}{0^-}=\frac{x\text{Cos}}{x\text{Sin}}\lim_{x\to\pi^+}=x\text{Cotg}\lim_{x\to\pi^+}$$

(ب

$$\lim_{x\to+\infty}x\left[\frac{1}{x}\right]=+\infty\left[0^+\right]=+\infty\times0=0$$

(صفر مطلق)

۷۷ الف)

$$\infty+=\frac{8}{0^+}=\frac{8}{(0^+)x4}=\frac{10+x}{(x+2)(x-2)}\lim_{x\to(-2)^+}=\frac{10+x}{{}^{2}x-4}\lim_{x\to(-2)^+}$$

(ب

$$\frac{25}{21}-=\frac{{}^{2}x25}{{}^{2}x21-}\lim_{x\to\infty}=\frac{{}^{2}(1+x5)}{(x3-2)(1-x7)}\lim_{x\to\infty}$$

۷۸

$$\infty-=\frac{2}{0^+}=\frac{1+x}{\cdots}\lim=\frac{(3+x)(1+x)}{\cdots}\lim=\frac{3+x4+{}^{2}x}{\cdots}\lim$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۹ $\frac{۱ - x۶ - {}^{۲}x - {}^{۲}x}{۱ + x۶ + {}^{۲}x\sqrt{} - x} \underset{\infty- \to x}{\text{Lim}} = \frac{\overline{۱ + x۶ + {}^{۲}x\sqrt{}} - x}{۱ + x۶ + {}^{۲}x\sqrt{} - x} \frac{}{x۱ + x۶ + {}^{۲}x\sqrt{}} + x \underset{\infty- \to x}{\text{Lim}}$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{-۶x}{x - |x|} = \lim_{x \to -\infty} \frac{-۶x}{x + x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{-۶\cancel{x}}{۲\cancel{x}} = -۳$$

(x < 0 ⇒ |x| = −x)

۸۰ در حد $\frac{\infty}{\infty}$ اگر حاصل حد عدد غیرصفر باشد یعنی درجه صورت و مخرج برابر است:

$۲۷ = ۱ - a \Rightarrow ۳ = \frac{۱ - a}{۹} \Rightarrow ۳ = \frac{{}^{۲}x(۱ - a)}{{}^{۲}x۹} \underset{\infty- \to x}{\text{Lim}} \overset{۲=b}{\to} \frac{۱ + x۴ + {}^{b}x(۱ - a)}{{}^{۳}x - ۲۷ + x۲۷ + {}^{۲}x۹ + {}^{۳}x} \underset{\infty- \to x}{\text{Lim}}$

$۲۸ = a \Rightarrow$

۸۱ چون حاصل حد $\frac{\infty}{\infty}$ یک عدد غیرصفر شده است به معنای آن است که درجه صورت و مخرج برابر است:

$۲۹ = a \Rightarrow ۲۸ = ۱ - a \Rightarrow ۴ = \frac{۱ - a}{۷} = \frac{{}^{۳}x(۱ - a)}{{}^{۳}x۷} \underset{\infty+ \to x}{\text{Lim}} \overset{۳=b}{\to}$

۸۲ الف)

$$۳ = \frac{۳}{۱} = \frac{(۳ - x)x}{(۲ - x)(۳ - x)} \underset{۳ \to x}{\text{Lim}} = \frac{x۳ - {}^{۲}x}{۶ + x۵ - {}^{۲}x} \underset{۳ \to x}{\text{Lim}}$$

ب)

$$\infty- = \frac{۱۵}{-۰} = \frac{۱۱ + x}{x - ۴} \underset{{}^{+}۴ \to x}{\text{Lim}}$$

ج)

$$\frac{۷}{۵} = \frac{{}^{۲}x۷}{{}^{۲}x۵} \underset{\infty- \to x}{\text{Lim}} = \frac{۱ + x + {}^{۲}x۷}{۱۱ + x۴ - {}^{۲}x۵} \underset{\infty- \to x}{\text{Lim}}$$

۸۳ الف)

$$\frac{x - {}^{۲}x}{(\bar{x}\sqrt{} + x)(۶ + x۷ - {}^{۲}x)} \underset{۱ \to x}{\text{Lim}} = \frac{\bar{x}\sqrt{} + x}{\bar{x}\sqrt{} + x} x \frac{\bar{x}\sqrt{} - x}{۶ + x۷ - {}^{۲}x} \underset{۱ \to x}{\text{Lim}}$$

ب)

$$\frac{۱}{۱۰}- = \frac{۱}{۲x۵-} = \frac{(۱ - x)x}{(\bar{x}\sqrt{} + x)(۶ - x)(۱ - x)} \underset{۱ \to x}{\text{Lim}} =$$

ج)

$$\infty- = \frac{۲}{-۰} = \frac{۲}{(۲-)x^{+}۰} = \frac{x - ۳}{(۳ - x)(۱ - x)} \underset{{}^{+}۱ \to x}{\text{Lim}} = \frac{x - ۳}{۳ + x۴ - {}^{۲}x} \underset{{}^{+}۱ \to x}{\text{Lim}}$$

$$\text{ج)} \lim_{x \to -\infty} \frac{۵x + |x + ۱۱|}{۷x + \sqrt{۹x^{۲} + x + ۱}} = \lim_{x \to -\infty} \frac{۵x + |x|}{۷x + |۳x|} = \lim_{x \to -\infty} \frac{۵x - x}{۷x - ۳x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{۴x}{۴x} = ۱$$

(x < 0 ⇒ |x| = −x)

۸۴ $\frac{۲۵ - x۱۰ - {}^{۲}x - a۴ + ax۴ + {}^{۲}ax}{۷ + {}^{۲}x۳} \underset{\infty+ \to x}{\text{Lim}} = \frac{{}^{۲}(۵ + x) - {}^{۲}(۲ + x)a}{۷ + {}^{۲}x۳} \underset{\infty+ \to x}{\text{Lim}}$

$۱۳ = a \Rightarrow ۱۲ = ۱ - a \Rightarrow ۴ = \frac{۱ - a}{۳} \Rightarrow ۴ = \frac{{}^{۲}x(۱ - a)}{{}^{۲}x۳} \underset{\infty+ \to x}{\text{Lim}} =$

Telegram: @konkur_in

۸۵

$$۴ = \frac{۱۱ + x۴ + {}^{c}bx + {}^{۳}x(۳ - a)}{۱ + x۳ + {}^{۲}x۳} \underset{\infty+ \to x}{\text{Lim}} = \frac{۱۱ + x۴ + {}^{c}bx + {}^{۳}x(۳ - a)}{{}^{۳}x - ۱ + x۳ + {}^{۲}x۳ + {}^{۳}x} \underset{\infty+ \to x}{\text{Lim}}$$

از آن‌جا که حاصل حد $\frac{\infty}{\infty}$ یک عدد غیرصفر شده است بنابراین باید درجه صورت و مخرج برابر باشد در نتیجه باید ${}^{۳}x$ از صورت حذف شود و برای این کار ضریب ${}^{۳}x$ را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$۳ = a \Rightarrow ۰ = ۳ - a$$

$$۱۲ = b \Rightarrow ۴ = \frac{b}{۳} = \frac{{}^{۲}xb}{{}^{۲}x۳} \underset{\infty+ \to x}{\text{Lim}} \overset{۲=c}{\to} \frac{{}^{c}bx}{{}^{۲}x۳} \underset{\infty+ \to x}{\text{Lim}}$$

۸۶

الف) $$\lim_{x \to +\infty} \frac{۳x + \sqrt{x^{۲} + x + ۱}}{۵x + ۱} = \lim_{x \to +\infty} \frac{۳x + \overbrace{|x|}^{\oplus}}{۵x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{۴\cancel{x}}{۵\cancel{x}} = \frac{۴}{۵}$$

ب) $$\left. \begin{array}{l} \frac{۳}{۴} - = \frac{x۳}{x۴ -} \underset{\infty- \to x}{\text{Lim}} = \frac{۷ - x۳}{x۴ - ۵} \underset{\infty- \to x}{\text{Lim}} \end{array} \right.$$

۸۷

الف) $$\lim_{x \to -\infty} \frac{(x-۱)^{۳} - (x+۱)^{۳}}{x^{۲} + \sqrt{۴۹x^{۴} + ۵x^{۲} + ۱}} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^{۳} - ۳x^{۲} + ۳x - ۱ - (x^{۳} + ۳x^{۲} + ۳x + ۱)}{x^{۲} + \underbrace{|۷x^{۲}|}_{\oplus}}$$

$$\frac{۳}{۴} - = \frac{۶}{۸} - = \frac{{}^{۲}x۶ -}{{}^{۲}x۸} \underset{\infty- \to x}{\text{Lim}} = \frac{۱ - x۳ - {}^{۲}x۳ - {}^{۳}x - ۱ - x۳ + {}^{۲}x۳ - {}^{۳}x}{{}^{۲}x۷ + {}^{۲}x} \underset{\infty- \to x}{\text{Lim}} =$$

ب) $$\lim_{x \to -\infty} \frac{۳x + \sqrt{۱۶x^{۲} + ۱}}{۷x + ۹} = \lim_{x \to -\infty} \frac{۳x + \overbrace{|۴x|}^{-}}{۷x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{۳x - ۴x}{۷x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{-\cancel{x}}{۷\cancel{x}} = -\frac{۱}{۷}$$

۸۸

$$\frac{۱ - x۱۲ - ۴۹}{(۱ + \overline{x۱۲}\sqrt{} + ۷)(۱۶ - {}^{۲}x)} \underset{۴ \to x}{\text{Lim}} = \frac{\overline{۱ + x۱۲}\sqrt{} + ۷}{\overline{۱ + x۱۲}\sqrt{} + ۷} \times \frac{\overline{۱ + x۱۲}\sqrt{} - ۷}{۱۶ - {}^{۲}x} \underset{۴ \to x}{\text{Lim}}$$ الف

$$\frac{۳-}{۲۸} = \frac{۱۲-}{۱۴x۸} = \frac{(۴ - x)۱۲-}{(\overline{۱ + x۱۲}\sqrt{} + ۷)(۴ + x)(۴ - x)} \underset{۴ \to x}{\text{Lim}} =$$

$$\infty+ = \frac{۹}{+۰} = \frac{۴ + x}{۲۵ - {}^{۲}x} \underset{+۵ \to x}{\text{Lim}}$$ ب

$$\frac{۴}{۳} = \frac{{}^{۲}x۴}{{}^{۲}x۳} \underset{\infty+ \to x}{\text{Lim}} = \frac{{}^{۲}(۱ + x۲)}{۱ + x۷ - {}^{۲}x۳} \underset{\infty+ \to x}{\text{Lim}}$$ ج

Telegram: @konkur_in

۸۹

الف) $\lim_{x\to ۳} \frac{(۳-x)(۴+x)}{(۳+x)(۳-x)} = \frac{۷}{۶}$

ب) $\lim_{x\to ۹^{+}} \frac{۷+x}{۹-x} = \frac{۱۶}{+۰} = +\infty$

ج) $\lim_{x\to +\infty} \frac{۱+x۵}{۱۱+x} = \lim_{x\to +\infty} \frac{x۵}{x} = ۵$

۹۰

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{۱-x۳-{}^{۲}x-{}^{۲}x}{\sqrt{۱+x۳+{}^{۲}x}-x} = \lim_{x\to -\infty} \frac{\sqrt{۱+x۳+{}^{۲}x}-x}{\sqrt{۱+x۳+{}^{۲}x}-x} \times \frac{\sqrt{۱+x۳+{}^{۲}x}+x}{\sqrt{۱+x۳+{}^{۲}x}+x}$$

$$= \lim_{x\to -\infty} \frac{-۳x}{x-|x|} = \lim_{x\to -\infty} \frac{-۳x}{x+x} = \lim_{x\to -\infty} \frac{-۳\cancel{x}}{۲\cancel{x}} = -\frac{۳}{۲}$$

۹۱

الف)

$$\lim_{x\to ۲} \frac{\sqrt{۲+x}-x-{}^{۲}x}{۸-{}^{۳}x} = \lim_{x\to ۲} \frac{\sqrt{۲+x}-x-{}^{۲}x}{۸-{}^{۳}x} \times \frac{\sqrt{۲+x}+x}{\sqrt{۲+x}+x} \times \frac{\sqrt{۲+x}+۲}{\sqrt{۲+x}+۲}$$

$$= \lim_{x\to ۲} \frac{۲+x-x-{}^{۲}x}{(۸-{}^{۳}x)(\sqrt{۲+x}+x)(\sqrt{۲+x}+۲)} = \lim_{x\to ۲} \frac{\cancel{(x-۲)}(-x-۱)}{\cancel{(x-۲)}(x^{۲}+۲x+۴)(\sqrt{۲+x}+x)(\sqrt{۲+x}+۲)}$$

$$= \frac{-۳}{(۴+۲)(۴+۲)(۲+۲)} = \frac{-۳}{۶\times ۶\times ۴} = -\frac{۱}{۴۸}$$

ب)

$$\lim_{x\to ۲^{+}} \frac{۱۰+[x-]}{{}^{۳}x-{}^{۲}x۶+x۱۲-۸} = \lim_{x\to ۲^{+}} \frac{۱۰+[x-]}{{}^{۳}(x-۲)} = \frac{۱۰+۳-}{-۰} = \frac{۷}{-۰} = -\infty$$

۹۲

الف)

$$\lim_{x\to \pi^{+}} \frac{[x\sin]}{x\sin} = \frac{[-۰]}{-۰} = \frac{-۱}{-۰} = +\infty$$

ب)

$$\frac{\pi}{۲} - > x - \frac{\pi}{۸} \xrightarrow{+\frac{\pi}{۸}} \frac{\pi۵}{۸} - > x - \xrightarrow{(-۱)\times} \frac{-\pi۵}{۸} < x \Rightarrow \frac{+\pi۵}{۸} \to x$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to \frac{۵\pi}{۸}^{+}} \overbrace{tg\left(\frac{\pi}{۸}-x\right)}^{\left(-\frac{\pi}{۲}\right)^{-}} = \lim_{x\to \frac{۵\pi}{۸}^{+}} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{۸}-x\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{۸}-x\right)} = \frac{-۱}{۰^{-}} = +\infty$$

Telegram: @konkur_in

۹۳

$$\frac{b-a۵-ax}{(۵-x)(۲-x)}\lim_{x\to ۲}=\frac{b-(۵-x)a}{(۵-x)(۲-x)}\lim_{x\to ۲}=\frac{b}{(۵-x)(۲-x)}-\frac{a}{۲-x}\lim_{x\to ۲}$$

$$-۶=b\Rightarrow ۳=\frac{b}{۲}-\Rightarrow -۲=\frac{b}{a}-۵,-۲=a\Rightarrow \frac{۲}{-۳}=\frac{a}{-۳}\Rightarrow -\frac{۲}{۳}=\frac{\left(\frac{b}{a}-۵-x\right)a}{(۵-x)(۲-x)}\lim_{x\to ۲}=$$

۹۴

الف

$$\lim_{x\to ۴^{+}}\frac{x+۱۰}{۴-x}=\frac{۱۴}{+_{۰}}=+\infty$$

ب

$$\lim_{x\to \frac{\pi^{+}}{۲}}\frac{\sin x}{\cos x}=\lim_{x\to \frac{\pi^{+}}{۲}}\tan x=\frac{۱}{-_{۰}}=-\infty$$

۹۵

الف

$$\lim_{x\to ۴^{+}}\frac{x+۷}{x-۴}=\frac{۱۱}{-_{۰}}=-\infty$$

ب

$$\lim_{x\to ۳^{-}}\frac{x+۱۱}{|x-۳|}=\frac{۱۴}{+_{۰}}=+\infty$$

۹۶

الف

$$\lim_{x\to \pi^{-}}\frac{۱}{\sin x}=\frac{۱}{+_{۰}}=+\infty$$

ب

$$\lim_{x\to \pi^{+}}\frac{\cos x}{\sin x}=\lim_{x\to \pi^{+}}\cot g x=\frac{-۱}{-_{۰}}=+\infty$$

۹۷

الف

$$\lim_{x\to ۳}\frac{۲۵-x۸-۱}{(۵+\sqrt{۸x+۱})(۲۱+x۱۰-x^{۲})}=\lim_{x\to ۳}\frac{۵+\sqrt{۸x+۱}}{۵+\sqrt{۸x+۱}}\times\frac{۵-\sqrt{۸x+۱}}{۲۱+x۱۰-x^{۲}}=$$

$$\lim_{x\to ۳}\frac{-(۳-x)۸}{(۵+\sqrt{۸x+۱})(۷-x)(۳-x)}=\frac{-۸}{(۵+۵)\times ۴}=\frac{۲}{۱۰}=\frac{۱}{۵}$$

ب

$$\lim_{x\to -۵^{-}}\frac{۵-[x]}{۵-x}=\frac{۵-۴}{-_{۰}}=\frac{-۱}{-_{۰}}=+\infty$$

۹۸

$$\lim_{x\to ۳}\frac{۱-۲-x}{(۲-x)(۳-x)}=\lim_{x\to ۳}\frac{(۳-x)}{(۲-x)(۳-x)}=\lim_{x\to ۳}\frac{۱}{۶+x۵-x^{۲}}=\frac{۱}{۳-x}\lim_{x\to ۳}=۱$$

۹۹

$$\lim_{x\to ۲}\frac{۴-۲+x}{(۲+x)(۲-x)}=\lim_{x\to ۲}\frac{(۲-x)}{(۲+x)(۲-x)}=\lim_{x\to ۲}\frac{۴}{۴-x^{۲}}=\frac{۱}{۲-x}\lim_{x\to ۲}=\frac{۱}{۴}$$

۱۰۰

الف

$$\lim_{x\to ۷}\frac{۷}{۲-x}=\frac{۷}{۲-۷}=\frac{(۷-x)x}{(۲-x)(۷-x)}\lim_{x\to ۷}=\frac{x۷-x^{۲}}{۱۴+x۹-x^{۲}}\lim_{x\to ۷}=\frac{۵}{۲}$$

ب

$$\lim_{x\to ۳}\frac{۴-۱+x}{(۲+\sqrt{۱+x})(۹-x^{۲})}=\lim_{x\to ۳}\frac{۲+\sqrt{۱+x}}{۲+\sqrt{۱+x}}\times\frac{۲-\sqrt{۱+x}}{۹-x^{۲}}=$$

$$\lim_{x\to ۳}\frac{(۳-x)}{(۲+\sqrt{۱+x})(۳+x)(۳-x)}=\frac{۱}{۴\times ۶}=\frac{۱}{۲۴}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۱ الف) $\lim_{x\to ۲} \frac{(x^۲+۴x+۴)(۲-x)}{(۲-x)(۳-x)} = \lim_{x\to ۲} \frac{۸-x^۳}{x^۲-۵x+۶} = -۱۲$

ب) $\lim_{x\to ۵} \frac{(۲+\sqrt{۱-x})(۹-۴+x)}{(۳+\sqrt{۴+x})(۴-۱-x)} = \lim_{x\to ۵} \frac{۲+\sqrt{۱-x}}{۲+\sqrt{۱-x}} \times \frac{۳+\sqrt{۴+x}}{۳+\sqrt{۴+x}} \times \frac{۳-\sqrt{۴+x}}{۲-\sqrt{۱-x}}$

$= \lim_{x\to ۵} \frac{(۲+\sqrt{۱-x})(۵-x)}{(۳+\sqrt{۴+x})(۵-x)} = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳}$

۱۰۲ الف) $\lim_{x\to ۰+} f(x) = ۰$

ب) $\lim_{x\to ۱^+} f(x) = +\infty$

پ) $\lim_{x\to (-۱)^-} f(x) = -\infty$

ت) $\lim_{x\to -\infty} f(x) = -۱$

۱۰۳ ۱) $\lim_{x\to ۰+\infty} f(x) = ۱$

۲) $\lim_{x\to ۲^+} f(x) = -\infty$

۳) $\lim_{x\to ۲^-} f(x) = +\infty$

۴) $\lim_{x\to (-۱)^-} f(x) = +\infty$

۱۰۴ الف) $\lim_{x\to ۰+\infty} f(x) = ۱$

ب) $\lim_{x\to -\infty} f(x) = -۱$

پ) $\lim_{x\to ۲^+} f(x) = +\infty$

ت) $\lim_{x\to (-۲)^-} f(x) = -\infty$

۱۰۵ برای آن‌که حاصل حد در بی‌نهایت عدد غیرصفر باشد باید درجه صورت و مخرج برابر باشد بنابراین $n = ۱$ است.

$\lim_{x\to -\infty} \frac{ax}{\sqrt{x^۴+x^۳}} = \lim_{x\to -\infty} \frac{ax}{|x^۲|+x^۳} = \lim_{x\to -\infty} \frac{ax}{x^۲-x^۳} = \lim_{x\to -\infty} \frac{ax}{x} = a \Rightarrow a = ۵$

۱۰۶ چون حاصل حد برای راست و چپ یکسان شده است. بنابراین باید مخرج مربع کامل باشد در نتیجه داریم:

به توان می رسانیم۲ $\rightarrow$ $x^۲-۱۰x+۲۵ = ۰ \Rightarrow x = ۵ - ۰ = ۰$

٪حروف‌چینی ریاضی۲: ۴۸

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

$$\left.\begin{matrix} b = -20 \\ a = 1 - 50 \Rightarrow a = 51 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 0 = 50 + 20x - x^2$$

۱۰۷ چون حاصل حد برای راست و چپ یکسان شده است بنابراین باید مخرج مربع کامل باشد در نتیجه داریم:

$$\left.\begin{matrix} a = -6 \\ b = 9 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 0 = 9 + 6x - x^2 \xrightarrow{\text{به توان می رسانیم ۲}} 0 = 3 - x \Rightarrow x = 3$$

۱۰۸
$$\lim_{x \to 2^+} \frac{10 + x}{f(x) - 2} = \frac{12}{0^+} = +\infty$$

۱۰۹
$$R = 0 \Rightarrow 1 + (2)m + 2^3 = 0 \Rightarrow m^2 + 9 = 0 \Rightarrow m = -\frac{9}{2}$$

۱۱۰ الف)
$$\lim_{x \to 3} \frac{6 - x - 9}{(\sqrt{6 + x} + 3)(9 - x^2)} = \lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{6 + x} + 3}{\sqrt{6 + x} + 3} \times \frac{\sqrt{6 + x} - 3}{9 - x^2}$$

$$= \lim_{x \to 3} \frac{-(3 - x)}{(\sqrt{6 + x} + 3)(3 + x)(3 - x)} = \frac{-1}{6 \times 6} = \frac{-1}{36}$$

ب)
$$\lim_{x \to 2^+} \frac{11 + 5x}{2 - x} = \frac{21}{0^+} = +\infty$$

پ)
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{10 + 7x}{15 + 9x - 4x^2} = \lim_{x \to +\infty} \frac{7x}{4x^2} = \lim_{x \to +\infty} \frac{7}{4x} = 0$$

۱۱۱ الف)
$$\lim_{x \to 2} \frac{2 - x - x^2}{(\sqrt{2 + x} + x)(4 - x^2)} = \lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{2 + x} + x}{\sqrt{2 + x} + x} \times \frac{\sqrt{2 + x} - x}{4 - x^2}$$

$$= \lim_{x \to 2} \frac{(1 + x)(2 - x)}{(\sqrt{2 + x} + x)(2 + x)(2 - x)} = \frac{3}{4 \times 4} = \frac{3}{16}$$

ب)
$$\lim_{x \to -5^-} \frac{3 + x}{x - 5} = \frac{8}{0^+} = +\infty$$

پ)
$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x - x^2}{5x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{|x| + x^2}{5x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{1 + x + x^2} + x^2}{1 + 5x} = \frac{1}{5} = \frac{x}{5x}$$

۱۱۲ الف)
$$\lim_{x \to 1} \frac{(1 - x)x}{(\sqrt{x} + x)(1 + x)(1 - x)} = \lim_{x \to 1} \frac{x - x^2}{(\sqrt{x} + x)(1 - x^2)} = \lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x} + x}{\sqrt{x} + x} \times \frac{\sqrt{x} - x}{1 - x^2}$$

$$= \frac{1}{4}$$

ب)
$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^+} \frac{x\text{Sin}}{x\text{Cos}} = x\text{tg} \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^+} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

پ)
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{1 + x^2 - x^2}{x^2 - 4} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2}{x^2} = -1$$

Telegram: @konkur_in

۱۱۳ روش اول:

$$\lim_{x\to ۲} \frac{۱-\left(\log_{۲} \frac{x}{۲}\right)^{۲}}{\left(۱-\log_{۲} \frac{x}{۲}\right)^{\log_{۲} x}} = \lim_{x\to ۲} \frac{\frac{۱}{\log_{۲} x}-\log_{۲} \frac{x}{۲}}{\left(\log_{۲} ۲-\log_{۲} \frac{x}{۲}\right)^{۲}} = \lim_{x\to ۲} \frac{\log_{x} ۲-\log_{۲} \frac{x}{۲}}{\left(\log_{۲} \frac{x}{۲}\right)^{۲}}$$

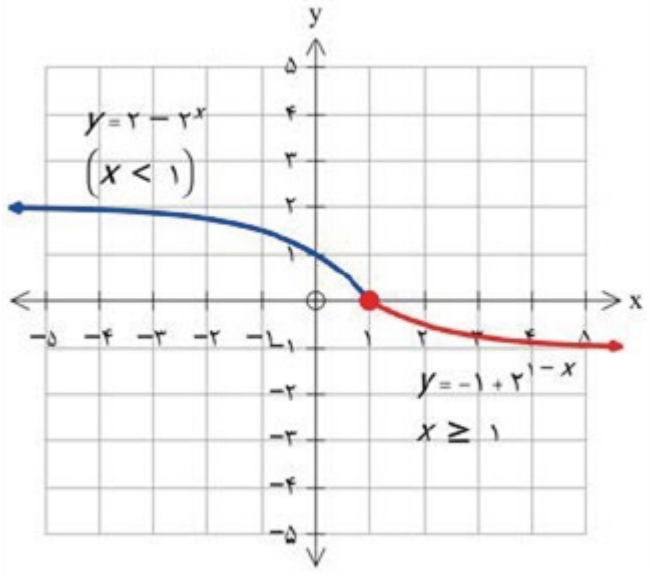
$$= \lim_{x\to ۲} \frac{\left(۱+\log_{۲} \frac{x}{۲}\right)\left(۱-\log_{۲} \frac{x}{۲}\right)}{\left(۱-\log_{۲} \frac{x}{۲}\right)^{\log_{۲} x}} = \frac{۱+۱}{۲} = ۱$$

روش دوم (هوبیتال):

$$\lim_{t\to ۱} \frac{\frac{۱}{t^{۲}}+۱}{۲} \xrightarrow{HOP} \lim_{t\to ۱} \frac{\frac{۱}{t}-t}{(۱-t)۲} \Rightarrow t=\log_{۲} \frac{x}{۲} = \frac{۲}{۲} = ۱$$

۱۱۴ الف) اگر x به اندازه کافی بزرگ انتخاب شود تابع $f(x)$ را به هر اندازه دلخواه می‌توان به ۱- نزدیک کرد.

اگر x به اندازه ی کافی کوچک انتخاب شود تابع $f(x)$ را به هر اندازه دلخواه می‌توان به ۲ نزدیک کرد.



ب)
$$f(x)=\begin{cases} -۱+۲^{x-۱}; & x\leq ۱ \\ ۲-۲^{x}; & x>۱ \end{cases}$$

بی‌شمار تابع می توان ساخت.

Telegram: @konkur_in

۱۱۵

الف) $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{۷}{۳^x}+۹\right)=۰+۹=۹$

ب) $\lim_{x\to+\infty}\left(۳^x-\frac{۱}{۲}\right)=-۲^x۷+۳^x-\frac{۱}{۲}=-\infty$

پ) $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{۱}{x۲}\right)=\frac{۱}{۳-x۲}\lim_{x\to-\infty}=۰$

ت) $\frac{\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{۱}{۲^x}+۳\right)}{\lim_{x\to+\infty}\left(۵-\frac{۴}{x}\right)}=\frac{\frac{۱}{۲^x}+۳}{۵-\frac{۴}{x}}\lim_{x\to+\infty}=\frac{۳}{۵}-=\frac{۳}{۵-}$

ث) $\frac{\lim_{x\to+\infty}(x۲)}{\lim_{x\to+\infty}(x۳)}=\frac{۱-x۲}{۱+x۳}\lim_{x\to+\infty}=\frac{۲}{۳}$

ج) $\frac{\lim_{x\to-\infty}(^۲x۲)}{\lim_{x\to-\infty}(^۲x)}=\frac{۱+x۳-^۲x۲}{۳-x۵+^۲x}\lim_{x\to-\infty}=۲$

چ) $\frac{\lim_{x\to-\infty}(^۵x۲)}{\lim_{x\to-\infty}(^۲x)}=\frac{x-^۳x۶-^۵x۲}{۱+x۵-^۲x}\lim_{x\to-\infty}=^۳x۲\lim_{x\to-\infty}=-\infty$

ح) $\frac{\lim_{x\to+\infty}(^۲x)}{\lim_{x\to+\infty}(x-)}=\frac{x+^۲x}{x-۳}\lim_{x\to+\infty}=(x-)\lim_{x\to+\infty}=-\infty$

خ) $\frac{\lim_{x\to-\infty}(^۳x۶-)}{\lim_{x\to-\infty}(^۳x۲)}=\frac{۹-x۷+^۳x۶-}{x+^۲x۴-^۳x۲}\lim_{x\to-\infty}=-۳$

د) $\frac{\lim_{x\to+\infty}(x۲)}{\lim_{x\to+\infty}۴}=\frac{۱+x۲}{۴}\lim_{x\to+\infty}=(+\infty)\frac{۱}{۲}=+\infty$

۱۱۶

الف) $\lim_{x\to-\infty}f(x)=۲$

ب) $\lim_{x\to(-۱)^-}f(x)=+\infty$

پ) $\lim_{x\to(-۱)^+}f(x)=-\infty$

ت) $\lim f(x)=+\infty$

حروف‌چینی ریاضی: ۴۸٪

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

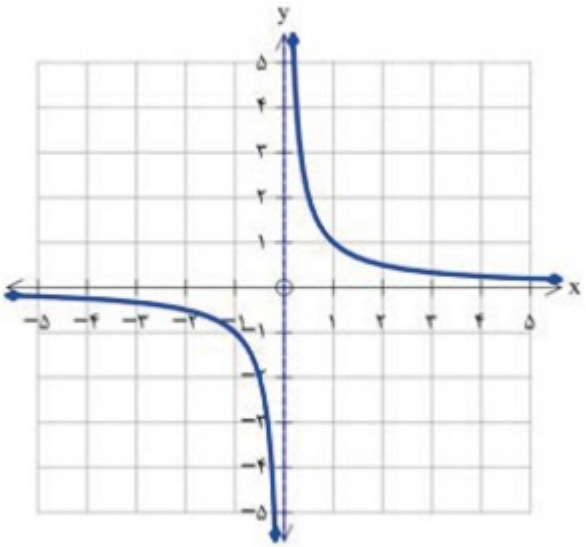
ث) $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = +\infty$

ج) الف)
$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$
$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 1$
$\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = 2$

ب)
$\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = 2$
$\lim\limits_{x \to 0^-} g(x) = +\infty$

پ)
$\lim\limits_{x \to 0^+} h(x) = +\infty$
$\lim\limits_{x \to (-1)^+} h(x) = -2$

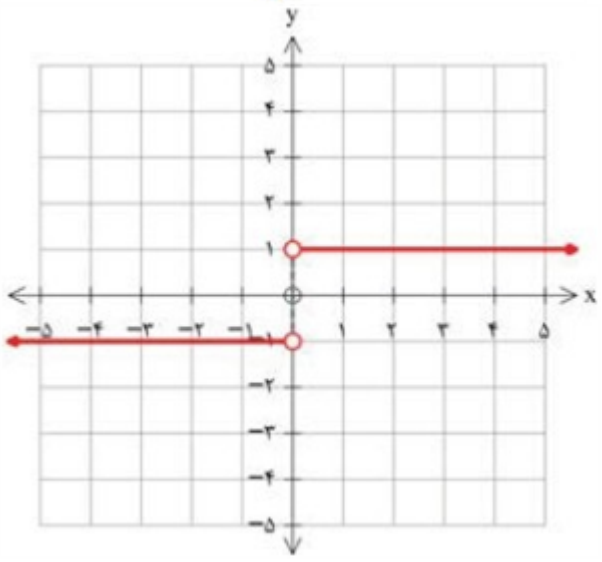
۱۱۷



$\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ وجود ندارد ، $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = 0$ ، $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 0$

$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$
$\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = +\infty$
$\Rightarrow$

۱۱۸



$\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = 1$ ، $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = -1$

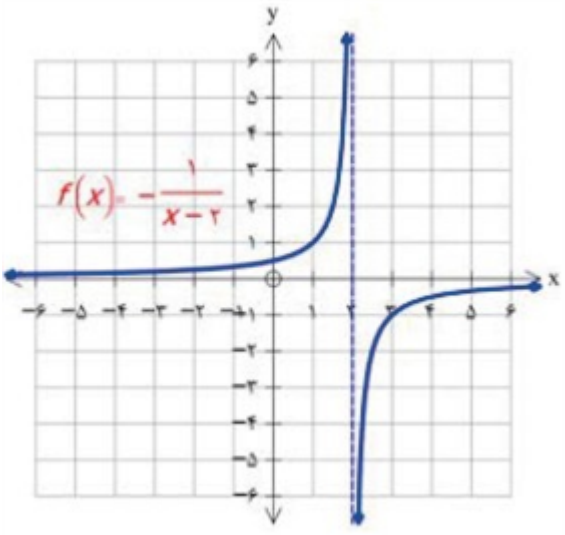
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۹ الف) حد تابع $f(x)$ وقتی‌که x از مقادیر کوچک‌تر از ۲ به عدد ۲ نزدیک می‌شود از هر عدد مثبت دلخواهی بزرگ‌تر است.

ب) حد تابع $f(x)$ وقتی‌که x از مقادیر بزرگ‌تر از ۲ به عدد ۲ نزدیک می‌شود از هر عدد مثبت دلخواهی کوچک‌تر است.

پ)



Telegram: @konkur_in

۱۲۰

الف) $\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

مخرج در نزدیکی صفر با مقادیر مثبت به صفر میل می‌کند و صورت برابر ۱ عددی مثبت است پس حد عبارت برابر $+\infty$ است.

ب) $\lim_{x \to 0} \frac{-1}{|x|} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$

مخرج در نزدیکی صفر به صفر میل می‌کند و صورت برابر ۱- عددی منفی است پس حد عبارت برابر $-\infty$ است.

پ) $\lim_{x \to 1^-} \frac{1}{1-x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

ت) $\lim_{x \to -6} \frac{9}{(6+x)^2} = \frac{9}{0^+} = +\infty$

مخرج در نزدیکی ۶- چون توان دو است به صفر مثبت میل می‌کند و صورت برابر ۹ عددی مثبت است پس حد عبارت برابر $+\infty$ است.

ث) $\lim_{x \to 3} \frac{-1}{(3-x)^4} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$

مخرج در نزدیکی ۳ چون توان است است به صفر میل می‌کند و صورت برابر ۱- عددی منفی است پس حد عبارت برابر $-\infty$ است.

ج) $\lim_{x \to \frac{-1}{2}} \frac{1+4x}{(1+2x)^2} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$

مخرج در نزدیکی $-\frac{1}{2}$ چون توان دو است به صفر مثبت میل می‌کند و صورت حاصلش برابر ۱- است که عددی منفی است پس حد عبارت برابر $-\infty$ است.

چ) $\lim_{x \to 3^+} \frac{x5-1}{9-x^2} = \lim_{x \to 3^+} \frac{x5-1}{(3+x)(3-x)} = \frac{-14}{6(0^+)} = -\infty$

x		-3		3	
x^2-9	+	0	-	0	+

مخرج در نزدیکی ۳ به ازای مقادیر مثبت صفر میل می‌کند و صورت حاصلش برابر ۱۴- یک عددی منفی است پس حد عبارت برابر $-\infty$ است.

ح) $\lim_{x \to -(-2)^-} \frac{x3-}{4-x^2} = \lim_{x \to -(-2)^-} \frac{x3-}{(2+x)(2-x)} = \frac{6}{0^+(4-)} = \frac{(2-)3-}{(0^+)(4-)} = +\infty$

x		-2		2	
x^2-4	+	0	-	0	+

مخرج در نزدیکی ۲- به ازای مقادیر مثبت صفر میل می‌کند و صورت حاصلش برابر ۶ یک عددی مثبت است پس حد عبارت برابر $+\infty$ است.

خ) $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{x\cos} = \frac{1}{0^-} = -\infty$

مخرج در نزدیکی $\frac{\pi}{2}$ به صفر از سمت منفی میل می‌کند و صورت برابر ۱ عددی مثبت است پس حد عبارت برابر $-\infty$ است.

Telegram: @konkur_in

د) $\lim \tan x = \lim \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

www.konkur.in

۱۲۱ الف)

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x-x^2}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-\sqrt{x^2-1})(x+\sqrt{x^2-1})}{(x-x^2)(x+\sqrt{x^2-1})}=\lim_{x\to 1}\frac{x^2-(x^2-1)}{(x-x^2)(x+\sqrt{x^2-1})}=\lim_{x\to 1}\frac{1}{x(1-x)(x+\sqrt{x^2-1})}$$

مخرج در نزدیکی $\frac{\pi}{2}$ از سمت منفی‌ها به صفر مثبت میل می‌کند و صورت حاصلش برابر ۱ عددی مثبت است پس حد $\frac{1}{0^+}$ عبارت برابر $+\infty$ است.

ب)

$$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{9-x^2}=\lim_{x\to 3}\frac{(\sqrt{x+1}-2)(\sqrt{x+1}+2)}{(9-x^2)(\sqrt{x+1}+2)}=\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{(3-x)(3+x)(\sqrt{x+1}+2)}$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{-1}{(3+x)(\sqrt{x+1}+2)}=\frac{-1}{6\times 4}=-\frac{1}{24}$$

مخرج در نزدیکی $\frac{\pi}{2}$ از سمت منفی‌ها به صفر منفی میل می‌کند و صورت حاصلش برابر ۱ عددی مثبت است پس حد $\frac{1}{0^-}$ عبارت برابر $-\infty$ است.

پ)

$$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt[3]{x^2-2}-\sqrt[3]{25-x^2}}{x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{(\sqrt[3]{x^2-2}-\sqrt[3]{25-x^2})(\sqrt[3]{x^2-2}^2+\sqrt[3]{x^2-2}\sqrt[3]{25-x^2}+\sqrt[3]{25-x^2}^2)}{(x-3)(\sqrt[3]{x^2-2}^2+\sqrt[3]{x^2-2}\sqrt[3]{25-x^2}+\sqrt[3]{25-x^2}^2)}$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{(x^2-2)-(25-x^2)}{(x-3)(\sqrt[3]{x^2-2}^2+\sqrt[3]{x^2-2}\sqrt[3]{25-x^2}+\sqrt[3]{25-x^2}^2)}=\lim_{x\to 3}\frac{2(x^2-13)}{(x-3)(\sqrt[3]{x^2-2}^2+\sqrt[3]{x^2-2}\sqrt[3]{25-x^2}+\sqrt[3]{25-x^2}^2)}$$

$$=\frac{2\times(-4)}{3\times(3^2+3^2+3^2)}=\frac{-8}{27}$$

۱۲۲ الف)

$$\lim_{x\to \frac{1}{2}}\frac{x}{(1+x^2)}=\frac{\frac{1}{2}}{2}=\frac{1}{4}$$

ب)

$$\lim_{x\to 5}\frac{1+x+x^2}{5+x}=\lim_{x\to 5}\frac{(1+x+x^2)(5-x)}{(5+x)(5-x)}=\lim_{x\to 5}\frac{5-x^4-x^3}{25-x^2}$$

$$\frac{1+5+25}{10}=\frac{31}{10}$$

پ)

$$\lim_{x\to -4}\frac{1-x}{1+x^2}=\lim_{x\to -4}\frac{(1-x)(4+x)}{(1+x^2)(4+x)}=\lim_{x\to -4}\frac{4-x^3+x^2}{4+x+x^4+x^3}$$

$$\frac{5}{17}=\frac{1-x}{1+x^2}$$

۱۲۳ الف) $x+1=0\Rightarrow x=-1$

$$f(-1)=(-1)^3+(-1)^2-2=1+1-2=0\Rightarrow R$$

ب)

$$\begin{array}{r|l} 2x^3+x^2+1 & x+1 \\ \hline -(2x^3+2x^2) & 2x^2-x+1 \\ \hline -x^2+1 & \\ -(-x^2-x) & \\ \hline x+1 & \\ -(x+1) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$f(x)=(1+x-x^2)(1+x)$$

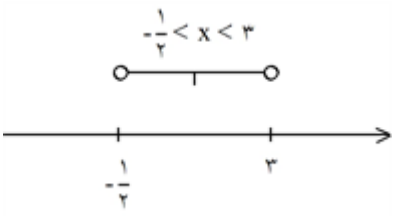
٪حروف‌چینی ریاضی: ۴۸

Telegram: @konkur_in

۱۲۴

$۳ > x \Rightarrow ۲ > ۱ - x$

$\frac{۱-}{۲} < x \Rightarrow ۱- < x۲ \Rightarrow ۲ < ۳ + x۲$



۱۲۵ الف) $D: x \leq ۳ \leftarrow$ ۳ در همسایگی چپ ۳ تعریف نشده $\leftarrow$ حد ندارد.

ب) $\frac{۰}{۰}$ مبهم $\Rightarrow \lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{x\text{Cos}x^{۲}\text{Cos}}{x\text{Sin} - ۱} = \lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{x\text{Cos}(x^{۲}\text{Sin} - ۱)}{x\text{Sin} - ۱} = \lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۲}} x\text{Cos}(x\text{Sin} + ۱) = ۰$

ج) $\lim\limits_{x \to ۳^{-}} \frac{(۲x - ۹)}{۳ - x} = \lim\limits_{x \to ۳^{+}} \frac{(۳ + x)(۳ - x)-}{۳ - x} = ۶-$

۱۲۶

$\lim\limits_{x \to ۱} \frac{|۱ - x|}{۱ - x}$ { $\lim\limits_{x \to ۱^{+}} \frac{۱ - x}{۱ - x} = ۱$ ، $\lim\limits_{x \to ۱^{-}} \frac{(۱ - x)-}{(۱ - x)} = ۱-$ } حد ندارد

$\lim\limits_{x \to ۳} \frac{x^{۳} - {}^{۲}x}{۹ - {}^{۲}x} = \frac{۰}{۰}$ ، $\lim\limits_{x \to ۳} \frac{x}{۳ + x} = \frac{(۳ - x)x}{(۳ + x)(۳ - x)} = \frac{۱}{۲}$

۱۲۷

A) $\lim\limits_{x \to ۵} \frac{۱۰ - x۱۳ - {}^{۲}x۳}{۵ + x۶ - {}^{۲}x} = \lim\limits_{x \to ۵} \frac{(۵ - x)(۲ + x۳)}{(۵ - x)(۱ - x)} = \frac{۲ + (۵)۳}{۱ - ۵} = \frac{۱۷}{۴}$

B) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{x\text{Sin} - ۱}{x^{۲}\text{Cos}} = \lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{x\text{Sin} - ۱}{(x\text{Sin} + ۱)(x\text{Sin} - ۱)} = \lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{۱}{x\text{Sin} + ۱} = \frac{۱}{۲}$

۱۲۸

الف) $\lim\limits_{x \to ۱} \frac{(x - ۱)(x + ۱)}{(x - ۳)(x - ۱)} = -۱$ (۰/۲۵)

(۰/۵)

ب) $\lim\limits_{x \to ۲^{+}} \frac{x - ۲}{x - ۲} = ۱$ (۰/۲۵)

$\lim\limits_{x \to ۲^{-}} \frac{-(x - ۲)}{x - ۲} = -۱$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \lim\limits_{x \to ۲} \frac{|x - ۲|}{x - ۲}$ وجود ندارد

(۰/۲۵)

ب) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۴}} \frac{\text{Sin}x - \text{Cos}x}{(\text{Sin}x - \text{Cos}x)(\text{Sin}x + \text{Cos}x)} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

Telegram: @konkur_in

۱۲۹ f یک تابع خطی گذرنده از $A(۰,-۲)$ و $B(۱,۰)$ است.

$$f(x) = ax + b$$

$$A(-۲,۰) \Rightarrow ۰ = a(-۲) + b \Rightarrow b = -۲$$

$$f(x) = x۲ - ۲ \Rightarrow a = ۲ \Rightarrow B(۰,۱) \Rightarrow ۰ = a - ۲ \xrightarrow{b=-۲} ۱ = a(۱) + b$$

$$\lim_{x\to ۱} \frac{x+۲}{۲} = \lim_{x\to ۱} \frac{(x-۱)(x+۲)}{(x-۱)۲} = \lim_{x\to ۱} \frac{f(x)}{x^۲ - ۱} = ۱$$

۱۳۰ f یک تابع خطی گذرنده از $A(۰,۵)$ و $B(۵,۰)$ است.

$$f(x) = ax + b$$

$$A(۰,۵) \Rightarrow ۵ = a(۰) + b \Rightarrow b = ۵$$

$$B(۵,۰) \Rightarrow ۰ = a(۵) + b \xrightarrow{b=۵} a = -۱ \Rightarrow f(x) = -x + ۵$$

$$\lim_{x\to ۵} \frac{x}{(۵-x)-} = \lim_{x\to ۵} \frac{x}{(x-۵)} = \lim_{x\to ۵} \frac{x}{f(x)} = -۵$$

۱۳۱ f یک تابع خطی گذرنده از $A(-۱,۰)$ و $B(۰,-۳)$ است.

$$f(x) = ax + b$$

$$A(-۱,۰) \Rightarrow ۰ = a(-۱) + b \Rightarrow b = -۱$$

$$B(۰,-۳) \xrightarrow{b=-۱} -۳ = a(۰) - ۱ \Rightarrow a = -۳ \Rightarrow f(x) = -۳x - ۱$$

$$f^{-۱}(x) \Rightarrow x = -۳y - ۱ \xrightarrow{x\leftrightarrow y} y = -۳x - ۱ \xrightarrow{\times(-\frac{۱}{۳})} -\frac{۱}{۳}x = \frac{۱}{۳} + y \Rightarrow -\frac{۱}{۳}x + ۱ = y$$

$$-x^۳ + ۳ =$$

$$\lim_{x\to -۱} \frac{-x^۳ + ۳}{x + x^۲ + ۱} = \lim_{x\to -۱} \frac{(-x^۲ + x + ۱)(x+۱)}{(x+۱)} = \lim_{x\to -۱} \frac{f^{-۱}(x)}{x^۳ + ۱} = -۱$$

۱۳۲ f یک تابع خطی گذرنده از $A(۴,۰)$ و $B(۰,۸)$ است.

$$f(x) = ax + b$$

$$A(۴,۰) \Rightarrow ۰ = a(۴) + b \Rightarrow b = -۴a$$

$$B(۰,۸) \xrightarrow{b=-۴a} ۸ = a(۰) - ۴a \Rightarrow a = -۲ \Rightarrow f(x) = -۲x + ۸$$

$$f^{-۱}(x) \Rightarrow x = -۲y + ۸ \xrightarrow{x\leftrightarrow y} y = -۲x + ۸ \xrightarrow{\times(-\frac{۱}{۲})} -\frac{۱}{۲}x = -۴ + y \Rightarrow -\frac{۱}{۲}x + ۴ = y$$

$$-\frac{۱}{۴}x + ۲ = f^{-۱}(x) \Rightarrow$$

$$\lim_{x\to ۴} \frac{-۲+x}{۸} = \lim_{x\to ۴} \frac{(x-۴)(-۲)}{(x+۴)(۴-x)} = \lim_{x\to ۴} \frac{f^{-۱}(x)}{۱۶ - x^۲} = -\frac{۱}{۴}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۳۳ f یک تابع خطی گذرنده از $A(۸,۰)$ و $B(۰,۴)$ است.

$$f(x) = ax + b$$

$$A(۸,۰) \Rightarrow ۰ = a(۸) + b \Rightarrow b = ۸$$

$$B(۰,۴) \Rightarrow ۴ = a(۰) + b \xrightarrow{b=۸} a = -۲ \Rightarrow f(x) = -۲x + ۸$$

$$\lim_{x \to ۴} \frac{-۲}{x - ۴} = \lim_{x \to ۴} \frac{-۲(x - ۴)}{(x - ۴)(x - ۱)} = \lim_{x \to ۴} \frac{-۲}{x - ۱} = \frac{-۲}{۳}$$

۱۳۴

الف)
$$\lim_{x \to ۱} \frac{x + ۱}{\sqrt{x^{۲} + ۳}} = \frac{۲}{\sqrt{۴}} = \frac{۲}{۲} = ۱$$

ب)
$$\lim_{x \to ۵^{+}} ۳[x] + ۱ = ۳(۵) + ۱ = ۱۶$$

ج)
$$\lim_{x \to ۱} \frac{(۱ + x)(۱ - x)}{x(۱ - x)} = \lim_{x \to ۱} \frac{۱ - x^{۲}}{x - x^{۲}} = \lim_{x \to ۱} \frac{x + ۱}{x} = \frac{۱ + ۱}{۱} = ۲$$

د)
$$\lim_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{x\sin - ۱}{x^{۲}\sin - ۱} = \lim_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{x\sin - ۱}{(x\sin + ۱)(x\sin - ۱)} = \lim_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{۱}{x\sin + ۱} = \frac{۱}{۱ + ۱} = \frac{۱}{۲}$$

۱۳۵

الف)
$$\lim_{x \to ۷} \frac{۲ - x}{\sqrt{۴ + x^{۳}}} = \frac{۲ - ۷}{\sqrt{۴+۲۱}} = \frac{۵}{\sqrt{۲۵}} = \frac{۵}{۵} = ۱$$

ب)
$$\lim_{x \to -۳^{-}} [x] - ۲ = (-۳) - ۲ = -۳ + ۲ = -۵$$

ج)
$$\lim_{x \to ۳} \frac{(۳ - x)x}{(۳ + x)(۳ - x)} = \lim_{x \to ۳} \frac{x۳ - x^{۲}}{۹ - x^{۲}} = \lim_{x \to ۳} \frac{x}{۳ + x} = \frac{۳}{۳ + ۳} = \frac{۱}{۲}$$

د)
$$\lim_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{x^{۳}\sin - ۱}{x^{۲}\cos} = \lim_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{(x^{۲}\sin + x\sin + ۱)(x\sin - ۱)}{(x\sin + ۱)(x\sin - ۱)} = \lim_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{x^{۲}\sin + x\sin + ۱}{x\sin + ۱} = \frac{۱ + ۱ + ۱}{۱ + ۱} = \frac{۳}{۲}$$

Telegram: @konkur_in

۱۳۶

الف)
$$\lim_{x\to ۸} \frac{۷+x}{\sqrt{۱+x}} = \frac{۷+۸}{\sqrt{۱+۸}} = \frac{۱۵}{۳} = ۵$$

ب)
$$\lim_{x\to \bar{۳}} ([x]+۲) = ۲+۲ = ۴$$

ج)
$$\lim_{x\to ۴} \frac{۱۶-x^{۲}}{۴+x۵-x^{۲}} = \lim_{x\to ۴} \frac{(۴+x)(۴-x)}{(۱-x)(۴-x)} = \lim_{x\to ۴} \frac{۴+x}{۱-x} = \frac{۸}{۳}$$

د)
$$\lim_{x\to \frac{\pi۳}{۲}} \frac{x^{۲}\sin+x\sin-۱}{x\sin-۱} = \lim_{x\to \frac{\pi۳}{۲}} \frac{(x^{۲}\sin+x\sin-۱)(x\sin+۱)}{(x\sin-۱)(x\sin+۱)} = \lim_{x\to \frac{\pi۳}{۲}} \frac{x^{۳}\sin+۱}{x^{۲}\cos} = \frac{۳}{۲} = \frac{۱+۱+۱}{۱+۱} =$$

۱۳۷

الف)
$$\lim_{x\to ۱} \frac{۱+x}{x} = \lim_{x\to ۱} \frac{(۱+x)(۱-x)}{(۱-x)x} = \lim_{x\to ۱} \frac{۱-x^{۲}}{x-x^{۲}} = \frac{۲}{۱} = ۲$$

ب)
$$\lim_{x\to ۴} [x-] \text{ حد ندارد} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \lim_{x\to ۴^{+}} [x-] = -۵ \\ \lim_{x\to \bar{۴}} [x-] = -۴ \end{array}\right\} \Rightarrow \lim_{x\to ۴} [x-]$$

۱۳۸

الف)
$$\lim_{x\to ۱} \frac{\sqrt[۳]{۴}\sqrt{۱-x}}{\sqrt[۳]{۱-x^{۲}}} = \lim_{x\to ۱} \frac{\sqrt[۳]{۴}\sqrt{۱-x}\sqrt[۳]{۳}+\sqrt{۱-x}}{\sqrt[۳]{۱-x^{۲}}} = \frac{\sqrt[۳]{۴}}{۲} = \frac{\sqrt[۳]{۴}}{\sqrt[۳]{۲}} \times \frac{\sqrt[۳]{۴}}{\sqrt[۳]{۲}} = \sqrt[۳]{۲}$$

ب)
$$\lim_{x\to ۵} \frac{۲+\sqrt{۱-x}}{۲+\sqrt{۱-x}} \times \frac{\sqrt{۵+x۴}+x}{\sqrt{۵+x۴}+x} \times \frac{۲-\sqrt{۱-x}}{\sqrt{۵+x۴}-x}$$
$$= \lim_{x\to ۵} \frac{(۲+\sqrt{۱-x})(۱+x)(۵-x)}{(\sqrt{۵+x۴}+x)(۵-x)} = \lim_{x\to ۵} \frac{(۲+\sqrt{۱-x})(۵-x۴-x^{۲})}{(\sqrt{۵+x۴}+x)(۴-۱-x)} = \frac{۴x۶}{۱۰} = \frac{۱۲}{۵}$$

۱۳۹

الف)
$$\lim_{x\to ۱^{+}} \frac{\sqrt{(۱-x)۴}}{\sqrt{۱-x^{۲}}} = \lim_{x\to ۱^{+}} \frac{\sqrt{۱-x}\sqrt{۲}}{\sqrt{۱+x}\sqrt{۱-x}} = \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} \times \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۴}}{۲} = \sqrt{۲}$$

ب)
$$\lim_{x\to ۰} \frac{\sqrt[۳]{۴+\sqrt{۸+x}}\sqrt[۳]{۲}+\sqrt[۳]{۲(۸+x)}}{x(۴-x)\sqrt[۳]{۴+\sqrt{۸+x}}\sqrt[۳]{۲}+\sqrt[۳]{۲(۸+x)}} \times \frac{\sqrt[۳]{۲}-\sqrt{۸+x}^{۳}}{x۴-x^{۲}}$$
$$= \lim_{x\to ۰} \frac{۸-۸+x}{x(۴-x)\sqrt[۳]{۴+\sqrt{۸+x}}\sqrt[۳]{۲}+\sqrt[۳]{۲(۸+x)}} = \frac{۱}{۱۲x۴} = \frac{۱}{۴۸}-$$

Telegram: @konkur_in

۱۴۰ الف)

$$\lim_{x\to ۱}\frac{۳+(\sqrt{۸+x}-۳)(۱-x)}{(۱+\sqrt{x})(۹-(۸+x))}=\lim_{x\to ۱}\frac{۳+\sqrt{۸+x}-۳}{۳+\sqrt{۸+x}}\times\frac{۱+\sqrt{x}}{۱+\sqrt{x}}\times\frac{۱-\sqrt{x}}{۳-\sqrt{۸+x}}$$

$$=\frac{۶}{۲}=۳$$

ب)

$$\lim_{x\to ۳}\frac{\sqrt{۶+x}+x}{\sqrt{۶+x}+x}\times\frac{۴+\sqrt{۵+x}+\sqrt[۳]{۲+\sqrt{(۵+x)^{۲}}}}{۴+\sqrt{۵+x}+\sqrt[۳]{۲+\sqrt{(۵+x)^{۲}}}}\times\frac{۲-\sqrt{۵+x}}{\sqrt{۶+x}-x}$$

$$=\lim_{x\to ۳}\frac{(\sqrt{۶+x}+x)(۸-۵+x)}{(۲+\sqrt{۵+x}+\sqrt[۳]{۲+\sqrt{(۵+x)^{۲}}})(۶-x-x^{۲})}$$

$$=\lim_{x\to ۳}\frac{(\sqrt{۶+x}+x)(۳-x)}{(۴+\sqrt{۵+x}+\sqrt[۳]{۲+\sqrt{(۵+x)^{۲}}})(۲+x)۳-x^{۳}}=\frac{۶}{۱۲\times۵}=\frac{۱}{۱۰}$$

۱۴۱ الف)

$$\lim_{x\to ۱}\frac{(\sqrt{۳+x}+۲)(x-x^{۲})}{(\sqrt{x}+x)(۳-x-۴)}=\lim_{x\to ۱}\frac{\sqrt{۳+x}+۲}{\sqrt{۳+x}+۲}\times\frac{\sqrt{x}+x}{\sqrt{x}+x}\times\frac{\sqrt{۳+x}-۲}{\sqrt{۳+x}-۲}$$

$$=\lim_{x\to ۱}\frac{(\sqrt{۳+x}+۲)(۱-x)x}{(\sqrt{x}+x)(۱-x)-}=\frac{۴\times۱}{۲-}=-۲$$

ب)

$$\lim_{x\to ۳}\frac{(۲+\sqrt{۱+x})(۳-x۲-x^{۲})}{(\sqrt{۳+x۲}+x)(۴-۱+x)}=\lim_{x\to ۳}\frac{۲+\sqrt{۱+x}}{۲+\sqrt{۱+x}}\times\frac{\sqrt{۳+x۲}+x}{\sqrt{۳+x۲}+x}\times\frac{\sqrt{۳+x۲}-x}{۲-\sqrt{۱+x}}$$

$$=\lim_{x\to ۳}\frac{(۲+\sqrt{۱+x})(۱+x)(۳-x)}{(\sqrt{۳+x۲}+x)(۳-x)}=\frac{۴\times۴}{۶}=\frac{۸}{۳}$$

۱۴۲ الف)

$$\lim_{x\to ۲}\frac{۲-x-x^{۲}}{(\sqrt{۲+x}+x)(۴-x^{۲})}=\lim_{x\to ۲}\frac{\sqrt{۲+x}+x}{\sqrt{۲+x}+x}\times\frac{\sqrt{۲+x}-x}{۴-x^{۲}}$$

$$=\lim_{x\to ۲}\frac{(۱+x)(۲-x)}{(\sqrt{۲+x}+x)(۲+x)(۲-x)}=\lim_{x\to ۲}\frac{۱+x}{(\sqrt{۲+x}+x)(۲+x)}=\frac{۳}{۴\times۴}=\frac{۳}{۱۶}$$

ب)

$$\lim_{x\to ۳}\frac{۴+\sqrt{۵+x}+\sqrt[۳]{۲+\sqrt{(۵+x)^{۲}}}}{۴+\sqrt{۵+x}+\sqrt[۳]{۲+\sqrt{(۵+x)^{۲}}}}\times\frac{۲-\sqrt{۵+x}}{۹-x^{۲}}$$

$$=\lim_{x\to ۳}\frac{۸-۵+x}{(۴+\sqrt{۵+x}+\sqrt[۳]{۲+\sqrt{(۵+x)^{۲}}})(۳+x)(۳-x)}$$

$$=\lim_{x\to ۳}\frac{۱}{(۴+\sqrt{۵+x}+\sqrt[۳]{۲+\sqrt{(۵+x)^{۲}}})(۳+x)}=\frac{۱}{۱۲\times۶}=\frac{۱}{۷۲}$$

۱۴۳ از آن‌جا که مخرج صفر می‌شود باید حد $\div$ باشد بنابراین باید به ازای $x=۲$ صورت کسر نیز صفر شود.

$$\lim_{x\to ۲}۸+a۲+b=۰\Rightarrow a۲+b=-۸$$

$$\lim_{x\to ۲}\frac{\left(\frac{b}{۲}-x۲\right)(۲-x)}{(۲+x)(۲-x)}=\frac{\frac{b}{۲}-۴}{۴}=\frac{b}{۲}-۴\Rightarrow۱۰=\frac{b}{۲}-۴\Rightarrow۴۰=\frac{b}{۲}-\Rightarrow۳۶=b-۷۲$$

$$a^{۲}-۷۲=-۸\Rightarrow a^{۲}=۶۴\Rightarrow a=۳۲$$

Telegram: @konkur_in

۱۴۴ الف) $\lim_{x\to 4^-} \frac{16 + 4x - x^2}{4 - x} = \lim_{x\to 4^-} \frac{(16 + 4x - x^2)(4 + x)}{(4 - x)(4 + x)} = \lim_{x\to 4^-} \frac{64 + x^3}{16 - x^2} = \frac{16 + 16 + 16}{-8} = -2 - 2 - 2 = -6$

ب) $\lim_{x\to 0} \frac{7 - x^2}{1 - x} = \lim_{x\to 0} \frac{(7 - x^2)x}{(1 - x)x} = \lim_{x\to 0} \frac{7x - x^3}{x - x^2} = \frac{7 - 0}{1 - 0} = 7$

۱۴۵ $\lim_{x\to \infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \lim_{x\to \infty} \frac{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}{\sqrt{1 + x}} = 1$

۱۴۶ $\lim_{x\to -\infty} \frac{|x|}{x} = \lim_{x\to -\infty} \frac{\sqrt{4 + x^2}}{4 + x} = -1$

۱۴۷ $\lim_{x\to \infty} \left(\frac{x}{1 - x} - \frac{x}{1 + x}\right) = \lim_{x\to \infty} \frac{x}{1 - x} - \lim_{x\to \infty} \frac{x}{1 + x} = 1 - 1 = 0$

۱۴۸ $\lim_{x\to 0} \frac{xCos - 1}{xSin} = \lim_{x\to 0} \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2 Sin2}{\frac{x}{2}Cos\frac{x}{2}Sin2} = \lim_{x\to 0} \frac{\frac{x}{2}Sin}{\frac{x}{2}Cos} = 0$

۱۴۹ $\lim_{x\to -3^-} \frac{12x + 9x^2 + x^3}{12 - x + x^2} = \lim_{x\to -3^-} \frac{12x + 9x^2 + x^3}{(4 + x)(3 - x)} = \frac{144}{7\times 0^-} = -\infty$

۱۵۰ $\lim_{x\to -4^-} \left(\frac{3}{4 + x} - \frac{2}{4 - 3x + x^2}\right) = \lim_{x\to -4^-} \left(\frac{3}{(4 + x)} - \frac{2}{(1 - x)(4 + x)}\right)$

$= \lim_{x\to -4^-} \frac{(1 - x)3 - 2}{(1 - x)(4 + x)} = \lim_{x\to -4^-} \frac{3x - 5}{(1 - x)(4 + x)} = \frac{17}{(-5)\times 0^-} = +\infty$

۱۵۱ اگر $3 < x < 4$ آن‌گاه $[x] = 3$ پس: $f(x) = \lim_{x\to -4^-} \frac{4 - 3}{4 - x} = \frac{1}{0^-} = +\infty$

۱۵۲ $\lim_{x\to -2^-} f(x) = \lim_{x\to -2^-} \frac{\sqrt{x + 2}\times\sqrt{x - 2}}{2 - x} = \lim_{x\to -2^-} \frac{\sqrt{x + 2}}{\sqrt{x - 2}} = \frac{2}{0^-} = -\infty$

۱۵۳ حد مخرج باید صفر شود و در همسایگی محذوف $x = 3$ باید مثبت باشد پس مخرج باید به صورت $(x - 3)^2$ باشد پس $(x - 3)^2 = 9 - 6x + x^2 = a + bx + x^2$ و از آن‌جا $b = 9$ و $a = -6$.

۱۵۴ $\lim_{x\to 2^+} \frac{1}{(2 - x)^2} - \frac{3}{2 - x} = x \to 2^+ \Rightarrow = -\infty = \frac{4 - x}{(2 - x)^2} = \frac{4 - x}{0^+} = -\infty$

۱۵۵ $\lim_{x\to 4^+} \sqrt{4 - x^2} = \sqrt{12} > 0$

$\lim_{x\to 4^+} (4 - x) = 0$

چون در سمت راست $x = 4$ مخرج مثبت است پس حاصل حد $+\infty$ است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۵۶) چون $\lim_{x\to 0^-} \sqrt{x+3^2}^{3} = 3 > 0$ و $\lim_{x\to 0^-} x = 0$ و مخرج در سمت چپ $x = 0$ منفی است پس:

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{x+3^2}^{3}}{x} = -\infty$$

۱۵۷) $$\lim_{x\to 0} \frac{(3+\sqrt{9+x})(3-\sqrt{9+x})}{(3+\sqrt{9+x})x} = \lim_{x\to 0} \frac{3-\sqrt{9+x}}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{1}{3+\sqrt{9+x}} = \frac{1}{6}$$

۱۵۸) $$\lim_{x\to 0} \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{2+x})(\sqrt{2}-\sqrt{2+x})}{(\sqrt{2}+\sqrt{2+x})x} = \lim_{x\to 0} \frac{x}{(\sqrt{2}+\sqrt{2+x})x} = \lim_{x\to 0} \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{2+x}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

۱۵۹) $$\lim_{x\to \frac{1}{3}} \frac{(1-3x)}{(1+3x)(1-3x)} = \lim_{x\to \frac{1}{3}} \frac{1}{1+3x} = \frac{1}{1+\frac{1}{3}\times 3} = \frac{1}{2}$$

۱۶۰) $$\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x^5\left(1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x^5}\right)} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x^5} = 0$$ (طبق مساله قبل)

۱۶۱) $$\lim_{x\to (-4)^+} \frac{3-x^3+2}{(4+x)(1-x)} = \lim_{x\to (-4)^+} \left(\frac{3}{4+x}+\frac{2}{(4+x)(1-x)}\right) =$$ حد مورد نظر

$$\lim_{x\to (-4)^+} \frac{1-x^3}{(4+x)(1-x)} = \frac{-13}{(0^+)(5)} = +\infty$$

۱۶۲) $$\lim_{x\to -\infty} \frac{\left(\frac{1}{x}-2\right)x}{\sqrt{x^2\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}+3\right)}} =$$ حد مورد نظر $\frac{-2}{\sqrt{3}} = \frac{0-2}{0+0+\sqrt{-3}}$

$$= \lim_{x\to -\infty} \frac{\left(\frac{1}{x}-2\right)x}{-x\sqrt{\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}+3}}$$

۱۶۳) $$\lim_{x\to -\infty} \frac{x^3}{1} \times \frac{x-\sqrt[3]{3x+x^3}}{\sqrt[3]{x^2+\sqrt[3]{(3x+x^3)^2}}+\sqrt[3]{x^2+3x+x^3}} \to \lim_{x\to -\infty} (x-\sqrt[3]{3x+x^3})^3$$

$$= \lim_{x\to -\infty} \frac{3x-3x+x^3}{\sqrt[3]{x^2+\sqrt[3]{(3x+x^3)^2}}+\sqrt[3]{x^2+3x+x^3}}$$ حد مورد نظر

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{3x}{\left(\sqrt[3]{\left(\frac{3}{x^2}+1\right)^2}+\sqrt[3]{1+\frac{3}{x^2}+1}\right)x^2}$$

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{3}{x}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{\left(\frac{3}{x^2}+1\right)^2}+\sqrt[3]{1+\frac{3}{x^2}+1}}\right) = 0 = \frac{1}{1+1+1}\times 0 =$$

٪ حروف‌چینی ریاضی: ۴۸

Telegram: @konkur_in

۱۶۴ حد مورد نظر $= \lim_{x \to +\infty} \frac{\left(\frac{۵}{x} - ۲\right)x}{\left(\frac{۱۱}{x} + ۱۳\right)x} = \frac{۰ - ۲}{۰ + ۱۳} = \frac{۲}{۱۳}$

۱۶۵ $\lim \frac{\sqrt{۲x - \sqrt{x}} + \sqrt{۲x + \sqrt{x}}}{\sqrt{۲x - \sqrt{x}} + \sqrt{۲x + \sqrt{x}}} \times \frac{\sqrt{۲x - \sqrt{x}} - \sqrt{۲x + \sqrt{x}}}{۱}$

حد مورد نظر $\Rightarrow = \lim_{x \to +\infty} \frac{۲x + \sqrt{x} - ۲x + \sqrt{x}}{\sqrt{۲x - \sqrt{x}} + \sqrt{۲x + \sqrt{x}}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{۴x}{\sqrt{\left(\frac{۲}{x} - ۱\right)x} + \sqrt{\left(\frac{۲}{x} + ۱\right)x}}$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x۴}{\left(\sqrt{\frac{۲}{x} - ۱} + \sqrt{\frac{۲}{x} + ۱}\right)x} = \frac{۴}{۱ + ۱} = ۲$$

۱۶۶ $\lim_{x \to -\infty} \frac{۱ + x}{۱ + \sqrt{x}} \lim_{x \to -\infty} \frac{\left(\frac{۱}{x} + ۱\right)x}{\left(\frac{۱}{\sqrt{x}} + ۱\right)\sqrt{x}} = \lim_{x \to -\infty} \left(\frac{\frac{۱}{x} + ۱}{\frac{۱}{\sqrt{x}} + ۱}\right)^{\frac{۱}{x}} = \left(\frac{۰ + ۱}{۰ + ۱}\right)^{۰} = ۰$

۱۶۷ $\lim_{x \to -\infty} \frac{۲ + \sqrt[۳]{x}}{۵x - \sqrt[۴]{x}} = \lim_{x \to -\infty} \frac{\left(\frac{۲}{\sqrt{x}} + ۳\right)^{۲}x}{\left(\frac{۵}{x} - ۴\right)^{۲}x} = \frac{۰ + ۳}{۰ - ۴} = \frac{۳}{۴}$

۱۶۸ $\lim_{x \to +\infty} \frac{x + \sqrt[۳]{x} + \sqrt[۵]{x}}{۱ + \sqrt{x} + \sqrt[۳]{x}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\left(\frac{۱}{\sqrt[۴]{x}} + \frac{۱}{\sqrt{x}} + ۱\right)^{۵}x}{\left(\frac{۱}{\sqrt[۳]{x}} + \frac{۱}{x} + ۱\right)^{۳}x} = \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{\frac{۱}{\sqrt[۴]{x}} + \frac{۱}{\sqrt{x}} + ۱}{\frac{۱}{\sqrt[۳]{x}} + \frac{۱}{x} + ۱}\right)^{۲}x$

$$+\infty = \left(\frac{۰ + ۰ + ۱}{۰ + ۰ + ۱}\right)+\infty =$$

۱۶۹ $+\infty = \left(\frac{۰ + ۱}{۰ + ۱}\right)(+\infty) = \left(\frac{\frac{۳}{\sqrt[۳]{x}} + ۱}{\frac{۲}{\sqrt{x}} + ۱}\right)x \lim_{x \to +\infty} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\left(\frac{۳}{\sqrt[۳]{x}} + ۱\right)^{۳}x}{\left(\frac{۲}{\sqrt{x}} + ۱\right)^{۲}x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{۳ + \sqrt[۳]{x}}{۲ + \sqrt{x}}$

۱۷۰ $+\infty = \frac{۱}{+۰} = \lim_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{x\text{Cos} + ۱}{x\text{Sin} - ۱}$

۱۷۱ $-\infty = \frac{۱}{-۰} = \lim_{x \to -۰} \frac{x\text{Cos}}{x\text{Sin}} = \lim_{x \to -۰} \cot(x)$

توجه داشته باشید وقتی x از مقادیر کمتر از صفر به صفر نزدیک می‌شود، x در ناحیه‌ی چهارم است پس: $x\text{Sin} < ۰$

۱۷۲ $+\infty = \frac{۱}{+۰} = \lim_{x \to -۰} \frac{x\text{Cos}}{x\text{Sin}} = \lim_{x \to -۰} \cot(x)$

Telegram: @konkur_in

حروفچینی ریاضی: ۴۸٪

www.konkur.in

توجه داشته باشید وقتی x از مقادیر بیشتر از صفر، به صفر نزدیک می‌شود، x در ناحیه‌ی اول است، پس: $x\sin > 0$

۱۷۳ $$\frac{1}{0^+} = \infty^+ = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^+} \frac{x\sin}{x\cos} = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^+} x\tan$$

توجه داشته باشید وقتی x از مقادیر بیشتر از $\frac{\pi}{2}$ ، به $\frac{\pi}{2}$ نزدیک می‌شود، x در ناحیه‌ی دوم است، پس: $x\cos < 0$.

۱۷۴ $$\frac{1}{0^+} = \infty^+ = \lim_{x \to \frac{-\pi}{2}^+} \frac{x\sin}{x\cos} = \lim_{x \to \frac{-\pi}{2}^+} x\tan$$

توجه داشته باشید وقتی x از مقادیر کمتر از $\frac{\pi}{2}$ ، به $\frac{\pi}{2}$ نزدیک می‌شود، x در ناحیه اول است، پس: $x\cos > 0$.

۱۷۵ $$\frac{-1}{0^+} = \infty^+ = \lim_{x \to 3^-} \frac{3-2}{3-x} = \lim_{x \to 3^-} \frac{3-[x]}{3-x}$$

۱۷۶ $$\frac{1}{0^-} = \infty^- = \lim_{x \to 1^+} \frac{1}{(0^+)-} = \lim_{x \to 1^+} \frac{1}{\sqrt{x-x^2}-} = \lim_{x \to 1^+} \frac{\sqrt{x-x^2}}{(x-x^2)-} = \lim_{x \to 1^+} \frac{\sqrt{x-x^2}}{x^2-x}$$

۱۷۷ $$\infty^+ = \frac{\sqrt{6}}{0^+} = \lim_{x \to 3^+} \frac{\sqrt{3+x}}{\sqrt{3-x}} = \lim_{x \to 3^+} \frac{\sqrt{3+x}\sqrt{3-x}}{3-x} = \lim_{x \to 3^+} \frac{\sqrt{9-x^2}}{3-x}$$

۱۷۸ $$\infty^+ = \frac{2}{0^+} = \lim_{x \to 2} \frac{x}{(x-2)^2}$$

۱۷۹ $$4 = \lim_{x \to 2^+} \frac{(2+x)(2-x)}{(2-x)} = \lim_{x \to 2^+} \frac{4-x^2}{|2-x|}$$

۱۸۰ $$\infty^+ = \frac{5}{(3)(0^+)} = \lim_{x \to 1^+} \frac{3+2x}{(2+x)(1-x)} = \lim_{x \to 1^+} \frac{3+2x}{(2-x+x^2)}$$

۱۸۱ $$\infty^+ = \frac{1}{0^+} = \lim_{x \to a-^+} \frac{1}{a+x} = \lim_{x \to (a-)^+} \frac{a-x}{a^2-x^2}$$

۱۸۲ $$\infty^+ = \frac{\frac{21}{5}}{0^+} = \frac{5+\frac{4}{5}-}{0^+} = \lim_{x \to \left(\frac{2-}{5}\right)^+} \frac{5+2x}{2+5x}$$

۱۸۳ $$\infty^+ = \frac{1}{0^+} = \lim_{x \to 3^-} \frac{1}{x-3}$$

۱۸۴ $$\text{حد مورد نظر} = \lim_{x \to 8} \frac{(4+\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{x^2})^3(8-x)}{(4+\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{x^2})^3(2-\sqrt[3]{x})^3}$$

$$= \lim_{x \to 8} \frac{(4+\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{x^2})^3(8-x)}{(8-x)} = 4+4+4 = 12$$

Telegram: @konkur_in

۱۸۵ حد مورد نظر $= \lim_{x \to -۳} \sqrt{\frac{(۳+x)(۳-x)}{(۳+x)(۱+۲x)}} = \sqrt{\frac{-۶}{-۶+۱}} = \sqrt{\frac{۶}{۵}}$

۱۸۶ حد مورد نظر $= \lim_{x \to -۲} \frac{(۵+۳x-x^۲)(۲+x)}{(۱+x)(۲+x)} = \frac{۵+۶+۴}{-۲+۱} = -۱۵$

۱۸۷ حد مورد نظر $= \lim_{h \to ۰} \frac{(\sqrt[۳]{a}+\sqrt[۳]{h+a})(\sqrt[۳]{a}-\sqrt[۳]{h+a})}{(\sqrt[۳]{a}+\sqrt[۳]{h+a})h} = \lim_{h \to ۰} \frac{h}{(\sqrt[۳]{a}+\sqrt[۳]{h+a})h}$

$= \frac{۱}{\sqrt[۳]{a}+\sqrt[۳]{۰+a}} = \frac{۱}{\sqrt[۳]{a}۲}$

۱۸۸ حد مورد نظر $= \lim_{x \to -۱} \frac{(۱+x)(۱-x)}{(۱+x)(۱+x-x^۲)} = \frac{-۲}{۳}$

۱۸۹ حد مورد نظر $= \lim_{x \to ۲} \frac{(۴+۲x+x^۲)(۲-x)}{۲-x} = ۴+۴+۴ = ۱۲$

۱۹۰ حد مورد نظر $= \lim_{x \to ۰} \frac{(۲+\sqrt{۴+x})(۲-\sqrt{۴+x})}{(۲+\sqrt{۴+x})x} = \lim_{x \to ۰} \frac{۴-۴+x}{(۲+\sqrt{۴+x})x} = \frac{۱}{۲+\sqrt{۴+۰}} = \frac{۱}{۴}$

۱۹۱ حد مورد نظر $= \lim_{x \to ۴} \frac{(۲+\sqrt{x})(۲-\sqrt{x})}{(\sqrt{۲+x})(۴-x)} = \lim_{x \to ۴} \frac{(۴-x)}{(۲+\sqrt{x})(۴-x)} = \frac{۱}{۲+\sqrt{۴}} = \frac{۱}{۴}$

۱۹۲ $\lim_{x \to ۱} \frac{(۱+\sqrt{x})(۱-x)}{(۱-x)} = ?$ $= ۱+۱ = ۱+\sqrt{x} \lim_{x \to ۱}$

۱۹۳ حد مورد نظر $= \lim_{x \to ۱} (\sqrt{۳+x^۲}+(۱+x)) = ۲+۲ = \sqrt{۳+۱}+۲ = ۴$

۱۹۴ حد مورد نظر $= \lim_{x \to ۰} \left(\frac{(۱+x)x}{x} - \sqrt{۹+x^۲} \right) = (۱+۰)-\sqrt{۹+۰} = ۲$

۱۹۵ $R_۱(-۱) = f(-۱) = ۱, R_۲(۱) = f(۱) = ۲$

توجه داشته باشید که در تقسیم بر $(۱-x^۲)$ انتظار باقیمانده‌ی درجه‌ی یک یا صفر داریم:

$$\left.\begin{array}{l} f(۱) = a+b = ۲ \Rightarrow x = ۱ \\ f(-۱) = -a+b \Rightarrow -x = -۱ \end{array}\right\} \Rightarrow ax+b+(x)Q(۱-x^۲) = f(x) \quad , \quad a = \frac{۱}{۲}, b = \frac{۳}{۲}$$

$$R(x) = x\frac{۱}{۲} + \frac{۳}{۲} \Rightarrow$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۹۶ این مسأله چهار حالت دارد که بررسی می‌کنیم:

۱) تقسیم $x^n - a^n$ بر $x - a$:

$\Rightarrow f(a) = a^n - a^n = 0$ همواره بر $x - a$ بخش‌پذیر است. $x^n - a^n$

$(x^{n-1} + x^{n-2}a + \ldots + ax^{n-2} + x^{n-1})(x - a) = x^n - a^n$

$Q(x) = x^{n-1} + x^{n-2}a + \ldots + ax^{n-2} + x^{n-1} \Rightarrow$

۲) تقسیم $x^n + a^n$ بر $x + a$:

$$\left.\begin{matrix} n \text{ فرد} & 0 \\ n \text{ زوج} & 2a^n \end{matrix}\right\} = f(-a) = (-a)^n + a^n = R$$

یعنی $x^n + a^n$ وقتی بر $x + a$ بخش‌پذیر است که n فرد باشد حال خارج قسمت را در هر حالت تعیین می‌کنیم:

۲ - ۱) $n = 2k + 1$:

$$x^n + a^n = (x + a)\underbrace{(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \ldots - a^{n-2}x + a^{n-1})}_{\text{خارج قسمت}}$$

۲ - ۲) $n = 2k$:

$$\frac{f(x^{2k}) - f(a^{2k})}{x + a} = \frac{x^{2k} - a^{2k}}{x + a} = \frac{x^n - a^n}{x + a} = Q(x) \Rightarrow (x + a)Q(x) + 2a^n = x^n + a^n$$

$$\frac{(x^{2k-2} + \ldots + a^4x^{2k-4} + a^2x^{2k-2} + a^{2k-2})(x^2 - a^2)}{x + a} =$$

$$(x^{n-2} + \ldots + a^4x^{n-4} + a^2x^{n-2} + a^{n-2})(x - a) =$$

۳) $x^n - a^n$ بر $x + a$:

$$\left.\begin{matrix} n \text{ زوج} & 0 \\ n \text{ فرد} & -2a^n \end{matrix}\right\} = f(-a) = (-a)^n - a^n = R$$

۳ - ۱) $n = 2k$:

$$(x^{n-2} + \ldots + a^4x^{n-4} + a^2x^{n-2} + a^{n-2})(x - a) = \frac{x^{2k} - a^{2k}}{x + a} = Q(x) \to 0 + (x + a)Q(x) = x^n - a^n$$

(مانند حالت ۲ - ۲)

۳ - ۲) $n = 2k + 1$:

$$x^{n-1} - ax^{n-2} + \ldots - a^{n-3}x^2 + a^{n-2}x - a^{n-1} = \frac{x^n + a^n}{x + a} = Q(x) \to 2a^n - (x + a)Q(x) = x^n - a^n$$

۴) $x^8 + a^8$ بر $x - a$:

$$2a^n = a^n + a^n = f(a) = R$$

$$x^{n-1} + ax^{n-2} + \ldots + a^{n-2}x + a^{n-1} = \frac{x^n - a^n}{x - a} = Q(x) \to 2a^n + (x - a)Q(x) = x^n + a^n$$

۱۹۷ اگر تابع f محور xها را در $x = 2$ قطع کند، باید داشته باشیم: $f(2) = 0$ ، پس $f(2)$ را محاسبه می‌کنیم.

حال برای به دست آوردن بقیه‌ی فاکتورها از تقسیم می‌رویم.

$f(2) = 32 - 26 - 6 = 0$

$$\begin{array}{r|l} 4x^3 - 13x - 6 & x - 2 \\ \hline -4x^3 + 8x^2 & 4x^2 + 8x + 3 \\ \hline 8x^2 - 13x - 6 & \\ -8x^2 + 16x & \\ \hline 3x - 6 & \\ -3x + 6 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad \to f(x) = (x - 2)(4x^2 + 8x + 3) = (x - 2)(2x + 1)(2x + 3) = 0$$

$$\to \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{1}{2} \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

٪حروف‌چینی ریاضی-۴۸

Telegram: @konkur_in

۱۹۸ $۵ + a = b \Rightarrow ۰ = b + a - ۳ - ۲- \Rightarrow ۰ = (۱-)f \Rightarrow ۱- = x \Rightarrow ۰ = ۱ + x$

۱۹۹ از راه تقسیم حل می‌کنیم:

$$\begin{array}{r|l} ۶x^{۳} - ۲۹x^{۲} - ۸۵x - ۴۲ & ۲x + ۳ \\ \hline -۶x^{۳} - ۹x^{۲} & ۳x^{۲} - ۱۹x - ۱۴ \\ \hline -۳۸x^{۲} - ۸۵x - ۴۲ & \\ +۳۸x^{۲} + ۵۷x & \\ \hline -۲۸x - ۴۲ & \\ +۲۸x + ۴۲ & \\ \hline ۰ & \end{array}$$

$$f(x) = (۲x + ۳)(۳x^{۲} - ۱۹x - ۱۴) = (۲x + ۳)(۳x + ۲)(x - ۷)$$

۲۰۰ باید مقدار دو چند جمله‌ای به ازای $x = ۱-$ یکسان شود پس: $۱ - ۳ - ۲ = ۱- - ۴ + ۵ + p \Rightarrow p = ۶$

۲۰۱ $۱۰ = k \Rightarrow ۲۰ = ۲k \Rightarrow ۰ = ۸ - ۲k + ۴ + ۱۶- \Rightarrow ۰ = (۲-)f$

۲۰۲ $(x - ۲)$ بر $f(x)$ بخش‌پذیر است. $\Rightarrow ۰ = ۶ - ۱۰ - ۸ + ۸ = (۲)f = R$

حال $f(x)$ را بر $(x - ۲)$ تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r|l} x^{۳} + ۲x^{۲} - ۵x - ۶ & x - ۲ \\ \hline -x^{۳} + ۲x^{۲} & x^{۲} + ۴x + ۳ \\ \hline ۴x^{۲} - ۵x - ۶ & \\ -۴x^{۲} + ۸x & \\ \hline ۳x - ۶ & \\ -۳x + ۶ & \\ \hline ۰ & \end{array}$$

$$\Rightarrow f(x) = (x - ۲)(x^{۲} + ۴x + ۳) = (x - ۲)(x + ۱)(x + ۳)$$

۲۰۳ برای محاسبه‌ی خارج قسمت، داریم: $۱ + ۱ + ۱ + ۱ = (۱)f = R = ۴$

$$۴ + (x)Q(۱ - x) = x + {}^{۳}x + {}^{۵}x + {}^{۷}x$$

$$\frac{(۱ - x) + (۱ - {}^{۳}x) + (۱ - {}^{۵}x) + (۱ - {}^{۷}x)}{۱ - x} = \frac{۴ - x + {}^{۳}x + {}^{۵}x + {}^{۷}x}{۱ - x} = (x)Q \rightarrow$$

$$\frac{\left[۱ + (۱ + x + {}^{۲}x) + (۱ + x + {}^{۲}x + {}^{۳}x + {}^{۴}x) + (۱ + x + {}^{۲}x + {}^{۳}x + {}^{۴}x + {}^{۵}x + {}^{۶}x)\right](۱ - x)}{۱ - x} =$$

$$۴ + ۳x + {}^{۲}۳x + {}^{۳}۲x + {}^{۴}۲x + {}^{۵}x + {}^{۶}x = (x)Q \Rightarrow$$

برای محاسبه‌ی خارج قسمت می‌توانستیم تقسیم را نیز انجام دهیم.

$$R = f(۳) = ۴(۲۷) - ۳۹(۳) + ۱۱ = ۲$$

$$\begin{array}{r|l} ۴x^{۳} - ۳۹x + ۱۱ & x - ۳ \\ \hline -۴x^{۳} + ۱۲x^{۲} & ۴x^{۲} + ۱۲x - ۳ \\ \hline ۱۲x^{۲} - ۳۹x + ۱۱ & \\ -۱۲x^{۲} + ۳۶x & \\ \hline -۳x + ۱۱ & \\ +۳x - ۹ & \\ \hline ۲ & \end{array}$$

$$۴x^{۳} - ۳۹x + ۱۱ = (x - ۳)(۴x^{۲} + ۱۲x - ۳) + ۲$$

۲۰۴

Telegram: @konkur_in

۲۰۵ $$\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(x+\frac{1}{x}\right)^{2}}{\sqrt{x^{2}+\frac{1}{x^{2}}}+x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(2+\frac{1}{x}\right)x}{\sqrt{\left(2+\frac{1}{x^{2}}\right)x^{2}}+x}=\lim_{x\to+\infty}=0$$

۲۰۶ $$\lim_{x\to+\infty}\frac{-3x^{2}}{x^{2}}=-3=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^{2}+\frac{1}{x^{2}}}-3x^{2}}{\left(1-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^{2}}\right)x^{2}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{\left(2+\frac{1}{x^{2}}\right)x^{2}}-3x^{2}}{\left(1-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^{2}}\right)x^{2}}$$

۲۰۷ $$\lim_{x\to\pm\infty}(-3x^{2})=\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{-3x^{4}}{x^{2}}\right)=-\infty$$

۲۰۸ $$\lim_{x\to\pm\infty}2x^{2}=\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{2x^{3}}{x}\right)=+\infty$$

۲۰۹ $$\lim_{x\to\pm\infty}\left(x\frac{-3}{2}\right)=\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{-3x^{2}}{2x}\right)=\pm\infty$$

۲۱۰ $$\lim_{x\to\pm\infty}2x=\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{6x^{2}}{3x}\right)=\pm\infty$$

۲۱۱ $$\lim_{x\to\pm\infty}\left(x\frac{2}{3}\right)=\pm\infty$$

۲۱۲ $$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{3}{2x}=0=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{3x^{n}}{2x^{n+1}}$$

۲۱۳ $$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x}{2^{2x}}=0$$

۲۱۴ $$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{4}{x}=0=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{4^{2}x}{3^{x}}$$

۲۱۵ $$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{12x^{n}}{6x^{n}}=2$$

۲۱۶ $$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{4x^{3}}{-2x^{3}}=-2$$

۲۱۷ $$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{-x^{2}}{3x^{2}}=-\frac{1}{3}$$

۲۱۸ $$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{-3x}{x}=-3$$

۲۱۹ $$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{2x}{x}=2$$

٪حروف‌چینی ریاضی: ۴۸

Telegram: @konkur_in

۲۲۰ $\lim_{x \to \infty^{\pm}} (x^{۵}) = \infty^{\pm}$

۲۲۱ $\lim_{x \to \infty^{\pm}} (-x^{۴}) = \infty^{-}$

۲۲۲ $\lim_{x \to \infty^{\pm}} (۳x^{۴}) = \infty^{+}$

۲۲۳ $\lim_{x \to \infty^{\pm}} (-۸x^{۳}) = \infty^{\pm}$

۲۲۴ $\lim_{x \to \infty^{\pm}} (-x^{۳}) = \lim_{x \to \infty^{\pm}} (-x^{۳} + ۳x - ۲) = \infty^{\pm}$

۲۲۵ $\lim_{x \to \infty^{\pm}} (x^{۳}) = \lim_{x \to \infty^{\pm}} (x^{۳} - ۲x^{۲} + ۱) = \infty^{\pm}$

۲۲۶ $\lim_{x \to \infty^{\pm}} (-۲x^{۲}) = \lim_{x \to \infty^{\pm}} (-۲x^{۲} + x + ۳) = \infty^{-}$

۲۲۷ $\lim_{x \to \pm} (۳x^{۲}) = \lim_{x \to \infty^{\pm}} (۳x^{۲} - x + ۲) = \infty^{+}$

۲۲۸ $\lim_{x \to \infty^{\pm}} x\frac{۲}{۷} = \lim_{x \to \infty^{\pm}} x\left(\frac{۲}{۷} + \frac{۱}{x}\right) = \lim_{x \to \infty^{\pm}} \left(x\frac{۲}{۷} + ۱\right) = \infty^{\pm}$

۲۲۹ $\lim_{x \to \infty^{\pm}} x\frac{-۱}{۳} = \lim_{x \to \infty^{\pm}} x\left(\frac{-۱}{۳} + \frac{۴}{x}\right) = \lim_{x \to \infty^{\pm}} \left(x\frac{-۱}{۳} + ۴\right) = \infty^{\pm}$

۲۳۰ $$\lim_{x \to \frac{\pi}{۳}^{-}} \frac{tgx + \sqrt{۳}}{tgx - \sqrt{۳}} = \lim_{x \to \frac{\pi}{۳}^{-}} \frac{tg\frac{\pi}{۳} + tg\frac{\pi}{۳}}{\underbrace{tg\frac{\pi}{۳}}_{\sqrt{۳}^{-}} - \underbrace{tg\frac{\pi}{۳}}_{\sqrt{۳}}} = \frac{۲\sqrt{۳}}{۰^{-}} = -\infty$$

۲۳۱ $\infty^{+} = \frac{۲}{۰^{+}} = \frac{۲}{۲x} \lim_{x \to ۰^{+}} = \frac{۱}{\frac{۲x}{۲}} \lim_{x \to ۰^{+}} = \frac{۱}{\frac{x}{۲}^{۲}} \lim_{x \to ۰^{+}} \text{Sin}۲ = \frac{۱}{x\text{Cos} - ۱} \lim_{x \to ۰^{+}}$

۲۳۲ $\infty^{-} = \frac{۱}{-۰} = \frac{۱}{\frac{\pi}{۲}^{+}\text{Cos}} \lim_{x \to \frac{\pi}{۲}^{+}} = \frac{۱}{x\text{Cos}} \lim_{x \to \frac{\pi}{۲}^{+}}$

۲۳۳ $\infty^{-} = \frac{۱}{-۰} = \frac{۱}{-۰\text{Sin}} \lim_{x \to -۰} = \frac{۱}{x\text{Sin}} \lim_{x \to -۰}$

۲۳۴ $\infty^{+} = \frac{۱}{۰^{+}} = \left(\frac{۰^{+}\text{Cos}}{۰^{+}\text{Sin}}\right)^{۳} = \frac{x^{۳}\text{Cos}}{x^{۳}\text{Sin}} \lim_{x \to ۰^{+}} = x^{۳}\text{Cotg} \lim_{x \to ۰^{+}}$

۲۳۵ $\infty^{+} = {}^{۲}\left(\frac{۱}{{}^{-}۰}\right) = {}^{۲}\left(\frac{x\text{Sin}}{x\text{Cos}}\right)\underset{{}^{+}\frac{\pi}{۲}\to x}{\text{Lim}} = x^{۲}\text{tg}\underset{{}^{+}\frac{\pi}{۲}\to x}{\text{Lim}}$

۲۳۶ $\infty^{-} = \frac{۱}{{}^{-}۰} = \frac{{}^{+}\frac{\pi}{۲}\text{Sin}}{{}^{+}\frac{\pi}{۲}\text{Cos}} = {}^{+}\frac{\pi}{۲}\text{tg}\underset{{}^{+}\frac{\pi}{۲}\to x}{\text{Lim}} = \text{tgx}\underset{{}^{+}\frac{\pi}{۲}\to x}{\text{Lim}}$

۲۳۷ $\infty^{+} = \frac{۵-}{{}^{-}۰} = \frac{۵-}{۱-{}^{-}۱} \to \frac{{}^{۲}۵x-}{۱-{}^{۲}x}\underset{{}^{-}۱\to x}{\text{Lim}}$, $\infty^{-} = \frac{۵-}{{}^{+}۰} = \frac{۵-}{۱-{}^{+}۱} \to \frac{{}^{۲}۵x-}{۱-{}^{۲}x}\underset{{}^{+}۱\to x}{\text{Lim}}$ حد ندارد

۲۳۸ $\infty^{+} = \frac{۴}{{}^{+}۰} = \frac{۴}{(۹-{}^{+}۹)} \to \frac{۱+x}{۹-{}^{۲}x}\underset{{}^{+}۳\to x}{\text{Lim}}$

حد ندارد $\Rightarrow$ $\infty^{-} = \frac{۴}{{}^{-}۰} = \frac{۴}{(۹-{}^{-}۹)} \to \frac{۱+x}{۹-{}^{۲}x}\underset{{}^{-}۳\to x}{\text{Lim}}$

۲۳۹ $\infty^{+} = \frac{۱}{{}^{۴}(۱+x)}\underset{{}^{۱-}\to x}{\text{Lim}} \Rightarrow$ $\infty^{+} = \frac{۱}{{}^{+}۰} = \frac{۱}{{}^{۴}(۱+{}^{+}۱-)} \Rightarrow \frac{۱}{{}^{۴}(۱+x)}\underset{{}^{+}۱-\to x}{\text{Lim}}$

$\infty^{+} = \frac{۱}{{}^{+}۰} = \frac{۱}{{}^{۴}(۱+{}^{-}۱-)} \Rightarrow \frac{۱}{{}^{۴}(۱+x)}\underset{{}^{-}۱-\to x}{\text{Lim}}$

۲۴۰ $\infty^{-} = \frac{۱-}{{}^{۴}x}\underset{{}^{۰}\to x}{\text{Lim}} \Rightarrow$ $\infty^{-} = \frac{۱-}{{}^{+}۰} = \frac{۱-}{{}^{۴}(^{+}۰)} \to \frac{۱-}{{}^{۴}x}\underset{{}^{+}۰\to x}{\text{Lim}}$

$\infty^{-} = \frac{۱-}{{}^{+}۰} = \frac{۱-}{{}^{۴}(^{-}۰)} \to \frac{۱-}{{}^{۴}x}\underset{{}^{-}۰\to x}{\text{Lim}}$

۲۴۱ $\underset{x\to\frac{۱}{۲}^{+}}{\text{Lim}}\ \frac{۴}{۲x-۱} \to \frac{۴}{۲\left(\frac{۱}{۲}^{+}\right)-۱} = +\infty$ حد ندارد

$\underset{x\to\frac{۱}{۲}^{-}}{\text{Lim}}\ \frac{۴}{۲x-۱} \to \frac{۴}{۲\left(\frac{۱}{۲}^{-}\right)-۱} = \frac{۴}{۰^{-}} = -\infty$

۲۴۲ $\underset{x\to ۲^{+}}{\text{Lim}}\frac{۳x+۵}{x^{۲}-۴} \Rightarrow \frac{۱۱}{(۴^{+}-۴)} = \frac{۱۱}{۰^{+}} = +\infty$ حد ندارد

$\underset{x\to ۲^{-}}{\text{Lim}}\frac{۳x+۵}{x^{۲}-۴} \Rightarrow \frac{۱۱}{(۴^{-}-۴)} = \frac{۱۱}{۰^{-}} = -\infty$

۲۴۳ $\infty^{-} = \frac{۱}{{}^{-}۰} = \frac{۱}{(۲-{}^{-}۲)} = \frac{۳+x-}{(۲-x)}\underset{{}^{-}۲\to x}{\text{Lim}}$

۲۴۴ $\infty^{+} = \frac{۹}{{}^{۲}(^{+}۰)} = \frac{۹}{{}^{۲}(۳-{}^{+}۳)}\ \frac{۳+۲x}{{}^{۲}(۳-x)}\underset{{}^{+}۳\to x}{\text{Lim}}$

Telegram: @konkur_in

۲۴۵ $\lim_{x \to -۱^+} \frac{-۱}{(x+۱)^۲} - \frac{۱}{(-۱+^+۰)^۲} = \frac{-۱}{^+۰} = -\infty$

۲۴۶ $\lim_{x \to -۲^-} \frac{۴x}{(x+۲)^۲} = \frac{-۸}{(-۲+۲-)^۲} = \frac{-۸}{(^-۰)^۲} = \frac{-۸}{^+۰} = -\infty$

۲۴۷ $\lim_{x \to -۲} \frac{۳}{۲ - x} \frac{۳}{۲ - ^-۲} = \frac{۳}{^-۰} = -\infty$

۲۴۸ $\lim_{x \to ۱^+} \frac{۳ + ۲x}{۱ - x} = \frac{۳ + ۲}{۱ - ^+۱} = \frac{۵}{^+۰} = +\infty$

۲۴۹ $\lim_{x \to -۲} \frac{۱ + \sqrt{۳x + ۷}}{۱ + \sqrt{۳x + ۷}} \times \frac{\sqrt{x + ۱۸} - ۲x}{\sqrt{x + ۱۸} - ۲x} \times \frac{\sqrt{x + ۱۸} + ۲x}{۱ - \sqrt{۳x + ۷}}$

$$\lim_{x \to -۲} \frac{(۴x^۲ - x - ۱۸)\overbrace{\left(\sqrt{۳x + ۷} + ۱\right)}^{a}}{(۳x + ۷ - ۱)\underbrace{\left(۲x - \sqrt{x + ۱۸}\right)}_{b}} = \lim_{x \to -۲} \frac{a(x+۲)(۴x - ۹)}{۳b(x+۲)} = \frac{۱۷}{۱۲}$$

۲۵۰ $\lim_{x \to ۵^+} \frac{۱ + \sqrt{۱۶ + ۳x}}{۱ + \sqrt{۱۶ + ۳x}} \times \frac{۵ + x}{۱ - \sqrt{۱۶ + ۳x}} = \lim_{x \to ۵} \frac{(۱ + \sqrt{۱۶ + ۳x})(۵ + x)}{(۵ + x)۳} = \frac{۲}{۳}$

۲۵۱ $\lim_{x \to ۱} \frac{۱ - ۳x + ^۲۳x - ^۳x}{۱ + ۲x - ^۲x} = \lim_{x \to ۱} \frac{(۱ + ۲x - ^۲x)(۱ - x)}{^۲(۱ - x)} = \lim_{x \to ۱} \frac{^۲(۱ - x)}{(۱ - x)} = \lim_{x \to ۱} (۱ - x) = ۰$

۲۵۲ $\lim_{x \to -۲} \frac{۱۲ - ^۲۳x}{^۲x - x - ۲} = \lim_{x \to -۲} \frac{(۴ - ^۲x)۳}{(۱ + x-)(۲ + x)} = \lim_{x \to -۲} \frac{[(۲ + x)(۲ - x)]۳}{(x - ۱)(۲ + x)} = \frac{۱۲-}{۳} = -۴$

۲۵۳ $\lim_{x \to ^+۰} \frac{\sqrt{x}}{x} \times \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \lim_{x \to ^+۰} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \lim_{x \to ^+۰} \sqrt{x} = ۰$

۲۵۴ $\lim_{x \to -۴} \frac{۲ + \sqrt{x}}{۲ + \sqrt{x}} \times \frac{۲ - \sqrt{x}}{x - ۴} = \lim_{x \to -۴} \frac{۴ - x}{(۲ + \sqrt{x})(۴ - x)} = \frac{۱}{۴-} = -\frac{۱}{۴}$

۲۵۵ $\lim_{x \to -۲} \frac{\sqrt{۶ + x} - x}{\sqrt{۶ + x} - x} \times \frac{\sqrt{۶ + x} + x}{۲ + x} = \lim_{x \to -۲} \frac{۶ - x - ^۲x}{(\sqrt{۶ + x} - x)(۲ + x)}$

$$= \lim_{x \to -۲} \frac{(۳ - x)(۲ + x)}{(\sqrt{۶ + x} - x)(۲ + x)} = \frac{۵-}{۴-} = \frac{۵}{۴}$$

Telegram: @konkur_in

۲۵۶ $$۲ = \frac{۲}{۱} = \frac{(۱ - x + {}^{۲}x + {}^{۳}x)(۱ - x)}{(۱ - ۲x)(۱ - x)} \underset{۱\to x}{\text{Lim}} = \frac{۱ + ۲x - {}^{۴}x}{۱ + ۳x - {}^{۲}۲x} \underset{۱\to x}{\text{Lim}}$$

۲۵۷ $$۶ = \frac{۳ + x}{۲ - x} \underset{۳\to x}{\text{Lim}} = \frac{(۳ + x)(۳ - x)}{(۲ - x)(۳ - x)} \underset{۳\to x}{\text{Lim}} = \frac{۹ - {}^{۲}x}{۶ + ۵x - {}^{۲}x} \underset{۳\to x}{\text{Lim}}$$

۲۵۸ $$\frac{(۳ + ۲x - {}^{۲}۳x)(۱ + x)}{(۱ + x)(۱ + x)} \underset{۱-\to x}{\text{Lim}} = \frac{۳ + x + {}^{۲}x + {}^{۳}۳x}{۱ + ۲x + {}^{۲}x} \underset{۱-\to x}{\text{Lim}}$$

حد ندارد ⇒
$$\begin{cases} +\infty = \frac{۸}{+۰} = \frac{۳+۲x-{}^{۲}۳x}{۱+x} \underset{{}^{+}۱-\to x}{\text{Lim}} \\ -\infty = \frac{۸}{-۰} = \frac{۳+۲x-{}^{۲}۳x}{۱+x} \underset{{}^{-}۱-\to x}{\text{Lim}} \end{cases} \frac{۳ + ۲x - {}^{۲}۳x}{۱ + x} \underset{۱-\to x}{\text{Lim}} =$$

۲۵۹ $$۰ = \frac{۱ - x}{۳ + ۲x} \underset{۱\to x}{\text{Lim}} = \frac{{}^{۲}(۱ - x)}{(۳ + ۲x)(۱ - x)} \underset{۱\to x}{\text{Lim}} = \frac{۱ + ۲x - {}^{۲}x}{۳ - x + {}^{۲}۲x} \underset{۱\to x}{\text{Lim}}$$

۲۶۰ $$\frac{۳}{۴} = \frac{۳-}{۴-} = \frac{۲ - x}{۳ - x} \underset{۱-\to x}{\text{Lim}} = \frac{(۲ - x)(۱ + x)}{(۳ - x)(۱ + x)} \underset{۱-\to x}{\text{Lim}} = \frac{۲ - x - {}^{۲}x}{۳ - ۲x - {}^{۲}x} \underset{۱-\to x}{\text{Lim}}$$

۲۶۱ $$۴ = (۳ + x) \underset{۱\to x}{\text{Lim}} = \frac{(۳ + x)(۱ - x)}{۱ - x} \underset{۱\to x}{\text{Lim}} = \frac{۳ - ۲x + {}^{۲}x}{۱ - x} \underset{۱\to x}{\text{Lim}}$$

۲۶۲ $$\frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۱ - x} \underset{۴\to x}{\text{Lim}} = \frac{۴ - x}{(۱ - x)(۴ - x)} \underset{۴\to x}{\text{Lim}} = \frac{۴ - x}{۴ + ۵x - {}^{۲}x} \underset{۴\to x}{\text{Lim}}$$

۲۶۳
$$\begin{array}{l|l} ۳s^{۳} + ۸s^{۲} + s - ۷ & s + ۲ \\ \hline -(۳s^{۳} + ۶s^{۲}) & ۳s^{۲} + ۲s - ۳ \\ \hline ۲s^{۲} + s - ۷ & \\ -(۲s^{۲} + ۴s) & \\ \hline -۳s - ۷ & \\ -(-۳s - ۶) & \\ \hline -۱ & \end{array}$$

$$۳s^{۳} \div s = ۳s^{۲}$$
$$۳s^{۲}(s + ۲) = ۳s^{۳} + ۶s^{۲}$$
$$۲s^{۲} \div s = ۲s$$
$$۲s(s + ۲) = ۲s^{۲} + ۴s$$
$$-۳s \div s = -۳$$
$$-۳(s + ۲) = -۳s - ۶$$

۲۶۴ ابتدا مقسوم و مقسوم‌علیه را به صورت استاندارد می‌نویسیم:

$$\begin{array}{l|l} -x^{۳} - ۲x^{۲} + ۴x + ۷ & x - ۲ \\ \hline -(-x^{۳} + ۲x^{۲}) & -x^{۲} - ۴x - ۴ \\ \hline -۴x^{۲} + ۴x + ۷ & \\ -(-۴x^{۲} + ۸x) & \\ \hline -۴x + ۷ & \\ -(-۴x + ۸) & \\ \hline -۱ & \end{array}$$

$$-x^{۳} \div x = -x^{۲}$$
$$-x^{۲}(x - ۲) = -x^{۳} + ۲x^{۲}$$
$$-۴x^{۲} \div x = -۴x$$
$$-۴x(x - ۲) = -۴x^{۲} + ۸x$$
$$-۴x \div x = -۴$$
$$-۴(x - ۲) = -۴x + ۸$$

خارج قسمت $= -x^{۲} - ۴x - ۴$ ، باقیمانده $= -۱$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۶۵ در این تقسیم x را متغیر اصلی فرض می‌کنیم و y پارامتر.

$$\begin{array}{l|l} x^3 + x^2y - xy^2 - 2y^3 & x + y \\ \hline -(x^3 + x^2y) & x^2 - y^2 \\ \cdots\cdots\cdots & \\ -xy^2 - 2y^3 & \\ -(-xy^2 - y^3) & \\ \hline -y^3 & \end{array}$$

$x^3 \div x = x^2$

$x^2(x + y) = x^3 + x^2y$

$-xy^2 \div x = -y^2$

$-y^2(x + y) = -xy^2 - y^3$

خارج قسمت = $x^2 - y^2$ و باقی‌مانده = $-y^3$

۲۶۶

$$\begin{array}{l|l} 9d^3 + 5d - 8 & 3d - 2 \\ \hline -(9d^3 - 6d^2) & 3d^2 + 2d + 3 \\ \cdots\cdots\cdots & \\ 6d^2 + 5d - 8 & \\ -(6d^2 - 4d) & \\ \cdots\cdots\cdots & \\ 9d - 8 & \\ -(9d - 6) & \\ \cdots\cdots\cdots & \\ -2 & \end{array}$$

$9d^3 \div 3d = 3d^2$

$3d^2(3d - 2) = 9d^3 - 6d^2$

$6d^2 \div 3d = 2d$

$2d(3d - 2) = 6d^2 - 4d$

$9d \div 3d = 3$

$3(3d - 2) = 9d - 6$

خارج قسمت = $3d^2 + 2d + 3$ ، باقیمانده = -2

۲۶۷

$$\begin{array}{l|l} 4t^3 + 17t^2 - 1 & 4t + 1 \\ \hline -(4t^3 + t^2) & t^2 + 4t - 1 \\ \cdots\cdots\cdots & \\ 16t^2 - 1 & \\ -(16t^2 + 4t) & \\ \cdots\cdots\cdots & \\ -4t - 1 & \\ -(-4t - 1) & \\ \cdots\cdots\cdots & \\ 0 & \end{array}$$

$4t^3 \div 4t = t^2$

$t^2(4t + 1) = 4t^3 + t^2$

$16t^2 \div 4t = 4t$

$4t(4t + 1) = 16t^2 + 4t$

$-4t \div 4t = -1$

$-1(4t + 1) = -4t - 1$

خارج قسمت = $t^2 + 4t - 1$ ، باقیمانده = 0

۲۶۸

$$\begin{array}{l|l} 12n^2 + 36n + 15 & 6n + 3 \\ \hline -(12n^2 + 6n) & 2n + 5 \\ \cdots\cdots\cdots & \\ 30n + 15 & \\ -(30n + 15) & \\ \cdots\cdots\cdots & \\ 0 & \end{array}$$

$12n^2 \div 6n = 2n$

$2n(6n + 3) = 12n^2 + 6n$

$30n \div 6n = 5$

$5(6n + 3) = 30n + 15$

خارج قسمت = $2n + 5$ ، باقیمانده = 0

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۶۹

$x^{۲} - ۱۰x - ۲۴ \mid \frac{x + ۲}{x - ۱۲}$

$x^{۲} \div x = x$

$-(x^{۲} + ۲x)$ ..... $x(x + ۲) = x^{۲} + ۲x$

$-۱۲x - ۲۴$ ..... $-۱۲x \div x = -۱۲$

$-(-۱۲x - ۲۴)$ ..... $-۱۲(x + ۲) = -۱۲x - ۲۴$

۰

خارج قسمت $= x - ۱۲$ ، باقیمانده $= ۰$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

نام :	باسمه تعالی	نوبت امتحانی :
نام خانوادگی :		پایه :
نام پدر :		ساعت شروع :
شماره دانش آموزی :		مدت امتحان :
نام درس : ریاضی دوازدهم - فصل ۳		تاریخ برگزاری ۱۴۰۴/۱۰/۲۵

تصحیح			تجدید نظر		
نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:		نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	
تاریخ و امضا:	نمره با حروف:		تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	

ردیف	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	حدهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x\to ۱} \frac{۲x^۲ - ۳x + ۱}{x^۳ - ۱}$ ب) $\lim_{x\to +\infty} \frac{x^۴ + x}{۳x^۴ + x}$ پ) $\lim_{x\to \frac{\pi^+}{۲}} \frac{۱}{\cos x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴	
۲	حاصل حدهای زیر را به دست آورید. ([ ] نماد جزء صحیح است.) الف) $\lim_{x\to ۳^-} \frac{[x] - ۳}{۳ - x}$ ب) $\lim_{x\to -\infty} \frac{-۴x^۳ + ۲x^۲ + ۱}{۱ + ۸x - x^۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴	
۳	اگر باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x) = ۲x^۳ + mx - ۱$ بر $x + ۲$ برابر با ۱- باشد، مقدار m را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴	
۴	حدود زیر را محاسبه کنید. ([ ] نماد جزء صحیح است.) الف) $\lim_{x\to ۸} \frac{x - ۸}{\sqrt[۳]{x} - ۲}$ ب) $\lim_{x\to +\infty} \frac{۲x^۵ + ۴}{x^۳ + x^۵}$ پ) $\lim_{x\to ۴^-} \frac{[x] - ۴}{۴ - x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۴	
۵	حاصل حدهای زیر را در صورت وجود به دست آورید. ([ ] نماد جزء صحیح است.) الف) $\lim_{x\to ۰^+} \frac{[x] + \cos x}{\sin x}$ ب) $\lim_{x\to -\infty} \frac{-۴x^۳ + ۵x + ۲}{۷x^۳ + ۳x^۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۴	
۶	مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که چندجمله‌ای $p(x) = ۲x^۳ + ax^۲ - bx + ۲$ بر $x + ۲$ بخش‌پذیر و باقی‌ماندهٔ تقسیم آن بر $x - ۱$ برابر با ۲ باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۴	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷ حاصل حدهای زیر را به دست آورید.

الف) $\lim\limits_{x\to ۵} \frac{۲-\sqrt{x-۱}}{x-۵}$ ب) $\lim\limits_{x\to ۰} \frac{x+۱}{\sin^{۲} x}$ پ) $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{۲x^{۳}-x+۱}{(۲x-۱)^{۳}}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴

۸ حاصل هر یک از حدهای زیر را به دست آورید.

الف) $\lim\limits_{x\to ۱} \frac{x-\sqrt{x}}{x^{۲}+x-۲}$ ب) $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{(x^{۲}+۱)(۴x+۳)}{x^{۳}-۴x+۱}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴

۹ اگر چندجمله‌ای $p(x)=x^{۲}+a-۲$ بر $x-a$ بخش‌پذیر باشد، مقدار a را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۳

۱۰ حدهای زیر را محاسبه کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)

الف) $\lim\limits_{x\to ۲^{-}} \frac{۲[-x]+۱}{|x-۲|}$ ب) $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{۳x^{۲}-x+۱}{-x^{۵}+۲x^{۲}-۳}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۳

۱۱ حدود زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{\frac{۱}{x}-۱}{۲-\frac{۳}{x^{۳}}} =$

ب) $\lim\limits_{x\to (-\pi)^{+}} \frac{۱}{\sin x} =$

پ) $\lim\limits_{x\to -۱} \frac{x^{۲}+۳x+۲}{\sqrt[۳]{x}+۱} =$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳

۱۲ حدهای زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim\limits_{x\to ۳} \frac{x+۱}{(x-۳)^{۲}}$ ب) $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{x^{۳}-۴x^{۲}}{-x^{۳}|x|-۲}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳

۱۳ اگر چندجمله‌ای $p(x)=x^{۳}+kx^{۲}+۲$ بر $x-k$ بخش‌پذیر باشد، مقدار k را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳

۱۴ حدود زیر را محاسبه کنید. (نماد [ ] علامت جزء صحیح است.)

الف) $\lim\limits_{x\to ۱} \frac{x-۱}{\sqrt{x}-۱}$ ب) $\lim\limits_{x\to ۵} \frac{۱}{(x-۵)^{۴}}$

ج) $\lim\limits_{x\to ۳^{-}} \frac{۳-[x]}{x-۳}$ د) $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{-۶x^{۳}+۷x-۹}{۲x^{۳}-۴x^{۲}+x}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۳

Telegram: @konkur_in

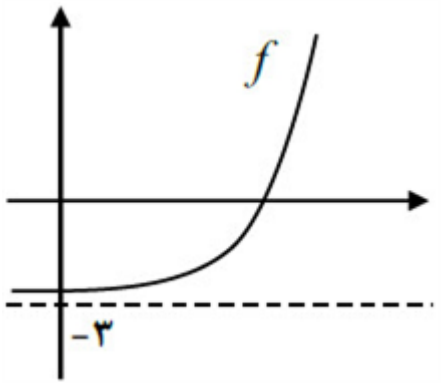
www.konkur.in

۱۵	حدهای زیر را محاسبه کنید. (نماد [ ] علامت جزء صحیح است.) الف) $\lim\limits_{x\to ۱^{+}} \frac{[۲x]-۱}{x-۱}$ ب) $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{۲x^{۲}-۳x}{۱-x^{۲}}$ پ) $\lim\limits_{x\to -\infty} (-۳x^{۳}+۲x+۱)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۳	
۱۶	اگر چندجمله‌ای $p(x)=x^{۳}+\mathrm{m}x+۲$ بر $x-۲$ بخش‌پذیر باشد، آنگاه باقی مانده تقسیم p(x) بر $x+۱$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۳	
۱۷	حاصل حدهای زیر را در صورت وجود بیابید. ([ ] نشان‌دهنده جزء صحیح است.) الف) $\lim\limits_{x\to -۲} \frac{x^{۳}+۸}{x+۲}$ ب) $\lim\limits_{x\to ۲} \frac{\lvert x-۲\rvert}{x-۲}$ پ) $\lim\limits_{x\to \pi} \frac{\mathrm{Sin}\, x-۲}{[x]+۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین۱۴۰۳	
۱۸	اگر بازهٔ $(x-۱, ۲\mathrm{y}+۵)$ یک همسایگی راستِ محذوف ۳ باشد، مجموعه مقادیر x و y را به‌دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور۱۴۰۲	
۱۹	حدهای زیر را محاسبه کنید.([] نماد جزء صحیح است.) الف) $\lim\limits_{x\to ۲^{-}} \frac{[x]}{x-۲}$ ب) $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{۱+x-۴x^{۲}}{۳x+۲x^{۲}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۲	
۲۰	حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید. الف) $\lim\limits_{x\to -۵^{-}} \frac{x^{۲}+۲x-۱۵}{x^{۲}+۱۰x+۲۵}$ ب) $\lim\limits_{x\to \pm\infty} \frac{۴-x+x^{۲}}{۵-۲x^{۲}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۲	
۲۱	اگر باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x)=۳x^{۲}+\mathrm{m}x+۲m+۱$ بر $x-۲$ برابر ۳ باشد، باقی مانده تقسیم چند جمله‌ای $f(x)=\mathrm{m}x^{۲}-\mathrm{m}x+۳$ بر $x+۲$ را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۲	
۲۲	حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim\limits_{x\to ۲} \frac{۳}{\lvert ۲-x\rvert}$ ب) $\lim\limits_{x\to ۱} \frac{\sqrt{۳x+۱}-۲}{x-۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۲	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۳ با توجه به نمودار تابع f، حاصل حدهای زیر را به دست آورید.



الف) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \ldots$

ب) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \ldots$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۲

۲۴ حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.

الف) $\lim\limits_{x\to۱^-} \dfrac{[x]-۱}{(x-۱)^۲}$

ب) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^۴+۳x-۱}{۲+x-x^۴}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۲

۲۵ مقادیر a و b را چنان بیابید که عبارت $p(x)=x^۳-ax+b$ بر $(x-۲)$ بخش‌پذیر باشد و باقیمانده تقسیم آن بر $(x+۱)$ برابر ۳ باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۲

۲۶ حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف) $\lim\limits_{x\to۱} \dfrac{x-۱}{\sqrt[۳]{x}-۱}$

ب) $\lim\limits_{x\to۰^-} \dfrac{x-۲}{|\sin x|}$

پ) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{۳x^۲+۴x^۵}{x^۳-x}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۲

۲۷ آیا مقدار $\lim\limits_{x\to۱^+} \dfrac{۱}{[x]-۱}$ وجود دارد؟ چرا؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۲

۲۸ حاصل حد مقابل را به دست آورید.

$$\lim_{x\to۳} \frac{x^۲-۳x}{x^۲-۹} =$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه۱۴۰۲

۲۹ حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.

الف) $\lim\limits_{x\to\left(\frac{۱}{۲}\right)^-} \dfrac{۵x}{|۲x-۱|}$

ب) $\lim\limits_{x\to(-۳)^-} \dfrac{x+۳}{x^۲+۶x+۹}$

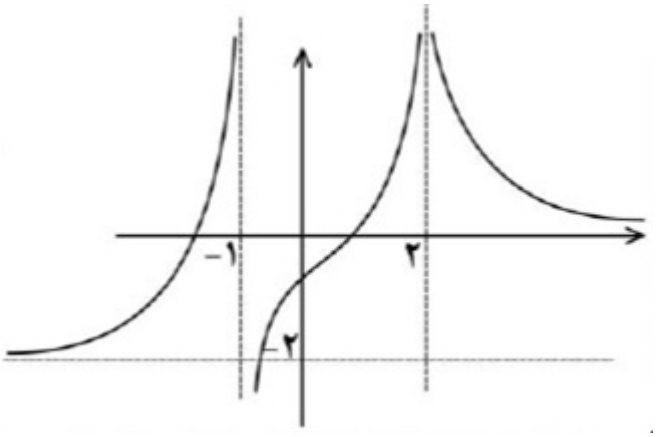
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۲

۳۰ اگر چند جمله‌ای $x^۲+ax-۸$ بر $x-a$ بخش‌پذیر باشد، مقدار a را تعیین کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۲

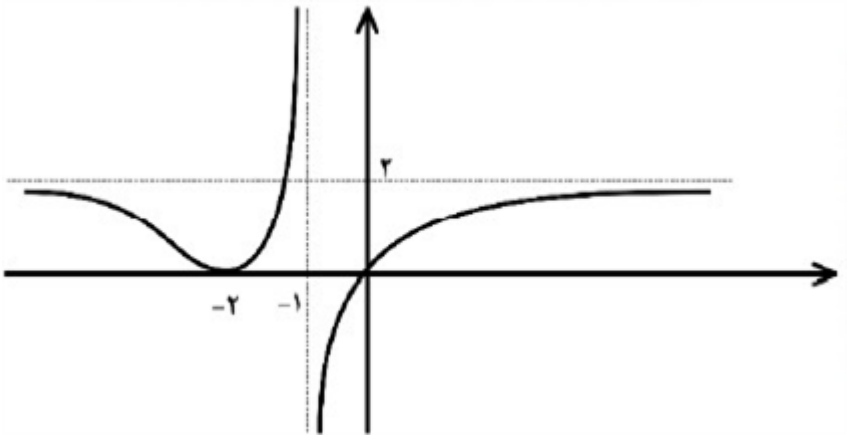
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۱	حد مقابل را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x\to ۱} \frac{\sqrt{x}-۱}{x^۲-۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	
۳۲	نمودار تابع f به شکل مقابل است. حدهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x\to(-۱)^+} f(x)$ ب) $\lim_{x\to ۲^-} f(x)$ پ) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	
۳۳	اگر $\lim_{x\to ۲^+} \frac{ax-۳}{(۲-x)^۳} = +\infty$ باشد، حدود a را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	
۳۴	در چند جمله‌ای $P(x)=x^۳+ax^۲+b$ مقادیر a و b را چنان بیابید که باقی‌مانده تقسیم P(x) بر $x+۲$ برابر ۱- و P(x) بر $x-۱$ بخش‌پذیر باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	
۳۵	حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim_{x\to ۹} \frac{\sqrt{x}-۳}{x-۹}$ ب) $\lim_{x\to\left(\frac{\pi}{۲}\right)^+} \frac{۱}{\cos x}$ پ) $\lim_{x\to-\infty} \frac{۲-x}{۵x+۴}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۶	با توجه به نمودار تابع f، موارد زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)$ ب) $\lim_{x\to-۱^+} f(x)$ ، $\lim_{x\to-۱^-} f(x)$  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	
۳۷	حدود زیر را بیابید. الف) $\lim_{x\to۲^-} \frac{[x]-۲}{x-۲}$ ب) $\lim_{x\to\left(\frac{\pi}{۲}\right)^+} \frac{۲}{\operatorname{tg} x}$ ج) $\lim_{x\to-\infty} \frac{-x^۲+۲x+۱}{۴x-۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	
۳۸	اگر باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x)=x^۴+kx^۲-۳$ بر $x+۱$ برابر ۲ باشد، k را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	
۳۹	حد مقابل را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x\to۳} \frac{x^۲-۵x+۶}{۲x^۲-۷x+۳}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

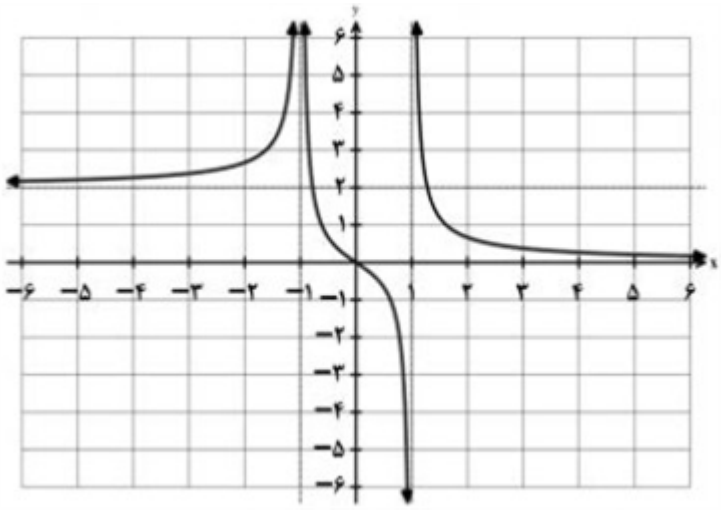
۴۰ نمودار تابع f به صورت شکل مقابل است. حدود خواسته شده را محاسبه کنید.

الف) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) =$

ب) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) =$

پ) $\lim\limits_{x\to-۱} f(x) =$

ت) $\lim\limits_{x\to(۱)^-} f(x) =$



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۴۱ حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.

الف) $\lim\limits_{x\to۲^+} \dfrac{x^۲-۴}{(x-۲)^۲}$

ب) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{۲x-x^۳}{۲x-۱}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۴۲ باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x)=۸x^۳-۴x^۲+۲$ را بر $۲x+۱$ به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۴۳ حدهای زیر را در صورت وجود بیابید.

الف) $\lim\limits_{x\to\frac{۱}{۳}} \dfrac{[x]-۲}{|۳x-۱|}$

ب) $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(\dfrac{۴x+۲}{۵-x}-\dfrac{۸}{x}\right)$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۴۴ مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که چند جمله‌ای $p(x)=x^۳+ax^۲+bx+۲$ بر $(x+۲)$ و $(x-۱)$ بخش‌پذیر باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۴۵ حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف) $\lim\limits_{x\to\frac{۱}{۲}} \dfrac{۲x^۲-x}{۴x^۲-۱}$

ب) $\lim\limits_{x\to۰} \dfrac{x+۱}{\sin^۲ x}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۶	حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim\limits_{x\to ۱} \dfrac{x-\sqrt{x}}{x^۲+x-۲}$ ب) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{۲}^+} \operatorname{tg} x$ پ) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{-۴x^۷+۵x^۲}{۲x^۳+۹}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰	
۴۷	حدهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim\limits_{x\to ۲^-} \dfrac{x+۱}{\lvert x-۲\rvert}$ ب) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{۳+\frac{۱}{x}}{\frac{۴}{x}-۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰	
۴۸	باقیمانده تقسیم عبارت‌های $p(x)=x^۳+ax+۱$ و $q(x)=۲x^۲-x+۱$ بر $(x+۲)$ یکسان می‌باشد. مقدار a را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰	
۴۹	حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim\limits_{x\to ۵} \dfrac{۲-\sqrt{x-۱}}{x-۵}$ ب) $\lim\limits_{x\to \left(-\frac{۱}{۳}\right)} \dfrac{[x]}{\lvert ۳x+۱\rvert}$ ج) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{۳+\frac{۱}{x^۲}}{\frac{۴}{x}-۵}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰	
۵۰	حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.([] نماد جزء صحیح است.) الف) $\lim\limits_{x\to ۵} \dfrac{۲-\sqrt{x-۱}}{۲x-۱۰}$ ب) $\lim\limits_{x\to ۳^-} \dfrac{[x]-۳}{x-۳}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۹	

Telegram: @konkur_in

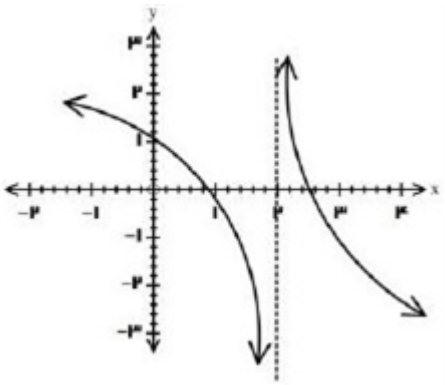
www.konkur.in

۵۱

در نمودار تابع $f(x)$ موارد زیر را مشخص کنید.

الف) $\lim\limits_{x \to ۲^+} f(x) = ?$

ب) $\lim\limits_{x \to ۲^-} f(x) = ?$



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۹

۵۲

حدهای زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim\limits_{x \to (-۱)^-} \dfrac{[x]+۱}{x+۱}$

ب) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{۵x - x^۲}{۳x^۲ + ۲}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۹

۵۳

حد توابع زیرا را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف) $\lim\limits_{x \to ۳} \dfrac{x^۲ - ۹}{۲ - \sqrt{x+۱}}$

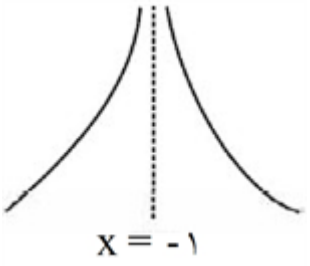
ب) $\lim\limits_{x \to \frac{۱}{۲}} \dfrac{[x] - ۳}{|۲x - ۱|}$

پ) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{۲x^۳ - ۵x + ۱}{۶x^۳ - ۱۱x^۲ - ۳}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹

۵۴

اگر رفتار تابع $f(x) = \dfrac{x+۳}{x^۲ + bx + c}$ دراطراف نقطه $x = -۱$ به صورت شکل زیر باشد، مقدار c و b را به دست آورید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۵	حدود زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۲}} \dfrac{x+۱}{\tg x}$ ب) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x^۲+۱}{x^۳+۲x^۲+۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹	
۵۶	مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که چندجمله‌ای $P(x)=x^۳+ax^۲+bx-۲$ بر $(x-۲)$ بخش‌پذیر بوده و باقی‌مانده تقسیم آن بر $(x+۱)$ برابر ۳ باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹	
۵۷	حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim\limits_{x\to۳} \dfrac{x^۲-۲x-۳}{x-\sqrt{x+۶}}$ ب) $\lim\limits_{x\to۳^-} \dfrac{[x]-۳}{x-۳}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۹۹	
۵۸	حدود زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim\limits_{x\to۰^+} \dfrac{x^۲+x}{x^۲}$ ب) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{۲x^۲-x+۱}{۴x^۳+۲x-۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۹۹	
۵۹	مقدار a,b را طوری تعیین کنید که چند جمله‌ای $x^۳+ax^۲+bx+۱$ بر $x-۲$ و $x+۱$ بخش‌پذیر باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۹۹	
۶۰	حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim\limits_{x\to-۱} \dfrac{x^۲-۱}{x+\sqrt{۲x+۳}}$ ب) $\lim\limits_{x\to۳} \dfrac{۲}{\lvert x-۳\rvert}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۸	
۶۱	حاصل حدهای زیر را به دست آورید. الف) $\lim\limits_{x\to۳^+} \dfrac{[x]-۲}{۳-x}$ ب) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{۳x+۱}{x-۵}-\dfrac{۲}{x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۸	
۶۲	حد توابع زیر را در صورت وجود بیابید. الف) $\lim\limits_{x\to۴} \dfrac{۲-\sqrt{x}}{x^۲-۱۶}$ ب) $\lim\limits_{x\to۰^+} \dfrac{۱}{۱-\cos x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۳ حدهای زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim\limits_{x\to ۱^+} \dfrac{x^۲-۱}{(x-۱)^۲}$

ب) $\lim\limits_{x\to -\infty} (-۲x^۳+x-۱)$

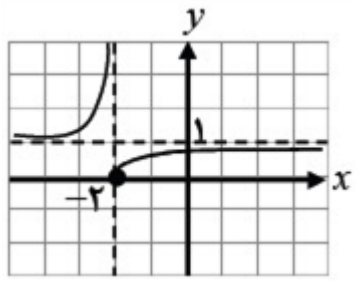
پ) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^۳+۱}{۲x^۳-۴x}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸

۶۴ با توجه به نمودار تابع f که در شکل مقابل آورده شده است، به سؤالات پاسخ دهید.

الف) $\lim\limits_{x\to (-۲)^-} f(x)$

ب) $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$

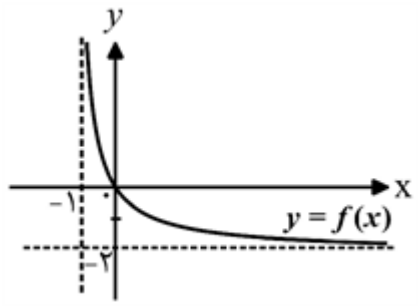


سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸

۶۵ با استفاده از نمودار تابع $y=f(x)$، حدهای خواسته شده را بنویسید.

آ) $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) =$

ب) $\lim\limits_{x\to -۱^+} f(x) =$



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

۶۶ حد تابع زیر را در صورت وجود بیابید.

$\lim\limits_{x\to ۱} \dfrac{x-\sqrt{x}}{(x-۱)(x+۲)} =$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

۶۷ حد تابع زیر را در صورت وجود بیابید.($[\,]$ نماد جزء صحیح است.)

$\lim\limits_{x\to ۰^-} \dfrac{[x]}{\sin x} =$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۸	اگر چندجمله‌ای $f(x)=x^۲+ax-۳$ بر $(x+۱)$ بخش‌پذیر باشد، باقی‌مانده تقسیم $f(x)$ بر $(x-۲)$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸	
۶۹	حد توابع زیر را به دست آورید. ($[]$ نماد جزء صحیح است.) الف) $\lim\limits_{x\to ۳^-} \dfrac{[x]-۳}{x-۳}$ ب) $\lim\limits_{x\to ۳} \dfrac{x^۲-۹}{\sqrt{x+۱}-۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۷	
۷۰	حدود زیر را به دست آورید. الف) $\lim\limits_{x\to ۲^+} \dfrac{۲x+۱}{۴-x^۲}$ ب) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{۴x^۵+۳x^۳+۱}{-۳x^۵+۳x^۲+۳}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۷	
۷۱	حد تابع روبه‌رو را محاسبه کنید: $\lim\limits_{x\to ۱} \dfrac{(x^۲-۱)}{(x^۳-۱)}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۷۲	حد تابع روبه‌رو را محاسبه کنید: $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x+۳}{\sqrt{۴x^۲+۹x-۱}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۷۳	حد تابع زیر را در صورت وجود بیابید. $\lim\limits_{x\to ۱} \dfrac{x^۳+۲x-۳}{x^۲-۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۷۴	در چند جمله ای $p(x)=x^۳+ax^۲+x+b$ مقدار a و b را چنان بیابید که باقی‌مانده تقسیم آن بر $x-۱$ برابر ۴ بوده و بر $x+۲$ بخش‌پذیر باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۷۵	حد مقابل را محاسبه کنید. $\lim\limits_{x\to \pm\infty} \dfrac{۸x^۳-۴x^۲+۵}{-۲x^۴+۳x-۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۷۶	حد مقابل را محاسبه کنید. $\lim\limits_{x\to ۱} \dfrac{۲-\sqrt{x+۳}}{x^۲-۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۷۷	حد $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{\sqrt{x^۲+۵x-۱}}{۲x+۱}$ را در صورت وجود محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۸	حدود تابع زیر را در صورت وجود بیابید. $\lim_{x\to ۱} \frac{x^{۵}-۱}{x-۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۷۹	حد روبه‌رو را محاسبه کنید. $\lim_{x\to -\infty} \frac{۲x^{۳}-x^{۲}+۱}{۴x^{۳}+۵}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۸۰	حد روبه‌رو را محاسبه کنید. $\lim_{x\to ۹} \frac{۹-x}{\sqrt{x}-۳}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۸۱	حد روبه‌رو را محاسبه کنید. $\lim_{x\to ۲^{+}} \frac{۲x-۱}{x-۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۸۲	حد زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x\to +\infty} \frac{x^{۲}+۶x-۱}{x^{۳}+۴x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۸۳	حد زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x\to ۵^{-}} \frac{x}{x-۵}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۸۴	حد زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x\to ۴} \frac{\sqrt{x}-۲}{x-۴}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۸۵	حاصل حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to \pm\infty} \frac{۲+۷x}{۳x-۴}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۸۶	حاصل حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to ۲^{-}} \frac{x^{۲}}{\lvert x-۲\rvert}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۸۷	حاصل حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to ۰} \frac{۱-\cos ۲x}{\sin x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۸	حاصل حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to ۳} \frac{x-\sqrt{x+۶}}{x-۳}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۸۹	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to -\infty} \frac{۶x+۷x^{۲}}{۳x^{۲}+x-۴}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۹۰	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to ۶^{-}} \frac{۴}{(x-۶)^{۲}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۹۱	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to ۱} \frac{\sqrt{x}-۱}{x^{۲}-۵x+۴}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۹۲	حد تابع زیر را در صورت وجود، محاسبه کنید. $\lim_{x\to ۳} \frac{\sqrt{x+۱}-۲}{x^{۲}-۹}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۹۳	اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم چند جمله‌ای $P(x)=۲x^{۴}+mx+۲$ بر $x+۱$ برابر ۲ باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم آن بر $x-۱$ را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۹۴	حدود تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x\to \frac{\pi}{۴}} \frac{\cos ۲x}{\sin x-\cos x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۹۵	حدود تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x\to -۱} \frac{\sqrt{x+۲}-۱}{۲x^{۲}+۲x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۹۶	حاصل $\lim_{x\to ۴} \frac{x-۴}{\sqrt{x+۵}-۳}$ را بدون استفاده از هم‌ارزی و هوپیتال محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۷	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x\to ۱} \frac{۲x^{۲}+۳x-۵}{x^{۲}-۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۹۸	حد $\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x^{۲}-۲x}-x$ را در صورت وجود محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۹۹	بدون استفاده از هم‌ارزی و قاعده‌ی هوپیتال، حد زیر را در صورت وجود بیابید. $\lim_{x\to ۰} \frac{\sqrt{x+۲۵}-۵}{x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۰۰	بدون استفاده از هم‌ارزی و قاعده‌ی هوپیتال، حد زیر را در صورت وجود بیابید. $\lim_{x\to ۳^{-}} \frac{[x]-۳}{۳-x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۰۱	بدون استفاده از هم‌ارزی و قاعده‌ی هوپیتال، حد زیر را در صورت وجود بیابید. $\lim_{x\to ۲} \frac{x^{۳}-۸}{x^{۲}-۲x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۰۲	بدون استفاده از هم‌ارزی و قاعده‌ی هوپیتال، حد زیر را بیابید. $\lim_{x\to ۱} \frac{\sqrt[۳]{x}-۱}{x^{۲}-۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۰۳	حد زیر را در صورت وجود تعیین کنید. $\lim_{x\to ۱} \frac{x^{۳}-۳x+۲}{x^{۲}-۴x+۳}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۰۴	حد تابع زیر را محاسبه کنید: $\lim_{x\to ۹} \frac{x-۹}{\sqrt{x}-۳}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۰۵	حد تابع زیر را محاسبه کنید: $\lim_{x\to ۱} \frac{x^{۲}-۴x+۳}{x^{۲}-۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۶	مقادیر m , n را چنان به دست آورید که چند جمله‌ای $x^{۲}+\mathrm{mx}+n$ بر $(x+۱),(x-۲)$ بخش‌پذیر باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۰۷	حد تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. $\lim_{x\to-\infty}\sqrt{x^{۲}-۲\mathrm{x}}-x$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۰۸	حد تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. $\lim_{x\to۸}\frac{\sqrt[۳]{x}-۲}{x^{۲}-۵\mathrm{x}-۲۴}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۰۹	حد تابع زیر را به دست آورید. $\lim_{x\to+\infty}\frac{۶\mathrm{x}^{۲}-\sqrt{x-۳}}{۵\mathrm{x}^{۲}-\sqrt{x^{۴}+۱}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۱۰	حد تابع زیر را به دست آورید. $\lim_{x\to۳^{-}}\frac{x^{۲}-۷}{\lvert۳-\mathrm{x}\rvert}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۱۱	حد تابع زیر را به دست آورید. $\lim_{x\to۲}\frac{x^{۲}-۲x}{x^{۲}-۱۵x+۲۶}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۱۲	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to۲}\frac{\sqrt{x+۲}-۲}{x^{۲}-۴}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۱۳	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to+\infty}\frac{۵\mathrm{x}^{۲}+۱}{۳\mathrm{x}^{۲}+\sqrt{x^{۴}-۱}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۱۴	حد زیر را بدست آورید. $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{(۲\mathrm{x}-۱)(x+۳)}{۱-x+x^{۲}}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۵	حد زیر را بدست آورید. $\lim_{x\to ۰} \frac{۳}{x^۴}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۱۶	حد زیر را بدست آورید. $\lim_{x\to ۲} \frac{x^۲ - ۵x + ۶}{x^۲ - ۷x + ۱۰}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۱۷	حد زیر را بدست آورید. $\lim_{x\to ۴} \frac{۳}{(x-۴)^۲}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۱۸	حد زیر را بدست آورید. $\lim_{x\to \pm\infty} \frac{(۲x-۱)(x+۳)}{۱ - x + x^۲}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۱۹	حد زیر را بدست آورید. $\lim_{x\to ۱} \frac{۲x^۲ - x - ۱}{x^۲ - x}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۲۰	حد مقابل را به‌دست آورید.	$\lim_{x\to \pm\infty} \frac{(۲x-۱)(x+۳)}{۱ - x + x^۲}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳
۱۲۱	حد مقابل را به‌دست آورید.	$\lim_{x\to ۴} \frac{۳}{(x-۴)^۲}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳
۱۲۲	حد مقابل را به‌دست آورید.	$\lim_{x\to -۳} \frac{x^۳ + ۲۷}{x^۲ - ۹}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳
۱۲۳	حد روبرو را بدست آورید.	$\lim_{x\to +\infty} \frac{(۱-۲x)^۲(x^۳ - ۷x)^۲}{(x^۴ - ۲x + ۳)^۲}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳
۱۲۴	حد روبرو را بدست آورید.	$\lim_{x\to -۲} \frac{۱ - ۳x}{(x+۲)^۲}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲۵	حد روبرو را به دست آورید.	$\lim_{x\to ۳} \frac{x^۲ - ۷x + ۱۲}{۳x^۲ - x^۳}$	نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳
۱۲۶	حد روبرو را بدست آورید.	$\lim_{x\to +\infty} \frac{(۱ - ۲x)(x + ۳)^۲}{۷x + x^۳}$	نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳
۱۲۷	حد روبرو را به دست آورید.	$\lim_{x\to (\frac{۱}{۵})^-} \frac{۵x + ۳}{۱ - ۵x}$	نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳
۱۲۸	حد روبرو را بدست آورید.	$\lim_{x\to ۱} \frac{x^۴ - ۳x^۲ + ۲}{x^۳ - x}$	نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳
۱۲۹	حد روبرو را به‌دست آورید.	$\lim_{x\to +\infty} \frac{(۷x - x^۲)^۲(۴ - ۲x^۲)}{(۲x^۳ - ۷x)(x + ۲x^۲)}$	نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳
۱۳۰	حد روبرو را به‌دست آورید.	$\lim_{x\to ۲} \frac{-۳x + ۱}{(۴ - ۲x)^۲}$	نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳
۱۳۱	حد روبرو را بدست آورید.	$\lim_{x\to ۱} \frac{۵x^۲ - ۷x + ۲}{۱ - ۳x + ۲x^۲}$	نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳
۱۳۲	حد روبرو را به‌دست آورید.	$\lim_{x\to +\infty} \frac{(x - x^۳)^۲(x + x^۲)}{(x^۲ - x - ۱)^۴}$	نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳
۱۳۳	حد روبرو را به‌دست آورید.	$\lim_{x\to \frac{-۱}{۴}} \frac{-۴}{(۴x + ۱)^۲}$	نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳
۱۳۴	حد روبرو را به دست آورید.	$\lim_{x\to ۲} \frac{x^۲ - ۵x + ۶}{x^۳ - ۴x}$	نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۳۵	حد روبرو را به‌دست آورید. $\lim_{x\to+\infty} \frac{(۲-x^۲)(x+۳)}{۴x^۳-۲x^۲}$	نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳
۱۳۶	حد روبرو را به‌دست آروید. $\lim_{x\to۳^-} \frac{۵x-۲}{۳-x}$	نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳
۱۳۷	حد روبرو را به‌دست آورید. $\lim_{x\to۲} \frac{۲x-x^۲}{x^۲-۴}$	نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳
۱۳۸	مقدار حد روبرو را به دست آورید. $\lim_{x\to+\infty} \frac{(۲x+۱)^۳(x+۱)}{(x-۴)(x^۳-۷x+۱)}$	نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳
۱۳۹	مقدار حد روبرو را به دست آورید. $\lim_{x\to۱^+} \frac{۴x+۷}{(۱-x)^۲}$	نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳
۱۴۰	مقدار حد روبرو را به دست آورید. $\lim_{x\to-۲} \frac{(x+۲)}{۲x+۴}$	نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳
۱۴۱	مقدار حد روبرو را به دست آورید. $\lim_{x\to-۱} \frac{x^۲+x}{x^۲-x-۲}$	نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳
۱۴۲	حد روبرو را به دست آورید. $\lim_{x\to-\infty} \frac{x^۲-۲x\lvert x\rvert+۷}{۵x^۲-۴x+۳}$	نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳
۱۴۳	حد روبرو را به دست آورید. $\lim_{x\to۵^+} \frac{\sqrt{۲x-۱}}{۲-\sqrt{x-۱}}$	نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳
۱۴۴	حد روبرو به به‌دست آورید. $\lim_{x\to۱} \frac{۷x^۲-۴x-۳}{x^۲-۳x+۲}$	نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳
۱۴۵	حد روبرو را به دست آورید. $\lim_{x\to+\infty} \frac{(۲x^۲+۳)(۲+x)^۲}{(x+x^۲)(x^۲+۷x+۱)}$	نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۴۶	حد روبرو را به‌دست‌آورید. $\lim_{x\to ۲} \frac{۶x-۷}{(x-۲)^۲}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۴۷	حد روبرو را محاسبه کنید. $\lim_{x\to +\infty} \frac{(۳x+۱)^۲}{x-۳x^۲}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۴۸	حد روبرو را محاسبه کنید. $\lim_{x\to ۲^+} \frac{x^۲+۴}{x^۲-۲x}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۴۹	حد روبرو را محاسبه کنید. $\lim_{x\to ۲} \frac{x^۲-۷x+۱۰}{x^۳-۴x}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۵۰	حد روبرو را محاسبه کنید. $\lim_{x\to +\infty} \frac{(x^۲-۵x+۴)(x+۳x^۲)}{(۲-x^۲)(۳x+x^۲)}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۵۱	حد روبرو را محاسبه کنید. $\lim_{x\to (\frac{۱}{۲})^-} \frac{۴x}{۲x-۱}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۵۲	حد روبرو را محاسبه کنید. $\lim_{x\to ۲} \frac{x^۲+۳x-۱۰}{۳x^۲-۵x-۲}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۵۳	فرض کنید $f(x)=\begin{cases}\frac{x^۲-۹}{x-۳} & x>۳\\ ۲ & x=۳\\ x-۱ & x<۳\end{cases}$، حاصل عبارت زیر را به‌دست آورید. $\lim_{x\to ۳^-} f(x)+f(۳)+\lim_{x\to ۳^+} f(x)$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۵۴	حد روبرو را محاسبه کنید. $\lim_{x\to ۱} \frac{۳}{(x+۱)^۲}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۵۵	حد روبرو را محاسبه کنید. $\lim_{x\to +\infty} \frac{(۲x+۱)(x-۱)}{۴-x^۲}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۵۶	حد روبرو را محاسبه کنید. $\lim_{x\to ۱} \frac{x^۲ - x}{x^۲ - ۱}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۵۷	حد روبرو را به‌دست آورید. $\lim_{x\to \left(\frac{۱}{۲}\right)^+} \frac{۴x + ۳}{۲x - ۱}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۵۸	حد روبرو را به‌دست آورید. $\lim_{x\to \infty} \frac{۲x + ۵}{۶ - \frac{۱}{۲}x}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۵۹	حد روبرو را به‌دست آورید. $\lim_{x\to ۲} \frac{x^۲ - ۴}{x^۲ - ۵x + ۶}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۶۰	حد روبرو را محاسبه کنید. $\lim_{x\to +\infty} \frac{۳x^۲ - ۵x + ۷}{(۲ - ۳x)(x - ۲)}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۶۱	حد روبرو را محاسبه کنید. $\lim_{x\to ۲^+} \frac{۲x + ۱}{[x] - x}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۶۲	حد روبرو را محاسبه کنید. $\lim_{x\to ۱} \frac{x^۳ - x}{x^۲ + ۲x - ۳}$ نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۱۶۳	a,b را طوری بیابید که $\lim_{x\to +\infty} \frac{ax^۳ + x^۲ + ۱}{۶x^b - x} = -\frac{۲}{۳}$ باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۶۴	حد زیر را به‌دست آورید. $\lim_{x\to \pi} \cot x$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۶۵	حد زیر را به‌دست آورید. $\lim_{x\to ۳^-} \frac{x - ۱۰}{۹ - x^۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۶۶	حد زیر را به‌دست آورید. $\lim_{x\to -\infty} \frac{\sqrt{x^۲ - ۲x + ۱}}{۲x + ۳}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۶۷	حد زیر را به‌دست آورید. $\lim_{x\to ۵} \frac{۲-\sqrt{x-۱}}{x^۲-۶x+۵}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۶۸	حد زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x\to+\infty} (\sqrt{x^۲+۲x}-\sqrt{x^۲-۲x})$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۶۹	حد زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x\to ۲^-} \frac{[x^۲]-۴}{x-۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۷۰	حد زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x\to(-۲)} \frac{x^۳-x^۲-x+۱۰}{x^۲+۳x+۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۷۱	مقدار k را طوری تعیین کنید که عبارت $۸x^۳+۴x^۲-kx-۸$ بر $۲x-۱$ بخش‌پذیر باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۷۲	مقدار m را چنان بیابید که چندجمله‌ای $P(x)=۲x^۳-mx^۲+۲x+۱$ بر $۲x+۱$ بخش‌پذیر باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۷۳	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{۱۰x^۲+\sqrt{x^۲+x}}{۲x^۳+۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۷۴	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to ۳^+} \frac{x+۱}{۹-x^۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۷۵	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to ۲} \frac{x^۲-۴}{۳-\sqrt{x+۷}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۷۶	حد تابع زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x\to ۳} \frac{x^۲-۹}{x^۲-x-۶}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۷۷	حد تابع زیر را محاسبه کنید: $\lim_{x\to\frac{\pi}{۴}} \frac{\cos^{۲} x}{\cos x - \sin x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۷۸	حاصل حد زیر را به‌دست آورید. $\lim_{x\to+\infty} \frac{۳x + \sqrt{x-۲}}{۵x^{۲} - ۶ + ۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۷۹	حاصل حد زیر را به‌دست آورید. $\lim_{x\to۳} \frac{x^{۲} - ۹}{۲x - ۶}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۸۰	حد تابع زیر را در صورت وجود، محاسبه کنید: $\lim_{x\to۱} \frac{x^{۲} - ۴x + ۳}{x^{۲} - ۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۸۱	حدود تابع زیر را بدون استفاده از هم‌ارزی و قاعده‌ی هوپیتال محاسبه کنید. $\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x^{۲}+۲} - x$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۸۲	حدود تابع زیر را بدون استفاده از هم‌ارزی و قاعده‌ی هوپیتال محاسبه کنید. $\lim_{x\to۱^{-}} \frac{x^{۲}+۱}{x - ۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۸۳	حد تابع زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x\to۱} \frac{\sqrt{x} - ۱}{x^{۲} - ۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۸۴	حاصل حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to+\infty} \frac{۳x^{۲} + \sqrt{۶x+۲}}{۴x^{۲} + ۵x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۸۵	حاصل حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to۳^{-}} \frac{x^{۲} + ۱}{۳ - x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۸۶	حاصل حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to ۴} \frac{\sqrt{x}-۲}{x^۲-۱۶}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۸۷	حاصل حد زیر را به‌دست آورید. $\lim_{x\to +\infty} \frac{x^۲-x+۱+۳x^۴}{۱-x^۴}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۸۸	حاصل حد زیر را به‌دست آورید. $\lim_{x\to ۱} \frac{x-\sqrt{x}}{x^۲-۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۸۹	حاصل حد زیر را به‌دست آورید. $\lim_{x\to ۲} \frac{x^۲-۲x}{x^۲-۳x+۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۹۰	حد تابع زیر را در صورت وجود، محاسبه کنید: $\lim_{x\to ۳} \frac{x^۲-۹}{x^۲-۳x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۹۱	مقدار m را چنان بیابید که که چند جمله‌ای $P(x)=۳x^۳-۲x+۲m$ بر $x-۲$ بخش‌پذیر باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۹۲	حدود تابع زیر را بدون استفاده از هم‌ارزی و قاعده‌ی هوپیتال محاسبه کنید. $\lim_{x\to ۲^+} \frac{\sqrt{x^۲-۴}}{x-۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۹۳	بدون استفاده از قاعده‌ی هوپیتال، حد زیر را بیابید. $\lim_{x\to ۲} \frac{\sqrt{x+۲}-۲}{x-۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۹۴	حاصل حد روبه‌رو را به‌دست آورید. $\lim_{x\to ۱^-} \frac{۳}{(x-۱)^۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۹۵	حاصل حد روبه‌رو را به‌دست آورید. $\lim_{x\to+\infty} \frac{۲x+\sqrt{x+۱}}{۵x+\sqrt{۴x^۲+۱}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۹۶	حاصل حد روبه‌رو را به‌دست آورید. $\lim_{x\to۲} \frac{x^۲-۲x}{۳-\sqrt{x+۷}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۹۷	حد تابع $\lim_{x\to\frac{\pi}{۴}} \frac{\cos ۲x}{\cos x-\sin x}$ را در صورت وجود محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۹۸	حد تابع $\lim_{x\to۴} \frac{\sqrt{x}-۲}{x^۲-۱۶}$ را در صورت وجود محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۹۹	حد تابع زیر را بدون استفاده از هم‌ارزی و قاعده‌ی هوپیتال محاسبه کنید. $\lim_{x\to۱} \frac{\sqrt{x+۱}-\sqrt{۲}}{x-۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۲۰۰	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to+\infty} \frac{x^۲+\sqrt{x^۴+۳x+۱}}{۵x^۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۰۱	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to۱} \frac{x^۲-۵x+۴}{x^۲-x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۰۲	حدزیررا حساب کنید. $\lim_{x\to۵} \frac{۵-x}{\sqrt{۲x-۱}-۳}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۰۳	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to-\infty} \frac{۳x+\sqrt{x^۲+x+۱}}{۷+۵x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۰۴	حد زیر را به‌دست آورید. $\lim_{x\to ۴} \frac{x^{۲}-۱۶}{\sqrt{x+۱۲}-x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۰۵	حد زیر را به‌دست آورید. $\lim_{x\to \pm\infty} \frac{(x-۱)(x-۲)(۴-x)}{۲x^{۳}+۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۰۶	حد تابع زیر را در صورت وجود، محاسبه کنید: $\lim_{x\to -۱} \frac{x^{۳}+x+۲}{x^{۲}-۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۰۷	a را چنان بیابید که یک جواب معادله‌ی $x^{۳}-۲x^{۲}+ax+۲=۰$ ، برابر ۲ باشد، سپس جواب‌های دیگر معادله را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۰۸	حد تابع زیر را محاسبه کنید: $\lim_{x\to ۰^{+}} \frac{\sqrt{۱-\cos ۲x}}{\sin \frac{x}{۲}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۰۹	حد تابع زیر را محاسبه کنید: $\lim_{x\to ۲} \frac{x-۲}{\sqrt{۲x}-۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۱۰	حد تابع زیر را محاسبه کنید: $\lim_{x\to -۱} \frac{x^{۳}-۲x-۱}{x^{۲}-۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۱۱	حد تابع زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x\to ۲} \frac{x^{۳}-۸}{۳x^{۲}-۱۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۱۲	مقدار k را چنان بیابید که چند جمله‌ای $p(x)=۲x^{۳}-kx^{۲}-x+۳$ بر $x+۱$ بخش‌پذیر باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۱۳	حدود تابع زیر را بدون هم‌ارزی و قاعده‌ی هوپیتال محاسبه کنید. $\lim_{x\to-\infty} \frac{۲x-\sqrt{۹x^۲-۴x+۱}}{۶x-۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۲۱۴	بدون استفاده از هم‌ارزی و قاعده‌ی هوپیتال، حد زیر را در صورت وجود، بیابید. $\lim_{x\to-\infty} (x+\sqrt{x^۲+۴x-۱۰})$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۲۱۵	بدون استفاده از هم‌ارزی و قاعده‌ی هوپیتال، حد زیر را در صورت وجود، بیابید. $\lim_{x\to۱^-} \frac{x^۳-۱}{\lvert x-۱\rvert}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۲۱۶	اگر $\lim_{x\to-\infty} \frac{(a-۲)x^۳+۲x^۲+۳}{bx^۲+۱} = ۲$ باشد، مقادیر a و b را بدست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۱۷	حد مقابل را درصورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x\to+\infty} \frac{x+۳}{\sqrt{۲x^۲-۷}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۱۸	حد مقابل را درصورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x\to\pi^-} \operatorname{Cotg} x$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۱۹	حد مقابل را درصورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x\to۱} \frac{x-۱}{\lvert x\rvert-۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۲۰	درصورتی که دو چندجمله‌ای $۲x^۲-۵x+۴$ و $x^۲+ax$ در تقسیم بر $x-۱$ هم باقی‌مانده باشند، مقدار عددی a را مشخص کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۲۱	حد زیر را درصورت وجود تعیین کنید. $\lim_{x\to+\infty} (\sqrt{۴x^۲-x}-۲x)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۲۲	حد زیر را درصورت وجود تعیین کنید. $\lim_{x\to(-۱)} \frac{x^۳+۲x^۲-۱}{x^۵+۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۲۳	حد مقابل را درصورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^۲+۲x}-x)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۲۴	حد زیر را درصورت وجود تعیین کنید. ([] نماد جزء صحیح است.) $\lim_{x\to+\infty}\frac{۲x+\sqrt{x^۲+۵x}}{\sqrt{x^۲+\sqrt{x}}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۲۵	حد زیر را درصورت وجود تعیین کنید. ([] نماد جزء صحیح است.) $\lim_{x\to۲}\left(\frac{x^۲-۴}{x-۲}+\sqrt{x+۷}\right)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۲۶	نشان دهید $۲x-۵$ یک فاکتور $f(x)=۲x^۳-۳x^۲-۹x+۱۰$ می‌باشد. سپس فاکتورهای دیگر $f(x)$ را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۲۷	حد تابع زیر را درصورت وجود، محاسبه کنید. (نماد [] جزء صحیح است.) $\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{۴x^۲+۱}-x)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۲۸	اگر $x+۲$ بر $۲x^۳+۳x^۲-۲mx+n$ بخش‌پذیر باشد، نشان دهید $n+۴m=۴$. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۲۹	حد مقابل را حساب کنید. $\lim_{x\to\infty}(x-\sqrt{x^۲+۲x+۵})$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۳۰	حد مقابل را حساب کنید. $\lim_{x\to۰^-}\operatorname{Cotg}x$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۳۱	حد مقابل را حساب کنید. $\lim_{x\to۲^-}\frac{[x]-۲}{x-۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۳۲	m را چنان بیابید که چندجمله‌ای $f(x)=۸x^۳-۴x^۲+mx-۳$ بر $۲x+۱$ بخش‌پذیر باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۳۳	a را طوری بیابید که $\lim_{x\to۲a}\frac{x-۲a}{x^۲-۴a^۲}=\frac{۱}{۸}$. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۳۴	حدود زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x\to ۲} \frac{x-۲}{x^۲+۲x-۸}$ ب) $\lim_{x\to ۰} \frac{\sqrt{x+۱}-۱}{x}$ ج) $\lim_{x\to +\infty} \frac{-۳x^۲-\sqrt{x+۱}}{۲x^۲+۵x}$ د) $\lim_{x\to ۲^-} \frac{-x+۳}{(x-۲)^۲}$ هـ) $\lim_{x\to ۰^-} \cot^۲ x$ و) $\lim_{x\to -\infty} \frac{۲x-۱}{۴-x^۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۳۵	مقدار k را چنان بیابید که چند جمله‌ای $۵x^۲-۵x+k-۷$ بر $x-۲$ بخش‌پذیر باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۳۶	حد زیر را در صورت وجود بیابید.([] نماد جزء صحیح است.) $\lim_{x\to -\infty} \sqrt{x^۲+۲x}-\sqrt{x^۲+۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۳۷	حد زیر را در صورت وجود بیابید. $\lim_{x\to ۱} \frac{۲x^۳-x-۱}{x^۲-x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۳۸	حد توابع زیر را محاسبه کنید: الف) $\lim_{x\to ۳} \frac{x^۲-۹}{۳-\sqrt{x+۶}}$ ب) $\lim_{x\to ۲} \frac{x^۲-۳x+۲}{x^۲-۲x}$ پ) $\lim_{x\to \frac{\pi^+}{۲}} \operatorname{tg}^۲ x$ ت) $\lim_{x\to \pm\infty} \frac{۴x^۳-۱}{x+۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۳۹	حد مقابل را محاسبه کنید. $\lim_{x\to +\infty} \frac{۴x-\sqrt{x^۲+۷x-۱}}{۵x+\sqrt{x^۲+x-۲}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۴۰	مقدار b و n را چنان بیابید که $\lim_{x\to +\infty} \frac{(۳-b)(x^۲-۲)}{۲x^n-۳x-۲}$ برابر یک باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۴۱	حد تابع زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to ۲} \frac{x+۳}{(x-۲)^۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۴۲	حد تابع زیر را حساب کنید. $\lim_{x\to -۲} \frac{x+\sqrt{x+۶}}{x+۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۴۳	حد تابع زیر را حساب کنید.	$\lim_{x\to -۲} \frac{۳x^{۲}-۱۲}{۲-x-x^{۲}}$	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی
۲۴۴	حد تابع زیر را بدست آورید.	$\lim_{x\to \pm\infty} \frac{۳x^{۲}+۵x-۶}{۵x+۷}$	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی
۲۴۵	حد تابع زیر را بدست آورید.	$\lim_{x\to ۰} \frac{۱}{۱-\cos^{۲} x}$	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی
۲۴۶	حد تابع زیر را بدست آورید.	$\lim_{x\to ۱} \frac{۳x^{۳}+۵x^{۲}-۶x-۲}{x^{۲}-۱}$	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی
۲۴۷	حد تابع زیر را بدست آورید.	$\lim_{x\to ۲} \frac{\sqrt{x+۲}-۲}{۲-x}$	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی
۲۴۸	حد زیر را حساب کنید:	$\lim_{x\to (-۱)^{-}} \frac{۲x}{(x+۱)^{۲}}$	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی
۲۴۹	حد زیر را حساب کنید:	$\lim_{x\to ۲} \frac{x^{۳}+x-۱۰}{۲x^{۲}-x-۶}$	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی
۲۵۰	حد زیر را حساب کنید:	$\lim_{x\to ۰} \frac{۱-\sqrt{x+۱}}{x}$	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی
۲۵۱	حد زیر را حساب کنید:	$\lim_{x\to \pm\infty} \frac{۲x^{۲}-۱+۳x}{۸x+x^{۲}-۶}$	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی
۲۵۲	حد زیر را حساب کنید.	$y=\lim_{x\to ۱^{+}} \frac{x+۱}{x^{۲}-۱}$	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی
۲۵۳	حد زیر را حساب کنید.	$\lim_{x\to ۵} \frac{۲-\sqrt{x-۱}}{x-۵}$	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۵۴	حد زیر را حساب کنید. $y = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{۴x+x^۲+۴}{۲x^۲+۵x-۳}$	
۲۵۵	حد زیر را حساب کنید. $y = \lim_{x\to۳} \frac{x^۲-۵x+۶}{x-۳}$	
۲۵۶	حد زیر را به دست آورید. $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{(۲x+۱)(x+۲)^۲}{۵x^۲+۲x}$	
۲۵۷	حد زیر را به دست آورید. $\lim_{x\to۳^-} \frac{۱}{x-۳}$	
۲۵۸	حد زیر را به دست آورید. $\lim_{x\to\left(\frac{\pi}{۲}\right)^+} \mathrm{tg}^۲ x$	
۲۵۹	حد زیر را به دست آورید. $\lim_{x\to+\infty} \frac{۳x+۱}{x+\sqrt{x^۲+۱}}$	
۲۶۰	حد زیر را به دست آورید. $\lim_{x\to۲} \frac{x^۲-۴}{x^۲-۹x+۱۴}$	
۲۶۱	حد زیر را محاسبه کنید.(استفاده از قاعده‌ی هوپیتال و هم‌ارزی مجاز نمی‌باشد) $\lim_{x\to+\infty} \frac{۴x^۲-۱}{۳-۲x^۲}$	
۲۶۲	حد زیر را محاسبه کنید.(استفاده از قاعده‌ی هوپیتال و هم‌ارزی مجاز نمی‌باشد) $\lim_{x\to-۲^+} \frac{x-۵}{x+۲}$	
۲۶۳	حد زیر را محاسبه کنید.(استفاده از قاعده‌ی هوپیتال و هم‌ارزی مجاز نمی‌باشد) $\lim_{x\to-۱} \frac{x+۱}{x+\sqrt{x+۲}}$	
۲۶۴	حد زیر را محاسبه کنید: $\lim_{x\to-\infty} \frac{۲x-۱}{۴-x^۲}$	

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۶۵	حد زیر را محاسبه کنید: $\lim_{x\to 0^-} \cot g^2 x$	
۲۶۶	حد زیر را محاسبه کنید: $\lim_{x\to 2^-} \frac{-x+3}{(x-2)^2}$	
۲۶۷	حد زیر را محاسبه کنید: $\lim_{x\to +\infty} \frac{-3x^2-\sqrt{x+1}}{2x^2+5x}$	
۲۶۸	حد زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$	
۲۶۹	حد زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x\to 2} \frac{x-2}{x^2+2x-8}$	
۲۷۰	حد زیر را محاسبه کنید: $\lim_{x\to 3^+} \frac{x+1}{9-x^2}$	
۲۷۱	حد زیر را محاسبه کنید: $\lim_{x\to -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x-1}$	
۲۷۲	حد زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x\to 2} \frac{x^2+5x-14}{3-\sqrt{x+7}}$	
۲۷۳	حد زیر را محاسبه کنید: $\lim_{x\to 1} \frac{5x^2+x-6}{9x^2+3x-12}$	
۲۷۴	حد مقابل را در صورت وجود تعیین کنید: $\lim_{x\to(-\infty)} \sqrt{x^2+2x}-\sqrt{x^2-2x}$	
۲۷۵	حد مقابل را در صورت وجود تعیین کنید: $\lim_{x\to 1^-} \frac{2x+3}{x^2+2x-3}$	

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۷۶	حد مقابل را در صورت وجود تعیین کنید. $\lim_{x\to ۱} \frac{x^۲ - ۱}{\sqrt{x} - ۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۷۷	مقدار k را طوری پیدا کنید که باقیمانده‌ی تقسیم $p(x) = x^۳ - ۲kx - ۳$ بر $x - ۲$ مساوی یک باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۷۸	حد مقابل را حساب کنید: $\lim_{x\to -\infty} \frac{۳x - ۱}{\sqrt{۲x^۲ + x}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۷۹	حد مقابل را حساب کنید: $\lim_{x\to +\infty} ۲x - \sqrt{۴x^۲ + ۴x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۸۰	حد مقابل را محاسبه کنید: $\lim_{x\to ۱} \frac{x - \sqrt{۳x - ۲}}{x^۲ - ۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۸۱	حد مقابل را محاسبه کنید: $\lim_{x\to -\infty} \frac{۳x^۲ + ۲}{۴x^۲ - ۵x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۸۲	حد مقابل را محاسبه کنید: $\lim_{x\to ۲^+} \frac{x^۲ - ۴}{\lvert x - ۲\rvert}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۸۳	b, a را چنان بیابید که چند جمله‌ای $x^۳ + ax^۲ + ۲bx - ۳$ بر $x - ۳$ بخش‌پذیر بوده و باقیمانده تقسیم بر $x - ۱$ برابر ۴- باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۸۴	حد مقابل را محاسبه کنید: $\lim_{x\to ۰} \frac{\sqrt{x + ۲} - \sqrt{۲}}{x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۸۵	حد مقابل را محاسبه کنید: $\lim_{x\to ۲} \left(\frac{۱}{x - ۲} - \frac{۴}{x^۲ - ۴}\right)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۸۶	حد مقابل را محاسبه کنید: $\lim_{x\to \frac{\pi}{۲}} \frac{۱ + \cos x}{۱ - \sin x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۸۷	حد مقابل را محاسبه کنید: $\lim_{x\to ۰} \sqrt{x^۲+۹}+\frac{x^۲+x}{x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۸۸	حد مقابل را محاسبه کنید: $\lim_{x\to ۴} \frac{\sqrt{x}-۲}{x-۴}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۸۹	حد مقابل را محاسبه کنید. $\lim_{x\to -\infty} \frac{-x^۵-۳x-۸}{x^۶-۹x+۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۹۰	حد تابع مقابل را در صورت وجود به دست آورید. $\lim_{x\to +\infty} (\sqrt{x^۲-۲x}-x)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۹۱	حد تابع مقابل را در صورت وجود به دست آورید. $\lim_{x\to ۱^-} \frac{x^۳-۴x+۳}{x^۳-۳x+۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۹۲	حد تابع مقابل را در صورت وجود به دست آورید. $\lim_{x\to ۰} \frac{\sqrt{x+۴}-۲}{x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۹۳	حد تابع مقابل را محاسبه کنید: $\lim_{x\to +\infty} \frac{۵x+\sqrt{x^۲+۷}}{۲x+\sqrt{x}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۹۴	حد تابع مقابل را محاسبه کنید: $\lim_{x\to ۲} \frac{\sqrt{x+۲}-۲}{x-۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۹۵	حد تابع مقابل را محاسبه کنید: $\lim_{x\to ۰^-} \operatorname{Cotg} x$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۹۶	در صورتی که دو چند جمله‌ای $x^۲+۳x-۲$ و $x^۳-۴x^۲+۵x+a$ در تقسیم بر $x+۲$ هم باقیمانده باشند، مقدار a را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۹۷	حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x\to ۱} \frac{۲x^۳-x-۱}{x^۲-۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۹۸	حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x\to+\infty}(x-۱+\sqrt{x^۲+x})$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۹۹	حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x\to۸}\frac{x-۸}{\sqrt[۳]{x}-۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخنامه تشریحی

۱

الف) $\lim\limits_{x\to ۱} \dfrac{(۲x-۱)(x-۱)}{(x-۱)(x^۲+x+۱)} = \dfrac{۱}{۳}$

ب) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^۴}{۳x^۴} = \dfrac{۱}{۳}$ روش اول:

روش دوم: $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^۴\left(۱+\frac{۱}{x^۳}\right)}{۳x^۴\left(۱+\frac{۱}{۳x^۲}\right)} = \lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^۴}{۳x^۴} = \dfrac{۱}{۳}$

ب) $-\infty$

۲

الف) $\lim\limits_{x\to ۳^-} \dfrac{[x]-۳}{۳-x} = \dfrac{-۱}{۰^+} = -\infty$

ب) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{-۴x^۳+۲x^۲+۱}{۱+۸x-x^۲} = \lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{-۴x^۳}{-x^۲} = \lim\limits_{x\to -\infty} ۴x = -\infty$

۳

$x+۲=۰ \Rightarrow x=-۲$

$p(-۲)=-۱ \Rightarrow -۱۶-۲m-۱=-۱ \Rightarrow m=-۸$

۴

الف) روش اول:

$$\lim_{x\to ۸} \frac{x-۸}{\sqrt[۳]{x}-۲} \times \frac{\sqrt[۳]{x^۲}+۲\sqrt[۳]{x}+۴}{\sqrt[۳]{x^۲}+۲\sqrt[۳]{x}+۴} = \lim_{x\to ۸} \frac{(x-۸)(\sqrt[۳]{x^۲}+۲\sqrt[۳]{x}+۴)}{x-۸}$$

$$= \lim_{x\to ۸} (\sqrt[۳]{x^۲}+۲\sqrt[۳]{x}+۴) = ۱۲$$

روش دوم:

$$\lim_{x\to ۸} \frac{x-۸}{\sqrt[۳]{x}-۲} = \lim_{x\to ۸} \frac{(\sqrt[۳]{x}-۲)(\sqrt[۳]{x^۲}+۲\sqrt[۳]{x}+۴)}{\sqrt[۳]{x}-۲} = \lim_{x\to ۸} (\sqrt[۳]{x^۲}+۲\sqrt[۳]{x}+۴) = ۱۲$$

ب) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{۲x^۵+۴}{x^۳+x^۵} = \lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{۲x^۵}{x^۵} = ۲$ به روش فاکتورگیری هم به تناسب نمره داده شود.

پ) $\lim\limits_{x\to ۴^-} \dfrac{[x]-۴}{۴-x} = \lim\limits_{x\to ۴^-} \dfrac{-۱}{۴-x} = -\infty$

۵

الف) روش اول: $\lim\limits_{x\to ۰^+} \dfrac{[x]+\cos x}{\sin x} = \dfrac{۱}{۰^+} = +\infty$

روش دوم: $\lim\limits_{x\to ۰^+} \dfrac{[x]+\cos x}{\sin x} = \lim\limits_{x\to ۰^+} \left(\dfrac{[x]}{\sin x} + \cot g\, x\right) = ۰+\infty = +\infty$

ب) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{-۴x^۳+۵x+۲}{۷x^۳+۳x^۲} = \lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{-۴x^۳}{۷x^۳} = \dfrac{-۴}{۷}$

۶

$$\begin{matrix} p(-۲)=۰ \\ p(۱)=۲ \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} ۲a+b=۷ \\ a-b=-۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{۵}{۳} \\ b=\frac{۱۱}{۳} \end{cases}$$

Telegram: @konkur_in

۷

الف) $\lim\limits_{x\to ۵} \frac{۲-\sqrt{x-۱}}{x-۵} \times \frac{۲\times\sqrt{x-۱}}{۲+\sqrt{x-۱}} = \lim\limits_{x\to ۵} \frac{۵-x}{(x-۵)(۲+\sqrt{x-۱})} = \lim\limits_{x\to ۵} \frac{-۱}{۲+\sqrt{x-۱}} = \frac{-۱}{۴}$

ب) $\lim\limits_{x\to ۰} \frac{x+۱}{\sin^{۲} x} = \frac{۱}{۰^{+}} = +\infty$

پ) $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{۲x^{۳}-x+۱}{(۲x-۱)^{۳}} = \lim\limits_{x\to -\infty} \frac{۲x^{۳}}{۸x^{۳}} = \frac{۱}{۴}$

۸

الف) $\lim\limits_{x\to ۱} \frac{x-\sqrt{x}}{x^{۲}+x-۲} \times \frac{x+\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} = \lim\limits_{x\to ۱} \frac{x^{۲}-x}{(x^{۲}+x-۲)(x+\sqrt{x})}$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to ۱} \frac{x(x-۱)}{(x+۲)(x-۱)(x+\sqrt{x})} = \frac{۱}{۶}$

ب) $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{(x^{۲}+۱)(۴x+۳)}{x^{۳}-۴x+۱} = \lim\limits_{x\to +\infty} \frac{x^{۲}\times(۴x)}{x^{۳}} = ۴$

۹

$x-a=۰ \Rightarrow x=a$

$a^{۲}+a-۲=۰ \Rightarrow a=۱$ یا $a=-۲$

۱۰

الف) $\frac{۲(-۲)+۱}{|۲^{-}-۲|} = \frac{-۳}{۰^{+}} = -\infty$

ب) $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{۳x^{۲}}{-x^{۵}} = \lim\limits_{x\to -\infty} \frac{۳}{-x^{۳}} = ۰$

۱۱

الف) $-\frac{۱}{۲}$

ب) $\frac{۱}{(۰)^{-}} = -\infty$

پ) $\lim\limits_{x\to -۱} \frac{x^{۲}+۳x+۲}{\sqrt[۳]{x}+۱} \times \frac{\sqrt[۳]{x^{۲}}-\sqrt[۳]{x}+۱}{\sqrt[۳]{x^{۲}}-\sqrt[۳]{x}+۱} = \lim\limits_{x\to -۱} \frac{(x+۱)(x+۲)(\sqrt[۳]{x^{۲}}-\sqrt[۳]{x}+۱)}{(x+۱)} = ۳$

۱۲

الف) $\lim\limits_{x\to ۳} \frac{x+۱}{(x-۳)^{۲}} = \frac{۴}{۰^{+}} = +\infty$

ب) $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{x^{۳}}{-x^{۳}(-x)} = \lim\limits_{x\to -\infty} \frac{x^{۳}}{x^{۴}} = ۰$

۱۳

$x-k=۰ \Rightarrow x=k \Rightarrow p(k)=۰ \Rightarrow k^{۳}+k^{۳}+۲=۰ \Rightarrow k^{۳}=-۱ \Rightarrow k=-۱$

Telegram: @konkur_in

۱۴

الف) $\lim\limits_{x\to ۱} \frac{x-۱}{\sqrt{x}-۱} = \lim\limits_{x\to ۱} \frac{(\sqrt{x}-۱)(\sqrt{x}+۱)}{(\sqrt{x}-۱)} = ۲$

ب) $\lim\limits_{x\to ۵} \frac{۱}{(x-۵)^{۴}} = \frac{۱}{۰^{+}} = +\infty$

ج) $\lim\limits_{x\to ۳^{-}} \frac{۳-[x]}{x-۳} = \frac{۱}{۰^{-}} = -\infty$

د) $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{-۶x^{۳}+۷x-۹}{۲x^{۳}-۴x^{۲}+x} = \lim\limits_{x\to -\infty} \frac{-۶x^{۳}}{۲x^{۳}} = -۳$

۱۵

الف) $\lim\limits_{x\to ۱^{+}} \frac{[۲x]-۱}{x-۱} = \frac{۱}{۰^{+}} = +\infty$

ب) $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{۲x^{۲}-۳x}{۱-x^{۲}} = \lim\limits_{x\to +\infty} \frac{۲x^{۲}}{-x^{۲}} = -۲$

پ) $\lim\limits_{x\to -\infty} (-۳x^{۳}+۲x+۱) = \lim\limits_{x\to -\infty} -۳x^{۳} = +\infty$

۱۶

$p(۲) = ۰ \Rightarrow ۸+۲m+۲ = ۰ \Rightarrow m = -۵$

$p(-۱) = ۶$

۱۷

الف) $\lim\limits_{x\to -۲} \frac{(x+۲)(x^{۲}-۲x+۴)}{x+۲} = ۴+۴+۴ = ۱۲$

ب) $\lim\limits_{x\to ۲^{+}} \frac{(x-۲)}{x-۲} = ۱$, $\lim\limits_{x\to ۲^{-}} \frac{-(x-۲)}{x-۲} = -۱$ $\Rightarrow$ حد وجود ندارد

پ) $\frac{۰-۲}{[\pi]+۱} = \frac{-۲}{۳+۱} = \frac{-۱}{۲}$

۱۸

$x-۱ = ۳ \Rightarrow x = ۴$, $۲y+۵ > ۳ \Rightarrow y > -۱$

۱۹

الف) $\lim\limits_{x\to ۲^{-}} \frac{[x]}{x-۲} = \frac{۱}{۰^{-}} = -\infty$

ب) $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{۱+x-۴x^{۲}}{۳x+۲x^{۲}} = \lim\limits_{x\to -\infty} \frac{-۴x^{۲}}{۲x^{۲}} = -۲$

۲۰

الف) $\lim\limits_{x\to (-۵)^{-}} \frac{x^{۲}+۲x-۱۵}{x^{۲}+۱۰x+۲۵} = \lim\limits_{x\to -۵^{-}} \frac{\cancel{(x+۵)}(x-۳)}{\cancel{(x+۵)}(x+۵)} = \frac{-۸}{۰^{-}} = +\infty$

ب) $\lim\limits_{x\to \infty} \frac{x^{۲}-x+۴}{-۲x^{۲}+۵} = \lim\limits_{x\to \infty} \frac{x^{۲}}{-۲x^{۲}} = -\frac{۱}{۲}$

۲۱

$p(۲) = ۳ \Rightarrow ۱۲+۲m+۲m+۱ = ۳ \Rightarrow ۴m = -۱۰ \Rightarrow m = -\frac{۵}{۲}$

$f(-۲) = -\frac{۵}{۲}(-۲)^{۲} - \left(-\frac{۵}{۲}\right)(-۲) + ۳ = -۱۲$

Telegram: @konkur_in

۲۲ الف) $\frac{۳}{۰^+} = +\infty$

ب) $\lim_{x\to ۱} \frac{\sqrt{۳x+۱}-۲}{x-۱} \times \frac{\sqrt{۳x+۱}+۲}{\sqrt{۳x+۱}+۲} = \lim_{x\to ۱} \frac{۳x+۱-۴}{(x-۱)(\sqrt{۳x+۱}+۲)}$

$= \lim_{x\to ۱} \frac{۳(x-۱)}{(x-۱)(\sqrt{۳x+۱}+۲)} = \frac{۳}{۴}$

به روش‌های هم‌ارزی و هوپیتال نمره تعلق نمی‌گیرد.

۲۳ الف) ۳- ب) $+\infty$

۲۴ الف) $\lim_{x\to ۱^-} \frac{[x]-۱}{(x-۱)^۲} \Rightarrow \lim_{x\to ۱^-} \frac{-۱}{۰^+} = -\infty$

ب) $\lim_{x\to +\infty} \frac{x^۴+۳x-۱}{۲+x-x^۴} \Rightarrow \lim_{x\to +\infty} \frac{x^۴}{-x^۴} = -۱$

۲۵ $P(۲)=۰ \Rightarrow ۸-۲a+b=۰$
$P(-۱)=۳ \Rightarrow a+b=۴$
$\Rightarrow \begin{cases} -۲a+b=-۸ \\ a+b=۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} a=۴ \\ b=۰ \end{matrix}$

۲۶ الف) $\lim_{x\to ۱} \frac{x-۱}{\sqrt[۳]{x}-۱} = \frac{x-۱}{\sqrt[۳]{x}-۱} \times \frac{\sqrt[۳]{x^۲}+\sqrt[۳]{x}+۱}{\sqrt[۳]{x^۲}+\sqrt[۳]{x}+۱} = ۳$

ب) $\lim_{x\to ۰^-} \frac{x-۲}{|\sin x|} = \frac{-۲}{۰^+} = -\infty$

پ) $\lim_{x\to -\infty} \frac{۳x^۲+۴x^۵}{x^۳-x} = \lim_{x\to -\infty} \frac{۴x^۵}{x^۳} = +\infty$

۲۷ خیر - زیرا تابع $f(x)=\frac{۱}{[x]-۱}$ در همسایگی راست $x=۱$ تعریف نشده است.

۲۸ $\lim_{x\to ۳} \frac{x(x-۳)}{(x-۳)(x+۳)} = \lim_{x\to ۳} \frac{x}{x+۳} = \frac{۱}{۲}$

۲۹ الف) $\lim_{x\to (\frac{۱}{۲})^-} \frac{۵x}{|۲x-۱|} = \frac{\frac{۵}{۲}}{۰^+} = +\infty$

ب) $\lim_{x\to (-۳)^-} \frac{x+۳}{x^۲+۶x+۹} \Rightarrow \lim_{x\to (-۳)^-} \frac{(x+۳)}{(x+۳)^۲} = \frac{۱}{۰^-} = -\infty$

۳۰ $x=a \Rightarrow ۲a^۲-۸=۰ \Rightarrow a^۲=۴ \Rightarrow a=\pm ۲$

۳۱ $\lim_{x\to ۱} \frac{\sqrt{x}-۱}{x^۲-۱} = \lim_{x\to ۱} \frac{x-۱}{(x-۱)(x+۱)\sqrt{x}+۱} = \frac{۱}{۴}$

۳۲ الف) $-\infty$

ب) $+\infty$

پ) ۲-

Telegram: @konkur_in

۳۳ $\lim\limits_{x\to ۲^{+}} \dfrac{ax-۳}{(۲-x)^{۳}} = \dfrac{۲a-۳}{۰^{-}} = +\infty \Rightarrow ۲a-۳<۰ \Rightarrow a<\dfrac{۳}{۲}$

۳۴ $\begin{cases} p(-۲)=-۱ \\ p(۱)=۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۴a+b=۷ \\ a+b=-۱ \end{cases} \Rightarrow a=\dfrac{۸}{۳}, b=-\dfrac{۱۱}{۳}$

۳۵ الف) $\lim\limits_{x\to ۹} \dfrac{\sqrt{x}-۳}{x-۹}\times\dfrac{\sqrt{x}+۳}{\sqrt{x}+۳} = \lim\limits_{x\to ۹} \dfrac{x-۹}{(x-۹)(\sqrt{x}+۳)} = \dfrac{۱}{۶}$

ب) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{۲}^{+}} \dfrac{۱}{\cos x} = \dfrac{۱}{۰^{-}} = -\infty$

پ) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{-x}{۵x} = -\dfrac{۱}{۵}$

۳۶ ۲) الف

ب) $\begin{cases} \lim\limits_{x\to -۱^{+}} f(x) = -\infty \\ \lim\limits_{x\to -۱^{-}} f(x) = +\infty \end{cases}$

۳۷ الف) $\dfrac{۱-۲}{۲^{-}-۲} = \dfrac{-۱}{۰^{-}} = +\infty$

ب) $\dfrac{۲}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{۲}\right)^{+}} = \dfrac{۲}{-\infty} = ۰$

پ) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{-x^{۲}}{۴x} = \lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{-x}{۴} = +\infty$

۳۸ $x+۱=۰ \Rightarrow x=-۱ \Rightarrow p(-۱)=۲ \Rightarrow (-۱)^{۴}+k(-۱)^{۲}-۳=۲ \Rightarrow k=۴$

۳۹ $\lim\limits_{x\to ۳} \dfrac{(x-۳)(x-۲)}{(x-۳)(۲x-۱)} = \dfrac{۱}{۵}$

۴۰ الف) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = ۲$

ب) $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = ۰$

پ) $\lim\limits_{x\to -۱} f(x) = +\infty$

ت) $\lim\limits_{x\to ۱^{-}} f(x) = -\infty$

۴۱ الف) $\lim\limits_{x\to ۲^{+}} \dfrac{(x-۲)(x+۲)}{(x-۲)^{۲}} = \dfrac{+۴}{۰^{+}} = +\infty$

ب) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{-x^{۲}}{۲} = -\infty$

۴۲ $۲x+۱=۰ \Rightarrow x=\dfrac{-۱}{۲} \Rightarrow p\left(\dfrac{-۱}{۲}\right)=۰=r$

Telegram: @konkur_in

۴۳

الف) $\frac{-۲}{۰^+} = -\infty$

ب) -۴

۴۴

$$\begin{matrix} -۸ + ۴a - ۲b + ۲ = ۰ \Rightarrow ۴a - ۲b = ۶ \\ ۱ + a + b + ۲ = ۰ \Rightarrow a + b = -۳ \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} a = ۰ \\ b = -۳ \end{matrix}$$

۴۵

الف) $\lim\limits_{x \to \frac{۱}{۲}} \frac{(x)(۲x-۱)}{(۲x+۱)(۲x-۱)} = \lim\limits_{x \to \frac{۱}{۲}} \frac{(x)}{(۲x+۱)} = \frac{۱}{۴}$

ب) $\lim\limits_{x \to ۰} \frac{x+۱}{\sin^۲ x} = \frac{۱}{۰^+} = +\infty$

۴۶

الف) $\lim\limits_{x \to ۱} \frac{(x-\sqrt{x})(x+\sqrt{x})}{(x-۱)(x+۲)(x+\sqrt{x})} = \lim\limits_{x \to ۱} \frac{x(x-۱)}{(x-۱)(x+۲)(x+\sqrt{x})} = \frac{۱}{۶}$

ب) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۲}^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{۱}{۰^-} = -\infty$

پ) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x^۷\left(-۴ + \frac{۵}{x^۵}\right)}{x^۳\left(۲ + \frac{۹}{x^۳}\right)} = \lim\limits_{x \to -\infty} (-۲)x^۴ = -\infty$

۴۷

الف) $\frac{۳}{۰^+} = +\infty$

ب) $\frac{۳+۰}{۰-۲} = \frac{-۳}{۲}$

۴۸

$$x + ۲ = ۰ \Rightarrow x = -۲ \Rightarrow \begin{cases} p(-۲) = -۲a - ۷ \\ q(-۲) = ۱۱ \end{cases} \Rightarrow a = -۹$$

۴۹

الف) $\lim\limits_{x \to ۵} \frac{(۲-\sqrt{x-۱})(۲+\sqrt{x-۱})}{(x-۵)(۲+\sqrt{x-۱})} = \lim\limits_{x \to ۵} \frac{-(x-۵)}{(x-۵)(۲+\sqrt{x-۱})} = \frac{-۱}{۴}$

ب) $\lim\limits_{x \to -\frac{۱}{۳}} \frac{-۱}{|۳x+۱|} = \frac{-۱}{۰^+} = -\infty$

مخرج در نزدیکی $-\frac{۱}{۳}$ با مقادیر مثبت به صفر میل می‌کند و حد صورت هم در $-\frac{۱}{۳}$ برابر ۱- است. بنابراین جواب حد برابر $-\infty$ می‌شود.

ج) $\frac{۳+۰}{۰-۵} = -\frac{۳}{۵}$

۵۰

الف) $\lim\limits_{x \to ۵} \frac{(۲-\sqrt{x-۱})(۲+\sqrt{x-۱})}{۲(x-۵)(۲+\sqrt{x-۱})} = \lim\limits_{x \to ۵} \frac{-(x-۵)}{۲(x-۵)(۲+\sqrt{x-۱})} = \frac{-۱}{۸}$

ب) $\lim\limits_{x \to ۳^-} \frac{-۱}{x-۳} = \frac{-۱}{۰^-} = +\infty$

Telegram: @konkur_in

۵۱

الف) $+\infty$

ب) $-\infty$

۵۲

الف) $\frac{-۱}{۰^-} = +\infty$

ب) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{-x^۲}{۳x^۲} = -\frac{۱}{۳}$

۵۳

الف) $\lim\limits_{x\to۳} \frac{(x-۳)(x+۳)(۲+\sqrt{x+۱})}{(۲-\sqrt{x+۱})(۲+\sqrt{x+۱})} = \lim\limits_{x\to۳} \frac{(x-۳)(x+۳)(۲+\sqrt{x+۱})}{-(x-۳)} = -۲۴$

ب) $\lim\limits_{x\to\frac{۱}{۲}} \frac{[x]-۳}{|۲x-۱|} = \frac{-۳}{۰^+} = -\infty$

پ) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{۲x^۳}{۶x^۳} = \frac{۱}{۳}$

۵۴

$x = -\frac{b}{۲a} = -\frac{b}{۲} = -۱ \Rightarrow b = ۲$

$(-۱)^۲ - ۲ + c = ۰ \Rightarrow c = ۱$

۵۵

الف) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi^+}{۲}} \operatorname{tg} x = -\infty,\ \lim\limits_{x\to\frac{\pi^-}{۲}} \operatorname{tg} x = +\infty, \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۲}} (x+۱) = \frac{\pi}{۲}+۱ \Rightarrow \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۲}} \frac{x+۱}{\operatorname{tg} x} = ۰$

ب) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{x^۲}{x^۳} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{۱}{x} = ۰$

۵۶

$x-۲=۰ \Rightarrow x=۲ \Rightarrow p(۲)=۰ \Rightarrow ۴a+۲b=-۶$

$x+۱=۰ \Rightarrow x=-۱ \Rightarrow p(-۱)=۳ \Rightarrow a-b=۶$

$a=۱, b=-۵$

۵۷

الف) $\lim\limits_{x\to۳} \frac{(x-۳)(x+۱)(x+\sqrt{x+۶})}{x^۲-x-۶} = \lim\limits_{x\to۳} \frac{(x-۳)(x+۱)(x+\sqrt{x+۶})}{(x+۲)(x-۳)} = \frac{۲۴}{۵}$

ب) $\lim\limits_{x\to۳^-} \frac{-۱}{x-۳} = \frac{-۱}{۰^-} = +\infty$

۵۸

الف) $\lim\limits_{x\to۰^+} \frac{x(x+۱)}{x^۲} = \lim\limits_{x\to۰^+} \frac{(x+۱)}{x} = \frac{۱}{۰^+} = +\infty$

ب) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{۲x^۲}{۴x^۳} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{۱}{۲x} = ۰$

۵۹

$x-۲=۰ \Rightarrow x=۲ \Rightarrow p(۲)=۰ \Rightarrow ۴a+۲b=-۹$

$x+۱=۰ \Rightarrow x=-۱ \Rightarrow p(-۱)=۰ \Rightarrow a-b=۰$

$a=-\frac{۳}{۲}, b=-\frac{۳}{۲}$

Telegram: @konkur_in

۶۰ الف) $\lim\limits_{x\to -۱}\dfrac{(x-۱)(x+۱)(x-\sqrt{۲x+۳})}{x^۲-۲x-۳}=\lim\limits_{x\to -۱}\dfrac{(x-۱)(x+۱)(x-\sqrt{۲x+۳})}{(x+۱)(x-۳)}=-۱$

ب) $\lim\limits_{x\to ۳}\dfrac{۲}{|x-۳|}=\dfrac{۲}{۰^+}=+\infty$

۶۱ الف) $\dfrac{[۳^+]-۲}{۳-۳^+}=\dfrac{۳-۲}{۰^-}=\dfrac{۱}{۰^-}=-\infty$

ب) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{۳x}{x}-۰=۳-۰=۳$

۶۲ الف) $\lim\limits_{x\to ۴}\dfrac{۲-\sqrt{x}}{x^۲-۱۶}=\lim\limits_{x\to ۴}\dfrac{۲-\sqrt{x}}{(x-۴)(x+۴)}\times\dfrac{۲+\sqrt{x}}{۲+\sqrt{x}}=\lim\limits_{x\to ۴}\dfrac{۴-x}{(x-۴)(x+۴)(۲+\sqrt{x})}$

$=\lim\limits_{x\to ۴}\dfrac{-۱}{(x+۴)(۲+\sqrt{x})}=\dfrac{-۱}{۳۲}$

ب) $\lim\limits_{x\to ۰^+}\dfrac{۱}{۱-\cos x}=\dfrac{۱}{۱-۱^-}=\dfrac{۱}{۰^+}=+\infty$

۶۳ الف) $\lim\limits_{x\to ۱^+}\dfrac{(x-۱)(x+۱)}{(x-۱)^۲}=\lim\limits_{x\to ۱^+}\dfrac{x+۱}{x-۱}=+\infty$

ب) $\lim\limits_{x\to -\infty}x^۳\left(-۲+\dfrac{۱}{x^۲}-\dfrac{۱}{x^۳}\right)=\lim\limits_{x\to -\infty}(-۲x^۳)=+\infty$

پ) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x^۳}{۲x^۳}=\dfrac{۱}{۲}$

۶۴ الف) $+\infty$ ب) ۱

۶۵ آ) $\underset{\text{۰/۲۵}}{\overset{-۲}{\lfloor\ \rfloor}}$ ب) $\underset{\text{۰/۲۵}}{\overset{+\infty}{\lfloor\ \rfloor}}$

۶۶ $\underset{\text{۰/۲۵}}{\underbrace{\lim\limits_{x\to ۱}\dfrac{x^۲-x}{(x+۲)(x-۱)(x+\sqrt{x})}}}=\underset{\text{۰/۲۵}}{\underbrace{\lim\limits_{x\to ۱}\dfrac{x(x-۱)}{(x+۲)(x-۱)(x+\sqrt{x})}}}=\underset{\text{۰/۲۵}}{\overbrace{\dfrac{+۱}{۶}}}$

۶۷ $\underset{\text{۰/۵}}{\underbrace{\dfrac{-۱}{۰^-}}}=+\infty\ \underset{\text{۰/۲۵}}{\overbrace{\ \ }}$

۶۸ $f(-۱)=۰(۰/۲۵)\Rightarrow ۱-a-۳=۰\Rightarrow a=-۲(۰/۲۵)$

$f(۲)=۴-۴-۳=-۳(۰/۲۵)$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۹ الف)

$\frac{۲-۳}{۰^-} = +\infty \quad (۰/۲۵)$

$(۰/۲۵)$

ب)

$$\lim_{x\to ۳} \frac{(x-۳)(x+۳)(\sqrt{x+۱}+۲)}{x-۳} \ (۰/۷۵) = \lim_{x\to ۳} (x+۳)(\sqrt{x+۱}+۲) = ۲۴ (۰/۲۵)$$

۷۰ الف) $\lim_{x\to ۲^+} \frac{۲x+۱}{۴-x^۲} = -\infty \ (۰/۵)$

ب) $\lim_{x\to +\infty} \frac{۴x^۵}{-۳x^۵} \ (۰/۵) = -\frac{۴}{۳} (۰/۵)$

۷۱ $\lim_{x\to ۱} \frac{(x-۱)(x+۱)}{(x-۱)(x^۲+x+۱)} = \overset{(۰/۵)}{\frac{۲}{۳}} \ (۰/۲۵)$

۷۲ $\lim_{x\to +\infty} \frac{x\left(۱+\frac{۳}{x}\right)}{\left(۲x\sqrt{۱+\frac{۹}{۴x}-\frac{۱}{۴x^۲}}\right)} = \overset{(۰/۵)}{\frac{۱}{۲}} \ (۰/۲۵)$

۷۳ $\lim_{x\to ۱} \frac{(x-۱)(x^۲+x+۳)(۰/۵)}{(x-۱)(x+۱)(۰۲۵)} = \frac{۵}{۲} \ (۰/۲۵)$

۷۴ مسائل صفحه ۱۰

$$\begin{matrix} p(۱) = a+b = ۲ \ (۰/۲۵) \\ p(-۲) = ۴a+b = ۱۰ \ (۰/۲۵) \end{matrix} \Rightarrow a = \frac{۸}{۳} \ (۰/۲۵) \quad b = -\frac{۲}{۳} \ (۰/۲۵)$$

۷۵ $\lim_{x\to \pm\infty} \frac{۸x^۳}{-۲x^۴} = \lim_{x\to \pm\infty} \frac{-۴}{x} = ۰$

$(۰/۲۵) \ (۰/۲۵) \ (۰/۲۵)$

۷۶ $\lim_{x\to ۱} \frac{۴-x-۳}{(x-۱)(x+۱)(۲+\sqrt{x+۳})} = \frac{-۱}{۸}$

$(۰/۲۵) \ (۰/۲۵) \ (۰/۲۵)$

۷۷ $\lim_{x\to -\infty} \frac{|x|\sqrt{۱+\frac{۵}{x}-\frac{۱}{x^۲}}(۰/۲۵)}{x\left(۲+\frac{۱}{x}\right)} = \lim_{x\to -\infty} \frac{-x(۰/۲۵)}{۲x} = -\frac{۱}{۲} \ (۰/۲۵)$

۷۸ $\lim_{x\to ۱} \frac{(x-۱)(x^۴+x^۳+x^۲+x+۱)(۰/۵)}{x-۱} = ۵ \ (۰/۲۵)$

Telegram: @konkur_in

۷۹
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^{۳}\left(۲ - \frac{۱}{x} + \frac{۱}{x^{۳}}\right)}{x^{۳}\left(۴ + \frac{۵}{x^{۳}}\right)} = \frac{۲}{۴}$$
(۰/۲۵) (۰/۲۵)

۸۰
$$\lim_{x \to ۹} \frac{(۹ - x)\left(\sqrt{x} + ۳\right)}{x - ۹} = \lim_{x \to ۹} \frac{\left(\sqrt{x} + ۳\right)}{-۱} = \underbrace{-۶}$$
(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۸۱
$$\lim_{x \to ۲^{+}} \frac{۲x - ۱}{x - ۲} = \frac{۳}{\underbrace{+}_{۰}} = \underbrace{+\infty}$$
(۰/۲۵) (۰/۲۵)

۸۲
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^{۲}+۶x-۱}{x^{۳}+۴x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^{۳}}{x^{۳}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{۱}{x} = ۰$$
(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۸۳
$$\lim_{x \to ۵^{-}} \frac{x}{x-۵} = \frac{۵}{۰^{-}} = -\infty$$
(۰/۲۵) (۰/۲۵)

۸۴
$$\lim_{x \to ۴} \frac{(\sqrt{x} - ۲)(\sqrt{x} + ۲)}{(x - ۴)(\sqrt{x} + ۲)} = \lim_{x \to ۴} \frac{(x - ۴)}{(x - ۴)(\sqrt{x} + ۲)} = \lim_{x \to ۴} \frac{۱}{(\sqrt{x} + ۲)} = \frac{۱}{۴}$$
(۰/۲۵) (۰/۵)

۸۵
$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{۲ + ۷x}{۳x - ۴} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{۷x}{۲x} = \frac{۷}{۳}$$
(۰/۲۵) (۰/۲۵)

۸۶
$$\lim_{x \to ۲^{-}} \frac{x^{۲}}{|x - ۲|} = \frac{۴}{۰^{+}} = +\infty$$
(۰/۲۵) (۰/۲۵)

۸۷
$$\lim_{x \to ۰} \frac{۱ - \cos ۲x}{\sin x} = \lim_{x \to ۰} \frac{۲ \sin^{۲} x}{\sin x} = \lim_{x \to ۰} ۲ \sin x = ۰$$
(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۸۸ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

$$\lim_{x\to ۳} \frac{x-\sqrt{x+۶}}{x-۳} \times \frac{x+\sqrt{x+۶}}{x+\sqrt{x+۶}} = \lim_{x\to ۳} \frac{x^۲-x-۶}{(x-۳)(x+\sqrt{x+۶})} = \lim_{x\to ۳} \frac{(x-۳)(x+۲)}{(x-۳)(x+\sqrt{x+۶})}$$

$$= \lim_{x\to ۳} \frac{(x+۲)}{(x+\sqrt{x+۶})} = \frac{۵}{۶} \quad (۰/۲۵)$$

۸۹ (۰/۲۵)

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{۶x+۷x^۲}{۳x^۲+x-۴} = \lim_{x\to -\infty} \frac{۷x^۲}{۳x^۲} = \frac{۷}{۳} \quad (۰/۲۵)$$

(۰/۲۵)

۹۰

$$\lim_{x\to ۶^-} \frac{۴}{(x-۶)^۲} = \frac{۴}{۰^+} = +\infty \quad (۰/۲۵)$$

(۰/۲۵)

۹۱ (۰/۲۵)

$$\lim_{x\to ۱} \frac{\sqrt{x}-۱}{x^۲-۵x+۴} \times \frac{\sqrt{x}+۱}{\sqrt{x}+۱} = \lim_{x\to ۱} \frac{x-۱}{(x-۱)(x-۴)(\sqrt{x}+۱)} = -\frac{۱}{۶} \quad (۰/۲۵)$$

(۰/۲۵)

۹۲

$$\lim_{x\to ۳} \frac{\sqrt{x+۱}-۲}{x^۲-۹} \times \frac{\sqrt{x+۱}+۲}{\sqrt{x+۱}+۲} = \lim_{x\to ۳} \frac{(x-۳)(۰/۲۵)}{(x-۳)(x+۳)(\sqrt{x+۱}+۲)(۰/۲۵)} = \frac{۱}{۲۴} \quad (۰/۲۵)$$

۹۳

$$P(-۱) = ۲ - m + ۲ = ۲ (۰/۲۵) \Rightarrow m = ۲ (۰/۲۵) \Rightarrow P(۱) = ۶ (۰/۲۵)$$

۹۴

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{۴}} \frac{\cos^۲ x - \sin^۲ x \ (۰/۲۵)}{-(\cos x - \sin x)} = \underbrace{\lim_{x\to \frac{\pi}{۴}} \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{-(\cos x - \sin x)}}_{(۰/۲۵)} = -\sqrt{۲} \quad (۰/۲۵)$$

۹۵

$$\lim_{x\to -۱} \frac{\sqrt{x+۲}-۱}{۲x(x+۱)\ (۰/۲۵)} \times \underbrace{\frac{\sqrt{x+۲}+۱}{\sqrt{x+۲}+۱}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\lim_{x\to -۱} \frac{(x+۱)}{۲x\,(x+۱)\left(\sqrt{x+۲}+۱\right)}}_{(۰/۲۵)} = -\frac{۱}{۴} \quad (۰/۲۵)$$

۹۶

$$\lim_{x\to ۴} \frac{x-۴}{\sqrt{x+۵}-۳} = \frac{۰}{۰}$$

$$\lim_{x\to ۴} \frac{x-۴}{\sqrt{x+۵}-۳} \times \frac{\sqrt{x+۵}+۳}{\sqrt{x+۵}+۳} \ (۰/۵) = \lim_{x\to ۴} \frac{(x-۴)(\sqrt{x+۵}+۳)}{x-۴} = ۶ (۰/۵)$$

Telegram: @konkur_in

۹۷ $\lim_{x\to ۱} \frac{(x-۱)(۲x+۵)}{(x-۱)(x+۱)} = \frac{۷}{۲}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۹۸ $\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^۲-۲x}-x\right) \times \frac{\sqrt{x^۲-۲x}+x}{\sqrt{x^۲-۲x}+x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{-۲x}{|x|\sqrt{۱+\frac{-۲}{x}}+x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{-۲x}{۲x} = -۱$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۹۹ $\lim_{x\to ۰} \frac{\sqrt{x+۲۵}-۵}{x} \times \frac{\sqrt{x+۲۵}+۵}{\sqrt{x+۲۵}+۵} = \lim_{x\to ۰} \frac{x}{x\left(\sqrt{x+۲۵}+۵\right)} = \frac{۱}{۱۰}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۰۰ $\lim_{x\to ۲^-} \frac{-۱}{۰^+} = -\infty$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۰۱ $\lim_{x\to ۲} \frac{(x-۲)\left(x^۲+۲x+۴\right)}{x(x-۲)} = ۶$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۰۲ $\lim_{x\to ۱} \frac{\sqrt[۳]{x}-۱}{x^۲-۱} \times \frac{\left(\sqrt[۳]{x}\right)^۲+\sqrt[۳]{x}+۱}{\left(\sqrt[۳]{x}\right)^۲+\sqrt[۳]{x}+۱} = \lim_{x\to ۱} \frac{x-۱}{(x-۱)(x+۱)\left(\left(\sqrt[۳]{x}\right)^۲+\sqrt[۳]{x}+۱\right)} = \frac{۱}{۶}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۰۳ $\lim_{x\to ۱} \frac{(x-۱)(x^۲+x-۲)}{(x-۱)(x-۳)} = \lim_{x\to ۱} \frac{(x^۲+x-۲)}{(x-۳)} = ۰$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۰۴ $\lim_{x\to ۹} \frac{x-۹}{(\sqrt{x}-۳)} \times \frac{(\sqrt{x}+۳)}{(\sqrt{x}+۳)} = \lim_{x\to ۹} \frac{(x-۹)(\sqrt{x}+۳)}{(x-۹)} = ۶$ (۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۰۵ $\lim_{x\to ۱} \frac{(x-۱)(x-۳)}{(x-۱)(x+۱)} = \lim_{x\to ۱} \frac{x-۳}{x+۱} = -۱$ (۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۰۶ $\begin{cases} x-۲=۰ \Rightarrow x=۲ \ (۰/۲۵) \\ x+۱=۰ \Rightarrow x=-۱ \ (۰/۲۵) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۴+۲m+n=۰ \ (۰/۲۵) \\ ۱-m+n=۰ \ (۰/۲۵) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=-۱ \ (۰/۲۵) \\ n=-۲ \ (۰/۲۵) \end{cases}$

۱۰۷ $\lim_{x\to-\infty}(\sqrt{x^۲-۲x}-x)=(+\infty)-(-\infty)=+\infty$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

۱۰۸ $\lim_{x\to۸}\frac{\sqrt[۳]{x}-۲}{(x-۸)(x+۳)}\times\frac{\sqrt[۳]{x^۲}+۲\sqrt[۳]{x}+۴}{\sqrt[۳]{x^۲}+۲\sqrt[۳]{x}+۴}=\lim_{x\to۸}\frac{(x-۸)}{(x-۸)(x+۳)(\sqrt[۳]{x^۲}+۲\sqrt[۳]{x}+۴)}=\frac{۱}{۱۳۲}$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۰۹ $\lim_{x\to+\infty}\frac{۶x^۲-\sqrt{x-۳}}{۵x^۲-\sqrt{x^۴+۱}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{۶x^۲}{۵x^۲-x^۲\sqrt{۱+\frac{۱}{x^۴}}}=\frac{۶x^۲}{۴x^۲}=\frac{۳}{۲}$ (۱)

۱۱۰ $\lim_{x\to۳^-}\frac{x^۲-۷}{|۳-x|}=\frac{۹-۷}{|۳-۳^-|}=\frac{۲}{۰^+}=+\infty$ (۰/۷۵)

۱۱۱ $\lim_{x\to۲}\frac{x^۲-۲x}{x^۲-۱۵x+۲۶}=\lim_{x\to۲}\frac{x(x-۲)}{(x-۲)(x-۱۳)}=\lim_{x\to۲}\frac{x}{x-۱۳}=\frac{۲}{-۱۱}$ (۱)

۱۱۲ $\frac{\sqrt{x+۲}-۲}{x^۲-۴}\times\frac{\sqrt{x+۲}+۲}{\sqrt{x+۲}+۲}=\lim_{x\to۲}\frac{(x-۲)}{(x-۲)(x+۲)(\sqrt{x+۲}+۲)}=\lim_{x\to۲}\frac{۱}{(x+۲)(\sqrt{x+۲}+۲)}=\frac{۱}{۱۶}$ (۱)

۱۱۳ $\lim_{x\to+\infty}\frac{۵x^۲+۱}{۳x^۲+\sqrt{x^۴-۱}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{۵x^۲}{۳x^۲+x^۲}=\lim_{x\to+\infty}\frac{۵x^۲}{۴x^۲}=\frac{۵}{۴}$ (۰/۷۵)

۱۱۴ $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{(۲x-۱)(x+۳)}{۱-x+x^۲}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{(۲x)(x)}{x^۲}=۲$ (۰/۲۵) (۰/۵)

۱۱۵ $\lim_{x\to۰}\frac{۳}{x^۴}=\frac{۳}{۰^+}=+\infty$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۱۶ $\lim_{x\to۲}\frac{x^۲-۵x+۶}{x^۲-۷x+۱۰}=\lim_{x\to۲}\frac{(x-۲)(x-۳)}{(x-۲)(x-۵)}=\frac{-۱}{-۳}=\frac{۱}{۳}$ (۰/۲۵) (۰/۵)

۱۱۷ $\lim_{x\to۴}\frac{۳}{(x-۴)^۲}=\frac{۳}{۰^+}=+\infty$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

Telegram: @konkur_in

۱۱۸ $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{(۲x-۱)(x+۳)}{۱-x+x^۲} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{(۲x)(x)}{x^۲} = ۲$ (۰/۲۵)

۱۱۹ $\lim\limits_{x\to۱} \frac{۲x^۲-x-۱}{x^۲-x} = \lim\limits_{x\to۱} \frac{(x-۱)(۲x+۱)}{x(x-۱)} = ۳$ (۰/۷۵)

۱۲۰ $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{(۲x-۱)(x+۳)}{۱-x+x^۲} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{(۲x)(x)}{(x^۲)} = ۲$

۱۲۱ $\lim\limits_{x\to۴} \frac{۳}{(x-۴)^۲} = \frac{۳}{۰^+} = +\infty$

۱۲۲ $\lim\limits_{x\to-۳} \frac{x^۳+۲۷}{x^۲-۹} = \lim\limits_{x\to-۳} \frac{(x+۳)(x^۲-۳x+۹)}{(x+۳)(x-۳)} = \frac{۲۷}{-۶} = -\frac{۹}{۲}$

۱۲۳ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(-۲x)^۲(x^۳)^۲}{(x^۴)^۲} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(۴x^۲)(x^۶)}{x^۸} = ۴$

۱۲۴ $\lim\limits_{x\to-۲} \frac{۱-۳x}{(x+۲)^۲} = \frac{۷}{۰^+} = +\infty$

۱۲۵ $\lim\limits_{x\to۳} \frac{x^۲-۷x+۱۲}{۳x^۲-x^۳} = \lim\limits_{x\to۳} \frac{\cancel{(x-۳)}(x-۴)}{-x^۲\cancel{(x-۳)}} = \frac{۳-۴}{-۹} = \frac{۱}{۹}$

۱۲۶ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(-۲x)(x^۲)}{x^۳} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-۲x^۳}{x^۳} = -۲$

۱۲۷ $\lim\limits_{x\to(\frac{۱}{۵})^-} \frac{۵x+۳}{۱-۵x} = \frac{۴}{۰^+} = +\infty$

۱۲۸ $\lim\limits_{x\to۱} \frac{(x^۲-۱)(x^۲-۲)}{x(x^۲-۱)} = \frac{۱-۲}{۱} = -۱$

۱۲۹ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(-x^۲)^۲(-۲x^۲)}{(۲x^۳)(۲x^۲)} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-۲x^۶}{۴x^۵} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-x}{۲} = -\infty$

۱۳۰ $\lim\limits_{x\to۲} \frac{-۳x+۱}{(۴-۲x)^۲} = \frac{-۵}{۰^+} = -\infty$

۱۳۱ $\lim\limits_{x\to۱} \frac{(۵x-۲)(x-۱)}{(۲x-۱)(x-۱)} = \lim\limits_{x\to۱} \frac{۵x-۲}{۲x-۱} = \frac{۳}{۱} = ۳$

۱۳۲ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(x-x^۳)^۲(x+x^۲)}{(x^۲-x-۱)^۴} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(-x^۳)^۲(x^۲)}{(x^۲)^۴} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^۶\times x^۲}{x^۸} = ۱$

Telegram: @konkur_in

۱۳۳ $\lim\limits_{x\to\frac{-۱}{۴}} \frac{-۴}{(۴x+۱)^۲} = \frac{-۴}{۰^+} = -\infty$

۱۳۴ $\lim\limits_{x\to۲} \frac{x^۲-۵x+۶}{x^۳-۴x} = \lim\limits_{x\to۲} \frac{(x-۲)(x-۳)}{x(x-۲)(x+۲)} = \frac{۲-۳}{۲(۲+۲)} = \frac{-۱}{۸}$

۱۳۵ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(۲-x^۲)(x+۳)}{۴x^۳-۲x^۲} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(-x^۲)(x)}{۴x^۳} = \frac{-۱}{۴}$

۱۳۶ $\lim\limits_{x\to۳^-} \frac{۵x-۲}{۳-x} = \frac{۵\times۳-۲}{۳-۳^-} = \frac{۱۳}{۰^+} = +\infty$

۱۳۷ $\lim\limits_{x\to۲} \frac{۲x-x^۲}{x^۲-۴} = \lim\limits_{x\to۲} \frac{-x(x-۲)}{(x-۲)(x+۲)} = \frac{-۲}{۴} = \frac{-۱}{۲}$

۱۳۸ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(۲x)^۳(x)}{(x)(x^۳)} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{۸x^۴}{x^۴} = ۸$

۱۳۹ $\lim\limits_{x\to۱^+} \frac{۴x+۷}{(۱-x)^۲} = \frac{۱۱}{(۰^-)^۲} = +\infty$

۱۴۰ $\lim\limits_{x\to-۲} \frac{(x+۲)}{۲(x+۲)} = \frac{۱}{۲}\times۱ = \frac{۱}{۲}$

۱۴۱ $\lim\limits_{x\to-۱} \frac{x(x+۱)}{(x+۱)(x-۲)} = \frac{-۱}{-۳} = \frac{۱}{۳}$

۱۴۲ $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x^۲-۲x(-x)}{۵x^۲} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{۳x^۲}{۵x^۲} = \frac{۳}{۵}$

۱۴۳ $\lim\limits_{x\to۵^+} \frac{\sqrt{۲x-۱}}{۲-\sqrt{x-۱}} = \frac{۳}{۲-۲^+} = \frac{۳}{۰^-} = -\infty$

۱۴۴ $\lim\limits_{x\to۱} \frac{(x-۱)(۷x+۳)}{(x-۱)(x-۲)} = \frac{۱۰}{-۱} = -۱۰$

۱۴۵ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{۲x^۲\times x^۲}{x^۲\times x^۲} = ۲$

۱۴۶ $\lim\limits_{x\to۲} \frac{۶x-۷}{(x-۲)^۲} = \frac{۶\times۲-۷}{(۲-۲)^۲} = \frac{۵}{۰^+} = +\infty$

۱۴۷ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(۳x+۱)^۲}{x-۳x^۲} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(۳x)^۲}{-۳x^۲} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{۹x^۲}{-۳x^۲} = -۳$

Telegram: @konkur_in

۱۴۸ $\lim\limits_{x\to ۲^+} \frac{x^۲+۴}{x^۲-۲x} = \lim\limits_{x\to ۲^+} \frac{x^۲+۴}{x(x-۲)} = \frac{۸}{۰^+} = +\infty$

۱۴۹ $\lim\limits_{x\to ۲} \frac{x^۲-۷x+۱۰}{x^۳-۴x} = \lim\limits_{x\to ۲} \frac{(x-۲)(x-۵)}{x(x-۲)(x+۲)} = \frac{-۳}{۸}$

۱۵۰ $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{x^۲\times ۳x^۲}{(-x^۲)(x^۲)} = \lim\limits_{x\to +\infty} \frac{۳x^۴}{-x^۴} = -۳$

۱۵۱ $\lim\limits_{x\to (\frac{۱}{۲})^-} \frac{۴x}{۲x-۱} = \frac{۴\times \frac{۱}{۲}}{۲(\frac{۱}{۲})^- - ۱} = \frac{۲}{۱^- - ۱} = \frac{۲}{۰^-} = -\infty$

۱۵۲ $\lim\limits_{x\to ۲} \frac{(x+۵)(x-۲)}{(۳x+۱)(x-۲)} = \frac{۷}{۷} = ۱$

۱۵۳ $\lim\limits_{x\to ۳^+} \frac{(x^۲-۹)}{x-۳} = \lim\limits_{x\to ۳^+} \frac{(x-۳)(x+۳)}{x-۳} = ۳+۳ = ۶$

$\lim\limits_{x\to ۳^-}(x-۱) = ۳-۱ = ۲ \qquad \lim\limits_{x\to ۳^+} f(x) + f(۳) + \lim\limits_{x\to ۳^-} f(x) = ۶+۲+۲ = ۱۰$

۱۵۴ $\lim\limits_{x\to ۱} \frac{۳}{(x+۱)^۲} = \frac{۳}{۰^+} = +\infty$

۱۵۵ $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{(۲x+۱)(x-۱)}{۴-x^۲} = \lim\limits_{x\to +\infty} \frac{۲x.x}{-x^۲} = -۲$

۱۵۶ $\lim\limits_{x\to ۱} \frac{x^۲-x}{x^۲-۱} = \lim\limits_{x\to ۱} \frac{x(x-۱)}{(x-۱)(x+۱)} = \frac{۱}{۱+۱} = \frac{۱}{۲}$

۱۵۷ $\lim\limits_{x\to (\frac{۱}{۲})^+} \frac{۴x+۳}{۲x-۱} = \frac{۴\times \frac{۱}{۲}+۳}{۲(\frac{۱}{۲})^+ - ۱} = \frac{۵}{۰^+} = +\infty$

۱۵۸ $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{۲x}{-\frac{۱}{۲}x} = -۴$

۱۵۹ $\lim\limits_{x\to ۲} \frac{(x-۲)(x+۲)}{(x-۲)(x-۳)} = \frac{۴}{-۱} = -۴$

۱۶۰ $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{۳x^۲}{-۳x\times x} = \lim\limits_{x\to +\infty} \frac{۳x^۲}{-۳x^۲} = -۱$

۱۶۱ $\lim\limits_{x\to ۲^+} \frac{۲(۲)+۱}{۲-۲^+} = \frac{۵}{۰^-} = -\infty$

Telegram: @konkur_in

۱۶۲ $\lim\limits_{x\to ۱} \dfrac{x(x+۱)(x-۱)}{(x+۳)(x-۱)} = \lim\limits_{x\to ۱} \dfrac{x(x+۱)}{x+۳} = \dfrac{۱(۱+۱)}{۱+۳} = \dfrac{۱}{۲}$

۱۶۳ $\dfrac{a}{۶} = \dfrac{-۲}{۳} \Rightarrow a = -۴$ و $b = ۳$

۱۶۴ $\lim\limits_{x\to \pi} \cot x = \begin{cases} \lim\limits_{x\to \pi^+} \cot x = +\infty \\ \lim\limits_{x\to \pi^-} \cot x = -\infty \end{cases}$

۱۶۵ $\lim\limits_{x\to ۳^-} \dfrac{-۷}{۰^+} = -\infty$

۱۶۶ $\dfrac{\infty}{\infty} \to$ رفع ابهام $= \lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{|x|}{۲x} = \lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{-x}{۲x} = \dfrac{-۱}{۲}$

۱۶۷ $\dfrac{۰}{۰} \to$ رفع ابهام $= \lim\limits_{x\to ۵} \dfrac{۲-\sqrt{x-۱}}{x^۲-۶x+۵} \times \dfrac{۲+\sqrt{x-۱}}{۲+\sqrt{x-۱}} = \lim\limits_{x\to ۵} \dfrac{\overbrace{۵-x}}{(x-۵)(x-۱)\left(۲+\sqrt{x-۱}\right)}$

$= \lim\limits_{x\to ۵} \dfrac{-(x-۵)}{(x-۵)(x-۱)(۲+\sqrt{x-۱})} = \dfrac{-۱}{۴\times ۴} = \dfrac{-۱}{۱۶}$

۱۶۸ $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{(\sqrt{x^۲+۲x}-\sqrt{x^۲-۲x})\times(\sqrt{x^۲+۲x}+\sqrt{x^۲-۲x})}{(\sqrt{x^۲+۲x}+\sqrt{x^۲-۲x})}$

$= \lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{۴x}{\sqrt{x^۲+۲x}+\sqrt{x^۲-۲x}} = \lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\cancel{۴x}}{\cancel{x}\left(\sqrt{۱+\frac{۲}{x}}+\sqrt{۱-\frac{۲}{x}}\right)} = \dfrac{۴}{۲} = ۲$

۱۶۹ $\lim\limits_{x\to ۲^-} \dfrac{[x^۲]-۴}{x-۲} = \lim\limits_{x\to ۲^-} \dfrac{۳-۴}{x-۲} = \dfrac{-۱}{۰^-} = +\infty$

۱۷۰ $\lim\limits_{x\to (-۲)} \dfrac{x^۳-x^۲-x+۱۰}{x^۲+۳x+۲} = \lim\limits_{x\to -۲} \dfrac{\cancel{(x+۲)}(x^۲-۳x+۵)}{\cancel{(x+۲)}(x+۱)} = \dfrac{۱۵}{-۱} = -۱۵$

۱۷۱ $۲x-۱=۰ \Rightarrow x = \dfrac{۱}{۲}$

$R = ۰ \Rightarrow f\left(\dfrac{۱}{۲}\right) = ۰ \Rightarrow ۸\left(\dfrac{۱}{۲}\right)^۳ + ۴\left(\dfrac{۱}{۲}\right)^۲ - k\left(\dfrac{۱}{۲}\right) - ۸ = ۰ \Rightarrow \dfrac{-k}{۲} = ۶ \Rightarrow k = -۱۲$

Telegram: @konkur_in

$P\left(-\frac{۱}{۲}\right)=۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow -\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۴}m-۱+۱=۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow m=-۱$ (۰/۲۵) ۱۷۲

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{۱۰x^{۲}+\sqrt{x^{۲}+x}}{۲x^{۳}+۱}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{۱۰x^{۲}}{۲x^{۳}}$ (۰/۲۵) $=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{۵}{x}$ (۰/۲۵) $=۰$ (۰/۲۵) ۱۷۳

$\lim\limits_{x\to۳^{+}}\frac{x+۱}{۹-x^{۲}}=\frac{۴}{۰^{-}}$ (۰/۲۵) $=-\infty$ (۰/۲۵) ۱۷۴

$\lim\limits_{x\to۲}\frac{x^{۲}-۴}{۳-\sqrt{x+۷}}=\lim\limits_{x\to۲}\frac{x^{۲}-۴}{۳-\sqrt{x+۷}}\times\frac{۳+\sqrt{x+۷}}{۳+\sqrt{x+۷}}$ (۰/۲۵) $=\lim\limits_{x\to۲}\frac{(x-۲)(x+۲)\left(۳+\sqrt{x+۷}\right)}{۲-x}$ (۰/۲۵) ۱۷۵

$=\lim\limits_{x\to۲}-(x+۲)(۳+\sqrt{x+۷})=-۲۴$ (۰/۲۵)

$\lim\limits_{x\to۳}\frac{(x-۳)(x+۳)}{(x-۳)(x+۲)}$ (۰/۲۵) $=\lim\limits_{x\to۳}\frac{x+۳}{x+۲}=\frac{۶}{۵}$ (۰/۵) ۱۷۶

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۲}}\frac{\cos^{۲}x-\sin^{۲}x}{\cos x-\sin x}$ (۰/۲۵) $=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۲}}\frac{(\cos x-\sin x)(\cos x+\sin x)}{\cos x-\sin x}$ (۰/۲۵) ۱۷۷

$=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۲}}(\cos x+\sin x)=\frac{\sqrt{۲}}{۲}+\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\sqrt{۲}$ (۰/۵)

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{۳x+\sqrt{x-۲}}{۵x^{۲}-۶x+۱}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{۳x}{۵x^{۲}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{۳}{۵x}=۰$ (۰/۲۵) ۱۷۸

$\lim\limits_{x\to۳}\frac{x^{۲}-۹}{۲x-۶}=\lim\limits_{x\to۳}\frac{(x-۳)(x+۳)}{۲(x-۳)}=\lim\limits_{x\to۳}\frac{(x+۳)}{۲}=۳$ (۰/۲۵) ۱۷۹

$\lim\limits_{x\to۱}\frac{(x-۱)(x-۳)}{(x-۱)(x+۱)}$ (۰/۲۵) $=\lim\limits_{x\to۱}\frac{x-۳}{x+۱}=-۱$ (۰/۲۵) ۱۸۰

$\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^{۲}+۲}-x)\times\frac{\sqrt{x^{۲}+۲}+x}{\sqrt{x^{۲}+۲}+x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{۲}{|x|\sqrt{۱+\frac{۲}{x^{۲}}}+x}$ (۰/۲۵) $=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{۲}{۲x}=۰$ (۰/۲۵) ۱۸۱

(۰/۲۵)

$\lim\limits_{x\to۲^{-}}\frac{۲}{۰^{-}}$ (۰/۲۵) $=-\infty$ (۰/۲۵) ۱۸۲

Telegram: @konkur_in

۱۸۳ $\lim_{x\to ۱}\frac{\sqrt{x}-۱}{(x-۱)(x+۱)}\times\frac{\sqrt{x}+۱}{\sqrt{x}+۱}=\lim_{x\to ۱}\frac{(x-۱)}{(x-۱)(x+۱)\left(\sqrt{x}+۱\right)}=\frac{۱}{۲\times ۲}=\frac{۱}{۴}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۸۴ (۰/۲۵)

$\lim_{x\to+\infty}\frac{۳x^{۲}+\sqrt{۶x+۲}}{۴x^{۲}-۵x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{۳x^{۲}}{۴x^{۲}}=\frac{۳}{۴}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۸۵ $\lim_{x\to ۳^{-}}\frac{x^{۲}+۱}{۳-x}=\frac{۱۰}{۰^{+}}=+\infty$ (۰/۲۵)

۱۸۶ (۰/۲۵)

$\lim_{x\to ۴}\frac{\sqrt{x}-۲}{x^{۲}-۱۶}\times\frac{\sqrt{x}-۲}{\sqrt{x}+۲}=\lim\frac{x-۴}{(x-۴)(x+۴)(\sqrt{x}+۲)}=\lim_{x\to ۴}\frac{۱}{(x+۴)(\sqrt{x}+۲)}=\frac{۱}{۳۲}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۸۷ $\lim_{x\to+\infty}\frac{x^{۲}-x+۱+۳x^{۴}}{۱-x^{۴}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{۳x^{۴}}{-x^{۴}}=-۳$ (۰/۵) (۰/۲۵)

۱۸۸ $\lim_{x\to ۱}\frac{x-\sqrt{x}}{x^{۲}-۱}\times\lim_{x\to ۱}\frac{x+\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}=\lim_{x\to ۱}\frac{x^{۲}-x}{(x^{۲}-۱)(x+\sqrt{x})}=\lim_{x\to ۱}\frac{x(x-۱)}{(x-۱)(x+۱)(x+\sqrt{x})}=\frac{۱}{۴}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۸۹ $\lim_{x\to ۲}\frac{x^{۲}-۲x}{x^{۲}-۳x+۲}=\lim_{x\to ۲}\frac{x(x-۲)}{(x-۱)(x-۲)}=\lim_{x\to ۲}\frac{x}{(x-۱)}=۲$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۹۰ $\lim_{x\to ۳}\frac{(x-۳)(x+۳)}{x(x-۳)}=\lim_{x\to ۳}\frac{x+۳}{x}=۲$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۵)

۱۹۱ $x-۲=۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x=۲$

$P(۲)=۳(۲)^{۳}-۲(۲)+۲m=۲۰+۲m$ (۰/۲۵) $\Rightarrow ۲۰+۲m=۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow m=-۱۰$ (۰/۲۵)

۱۹۲ $\lim_{x\to ۲^{+}}\frac{\sqrt{x-۲}\times\sqrt{x+۲}}{\sqrt{x-۲}\times\sqrt{x-۲}}=\frac{۲}{۰^{+}}=+\infty$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۹۳ $\lim_{x\to ۲}\frac{\sqrt{x+۲}-۲}{x-۲}\times\frac{\sqrt{x+۲}+۲}{\sqrt{x+۲}+۲}=\lim_{x\to ۲}\frac{x-۲}{(x-۲)(\sqrt{x+۲}+۲)}=\frac{۱}{۴}$

Telegram: @konkur_in

۱۹۴ $\lim_{x\to ۱^-} \frac{۳}{(x-۱)^۲} = \frac{۳}{(۰^-)^۲} = \frac{۳}{۰^+} = +\infty$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

۱۹۵ $\lim_{x\to\infty} \frac{۲x+\sqrt{x+۱}}{۵x+\sqrt{۴x^۲+۱}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{۲x}{۵x+|۲x|} = \lim_{x\to+\infty} \frac{۲}{۵x+۲x} = \frac{۲}{۷}$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۹۶ $\lim_{x\to ۲} \frac{x^۲-۲x}{۳-\sqrt{x+۷}} \times \frac{۳+\sqrt{x+۷}}{۳+\sqrt{x+۷}} = \lim \frac{(x^۲-۲x)(۳+\sqrt{x+۷})}{(۹-x-۷)} =$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

$\lim_{x\to ۲} \frac{x(x-۲)(۳+\sqrt{x+۷})}{-(x-۲)} = -۱۲$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

۱۹۷ $\lim_{x\to\frac{\pi}{۴}} \frac{\cos^۲ x - \sin^۲ x}{\cos x - \sin x}$ (۰/۲۵) $= \lim_{x\to\frac{\pi}{۴}} \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{(\cos x - \sin x)} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} + \frac{\sqrt{۲}}{۲} = \sqrt{۲}$ (۰/۵)

۱۹۸ $\lim_{x\to ۴} \frac{\sqrt{x}-۲}{(x-۴)(x+۴)} \times \frac{\sqrt{x}+۲}{\sqrt{x}+۲} = \lim_{x\to ۴} \frac{(x-۴)}{(x-۴)(x+۴)(\sqrt{x}+۲)}$ (۰/۲۵) $= \frac{۱}{۴\times ۸} = \frac{۱}{۳۲}$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۹۹ $\lim_{x\to ۱} \frac{\sqrt{x+۱}-\sqrt{۲}}{x-۱} \times \frac{\sqrt{x+۱}+\sqrt{۲}}{\sqrt{x+۱}+\sqrt{۲}} = \lim_{x\to ۱} \frac{x-۱}{(x-۱)(\sqrt{x+۱}+\sqrt{۲})} = \lim_{x\to ۱} \frac{۱}{\sqrt{x+۱}+\sqrt{۲}} = \frac{۱}{۲\sqrt{۲}}$

(۰/۲۵)

۲۰۰ $\lim_{x\to+\infty} \frac{x^۲+\sqrt{x^۴+۳x+۱}}{۵x^۲} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^۲+\sqrt{x^۴}}{۵x^۲} = \lim_{x\to+\infty} \frac{۲x^۲}{۵x^۲} = \frac{۲}{۵}$ (۰/۲۵)

۲۰۱ $\lim_{x\to ۱} \frac{x^۲-۵x+۴}{x^۲-x} = \lim_{x\to ۱} \frac{(x-۱)(x-۴)}{x(x-۱)} = \lim_{x\to ۱} \frac{x-۴}{x} = -۳$ (۰/۲۵)

۲۰۲ $\lim_{x\to ۵} \frac{۵-x}{\sqrt{۲x-۱}-۳} = \lim_{x\to ۵} \frac{(۵-x)(\sqrt{۲x-۱}+۳)}{(\sqrt{۲x-۱}-۳)(\sqrt{۲x-۱}+۳)} = \lim_{x\to ۵} \frac{(۵-x)(\sqrt{۲x-۱}+۳)}{-۲(۵-x)} = -۳$

(۰/۲۵) (۰/۵) (۰/۲۵)

۲۰۳

(۰/۲۵)

$\lim_{x\to-\infty} \frac{۳x+\sqrt{x^۲+x+۱}}{۷+۵x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{۳x-x}{۵x} = \frac{۲}{۵}$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

Telegram: @konkur_in

۲۰۴ $\lim_{x\to ۴} \frac{x^۲ - ۱۶}{\sqrt{x+۱۲} - x} = \lim_{x\to ۴} \frac{x^۲ - ۱۶}{\sqrt{x+۱۲} - x} \times \frac{\sqrt{x+۱۲} + x}{\sqrt{x+۱۲} + x} = \lim_{x\to ۴} \frac{(x+۴)(x-۴)(\sqrt{x+۱۲} + x)}{(x+۱۲ - x^۲)} =$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

$\lim_{x\to ۴} \frac{(x+۴)(x-۴)(\sqrt{x+۱۲} + x)}{-(x+۳)(x-۴)} = \lim_{x\to ۴} \frac{(x+۴)(\sqrt{x+۱۲} + x)}{-(x+۳)} = -\frac{۶۴}{۷}$ (۰/۲۵)

۲۰۵ $\lim_{x\to \pm\infty} \frac{(x-۱)(x-۲)(۴-x)}{۲x^۳ + ۱} = \lim_{x\to \pm\infty} -\frac{x^۳}{۲x^۳} = -\frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

۲۰۶ $\lim_{x\to -۱} \frac{x^۳ + x + ۲}{x^۲ - ۱} = \lim_{x\to -۱} \frac{(x+۱)(x^۲ - x + ۲)}{(x+۱)(x-۱)}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $= \frac{۱ + ۱ + ۲}{-۲} = -۲$ (۰/۲۵)

۲۰۷ $(۲)^۳ - ۲(۲)^۲ + a(۲) + ۲ = ۰ \Rightarrow a = -۱$ (۰/۲۵)

$x^۳ - ۲x^۲ - x + ۲ = ۰ \Rightarrow (x-۲)(x^۲ - ۱) = ۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = -۱$ (۰/۲۵) , $x = ۱$ (۰/۲۵)

۲۰۸ $\lim_{x\to ۰^+} \frac{\sqrt{۱ - \cos ۲x}}{\sin \frac{x}{۲}} = \lim_{x\to ۰^+} \frac{|\sqrt{۲}\sin x|}{\sin \frac{x}{۲}}$ (۰/۲۵) $= \lim_{x\to ۰^+} \frac{\sqrt{۲}\sin x}{\sin \frac{x}{۲}}$ (۰/۲۵) $= \frac{\sqrt{۲}}{\frac{۱}{۲}} = ۲\sqrt{۲}$ (۰/۲۵)

۲۰۹ $\lim_{x\to ۲} \frac{x-۲}{\sqrt{۲x-۲}} \times \frac{\sqrt{۲x}+۲}{\sqrt{۲x}+۲} = \lim_{x\to ۲} \frac{(x-۲)(\sqrt{۲x}+۲)}{۲x-۴}$ (۰/۲۵) $= \lim_{x\to ۲} \frac{(x-۲)(\sqrt{۲x}+۲)}{۲(x-۲)}$ (۰/۲۵) $= \lim_{x\to ۲} \frac{\sqrt{۲x}+۲}{۲} = ۲$ (۰/۲۵)

۲۱۰ $\lim_{x\to -۱} \frac{x^۳ - ۲x - ۱}{x^۲ - ۱} = \lim_{x\to -۱} \frac{(x^۲ - x - ۱)(x+۱)}{(x-۱)(x+۱)}$ (۰/۲۵) $= \lim_{x\to -۱} \frac{x^۲ - x - ۱}{x-۱} = \frac{۱}{-۲}$ (۰/۲۵)

۲۱۱ $\lim_{x\to ۲} \frac{x^۳ - ۸}{۳x^۲ - ۱۲} = \lim_{x\to ۲} \frac{(x-۲)(x^۲ + ۲x + ۴)}{۳(x-۲)(x+۲)} = \lim_{x\to ۲} \frac{x^۲ + ۲x + ۴}{۳(x+۲)} = ۱$

(۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۲۱۲ $p(-۱) = (۰/۲۵) \Rightarrow ۲(-۱)^۳ - k(-۱)^۲ - (-۱) + ۳ = ۰(۰/۲۵) \Rightarrow k = ۲(۰/۲۵)$

Telegram: @konkur_in

۲۱۳ $\lim_{x\to-\infty} \frac{2x-|x|\sqrt{9-\frac{4}{x}+\frac{1}{x^2}}}{x\left(6-\frac{1}{x}\right)} = \lim_{x\to-\infty} \frac{2x+3x}{6x} = \frac{5}{6}$ (۰/۲۵)

(۰/۵) (۰/۲۵)

۲۱۴ $\underbrace{\lim_{x\to-\infty} \left(x+\sqrt{x^2+4x-10}\right)\times\frac{x-\sqrt{x^2+4x-10}}{x-\sqrt{x^2+4x-10}}}_{(۰/۲۵)} = \lim_{x\to-\infty} \frac{-4x+10}{\underbrace{x-\sqrt{x^2+4x-10}}_{(۰/۲۵)}}$

$\lim_{x\to-\infty} \frac{-4x}{x-|x|} = \lim_{x\to-\infty} \frac{-4x}{2x} = -2$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

۲۱۵ $\underbrace{\lim_{x\to1^-} \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{-(x-1)} = -3}_{(۰/۵)}$ (۰/۲۵)

۲۱۶ $a-2=0 \Rightarrow a=2$ (۰/۲۵) , $\frac{2}{b}=2 \Rightarrow b=1$ (۰/۵)

۲۱۷ $\lim_{x\to+\infty} \frac{x+3}{\sqrt{2x^2-7}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x\left(1+\frac{3}{x}\right)}{\sqrt{2x^2\left(1-\frac{7}{2x^2}\right)}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x}{\sqrt{2}x} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

۲۱۸ $\lim_{x\to\pi^-} \operatorname{Cotg} x = \lim_{x\to\pi^-} \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{-1}{+} = -\infty$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

۲۱۹ $\lim_{\substack{x\to1\\x>0}} \frac{x-1}{|x|-1} = \lim_{x\to1} \frac{x-1}{x-1} = 1$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

۲۲۰ $x-1=0 \Rightarrow x=1$

$p(x)=2x^2-5x+4 \Rightarrow R_1=p(1)=2-5+4=1$ (۰/۲۵)

$p'(x)=x^2+ax \Rightarrow R_2=p'(1)=1+a$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow 1+a=1 \Rightarrow a=0$ (۰/۲۵)

Telegram: @konkur_in

۲۲۱ $\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{۴x^۲-x}-۲x)\times\frac{\sqrt{۴x^۲-x}+۲x}{\sqrt{۴x^۲-x}+۲x}=$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{۴x^۲-x}-۲x\right)\left(\sqrt{۴x^۲-x}+۲x\right)}{\sqrt{۴x^۲-x}+۲x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{۴x^۲-x-۴x^۲}{\underbrace{|۲x|}_{۲x}+۲x}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{-x}{۴x}=\frac{-۱}{۴}$$

۲۲۲ $$\lim_{x\to(-۱)}\frac{x^۳+۲x^۲-۱}{x^۵+۱}=\lim_{x\to(-۱)}\frac{(x+۱)(x^۲+x-۱)}{(x+۱)(x^۴-x^۳+x^۲-x+۱)}$$

$$\lim_{x\to(-۱)}\frac{x^۲+x-۱}{x^۴-x^۳+x^۲-x+۱}=\frac{-۱}{۵}$$

۲۲۳ $$\lim_{x\to+\infty}\frac{(\sqrt{x^۲+۲x}-x)(\sqrt{x^۲+۲x}+x)}{\sqrt{x^۲+۲x}+x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^۲+۲x-x^۲}{\sqrt{x^۲}+x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{۲x}{۲x}=۱$$

۲۲۴ $$\lim_{x\to+\infty}\frac{۲x+\sqrt{x^۲+۵x}}{\sqrt{x^۲+\sqrt{x}}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{۲x+\sqrt{x^۲}}{\sqrt{x^۲}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{۲x+x}{x}=۳$$

۲۲۵ $$\lim_{x\to۲}\left(\frac{(x-۲)(x+۲)}{x-۲}+\sqrt{x+۷}\right)=۴+۳=۷$$

۲۲۶ $$۲x-۵=۰\Rightarrow x=\frac{۵}{۲}\Rightarrow f\left(\frac{۵}{۲}\right)=۰\Rightarrow$$

$۲x-۵$ یک فاکتور $f(x)$ است، به عبارت دیگر $f(x)$ بر $۲x-۵$ بخش‌پذیر است. پس:

$$f(x)=(۲x-۵)(x^۲+x-۲)=(۲x-۵)(x-۱)(x+۲)$$

۲۲۷ $$\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{۴x^۲+۱}-x)=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^۲\left(۴+\frac{۱}{x^۲}\right)}-x=\lim_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{۴+\frac{۱}{x^۲}}-۱\right)$$

$$=+\infty(\sqrt{۴}-۱)=+\infty$$

۲۲۸ $$P(-۲)=۰\Rightarrow ۲(-۸)+۱۲+۴m+n=۰\Rightarrow ۴m+n=۴$$

۲۲۹ $$\lim_{x\to+\infty}\frac{(x-\sqrt{x^۲+۲x+۵})(x+\sqrt{x^۲+۲x+۵})}{x+\sqrt{x^۲+۲x+۵}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^۲-x^۲-۲x-۵}{x+x\sqrt{۱+\frac{۲}{x}+\frac{۵}{x^۲}}}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{-۲x}{۲x}=-۱$$

۲۳۰ $$\lim_{x\to۰^-}\frac{\cos x}{\sin x}=\frac{۱}{۰^-}=-\infty$$

Telegram: @konkur_in

۲۳۱ $x < ۲ \Rightarrow [x] = ۱ \Rightarrow \lim\limits_{x \to ۲^-} \dfrac{[x]-۲}{x-۲} = \dfrac{-۱}{۰^-} = +\infty$

۲۳۲ $۲x + ۱ = ۰ \Rightarrow x = -\dfrac{۱}{۲}$

$f\left(-\dfrac{۱}{۲}\right) = ۰ \Rightarrow ۸\left(-\dfrac{۱}{۲}\right)^۳ - ۴\left(-\dfrac{۱}{۲}\right)^۲ + m\left(-\dfrac{۱}{۲}\right) - ۳ = ۰ \Rightarrow \dfrac{m}{۲} = -۵ \Rightarrow m = -۱۰$

۲۳۳ $\lim\limits_{x \to ۲a} \dfrac{(x-۲a)}{(x-۲a)(x+۲a)} = \dfrac{۱}{۴a} = \dfrac{۱}{۸} \Rightarrow a = ۲$

۲۳۴ الف) $\lim\limits_{x \to ۲} \dfrac{x-۲}{x^۲+۲x-۸} = \lim\limits_{x \to ۲} \dfrac{x-۲}{(x-۲)(x+۴)} = \lim\limits_{x \to ۲} \dfrac{۱}{x+۴} = \dfrac{۱}{۶}$

ب) $\lim\limits_{x \to ۰} \dfrac{\sqrt{x+۱}-۱}{x} = \lim\limits_{x \to ۰} \left[\dfrac{\sqrt{x+۱}-۱}{x} \times \dfrac{\sqrt{x+۱}+۱}{\sqrt{x+۱}+۱}\right]$

$= \lim\limits_{x \to ۰} \dfrac{x}{x(\sqrt{x+۱}+۱)} = \lim\limits_{x \to ۰} \dfrac{۱}{\sqrt{x+۱}+۱} = \dfrac{۱}{۲}$

ج) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-۳x^۲ - \sqrt{x+۱}}{۲x^۲ + ۵x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-۳x^۲}{۲x^۲} = \dfrac{-۳}{۲}$

د) $\dfrac{-۲+۳}{(۲-۲)^۲} = \dfrac{۱}{۰^+} = +\infty$

هـ) $\lim\limits_{x \to ۰^-} \cot x . \lim\limits_{x \to ۰^-} \cot x = (-\infty)^۲ = +\infty$

و) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{۲x}{x^۲} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{۲}{x} = \dfrac{۲}{+\infty} = ۰$

۲۳۵ $x - ۲ = ۰ \Rightarrow x = ۲ \Rightarrow$ باقیمانده $= صفر \Rightarrow ۵(۲)^۲ - ۵(۲) + k - ۷ = ۰ \Rightarrow k = -۳$

۲۳۶ $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{x^۲+۲x} - \sqrt{x^۲+۱} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{(x^۲+۲x)-(x^۲+۱)}{\sqrt{x^۲+۲x}+\sqrt{x^۲+۱}}$ (۰/۲۵) $=$

$\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{۲x - ۱}{\underbrace{\sqrt{x^۲}}_{|x|=-x} + \underbrace{\sqrt{x^۲}}_{|x|=-x}} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{۲x}{-۲x}$ (۰/۲۵) $= -۱$ (۰/۲۵)

۲۳۷ $\lim\limits_{x \to ۱} \dfrac{۲x^۳ - x - ۱}{x^۲ - x} = \lim\limits_{x \to ۱} \dfrac{(x-۱)(۲x^۲+۲x+۱)}{x(x-۱)} = ۵$ (۰/۲۵)

Telegram: @konkur_in

۲۳۸ الف) $\lim\limits_{x\to ۳}\dfrac{x^۲-۹}{۳-\sqrt{x+۶}}=\dfrac{۰}{۰}$ مبهم

برای رفع ابهام صورت و مخرج کسر را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to ۳}\frac{(x^۲-۹)\times(۳+\sqrt{x+۶})}{(۳-\sqrt{x+۶})\times(۳+\sqrt{x+۶})}=\lim_{x\to ۳}\frac{(x+۳)(x-۳)(۳+\sqrt{x+۶})}{۹-(x+۶)}$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to ۳}\frac{(x+۳)(x-۳)(۳+\sqrt{x+۶})}{-(x-۳)}=\lim_{x\to ۳}\frac{(x+۳)(۳+\sqrt{x+۶})}{-۱}=-۳۶$$

ب) $\lim\limits_{x\to ۲}\dfrac{x^۲-۳x+۲}{x^۲-۲x}=\dfrac{۰}{۰}$ مبهم

صورت و مخرج کسر را تجزیه می‌کنیم. سپس عامل صفرکننده یعنی $x-۲$ را از صورت و مخرج حذف می‌کنیم:

$$\lim_{x\to ۲}\frac{(x-۲)(x-۱)}{x(x-۲)}=\lim_{x\to ۲}\frac{(x-۱)}{x}=\frac{۱}{۲}$$

پ) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi^+}{۲}}\ \mathrm{tg}^۲x=+\infty$

ت) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^۳\left(۴-\frac{۱}{x^۳}\right)}{x\left(۱+\frac{۲}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}x^۲=+\infty$

۲۳۹ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{۴x-\sqrt{x^۲+۷x-۱}}{۵x+\sqrt{x^۲+x-۲}}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x\left(۴-\sqrt{۱+\frac{۷}{x}-\frac{۱}{x^۲}}\right)}{x\left(۵+\sqrt{۱+\frac{۱}{x}-\frac{۲}{x^۲}}\right)}=\dfrac{۴-۱}{۵+۱}=\dfrac{۱}{۲}$

۲۴۰ $n=۲\to\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(۳-b)x^۲}{۲x^۲}=۱\to\dfrac{۳-b}{۲}=۱\to b=۱$

۲۴۱ $\lim\limits_{x\to ۲}\dfrac{(x+۳)}{(x-۲)^۲}=\dfrac{۲+۳}{(۲-۲)^۲}=\dfrac{۵}{۰^+}=+\infty$

۲۴۲ $\lim\limits\dfrac{x+\sqrt{x+۶}}{x+۲}=\dfrac{۰}{۰}$ مبهم

$$\lim_{x\to -۲}\frac{(x+\sqrt{x+۶})(x-\sqrt{x+۶})}{(x+۲)(x-\sqrt{x+۶})}=\lim_{x\to -۲}\frac{x^۲-x-۶}{(x+۲)(x-\sqrt{x+۶})}=\lim_{x\to -۲}\frac{(x-۳)(x+۲)}{(x+۲)(x-\sqrt{x+۶})}=\frac{۵}{۴}$$

۲۴۳ $\lim\limits_{x\to -۲}f(x)=\dfrac{۰}{۰}$ مبهم

$$\lim_{x\to -۲}\frac{۳(x-۲)(x+۲)}{-(x+۲)(x-۱)}=\frac{۳(-۴)}{-(-۳)}=-۴$$

۲۴۴ $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{۳x^۲+۵x-۶}{۵x+۷}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^۲\left(۳+\frac{۵}{x}-\frac{۶}{x^۲}\right)}{x\left(۵+\frac{۷}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x\left(۳+\frac{۵}{x}-\frac{۶}{x^۲}\right)}{۵+\frac{۷}{x}}=\pm\infty$

۲۴۵ $\lim\limits_{x\to ۰}\dfrac{۱}{۱-\mathrm{Cos}^۲x}=\lim\limits_{x\to ۰}\dfrac{۱}{\mathrm{Sin}^۲x}=\dfrac{۱}{۰^+}=+\infty$

Telegram: @konkur_in

۲۴۶ $\lim\limits_{x\to ۱}\frac{۳x^۳+۵x^۲-۶x-۲}{x^۲-۱}=\frac{۰}{۰}=\lim\limits_{x\to ۱}\frac{(x-۱)(۳x^۲+۸x+۲)}{(x-۱)(x+۱)}=\lim\limits_{x\to ۱}\frac{۳x^۲+۸x+۲}{x+۱}=\frac{۱۳}{۲}$

۲۴۷ $\lim\limits_{x\to ۲}\frac{\sqrt{x+۲}-۲}{۲-x}=\frac{۰}{۰}=\lim\limits_{x\to ۲}\frac{(\sqrt{x+۲}-۲)(\sqrt{x+۲}+۲)}{(۲-x)(\sqrt{x+۲}+۲)}=\lim\limits_{x\to ۲}\frac{x-۲}{(۲-x)(\sqrt{x+۲}+۲)}=\frac{-۱}{۴}$

۲۴۸ $\lim\frac{۲x}{(x+۱)^۲}=\frac{-۲}{۰^+}=-\infty$

۲۴۹ $\lim\limits_{x\to ۲}\frac{x^۳+x-۱۰}{۲x^۲-x-۶}=\frac{۰}{۰}$ مبهم $\lim\limits_{x\to ۲}\frac{(x-۲)(x^۲+۲x+۵)}{(x-۲)(۲x+۳)}=\frac{۱۳}{۷}$

۲۵۰ $\lim\limits_{x\to ۰}\frac{۱-\sqrt{x+۱}}{x}=\frac{۰}{۰}$ مبهم

$\lim\limits_{x\to ۰}\frac{(۱-\sqrt{x+۱})(۱+\sqrt{x+۱})}{x(۱+\sqrt{x+۱})}=\lim\limits_{x\to ۰}\frac{۱-x-۱}{x(۱+\sqrt{x+۱})}=-\frac{۱}{۲}$

۲۵۱ $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{۲x^۲-۱+۳x}{۸x+x^۲-۶}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{۲x^۲}{x^۲}=۲$

۲۵۲ $\lim\limits_{x\to ۱^+}\frac{x+۱}{x^۲-۱}=\frac{۲}{۰^+}=+\infty$

۲۵۳ $\lim\limits_{x\to ۵}\frac{۲-\sqrt{x-۱}}{x-۵}=\frac{۰}{۰}$ مبهم

$\lim\limits_{x\to ۵}\frac{(۲-\sqrt{x-۱})(۲+\sqrt{x-۱})}{(x-۵)(۲+\sqrt{x-۱})}=\lim\limits_{x\to ۵}\frac{(۵-x)}{(x-۵)(۲+\sqrt{x-۱})}=\lim\limits_{x\to ۵}\frac{-(x-۵)}{(x-۵)(۲+\sqrt{x-۱})}=\frac{-۱}{۴}$

۲۵۴ $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{۴x+x^۲+۴}{۲x^۲+۵x-۳}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{x^۲}{۲x^۲}=\frac{۱}{۲}$

۲۵۵ $\lim\limits_{x\to ۳}\frac{x^۲-۵x+۶}{x-۳}=\frac{۰}{۰}$ مبهم $\Rightarrow\lim\limits_{x\to ۳}\frac{(x-۳)(x-۲)}{(x-۳)}=\lim\limits_{x\to ۳}(x-۲)=۱$

۲۵۶ $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{(۲x+۱)(x+۲)^۲}{۵x^۲+۲x}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{۲x^۳}{۵x^۲}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{۲x}{۵}=\pm\infty$

۲۵۷ $\lim\limits_{x\to ۳^-}\frac{۱}{x-۳}=\frac{۱}{۰^-}=-\infty$

۲۵۸ $\lim\limits_{x\to\left(\frac{\pi}{۲}\right)^+}\tg^۲x=\lim\limits_{x\to\left(\frac{\pi}{۲}\right)^+}\frac{\Sin^۲x}{\Cos^۲x}=\frac{۱}{۰^+}=+\infty$

۲۵۹ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{۳x+۱}{x+\sqrt{x^۲+۱}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(۳x+۱)}{x+|x|}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{۳x}{۲x}=\frac{۳}{۲}$

Telegram: @konkur_in

۲۶۰ $\lim\limits_{x\to ۲} \frac{x^۲-۴}{x^۲-۹x+۱۴} = \lim\limits_{x\to ۲} \frac{(x-۲)(x+۲)}{(x-۲)(x-۷)} = -\frac{۴}{۵}$

۲۶۱ $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{۴x^۲-۱}{۳-۲x^۲} = \lim\limits_{x\to +\infty} \frac{۴x^۲}{-۲x^۲} = -۲$

۲۶۲ $\lim\limits_{x\to (-۲)^+} \frac{x-۵}{x+۲} = \frac{-۷}{۰^+} = -\infty$

۲۶۳ $\lim\limits_{x\to -۱} \frac{x+۱}{x+\sqrt{x+۲}} = \lim\limits_{x\to -۱} \frac{(x+۱)(x-\sqrt{x+۲})}{(x+\sqrt{x+۲})(x-\sqrt{x+۲})} = \lim\limits_{x\to -۱} \frac{(x+۱)(x-\sqrt{x+۲})}{x^۲-x-۲}$

$\lim\limits_{x\to (-۱)} \frac{(x+۱)(x-\sqrt{x+۲})}{(x+۱)(x-۲)} = \frac{-۲}{-۳} = \frac{۲}{۳}$

۲۶۴ $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{۲x}{-x^۲} = \lim\limits_{x\to -\infty} \frac{۲}{-x} = \frac{۲}{+\infty} = ۰$ رفع ابهام می کنیم

۲۶۵ $\lim\limits_{x\to ۰^-} \text{Cotg}^۲ x = (-\infty)^۲ = +\infty$

۲۶۶ $\frac{-۲+۳}{(۲-۲)^۲} = \frac{۱}{۰^+} = +\infty$

۲۶۷ $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{-۳x^۲}{۲x^۲} = \frac{-۳}{۲}$

۲۶۸ $\lim\limits_{x\to ۰} \left(\frac{\sqrt{x+۱}-۱}{x} \times \frac{\sqrt{x+۱}+۱}{\sqrt{x+۱}+۱} \right) = \lim\limits_{x\to ۰} \frac{x}{x\sqrt{x+۱}+۱} = \lim\limits_{x\to ۰} \frac{۱}{\sqrt{x+۱}+۱} = \frac{۱}{۲}$

۲۶۹ $\lim\limits_{x\to ۲} \frac{x-۲}{x^۲+۲x-۸} = \lim\limits_{x\to ۲} \frac{x-۲}{(x-۲)(x+۴)} = \lim\limits_{x\to ۲} \frac{۱}{x+۴} = \frac{۱}{۶}$

۲۷۰ $\frac{۳+۱}{۹-۹^+} = \frac{۴}{۰^-} = -\infty$

۲۷۱ $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{\sqrt{x^۲\left(۱+\frac{۱}{x^۲}\right)}}{x-۱} = \lim\limits_{x\to -\infty} \frac{|x|\sqrt{\left(۱+\frac{۱}{x^۲}\right)}}{x\left(۱-\frac{۱}{x}\right)} = \frac{-x}{x} = -۱$

۲۷۲ $\lim\limits_{x\to ۲} \frac{x^۲+۵x-۱۴}{۳-\sqrt{x+۷}} = \frac{۰}{۰}$ مبهم

$\lim\limits_{x\to ۲} \frac{x^۲+۵x-۱۴}{۳-\sqrt{x+۷}} \times \frac{۳+\sqrt{x+۷}}{۳+\sqrt{x+۷}} = \lim\limits_{x\to ۲} \frac{(x^۲+۵x-۱۴)(۳+\sqrt{x+۷})}{۹-x-۷}$

$\lim\limits_{x\to ۲} \frac{(x-۲)(x+۷)(۳+\sqrt{x+۷})}{۲-x} = -(۲+۷)(۳+۳) = -۵۴$

Telegram: @konkur_in

۲۷۳ $\lim\limits_{x\to ۱} \frac{(x-۱)(۵x+۶)}{۳(x-۱)(۳x+۴)} = \frac{۵+۶}{۳(۳+۴)} = \frac{۱۱}{۲۱}$

۲۷۴ $\lim\limits_{x\to(-\infty)} \frac{(\sqrt{x^۲+۲x}-\sqrt{x^۲-۲x})(\sqrt{x^۲+۲x}+\sqrt{x^۲-۲x})}{\sqrt{x^۲+۲x}+\sqrt{x^۲-۲x}} = \frac{x^۲+۲x-x^۲+۲x}{\sqrt{x^۲}+\sqrt{x^۲}}$

$\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{۴x}{-x-x} = -۲$

۲۷۵ $\lim\limits_{x\to ۱^-} \frac{۲x+۳}{(x-۱)(x+۳)} = \frac{۵}{۰^-\times ۴} = \frac{۵}{۰^-} = -\infty$

۲۷۶ $\lim\limits_{x\to ۱} \frac{(x-۱)(x+۱)(\sqrt{x}+۱)}{(\sqrt{x}-۱)(\sqrt{x}+۱)} = \lim\limits_{x\to ۱} \frac{(x-۱)(x+۱)(\sqrt{x}+۱)}{x-۱} = ۲\times ۲ = ۴$

۲۷۷ $x-۲=۰ \Rightarrow x=۲ \Rightarrow p(۲)=۱ \Rightarrow (۲)^۳ - ۲k(۲) - ۳ = ۱ \Rightarrow k=۱$

۲۷۸ $\lim\limits_{x\to ۰^-} \frac{\sqrt{۱-\cos x}}{\sin x} = \lim\limits_{x\to ۰^-} \frac{\sqrt{۲\sin^۲\frac{x}{۲}}}{\sin x} = \lim\limits_{x\to ۰^-} \frac{\sqrt{۲}\,|\sin\frac{x}{۲}|}{\sin x} = \lim\limits_{x\to ۰} \frac{-\sqrt{۲}\sin\frac{x}{۲}}{\sin x} = \lim\limits_{x\to ۰} \frac{-\sqrt{۲}\frac{x}{۲}}{x} = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۲۷۹ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(۲x-\sqrt{۴x^۲+۴x}\right)\times\frac{\left(۲x+\sqrt{۴x^۲+۴x}\right)}{\left(۲x+\sqrt{۴x^۲+۴x}\right)} = \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{۴x^۲-۴x^۲-۴x}{۲x+\sqrt{۴x^۲+۴x}}$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-۴x}{۲x+۲\sqrt{x^۲+x}} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-۲x}{x+|x|\sqrt{۱+\frac{۱}{x}}} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-۲x}{x\left(۱+\sqrt{۱+\frac{۱}{x}}\right)} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-۲}{\sqrt{۱+\frac{۱}{x}}} = -۱$

۲۸۰ $\lim\limits_{x\to ۱} \frac{x-\sqrt{۳x-۲}}{x^۲-۱} = \frac{۰}{۰}$ مبهم

رفع ابهام $= \lim\limits_{x\to ۱} \frac{x^۲-(۳x-۲)}{(x^۲-۱)(x+\sqrt{۳x-۲})} = \lim\limits_{x\to ۱} \frac{(x-۱)(x-۲)}{(x-۱)(x+۱)(x+\sqrt{۳x-۲})} = \frac{-۱}{۲\times ۲} = \frac{-۱}{۴}$

۲۸۱ $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{۳x^۲+۲}{۴x^۲-۵x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{۳x^۲}{۴x^۲} = \frac{۳}{۴}$

۲۸۲ $\lim\limits_{x\to ۲^+} \frac{(x-۲)(x+۲)}{|x-۲|} = \lim\limits_{x\to ۲^+} \frac{(x-۲)(x+۲)}{(x-۲)} = \lim\limits_{x\to ۲^+} (x+۲) = ۴$

۲۸۳ $P(x) = x^۳ + ax^۲ + ۲bx - ۳ \Rightarrow \begin{cases} x-۳=۰ \Rightarrow x=۳ \\ x-۱=۰ \Rightarrow x=۱ \end{cases}$

$\begin{cases} P(۳)=۰ \\ P(۱)=-۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P(۳)=۲۷+۹a+۶b-۳=۰ \\ P(۱)=۱+a+۲b-۳=-۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۹a+۶b+۲۴=۰ \\ a+۲b+۲=۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-۳ \\ b=\frac{۱}{۲} \end{cases}$

Telegram: @konkur_in

۲۸۴
$$\lim_{x\to ۰}\frac{\sqrt{x+۲}-\sqrt{۲}}{x}=\lim_{x\to ۰}\frac{\sqrt{x+۲}-\sqrt{۲}}{x}\times\frac{\sqrt{x+۲}+\sqrt{۲}}{\sqrt{x+۲}+\sqrt{۲}}$$
$$\lim_{x\to ۰}\frac{(x+۲)-۲}{x(\sqrt{x+۲}+\sqrt{۲})}=\lim_{x\to ۰}\frac{۱}{\sqrt{x+۲}+\sqrt{۲}}=\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}$$

۲۸۵
$$\lim_{x\to ۲}\left(\frac{۱}{x-۲}-\frac{۴}{x^{۲}-۴}\right)=\lim_{x\to ۲}\left(\frac{۱}{x-۲}-\frac{۴}{(x-۲)(x+۲)}\right)=\lim_{x\to ۲}\left(\frac{(x+۲)-۴}{(x-۲)(x+۲)}\right)$$
$$\lim_{x\to ۲}\frac{x-۲}{(x-۲)(x+۲)}=\lim_{x\to ۲}\frac{۱}{x+۲}=\frac{۱}{۲+۲}=\frac{۱}{۴}$$

۲۸۶
$$\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}}\frac{۱+\cos x}{۱-\sin x}=\frac{۱+\cos\frac{\pi}{۲}}{۱-\sin\frac{\pi}{۲}}=\frac{۱+۰}{۱-۱}=\frac{۱}{۰^{+}}=+\infty$$

۲۸۷
رفع ابهام $\lim_{x\to ۰}\left(\sqrt{x^{۲}+۹}+\frac{x^{۲}+x}{x}\right)=\lim_{x\to ۰}\left(\sqrt{x^{۲}+۹}+\frac{x(x+۱)}{x}\right)$
$$=\lim_{x\to ۰}(\sqrt{x^{۲}+۹}+x+۱)=\sqrt{(۰)^{۲}+۹}+۰+۱=۴$$

۲۸۸
$$\lim_{x\to ۴}\frac{\sqrt{۴}-۲}{x-۴}=\frac{\sqrt{۴}-۲}{۴-۴}=\frac{۰}{۰}$$ مبهم

رفع ابهام $\lim_{x\to ۴}\frac{\sqrt{x}-۲}{x-۴}\times\frac{\sqrt{x}+۲}{\sqrt{x}+۲}=\lim_{x\to ۴}\frac{x-۴}{(x-۴)(\sqrt{x}+۲)}=\lim_{x\to ۴}\frac{۱}{\sqrt{x}+۲}=\frac{۱}{\sqrt{۴}+۲}=\frac{۱}{۴}$

۲۸۹
$$\lim_{x\to -\infty}\frac{-x^{۵}-۳x-۸}{x^{۶}-۹x+۲}=\lim_{x\to -\infty}\frac{-x^{۵}}{x^{۶}}=\lim_{x\to -\infty}\frac{-۱}{x}=۰$$

۲۹۰
$$\lim_{x\to +\infty}\frac{(\sqrt{x^{۲}-۲x}-x)(\sqrt{x^{۲}-۲x}+x)}{\sqrt{x^{۲}-۲x}+x}=\lim_{x\to +\infty}\frac{-۲x}{x\left(\sqrt{۱-\frac{۲}{x}}\right)+x}=\frac{-۲}{۲}=-۱$$

۲۹۱
$$\lim_{x\to ۱^{-}}\frac{(x-۱)(x^{۲}+x-۳)}{(x-۱)(x^{۲}+x-۲)}=\lim_{x\to ۱^{-}}\frac{x^{۲}+x-۳}{(x-۱)(x+۲)}=\frac{۱+۱-۳}{(۱-۱)(۱+۲)}=\frac{-۱}{۰^{-}}=+\infty$$

۲۹۲
$$\lim_{x\to ۰}\frac{\sqrt{x+۴}-۲(\sqrt{x+۴}+۲)}{x(\sqrt{x+۴}+۲)}=\lim_{x\to ۰}\frac{x}{x(\sqrt{x+۴}+۲)}=\frac{۱}{۴}$$

۲۹۳
$$\lim_{x\to +\infty}\frac{۵x+\sqrt{x^{۲}+۷}}{۲x+\sqrt{x}}=\lim_{x\to +\infty}\frac{۵x+|x|}{۲x}=\lim_{x\to +\infty}\frac{۵x+x}{۲x}=\lim_{x\to +\infty}\frac{۶x}{۲x}=۳$$

Telegram: @konkur_in

۲۹۴ $\lim_{x\to ۲} \frac{\sqrt{x+۲}-۲}{x-۲} = \frac{\sqrt{۲+۲}-۲}{۲-۲} = \frac{۰}{۰}$ مبهم

رفع ابهام:

$$\lim_{x\to ۲} \frac{\sqrt{x+۲}-۲}{x-۲} \times \frac{\sqrt{x+۲}+۲}{\sqrt{x+۲}+۲} = \lim_{x\to ۲} \frac{(x+۲)-۴}{(x-۲)(\sqrt{x+۲}+۲)}$$
$$= \lim_{x\to ۲} \frac{x-۲}{(x-۲)(\sqrt{x+۲}+۲)} = \lim_{x\to ۲} \frac{۱}{\sqrt{x+۲}+۲} = \frac{۱}{\sqrt{x+۲}+۲} = \frac{۱}{۴}$$

۲۹۵ $\lim_{x\to ۰^-} \mathrm{Cotg}\, x = \lim_{x\to ۰^-} \frac{\mathrm{Cos}\, x}{\mathrm{Sin}\, x} = \frac{۱}{۰^-} = -\infty$

۲۹۶ ریشه مقسوم علیه $x+۲=۰ \Rightarrow x=-۲$

$$R = P(-۲) \Rightarrow \begin{cases} R_۱ = (-۲)^۳ - ۴(-۲)^۲ + ۵(-۲) + a \\ R_۲ = (-۲)^۲ + ۳(-۲) - ۲ \end{cases} \xrightarrow[R_۱=R_۲]{\text{شرط هم باقیمانده}}$$ می‌دانیم:

$$-۸ - ۱۶ - ۱۰ + a = ۴ - ۶ - ۲ \Rightarrow -۳۴ + a = -۴ \Rightarrow a = ۳۰$$

۲۹۷ $\lim_{x\to ۱} \frac{(۲x^۲ + ۲x + ۱)(x-۱)}{(x-۱)(x+۱)} = \frac{۵}{۲}$

۲۹۸ حاصل حد $= +\infty - ۱ + (+\infty) = +\infty$

۲۹۹ $\lim_{x\to ۸} \frac{(x-۸)(\sqrt[۳]{x^۲}+۴+۲\sqrt[۳]{x})}{(\sqrt[۳]{x}-۲)(\sqrt[۳]{x^۲}+۴+۲\sqrt[۳]{x})} = \lim_{x\to ۸} \frac{(x-۸)(\sqrt[۳]{x^۲}+۴+۲\sqrt[۳]{x})}{(x-۸)} = ۱۲$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

Telegram: @konkur_in

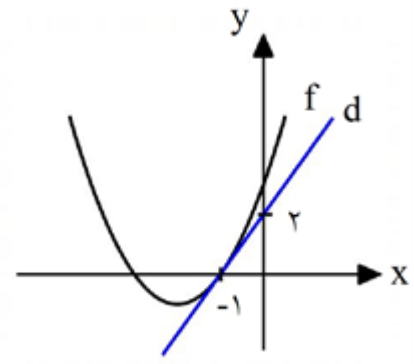
www.konkur.in

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

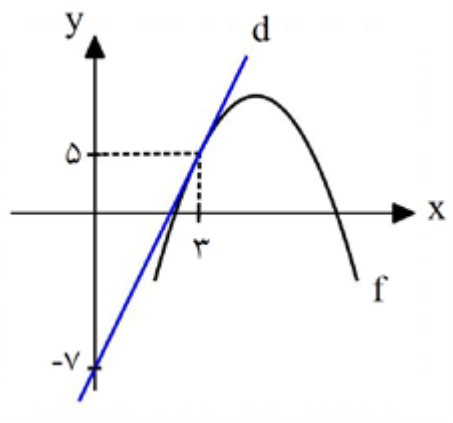
نام :	باسمه تعالی	نوبت امتحانی :
نام خانوادگی :		پایه :
نام پدر :		ساعت شروع :
شماره دانش آموزی :		مدت امتحان :
نام درس : ریاضی دوازدهم - فصل ۴		

تصحیح	نام و نام خانوادگی دبیر: تاریخ و امضا:	نمره با عدد: نمره با حروف:	تجدید نظر	نام و نام خانوادگی دبیر: تاریخ و امضا:	نمره با عدد: نمره با حروف:

ردیف	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	اگر $f(x)=x^{۳}+ax^{۲}+bx+۳$ و $f'(۱)=-f(۰)$ و $f''(۱)-۱=f'(۱)$ باشد، آن‌گاه a,b را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۲	اگر $f(x)=x^{۳}+ax^{۲}+bx+۲$ و $f''(۱)=f'(۱)-۱=۱۲$ باشد، آن‌گاه a,b را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۳	اگر $f'(x)=x+\sqrt{-x}$ باشد، مقدار $f''(-۴)$ را تعیین کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۴	اگر $f'(x)=x^{۳}+۵x+۱$ باشد، $f''(-۱)$ را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۵	مطابق شکل روبه‌رو، خط d بر نمودار f در نقطهٔ $(-۱,۰)$ مماس است. حاصل $\lim_{h\to ۰}\frac{f(-۱+h)-f(-۱)}{۲h}$ را به‌دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	

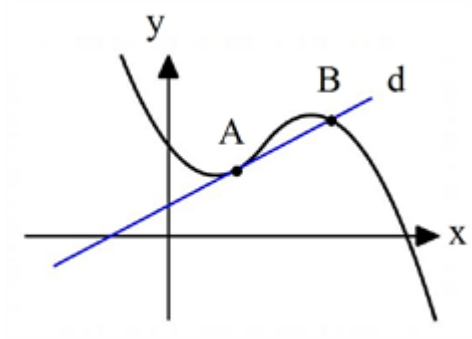
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶	مطابق شکل روبه‌رو، خط d بر نمودار f در نقطهٔ $(۳, ۵)$ مماس است. حاصل $\lim_{h\to ۰} \frac{f(۳)-f(۳+h)}{۵h}$ را به‌دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۷	اگر $f'(۷)=-۲$ ، $f(۷)=۳$ و $\lim_{x\to ۳} \frac{g(x)-g(۳)}{x-۳}=۴$ باشد، آن‌گاه مشتق تابع $h(x)=(\text{gof})(x)$ را در $x=۷$ به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۸	اگر $g'(۳)=۷$ ، $g(۳)=۲$ و $\lim_{x\to ۲} \frac{f(x)-f(۲)}{x-۲}=۱۱$ باشد، آن‌گاه مشتق تابع $h(x)=(\text{fog})(x)$ را در $x=۳$ به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۹	مشتق توابع زیر را به‌دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x)=۵\left(\frac{x}{۴}+\frac{۷}{x^۲}-۵\sqrt{x+۱}\right)^۴$ ب) $g(x)=۳\left(\frac{x+\sqrt{x}}{۷x^۲+x+۱}\right)^۵$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۱۰	تابع $f(x)=ax^۲+۲x$ در بازهٔ $[۰, ۴]$ آهنگ تغییر متوسطی برابر ۶ دارد، a را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۱۱	اگر $g(x)=x^۲-۳x+۴$ و $(\text{fog})'(۱)=۱۲$ باشد، $f'(۲)$ را بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۱۲	اگر $g(x)=\frac{x^۲+۱}{x+۱}$ و $(\text{fog})'(۱)=۸$ باشد، $f'(۱)$ را بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۱۳	اگر $f(x)=ax^۲+x$ باشد و آهنگ تغییر متوسط این تابع در بازهٔ $[۱, ۳]$ برابر ۵ باشد، مقدار a را بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	

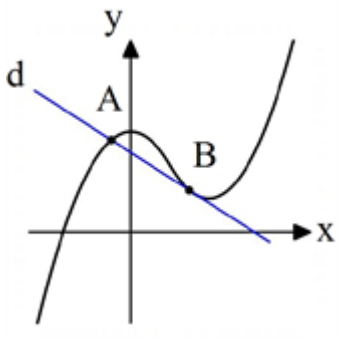
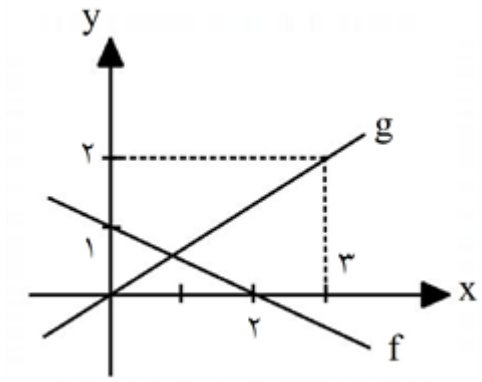
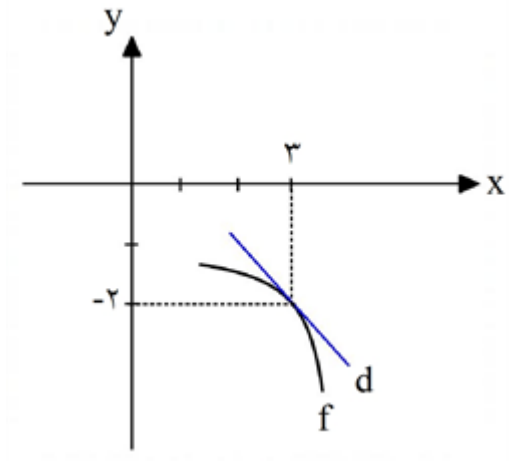
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۴	اگر $\lim_{x\to ۲} \frac{f(x)-۳}{x-۲} = ۳$ و $g(x)=f(x^۲+x)$ باشد، مقدار $g'(۱)$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۱۵	مشتق‌پذیری $f(x)=\sqrt[۳]{(x^۲-۴)(x^۲-۴x+۴)}$ را در نقطهٔ $x=۲$ با استفاده از تعریف مشتق بررسی کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۱۶	مشتق‌پذیری $f(x)=۱-۲[x]$ را در نقطهٔ $x=۰$ با استفاده از تعریف مشتق بررسی کنید. ([] نماد جزء صحیح است.) سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۱۷	مطابق شکل زیر خط d در نقطهٔ $A(۲,۱)$ بر نمودار تابع f مماس و در نقطهٔ $B(۳a, a+۳)$ آن را قطع می‌کند. اگر $f'(۲)=۱$ باشد، مقدار a را بیابید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۱۸	مشتق‌پذیری $f(x)=(x-۳)[x]$ را در نقطهٔ $x=۳$ به کمک تعریف مشتق بررسی کنید. ([] نماد جزء صحیح است.) سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۱۹	در تابع $f(x)=ax^۲+bx-۹$ اگر $f(۱)=۱$ و $f''(۲)=۶$ باشد، مقادیر a,b را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۲۰	مشتق‌پذیری $f(x)=(x+۲)^۲[x]$ را در نقطهٔ $x=-۲$ به کمک تعریف مشتق بررسی کنید. ([] نماد جزء صحیح است.) سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۲۱	مشتق‌پذیری $f(x)=\sqrt{x^۲-۶x+۹}$ را در نقطهٔ $x=۳$ با استفاده از تعریف مشتق بررسی کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۲۲	اگر $f(x)=(۲x^۲+ax+b)[x]$ در $x=۱$ مشتق‌پذیر باشد، a,b را به‌دست آورید. ([] نماد جزء صحیح است.) سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	

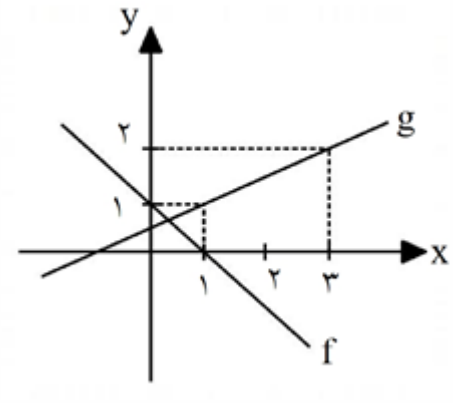
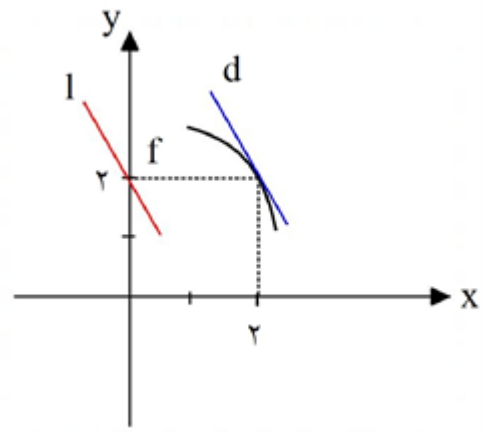
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۳	مطابق شکل زیر خط d در نقطهٔ $B(۳, ۱)$ بر نمودار تابع f مماس و در نقطهٔ $A(a, ۱ - ۲a)$ آن را قطع می‌کند. اگر $f'(۳) = -۱$ باشد، مقدار a را بیابید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۲۴	در تابع $f(x) = ax^۳ - bx + ۱$ اگر $f(۲) = ۷$ و $f''(۳) = ۳۶$ باشد، مقادیر a, b را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۲۵	با توجه به نمودارهای $f(x)$ و $g(x)$ مقدار $(f \times g)'(x)$ به ازای $x = ۱$ را به‌دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۲۶	با توجه به شکل، اگر $\lim_{x \to ۳} \frac{f(x) + ۲}{۳ - x} = ۱$ باشد، معادلهٔ خط d را به‌دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۲۷	اگر $\lim_{x \to ۱} \frac{f(x) - ۲}{x - ۱} = ۵$ و $g(x) = f(x^۲)$ باشد، مقدار $g'(۱)$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	

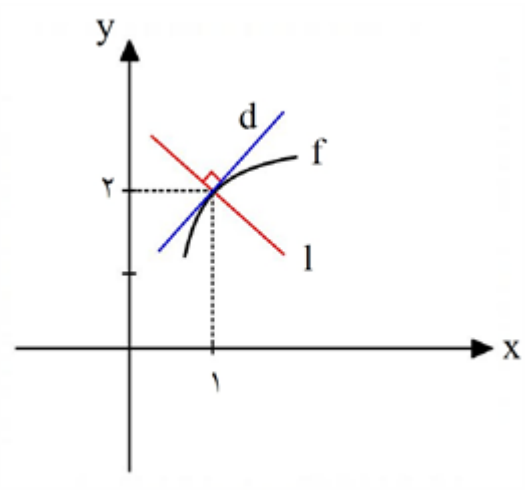
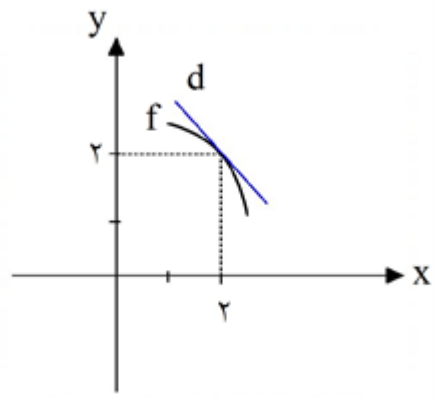
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۸	با توجه به نمودارهای $f(x)$ و $g(x)$ مقدار $(\text{۲f}\times g)'(x)$ به ازای $x=-\text{۲}$ را به‌دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۲۹	اگر $\lim\limits_{x\to\text{۴}}\dfrac{f(x)-\text{۵}}{x^{\text{۲}}-\text{۱۶}}=\text{۱}$ و $g(x)=f(\text{۳x}+\sqrt{x})$ باشد، مقدار $g'(\text{۱})$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۳۰	اگر $f(\text{۱})=\text{۳}$ و $\lim\limits_{x\to\text{۱}}\dfrac{f(x)-f(\text{۱})}{x^{\text{۲}}-\text{۷x}+\text{۶}}=-\text{۲}$ باشد، مشتق تابع $g(x)=x^{\text{۲}}f(x)$ را در $x=\text{۱}$ به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۳۱	با توجه به شکل، اگر $\lim\limits_{x\to\text{۲}}\dfrac{\text{۲}-f(x)}{\text{۸x}-\text{۱۶}}=\dfrac{\text{۱}}{\text{۴}}$ باشد، معادلهٔ خط l را به‌دست آورید. $(d\,//\,l)$  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۳۲	اگر $y=(\text{fog})(x)$ ، $g(x)=x^{\text{۳}}+\sqrt[\text{۳}]{x}$ و $f'(\text{۲})=\text{۶}$ باشد، y' به ازای $x=\text{۱}$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۳۳	اگر $f'(\text{۲})=\text{۳f}(\text{۲})=\text{۶}$ و $g(x)=f^{\text{۲}}(\text{۲x})$ باشد، مقدار $g'(\text{۱})$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۳۴	اگر $f(x)=\sqrt{\text{۲x}+\text{۱}}$ و $g(x)=\text{۳}-\text{۴x}$ باشد، مشتق $y=(\text{gof})(x)$ در $x=\text{۴}$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	

Telegram: @konkur_in

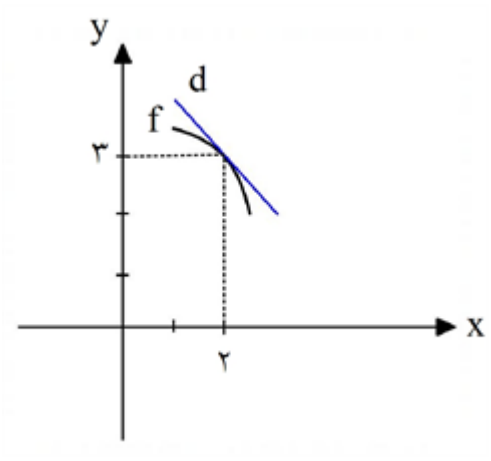
www.konkur.in

	با توجه به شکل، اگر $\lim_{x\to ۱} \frac{f(x)-۲}{x^۳-۱} = \frac{۱}{۳}$ باشد، معادلهٔ خطوط l و d را به‌دست آورید. $(d \perp l)$  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	۳۵
	با توجه به شکل، اگر $\lim_{x\to ۲} \frac{۲-f(x)}{x^۲+۴x-۱۲} = \frac{۱}{۴}$ باشد، معادلهٔ خط d را به‌دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	۳۶
	مشتق‌پذیری تابع $f(x)=\begin{cases} x^۳ & x<۱ \\ ۱ & x=۱ \\ \sqrt[۳]{x} & x>۱ \end{cases}$ را در نقطهٔ $x=۱$ بررسی کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	۳۷
	اگر $f(-۲)=۷$ و $\lim_{x\to(-۲)} \frac{f(x)-f(-۲)}{x^۲-۴} = ۳$ باشد، مشتق تابع $g(x)=۲x\,f(x)$ را در $x=-۲$ به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	۳۸

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۹ با توجه به شکل، اگر $\lim\limits_{x\to ۲} \dfrac{۱۵ - ۵f(x)}{x - ۲} = ۱۰$ باشد، معادلهٔ خط d را به‌دست آورید.

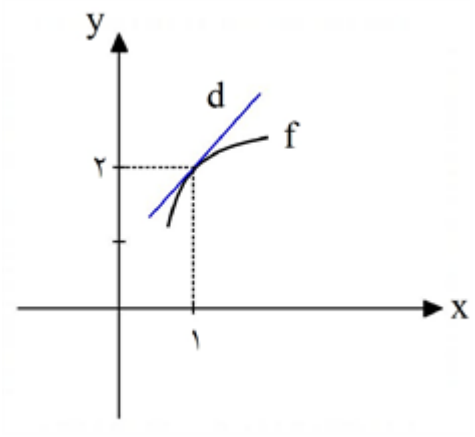


سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم

۴۰ مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^۲ + ۳x & x < ۲ \\ ۵x & x = ۲ \\ ۴\sqrt{x+۲} + ۲ & x > ۲ \end{cases}$ را در نقطهٔ $x = ۲$ بررسی کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم

۴۱ با توجه به شکل، اگر $\lim\limits_{x\to ۱} \dfrac{f(x) - ۲}{x^۲ - ۱} = ۲$ باشد، معادلهٔ خط d را به‌دست آورید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم

۴۲ گنجایش ظرفی ۳۰ لیتر مایع است. در لحظهٔ $t = ۰$ سوراخی در ظرف ایجاد می‌شود. اگر حجم مایع باقیمانده در ظرف پس از t ثانیه از رابطهٔ $v(t) = ۳۰\left(۱ - \dfrac{t}{۴۰}\right)^۲$ به‌دست می‌آید. در چه زمانی آهنگ تغییر لحظه‌ای حجم برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازهٔ $[۰, ۴۰]$ می‌شود؟

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم

۴۳ اگر $f(۲) = ۷$ و $\lim\limits_{x\to ۲} \dfrac{f(x) - f(۲)}{۳x - ۶} = ۲$ باشد، مشتق تابع $g(x) = x^۲ f(x)$ را در $x = ۲$ به‌دست آورید.

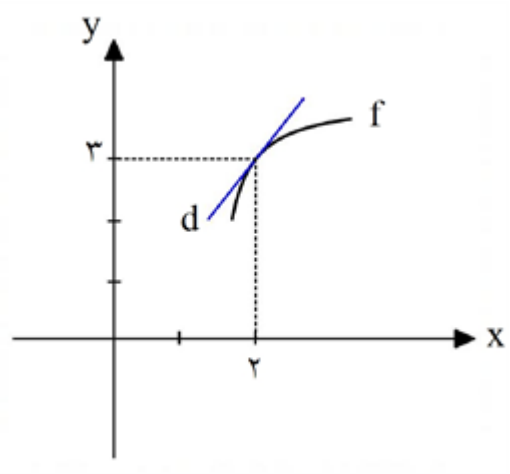
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم

۴۴ اگر $f(۱) = -۲$ و $\lim\limits_{x\to ۱} \dfrac{f(x) - f(۱)}{x^۳ - ۱} = ۵$ باشد، مشتق تابع $g(x) = xf(x)$ را در $x = ۱$ به‌دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۵	با توجه به شکل، اگر $\lim_{x\to ۲} \frac{۳f(x)-۹}{x-۲} = ۶$ باشد، معادلهٔ خط d را به‌دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۴۶	مشتق‌پذیری تابع $f(x)=\begin{cases} x^۳+۱ & x<۱ \\ ۲x & x=۱ \\ ۲\sqrt{x+۳}-۲ & x>۱ \end{cases}$ را در نقطهٔ $x=۱$ بررسی کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۴۷	گنجایش ظرفی ۴۰ لیتر مایع است. در لحظهٔ $t=۰$ سوراخی در ظرف ایجاد می‌شود. اگر حجم مایع باقیمانده در ظرف پس از t ثانیه از رابطهٔ $v(t)=۴۰\left(۱-\frac{t}{۲۰}\right)^۲$ به‌دست آید، در چه زمانی آهنگ تغییر لحظه‌ای حجم برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازهٔ $[۰,۲۰]$ می‌شود؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۴۸	اگر $f(۳)=۵$ و $\lim_{x\to ۳} \frac{f(x)-f(۳)}{۵x-۱۵}=۲$ باشد، مشتق تابع $g(x)=xf(x)$ را در $x=۳$ به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۴۹	خط مماس بر منحنی $y=\sqrt{ax+۱}$ در نقطهٔ A از نقاط $(-۱,۱)$ و $(۷,۳)$ می‌گذرد. مقدار a را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۵۰	اگر $f'(۱)=۵$ ، $g'(۱)=۲$ و $f(۱)=۱$ ، مقدار مشتق $(۲f-g)$ of را در $x=۱$ به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۵۱	اگر $f'(۲)=۵$ ، $g'(۲)=۴$ و $g(۲)=۲$ ، مقدار مشتق $(f-g)$ og را در $x=۲$ به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۵۲	خط مماس بر منحنی $f(x)=\sqrt{ax}$ در نقطهٔ A از نقاط $(-۱,۰)$ و $(۳,۲)$ می‌گذرد. مقدار a را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۳	جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم. فرض کنیم ارتفاع این جسم (برحسب متر) از سطح زمین در هر لحظه از معادلهٔ $h(t) = -۲t^۲ + ۶۰t$ به دست می‌آید. (t برحسب ثانیه) الف) سرعت متوسط جسم در بازهٔ زمانی $[۱, ۵]$ را به دست آورید. ب) لحظه‌ای را معلوم کنید که سرعت جسم برابر $۴\frac{m}{s}$ است. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۵۴	مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} [-x] & x > ۰ \\ \lvert x \rvert & x \leqslant ۰ \end{cases}$ را در نقطهٔ $x = ۰$ به کمک تعریف مشتق بررسی کنید. ([] نماد جزء صحیح است.) سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۵۵	مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} \lvert x - ۱ \rvert & x < ۱ \\ (x-۱)^۳ & x \geqslant ۱ \end{cases}$ را در نقطهٔ $x = ۱$ به کمک تعریف مشتق بررسی کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۵۶	در تابع f ، $\lim\limits_{x \to -۱} \frac{f(x) - f(-۱)}{۲x + ۲} = ۳$ و این تابع از نقطهٔ $A(-۱, ۲)$ می‌گذرد. معادلهٔ خط مماس بر نمودار f را در نقطهٔ A به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۵۷	تابع $f(x) = x - ۳x^۲$ را در نظر بگیرید. الف) آهنگ تغییر متوسط تابع f را در بازهٔ $[-۱, ۵]$ به دست آورید. ب) حدود x را چنان بیابید که آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f از آهنگ تغییر متوسط آن در بازهٔ $[-۱, ۵]$ بزرگ‌تر باشد. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۵۸	تابع $f(x) = x - ۲x^۲$ را در نظر بگیرید. الف) آهنگ تغییر متوسط تابع f را در بازهٔ $[۰, ۴]$ به دست آورید. ب) حدود x را چنان بیابید که آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f از آهنگ تغییر متوسط آن در بازهٔ $[۰, ۴]$ کوچک‌تر باشد. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۵۹	تابع $f(x) = x^۲ + ۶x + ۱$ را در نظر بگیرید. الف) آهنگ تغییر متوسط تابع f را در بازهٔ $[۱, ۵]$ به دست آورید. ب) حدود x را چنان بیابید که آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f از آهنگ تغییر متوسط آن در بازهٔ $[۱, ۵]$ بزرگ‌تر باشد. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۶۰	مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) $f(x) = ۵(۳x - ۱)^۳ + \frac{۴x - x^۲}{\sqrt{x} + x}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۶۱	مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) $f(x) = (x - ۲)^۳ + \frac{۷x^۲ + ۱}{\sqrt{۳x + ۱}}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۲	اگر نمودار تابع f از نقطهٔ $A(۲,۵)$ بگذرد و $\lim_{x\to ۲} \frac{f(x)-f(۲)}{x^۲-۴} = \frac{۳}{۴}$ باشد، معادلهٔ خط مماس بر نمودار f را در نقطهٔ A به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۶۳	اگر $\lim_{x\to -۲} \frac{f(x)-f(-۲)}{x+۲} = ۳$ باشد و نمودار تابع f از نقطهٔ $A(-۲,۵)$ بگذرد، معادلهٔ خط مماس بر نمودار f را در نقطهٔ A به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۶۴	اگر نمودار تابع f از نقطهٔ $A(۱,۵)$ بگذرد و $\lim_{x\to ۱} \frac{f(x)-f(۱)}{x-۱} = ۵$ باشد، معادلهٔ خط مماس بر نمودار f را در نقطهٔ A به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۶۵	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x)=x^۳+kx+۱$ در بازهٔ $[۰,۲]$ برابر ۲ است. الف) k را حساب کنید. ب) آهنگ لحظه‌ای این تابع را در $x=-\frac{k}{۲}$ حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۶۶	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x)=x^۲+ax+۳$ در بازهٔ $[۱,۳]$ برابر ۳ است. الف) a را حساب کنید. ب) آهنگ لحظه‌ای این تابع $x=۴$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۶۷	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x)=(x+۱)^۲(ax+۱)$ در بازهٔ $[-۲,۰]$ برابر ۲ است. آهنگ لحظه‌ای این تابع در نقطهٔ $x=-a$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۶۸	معادله حرکت متحرکی به‌صورت $f(t)=t^۲+۶t$ ، برحسب متر داده شده است. در چه زمانی سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $[۱,۵]$ با هم برابر هستند؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۶۹	مشتق تابع $f(x)=\frac{۳x+۱}{x+۳}$ را در نقطهٔ ۲- حساب کنید و به کمک آن معادلهٔ خط مماس بر نمودار این تابع را در نقطهٔ $A(-۲,-۵)$ بنویسید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۷۰	مشتق توابع زیر را به‌دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x)=(x+\sqrt{x})\left(\frac{۵x+۱}{۴x+۹}\right)$ ب) $g(x)=\sqrt{\frac{۳x^۲+۱}{۵x+۹}}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۱	مشتق توابع زیر را به‌دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x)=\left(\frac{x^{۲}}{x^{۲}+x+۱}\right)^{۳}$ ب) $g(x)=(\sqrt{۴x+۱})(x^{۲}-۳x+۹)$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۷۲	معادلهٔ خط مماس بر $f(x)=\sqrt[۳]{x-۱}$ را در نقطه‌ای به طول ۲ به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۷۳	معادلهٔ خط مماس بر نمودار تابع $f(x)=x\sqrt{۲x}$ را در نقطهٔ A به طول ۲ بنویسید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۷۴	معادلهٔ خط مماس بر نمودار تابع $f(x)=\frac{x^{۲}+۱}{x-۱}$ را در نقطهٔ A به طول ۲ بنویسید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۷۵	معادلهٔ خط مماس بر نمودار $f(x)=x-\sqrt{x}$ در نقطهٔ A برابر $۶y-۵x+۹=۰$ است. مختصات این نقطه را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۷۶	معادلهٔ خط مماس بر نمودار $f(x)=\sqrt{۲x+۱}+x$ در نقطهٔ A برابر $۳y-۴x+۷=۰$ است. مختصات این نقطه را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۷۷	معادلهٔ خط مماس بر نمودار $f(x)=۳x^{۲}+x$ در نقطهٔ A برابر ۳ است. $y=۷x-۳$ مختصات این نقطه را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۷۸	معادلهٔ خط مماس بر نمودار تابع $f(x)=\sqrt{\frac{x+۱}{۲x-۳}}$ را در نقطهٔ A به طول ۴ بنویسید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۷۹	معادلهٔ خط مماس بر نمودار تابع $f(x)=\frac{x+۱}{x-۱}$ را در نقطهٔ A به طول ۲ بنویسید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۸۰	مقدار مشتق $y=\left(۲x-\frac{۳}{x}\right)^{۵}$ را به ازای $x=۱$ به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۸۱	مقدار مشتق $y=(۲x-\sqrt{x})^{۴}$ را به ازای $x=۱$ به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۲ مقدار مشتق $y=\sqrt{\frac{۳x+۱}{x+۷}}$ را به ازای $x=۳$ به‌دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم

۸۳ مقدار مشتق $y=\left(\sqrt{x}+\frac{۱}{x}\right)^{۳}$ را به ازای $x=۱$ به‌دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم

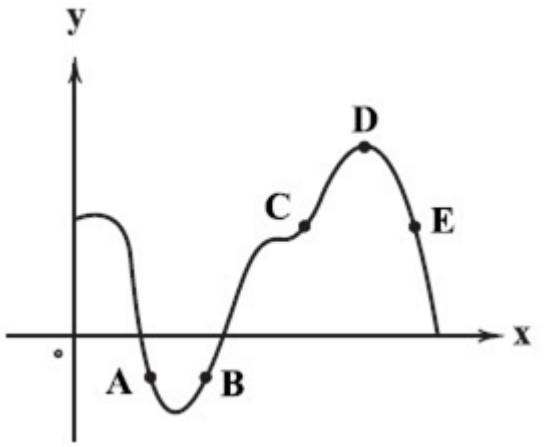
۸۴ اگر $f(x)=۴x^{۲}-x+۲$ باشد:

الف) مقدار $f'(۳)$ را به دست آورید.

ب) معادلهٔ خط مماس بر منحنی f را در نقطه‌ای به طول ۳ واقع بر آن بنویسید.

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۸۵ نقاط داده شده در منحنی را به شیب‌های نوشته شده در جدول نظیر کنید.



شیب	-۴	-۲	۰	۱	۲
نقطه					

سوالات گردآوری شده-سری (۲)-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۸۶ اگر $f(x)=x+\sqrt[۳]{x^{۲}}$ و $g(x)=x+\frac{۱}{x}$ باشد، حاصل $(۳f+۸g)'(۸)+(f.g)'(۱)$ را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم

۸۷ اگر $f(x)=x^{۲}+x$ و $g(x)=x-۱$ باشد، حاصل $(f-g)'(۱)+\left(\frac{f}{g}\right)'(۲)$ را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم

۸۸ اگر $f(x)=۳x+\sqrt{x}$ و $g(x)=۱+\sqrt{x}$ باشد، حاصل $(f-g)'(۴)+(f.g)'(۱)$ را به‌دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم

Telegram: @konkur_in

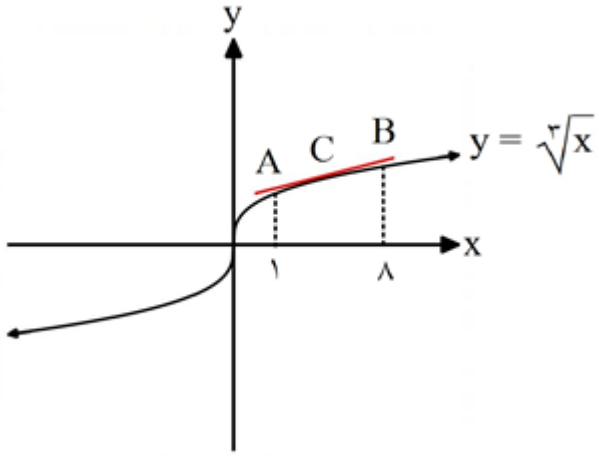
www.konkur.in

۸۹

با توجه به شکل زیر:

الف) آهنگ تغییر متوسط تابع f را از $x = ۱$ تا $x = ۸$ به دست آورید.

ب) اگر شیب خط مماس بر تابع f در نقطه C با شیب خط گذرنده از AB برابر باشد، طول C را به دست آورید.



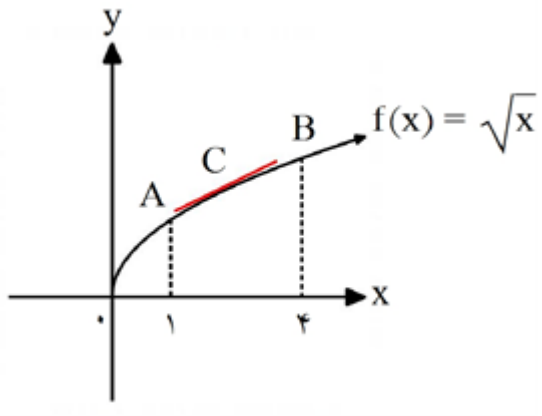
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم

۹۰

با توجه به شکل زیر:

الف) آهنگ تغییر متوسط تابع f را از $x = ۱$ تا $x = ۴$ به دست آورید.

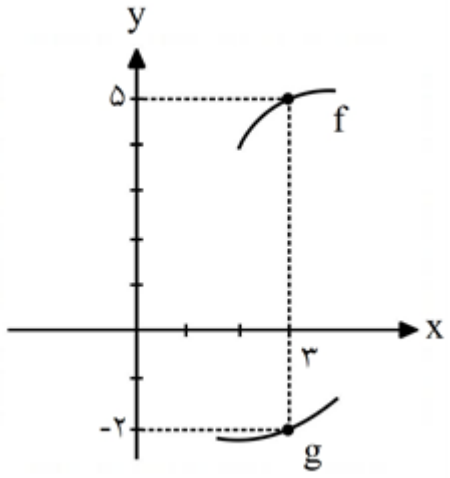
ب) اگر خط مماس بر منحنی در نقطه C موازی پاره‌خط AB باشد، طول نقطه C را محاسبه کنید.



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم

۹۱

با توجه به نمودار توابع f و g حاصل $\lim_{x \to ۳} \frac{f(x)g(x) + ۲f(x)}{x^۲ - ۹}$ چند برابر $g'(۳)$ است؟



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-دوازدهم

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۲ اگر $f(x)=\left|(a-۱)x^{۲}+۴x-۱\right|$ فقط در یک نقطه مشتق‌ناپذیر باشد، مقدار a و نقطه‌ای که در آن مشتق‌ناپذیر است را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

۹۳ اگر $f(x)=\left|x^{۲}+kx+۱\right|$ در دو نقطه مشتق‌ناپذیر باشد، حدود k را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

۹۴ اگر $f(x)=\left|x^{۲}+mx+۴\right|$ در R مشتق‌پذیر باشد حدود m را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دوازدهم

۹۵ معادله خط مماس بر $f(x)=\frac{۱}{\sqrt{x}}$ را در نقطه‌ای به طول $\frac{۱}{۴}$ حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

۹۶ مشتق‌گیری کنید. (ساده کردن الزامی نیست)

الف) $f(x)=۲(x^{۲}+۵)^{۷}+۱۰x$ ب) $g(x)=\frac{x+\sqrt{x}}{x^{۲}-۴x}$

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

۹۷ گنجایش ظرفی ۴۰ لیتر مایع است. در لحظه‌ی $t=۰$ سوراخی در ظرف ایجاد می‌شود. اگر حجم مایع باقی‌مانده در ظرف پس از t ثانیه از رابطه $V=۴۰\left(۱-\frac{t}{۱۰۰}\right)^{۲}$ به دست آید:

الف) آهنگ تغییر متوسط حجم مایع در بازه زمانی $[۰,۱]$ چه‌قدر است؟

ب) در چه زمانی، آهنگ تغییر لحظه‌ای حجم برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[۰,۱۰۰]$ می‌شود؟

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۹۸ یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t)=\sqrt{t}+۲t^{۳}$ گرم است.

الف) جرم این توده باکتری در بازه زمانی $۲\le t\le ۴$ چند گرم افزایش می‌یابد؟

ب) آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه $t=۳$ چه‌قدر است؟

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۹۹ توپی از یک پل به ارتفاع ۱۱ متر به هوا پرتاب می‌شود. $f(t)$ نشان‌دهنده فاصله توپ از سطح زمین در زمان t است. برخی از مقادیر $f(t)$ در جدول روبه‌رو نمایش داده شده است. براساس جدول کدام‌یک از مقادیر زیر می‌تواند سرعت توپ را هنگامی‌که در ارتفاع نظیر زمان $۰/۴$ ثانیه است نشان دهد؟

t	ثانیه s	۰	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶
$f(t)$	متر m	۱۱	۱۲/۴	۱۳/۸	۱۵/۱	۱۶/۳	۱۷/۴	۱۸/۴

الف) $۱/۲۳\frac{m}{s}$ ب) $۱۴/۹۱\frac{m}{s}$ پ) $۱۱/۵\frac{m}{s}$ ت) $۱۶/۰۳\frac{m}{s}$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۱۰۰ معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t)=t^{۲}-t+۱۰$ برحسب متر در بازه زمانی $[۰,۵]$ (t برحسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی $[۰,۵]$ با هم برابرند؟

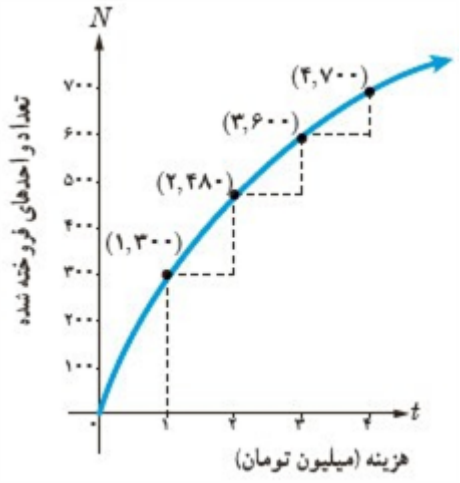
مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۱

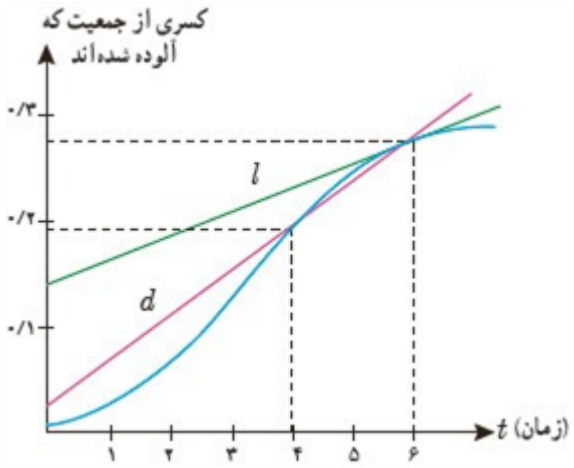
نمودار روبه‌رو نمایش میزان فروش تعداد نوعی کالا (N) پس از صرف t میلیون تومان هزینه برای تبلیغ است.
الف) آهنگ تغییر N برحسب t را وقتی t از ۰ تا ۱، ۱ تا ۲، ۲ تا ۳ و ۳ تا ۴ تغییر می‌کند به دست آورید.
ب) به نظر شما چرا آهنگ تغییرات، وقتی‌که مقادیر t افزایش می‌یابند، در حال کاهش است؟



مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۱۰۲

کسری از جمعیت یک شهر که به وسیله یک ویروس آلوده شده‌اند برحسب زمان (هفته) در نمودار زیر نشان داده شده است.
الف) شیب‌های خطوط l و d چه چیزهایی را نشان می‌دهند.
ب) گسترش آلودگی در کدام‌یک از زمان‌های $t = ۱$، $t = ۲$ یا $t = ۳$ بیش‌تر است؟
پ) قسمت (ب) را برای $t = ۴$، $t = ۵$ و $t = ۶$ بررسی کنید.



مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۱۰۳

جدول زیر درجه حرارت T (سانتی‌گراد) را در شهری از ساعت ۸ تا ۱۸ در یک روز نشان می‌دهد.

ساعت h	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
درجه حرارت T	۱۱	۱۳	۱۴	۱۷	۱۹	۱۸	۱۷	۱۵	۱۳	۱۰	۹

آهنگ تغییر متوسط درجه حرارت نسبت به زمان را:
الف) از ساعت ۸ تا ساعت ۱۲ به دست آورید.
ب) از ساعت ۱۲ تا ساعت ۱۸ به دست آورید.
پ) پاسخ‌ها را تفسیر کنید.

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

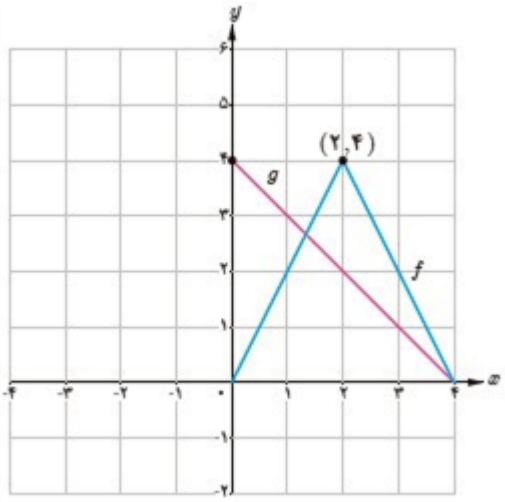
۱۰۴

اگر $f(x) = ۵x^۳ - ۴x^۲ - ۳x$، مقدار $f''(-۱)$ را به دست آورید.

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

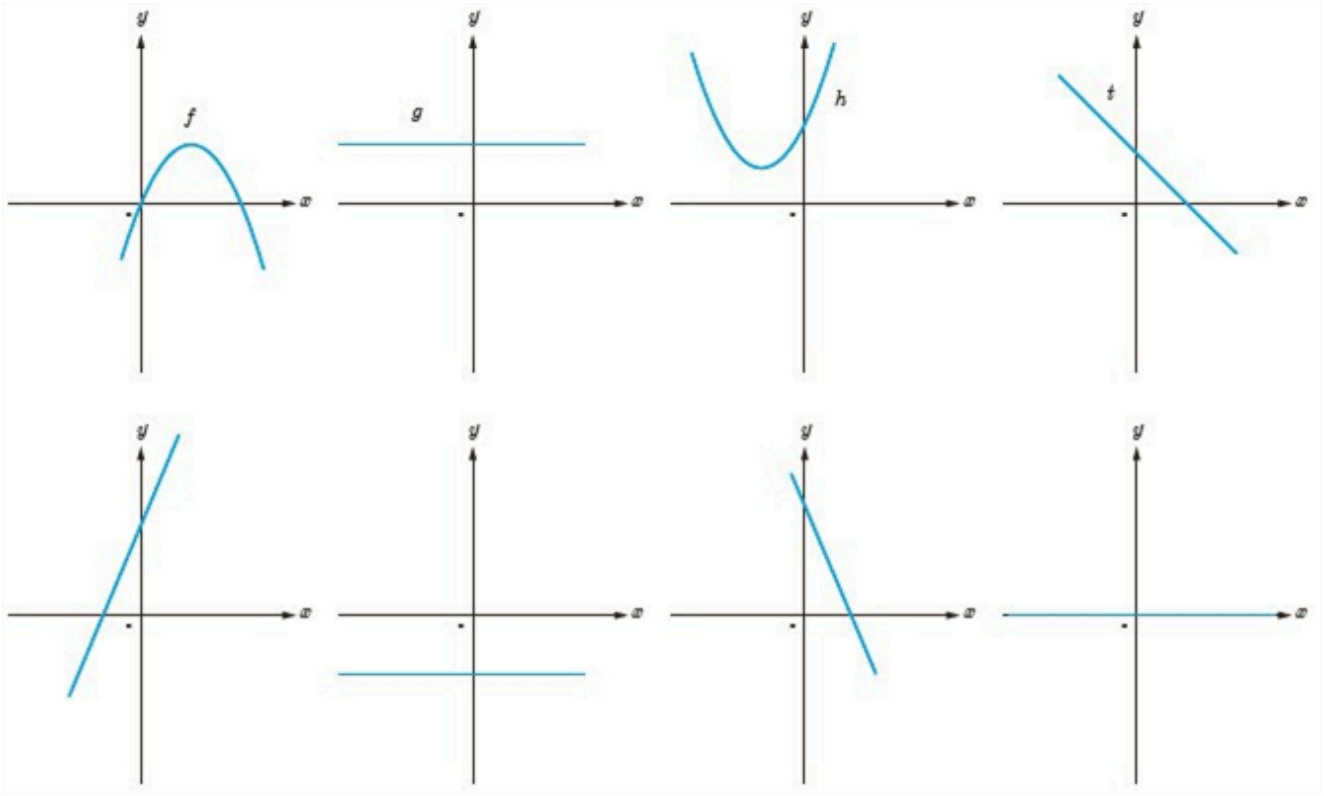
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۵	مشتق توابع داده شده را به دست آورید. الف) $f(x)=(۳x^{۲}-۴)(۲x-۵)^{۲}$ ب) $f(x)=\frac{x^{۲}-۳x+۱}{-۳x+۲}$ پ) $f(x)=(\sqrt{۳x+۲})(x^{۳}+۱)$ ت) $f(x)=\frac{۹x-۲}{\sqrt{x}}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۱۰۶	اگر $f(x)=\begin{cases}x^{۲} & x\le ۰\\ x & x>۰\end{cases}$ نشان دهید $f'_{+}(۰)$ و $f'_{-}(۰)$ موجودند ولی $f'(۰)$ موجود نیست. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۱۰۷	اگر $f'(۱)=۳$ و $g'(۱)=۵$ مطلوب است، $(f+g)'(۱)$ و $(۳f+۲g)'(۱)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۱۰۸	نمودار توابع f و g را در شکل زیر درنظر بگیرید. الف) اگر $h(x)=f(x).g(x)$ مطلوب است $h'(۱)$، $h'(۲)$ و $h'(۳)$ ب) اگر $k(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ مطلوب است، $k'(۱)$، $k'(۲)$ و $k'(۳)$  مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

	نمودار توابع f و g و h و t را به نمودار مشتق آن‌ها، نظیر کنید.  مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	۱۰۹
	مشتق تابع $f(x)=\sqrt[۳]{x^۲}$ را به دست آورده و مشخص کنید در چه نقطه‌ای مماس قائم دارد؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	۱۱۰
	اگر $f(x)=\lvert x^۲-۴\rvert$، به کمک تعریف مشتق، مشتق‌پذیری f را در نقاط به طول‌های ۲ و ۲- بررسی کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	۱۱۱
	سه تابع مثال بزنید که مشتق آن‌ها با هم برابر باشند. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	۱۱۲
	مشتق‌پذیری تابع $f(x)=\begin{cases} x^۲+۳ & x\geq ۱ \\ ۲x & x<۱ \end{cases}$ را در نقطه $x=۱$ بررسی کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	۱۱۳

Telegram: @konkur_in

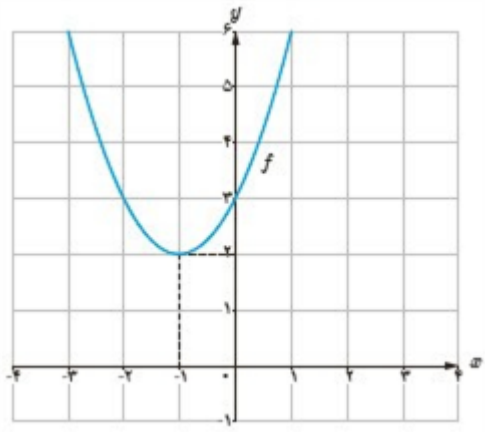
www.konkur.in

۱۱۴

الف) با استفاده از نمودار تابع $f(x) = x^۲ + ۲x + ۳$ (شکل مقابل) مقادیر زیر را به‌ترتیب صعودی مرتب کنید.
$f'(۲), f'(-۱), f'(۰), f'(۳)$

ب) صحت ادعای خود در (الف) را با محاسبه مشتق تابع $f(x) = x^۲ + ۲x + ۳$ بررسی کنید.

پ) تابع مشتق را رسم کنید.



مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۱۱۵

نمودار تابعی را رسم کنید که مشتق آن

الف) در یک نقطه برابر صفر شود.

ب) در $x = ۲$ برابر ۳ شود.

پ) در تمام نقاط مثبت باشد.

ت) در تمام نقاط یکسان باشد.

ث) در تمام نقاط منفی باشد.

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۱۱۶

تابع $f(x) = \begin{cases} ۵x - ۴ & x < ۰ \\ x^۲ & ۰ \le x \le ۳ \\ x + ۶ & x > ۳ \end{cases}$ داده شده است.

الف) نمودار تابع f را رسم کنید.

ب) با توجه به نمودار تابع f بگویید که چرا $f'(۰)$ و $f'(۳)$ وجود ندارند؟

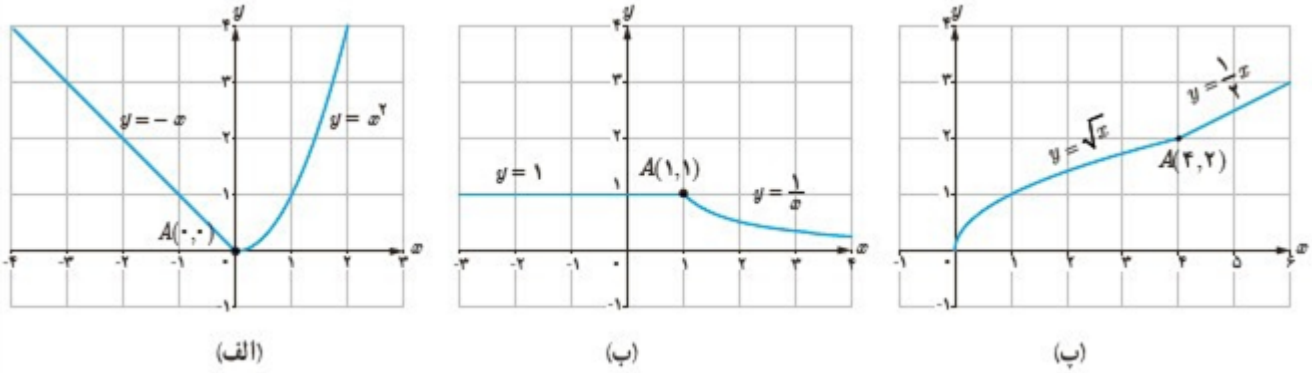
پ) ضابطه تابع مشتق را بنویسید.

ت) نمودار تابع f' را رسم کنید.

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۱۱۷

با محاسبه مشتق راست و مشتق چپ توابع داده شده در نقطه‌ی A، نشان دهید که این توابع در نقطه A مشتق‌پذیر نیستند.



(الف) (ب) (پ)

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۱۱۸

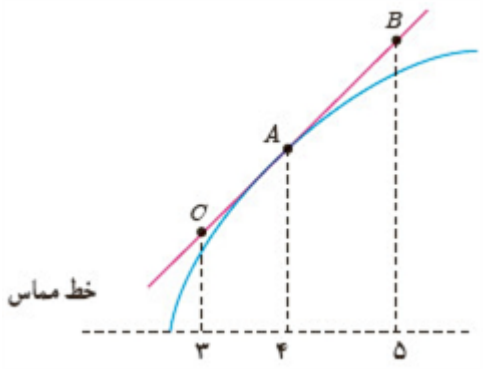
دو تابع مختلف مانند f و g مثال بزنید که هر دو در $x = ۲$ پیوسته باشند ولی در این نقطه مشتق‌پذیر نباشند.

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۹ برای تابع f در شکل روبه‌رو داریم: $f'(۴) = ۱/۵$ و $f(۴) = ۲۵$ با توجه به شکل مختصات نقاط A، B و C را بیابید.



مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۱۲۰ اگر $f(x) = x^۳ - ۲$، $f'(-۱)$ را به دست آورید.

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۱۲۱ نقاطی مانند A، B، C، D، E، F و G را روی نمودار $y = f(x)$ مشخص کنید به طوری‌که:

الف) A نقطه‌ای روی نمودار است که شیب خط مماس بر نمودار در آن منفی است.

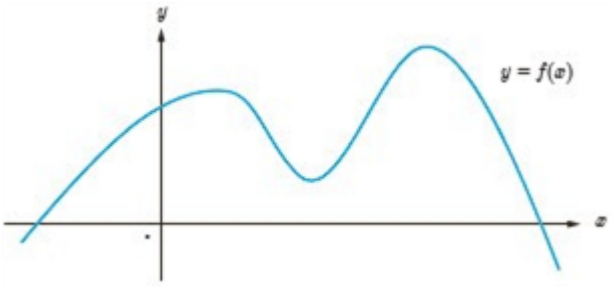
ب) B نقطه‌ای روی نمودار تابع است که مقدار تابع و مقدار مشتق در آن منفی است.

پ) C نقطه‌ای روی نمودار است که مقدار تابع در آن‌جا صفر است ولی مقدار مشتق در آن مثبت است.

ت) D نقطه‌ای روی منحنی است که مشتق در آن‌جا صفر است.

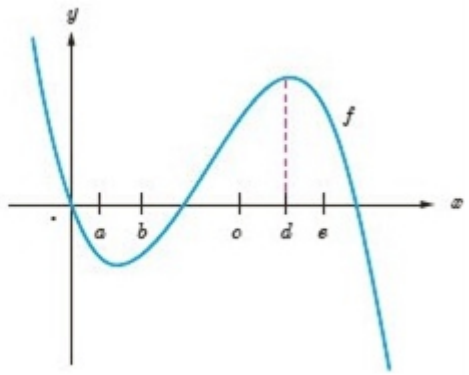
ث) نقاط E و F نقاط متفاوتی روی منحنی هستند که مشتق یکسان دارند.

ج) G نقطه‌ای روی منحنی است که مقدار تابع در آن‌جا مثبت ولی مقدار مشتق منفی است.



مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۱۲۲ با درنظر گرفتن نمودار f در شکل، نقاط به طول‌های a , b , c , d و e را با مشتق‌های داده شده در جدول نظیر کنید.



x	f'(x)
	۰
	۰/۵
	۲
	-۰/۵
	-۲

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲۳ برای نمودار $y = f(x)$ در شکل زیر شیب‌های داده شده از «الف» تا ج را از کوچک‌ترین به بزرگ‌ترین مرتب کنید.

الف) شیب نمودار در نقطه A

ب) شیب نمودار در نقطه B

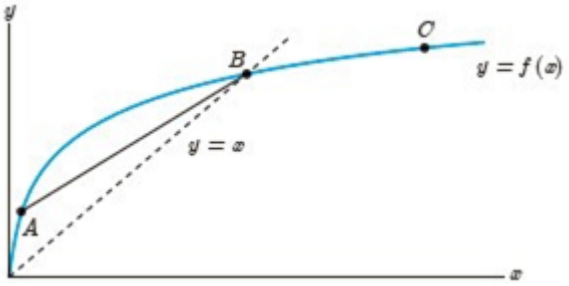
پ) شیب نمودار در نقطه C

ت) شیب خط AB

ث) شیب خط $y = ۲$

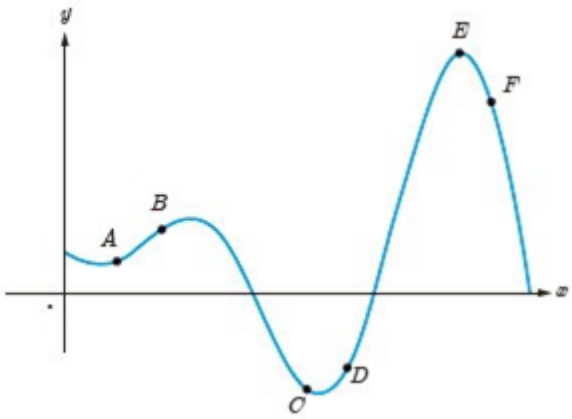
ج) شیب خط $y = x$

شیب‌های داده شده از «الف» تا «ج» را به‌ترتیب $m_۱$، $m_۲$، ... و $m_۶$ درنظر بگیرید.



مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۱۲۴ نقاط داده شده روی منحنی زیر را با شیب‌های ارائه شده در جدول نظیر کنید.



نقطه	شیب
	-۳
	-۱
	۰
	$\frac{۱}{۲}$
	۱
	۲

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۱۲۵ اگر $f(x) = ۳x^۲ - ۲x + ۱$، $f'(۲)$ را به دست آورید و معادله خط مماس بر منحنی f را در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن بنویسید.

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۱۲۶ معادله نیم‌مماس‌های چپ و راست بر منحنی تابع $f(x) = |x^۲ - ۹|$ در نقطه به طول ۳ واقع بر آن‌را بنویسید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم

۱۲۷ تابع $f(x) = ۳۰ + \sqrt{x + ۴}$ قد متوسط کودکان را برحسب cm تا حدود ۶۰ ماهگی نشان می‌دهد که در آن x مدت زمان پس از تولد برحسب ماه است. آهنگ متوسط رشد در بازه زمانی $[۰, ۴۵]$ چه‌قدر است؟

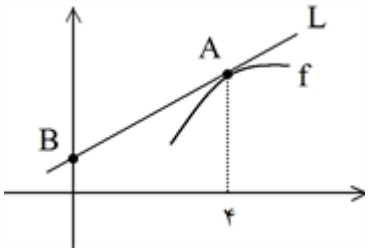
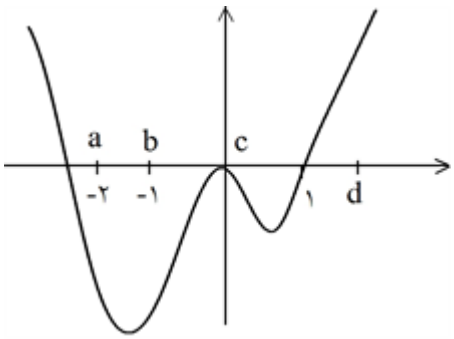
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم

۱۲۸ معادله حرکت متحرکی به صورت $p(t) = t^۲ - t + ۵$ برحسب متر در بازه زمانی $[۰, ۳]$ (t برحسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[۰, ۳]$ با هم برابرند؟

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم

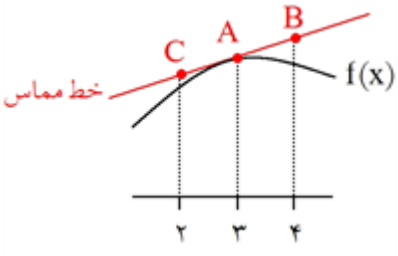
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲۹	یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t)=\sqrt{t}+t^{۳}$ گرم است؟ الف) جرم این توده باکتری در بازه زمانی $۱\le t\le ۴$ چند گرم افزایش می‌یابد؟ ب) آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه $t=۴$ چه‌قدر است؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۱۳۰	در منطقه‌ای که کرونا شیوع پیدا کرده است. تعداد افراد مبتلا به این بیماری در زمان t برحسب روز از زمان شیوع برابر $p(t)=۶۰t^{۲}-t^{۳}$ تخمین زده شده است در چه زمانی آهنگ لحظه‌ای پخش کرونا ۹۰۰ نفر در روز است؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۱۳۱	آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(t)=\frac{۱۰۰}{t}$ را در لحظه‌ی $t=۵$ به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۱۳۲	نمودار $f(x)=\begin{cases}x^{۲}+۲x: x\ge ۱\\ ۲x: ۰\le x<۱\\ x+۱: x<۰\end{cases}$ را رسم کنید و تعیین کنید تابع در چه نقاطی مشتق‌پذیر نیست. ضابطه و دامنه تابع مشتق را تعیین کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۱۳۳	مشتق تابع‌های زیر را پیدا کنید. (ساده کردن الزامی نیست.) الف) $y=\frac{۲x^{۲}+۱}{۳x-۲}$ ب) $y=(x^{۳}-۱)^{۴}(x^{۴}+۱)^{۳}$ پ) اگر $f(x)=x^{۳}+۲x$ و $g(x)=\sqrt[۳]{x}+\sqrt{x}$ باشد، مشتق تابع fog را در نقطه‌ی $x=۱$ بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۱۳۴	در شکل زیر نمودار تابع f رسم شده در نقطه‌ی A خط L بر نمودار مماس شده است. اگر $f'(۴)=۱/۵$ و $f(۴)=۸$ باشد، آن‌گاه مختصات نقطه‌ی B را به دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۱۳۵	با توجه به نمودار f علامت مشتق در نقاط به طول a , b , c , d را مشخص کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۳۶	اگر $f(x) = ۲x^۲ - ۳x$ باشد، $f'(۲)$ را با استفاده از تعریف مشتق به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۱۳۷	با استفاده از تعریف، مشتق تابع $f(x) = -x^۲ + ۱۰$ را در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۱۳۸	معادله خط مماس بر منحنی تابع $y = x^۲ + \sqrt{x} - ۱$ را در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر منحنی بنویسید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۱۳۹	برای تابع f در شکل زیر، $f'(۳) = ۰/۵$ و $f(۳) = ۵$ می‌باشد. با توجه به شکل مختصات نقاط B و C را بیابید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۱۴۰	شیب خط مماس را در نقطه‌ی $(۲, ۹)$ به طور دقیق تعیین کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۴۱	شیب خط قاطع گذرنده از نقطه‌های $(۲, ۹)$ و $(۱/۹۹۹, ۱ + (۱/۹۹۹)^۳)$ را محاسبه کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۴۲	شیب خط مماس را به طور تقریبی تعیین کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۴۳	خط مماس بر نمودار f را در نقطه‌ی $(۲, ۹)$ رسم کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۴۴	آیا می‌توان a را چنان تعیین کرد که تابع f در R مشتق‌پذیر باشد. $f(x) = \begin{cases} ax + ۱ & x \leq ۱ \\ x^۲ & x > ۱ \end{cases}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۴۵	آیا می‌توان a را چنان تعیین کرد که تابع f در R مشتق‌پذیر باشد. $f(x) = \begin{cases} ax - ۳ & x < -۱ \\ x^۲ + a & x \geq -۱ \end{cases}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۴۶	برای چه مقدار k وb تابع $f(x)=\begin{cases} b+\lvert x\rvert & x<۱ \\ k\sqrt[۳]{x} & x\geq ۱ \end{cases}$ در نقطه‌ی ۱ مشتق‌پذیر است. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۴۷	برای چه مقداری از a، b و c تابع $f(x)=\begin{cases} x^{۳} & x\leq ۱ \\ \mathrm{ax}^{۲}+\mathrm{bx}+c & x>۱ \end{cases}$ در نقطه‌ی $x=۱$ مشتق مرتبه‌ی دوم دارد؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۴۸	اگر برای $x>۰$، $f'(x)=\frac{۱}{x}$ مطلوب است مشتق تابع مقابل: $g(x)=f(\lvert x\rvert)$ به ازای $x\neq ۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۴۹	اگر برای $x>۰$، $f'(x)=\frac{۱}{x}$ مطلوب است مشتق تابع مقابل: $g(x)=f(x^{۲}+۱)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۵۰	اگر $g(x)=x^{۲}-۱$ و $f(x)=\sqrt{\mathrm{۳x}+۴}$ باشد، $F=fog(x)$ را به دست آورید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۵۱	تابع مشتق را برای تابع مقابل به‌دست آورید: $f(t)=\sqrt{۴+\sqrt[۳]{t}}$ سوالات و مطالب تالیفی-۹۱-سوال تستی و تشریحی	
۱۵۲	تابع مشتق را برای تابع مقابل به‌دست آورید: $f(r)=\sqrt{r^{۳}-\mathrm{۲r}+۵}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۵۳	تابع مشتق را برای تابع مقابل به‌دست آورید: $f(x)=\left(x^{۳}-\frac{۷}{x}\right)^{-۲}$ سوالات و مطالب تالیفی-۹۱-سوال تستی و تشریحی	
۱۵۴	اگر بدانیم $f'(۰)=۱$ ، $g(۰)=۰$ و $g'(۰)=۳$ ، مشتق تابع $F=fog(x)$ را در نقطه‌ی صفر به‌دست آورید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۵۵	اگر تابع f در نقطه‌ی ۱ پیوسته باشد، نشان دهید تابع $g(x)=(x-۱)f(x)$ در ۱ مشتق‌پذیر است. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۵۶	نمودار تابع $f(x)=(x-۱)[x]$ را روی بازه‌ی $[۰,۲]$ رسم کنید و $f'-(۱)$ و $f'+(۱)$ و $f'(۱)$ را بیابید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

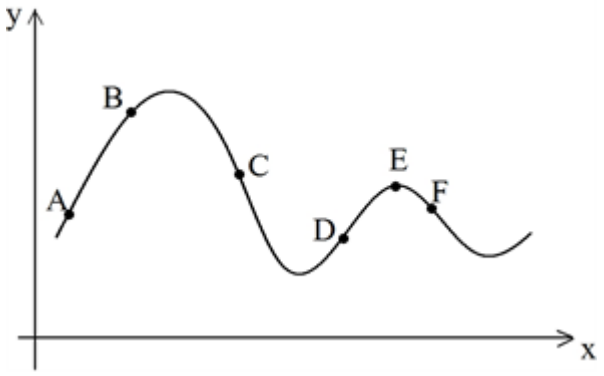
۱۵۷	در مورد مشتق‌پذیری تابع زیر در نقطه‌ی داده شده بحث کنید. $f(x)=\begin{cases} ۲x+۱ & x<۱ \\ ۳ & x=۱ \\ x^۲+۳ & x>۱ \end{cases}$ در نقطه‌ی ۱ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۵۸	در مورد مشتق‌پذیری تابع زیر در نقطه‌ی داده شده بحث کنید. $f(x)=\begin{cases} x & x\le ۰ \\ x^۲ & x>۰ \end{cases}$ در نقطه‌ی صفر مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۵۹	مشتق تابع مقابل را با استفاده از تعریف، در نقطه‌ی a تعیین کنید: $h(x)=\frac{۱}{x}$ برای $a\neq ۰$ وضعیت در نقطه‌ی صفرچیست؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۶۰	مشتق تابع مقابل را با استفاده از تعریف در نقطه‌ی a تعیین کنید. $g(x)=x^۴$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۶۱	مشتق تابع مقابل را با استفاده از تعریف در نقطه‌ی a تعیین کنید. $f(x)=۴x^۲-۳$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۶۲	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع زیر را در نقطه‌ی داده شده را به‌دست آورید. $f(x)=\sqrt{x^۲+۱}$ در نقطه‌ی صفر. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۶۳	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع زیر در نقطه‌ی داده شده به‌دست آورید. $f(x)=\sqrt[۳]{x}$ در نقطه‌ی ۱. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۶۴	شیب خط مماس را در نقطه‌ی $(۲,۹)$ به طور دقیق تعیین کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۶۵	شیب خط قاطع گذرنده از نقطه‌های $(۲,۹)$ و $(۱/۹۹۹,۱+(۱/۹۹۹)^۳)$ را محاسبه کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۶۶	شیب خط مماس را به طور تقریبی تعیین کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۱۶۷	خط مماس بر نمودار f را در نقطه‌ی $(۲,۹)$ رسم کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۶۸ شیب تقریبی خط مماس بر نمودار در تعدادی نقطه در جدول زیر داده شده است. آن نقطه‌ها را تعیین کنید.

شیب	-۲	-۱	۰	$\frac{۱}{۲}$	۱	۳
نقطه						



مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲

۱۶۹ اگر جسمی روی محور به گونه‌ای حرکت کند که فاصله‌ی آن از مبدأ پس از t ثانیه برابر $S(t) = -t^۲ + ۴t$ متر باشد، در چه لحظه‌ای جسم متوقف می‌شود (سرعت لحظه‌ای آن صفر می‌شود)؟

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲

جسمی روی یک خط راست به گونه‌ای حرکت می‌کند که مکان آن در لحظه‌ی t (بر حسب ثانیه) $S(t) = ۲t^۲ + ۲$ متر است به ۳ سوال بعدی پاسخ دهید.

۱۷۰ سرعت متوسط متحرک در فاصله‌ی زمانی $۲ \le t \le ۳$ چقدر است؟

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲

۱۷۱ سرعت متوسط متحرک در فاصله‌ی زمانی $۲ \le t \le ۲/۱$ چقدر است؟

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲

۱۷۲ سرعت لحظه‌ای متحرک در $t = ۲$ چقدر است؟

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲

۱۷۳ فرض می‌کنیم $y = \frac{۲x^۵ - ۳x^۴ + ۲x^۳ + ۳x^۲ - ۲x + ۵}{x^۴ - ۳x^۳ + ۴x^۲ - ۵x + ۱۰}$ مشتق این تابع را حساب کنید.

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی

۱۷۴ فرض می‌کنیم $f(x) = \begin{cases} ۲x + ۵ & \text{اگر } x \le ۳ \\ ۳x + ۲ & \text{اگر } x > ۳ \end{cases}$ مطلوب است محاسبه‌ی $f'(۳^-)$ و $f'(۳^+)$. آیا این تابع در $x = ۳$ مشتق‌پذیر است؟

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی

۱۷۵ فرض می‌کنیم $f(x) = \begin{cases} -۳x + ۵ & \text{اگر } x \le ۲ \\ x^۲ - ۲x - ۱ & \text{اگر } x > ۲ \end{cases}$ مطلوب است محاسبه‌ی $f'(۲^-)$ و $f'(۲^+)$. آیا این تابع در $x = ۲$ مشتق‌پذیر است؟

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۷۶	توپی را با سرعت اولیه ۷۸/۴ متر در ثانیه به طور قائم از زمین به بالا پرتاب می‌کنیم. اگر جهت مثبت فاصله از نقطه پرتاب به طرف بالا باشد، مطلوب است محاسبه‌ی (الف) سرعت لحظه‌ای توپ در پایان یک ثانیه (ب) سرعت لحظه‌ای در پایان ۴ ثانیه (ج) مدت زمان لازم برای رسیدن توپ به بالاترین نقطه (د) ارتفاعی که توپ بالا خواهد رفت (هـ) مدتی که طول می‌کشد تا توپ به زمین برسد. (و) سرعت لحظه‌ای توپ وقتی که به زمین برسد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	
۱۷۷	با رسم نمودار تابع $f(x) = \|\|x\| - ۲\|$ تعیین کنید f در چه نقاطی مشتق‌پذیر نیست. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۷۸	فرض کنیم $f(x) = \begin{cases} ax + b & x < ۱ \\ x^۲ + ۱ & x \geq ۱ \end{cases}$ مطلوب است مقادیر a و b به‌طوری که f همواره مشتق‌پذیر باشد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۷۹	مشتق‌پذیری تابع $f(x) = (x - ۱)[x]$ را در نقطه‌ی $x_۰ = ۱$ بررسی کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۸۰	مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \sqrt{x^۲(x+۱)}$ را در نقطه‌ی $x_۰ = ۰$ بررسی کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۸۱	مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \sqrt{\|x\|}$ را در نقطه ی $x_۰ = ۰$ بررسی کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۸۲	فرض کنید مقدار بار الکتریکی که t ثانیه در یک هادی جریان دارد $Q = ۲t^۲ + ۳t + ۱$ کولن باشد، شدت جریان را پس از ۵ ثانیه پیدا کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۸۳	اگر $f(x) = (\sqrt{۱ + x^۲} - x)^۷$ و $g(x) = (\sqrt{۱ + x^۲} + x)^۷$ نشان دهید که: $f'(x)g(x) + g'(x)f(x) = ۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۸۴	اگر $f'(x) = \frac{۱}{x}$ مشتق تابع $y = f(۵x)$ را حساب کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۸۵	مشتق تابع مقابل را حساب کنید. $y = \sqrt{۵x}(x^۲ + x + ۱)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۸۶	مشتق تابع مقابل را حساب کنید. $y = \frac{\sqrt{۲x}}{x^۲ + ۱}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۸۷	مشتق تابع مقابل را حساب کنید. $y = (x^۲ - ۱)\sqrt[۳]{x}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۸۸	مشتق تابع مقابل را حساب کنید. $y = \frac{\sqrt{x}}{x + ۱}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۸۹	معادله‌ی خط مماس بر منحنی تابع مقابل را در نقطه‌ی $x_۰ = ۱$ واقع بر منحنی آن تابع به‌دست آورید. $y = \frac{x - ۱}{x + ۲}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۹۰	معادله‌ی خط مماس بر منحنی تابع مقابل را در نقطه‌ی $x_۰ = ۱$ واقع بر منحنی آن تابع به‌دست آورید. $y = x^۲ - x$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۹۱	$f'(x)$ را برای $f(x)$ داده شده پیدا کنید. $f(x) = \frac{x + ۱}{x^۲ + ۱}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۹۲	$f'(x)$ را برای $f(x)$ داده شده پیدا کنید. $f(x) = \frac{x^۲ - ۳x + ۱}{x^۲ - ۱}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۹۳	$f'(x)$ را برای $f(x)$ داده شده پیدا کنید. $f(x) = \frac{x^۲ - ۴}{x^۲ + ۵}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۹۴	$f'(x)$ را برای $f(x)$ داده شده پیدا کنید. $f(x) = ۵x^۲(x^۳ + ۲)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۹۵	$f'(x)$ را برای $f(x)$ داده شده پیدا کنید. $f(x) = (۳x + ۲)(۴x - ۵)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۹۶	$f'(x)$ را برای $f(x)$ داده شده پیدا کنید. $f(x) = \frac{x}{x - ۳}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۹۷	مشتق تابع مقابل را در نقطه‌ی تعیین شده با استفاده از تعریف مشتق محاسبه کنید. $f(x) = \frac{۱}{x}, x_۰ = -۱$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۹۸	مشتق تابع مقابل را در نقطه‌ی تعیین شده با استفاده از تعریف مشتق محاسبه کنید. $f(x) = x^{۳}\ , x_{۰} = ۲$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۹۹	مشتق تابع مقابل را در نقطه‌ی تعیین شده با استفاده از تعریف مشتق محاسبه کنید. $f(x) = x^{۲} + ۱\ , x_{۰} = -۱$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۲۰۰	مشتق تابع مقابل را در نقطه‌ی تعیین شده با استفاده از تعریف مشتق محاسبه کنید. $f(x) = a\ , x = x_{۰}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۲۰۱	معادله‌ی حرکت نقطه‌ی متحرکی، که بر یک محور افقی در حرکت است، عبارت است از $x = t^{۳} - ۶t^{۲} + ۹t - ۴$ (t بر حسب ثانیه و x سانتی‌متر). آهنگ تغییرات x را در $t = ۴$ به دست آورید. در چه زمان‌هایی سرعت متحرک صفر می‌شود؟ سوالات و مطالب تالیفی-۹۱-سوال تستی و تشریحی	
۲۰۲	آهنگ تغییرات حجم و مساحت مکعبی به ضلع x سانتی‌متر را نسبت به تغییرات x به دست آورید هر گاه از ۲ تا $۲/۱$ و از ۵ تا $۵/۰۲$ تغییر کند. هم‌چنین آهنگ لحظه‌ای تغییرات حجم و مساحت مکعب را در $x = ۵$ پیدا کنید. سوالات و مطالب تالیفی-۹۱-سوال تستی و تشریحی	
۲۰۳	موشکی که به طور قائم به هوا پرتاب شده است پس از t ثانیه مسافت $S = ۵۲۰t - ۱۳t^{۲}$ متر را می‌پیماید. آهنگ تغییرات مسافت نسبت به زمان در طول ۱۰ ثانیه‌ی اول را بدست آورید. سرعت موشک را در لحظه‌ی ۱۰ ثانیه پس از پرتاب حساب کنید. زمانی را که موشک به بالاترین ارتفاع خود می‌رسد و هم‌چنین ماکسیمم ارتفاع موشک را پیدا کنید. سوالات و مطالب تالیفی-۹۱-سوال تستی و تشریحی	
۲۰۴	مشتق تابع مقابل را به دست آورید و دامنه‌ی مشتق‌پذیری تابع را مشخص کنید: $f(x) = \frac{۱}{\sqrt{۲x + ۱}}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۰۵	مشتق تابع مقابل را به دست آورید و دامنه‌ی مشتق‌پذیری تابع را مشخص کنید: $f(x) = \frac{x}{x + \sqrt{x}}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۰۶	مشتق تابع مقابل را به دست آورید و دامنه‌ی مشتق‌پذیری تابع را مشخص کنید: $f(x) = (۱ + \sqrt{x})^{۳}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۰۷	مشتق تابع مقابل را به دست آورید و دامنه‌ی مشتق‌پذیری تابع را مشخص کنید: $f(x) = \frac{۱}{۱ + \sqrt{x}}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۰۸	مشتق تابع مقابل را به دست آورید و دامنه‌ی مشتق‌پذیری تابع را مشخص کنید: $f(x) = \sqrt{۳x - ۲}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۰۹	مشتق تابع مقابل را به دست آورید و دامنه‌ی مشتق‌پذیری تابع را مشخص کنید: $f(x) = (۵x^۲ - ۲)^۳$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۱۰	مشتق تابع مقابل را به دست آورید و دامنه‌ی مشتق‌پذیری تابع را مشخص کنید: $f(x) = (۲x + ۳)^۴$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۱۱	مشتق تابع مقابل را به دست آورید و دامنه‌ی مشتق‌پذیری تابع را مشخص کنید: $f(x) = \frac{۱}{۱ + \frac{۱}{x}}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۱۲	مشتق تابع مقابل را بدست آورید و دامنه‌ی مشتق‌پذیری تابع را مشخص کنید: $f(x) = \left(\frac{x - ۱}{۳ - x}\right)^۲$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۱۳	مشتق تابع مقابل را به دست آورید و دامنه‌ی مشتق‌پذیری تابع را مشخص کنید: $f(x) = \frac{۱}{x^۲ + x - ۲}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۱۴	مشتق تابع مقابل را به دست آورید و دامنه‌ی مشتق‌پذیری تابع را مشخص کنید: $f(x) = \frac{x^۳ - ۱}{x^۳ + ۱}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۱۵	مشتق تابع مقابل را به دست آورید و دامنه‌ی مشتق‌پذیری تابع را مشخص کنید: $f(x) = \frac{x + ۱}{x(x - ۱)}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۱۶	مشتق تابع مقابل را به دست آورید و دامنه‌ی مشتق‌پذیری تابع را مشخص کنید: $f(x) = \frac{۴}{(x - ۱)^۳}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۱۷	مشتق تابع مقابل را بدست آورید و دامنه‌ی مشتق‌پذیری تابع را مشخص کنید: $f(x) = \frac{۳(۲x + ۵)^۲}{x^۳}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۱۸	مشتق تابع مقابل را به دست آورید و دامنه‌ی مشتق‌پذیری تابع را مشخص کنید: $f(x)=\frac{۲x-۳}{۳x+۵}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۱۹	مشتق تابع مقابل را به دست آورید و دامنه‌ی مشتق‌پذیری تابع را مشخص کنید: $f(x)=\frac{x}{x^۲+۱}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۲۰	مشتق تابع مقابل را به دست آورید و دامنه‌ی مشتق‌پذیری تابع را مشخص کنید: $f(x)=\frac{x-۱}{x+۱}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۲۱	مشتق تابع مقابل را بدست آورید: $f(x)=۳x(x^۲+۱)(x+۲)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۲۲	مشتق تابع مقابل را بدست آورید: $f(x)=x^۳(۳x-۲)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۲۳	مشتق تابع مقابل را بدست آورید: $f(x)=(۵x-۴)\left(۱-\frac{x}{۲}\right)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۲۴	مشتق تابع مقابل را بدست آورید: $f(x)=(x+۱)\left(\frac{x^۲}{۲}+x\right)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۲۵	مشتق تابع مقابل را بدست آورید: $f(x)=(x^۳-x)(x-۹)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۲۶	مشتق تابع مقابل را بدست آورید: $f(x)=(۲x+۳)(۳x-۷)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۲۷	مشتق تابع مقابل را بدست آورید: $f(x)=x+(۳x+۲)^۲$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۲۸	مشتق تابع مقابل را بدست آورید: $f(x)=a_۰+a_۱x+a_۲x^۲+a_۳x^۳$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۲۹	مشتق تابع مقابل را بدست آورید: $f(x)=a_۰+a_۱x+a_۲x^۲$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۳۰	مشتق تابع مقابل را بدست آورید: $f(x) = s_{\cdot} + a_{۱} x$	
	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۳۱	مشتق تابع مقابل را بدست آورید: $f(x) = (۱ + ۳x)^{۲}$	
	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۳۲	مشتق تابع مقابل را بدست آورید: $f(x) = \frac{x^{۳}}{۳} + \frac{x^{۲}}{۲} + x + ۱$	
	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۳۳	مشتق تابع مقابل را بدست آورید: $f(x) = \frac{۴ - ۵x}{۳} + x^{۲}$	
	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۳۴	مشتق تابع مقابل را بدست آورید: $f(x) = ۳x - ۴x^{۳}$	
	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۳۵	مشتق تابع مقابل را بدست آورید: $f(x) = -۲ + ۵x + ۴x^{۲}$	
	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۳۶	مشتق تابع مقابل را به دست آورید. $f(x) = x^{۳} + ۳x^{۲} + ۷x + ۳$	
	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۳۷	مشتق تابع مقابل را بدست آورید: $f(x) = ۷x + ۳$	
	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۳۸	مشتق تابع مقابل را بدست آورید: $f(x) = ۷۳$	
	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	

توپ تنیسی را به هوا پرتاب کرده‌ایم. اگر مسافت پیموده شده به وسیله‌ی توپ، بر حسب متر، تابعی از زمان t بر حسب ثانیه به صورت $s = ۱۲t - ۳t^{۲}$ باشد به ۴ سوال بعدی پاسخ صحیح دهید:

۲۳۹	سرعت متوسط توپ را در ۲ ثانیه‌ی اول به دست آورید.	
	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۴۰	سرعت آن را در لحظه‌ی t حساب کنید.	
	مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۴۱	در چه زمانی این سرعت صفر می‌شود و در چه ارتفاعی؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۴۲	در لحظه‌ی $t = ۴$ ثانیه پس از پرتاب، وضعیت توپ چگونه است و سرعت آن چقدر است؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	

توپی را با سرعت اولیه‌ی ۳۰ متر در ثانیه به طور قائم از زمین به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. اگر جهت مثبت فاصله از نقطه‌ی پرتاب به طرف بالا باشد، معادله‌ی حرکت به شکل $S = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + ۳۰t$ است که در آن $g = ۹/۸\,m/s^۲$ شتاب گرانش زمین است. بنابراین، $x = f(t) = -۴/۹t^۲ + ۳۰t$.
به ۲ سوال بعدی پاسخ دهید:

۲۴۳	سرعت لحظه‌ای توپ در پایان یک ثانیه پس از پرتاب. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۴۴	سرعت لحظه‌ای توپ در پایان ۳ ثانیه پس از پرتاب. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۴۵	متحرکی که بر محور xها در حرکت است دارای معادله‌ی $x = t^۲ - ۲t - ۱$ است (t را بر حسب ثانیه و x را سانتی‌متر بگیرید). سرعت متوسط این متحرک را در فاصله‌ی زمانی $t = ۱$ و $t = ۴$ و سرعت لحظه‌ای آن را در زمان‌های $t = ۰$ و $t = ۱$ و $t = ۳$ به دست آورید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۴۶	شیب خط مماس بر منحنی تابع مقابل را در نقطه‌ی داده شده به دست آورید. $y = x^۲ - x\,,\, x = \frac{۱}{۲}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۴۷	شیب خط مماس بر منحنی تابع مقابل را در نقطه‌ی داده شده به دست آورید. $y = ۳x^۲ - ۴x, x = -۱$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۴۸	شیب خط مماس بر منحنی تابع مقابل را در نقطه‌ی داده شده به دست آورید. $y = x^۲, x = -۱$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۴۹	شیب خط مماس بر منحنی تابع مقابل را در نقطه‌ی داده شده به دست آورید. $y = \frac{۱}{۳}x^۲ - ۱\,,\, x = ۳$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۵۰	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع زیر را در نقطه‌ی داده شده به دست آورید: $f(x) = ax^۲ + bx + c, x = -\frac{b}{۲a}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۵۱	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع مقابل را در نقطه‌ی داده شده به دست آورید: $f(x) = \sqrt[۲]{۱ - x}, x = -۳$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۵۲	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع مقابل را در نقطه‌ی داده شده به دست آورید: $f(x) = \frac{x}{۱ + x}, x = ۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۵۳	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع مقابل را در نقطه‌ی داده شده به دست آورید: $f(x) = \frac{۱}{۱ - x}, x = -۱$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۵۴	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع مقابل را در نقطه‌ی داده شده به دست آورید: $f(x) = x^۳ + ۳x^۲ - ۲, x = ۱$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۵۵	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع مقابل را در نقطه‌ی داده شده به دست آورید: $f(x) = ۳x - ۱, x = ۲$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۵۶	حجم آب یک استخر در حال تخلیه بر حسب لیتر به وسیله‌ی برابری $V = ۱۲۰(۲۵۰۰ - ۵۰t + t^۲)$ به زمان t بر حسب دقیقه بستگی دارد. آهنگ متوسط تخلیه در ۸ دقیقه‌ی اول را پیدا کنید. آهنگ لحظه‌ای خالی شدن را در دقیقه‌ی دهم از آغاز تخلیه به دست آورید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۵۷	اگر $p(t) = ۳۰۰۰ + ۱۰۰t^۲$ نمایش جمعیت یک نوع باکتری در زمان t باشد (t بر حسب ساعت)، آهنگ متوسط افزایش جمعیت را در ۵ ساعت اول پس از زمان $t = ۲$ به دست آورید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۵۸	تابع $f(x) = x^۲ + ۶x - ۷$ داده شده است. آهنگ لحظه‌ای تغییر این تابع را در نقطه‌ی $x = ۴$ به دست آورید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	
۲۵۹	تابع $f(x) = x^۲ + ۶x - ۷$ داده شده است. آهنگ متوسط تغییر این تابع را وقتی متغیر از $x_۱ = ۲$ به $x_۲ = ۶$ تغییر کند، تعیین کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-ریاضی ۳ تجربی	

Telegram: @konkur_in

پاسخنامه تشریحی

۱

$f(۰) = ۳$

$f''(۱) = ۳ + ۱ = ۴ \Rightarrow f(۰) = ۱ - ۴ = -۳$

$f'(۱) = ۳ \Rightarrow f(۰) = f(۱) = -۳$

$f'(x) = ۳x^{۲} + ۲ax + b \xrightarrow{x=۱} ۳ + ۲a + b = ۳ \Rightarrow ۲a + b = ۰$

$f''(x) = ۶x + ۲a \xrightarrow{x=۱} ۶ + ۲a = ۲ \Rightarrow ۲a = -۴ \Rightarrow a = -۲$

$\xrightarrow{a=-۲} -۴ + b = ۲ \Rightarrow b = ۶$

۲

$f''(۱) = ۱۲$

$f'(۱) = ۱ + ۱۲ = ۱۳ \Rightarrow f'(۱) = ۱۳$

$f'(x) = ۳x^{۲} + ۲ax + b \xrightarrow{x=۱} ۳ + ۲a + b = ۱۳ \Rightarrow ۲a + b = ۱۰$

$f''(x) = ۶x + ۲a \xrightarrow{x=۱} ۶ + ۲a = ۱۲ \Rightarrow ۲a = ۶ \Rightarrow a = ۳$

$\xrightarrow{a=۳} ۶ + b = ۱۰ \Rightarrow b = ۴$

۳

$f''(x) = x + \sqrt{x} \Rightarrow f''(۴) = ۴ + \sqrt{۴} = ۶ \Rightarrow f''(۴) = ۶$

۴

$f'(x) = x^{۳} + ۵x + ۱ \Rightarrow f'(-۱) = (-۱)^{۳} + ۵(-۱) + ۱ = -۵$

۵

$f'(۱) = \lim_{h \to ۰} \frac{f(۱) - f(۱ + h)}{h} = \lim_{h \to ۰} \frac{f(۱) - f(۱ + h)}{۲h} = \frac{۱}{۲}$

$f'(-۱) = \left(\frac{۲ - ۰}{۰ - (-۱)}\right)\frac{۱}{۲} = ۲ \times \frac{۱}{۲} = ۱$

۶

$f'(۳) = \lim_{h \to ۰} \frac{f(۳) - f(۳ + h)}{h} = \lim_{h \to ۰} \frac{f(۳) - f(۳ + h)}{۵h} = -\lim_{h \to ۰} \frac{f(۳ + h) - f(۳)}{۵h} = -\frac{۱}{۵}$

$f'(۳) = \left(\frac{۵ - (-۷)}{۳ - ۰}\right)\frac{۱}{۵} = \frac{۱۲}{۱۵} = \frac{۴}{۵}$

۷

$g'(۳) = \lim_{x \to ۳} \frac{g(x) - g(۳)}{x - ۳} = ۴ \Rightarrow g'(۳) = ۴$

$h'(۷) = g'(f(۷)) \times f'(۷) = g'(۲) \times ۲ = -۸ \Rightarrow (goh)'(۷) = h'(۷)$

$\xrightarrow{x=۷} (goh)'(x) = h'(x) \Rightarrow (goh)'(x) = h(x)$

۸

$f'(۲) = \lim_{x \to ۲} \frac{f(۲) - f(x)}{۲ - x} = ۱۱ \Rightarrow f'(۲) = ۱۱$

$h'(۳) = f'(g(۳)) \times g'(۳) = f'(۲) \times ۷ = ۷۷ \Rightarrow h'(۳) = ۷۷$

$\xrightarrow{x=۳} h'(x) = f'(g(x)) \times g'(x) \Rightarrow (fog)'(x) = h(x)$

Telegram: @konkur_in

۹

الف) $f(x) = 5\left(\sqrt{5x+1} - \frac{7}{x^2} + \frac{x}{4}\right)^4$

$f'(x) \Rightarrow 20\left(\sqrt{5x+1} - \frac{7}{x^2} + \frac{x}{4}\right)^3 \left(\frac{1}{\sqrt{2\sqrt{5x+1}}} - \frac{14}{x^3} - \frac{1}{4}\right)5$

ب) $g(x) = 3\left(\frac{x + \sqrt{x}}{1 + x + 7x^2}\right)^5$

$g'(x) \Rightarrow 15\left(\frac{x + \sqrt{x}}{1 + x + 7x^2}\right)^4 \left(\frac{(1 + 14x)(x + \sqrt{x}) - (1 + x + 7x^2)\left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + 1\right)}{(1 + x + 7x^2)^2}\right)$

۱۰

$f(x) = ax^2 \Rightarrow f(4) = 16a \Rightarrow 24 = 8 + 16a \Rightarrow 6 = \frac{8+16a}{4} = \frac{f(0) - f(4)}{0 - 4} = \frac{5y}{5x}$

۱۱

$g'(1) = -1 \xrightarrow{x=1} g'(x) = 3 - 2x \Rightarrow g(x) = 4 + 3x - x^2$

$g(1) = 1 - 3 + 4 = 2$

$y' = (4 + 3x - x^2)'f(3 - 2x) \Rightarrow y' = (g(x))'fx(x)'g = (x)'(fog) = y' \Rightarrow y = (x)(fog)$

$y' \xrightarrow{x=1} y' = -f'(2) \Rightarrow -f'(2) = 12 \Rightarrow f'(2) = -12$

۱۲

$g(x) = \frac{1 + x^2}{1 + x} \Rightarrow g'(x) = \frac{(1 + x)2x - (1 + x^2)}{(1 + x)^2} \xrightarrow{x=1} g'(1) = \frac{1}{2}$

$g(1) = \frac{1+1}{1+1} = \frac{2}{2} = 1$

$y' = ((1)g)'fx(1)'g \xrightarrow{x=1} y' = ((x)g)'fx(x)'g = (x)'(fog) = y' \Rightarrow y' = f'(1)x\frac{1}{2}$

$f'(1) = 16 \Rightarrow 8 = \frac{f'(1)}{2} \Rightarrow$

۱۳

$y = ax^2 \Rightarrow 1 = a \Rightarrow 8 = 8a \Rightarrow 10 = 2 + 8a \Rightarrow$

$5 = \frac{2 + 8a}{2} \Rightarrow 5 = \frac{(1 + a) - 3 + 9a}{2} \Rightarrow 5 = \frac{f(1) - f(3)}{1 - 3} = \frac{5y}{5x}$

۱۴

$3 = f'(2) \Rightarrow 3 = \lim_{x \to 2} \frac{3 - f(x)}{2 - x}$

$y' \xrightarrow{x=1} g' = f'(2)x3 = 3x3 = 9 \Rightarrow y' = (x + x^2)'fx(1 + 2x) = g'(x) \Rightarrow f = (x + x^2)g$

۱۵

$\sqrt[3]{(2 - x)(2 + x)(2 - x)^2} = \sqrt[3]{(4 + 4x - x^2)(4 - x^2)} = f(x)$

$\sqrt[3]{(2 - x)^3(2 + x)(2 - x)} = \sqrt[3]{(2 - x)\sqrt[3]{2 + x}} =$

$\lim_{x \to 2} \sqrt[3]{4} = \lim_{x \to 2} \sqrt[3]{2 + x} = \lim_{x \to 2} \frac{\sqrt[3]{2 + x}(2 - x)}{2 - x} = \lim_{x \to 2} \frac{f(2) - f(x)}{2 - x} = f'(2)$

بنابراین تابع در $x = 2$ مشتق‌پذیر است.

Telegram: @konkur_in

۱۶

$$f(0) = [0]^2 - 1 = -1 \Rightarrow f(x) = [x]^2 - 1$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0} \frac{[x]^2 - 1 - (-1)}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{[x]^2}{x}$$

$$f'_+(0) = \lim_{x \to 0^+} \frac{[x]^2}{x} = \frac{0}{0^+} = 0$$

$$f'_-(0) = \lim_{x \to 0^-} \frac{[x]^2}{x} = \frac{2}{0^-} = -\infty$$

$$f'_-(0) \neq f'_+(0) \Rightarrow f'(0) \text{ وجود ندارد}$$

بنابراین تابع در $x = 0$ مشتق‌ناپذیر است.

۱۷

$$y = x - 1 \Rightarrow m(x - x_1) = y - y_1 \Rightarrow m = 1 \Rightarrow f'(2) = 1$$

$$B(3a, 3a + 3) \in d \quad \rightarrow \quad y = x - 1$$

$$3a + 3 = 3a - 1 \Rightarrow 3a = -4 \Rightarrow a = -2$$

۱۸

$$f(3) = 0 \Rightarrow f(x) = [x](3 - x)$$

$$\lim_{x \to 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \to 3} \frac{[x](3 - x)}{3 - x} = \lim_{x \to 3} [x]$$

$$f'_+(3) = \lim_{x \to 3^+} [x] = 3$$

$$f'_-(3) = \lim_{x \to 3^-} [x] = 2$$

$$f'_-(3) \neq f'_+(3) \Rightarrow f'(3) \text{ وجود ندارد}$$

بنابراین تابع در $x = 3$ مشتق‌ناپذیر است.

۱۹

$$f(1) = 1 - b + a = 9 \Rightarrow 10 = b + a$$

$$f'(x) = 2ax + b \Rightarrow f''(x) = 2a = 6 \Rightarrow a = 3$$

$$10 = b + a \xrightarrow{a=3} 10 = b + 3 \Rightarrow b = 7$$

۲۰

$$f(-2) = 0 \Rightarrow f(x) = [x]^2(2 + x)$$

$$\lim_{x \to -2} \frac{f(x) - f(-2)}{x - (-2)} = \lim_{x \to -2} \frac{[x]^2(2 + x)}{2 + x} = \lim_{x \to -2} [x]^2$$

$$f'_+(-2) = \lim_{x \to (-2)^+} [x]^2 = 0 \times 0 = 0$$

$$f'_-(-2) = \lim_{x \to (-2)^-} [x]^2 = 3 \times 0 = 0$$

$$f'_-(-2) = f'_+(-2) \Rightarrow f'(-2) = 0$$

بنابراین تابع در $x = -2$ مشتق‌پذیر است.

۲۱

$$f(x) = |3 - x| = \sqrt{(3 - x)^2} = \sqrt{9 + 6x - x^2}$$

$$\lim_{x \to 3} \frac{|3 - x|}{3 - x} = \lim_{x \to 3} \frac{f(x) - f(3)}{3 - x}$$

$$f'_+(3) = \lim_{x \to 3^+} \frac{3 - x}{3 - x} = 1$$

$$f'_-(3) = \lim_{x \to 3^-} \frac{-(3 - x)}{3 - x} = -1$$

$$f'_-(3) \neq f'_+(3) \Rightarrow f'(3) \text{ وجود ندارد}$$

بنابراین تابع در $x = 3$ مشتق‌ناپذیر است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۲ برای مشتق‌پذیر بودن $f(x)$ در $x = ۱$ باید عامل صفر آن درجه دو باشد.

$$b + ax + ۲x^۲ = ۲ + ۴x - ۲x^۲ \xrightarrow{\times ۲} ۰ = ۱ + ۲x - x^۲ \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{\text{به توان ۲}} ۰ = ۱ - x \Rightarrow ۱ = x$$

$$\left.\begin{array}{l} a = -۴ \\ b = ۲ \end{array}\right\}$$

۲۳ $$۴ + x - = y \Rightarrow (۳ - x)۱- = ۱ - y \Rightarrow (x - x)m = y - y \Rightarrow ۱- = m \Rightarrow ۱- = f'(۳)$$

$$۳- = a \Rightarrow ۴ + a- = ۲a - ۱ \xrightarrow{d \ni (۲a-۱, a)A} ۴ + x- = y$$

۲۴ $$۳ = b - ۴a \xrightarrow{\div ۲} ۶ = ۲b - ۸a \Rightarrow ۷ = ۱ + ۲b - ۸a \Rightarrow ۷ = ۱ + f(۲)b - a(۲)^۳ \Rightarrow ۷ = f(۲)$$

$$۲ = a \Rightarrow ۳۶ = a۱۸ \Rightarrow ۳۶ = f''(۳) \Rightarrow ۶ax = f''(x) \Rightarrow b - ۳ax^۲ = f'(x)$$

$$۵ = b \Rightarrow ۳ = b - ۸ \Rightarrow ۳ = b - ۴f(۲) \xrightarrow{a = ۲} ۳ = b - ۴a$$

۲۵ $$b + ax = f(x)$$

$$۱ = b \Rightarrow ۱ = b + a(۰) \Rightarrow ۱ = f(۰)$$

$$\frac{۱}{۲}- = a \Rightarrow ۰ = ۱ + a(۲) \Rightarrow ۰ = f(۲)$$

$$\frac{۱}{۲}- = f'(x) \Rightarrow ۱ + x\frac{۱}{۲}- = f(x)$$

$$d + cx = g(x)$$

$$۰ = d \Rightarrow ۰ = d + c(۰) \Rightarrow ۰ = g(۰)$$

$$\frac{۲}{۳} = c \Rightarrow ۲ = ۰ + c(۳) \Rightarrow ۲ = g(۳)$$

$$\frac{۲}{۳} = g'(x) \Rightarrow x\frac{۲}{۳} = g(x)$$

$$۰ = \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۳}- = \left(۱ + \frac{۱}{۲}-\right)\frac{۲}{۳} + \left(\frac{۲}{۳}\right)\left(\frac{۱}{۲}-\right) = f(۱)\times g'(۱) + g(۱)\times f'(۱) = (g\times f)'(۱)$$

۲۶ $$۱- = m \Rightarrow ۱- = f'(۳) \Rightarrow ۱ = -f'(۳) \Rightarrow ۱ = \lim_{x \to ۳} \frac{۲ + f(x)}{-(۳ - x)} \Rightarrow ۱ = \lim_{x \to ۳} \frac{۲ + f(x)}{x - ۳}$$

$$۱ + x- = y \Rightarrow ۲ - ۳ + x- = y \Rightarrow (۳ - x)۱- = (۲-) - y \Rightarrow (x - x)m = y - y$$

۲۷ $$۵ = f'(۱) \Rightarrow ۵ = \lim_{x \to ۱} \frac{۲ - f(x)}{۱ - x}$$

$$۱۰ = ۵\times ۲ = f'(۱)۲ = g'(۱) \xrightarrow[x = ۱]{} (x^۲)'۲\times f = g'(x) \Rightarrow (x^۲)f = g(x)$$

Telegram: @konkur_in

۲۸

$f(x) = ax + b$

$f(0) = b \Rightarrow 1 = f(0) = a(0) + b \Rightarrow 1 = b$

$f(1) = 0 \Rightarrow 0 = a(1) + 1 \Rightarrow a = -1$

$f'(x) = -1 \Rightarrow f(x) = -x + 1$

$g(x) = cx + d$

$g(1) = 1 \Rightarrow 1 = c + d \Rightarrow 1 = g(1) = c + d$

$g(3) = 2 \Rightarrow 2 = 3c + d \Rightarrow 2 = g(3) = c + d$

$c = \frac{1}{2}, d = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$g'(x) = \frac{1}{2} \Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

$(fg)'(-2) = f'(-2)g(-2) + f(-2)g'(-2)$

$= -2 \times \left(\frac{1}{2}(-2) + \frac{1}{2}\right) + (-2)\left(\frac{1}{2}\right) = 2 + 1 = 3 = 4$

۲۹

$\lim_{x \to 4} \frac{f(x) - 5}{x^2 - 16} = \lim_{x \to 4} \frac{f(x) - 5}{(x + 4)(x - 4)} = \lim_{x \to 4} \frac{f(x) - 5}{x - 4} \times \frac{1}{x + 4} = f'(4) \times \frac{1}{8} = 1$

$f'(4) = 8 \Rightarrow$

۳۰

$\lim_{x \to 1} \frac{f(x) - 6}{x^2 + 7x - 8} = \lim_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{(x - 1)(x + 8)} = \lim_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \times \frac{1}{x + 8} = f'(1) \times \frac{1}{9} = 10 \Rightarrow f'(1) = 90$

$g'(x) = f'(x) + 2f(x) \xrightarrow{x=1} g'(1) = f'(1) + 2f(1) \Rightarrow g'(x) = f'(x) + 2f(x) \Rightarrow g'(x) = f'(x) + 2x$

$= 10 + 3 \times 2 = 16$

۳۱

$f(x) = mx + n \Rightarrow f'(x) = m \Rightarrow f'(2) = -2 = m \Rightarrow f(x) = -2x + n$

$\lim_{x \to 2} \frac{f(x) - 2}{x^3 - 8} = \lim_{x \to 2} \frac{-(f(x) - 2)}{(x - 2)8} \Rightarrow \frac{1}{4} = -\frac{1}{8}f'(2) \Rightarrow \frac{1}{4} = -\frac{1}{8}f'(2) \Rightarrow f'(2) = -2$

چون دو خط d و l موازی هستند، بنابراین شیب l برابر ۲- است و خط l از نقطهٔ (۰,۲) می‌گذرد.

بنابراین داریم:

$y = -2x + 2 \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 2 = -2(x - 0) \Rightarrow y = -2x + 2$

۳۲

$g(x) = x^{\frac{3}{2}} + 3x^2 \Rightarrow g'(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x} + 3x^2 = \frac{3\sqrt{x}}{2} + 3x^2$

$y' = g'(x)f'(x) \times \left(\frac{1}{3}(1) + 3\right) \xrightarrow{x=1} y' = f'(x)g'(x) \times (1 + 1)'f$

$y' = 6 \times \frac{10}{3} = f'(2) \times \frac{10}{3} \Rightarrow$

۳۳

$f(2) = 4 \Rightarrow f'(2) = 6$

$g'(x) = f'(2x) \times 2 \times f(2x) \xrightarrow{x=1} g'(1) = f'(2) \times 2 \times f(2) \Rightarrow g'(x) = 2f'(2x)f(2x) \Rightarrow g'(x) = 2(f(2x))^2 f'(2x)$

$= 6 \times 2 \times 4 = 48 \Rightarrow$

Telegram: @konkur_in

۳۴

$$\left.\begin{array}{l} \frac{۱}{\sqrt{۱+۲x}} = \frac{۲}{۱+۲x\sqrt{۲}} = (x)'f \Rightarrow \sqrt{۱+۲x} = (x)f \\ ۴- = (x)'g \Rightarrow ۴x - ۳ = (x)g \end{array}\right\}$$

$$((۴)f)'g\times(۴)'f = 'y \xrightarrow{۴=x} ((x)f)'g\times(x)'f = 'y \Rightarrow (x)(gof) = y$$

$$\frac{۴-}{۳} = (۴-)\frac{۱}{۳} = (۳)'g\times\frac{۱}{۳} =$$

۳۵

$$۱ = m \Rightarrow ۱ = (۱)'f \Rightarrow \frac{۱}{۳} = (۱)'f\frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{۱}{۳} = \lim_{۱\to x}\frac{۲ - (x)f}{(۱ + x + {}^{۲}x)(۱ - x)} \Rightarrow \frac{۱}{۳} = \lim_{۱\to x}\frac{۲ - (x)f}{۱ - {}^{۳}x}$$

$$۱ + x = y \Rightarrow (۱ - x)۱ = ۲ - y \Rightarrow ({}_{۱}x - x)m = {}_{۱}y - y$$

معادلهٔ خط d برابر $y = x + ۱$ و چون خط l بر خط d عمود است، باید شیب آن (۱-) باشد.

$$۳ + x- = y \Rightarrow ۱ + x- = ۲ - y \Rightarrow (۱ - x)۱- = ۲ - y \Rightarrow ({}_{۱}x - x)'m = {}_{۱}y - y \Rightarrow ۱- = 'm$$

بنابراین معادلهٔ خط l برابر $y = -x + ۳$ است.

۳۶

$$۲- = m \Rightarrow ۲- = (۲)'f \Rightarrow \frac{۱}{۴} = (۲)'f\frac{۱}{۸}- \Rightarrow \frac{۱}{۴} = \lim_{۲\to x}\frac{(۲ - (x)f)-}{(۲ - x)(۶ + x)} \Rightarrow \frac{۱}{۴} = \lim_{۲\to x}\frac{(x)f - ۲}{۱۲ - ۴x + {}^{۲}x}$$

$$۶ + ۲x- = y \Rightarrow ۲ + ۴ + ۲x- = y \Rightarrow (۲ - x)۲- = ۲ - y \Rightarrow ({}_{۱}x - x)m = {}_{۱}y - y$$

۳۷

$$۱ = \sqrt[۳]{x} \lim_{{}^{+}۱\to x} = (x)f \lim_{{}^{+}۱\to x}$$

$$۱ = (۱)f$$

$$۱ = {}^{۳}x \lim_{{}^{-}۱\to x} = (x)f \lim_{{}^{-}۱\to x}$$

$$(۱)f = (x)f \lim_{{}^{-}۱\to x} = (x)f \lim_{{}^{+}۱\to x}$$

تابع در $x = ۱$ پیوسته است.

$$\left.\begin{array}{ll} ۱ > x & {}^{۲}۳x \\ ۱ < x & \frac{۱}{\sqrt[۳]{{}^{۲}x}} \end{array}\right\} = (x)'f$$

$$\Rightarrow (۱)'_{-}f \neq (۱)'_{+}f \Rightarrow \left.\begin{array}{l} (۱)'_{+}f = \frac{۱}{۳} \\ (۱)'_{-}f = ۳ \end{array}\right\}$$ تابع در $x = ۱$ مشتق‌ناپذیر است.

۳۸

$$۳ = (۲-)'f\frac{۱}{۴-} = \lim_{(۲-)\to x}\frac{(۲-)f - (x)f}{۲ + x}\frac{۱}{۴-} = \lim_{(۲-)\to x}\frac{(۲-)f - (x)f}{(۲ + x)(۲ - x)} = \lim_{(۲-)\to x}\frac{(۲-)f - (x)f}{۴ - {}^{۲}x}$$

$$۱۲- = (۲-)'f \Rightarrow$$

$$(۲-)'۴f - (۲-)۲f = (۲-)'g \xrightarrow{۲-=x} (x)'f۲x + (x)۲f = (x)'g \Rightarrow (x)f۲x = (x)g$$

$$۶۲ = ۴۸ + ۱۴ \Rightarrow (۱۲-)۴ - ۷\times۲ =$$

۳۹

$$۲- = m \Rightarrow ۲- = (۲)'f \Rightarrow ۱۰ = (۲)'f۵- \Rightarrow ۱۰ = \lim_{۲\to x}\frac{(۳ - (x)f)۵-}{۲ - x} \Rightarrow ۱۰ = \lim_{۲\to x}\frac{(x)f۵-۱۵}{۲ - x}$$

$$۷ + ۲x- = y \Rightarrow ۳ + ۴ + ۲x- = y \Rightarrow (۲ - x)۲- = ۳ - y \Rightarrow ({}_{۱}x - x)m = {}_{۱}y - y$$

Telegram: @konkur_in

۴۰

$$\lim_{x\to ۲^+} f(x) = \lim_{x\to ۲^+} \sqrt[۴]{۲+\sqrt{x+۲}} = ۲ + \sqrt[۴]{۴} = ۲ + \sqrt{۲} = ۱۰$$

$$f(۲) = ۵(۲) = ۱۰$$

$$\lim_{x\to ۲^-} f(x) = \lim_{x\to ۲^-} x^۲ + ۳x = ۴ + ۶ = ۱۰$$

$$\lim_{x\to ۲^-} f(x) = \lim_{x\to ۲^+} f(x) = f(۲)$$

تابع در $x = ۲$ پیوسته است.

$$f'(x) = \begin{cases} ۳ + ۲x & x > ۲ \\ \left(\frac{۱}{\sqrt{۲+x}}\right)^۴ & x < ۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'_+(۲) \neq f'_-(۲) \Rightarrow \begin{cases} f'_+(۲) = \left(\frac{۱}{۴}\right)^۴ = ۱ \\ f'_-(۲) = ۳ + ۴ = ۷ \end{cases}$$ تابع در $x = ۲$ مشتق‌ناپذیر است.

۴۱

$$\lim_{x\to ۱} \frac{f(x) - ۲}{(x+۱)(x-۱)} = \frac{۱}{۲} f'(۱) = ۲ \Rightarrow \lim_{x\to ۱} \frac{f(x) - ۲}{x^۲ - ۱} = ۲ \Rightarrow m = f'(۱) = ۴ \Rightarrow$$

$$y - y_۱ = m(x - x_۱) \Rightarrow y - ۲ = (x - ۱)۴ \Rightarrow y + ۴ - ۴x = ۲ \Rightarrow y = ۴x - ۲$$

۴۲

آهنگ لحظه‌ای $v(t) = ۶۰\left(\frac{t}{۴۰} - ۱\right)\left(-\frac{۱}{۴۰}\right) = -\frac{۳}{۲}\left(\frac{t}{۴۰} - ۱\right)^۳$:

آهنگ متوسط $= \frac{v(۴۰) - v(۰)}{۴۰ - ۰} = \frac{۰ - ۳۰}{۴۰} = -\frac{۳}{۴}$

آهنگ متوسط = آهنگ لحظه‌ای $\Rightarrow -\frac{۳}{۴} = \left(\frac{t}{۴۰} - ۱\right)^۲ \Rightarrow \frac{t}{۴۰} - ۱ = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow -\frac{t}{۴۰} = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow$

$$\Rightarrow -\frac{t}{۲۰} = -۱ \Rightarrow t = ۲۰$$

۴۳

$$\lim_{x\to ۲} \frac{f(x) - f(۲)}{۶ - ۳x} = \lim_{x\to ۲} \frac{f(x) - f(۲)}{(۲ - x)۳} \frac{۱}{۳} = \lim_{x\to ۲} \frac{f(x) - f(۲)}{۲ - x} \frac{۱}{۳} = f'(۲) = ۲$$

$$f'(۲) = ۶ \Rightarrow$$

$$g(x) = f(x)f(۲x) \xrightarrow{x=۲} g'(x) = f'(x)f(۲x) + ۲f(x)f'(۲x) \Rightarrow g'(۲) = f'(۲)f(۴) + ۴f(۲)f'(۴) =$$

$$۷ \times ۴ + ۶ \times ۴ = ۲۸ + ۲۴ = ۵۲$$

۴۴

$$\lim_{x\to ۱} \frac{f(x) - f(۱)}{۱ - x^۳} = \lim_{x\to ۱} \frac{f(x) - f(۱)}{(x^۲ + x + ۱)(x - ۱)} \frac{۱}{۳} = \lim_{x\to ۱} \frac{f(x) - f(۱)}{x - ۱} \frac{۱}{۳} = f'(۱) = ۵$$

$$f'(۱) = ۱۵ \Rightarrow$$

$$g(x) = f(x)f(x) \xrightarrow{x=۱} g'(x) = f'(x)f(x) + f(x)f'(x) \Rightarrow g'(۱) = f'(۱) + f(۱)f'(۱) = ۱۵ + ۲ = ۱۳$$

۴۵

$$\lim_{x\to ۲} \frac{f(x) - ۹}{x - ۲} = \lim_{x\to ۲} \frac{f(x) - f(۳)}{x - ۲} \Rightarrow ۶ = f'(۳) \Rightarrow ۶ = \lim_{x\to ۲} \frac{f(x) - f(۳)}{x - ۲} \Rightarrow m = f'(۲) = ۲ \Rightarrow$$

$$y - y_۱ = m(x - x_۱) \Rightarrow y - ۳ = (x - ۲)۲ \Rightarrow y + ۴ - ۲x = ۳ \Rightarrow y = ۲x - ۱$$

Telegram: @konkur_in

۴۶

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} 2\sqrt{3+x} - 4 = 2 - 4 = -2$$

$$f(1) = 2(1) = 2$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} x^3 + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x) = f(1)$$

تابع در $x = 1$ پیوسته است.

$$f'(x) = \begin{cases} 3x^2 & x > 1 \\ \left(\frac{1}{\sqrt{3+x}}\right)^2 & x < 1 \end{cases}$$

$$f'_+(1) = (1)^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$f'_-(1) = 3$$

$$\Rightarrow f'_-(1) \neq f'_+(1) \Rightarrow$$

تابع در $x = 1$ مشتق‌ناپذیر است.

۴۷

آهنگ لحظه‌ای $= v'(t) = 80\left(\frac{t}{20} - 1\right)$:

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{v(20) - v(0)}{20 - 0} = \frac{40 - 0}{20} = -2$$

$$\text{آهنگ لحظه‌ای} = \text{آهنگ متوسط} \Rightarrow -4\left(\frac{t}{20} - 1\right) = -2 \Rightarrow \frac{t}{20} - 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{t}{20} = -\frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$-\frac{t}{20} = -1 \Rightarrow \frac{t}{10} = 1 \Rightarrow t = 10$$

۴۸

$$f'(3) = 2 \Rightarrow f'(3) = \lim_{x\to 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x\to 3} \frac{f(x) - f(3)}{5(x - 3)} = \frac{1}{5}\lim_{x\to 3} \frac{f(x) - f(3)}{5x - 15}$$

$$g'(x) = f'(x)x + f(x) \rightarrow g'(3) = f'(3)3 + f(3) = 5 + 30 = 35$$

۴۹

باید معادلهٔ خط گذرنده از $(-1,1)$ و $(7,3)$ را به‌دست آوریم و برابر $y = \sqrt{1+ax}$ قرار داده و در نهایت $\Delta = 0$ قرار می‌دهیم.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 1}{7 - (-1)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \Rightarrow y = 1 - \frac{1}{4}(1 + x) = \frac{5}{4} + \frac{1}{4}x$$

$$\sqrt{1+ax} = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4} \rightarrow \text{به توان ۲ می رسانیم} \rightarrow 1 + ax = \frac{1}{16}x^2 + \frac{10}{16}x + \frac{25}{16}$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow (16a - 10)^2 - 36 = 0 \Rightarrow (16a - 10)^2 = 36 \Rightarrow$$

$$(16a - 10) + x(16a - 10) + 16 = 0 \Rightarrow x^2 + 10x + 25 = 16ax \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a = 1 \Rightarrow 16a = 16 \Rightarrow -16a + 16 = 0 \\ a = \frac{1}{4} \Rightarrow 16a = 4 \Rightarrow -16a + 16 = 12 \end{cases}$$

۵۰

$$(fof)'(1) = f'(g(1))g'(1) = f'(2)(g'(1) - 2f'(1)) = (2g - 1)(5 \times 8) = 40$$

۵۱

$$(gof)'(2) = g'(f(2))f'(2) = (g'(2) - f'(2))(5 - 4) = 4$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۲ باید معادله خط گذرنده از $(-۱,۰)$ و $(۳,۲)$ را به دست آوریم و برابر $f(x) = \sqrt{ax}$ قرار داده و در نهایت $\Delta = ۰$ قرار دهیم.

$$\frac{۱}{۲} + x^{\frac{۱}{۲}} = y \Rightarrow (۱+x)^{\frac{۱}{۲}} = ۰ - y \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۴} = \frac{۰-۲}{(-۱)-۳} = \frac{y_۱ - y_۲}{x_۱ - x_۲} = m$$

$$۴ax = ۱ + ۲x + x^۲ \Rightarrow ax = \frac{۱+۲x+x^۲}{۴} \Rightarrow \sqrt{ax} = \frac{۱}{۲} + x^{\frac{۱}{۲}}$$

$$۰ = ۴ - (۴a-۲)^۲ \Rightarrow ۰ = \Delta \Rightarrow ۰ = ۱ + x(۴a-۲) + x^۲ \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} a = ۰ \Rightarrow ۲ = ۴a-۲ \text{ غ ق ق} \\ a = ۱ \Rightarrow -۲ = ۴a-۲ \text{ ق ق} \end{array}\right\} \Rightarrow ۴ = (۴a-۲)^۲ \Rightarrow$$

۵۳ الف)
$$\bar{V} = \frac{h(۵) - h(۱)}{۵ - ۱} = \frac{۲۵۰ - ۵۸}{۴} = \frac{۱۹۲}{۴} = ۴۸$$

ب)
$$V(t) = ۶۰ + ۴t - ۵۶ \Rightarrow ۴t - ۵۶ = ۴ \Rightarrow t = ۱۴$$

۵۴
$$f'_+(۰) = \lim_{x \to ۰^+} \frac{f(x)-f(۰)}{x-۰} = \lim_{x \to ۰^+} \frac{[x]}{x} = \frac{۱}{۰^+} = +\infty$$

$$f'_-(۰) = \lim_{x \to ۰^-} \frac{f(x)-f(۰)}{x-۰} = \lim_{x \to ۰^-} \frac{|x|}{x} = \lim_{x \to ۰^-} \frac{x}{x} = -۱$$

$$f'_-(۰) \neq f'_+(۰) \Rightarrow$$

تابع در $x = ۰$ مشتق‌ناپذیر است.

۵۵
$$f'_+(۱) = \lim_{x \to ۱^+} \frac{f(x)-f(۱)}{x-۱} = \lim_{x \to ۱^+} \frac{(x-۱)^۳}{x-۱} = \lim_{x \to ۱^+} (x-۱)^۲ = ۰$$

$$f'_-(۱) = \lim_{x \to ۱^-} \frac{f(x)-f(۱)}{x-۱} = \lim_{x \to ۱^-} \frac{|x-۱|}{x-۱} = \lim_{x \to ۱^-} \frac{-(x-۱)}{x-۱} = -۱$$

$$f'_-(۱) \neq f'_+(۱) \Rightarrow$$

تابع در $x = ۱$ مشتق‌ناپذیر است.

۵۶
$$f'(-۱) = ۶ \Rightarrow \frac{۱}{۲} f'(-۱) = ۳ = \lim_{x \to -۱} \frac{f(x)-f(-۱)}{x+۱} = \lim_{x \to -۱} \frac{f(x)-f(-۱)}{۲(x+۱)} = \lim_{x \to -۱} \frac{f(x)-f(-۱)}{۲x+۲}$$

$$m = ۶ \Rightarrow$$

بنابراین شیب خط مماس برابر ۶ است.

$$y - y_۰ = m(x - x_۰) \Rightarrow y - ۲ = ۶(x+۱) \Rightarrow y = ۶x + ۶ + ۲ \Rightarrow y = ۶x + ۸$$

۵۷ الف)
$$\frac{f(۵)-f(-۱)}{۵-(-۱)} = \frac{۷۰-(-۴)}{۶} = \frac{۶۶}{۶} = ۱۱$$

ب) آهنگ لحظه ای $f'(x) = ۶x - ۱ < -۱$ $\Rightarrow -۶x < ۱۲ \Rightarrow x > ۲$

۵۸ الف)
$$\frac{f(۴)-f(۰)}{۴-۰} = \frac{-۲۸-۰}{۴} = -۷$$

ب) آهنگ لحظه ای $f'(x) = ۴x - ۱ > -۸ \Rightarrow x < ۲$

۵۹ الف)
$$\frac{f(۵)-f(۱)}{۵-۱} = \frac{۸-۵۶}{۴} = \frac{۴۸}{۴} = ۱۲$$

ب) آهنگ لحظه ای $f'(x) = ۲x + ۶ > ۱۲ \Rightarrow x > ۳$

Telegram: @konkur_in

۶۰ $\frac{۲x - ۴x}{x + \sqrt{x}} + ۳(۱ - ۳x)۵ = (x)f$

$$\frac{(۲x - ۴x)\left(۱ + \frac{۱}{۲\sqrt{x}}\right) - (x + \sqrt{x})(۲x - ۴)}{۲(x + \sqrt{x})} + (۳)۲(۱ - ۳x)۱۵ = (x)'f \Rightarrow$$

۶۱ $$\frac{(۱ + ۷x۲)\frac{۳}{۲\sqrt[۳]{۱+۳x}} - ۳\sqrt{۱ + ۳x}(۱۴x)}{۲(\sqrt{۱ + ۳x})} + ۲(۲ - x)۳ = (x)'f \Rightarrow \frac{۱ + ۷x۲}{\sqrt{۱ + ۳x}} + ۳(۲ - x) = (x)f$$

۶۲ $$\frac{۳}{۴} = (۲)'f \times \frac{۱}{۴} = \lim_{۲ \to x} \frac{(۲)f - (x)f}{۲ - x} \times \lim_{۲ \to x} \frac{۱}{۲ + x} = \lim_{۲ \to x} \frac{(۲)f - (x)f}{(۲ - x)(۲ + x)} = \lim_{۲ \to x} \frac{(۲)f - (x)f}{۴ - ۲x}$$

$۳ = m \Rightarrow ۳ = (۲)'f \Rightarrow$

بنابراین شیب خط مماس برابر ۳ است.

$$۱ - ۳x = y \Rightarrow ۶ - ۳x = ۵ - y \Rightarrow (۲ - x)۳ = ۵ - y \Rightarrow (۰x - x)m = ۰y - y$$

۶۳ $$۳ = m \Rightarrow ۳ = (۲-)'f = \lim_{۲- \to x} \frac{(۲-)f - (x)f}{۲ + x}$$

بنابراین شیب خط مماس برابر ۳ است.

$$۱۱ + ۳x = y \Rightarrow ۶ + ۳x = ۵ - y \Rightarrow (۲ + x)۳ = ۵ - y \Rightarrow (۰x - x)m = ۰y - y$$

۶۴ $$۵ = m \Rightarrow ۵ = (۱)'f = \lim_{۱ \to x} \frac{(۱)f - (x)f}{۱ - x}$$

بنابراین شیب خط مماس برابر ۵ است.

$$۵x = y \Rightarrow (۱ - x)۵ = ۵ - y \Rightarrow (۰x - x)m = ۰y - y$$

۶۵ الف)

$$۲- = k \Rightarrow ۲ = k + ۴ = \frac{۲k + ۸}{۲} = \frac{۱ - ۱ + ۲k + ۸}{۲} = \frac{(۰)f - (۲)f}{۰ - ۲} = \frac{f۵}{x۵}$$

ب) برای یافتن آهنگ لحظه‌ای از تابع مشتق می‌گیریم.

$$۲ - ۲۳x = (x)'f \Rightarrow ۱ + ۲x - ۳x = (x)f$$

$$۱ = ۲ - ۳ = (۱)'f = \left(\frac{k}{۲}-\right)'f$$

۶۶ الف)

$$۱- = a \Rightarrow ۳ = a + ۴ = \frac{۲a + ۸}{۲} = \frac{(۳ + a + ۱) - ۳ + ۳a + ۹}{۲} = \frac{(۱)f - (۳)f}{۱ - ۳} = \frac{f۵}{x۵}$$

ب) برای یافتن آهنگ لحظه‌ای از تابع مشتق می‌گیریم.

$$۷ = ۱ - ۸ = ۱ - (۴)۲ = (۴)'f \Rightarrow ۱ - ۲x = (x)'f \Rightarrow ۳ + x - ۲x = (x)f$$

Telegram: @konkur_in

۶۷ $۲ = a \Rightarrow ۲ = \frac{۱ - ۲a + ۱}{۲} = \frac{(۱ + ۲a-) - ۱}{۲} = \frac{(۲-)f - (۰)f}{(۲-) - ۰} = \frac{f\Delta}{x\Delta}$

برای یافتن آهنگ لحظه‌ای از تابع مشتق می‌گیریم.

$$^{۲}(۱ + x)۲ + (۱ + ۲x)(۱ + x)۲ = (x)'f$$

$$^{۲}(۱-)۲ + (۳-)(۱-)۲ = {}^{۲}(۱ + ۲-)۲ + (۱ + ۴-)(۱ + ۲-)۲ = (۲-)'f = (a-)'f$$

$$۸ = ۲ + ۶ = (۲-)'f \Rightarrow$$

۶۸ $۱۲ = \frac{۴۸}{۴} = \frac{۷ - ۳۰ + ۲۵}{۴} = \frac{(۱)f - (۵)f}{۱ - ۵} = \bar{V}$

$$۳ = t \Rightarrow ۶ = ۲t \Rightarrow ۱۲ = ۶ + ۲t = (t)'f$$

۶۹ $۸ = \frac{۵ + ۳}{۱} = (۲-)'f \Rightarrow \frac{(۱ + ۳x)(۱) - (۳ + x)۳}{^{۲}(۳ + x)} = (x)'f \Rightarrow \frac{۱ + ۳x}{۳ + x} = (x)f$

$$((۲-) - x)۸ = (۵-) - y \Rightarrow ({}_{۰}x - x)m = {}_{۰}y - y \Rightarrow \left.\begin{matrix}(۵-, ۲-)A \\ ۸ = m\end{matrix}\right\}$$

$$۱۱ + ۸x = y \Rightarrow ۵ - ۱۶ + ۸x = y \Rightarrow (۲ + x)۸ = ۵ + y \Rightarrow$$

۷۰ الف) $\left(\frac{۱ + ۵x}{۹ + ۴x}\right)(\bar{x}\sqrt{} + x) = (x)f$

$$(\bar{x}\sqrt{} + x)\left(\frac{(۱ + ۵x)۴ - (۹ + ۴x)۵}{^{۲}(۹ + ۴x)}\right) + \left(\frac{۱ + ۵x}{۹ + ۴x}\right)\left(\frac{۱}{\bar{x}\sqrt{}۲} + ۱\right) = (x)'f \Rightarrow$$

ب) $\frac{\frac{(۱ + {}^{۲}۳x)۵ - (۹ + ۵x)۶x}{^{۲}(۹ + ۵x)}}{\frac{\overline{۱ + {}^{۲}۳x}}{۹ + ۵x}\sqrt{}۲} = (x)'g \Rightarrow \frac{\overline{۱ + {}^{۲}۳x}}{۹ + ۵x}\sqrt{} = (x)g$

۷۱ الف) $\left(\frac{{}^{۲}x}{۱ + x + {}^{۲}x}\right)^{۳} = (x)f$

$$\left(\frac{{}^{۲}x(۱ + ۲x) - (۱ + x + {}^{۲}x)۲x}{^{۲}(۱ + x + {}^{۲}x)}\right)^{۲}\left(\frac{{}^{۲}x}{۱ + x + {}^{۲}x}\right)^{۳} = (x)'f \Rightarrow$$

ب) $(۹ + ۳x - {}^{۲}x)(\overline{۱ + ۴x}\sqrt{}) = (x)g$

$$\overline{۱ + ۴x}\sqrt{}(۳ - ۲x) + (۹ + ۳x - {}^{۲}x)\frac{۴}{\overline{۱ + ۴x}\sqrt{}۲} = (x)'g \Rightarrow$$

۷۲ $۱ = \overline{۱ - ۲}\sqrt{}^{۳} = {}_{۰}y \Rightarrow ۲ = {}_{۰}x$

$$\frac{۱}{۳} = m \xrightarrow{{}^{۲}={}_{۰}x} \frac{۱}{\overline{{}^{۲}(۱ - x)}\sqrt{}^{۳}} = (x)'f$$

$$\frac{۱}{۳} = m_{۹}(۱, ۲)A$$

$$\frac{۱}{۳} + \frac{x}{۳} = y \Rightarrow ۱ + \frac{۲}{۳} - x\frac{۱}{۳} = y \Rightarrow (۲ - x)\frac{۱}{۳} = ۱ - y \Rightarrow ({}_{۰}x - x)m = {}_{۰}y - y$$

Telegram: @konkur_in

۷۳

$۴ = {}_۰y \Rightarrow ۴ = ۲\times۲ = \sqrt[۲]{۲}\,{}_۰y \Rightarrow ۲ = {}_۰x$

$۳ = m \Rightarrow ۲\times\frac{۱}{۲} + ۲ = {}'y \xrightarrow{{}_۰x = ۲} x\frac{۲}{\sqrt[۲]{۲x}} + \sqrt[۲]{۲x}\,۱ = {}'y$

$۳ = m$ و $A(۴, ۲)$

$۲ - ۳x = y \Rightarrow ۶ - ۳x = ۴ - y \Rightarrow (۲ - x)۳ = ۴ - y \Rightarrow ({}_۰x - x)m = {}_۰y - y$

۷۴

$۵ = {}_۰y \Rightarrow \frac{۱ + {}^{۲}۲}{۱ - ۲} = {}_۰y \Rightarrow ۲ = {}_۰x$

$۱- = \frac{۵ - ۴}{۱} = \frac{(۱ + ۴)(۱) - (۱ - ۲)۴}{{}^{۲}(۱ - ۲)} = {}'y \xrightarrow{{}_۰x = ۲} \frac{(۱ + {}^{۲}x)(۱) - (۱ - x)۲x}{{}^{۲}(۱ - x)} = {}'y$

$m = ۱-$

$(۲ - x)۱- = ۵ - y \Rightarrow ({}_۰x - x)m = {}_۰y - y$ معادله خط مماس $\rightarrow$

$۷ + x- = y \Rightarrow ۲ + x- = ۵ - y \Rightarrow$

۷۵ باید شیب خط را برابر مشتق $f(x)$ قرار دهیم و x را حساب کنیم.

$\frac{۵}{۶} = m \Rightarrow \frac{۳}{۲} - x\frac{۵}{۶} = y \Rightarrow ۰ = ۹ + ۵x - ۶y$

$\frac{۱}{۶}- = \frac{۱}{\sqrt[۲]{x}}- \Rightarrow ۱ - \frac{۵}{۶} = \frac{۱}{\sqrt[۲]{x}}- \Rightarrow \frac{۵}{۶} = \frac{۱}{\sqrt[۲]{x}} - ۱ = {}'f(x)$

$۶ = ۳ - ۹ = \sqrt[۲]{۹} - ۹ = y \Rightarrow ۹ = x \Rightarrow ۳ = \sqrt[۲]{x} \Rightarrow ۶ = \sqrt[۲]{x}\,۲ \Rightarrow$

$A(۶, ۹)$

۷۶ باید شیب خط را برابر مشتق $f(x)$ قرار دهیم و x را حساب کنیم.

$\frac{۴}{۳} = m \Rightarrow \frac{۷}{۳} - x\frac{۴}{۳} = y \Rightarrow ۰ = ۷ + ۴x - ۳y$

$۳ = \sqrt{۱ + ۲x} \Rightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{\sqrt{۱ + ۲x}} \Rightarrow \frac{۴}{۳} = ۱ + \frac{۲}{\sqrt[۲]{۱ + ۲x}} = {}'f(x)$

$۷ = ۴ + \sqrt{۱ + ۸} = y \Rightarrow ۴ = x \Rightarrow ۸ = ۲x \Rightarrow ۹ = ۱ + ۲x$ به توان می رسانیم۲ $\rightarrow$

$A(۷, ۴)$

۷۷ باید شیب خط را برابر مشتق $f(x)$ قرار دهیم و x را حساب کنیم.

$۴ = ۱ + ۳ = y \Rightarrow ۱ = x \Rightarrow ۶ = ۶x \Rightarrow ۷ = ۱ + ۶x \Rightarrow m = {}'f(x)$

$A(۴, ۱)$

۷۸

$۱ = \sqrt[۳]{\frac{۱ + ۴}{۳ - ۸}} = {}_۰y \Rightarrow ۴ = {}_۰x$

$\frac{۱}{۱۰}- = \frac{\frac{۱}{۵} -}{۲} = \frac{\frac{۱۰ - ۵}{{}^{۲}۵}}{\sqrt[۵]{۵}\,۲} = {}'y \xrightarrow{{}_۰x = ۴} \frac{\frac{(۱+x)(۲) - (۳ - ۲x)(۱)}{{}^{۲}(۳ - ۲x)}}{\sqrt[۲]{\frac{۱+x}{۳-۲x}}} = {}'y$

$۴ + x- = ۱۰ - y۱۰ \Rightarrow (۴ - x)\frac{۱-}{۱۰} = ۱ - y \Rightarrow ({}_۰x - x)m = {}_۰y - y$

$۱۴ = x + y۱۰ \Rightarrow$

Telegram: @konkur_in

۷۹

$$۳ = \frac{۱+۲}{۱-۲} = {}_{۰}y \Rightarrow ۲ = {}_{۰}x$$

$$۲- = \frac{۳-۱}{{}^{۲}۱} = {}'y \xrightarrow{{}_{۰}x=۲} \frac{(۱+x)(۱)-(۱-x)(۱)}{{}^{۲}(۱-x)} = {}'y$$

$$۲- = m \text{ و } (۳,۲)A$$

$$۷+۲x- = y \Rightarrow ۴+۲x- = ۳-y \Rightarrow (۲-x)۲- = ۳-y \Rightarrow ({}_{۰}x-x)m = {}_{۰}y-y$$

۸۰

$$\left(\frac{۳}{{}^{۲}x}+۲\right)^{۴}\left(\frac{۳}{x}-۲x\right)۵ = {}'y \Rightarrow {}^{۵}\left(\frac{۳}{x}-۲x\right) = y$$

$$۲۵ = ۵\times۱\times۵ = (۳+۲)^{۴}(۳-۲)۵ = {}'y \xrightarrow{x=۱}$$

۸۱

$$\left(\frac{۱}{\bar{x}\sqrt{۲}}-۲\right)^{۳}(\bar{x}\sqrt{}-۲x)۴ = {}'y \Rightarrow {}^{۴}(\bar{x}\sqrt{}-۲x) = y$$

$$۶ = \left(\frac{۳}{۲}\right)(۱)۴ = \left(\frac{۱}{۲}-۲\right)^{۳}(۱-۲)۴ = {}'y \xrightarrow{x=۱}$$

۸۲

$$\frac{\frac{۱۰-۳۰}{{}^{۲}۱۰}}{\frac{۱۰}{۱۰}\sqrt{۲}} = {}'y \xrightarrow{x=۳} \frac{\frac{(۱+۳x)(۱)-(۷+x)۳}{{}^{۲}(۷+x)}}{\frac{\overline{۱+۳x}}{\overline{۷+x}}\sqrt{۲}} = {}'y \Rightarrow \frac{\overline{۱+۳x}}{۷+x}\sqrt{} = y$$

$$\frac{۱}{۱۰} = \frac{\frac{۱}{۵}}{۲} = {}'y$$

۸۳

$$\left(\frac{۱}{{}^{۲}x}-\frac{۱}{\bar{x}\sqrt{۲}}\right)^{۲}\left(\frac{۱}{x}+\bar{x}\sqrt{}\right)۳ = {}'y \Rightarrow {}^{۳}\left(\frac{۱}{x}+\bar{x}\sqrt{}\right) = y$$

$$۶- = \frac{۱-}{۲}\times۴\times۳ = \left(۱-\frac{۱}{۲}\right)^{۲}(۱+۱)۳ = {}'y \xrightarrow{x=۱}$$

۸۴

الف) $f(x) = ۴-x۲+{}^{۲}x \Rightarrow f(۳) = ۲+۳ = ۵$

$$\lim_{h\to ۰}\frac{f(۳)-f(h+۳)}{h} = \lim_{h\to ۰}\frac{۳۵-۲+(h+۳)-{}^{۲}(h+۳)۴}{h} = f'(x)$$

$$\lim_{h\to ۰}\frac{۳۵-۲+h-۳-{}^{۲}h۴+h۲۴+۳۶}{h} = \lim_{h\to ۰}\frac{{}^{۲}h۴+h۲۳}{h} = \lim_{h\to ۰}(h۴+۲۳) = ۲۳$$

ب) شیب خط در نقطه‌ای به طول ۳ $= f'(۳) = ۲۳$

معادله: $y-۳۵ = (x-۳)۲۳ \Rightarrow y = x۲۳-۳۴$

۸۵ خط مماس بر منحنی در نقطه D، موازی محور xها است؛ بنابراین شیب آن صفر است.

شیب	-۴	-۲	۰	۱	۲
نقطه	E	A	D	C	B

شیب خط مماس بر منحنی در نقاط B و C مثبت است که با توجه به این‌که زاویهٔ خط مماس در نقطهٔ B با جهت مثبت محور xها از زاویه در نقطه C بیشتر است، پس شیب خط B از C بیشتر است.

شیب خط مماس بر منحنی در نقاط A و E منفی است؛ زیرا از چپ به راست به صورت سرازیری است. زاویهٔ خط مماس در نقطهٔ A با جهت مثبت محور xها از زاویهٔ خط مماس در نقطه E با جهت مثبت محور xها بیشتر است، پس مقدار شیب خط A از E بیشتر است.

۸۶

$$\frac{۲}{\sqrt[۳]{x^{۲}}} + ۱ = (x)'f \Rightarrow \sqrt[۳]{x^{۲}} + x = (x)f$$

$$\frac{۱}{x^{۲}} - ۱ = (x)'g \Rightarrow \frac{۱}{x} + x = (x)g$$

$$\frac{۱۰}{۳} = ۲\times\frac{۵}{۳} = (۱+۱)(۱-۱) + (۱+۱)\left(\frac{۲}{۳} + ۱\right) = (۱)f(۱)'g + (۱)g(۱)'f = (۱)'(g.f)$$

$$\left(\frac{۱}{۶۴} - ۱\right)۸ + \left(\frac{۲}{\sqrt[۳]{۸}} + ۱\right)۳ = (۸)'g۸ + (۸)'f۳ = (۸)'(۸g + ۳f)$$

$$\frac{۹۵}{۸} = \frac{۶۳ + ۳۲}{۸} = \frac{۶۳}{۸} + ۴ = \frac{۶۳}{۸} + \frac{۴}{۳}\times۳ = \left(\frac{۶۳}{۶۴}\right)۸ + \left(\frac{۱}{۳} + ۱\right)۳$$

$$\frac{۳۶۵}{۲۴} = \frac{۲۸۵ + ۸۰}{۲۴} = \frac{۹۵}{۸} + \frac{۱۰}{۳} = (۸)'(۸g + ۳f) + (۱)'(g.f)$$

۸۷

$$۱ + ۲x = (x)'f \Rightarrow x + x^{۲} = (x)f$$

$$۱ = (x)'g \Rightarrow ۱ - x = (x)g$$

$$۱- = \frac{۱\times۶ - ۱\times۵}{۱} = \frac{(۲)'g(۲)f - (۲)g(۲)'f}{((۲)g)^{۲}} = (۲)'\left(\frac{f}{g}\right)$$

$$۲ = ۱ - ۳ = (۱)'g - (۱)'f = (۱)'(g - f)$$

$$۱ = ۲ + ۱- = (۱)'(g - f) + (۲)'\left(\frac{f}{g}\right)$$

۸۸

$$\frac{۱}{\sqrt{x}\times۲} + ۳ = (x)'f \Rightarrow \sqrt{x} + ۳x = (x)f$$

$$\frac{۱}{\sqrt{x}\times۲} = (x)'g \Rightarrow \sqrt{x} + ۱ = (x)g$$

$$\left(\frac{۱}{۲}\right)(۱+۳) + (۱+۱)\left(\frac{۱}{۲} + ۳\right) = (۱)'g(۱)f + (۱)g(۱)'f = (۱)'(g.f)$$

$$۹ = ۲ + ۷ = \frac{۱}{۲}\times۴ + ۲\times\frac{۷}{۲} =$$

$$۳ = \frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۴} + ۳ = (۴)'g - (۴)'f = (۴)'(g - f)$$

$$۱۲ = ۳ + ۹ = (۴)'(g - f) + (۱)'(g.f)$$

Telegram: @konkur_in

۸۹ الف)

$$\frac{۱}{۷} = \frac{۱-۲}{۷} = \frac{f(۱)-f(۸)}{۱-۸} = \frac{y\Delta}{x\Delta}$$

ب) باید از تابع مشتق گرفته و برابر آهنگ متوسط به دست آمده که عدد $\frac{۱}{۷}$ است قرار داد تا طول نقطه C به دست آید.

$$\frac{۷}{۳} = \sqrt[۳]{x^{۲}} \Rightarrow ۷ = \sqrt[۳]{x^{۲}}^{۳} \Rightarrow \frac{۱}{۷} = \frac{۱}{\sqrt[۳]{x^{۲}}^{۳}} \Rightarrow \frac{۱}{\sqrt[۳]{x^{۲}}^{۳}} = y'$$

$$\sqrt[۳]{\frac{۷}{۳}}^{۷} = C \Rightarrow \sqrt[۲۷]{\frac{۳۴۳}{۲۷}} = x \Rightarrow \frac{۳۴۳}{۲۷} = x^{۲} \xrightarrow{\text{به توان می رسانیم ۳}}$$

۹۰ الف)

$$\frac{۱}{۳} = \frac{۱-۲}{۳} = \frac{f(۱)-f(۴)}{۱-۴} = \frac{y\Delta}{x\Delta}$$

ب) باید از تابع مشتق گرفته و برابر آهنگ متوسط به دست آمده که عدد $\frac{۱}{۳}$ است قرار داد تا طول نقطه C به دست آید.

$$\frac{۹}{۴} = C \Rightarrow \frac{۹}{۴} = x \Rightarrow \frac{۳}{۲} = \sqrt{x} \Rightarrow ۳ = \sqrt{x}۲ \Rightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{\sqrt{x}۲} \Rightarrow \frac{۱}{\sqrt{x}۲} = y'$$

۹۱

$$\frac{(۲ + g(x))f(x)}{(۳ - x)(۳ + x)} \underset{۳\to x}{\text{Lim}} = \frac{f(x)۴ + g(x)f(x)}{۹ - x^{۲}} \underset{۳\to x}{\text{Lim}}$$

$$\frac{g'(۳)۵}{۶} = g'(۳)\times\frac{۵}{۶} = \frac{(۲-) - g(x)}{۳ - x} \underset{۳\to x}{\text{Lim}} \times \frac{f(x)}{۳ + x} \underset{۳\to x}{\text{Lim}}$$

بنابراین حاصل $\frac{۵}{۶}$ ، $g'(۳)$ است.

۹۲ باید درون قدرمطلق درجه یک باشد تا در نقطه مشتق‌ناپذیر باشد. بنابراین:

$$|۱ - ۴x| = f(x) \Rightarrow ۱ = a \Rightarrow ۰ = ۱ - a$$

در این حالت ریشه درون قدرمطلق نقطه مشتق‌ناپذیری است.

$$\left(۰, \frac{۱}{۴}\right)A \Rightarrow ۰ = y \Rightarrow \frac{۱}{۴} = x \Rightarrow ۰ = ۱ - ۴x$$

تابع در $\left(۰, \frac{۱}{۴}\right)A$ مشتق‌ناپذیر است.

۹۳ باید درون قدرمطلق $\Delta > ۰$ باشد تا در دو نقطه مشتق‌ناپذیر باشد. بنابراین:

$$۲ < k \text{ یا } ۲- > k \Rightarrow ۰ < ۴ - k^{۲} \Rightarrow ۰ < ۴ac - b^{۲} \Rightarrow ۰ < \Delta$$

۹۴ باید درون قدرمطلق $\Delta \geqslant ۰$ باشد تا در R مشتق‌پذیر باشد. بنابراین:

$$۰ \geqslant (۴)۴ - m^{۲} \Rightarrow ۰ \geqslant ۴ac - b^{۲} \Rightarrow ۰ \geqslant \Delta$$

$$۴ \geqslant m \geqslant ۴- \Rightarrow ۰ \geqslant ۱۶ - m^{۲} \Rightarrow$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۵ $۲ = \frac{۱}{\frac{۱}{۲}} = \frac{۱}{\frac{۱}{\sqrt[۴]{۴}}} = {}_{۰}y \Rightarrow \frac{۱}{۴} = {}_{۰}x$

$۴- = \frac{۱}{\frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۴} \times x۲} - = m \xrightarrow{\frac{۱}{۴} = x} \frac{۱}{\sqrt{x} x۲} - = {}'y \Rightarrow \frac{\frac{۱}{\sqrt{x۲}} - \sqrt{x} x۰}{x} = {}'y$

$۳ + x۴- = y \Rightarrow \left(\frac{۱}{۴} - x\right)۴- = ۲ - y \Rightarrow ({}_{۰}x - x)m = {}_{۰}y - y$

۹۶ الف) $۱۰ + (x۲)^{۶}(۵ + {}^{۲}x)۱۴ = (x){}'f$

ب) $\frac{(\sqrt{x} + x)(۴ - x۲) - (x۴ - {}^{۲}x)\left(\frac{۱}{\sqrt{x۲}} + ۱\right)}{{}^{۲}(x۴ - {}^{۲}x)} = (x){}'g$

۹۷ الف)

$۷۹۶/۰- = \frac{۴۰ - ۲۰۴/۳۹}{۰ - ۱} = v \Rightarrow$

$۲۰۴/۳۹ = {}^{۲}\left(\frac{۱}{۱۰۰} - ۱\right)۴۰ = (۱)v$

$۴۰ = {}^{۲}\left(\frac{۰}{۱۰۰} - ۱\right)۴۰ = (۰)v$

ب) $\left(\frac{t}{۱۰۰} - ۱\right)۸/۰- = \left(\frac{۱}{۱۰۰}-\right) \times \left(\frac{t}{۱۰۰} - ۱\right)۲ \times ۴۰ = {}'v$

$۴/۰- = \frac{t۸/۰}{۱۰۰} + ۸/۰- \Rightarrow ۴/۰- = \left(\frac{t}{۱۰۰} - ۱\right)۸/۰-$

$۴/۰- = \frac{۴۰ - ۰}{۰ - ۱۰۰} = v \Rightarrow$

$۰ = {}^{۲}\left(\frac{۱۰۰}{۱۰۰} - ۱\right)۴۰ = (۱۰۰)v$

$۴۰ = {}^{۲}\left(\frac{۰}{۱۰۰} - ۱\right)۴۰ = (۰)v$

$s۵۰ = t \Rightarrow \frac{۴}{۱۰} = \frac{t۸}{۱۰۰۰}$

۹۸ الف)

$۶/۱۱۲ = ۴/۱۷ - ۱۳۰ \Rightarrow$

$۱۳۰ = {}^{۳}۴ \times ۲ + \sqrt{۴} = (۴)m$

$۴/۱۷ = {}^{۳}۲ \times ۲ + \sqrt{۲} = (۲)m$

ب) $۲۸/۵۴ = ۵۴ + ۲۸/۰ = {}^{۲}۳ \times ۶ + \frac{۱}{\sqrt{۳}} = (۳)f \qquad {}^{۲}t۶ + \frac{۱}{\sqrt{t}} = (t){}'m$

۹۹ گزینه‌ی پ درست است.

$۵/۱۱ = \frac{۱۲ + ۱۱}{۲} = \text{میانگین} \Rightarrow$

$۱۱ = \frac{۱/۱}{۱/۰} = \frac{۳/۱۶ - ۴/۱۷}{۱/۰} = \frac{(۴/۰)f - (۵/۰)f}{۴/۰ - ۵/۰}$

$۱۲ = \frac{۲/۱}{۱/۰} = \frac{۱/۱۵ - ۳/۱۶}{۱/۰} = \frac{(۳/۰)f - (۴/۰)f}{۳/۰ - ۴/۰}$

۱۰۰ $۱ - t۲ = (t){}'f$

$۴ = \frac{۱۰ - ۳۰}{۰ - ۵} = \text{سرعت لحظه ای} \Rightarrow$

$۳۰ = ۱۰ + ۵ - ۲۵ = (۵)f$

$۱۰ = ۱۰ + ۰ - ۰ = (۰)f$

متوسط $s۵/۲ = t \Rightarrow ۵ = t۲ \Rightarrow ۴ = ۱ - t۲$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۱ الف)
$$\frac{N(۰)-N(۱)}{۰-۱}=\frac{۳۰۰-۰}{۱}=۳۰۰$$
$$\frac{N(۱)-N(۲)}{۱-۲}=\frac{۴۸۰-۳۰۰}{۱}=۱۸۰$$
$$\frac{N(۲)-N(۳)}{۲-۳}=\frac{۶۰۰-۴۸۰}{۱}=۱۲۰$$
$$\frac{N(۳)-N(۴)}{۳-۴}=\frac{۷۰۰-۶۰۰}{۱}=۱۰۰$$

ب) چون شیب مماس‌ها کم می‌شود. (چون آهنگ لحظه‌ای در حال کاهش است) (تقعر رو به پایین است)

۱۰۲ الف) در هفته سوم آهنگ آلوده شدن از هفته ششم بیش‌تر است یعنی هرچه زمان بیش‌تر گذشته جمعیت کم‌تری از شهر آلوده شدند.

ب) در $t = ۳$ شیب خط مماس بیش‌تر است. $m_A < m_B$

پ) در $t = ۶$ از همه کم‌تر است.

۱۰۳ الف) $T(۸) = ۱۱ \quad T(۱۲) = ۱۹$

$$\frac{\text{سانتیگراد}}{\text{ساعت}} \quad \frac{۱۱-۱۹}{۸-۱۲}=\frac{۸}{۴}=۲$$

ب) $T(۱۲) = ۱۹ \quad T(۱۸) = ۹$

$$\frac{\text{سانتی گراد}}{\text{ساعت}} \quad \frac{۱۹-۹}{۱۲-۱۸}=\frac{۱۰-}{۶}=-۱\overline{۶}=-۱\overline{۶۷}$$

پ) از ساعت ۸ تا ۱۶ به طور متوسط هوا گرم‌تر می‌شود. از ساعت ۱۲ تا ۱۸ به طور متوسط هوا سردتر می‌شود.

۱۰۴ $f'(x) = ۱۵x^۲ - ۸x + ۳ \Rightarrow f''(x) = ۳۰x - ۸ \Rightarrow f''(-۱) = -۳۰ - ۸ = -۳۸$

۱۰۵ الف)
$$f'(x) = ۶(x-۲)^۲(۵-x۲)^۴ + (x-۲)۴(x۳-۲)^۳(-x۲) = (x-۲)(x۳-۲)^۳(۱۶-x۳۰-x^۲۲۴)(۵-x۲)$$

ب)
$$f'(x) = \frac{(x۳-x^۲+۱)۳(x۳-۲)^۲ - (x۳-۲)^۳(x۳-۳)}{(x۳-۲)^۶} = \frac{۳-x۴+x^۲۳-}{(x۳-۲)^۲(x۳-۲)}$$

پ)
$$f'(x) = (x۳)^۲(\sqrt{x۳-۲})^۲ + (x^۳+۱)\left(\frac{۳}{۲\sqrt{x۳-۲}}\right)$$

ت)
$$f'(x) = \frac{(\sqrt{x})۹ - \frac{۱}{(x-۹)\sqrt{x}۲}}{(\sqrt{x})^۲}$$

۱۰۶ $f'(۰) \Rightarrow f'_+(۰) \neq f'_-(۰) \Rightarrow$ وجود ندارد

$$f'_+(۰) = \lim_{x \to ۰^+} \frac{x-۰}{x-۰} = ۱$$
$$f'_-(۰) = \lim_{x \to ۰^-} \frac{x^۲-۰}{x-۰} = ۰$$

۱۰۷
$$(f۳+g^۲)'(۱) = f'(۱)۳ + g'(۱)۲x۳ = ۳+۵x۲ = ۱۹$$
$$(f+g)'(۱) = f'(۱) + g'(۱) = ۳ + ۵ = ۸$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۸ راه‌حل اول:

$$(x)'g(x)f + (x)g(x)'f = (x)'h$$

$$\frac{(x)'g(x)f - (x)g(x)'f}{{}^{۲}((x)g)} = (x)'k$$

$f(۱) = ۲ \quad f'(۱) = ۲$

$f(۲) = ۴ \quad f'_{+}(۲) = ۲, \; f'_{-}(۲) = -۲$

$f(۳) = ۲ \quad f'(۳) = -۲$

$g(۱) = ۳ \quad g'(۱) = -۱$

$g(۲) = ۲ \quad g'(۲) = -۱$

$g(۳) = ۱ \quad g'(۳) = -۱$

$h'(۱) = f(۱)g'(۱) + g(۱)f'(۱) = ۲\times(-۱) + ۳\times۲ = ۴$

$h'(۲) = f(۲)g'(۲) + g(۲)f'_{+}(۲) = ۲\times(-۲) + ۲\times۲ = -۸$

$h'(۲) = f(۲)g'(۲) + g(۲)f'_{-}(۲) = ۲\times۲ + ۲\times(-۱) = ۰$ در $x = ۲$ مشتق‌پذیر نیست

$h'(۳) = f(۳)g'(۳) + g(۳)f'(۳) = ۱\times(-۲) + ۲\times(-۱) = -۴$

$k'(۱) = \frac{(-۱)\times۳ - ۲\times۲}{{}^{۲}(۳)} = \frac{۸}{۹} \quad k'_{+}(۲) = \frac{(-۱)\times۴ - ۲\times۲}{{}^{۲}(۳)} = \frac{۰}{۹} = ۰$

$k'(۳) = \frac{(-۱)\times۲ - ۱\times۲}{{}^{۲}(۱)} = -۴ \quad k'_{-}(۲) = \frac{(-۱)\times۴ - ۲\times۲}{{}^{۲}(۲)} = -۲$ در $x = ۲$ مشتق‌پذیر نیست

روش دوم به کمک ضابطه:

$$f(x) = |x - ۲| - ۴ = \begin{cases} x۲ & x \geq ۲ \\ -x۲ - ۸ & x \leq ۲ \end{cases} \quad g(x) = -x + ۴$$

$$h(x) = f(x)\times g(x) = \begin{cases} (-x + ۴)x۲ & x \geq ۲ \\ (-x۲ - ۸)(-x + ۴) & x \leq ۲ \end{cases} = \begin{cases} x۲ - {}^{۲}x۲ & x \geq ۲ \\ ۲(x - ۴)^{۲} & x \leq ۲ \end{cases}$$

$$h'(x) = (f\times g)(x)' = \begin{cases} -x۴ + ۸ & x > ۲ \\ \text{موجود نیست} & x = ۲ \\ x۴ - ۱۶ & x < ۲ \end{cases}$$

$h'_{-}(۲) = ۱۶ - (۲)۴ = -۸ \quad h'_{+}(۲) = ۸ + (۲)۴- = ۰$

$$k(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \begin{cases} \frac{x۲}{-x + ۴} & x \geq ۲ \\ \frac{-x۲ - ۸}{-x + ۴} & x \leq ۲, \; x \neq ۴ \\ ۲ & x = ۴ \end{cases}$$

$k'(۲) = \begin{cases} ۲ = \frac{۸}{-۲ + ۴} & k'_{-}(۲) \\ ۰ & k'_{+}(۲) \end{cases}$ موجود نیست $x > ۲$

روش سوم تعریف مشتق:

$$h'_{+}(۲) = \lim_{x \to ۲^{+}} \frac{۸ - {}^{۲}(۴ - x)۲}{۲ - x} = \lim_{x \to ۲^{+}} \frac{۲۴ + x۱۶ - {}^{۲}x۲}{۲ - x} = \lim_{x \to ۲^{+}} \frac{(۱۲ - x۲)(۲ - x)}{۲ - x}$$

$$\lim_{x \to ۲^{+}} (۱۲ - x۲) = ۱۲ - (۲)۲ = ۸-$$

$$h'_{-}(۲) = \lim_{x \to ۲^{-}} \frac{۸ - x۸ + {}^{۲}x۲-}{۲ - x} = \lim_{x \to ۲^{-}} \frac{(-x۲ + ۴)(۲ - x)}{۲ - x} = \lim_{x \to ۲^{-}} (-x۲ + ۴) = -(۲)۲ + ۴ = ۰$$

$$k'_{+}(۲) = \lim_{x \to ۲^{+}} \frac{۲ - ۲}{۲ - x} = \frac{۰}{۰^{+}} = ۰$$

Telegram: @konkur_in

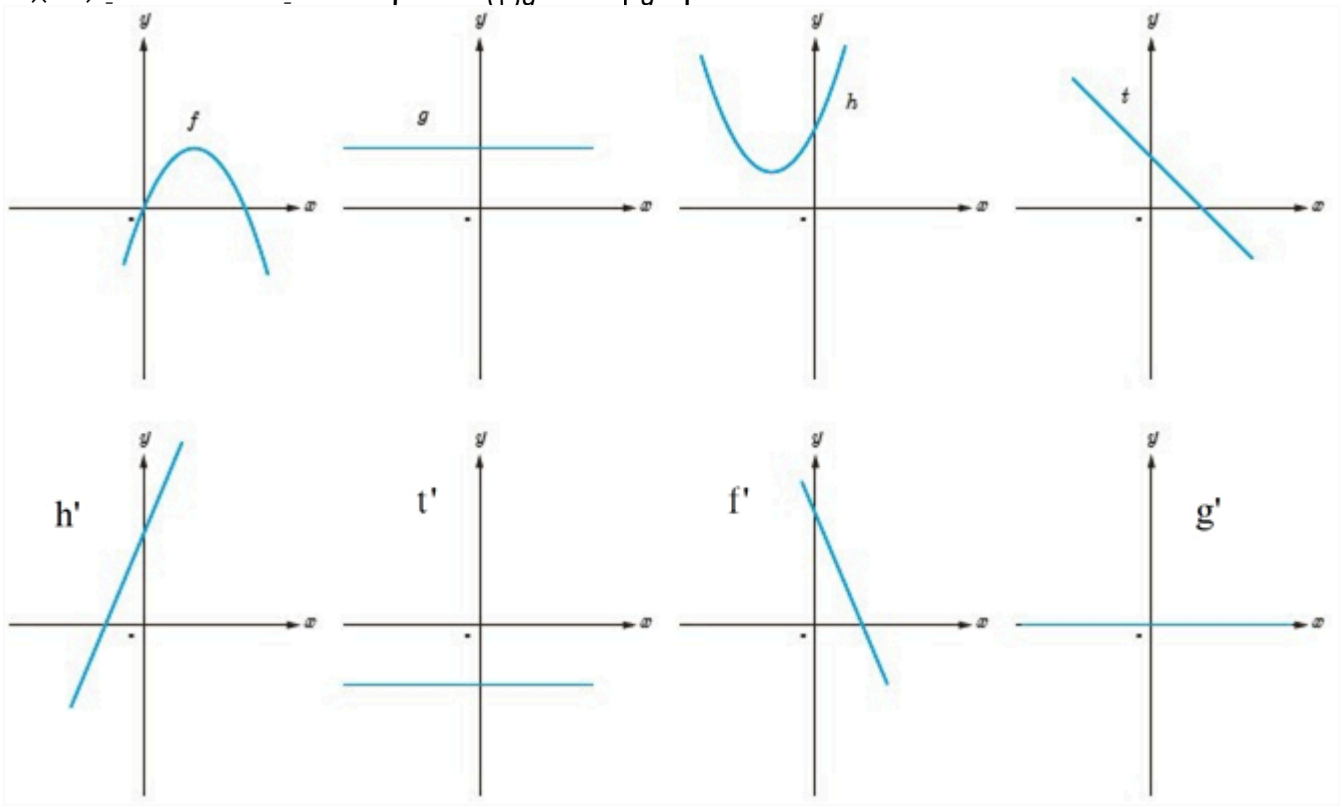
www.konkur.in

$\frac{f}{g}$	$(f)'k = (kf)'$

$$\lim_{x\to -2^-} \frac{x^2}{4+x} - 2 \over 2-x = (-2)'_-f \neq \frac{f(2)}{g(2)} = (2)$$

$$\lim_{x\to -2^+} \frac{8-x^2+x^2}{(4+x)(2-x)} = (-2)'_+f$$

۱۰۹



۱۱۰ تابع در $x = 0$ دارای مماس قائم است زیرا قدر مطلق مشتق آن در $x = 0$ برابر $+\infty$ است.

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt[3]{x}}$$

$$\lim_{x\to 0} |f'(x)| = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

۱۱۱

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{x^2-4}{x-2} = f'_+(2) = 4$$

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{-(x^2-4)-0}{x-2} = f'_-(2) = -4$$

$$\lim_{x\to -2^+} \frac{x^2-4}{2+x} = f'_+(-2) = -4$$

$$\lim_{x\to -2^-} \frac{-(x^2-4)-0}{2+x} = f'_-(-2) = 4$$

$$f'_-(2) \neq f'_+(2) \qquad f'_-(-2) \neq f'_+(-2)$$

نتیجه می‌گیریم تابع در نقاط ۲ و ۲- مشتق‌پذیر نیست.

۱۱۲

$$f'_1(x) = 5 \Rightarrow f_1(x) = 5x - 3$$

$$f'_2(x) = 5 \Rightarrow f_2(x) = 5x + 1$$

$$f'_3(x) = 5 \Rightarrow f_3(x) = 5x + 4$$

۱۱۳

$$\lim_{x\to 1^+} (3 + x^2) = 4 \qquad \lim_{x\to 1^-} (x^2) = 2 \qquad f(1) = 4$$

حد چپ با حد راست در نقطه $x = 1$ برابر نیست پس پیوسته نیست و در نتیجه مشتق‌پذیر نیست.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

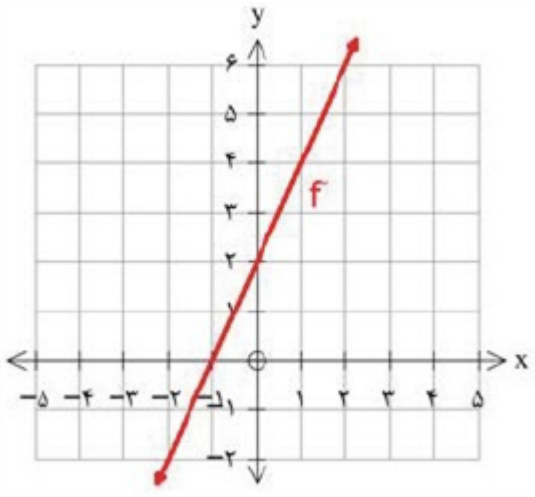
الف) $f'(-۱) < f'(۰) < f'(۲) < f'(۳)$

ب) $f'(x) = x۲ + ۲$

$f'(۳) = ۸, f'(۲) = ۶, f'(۰) = ۲, f'(-۱) = ۰$

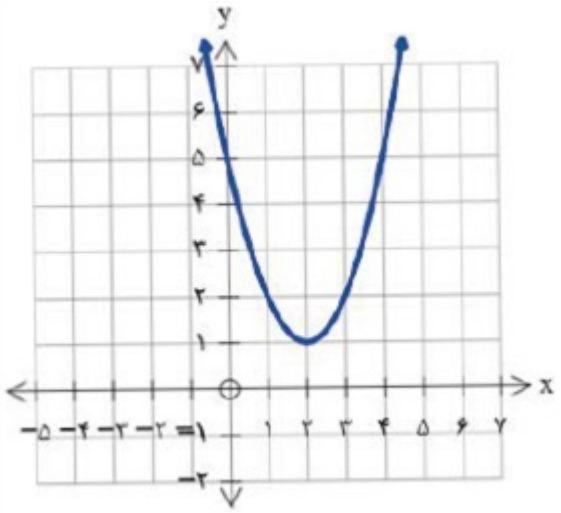
$f'(۳) > f'(۲) < f'(۰) > f'(-۱)$

پ) تاب مشتق:



Telegram: @konkur_in

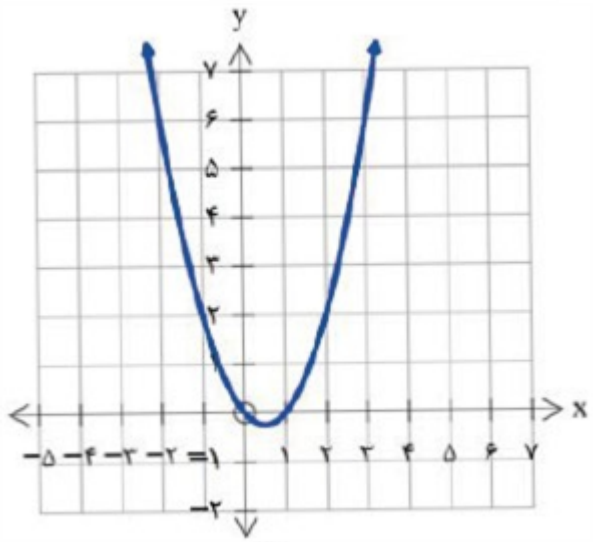
۱۱۵



الف) $f(x) = x^2 - 4x + 5$

$f'(x) = 2x - 4$

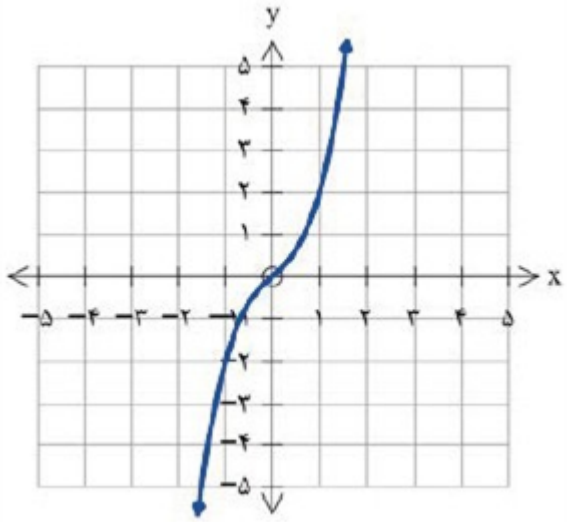
$2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$



ب) $f(x) = x^2 - x$

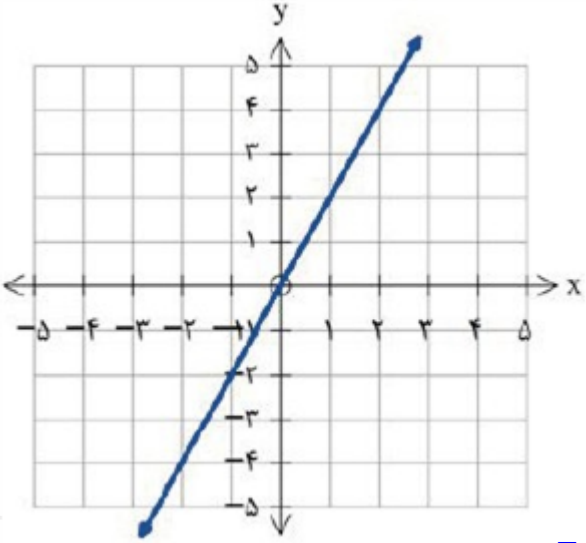
$f'(x) = 2x - 1$

$f'(2) = 2\times 2 - 1 = 3$



پ) $f(x) = x^3 + x$

$f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$

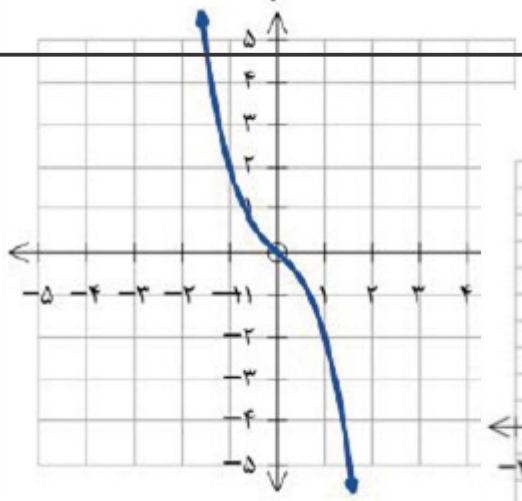


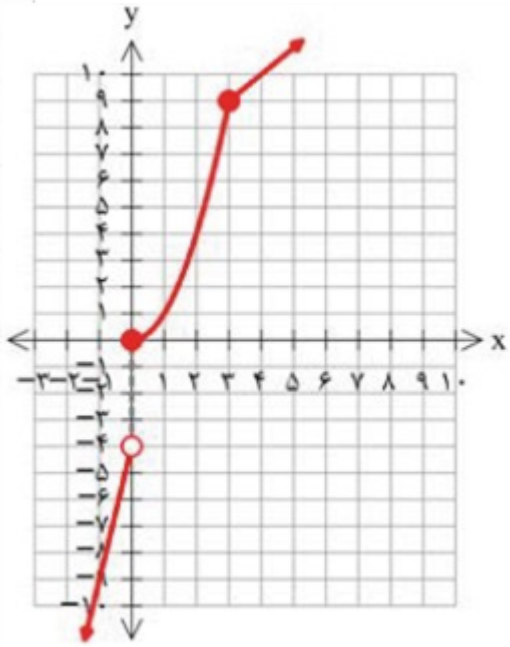
ت) $f(x) = 2x$

$f'(x) = 2$

Telegram: @konkur_in

۱۱۶ الف) نمودار $f(x)$





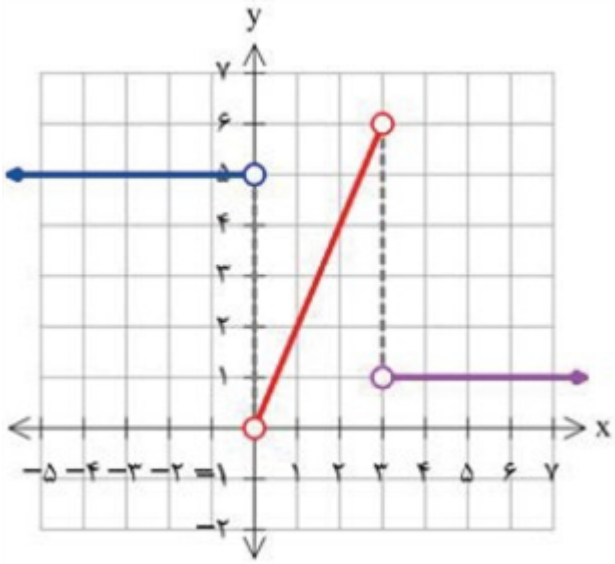
ب) $f(۳) = ۹$ $\qquad$ $f(۰) = ۰$

$$f'_+(۳) = \lim_{x \to ۳^+} \frac{۹ - ۶ + x}{۳ - x} = ۱ \qquad f'_+(۰) = \lim_{x \to ۰^+} \frac{۰ - x^۲}{۰ - x} = x \lim_{x \to ۰^+} = ۰$$

$$f'_-(۰) = \lim_{x \to ۰^-} \frac{۴ - ۰}{۰} = +\infty \qquad f'_-(۳) = \lim_{x \to ۳^-} \frac{۹ - x^۲}{۳ - x} = \lim_{x \to ۳^-} (۳ + x) = ۶$$

پ) $f'(x) = \begin{cases} ۵ & x < ۰ \\ x^۲ & ۰ < x < ۳ \\ ۱ & x > ۱ \end{cases}$

ت) نمودار $f'(x)$



۱۱۷ الف) $f'_+(۰) = ۰$, $f'_-(۰) = -۱$ $\Rightarrow f'(۰)$ وجود ندارد

ب) $f'_+(۱) = -۱$, $f'_-(۱) = ۰$ $\Rightarrow f'(۱)$ وجود ندارد

پ) $f'_+(۴) = \frac{۱}{۲}$, $f'_-(۴) = \frac{۱}{۴}$ $\Rightarrow f'(۴)$ وجود ندارد

$f'(x) = \begin{cases} ۲x & x \geq ۲ \\ \end{cases}$

Telegram: @konkur_in

۱۱۸

$$\begin{cases} |۲ - x| = (x)f \\ ۶ + x - = (x)g \end{cases} \quad ۲ < x$$

۱۱۹

$$m = \frac{(A)f - (B)f}{A^x - B^x} = \frac{(A)f - (C)f}{A^x - C^x} = (A)'f \Rightarrow \frac{۲۵ - (B)f}{۴ - ۵} = \frac{۲۵ - (C)f}{۴ - ۳} = ۵/۸$$

$$B \Rightarrow \begin{vmatrix} ۵ \\ ۵/۲۶ \end{vmatrix} A, \begin{vmatrix} ۴ \\ ۲۵ \end{vmatrix} C, \begin{matrix} ۳ \\ ۵/۲۳ \end{matrix}$$

$$\begin{cases} ۵/۲۶ = (B)f \Rightarrow ۵/۸ = \frac{۲۵ - (B)f}{۱} \\ ۵/۲۳ = (C)f \Rightarrow ۵/۸ = \frac{۲۵ - (C)f}{۴ - ۳} \end{cases}$$

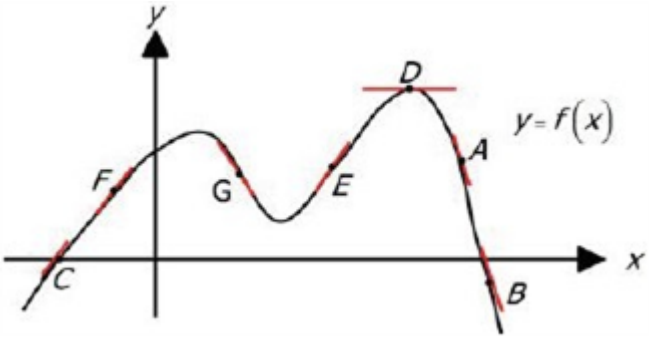
۱۲۰

$$f'(-۱) = (-۱)^۳ - ۲ = -۱ - ۲ = -۳$$

$$\lim_{x \to -۱} \frac{(۱ + x - x^۲)(۱ + x)}{۱ + x} = \lim_{x \to -۱} \frac{۱ + x^۳}{۱ + x} = \lim_{x \to -۱} \frac{۳ + ۲ - x^۳}{۱ + x} = \lim_{x \to -۱} \frac{(-۱)f - (x)f}{۱ + x} = (-۱)'f$$

$$\lim_{x \to -۱} (۱ + x - x^۲) = ۳$$

۱۲۱



۱۲۲

x	f'(x)
d	۰
b	۰/۵
c	۲
a	-۰/۵
e	-۲

۱۲۳

$$m_{AB} > ۰ \quad ۱ > m_C < m_B < m_A$$

الف) $m_۱$ ب) $m_۲$ پ) $m_۳$ ت) $m_۴$

ث) $m_۵ = ۰$ ج) $m_۶ = ۱$

$$m_۱ > m_۶ > m_۴ > m_۲ > m_۳ > m_۵$$

۱۲۴

نقطه	شیب
F	-۳
C	-۱
E	۰
A	$\frac{۱}{۲}$
B	۱
D	۲

Telegram: @konkur_in

۱۲۵

$f(۲) = ۳(۲)^{۲} - ۲(۲) + ۱ = ۹$

$f'(۲) = \lim_{x \to ۲} \frac{f(x) - f(۲)}{x - ۲} = \lim_{x \to ۲} \frac{x^{۳} - ۲x^{۲} + x - ۱ - ۹}{x - ۲} = \lim_{x \to ۲} \frac{x^{۳} - ۲x^{۲} - ۸}{x - ۲}$

$= \lim_{x \to ۲} (x^{۲} + ۱۰) = ۱۰$

معادله خط مماس $y = ۱۰x - ۱۱ \Rightarrow y - ۹ = ۱۰(x - ۲)$

۱۲۶

$f'_{+}(۳) = \lim_{x \to ۳^{+}} \frac{|x^{۲} - ۹|}{x - ۳} = \lim_{x \to ۳^{+}} \frac{|(x + ۳)(x - ۳)|}{x - ۳} = \lim_{x \to ۳^{+}} \frac{(x + ۳)(x - ۳)}{(x - ۳)} = (۳ + ۳) = ۶$

$f'_{-}(۳) = \lim_{x \to ۳^{-}} \frac{|x^{۲} - ۹|}{x - ۳} = \lim_{x \to ۳^{-}} \frac{|(x + ۳)(x - ۳)|}{x - ۳} = \lim_{x \to ۳^{-}} \frac{-(x + ۳)(x - ۳)}{(x - ۳)} = -(۳ + ۳) = -۶$

معادله نیم‌مماس راست: $y - y_{۰} = m(x - x_{۰}) \Rightarrow y - ۰ = ۶(x - ۳) \Rightarrow y = ۶x - ۱۸$

معادله نیم‌مماس چپ: $y - ۰ = -۶(x - ۳) \Rightarrow y = -۶x + ۱۸$

۱۲۷

$\frac{۱}{۹} = \frac{۵}{۴۵} = \frac{۳۲ - ۳۷}{۴۵} = \frac{f(۰) - f(۴۵)}{۰ - ۴۵}$

۱۲۸

سرعت متوسط: $\frac{۶}{۳} = \frac{p(۳) - p(۰)}{۳ - ۰} = \frac{(۵ + ۳ - ۳^{۲}) - (۵)}{۳} = ۲$

سرعت لحظه ای: $p'(t) = ۱ - ۲t \Rightarrow ۱ - ۲t = ۲ \Rightarrow ۳ = t^{۲} \Rightarrow t = ۱/۷۳ s$

۱۲۹

الف) $m(۱) - m(۴) = (۱ + ۱) - (۶۴ + ۲) = ۶۴$

ب) $m'(t) = \frac{۱}{۲\sqrt{t}} + ۳t^{۲} \Rightarrow m'(۴) = \frac{۱}{۴} + ۴۸ = \frac{۱۹۳}{۴}$

۱۳۰

$p'(t) = ۹۰۰ \Rightarrow ۱۲۰t - ۳x^{۲} = ۹۰۰ \Rightarrow ۴۰t + ۳۰۰ - t^{۲} = ۰ \Rightarrow (t - ۱۰)(t - ۳۰) = ۰$

$\Rightarrow \begin{cases} t = ۱۰ \\ t = ۳۰ \end{cases}$

۱۳۱

$f'(t) = \frac{-۱۰۰}{t^{۲}} \Rightarrow f'(۵) = \frac{-۱۰۰}{۲۵} = -۴$

۱۳۲

$$f'(x) = \begin{cases} ۲x + ۲ & : x > ۱ \\ ۲ & : ۰ < x < ۱ \\ ۱ & : x < ۰ \end{cases}$$

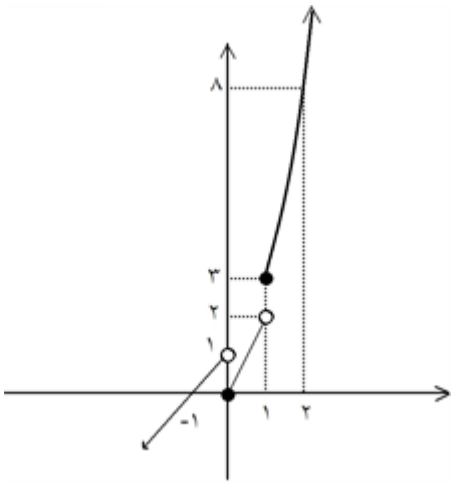
در نقاط $x = ۰$ و $x = ۱$ پیوسته نیست، پس مشتق‌پذیر هم نیست و $D_f = R - \{۰, ۱\}$

رسم نمودار f : $f(x) = \begin{cases} x^۲ + ۲x & : x \geq ۱ \\ ۲x & : ۰ \leq x < ۱ \\ x + ۱ & : x < ۰ \end{cases}$

x	۱	۲
y	۳	۸

x	۰	۱
y	۰	۲

x	-۱	۰
y	۰	+۱



۱۳۳

الف) $y' = \frac{(۱ + ۲x^۲)۳ - (۲ - ۳x)۴x}{(۲ - ۳x)^۲}$

ب) $y' = ۳(۱ + ۴x)^۳(۱ - ۳x)^۲(۳x۴) + ۴(۱ + ۴x)^۳(۱ - ۳x)(۲x۳)۴$

پ) $f'(x) = ۲ + ۳x^۲, g'(x) = \frac{۱}{۲\sqrt{x}} + \frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^۲}}$

$(fog)'(x) = g'(x).f'(g(x)) = \left(\frac{۱}{۲\sqrt{x}} + \frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^۲}}\right)(۲ + ۳(\sqrt{x} + \sqrt[۳]{x})^۲)$

$(fog)'(۱) = (۲ + ۳(۲)^۲)\frac{۵}{۶} = ۱۴ \times \frac{۵}{۶} = \frac{۳۵}{۳} \Rightarrow$

۱۳۴

$A(۴, ۸)$, m(مماس) $= ۱$

$y = x + b \Rightarrow ۸ = (۴)\frac{۳}{۲} + b \Rightarrow y = x\frac{۳}{۲} + b$

$B(۰, ۲) \Rightarrow y = x\frac{۳}{۲} + ۲$

۱۳۵

$f'(b) < ۰, f'(a) > ۰, f'(d) < ۰, f'(c) = ۰$

Telegram: @konkur_in

۱۳۶ $\lim_{x\to ۲} \frac{(۱+x۲)(۲-x)}{(۲-x)} = \lim_{x\to ۲} \frac{۲-x۳-{}^{۲}x۲}{۲-x} = \lim_{x\to ۲} \frac{f(۲)-f(x)}{۲-x} = f'(۲) = ۵$

۱۳۷ $A(۲,۶) \Rightarrow y = f(۲) = ۲^{۲}- ۱۰ = ۴+ ۱۰ = ۶ \Rightarrow x = ۲$

$\lim_{x\to ۲} \frac{-(۱۰+{}^{۲}x-)}{۲-x} = f'(۲) \Rightarrow \lim_{x\to ۲} \frac{f(۲)-f(x)}{۲-x} = f'(۲) \Rightarrow \lim_{x\to a} \frac{f(a)-f(x)}{a-x} = f'(a)$

$\lim_{x\to ۲} \frac{۴+{}^{۲}x-}{۲-x} = \lim_{x\to ۲} \frac{(۴-{}^{۲}x)-}{۲-x} = \lim_{x\to ۲} \frac{(۲+x)(۲-x)}{(۲-x)} = -(۲+۲) = -۴$

۱۳۸ $A(۱,۱) \Rightarrow y_{۱} = f(۱) = ۱+ \sqrt{۱-} ۱ = ۱$

$m = f'(۱) = ۲ + \frac{۱}{۲} = \frac{۵}{۲} \Rightarrow x۲ + \frac{۱}{\sqrt{۲x}} = f'(x)$

$y - y_{۱} = m(x - x_{۱}) \Rightarrow y - ۱ = \frac{۵}{۲}(x - ۱) \Rightarrow y = \frac{۵}{۲}x - \frac{۵}{۲} + \frac{۳}{۲}$

۱۳۹ $A \left| \begin{matrix} ۳ \\ ۵ \end{matrix} \right., m = ۵/۰$

$y = ۵/۳ + x۵/۰ \Rightarrow y - y_{A} = m(x - x_{A}) \Rightarrow y - ۵ = ۵/۰(x - ۳)$

$C \left| \begin{matrix} ۲ \\ ۵/۴ \end{matrix} \right. \Rightarrow C \left| \begin{matrix} ۲ \\ ۵/۳ + (۲)۵/۰ \end{matrix} \right.$

$B \left| \begin{matrix} ۴ \\ ۵/۵ \end{matrix} \right. \Rightarrow B \left| \begin{matrix} ۴ \\ ۵/۳ + (۴)۵/۰ \end{matrix} \right.$

۱۴۰ $f'(x) = ۳x^{۲} \Rightarrow f'(۲) = ۱۲$

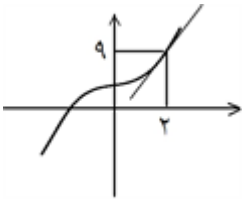
۱۴۱ $m = \frac{۹-۱-{}^{۳}(۹۹۹/۱)}{۲-۹۹۹/۱} = ۹۹۴/۱۱$

۱۴۲

x	۲	۲/۱
y	۹	۱۰/۲۶۱

$m = \frac{۹-۱۰/۲۶۱}{۲-۱/۲} = ۱۲/۶۱$

۱۴۳



۱۴۴ $\lim_{x\to ۱^{-}} f(x) = \lim_{x\to ۱^{+}} f(x) \Leftarrow a = ۱ \Leftarrow a + ۱ = ۲ \Leftarrow$ پیوستگی :

ولی به ازای $a = ۰$ مشتق چپ و است برابر نیستند پس مشتق‌پذیر نیست.

۱۴۵ $\lim_{x\to -۱^{-}} f(x) = \lim_{x\to -۱^{+}} f(x) \Leftarrow a = -۲ \Leftarrow a + ۱ = ۳ - a- \Leftarrow$ پیوستگی :

به ازای $a = -۲$ مشتق چپ و است برابرند پس تابع مشتق‌پذیر است.

Telegram: @konkur_in

۱۴۶ پیوستگی: $k = ۱ + b$

برابری مشتق چپ و راست: $\frac{k}{۳} = ۱$

$$\left.\begin{array}{l} ۲ = b \\ ۳ = k \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} k = ۱ + b \\ \frac{k}{۳} = ۱ \end{array}\right.$$

۱۴۷

$$\left.\begin{array}{rl} \text{شرط پیوستگی} \leftarrow & ۱ = a + b + c \\ \text{شرط وجود مشتق اول} \leftarrow & ۳ = ۲a + b \\ \text{شرط وجود مشتق دوم} \leftarrow & ۶ = ۲a \end{array}\right. \rightarrow \left\{\begin{array}{l} a = ۳ \\ b = -۳ \\ c = ۱ \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{ll} ۶x & ۰ \geqslant x \\ ۲a & ۱ < x \end{array}\right\} f''(x) \Rightarrow \left.\begin{array}{ll} ۳x^{۲} & ۱ \geqslant x \\ b + ۲ax & ۱ < x \end{array}\right\} = f'(x)$$

۱۴۸

$$g(x) = f(x) \rightarrow g'(x) = f'(x) = \frac{۱}{x}$$

$$f(-x) = g(-x) \rightarrow g'(x) = f'(x) = \frac{۱}{-x} - = -f'(-x) = \frac{۱}{x}$$

۱۴۹

$$g'(x) = ۲x. f'(۱ + x^{۲}) = \frac{۱}{۱ + x^{۲}} \times ۲x = \frac{۲x}{۱ + x^{۲}}$$

۱۵۰

$$F'(x) = g'(x) \times f'(g(x)) \times ۲x = \frac{۳}{۴ + \sqrt[۳]{(۱ - x^{۲})^{۲}}} \times ۲x$$

۱۵۱

$$f'(t) = \frac{\sqrt[۳]{t^{۲}}}{\sqrt[۴]{t^{۳} + ۴\sqrt{۲}}}$$

۱۵۲

$$f'(r) = \frac{۲ - ۳r^{۲}}{\sqrt[۳]{۵ + ۲r - r^{۳}}\sqrt{۲}}$$

۱۵۳

$$f'(x) = -۲\left(\frac{۷}{x} - x^{۳}\right)^{۳}\left(\frac{۷}{x^{۲}} + ۳x^{۲}\right)$$

۱۵۴

$$F'(۰) = g'(۰) \times f'(g(۰)) \times ۳ = ۳$$

۱۵۵

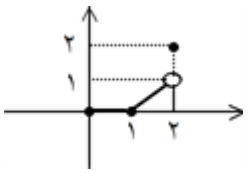
$$f'(۱) = \lim_{x \to ۱} \frac{f(x) - f(۱)}{x - ۱} = \lim_{x \to ۱} g(x) = g'(۱)$$

۱۵۶

$$x \geqslant ۱ \rightarrow f(x) = x - ۱ \Rightarrow f'_{+}(۱) = ۱$$

$$x \geqslant ۰ \rightarrow f(x) = ۱ > x \Rightarrow f'_{-}(۱) = ۰$$

پس $f'(۱)$ وجود ندارد.



۱۵۷ پیوستگی راست ندارد، پس مشتق راست ندارد.

۱۵۸

$$f'_{+}(۰) = ۰ \neq ۱ = f'_{-}(۰)$$

Telegram: @konkur_in

۱۵۹ در $x = ۰$ مشتق ندارد

$$h'(a) = \lim_{a \to x} \frac{\frac{۱}{a} - \frac{۱}{x}}{a - x} = \lim_{a \to x} \frac{۱}{ax} = -\frac{۱}{a^{۲}}$$

۱۶۰
$$g'(a) = \lim_{a \to x} \frac{a^{۴} - x^{۴}}{a - x} = ۴a^{۳}$$

۱۶۱
$$f'(a) = \lim_{a \to x} \frac{۳ + ۴a^{۲} - ۳ - ۴x^{۲}}{a - x} = ۸a$$

۱۶۲
$$f'(۰) = \lim_{۰ \to x} \frac{۱ - \sqrt{۱ + x^{۲}}}{x} = \lim_{۰ \to x} \frac{x^{۲}}{(۱ + \sqrt{۱ + x^{۲}})x} = ۰$$

۱۶۳
$$f'(۱) = \lim_{۱ \to x} \frac{۱ - \sqrt[۳]{x}}{۱ - x} = \lim_{۱ \to x} \frac{۱}{۱ + \sqrt[۳]{x} + \sqrt[۳]{x^{۲}}} = \frac{۱}{۳}$$

۱۶۴
$$f'(x) = ۳x^{۲} \Rightarrow f'(۲) = ۱۲$$

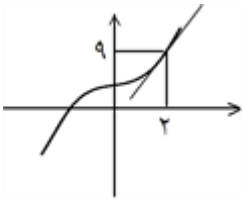
۱۶۵
$$m = \frac{(۹۹۹/۱)^{۳} - ۱ - ۹}{۹۹۹/۱ - ۲} = ۹۹۴/۱۱$$

۱۶۶

x	۲	۲/۱
y	۹	۱۰/۲۶۱

$$m = \frac{۱۰/۲۶۱ - ۹}{۲/۱ - ۲} = ۱۲/۶۱$$

۱۶۷



۱۶۸

شیب	-۲	-۱	۰	$\frac{۱}{۲}$	۱	۳
نقطه	C	F	E	B	D	A

۱۶۹
$$S'(t) = ۴ + ۲t \to ۰ = S'(t) \to ۰ = ۲$$

۱۷۰
$$\bar{V} = \frac{S(۳) - S(۲)}{۳ - ۲} = ۱۰$$

۱۷۱
$$\bar{V} = \frac{۲ \times ۲^{۲} - (۱/۲)^{۲}}{۲ - ۱/۲} = ۸۲/۰$$

۱۷۲
$$S'(t) = ۴t \Rightarrow S'(۲) = ۸$$

۱۷۳
$$y' = \frac{(۵ + x۲ - x^{۳} + x^{۲} + x^{۳} - x^{۲})(۵ - x۸ + x^{۲} \times ۹ - x^{۳}) - (۱۰ + x۵ - x^{۲} + x^{۳} - x)(۲ - x۶ + x^{۲} + x^{۳} \times ۱۲ - x^{۱۰})}{(۱۰ + x۵ - x^{۲} + x^{۳} - x)^{۲}}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۷۴

$f'(3^+) = 3 \Rightarrow f'(x) = 3 \Rightarrow x < 3$

$f'(3^-) = 2 \Rightarrow f'(x) = 3 \Rightarrow x > 3$

$f'(3^-) \neq f'(3^+)$ تابع f در $x = 3$ مشتق‌پذیر نیست.

۱۷۵

$f'(2^+) = 2x - 2 \Rightarrow f'(x) = 2 \Rightarrow x < 2$

$f'(2^-) = -3 \Rightarrow f'(x) = 2 \Rightarrow x > 2$

$f'(2^-) \neq f'(2^+)$ تابع f در $x = 2$ مشتق‌پذیر نیست.

۱۷۶

$S = 4/78t - 4/9t^2 \Rightarrow V = 4/78 - 9/8t \Rightarrow t = \frac{-4/78}{-9/8}$

الف) $S'_{(1)} = 4/78 - 9/8 = -4/68 \frac{m}{s}$

ب) $S'_{(4)} = V_{(4)} = 4/78 - 9/8(4) = -39/2 \frac{m}{s}$

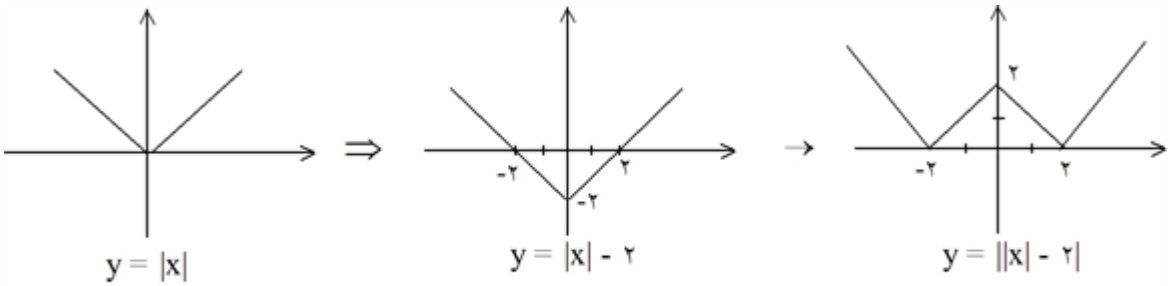
ج) $V = 0 \Rightarrow t = \frac{4/78}{9/8} = 0/8s$

د) $S_{(8)} = 4/78 \times 8 - 4/9 \times 64 = -313/6m$

هـ) $S = 0 \Rightarrow t = \frac{4/78}{4/9} = 1/6s$

و) $V_{(1/6)} = -4/78 \frac{m}{s}$

۱۷۷



۱۷۸

f باید در $x = 1$ پیوسته باشد $\rightarrow a + b = 2 \rightarrow b = 2 - a$

$$b = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = \lim\limits_{x \to 1^+} \frac{ax - 1}{x - 1} = \lim\limits_{x \to 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1) \\ 2 = \lim\limits_{x \to 1^-} \frac{x^2 + 1 - 2}{x - 1} = \lim\limits_{x \to 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1) \end{cases}$$

۱۷۹

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \to 1^+} [x] = f'(1) = 1 \\ \lim\limits_{x \to 1^-} [x] = f'(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \lim\limits_{x \to 1} \frac{[x](1 - x)}{1 - x} = \lim\limits_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{1 - x} = f'(1)$$

f در $x = 1$ مشتق ندارد و $x = 1$ نقطه‌ی زاویه‌دار است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۸۰ $\left.\begin{array}{l} 1 = \lim\limits_{x \to 0^+} \frac{\sqrt{x}\sqrt{1+x}}{x} = f'(0) \\ -1 = \lim\limits_{x \to 0^-} \frac{\sqrt{x}\sqrt{1+x}}{x} = f'(0) \end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x}\sqrt{|x|} - 0}{x - 0} = f'(0) \to \sqrt{1+x}\sqrt{|x|} = f(x)$

f در $x = 0$ مشتق ندارد و $x = 0$ نقطه‌ی زاویه‌دار است.

۱۸۱ $\left.\begin{array}{l} +\infty = \lim\limits_{x \to 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = \lim\limits_{x \to 0^+} \frac{\sqrt{x}}{x} = f'(0) \\ -\infty = \lim\limits_{x \to 0^-} \frac{-1}{\sqrt{-x}} = \lim\limits_{x \to 0^-} \frac{\sqrt{-x}}{x} = f'(0) \end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{|x|}}{x} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{f(0) - f(x)}{0 - x} = f'(0)$

f در $x = 0$ مشتق ندارد و $x = 0$ نقطه‌ی بازگشت است.

۱۸۲ $I = \frac{dQ}{dt} = Q'_t = 3 + 4t \to I(t = 5) = 3 + (4)(5) = 23$ آمپر

۱۸۳ $\left[(x - \sqrt{x^2+1})^7 (x + \sqrt{x^2+1})^7\right]' = (f(x).g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

$\left[1^7\right]' = (1) = 0$

۱۸۴ $y' = f'((5x)) \Rightarrow y = f(5x) \Rightarrow (5x)'5f = 5 \times \frac{1}{5x} = \frac{1}{x}$

۱۸۵ $y' = \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{x}}\sqrt{5} + (1 + x + x^2)\sqrt{x}\sqrt{5} = \left[\sqrt{x}(1 + 2x) + (1 + x + x^2)\frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{x}}\right]\sqrt{5} \Rightarrow y = \left[(1 + x + x^2)\sqrt{x}\right]\sqrt{5}$

$y' \Rightarrow \left(\frac{(2x)(1 + 2x) + 1 + x + x^2}{\sqrt{2}\sqrt{x}}\right)\sqrt{5} = \frac{(1 + 3x + 5x^2)5}{\sqrt{2}\sqrt{5x}}$

۱۸۶ $y' \Rightarrow \left(\frac{\frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{x}}(1 + x^2) - \sqrt{x}2x}{(1 + x^2)^2}\right)\sqrt{2} \Rightarrow y = \left(\frac{\sqrt{x}}{1 + x^2}\right)\sqrt{2}$

$\left(\frac{1 + 3x^2}{(1 + x^2)^2\sqrt{x}\sqrt{2x}}\right)\sqrt{2} = \left(\frac{1 + 3x^2}{(1 + x^2)^2\sqrt{2}\sqrt{x}}\right)\sqrt{2}$

۱۸۷ $y' = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}\sqrt{x}} + (1 - x^2)\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}\sqrt{x}} = \frac{1 - x^2 + 6x^2}{\sqrt[3]{x^2}\sqrt{x}} = \frac{1 - 7x^2}{\sqrt[3]{x^2}\sqrt{x}}$

۱۸۸ $y' = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{x}}(1 + x) - \sqrt{x}}{(1 + x)^2} = \frac{1 - x}{(1 + x)^2\sqrt{2}\sqrt{x}}$

۱۸۹ $A(0, 1) \Rightarrow y_0 = 1 \to x_0 = 0$

$y' \Rightarrow m = \frac{1}{3} = \frac{3}{9} = \frac{3}{(2 + x)^2}(1) \Rightarrow y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} \Rightarrow (1 - x)\frac{1}{3} = 0 - y \Rightarrow \frac{1}{3} - x\frac{1}{3} = y$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۹۰ $(۰,۱)A \Rightarrow ۰ = ۱ - ۱ = {}_۰y \Rightarrow {}_۰y = {}_۰x$

$۱ - x = y \Rightarrow (۱ - x)۱ = ۰ - y \Rightarrow ۱ = m \Rightarrow ۱ = (۱)'y \Rightarrow ۱ - ۲x = {}'y$

۱۹۱ $$\frac{۱ + ۲x - {}^۲x -}{{}^۲(۱ + {}^۲x)} = \frac{(۱ + x)۲x - (۱ + {}^۲x)(۱)}{{}^۲(۱ + {}^۲x)} = (x)'f$$

۱۹۲ $$\frac{۳ + ۴x - {}^۲۳x}{{}^۲(۱ - {}^۲x)} = \frac{(۱ + ۳x - {}^۲x)۲x - (۱ - {}^۲x)(۳ - ۲x)}{{}^۲(۱ - {}^۲x)} = (x)'f$$

۱۹۳ $$\frac{x۱۸}{{}^۲(۵ + {}^۲x)} = \frac{(۴ - {}^۲x)۲x - (۵ + {}^۲x)۲x}{{}^۲(۵ + {}^۲x)} = (x)'f$$

۱۹۴ $$۲۰x + {}^۴۲۵x = ({}^۲۵x){}^۲۳x + (۲ + {}^۳x)۱۰x = (x)'f$$

۱۹۵ $$۷ - ۲۴x = (۲ + ۳x)۴ + (۵ - ۴x)۳ = (x)'f$$

۱۹۶ $$\frac{۳-}{{}^۲(۳ - x)} = \frac{x - ۳ - x}{{}^۲(۳ - x)} = (x)'f$$

۱۹۷ $$۱- = \frac{۱}{x}\lim_{۱-\to x} = \frac{\frac{۱+x}{x}}{۱+x}\lim_{۱-\to x} = \frac{۱+\frac{۱}{x}}{۱+x}\lim_{۱-\to x} = \frac{(۱-)f-(x)f}{(۱-)-x}\lim_{۱-\to x} = (۱-)'f$$

۱۹۸ $$۱۲ = ۴ + ۴ + ۴ = (۴ + ۲x + {}^۲x)\lim_{۲+\to x} = \frac{۸ - {}^۳x}{۲ - x}\lim_{۲+\to x} = \frac{(۲)f-(x)f}{۲-x}\lim_{۲\to x} = (۲)'f$$

۱۹۹ $$۲- = (۱ - x)\lim_{۱-\to x} = \frac{۱ - {}^۲x}{۱ + x}\lim_{۱-\to x} = \frac{(۱-)f-(x)f}{(۱-)-x}\lim_{۱-\to x} = (۱-)'f$$

۲۰۰ $$۰ = \frac{۰}{{}_۰x - x}\lim_{{}_۰x\to x} = \frac{a - a}{{}_۰x - x}\lim_{{}_۰x\to x} = \frac{({}_۰x)f-(x)f}{{}_۰x-x}\lim_{{}_۰x\to x} = ({}_۰x)'f$$

۲۰۱ $$\frac{cm}{s}۹ = ۹ + (۴)۱۲ - {}^۲(۴)۳ = {}_۴'x \Rightarrow ۹ + ۱۲t - {}_t'x = {}_tV$$

$$\left.\begin{matrix} ۱S = t \\ S۳ = t \end{matrix}\right\} \Rightarrow ۰ = (۳ - t)(۱ - t) \Rightarrow ۰ = ۳ + ۴t - {}^۲t \overset{۳\div}{\to} ۰ = ۹ + ۱۲t - {}^۲۳t \Rightarrow ۰ = {}_tV$$

۲۰۲ $$\begin{cases} V = x^{۳} \xrightarrow{\text{لحظه ای}} V'_{(x)} = ۳x^{۲} \Rightarrow V'(۵) = ۷۵ \\ S = ۶x^{۲} \longrightarrow S' = ۱۲x \Rightarrow S'(۵) = ۶۰ \end{cases}, \quad \begin{cases} \frac{\Delta V}{\Delta x} = \frac{V(۲/۱) - V(۲)}{۲/۱ - ۲} = \frac{۹/۲۶۱ - ۸}{۰/۱} = ۱۲/۶۱ \\ \frac{\Delta S}{\Delta x} = \frac{s(۵/۰۲) - s(۵)}{۵/۰۲ - ۵} = \frac{۱۵۱/۲۰۲۴ - ۱۵۰}{۰/۰۲} = ۶۰/۱۲ \end{cases}$$

۲۰۳ $$\frac{m}{s}۳۹۰ = ۱۳۰ - ۵۲۰ = \frac{۰ - (۱۳۰۰ - ۵۲۰۰)}{۱۰} = \frac{(۰)S - (۱۰)S}{۰-۱۰} =$$ آهنگ تغییرات متوسط

(آهنگ لحظه‌ای) $$\frac{m}{s}۲۶۰ = ۲۶۰ - ۵۲۰ = (۱۰)V \to (t)V = ۲۶t - ۵۲۰ = {}_t'S$$

$$۵۲۰۰m = (۲۰)S \Rightarrow {}^s۲۰ = t \Rightarrow ۵۲۰ = ۲۶t \Rightarrow ۰ = (t)V$$

Telegram: @konkur_in

۲۰۴ $\left(+\infty, -\frac{۱}{۲}\right) = D_f$, $f'(x) = \frac{-۱}{\sqrt{۱+۲x}(۱+\sqrt{۱+۲x})^{۲}} = \frac{-\frac{۲}{\sqrt{۱+۲x}}}{(۱+\sqrt{۱+۲x})^{۲}}$

۲۰۵ $f'(x) = \frac{x}{(\sqrt{x}+x)^{۲}} = \frac{\frac{x}{۲\sqrt{x}} - x - \sqrt{x} + x}{(\sqrt{x}+x)^{۲}} = \frac{x\left(\frac{۱}{۲\sqrt{x}}+۱\right) - ۱(\sqrt{x}+x)}{(\sqrt{x}+x)^{۲}} = \frac{\frac{x-۲x}{۲\sqrt{x}}}{(\sqrt{x}+x)^{۲}}$

$D_f = (+\infty, ۰)$, $\frac{x}{(\sqrt{x}+x)۲\sqrt{x}} =$

۲۰۶ $D_f = (+\infty, ۰)$, $f'(x) = ۳(\sqrt{x}+۱)^{۲}x^{۲} = \left(\frac{۱}{۲\sqrt{x}}\right) = \frac{۳(\sqrt{x}+۱)^{۲}}{۲\sqrt{x}}$

۲۰۷ $D_f = (+\infty, ۰)$, $f'(x) = \frac{-۱}{(\sqrt{x}+۱)۲\sqrt{x}^{۲}} = \frac{-\frac{۱}{۲\sqrt{x}}۱x}{(\sqrt{x}+۱)^{۲}}$

۲۰۸ $D_f = \left(+\infty, \frac{۲}{۳}\right)$, $f'(x) = \frac{۳}{\sqrt{۲-۳x}۲} = \frac{(۲-۳x)'}{\sqrt{۲-۳x}۲}$

۲۰۹ $D_f = R$, $f'(x) = ۳(۲-۵x^{۲})x۳۰ = ۱۰(x)^{۲}(۲-۵x^{۲}) = ۳$

۲۱۰ $D_f = R$, $f'(x) = ۴(۳+۲x)۳x۲ = ۸(۳+۲x)^{۳}$

۲۱۱ $D_f = R - \{-۱, ۰\}$, $f'(x) = \frac{۱(x) - ۱(۱+x)}{(۱+x)^{۲}} = \frac{۱}{(۱+x)^{۲}}$

۲۱۲ $f'(x) = \left(\frac{۱-x}{x-۳}\right)۲\left(\frac{۱-x}{x-۳}\right) = \left(\frac{۱(-۱)-(x-۳)۱}{(x-۳)^{۲}}\right)\left(\frac{۱-x}{x-۳}\right)۲ = \left(\frac{۲}{(x-۳)^{۲}}\right)\left(\frac{۱-x}{x-۳}\right)$

$D_f = R - \{۳\}$, $\frac{x۴-۴}{(x-۳)^{۳}} =$

۲۱۳ $D_f = R - \{-۱, ۲\}$, $f'(x) = \frac{-(۱+۲x)}{(۲-x+x^{۲})^{۲}} = \frac{-۱-۲x}{(۲-x+x^{۲})^{۲}}$

۲۱۴ $D_f = R - \{-۱\}$, $f'(x) = \frac{۳x^{۲}(۱+x^{۳})^{۲} - ۳x^{۲}(۱-x^{۳})^{۲}}{(۱+x^{۳})^{۲}} = \frac{۶x^{۲}}{(۱+x^{۳})^{۲}}$

۲۱۵ $f(x) = \frac{۱+x}{(۱-x)x} = \frac{۱+x}{x-x^{۲}}$

$D_f = R - \{۰, ۱\}$, $\frac{(۱+x)(۱-۲x) - (x-x^{۲})۱}{(x-x^{۲})^{۲}} = \frac{(۱-x+x^{۲})۲x - x - x^{۲}}{(x-x^{۲})^{۲}} = \frac{۱+۲x-x^{۲}}{(x-x^{۲})^{۲}}$ $f'(x) =$

Telegram: @konkur_in

۲۱۶ $\{1\} - R = {}_1D_f,\ \frac{-12}{(1-x)^4} = \frac{-3(1-x)4x^2}{(1-x)^6} = f'(x)$

۲۱۷ $\frac{-(2x+5)(2x+5)3}{x^4} = \frac{(3(2x+5)-4x)(2x+5)^2 3x}{x^6} = \frac{3x(2x+5)12 - x^3 3x^2(2x+5)^2}{x^6} = f'(x)$

$\{0\} - R = {}_1D_f$

۲۱۸ $\frac{19}{(3x+5)^2} = \frac{(3-2x)3-(3x+5)2}{(3x+5)^2} = f'(x)$ $\qquad \left\{\frac{5}{3}\right\} - R = {}_1D_f$

۲۱۹ $R = {}_1D_f \qquad \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{1x2x-(1+x^2)1}{(1+x^2)^2} = f'(x)$

۲۲۰ $\frac{2}{(1+x)^2} = \frac{(1-x)1-(1+x)1}{(1+x)^2} = f'(x)$ $\qquad \{-1\} - R = {}_1D_f$

۲۲۱ $6x+3x^2+6x^3+3x^4 = (2+x)(3x+3x^3) = f(x) \Rightarrow (2+x)(1+x^2)3x = f(x)$

$6+6x+18x^2+12x^3 = f'(x)$

۲۲۲ $12x^3-6x^2+3x^3 = 9x^3+6x^2-3x^3 = 3(x^3)+(2-3x)^2 3x = f'(x) \Rightarrow (2-3x)^3 x = f(x)$

۲۲۳ $7+5x- = 2+x\frac{5}{2}-x\frac{5}{2}-5 = (4-5x)\frac{1}{2}-\left(\frac{x}{2}-1\right)5 = f'(x) \Rightarrow \left(\frac{x}{2}-1\right)(4-5x) = f(x)$

۲۲۴ $(1+x)(1+x)+\left(x+\frac{x^2}{2}\right)1 = f'(x) \Rightarrow \left(x+\frac{x^2}{2}\right)(1+x) = f(x)$

$1+3x+\frac{3x^2}{2} = 1+2x+x^2+x+\frac{x^2}{2} =$

۲۲۵ $(x-3x^3)1+(9-x)(1-3x^2) = f'(x) \Rightarrow (9-x)(x-3x^3) = f(x)$

$9+2x-27x^2-4x^3 = x-3x^3+9+x-27x^2-3x^3 =$

۲۲۶ $5-12x = 9+6x+14-6x = (3+2x)3+(7-3x)2 = f'(x) \Rightarrow (7-3x)(3+2x) = f(x)$

۲۲۷ $13+18x = 12+18x+1 = 3x(2+3x)2+1 = f'(x) \Rightarrow 2(2+3x)+x = f(x)$

۲۲۸ $2x_3 3a + x_2 2a + {}_1a = f'(x) \Rightarrow 3x_3 a + 2x_2 a + x_1 a + {}_0a = f(x)$

۲۲۹ $x_2 2a + {}_1a = f'(x) \Rightarrow 2x_2 a + x_1 a + {}_0a = f(x)$

۲۳۰ ${}_1a = f'(x) \Rightarrow x_1 a + {}_0s = f(x)$

۲۳۱ $18x+6 = 3x(3x+1)2 = f'(x) \Rightarrow 2(3x+1) = f(x)$

Telegram: @konkur_in

۲۳۲ $f(x) = x + x^{۲} + \frac{x^{۳}}{۳} + \frac{x^{۲}}{۲} + ۱ \Rightarrow f'(x) = ۱ + x + x^{۲}$

۲۳۳ $f(x) = x^{۲} + \frac{۵x - ۴}{۳} \Rightarrow f'(x) = ۲x + \frac{-۵}{۳}$

۲۳۴ $f(x) = x^{۳} - ۳x \Rightarrow f'(x) = ۳x^{۲} - ۳$

۲۳۵ $f(x) = ۴x^{۲} + ۵x - ۲ \Rightarrow f'(x) = ۸x + ۵$

۲۳۶ $f(x) = x^{۳} + ۳x^{۲} + ۷x + ۳ \Rightarrow f'(x) = ۳x^{۲} + ۶x + ۷$

۲۳۷ $f(x) = ۳ + ۷x \Rightarrow f'(x) = ۷$

۲۳۸ $f(x) = ۷۳ \Rightarrow f'(x) = ۰$

۲۳۹ $\bar{v} = \frac{S\Delta}{t\Delta} = \frac{S(۲) - S(۰)}{۲ - ۰} = \frac{-۱۲}{۲} = -۶ \frac{m}{s}$

۲۴۰ $V(t) = S'(t) = ۶t - ۱۲$

۲۴۱ $v(t) = ۰ \Rightarrow ۶t - ۱۲ = ۰ \Rightarrow t = ۲s$

ارتفاع: $S(۲) = ۱۲ \times ۲ - ۳(۲)^{۲} = ۲۴ - ۱۲ = ۱۲m$

۲۴۲ $S(۴) = ۱۲(۴) - ۳(۴)^{۲} = ۴۸ - ۴۸ = ۰$ توپ به زمین برخورد می‌کند.

$V(۴) = ۶(۴) - ۱۲ = -۱۲ \frac{m}{s}$

۲۴۳ $x'_{t} = f'(t) = -۹/۸t + ۳۰ = v_{t}$

$v_{(۱)} = ۹/۸ + ۳۰ = ۲۰/۲ \frac{m}{s} \Rightarrow$

۲۴۴ $v(t) = -۹/۸t + ۳۰$

$v(۳) = -۳ \times ۹/۸ + ۳۰ = ۲۹/۴ + ۳۰ = ۰/۶ \frac{m}{s}$

۲۴۵ $\bar{v} = \frac{x\Delta}{t\Delta} = \frac{x(۱) - x(۴)}{۱ - ۴} = \frac{۷ - (-۲)}{۳} = ۳$

$x'_{t} = v_{t} = ۲ - ۲t \Rightarrow v(۰) = ۲-, \quad v(۱) = ۰, \quad v(۳) = ۴$

۲۴۶ $y' = m \rightarrow y' = ۱ - ۲x \Rightarrow f'\left(\frac{۱}{۲}\right) = ۱ - ۱ = ۰$

۲۴۷ $y' = m \Rightarrow y' = ۴ - ۶x \Rightarrow f'(-۱) = ۴ - (-۱)۶ = -۱۰$

۲۴۸ $f'(x) = m \rightarrow f'(x) = ۲x \Rightarrow f'(-۱) = -۲$

Telegram: @konkur_in

۲۴۹ $f'(x) = \text{شیب} = m = \frac{۲}{۳} \rightarrow x = f'(۳) = ۲$

۲۵۰ $\lim_{x \rightarrow \frac{-b}{۲a}} \frac{f(x) - f\left(\frac{-b}{۲a}\right)}{x - \left(\frac{-b}{۲a}\right)} = f'\left(\frac{-b}{۲a}\right)$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{-b}{۲a}} \frac{f(x) - f\left(\frac{-b}{۲a}\right)}{x - \left(\frac{-b}{۲a}\right)} = \lim_{x \rightarrow \frac{-b}{۲a}} \frac{\left(c + \frac{-b^{۲}}{۴a}\right) - c + bx + ax^{۲}}{x + \frac{b}{۲a}} = \lim_{x \rightarrow \frac{-b}{۲a}} \frac{۴a^{۲}x^{۲} + ۴abx + b^{۲}}{(۲ax + b)۲} = \lim_{x \rightarrow \frac{-b}{۲a}} \frac{(۲ax + b)^{۲}}{(۲ax + b)۲} = f'\left(\frac{-b}{۲a}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{-b}{۲a}} \frac{۲ax + b}{۲} = ۰$$

۲۵۱ $f'(۳-) = \lim_{x \rightarrow ۳-} \frac{۴ - \sqrt{x-۱}۲}{۳ + x} \times \frac{۴ + \sqrt{x-۱}۲}{۴ + \sqrt{x-۱}۲} = \lim_{x \rightarrow ۳-} \frac{۱۶ - (x-۱)۴}{(۳ + x)(۴ + \sqrt{x-۱}۲)}$

$$\lim_{x \rightarrow ۳-} \frac{۱۲ - ۴x-}{(۳ + x)(۴ + \sqrt{x-۱}۲)} = \lim_{x \rightarrow ۳-} \frac{۴-}{۴ + \sqrt{x-۱}۲} = \frac{۴-}{۴ + ۴} = \frac{۱-}{۲}$$

۲۵۲ $f'(۰) = \lim_{x \rightarrow ۰} \frac{f(x) - f(۰)}{x - ۰} = \lim_{x \rightarrow ۰} \frac{x}{(x+۱)x} = \lim_{x \rightarrow ۰} \frac{\frac{x}{x+۱} - ۰}{x} = ۱$

۲۵۳ $f'(۱-) = \lim_{x \rightarrow ۱-} \frac{f(x) - f(۱-)}{x - (۱-)} = \lim_{x \rightarrow ۱-} \frac{\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{x-۱}}{۱ + x} = \lim_{x \rightarrow ۱-} \frac{\frac{x+۱-۲}{(x-۱)۲}}{۱ + x} = \lim_{x \rightarrow ۱-} \frac{۱}{(۱ + x)(x - ۱)۲} = \frac{۱}{۴}$

۲۵۴ $f'(۱) = \lim_{x \rightarrow ۱} \frac{f(x) - f(۱)}{x - ۱} = \lim_{x \rightarrow ۱} \frac{۲ - ۲ - ۳x^{۲} + x^{۳}}{۱ - x} = \lim_{x \rightarrow ۱} \frac{(۴ + ۴x + x^{۲})(۱ - x)}{۱ - x} = ۹$

۲۵۵ $f'(۲) = \lim_{x \rightarrow ۲} \frac{f(x) - f(۲)}{x - ۲} = \lim_{x \rightarrow ۲} \frac{۵ - ۱ - ۳x}{۲ - x} = \lim_{x \rightarrow ۲} \frac{(۲ - x)۳}{۲ - x} = ۳$

۲۵۶ $\left.\begin{array}{l} V_{۰} = ۲۵۰۰ \times ۱۲۰ = ۳۰۰۰۰۰ \Rightarrow t = ۰ \\ V_{۸} = (۲۱۶۴)۱۲۰ = ۲۵۹۶۸۰ \Rightarrow t = ۸ \end{array}\right\} \Rightarrow V_{۸} - V_{۰} = ۴۰۳۲۰-$

آهنگ متوسط $= \frac{V_{۸} - V_{۰}}{۸} = \frac{۴۰۳۲۰-}{۸} = ۵۰۴۰-$

آهنگ لحظه‌ای : $V'_{(۱۰)} = (۲t + ۵۰-)۱۲۰ \Rightarrow V_t = (۲۰ + ۵۰-)۱۲۰ = ۳۶۰۰-$

۲۵۷ $\frac{P_{\Delta}}{t_{\Delta}} = \frac{P(۲) - P(۷)}{۲ - ۷} = \frac{۳۰۰۰ + ۱۰۰(۷)^{۲} - ۳۰۰۰ - ۱۰۰(۲)^{۲}}{۵} = \frac{(۴۹ - ۴)۱۰۰}{۵} = ۴۵ \times ۲۰ = ۹۰۰$

۲۵۸ $f'(x) = ۲x + ۶ \Rightarrow f'(۴) = ۲(۴) + ۶ = ۱۴$

۲۵۹ $\left.\begin{array}{l} f(۶) = ۳۶ + ۳۶ - ۷ = ۶۵ \\ f(۲) = ۴ + ۱۲ - ۷ = ۹ \end{array}\right\}$

آهنگ متوسط $= \frac{y_{\Delta}}{x_{\Delta}} = \frac{y_{۱} - y_{۲}}{x_{۱} - x_{۲}} = \frac{f(۲) - f(۶)}{۲ - ۶} = \frac{۹ - ۶۵}{۴} = \frac{۵۶}{۴} = ۱۴$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخنامه تستی

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

Telegram: @konkur_in

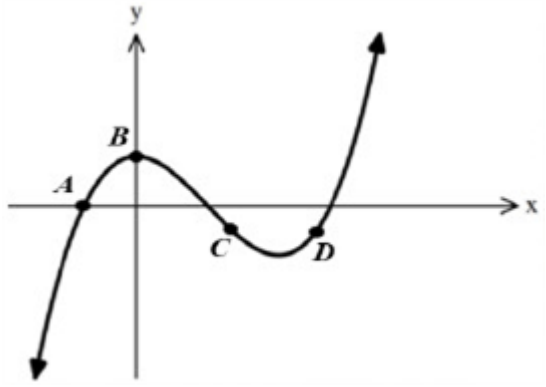
www.konkur.in

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

نام :	باسمه تعالی	نوبت امتحانی :
نام خانوادگی :		پایه :
نام پدر :		ساعت شروع :
شماره دانش آموزی :		مدت امتحان :
نام درس : ریاضی دوازدهم - فصل ۴		

تصحیح	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	تجدید نظر	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:
	تاریخ و امضا:	نمره با حروف:		تاریخ و امضا:	نمره با حروف:

ردیف	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	اگر $f(x) = ۲x^۲ - ۱$، آهنگ تغییر متوسط تابع از $x = ۲$ تا $x = ۵$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴	
۲	مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = (۵\sqrt{x} + ۲)\left(\frac{۱}{x}\right)$ ب) $g(x) = (۲x^۳ + ۵)^۴$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴	
۳	شیب نیم‌مماس چپ $f(x) = \lvert x^۲ - ۴ \rvert$ در نقطهٔ $x = ۲$ را با استفاده از تعریف مشتق به دست آورده سپس معادلهٔ نیم‌مماس چپ را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴	
۴	نقاط A، B، C و D روی نمودار تابع f، به صورت مقابل مشخص شده‌اند. الف) در کدام نقطه مقدار مشتق مثبت و مقدار تابع صفر است؟ ب) در کدام نقطه مقدار تابع و مقدار مشتق هر دو منفی است؟  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴	
۵	معادلهٔ حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^۲ - ۳t + ۱۲$ بر حسب متر در بازهٔ زمانی $[۱, ۶]$ داده شده است. الف) سرعت متوسط متحرک را در بازهٔ $[۱, ۶]$ به دست آورید. ب) سرعت لحظه‌ای متحرک را در لحظهٔ $t = ۲$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶ مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

الف) $f(x) = (\sqrt{x} + ۳x)^{۷}$ ب) $g(x) = \text{Cos}^{۳}(۴x)$

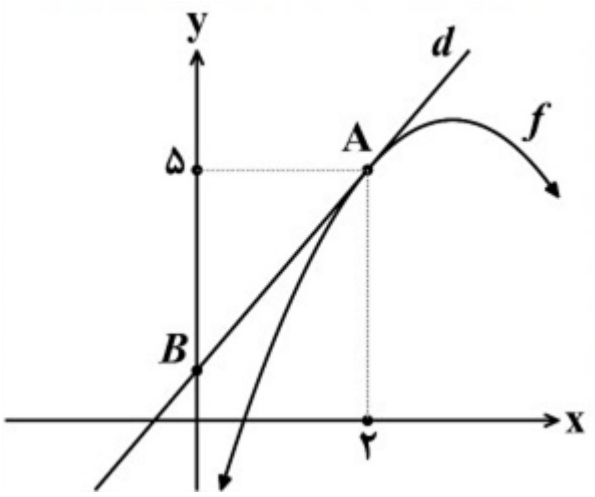
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴

۷ با استفاده از تعریف مشتق، مشتق‌پذیری تابع $f(x) = x\,|x - ۱|$ را در نقطهٔ $x = ۱$ بررسی کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴

۸ در شکل مقابل، خط d بر نمودار تابع f در نقطهٔ $A = (۲, ۵)$ مماس است.

اگر $\lim_{h \to ۰} \frac{f(۲) - f(۲ + h)}{h} = -۲$، آنگاه معادلهٔ خط d و عرض نقطهٔ B را به دست آورید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴

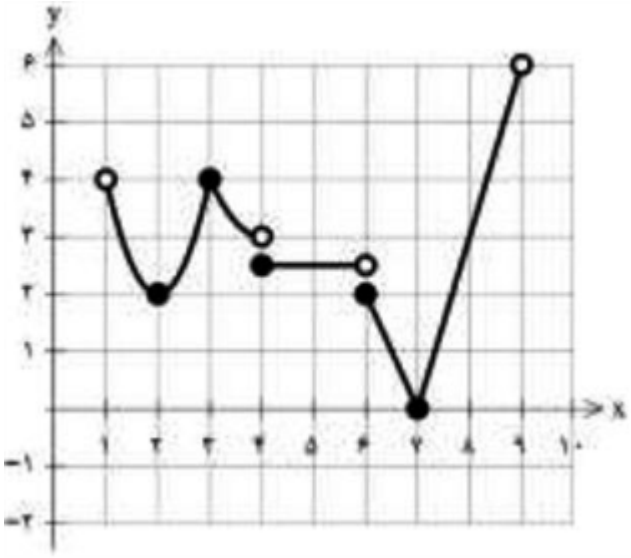
۹ تابع $f(x) = \sqrt[۷]{x} + ۵۰$ قد متوسط کودکان را بر حسب سانتی‌متر تا حدود ۶۰ ماهگی نشان می‌دهد، که در آن x مدت زمان پس از تولد (بر حسب ماه) است. آهنگ لحظه‌ای تغییر قد کودک را در ۲۵ ماهگی به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۴

۱۰ نمودار تابع f در زیر رسم شده است.

الف) تابع f در چند نقطه از دامنه‌اش مشتق‌ناپذیر است؟

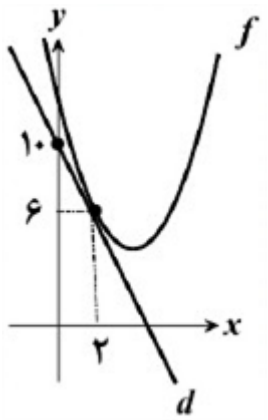
ب) آیا تابع f روی بازهٔ $[۴, ۶]$ مشتق‌پذیر است؟ چرا؟



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۴

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱	اگر $g'(۲)=۳$، $g(۲)=۵$ و $\lim_{x\to ۵}\frac{f(x)-f(۵)}{x-۵}=۴$ باشد، آنگاه مشتق تابع $h(x)=(fog)(x)$ را در $x=۲$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۴	
۱۲	مشتق توابع زیر را به دست آورید (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $f(x)=(x^۳+۶x)\sqrt[۳]{x}$ ب) $g(x)=\frac{۲x+۳}{۵x^۲+۴}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۴	
۱۳	مشتق تابع $f(x)=x^۲+۱$ را در $x=۲$ با استفاده از تعریف مشتق به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۴	
۱۴	آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $g(x)=\sqrt[۳]{x}$ را در نقطهٔ $x=۲۷$، به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۴	
۱۵	اگر f تابعی پیوسته با دامنهٔ اعداد حقیقی باشد و $f(۳)=۸+f(۱)$، آنگاه آهنگ متوسط تغییر تابع f را در بازهٔ $[۱,۳]$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۴	
۱۶	به کمک تعریف مشتق، متشق‌پذیری تابع $f(x)=\begin{cases}x^۲+۳ & x\geq ۱\\ ۴x & x<۱\end{cases}$ را در نقطهٔ $x=۱$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۴	
۱۷	مطابق شکل روبه‌رو، خط d بر نمودار تابع f در نقطهٔ $(۲,۶)$ مماس است. حاصل $\lim_{h\to ۰}\frac{f(۲)-f(۲+h)}{۳h}$ را به دست آورید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۴	
۱۸	یک توده باکتری پس از t ساعت، دارای جرم $m(t)=t+\sqrt{t}$ گرم است. الف) آهنگ متوسط رشد جرم این توده باکتری را در بازه زمانی $۰\leq t\leq ۴$ بیابید. ب) آهنگ رشد جرم توده باکتری در چه لحظه‌ای برابر $\frac{۵}{۴}$ است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۹ مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

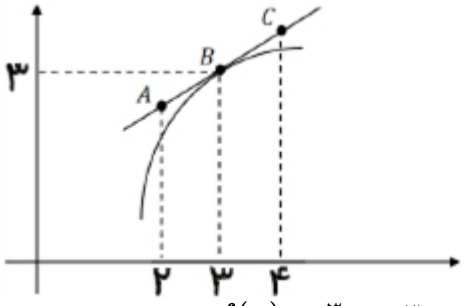
الف) $y = (x^۳ + ۱)\sqrt{۳x + ۲}$ ب) $y = \dfrac{x^۲ + ۱}{(۳x + ۱)^۵}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴

۲۰ با استفاده از تعریف مشتق، مشتق راست تابع $f(x) = \begin{cases} x^۲ + ۳ & x \geq ۱ \\ ۳x + ۱ & x < ۱ \end{cases}$ را در $x = ۱$ به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴

۲۱ تابع f به صورت زیر رسم شده است.



اگر $\lim\limits_{x \to ۳} \dfrac{f(x) - ۳}{x - ۳} = \dfrac{۳}{۴}$ باشد، آنگاه مختصات نقطهٔ A را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴

۲۲ اگر آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \mathrm{a}x^۲ - ۲x$ در بازه $[۰, ۳]$ برابر ۱ باشد:

الف) مقدار a را بیابید. ب) آهنگ لحظه‌ای تابع f را در $x = ۰$ به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴

۲۳ مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

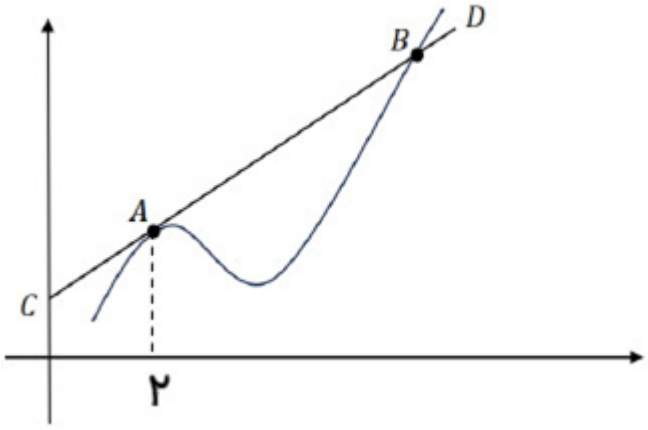
الف) $y = (x^۲ + ۱)^۳(۵x - ۱)$ ب) $y = \dfrac{\sqrt{x + ۱}}{x^۲ + ۲}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴

۲۴ با استفاده از تعریف مشتق، مشتق چپ تابع $y = |x^۲ - ۱|$ را در $x = ۱$ به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴

۲۵ خط D مطابق شکل زیر بر تابع f در نقطه A مماس است و از نقاط $B(۶, ۶)$ و $C(۰, ۱)$ عبور می‌کند.

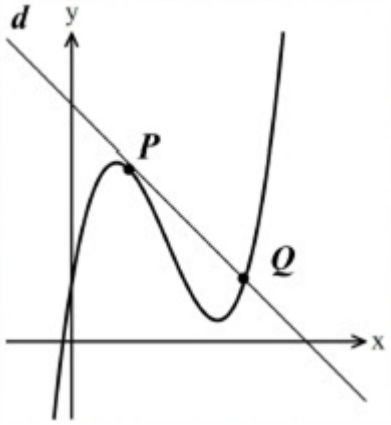


الف) مقدار $f'(۲)$ را به دست آورید. ب) مقدار تابع f را در $x = ۲$ مشخص کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴

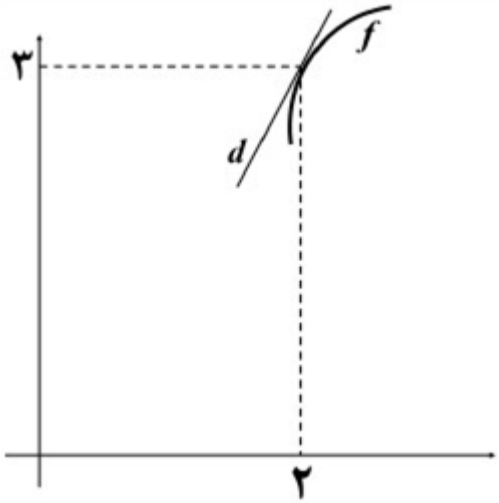
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۶	تابع $f(x)=\frac{۱}{۳}x^{۳}-۴x+۱$ مفروض است. در نقطهٔ $x=a$، آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع کمتر از آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[۰,۳]$ است، محدودهٔ a را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۳	
۲۷	مشتق‌پذیری تابع $f(x)=\sqrt{x^{۲}-۴x+۴}$ را در نقطه $x=۲$ با استفاده از تعریف مشتق بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۳	
۲۸	مطابق شکل زیر خط d در نقطه $P(۱,۳)$ بر نمودار تابع f مماس و در نقطه $Q(۲a+۱,a)$ آن را قطع می‌کند. اگر $f'(۱)=-۱$، مقدار a را بیابید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۳	
۲۹	تابع $f(x)=x^{۳}+x-۵$ را در نظر بگیرید. الف) آهنگ تغییر متوسط تابع f را در بازه $[۰,۳]$ به دست آورید. ب) آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f در چه نقطه‌ای از بازه $[۰,۳]$ برابر ۱۳ است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۳	
۳۰	مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x)=(۲x^{۶}+\sqrt{۲x})^{۷}$ ب) $g(x)=\frac{۲x^{۳}-۱}{-x^{۲}+۲x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۳	
۳۱	شیب خط مماس بر منحنی $f(x)=x^{۲}-x$ در نقطه $x=۳$ را با استفاده از تعریف مشتق به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۳	
۳۲	گنجایش ظرفی ۲۰ لیتر مایع است. در لحظه $t=۰$ سوراخی در ظرف ایجاد می‌شود اگر حجم مایع باقیمانده در ظرف پس از t ثانیه از رابطه $V=۲۰\left(۱-\frac{t}{۵۰}\right)^{۲}$ به دست آید در چه زمانی آهنگ تغییر لحظه‌ای حجم برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[۰,۵۰]$ می‌شود؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳	
۳۳	مشتق‌پذیری تابع $f(x)=\begin{cases}۲x^{۲} & x<۲\\ ۶x-۴ & x=۲\\ ۲\sqrt{x-۱}+۶ & x>۲\end{cases}$ را در نقطهٔ $x=۲$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳	

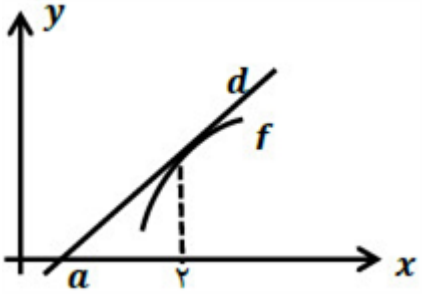
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۴	مشتق تابع داده شده را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) $h(x) = \left(\frac{\sqrt{۱ - ۳x}}{۷ + x}\right)^{۶}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳	
۳۵	با توجه به شکل، اگر $\lim_{x \to ۲} \frac{۵f(x) - ۱۵}{x - ۲} = ۱۰$ باشد، معادلهٔ خط d را به دست آورید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳	
۳۶	تابع $f(x) = ۵۰ + \sqrt[۷]{x}$ قد متوسط کودکان را برحسب سانتی‌متر تا حدود ۶۰ ماهگی نشان می‌دهد که در آن x مدت زمان پس از تولد (برحسب ماه) است. الف) آهنگ متوسط رشد در بازهٔ $[۰, ۲۵]$ را به دست آورید. ب) آهنگ لحظه‌ای تغییر قد کودک در ۴۹ ماهگی را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳	
۳۷	اگر $f(x) = \lvert x \rvert (x - ۲)$ باشد. به کمک تعریف مشتق، مشتق‌پذیری تابع f را در نقطهٔ $x = ۰$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳	
۳۸	اگر $f(۲) = ۷$ و $\lim_{x \to ۲} \frac{f(x) - f(۲)}{۲x - ۴} = ۵$ باشد، مشتق تابع $g(x) = \mathrm{xf}(x)$ را در $x = ۲$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳	
۳۹	تابع $f(x) = x^{۲} - x$ را درنظر بگیرید. الف) آهنگ تغییر متوسط تابع f را در بازه $[۰, ۲]$ به دست آورید. ب) حدود x را چنان بیابید که آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f از آهنگ تغییر متوسط آن، در بازه $[۰, ۲]$ بزرگتر باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۳	
۴۰	مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) $f(x) = (x - ۶)^{۳} + \frac{۵x + ۳}{\sqrt{۲x - ۱}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۳	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۱	با استفاده از تعریف مشتق، شیب نیم‌مماس چپ تابع $f(x) = \lvert x^{۲} - ۴ \rvert$ را در $x = ۲$ بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۳	
۴۲	اگر نمودار تابع f از نقطه $A(۲, ۴)$ بگذرد و $\lim\limits_{x \to ۲} \frac{f(x) - f(۲)}{x - ۲} = ۳$ باشد، معادله خط مماس بر نمودار f را در نقطه A به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۳	
۴۳	جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم. فرض کنیم ارتفاع این جسم (برحسب متر) از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -۵t^{۲} + ۴۰t$ به دست می‌آید. (t برحسب ثانویه) الف) سرعت متوسط جسم در بازه زمانی $[۳, ۴]$ را به دست آورید. ب) لحظه‌ای را معلوم کنید که سرعت جسم برابر $۲۰ \frac{m}{s}$ است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۳	
۴۴	اگر $f'(۱) = ۳$، $g'(۱) = ۵$ و $f(۱) = ۱$، مقدار مشتق $(f + g)$ of در $x = ۱$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۳	
۴۵	مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} \lvert x \rvert & x < ۰ \\ x^{۲} & x \geq ۰ \end{cases}$ را در نقطه $x = ۰$ به کمک تعریف مشتق بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۳	
۴۶	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = ۲t^{۳} + t - ۱$ است: الف) سرعت متوسط متحرک در بازه $[۱, ۲]$ را محاسبه کنید. ب) سرعت لحظه‌ای متحرک در لحظه $t = ۲$ چقدر است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۲	
۴۷	مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = (۲\sqrt{x} + ۱)(x^{۴} - ۲x)$ ب) $g(x) = \frac{۳x + ۱}{x^{۵} - x + ۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۲	
۴۸	خط d در نقطه با طول $x = ۲$ بر نمودار تابع $f(x) = -x^{۲} + ۶x - ۵$ مماس است. با توجه به شکل مقدار a (نقطه برخورد خط d با محور xها) را بیابید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۲	
۴۹	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \sqrt{x + ۵}$ را وقتی متغیر از $x = -۱$ به $x = ۴$ تغییر می‌کند، به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۲	

Telegram: @konkur_in

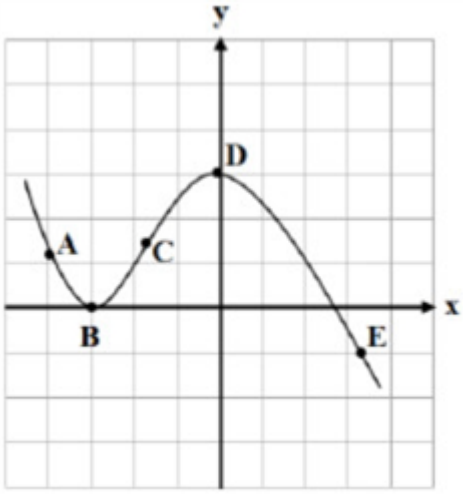
www.konkur.in

۵۰	اگر $f(x)=۲x^{۳}+۱$ و $g(x)=\sqrt{x}$ باشند. حاصل $(f+g)'(۴)+(f\times g)'(۱)$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۲	
۵۱	تابع $f(x)=\begin{cases} x^{۲}+x & x\le ۱ \\ x+۱ & x>۱ \end{cases}$ را درنظر بگیرید. مشتق‌پذیری تابع را در نقطه $x=۱$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۲	
۵۲	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t)=t^{۲}+۲t+۳$ برحسب متر در بازه زمانی $[۰,۲]$ (t برحسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه، سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[۰,۲]$ با هم برابرند؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۲	
۵۳	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $g(x)=\dfrac{(۲x-۱)^{۴}}{x^{۳}+۸}$ ب) $f(x)=\sqrt[۳]{۲x+۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۲	
۵۴	اگر $f(x)=\dfrac{۱}{x}$ آن‌گاه به کمک تعریف مشتق نشان دهید: $f'(x)=-\dfrac{۱}{x^{۲}}$. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۲	
۵۵	تابعی با ضابطه $f(x)=\dfrac{۳x-۶}{x^{۲}+۲}$ را درنظر بگیرید: الف) آهنگ تغییر متوسط در بازه $[-۲,۰]$ را به دست آورید. ب) آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x=-۱$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۲	
۵۶	با استفاده از تعریف مشتق تابع، مشتق‌پذیری تابع $f(x)=\sqrt[۳]{x-۲}$ را در نقطه $x=۲$ بررسی نمایید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۲	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۷ با توجه به نمودار تابع مقابل:
الف) در کدام نقطه مقدار تابع و مقدار مشتق تابع منفی است؟
ب) در کدام نقطه مقدار تابع و مقدار مشتق تابع برابر صفر است؟
پ) در بین نقاط داده شده کدام نقطه بیشترین شیب را دارد؟
ت) شیب نقاط D و A را با هم مقایسه نمایید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۲

۵۸ آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = ۲x^۲ + ۵x + ۱$ در نقطه‌ای به طول $x = ۲$ چند برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[-۲, ۰]$ است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۲

۵۹ مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

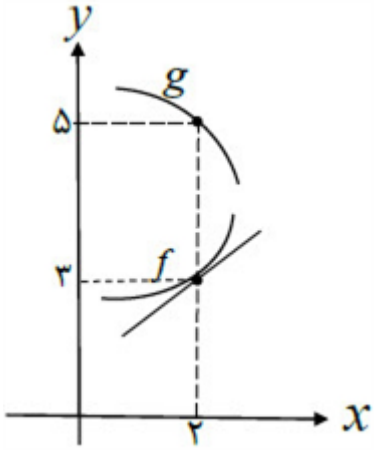
الف) $f(x) = (\sqrt{۳x + ۲})(x^۳ + ۴)$

ب) $g(x) = \dfrac{-۷x^۲ + ۱}{x - ۶}$

پ) $h(x) = (۲x^۵ - ۱)^۴$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۲

۶۰ با توجه به نمودارهای توابع f و g حاصل $\lim\limits_{x \to ۲} \dfrac{f(x)g(x) - ۳g(x)}{x - ۲}$ چند برابر $f'(۲)$ است؟



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۲

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۱ در تابعی با ضابطه $f(t)=\frac{۱۲۰}{t}+۵$ مجموع آهنگ لحظه‌ای تغییر در لحظه $t=۲$ و آهنگ متوسط تغییر تابع $f(t)$ در بازه $[۴,۶]$ را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۲

۶۲ با استفاده از تعریف مشتق نشان دهید اگر $f(x)=\sqrt{x}$ آنگاه $x>۰$, $f'(x)=\frac{۱}{۲\sqrt{x}}$.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۲

۶۳ مشتق‌پذیری تابع $f(x)=\begin{cases}۳x-۴ & x<۱\\ ۲x^۲-۳ & x\geq ۱\end{cases}$ را در نقطه $x=۱$ بررسی کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۲

۶۴ جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم، جهت حرکت به طرف بالا را مثبت درنظر می‌گیریم. فرض کنیم ارتفاع این جسم از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t)=-۴t^۲+۴۰t$ به دست می‌آید.

الف) سرعت متوسط در بازه $[۲,۴]$ را بیابید.

ب) در چه زمانی سرعت لحظه‌ای آن برابر ۱۶ متر بر ثانیه است؟

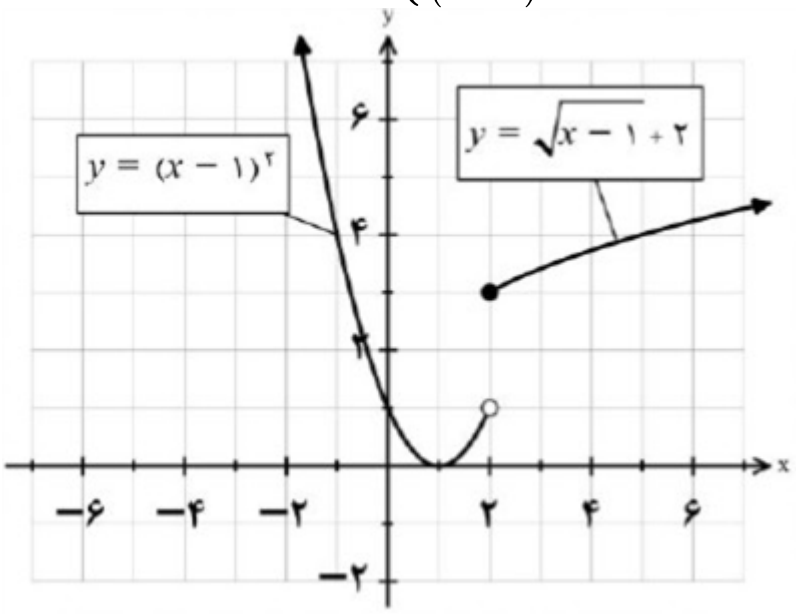
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۱

۶۵ مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

الف) $f(x)=x(x-۱)(x+۱)$ ب) $g(x)=\left(\frac{۲x-۱}{x+۱}\right)^۳$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۱

۶۶ نمودار تابع $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x-۱}+۲ & x\geq ۲\\ (x-۱)^۲ & x<۲\end{cases}$ به صورت مقابل است:



الف) آیا تابع f در نقطه $x=۲$ مشتق‌پذیر است؟

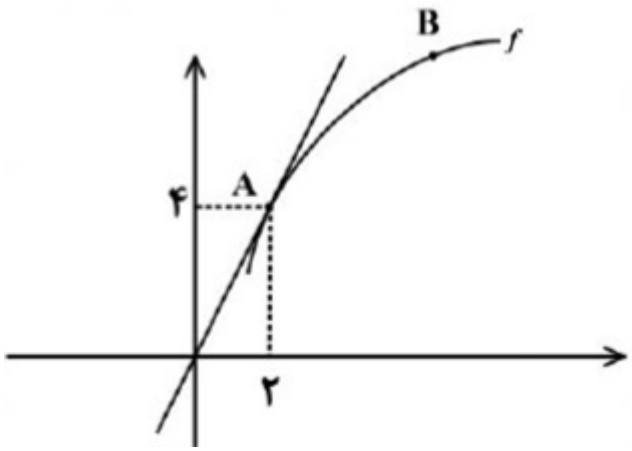
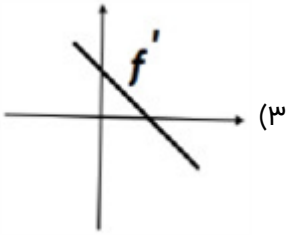
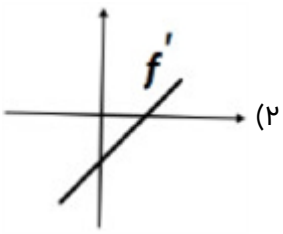
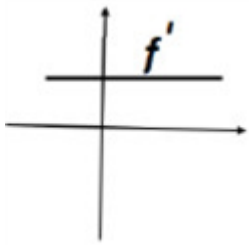
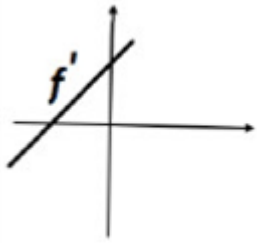
ب) آیا تابع در بازه $(-\infty,۲)$ مشتق‌پذیر است؟ چرا؟

پ) مشتق راست تابع f در نقطه $x=۲$ را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۱

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۷	نمودار تابع f به صورت مقابل رسم شده است. اگر خط d در نقطه A بر نمودار تابع f مماس باشد: الف) حاصل $\lim_{x\to ۲} \frac{f(x)-f(۲)}{x-۲}$ را بیابید. ب) شیب خط های مماس در نقاط A و B را مقایسه کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	
۶۸	یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t)=\sqrt{t}+۲t$ گرم است. در چه لحظه‌ای، آهنگ رشد جرم توده باکتری برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه زمانی $۰\le t\le ۴$ می‌شود؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	
۶۹	با توجه به نمودار تابع f، نمودار f' را با ذکر دلیل مشخص کنید.   ۳)  ۲)  ۱)  ۴) سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	
۷۰	معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x)=\sqrt[۳]{x}$ را در نقطه‌ای به طول $x=۰$ واقع بر نمودار تابع بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	
۷۱	تابع $f(x)=۵۰+۷\sqrt{x}$ قد متوسط کودکان را برحسب سانتی‌متر تا حدود شصت ماهگی نشان می‌دهد، که در آن x مدت زمان پس از تولد (برحسب ماه) است. آهنگ متوسط رشد در بازه زمانی $[۰, ۲۵]$ چقدراست؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۲	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x)=\frac{-۲x+۳}{x+۴}$ ب) $g(x)=(\sqrt{۳x+۱})(x^۲+۲x)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	
۷۳	معادله نیم مماس راست تابع $f(x)=\lvert x^۲-۱\rvert$ را در نقطه‌ای به طول $x=۱$ واقع بر منحنی بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	
۷۴	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t)=۲t^۲-t+۳$ برحسب متر است. (t برحسب ثانیه است.) الف) سرعت متوسط تابع در بازه $[۰,۳]$ را به دست آورید. ب) سرعت لحظه‌ای تابع را در $t=۴$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	
۷۵	مشتق‌پذیری تابع $f(x)=\begin{cases} x^۲+۱ & x\geq ۱ \\ ۳x-۱ & x<۱ \end{cases}$ را در $x=۱$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	
۷۶	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t)=t^۲-t+۱۰$ برحسب متر در بازه $[۰,۵]$ (t برحسب ثانیه) داده شده است. سرعت متوسط را در بازه زمانی $[۰,۵]$ و سرعت لحظه‌ای را در لحظه $t=۲$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	
۷۷	مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $f(x)=\sqrt{\frac{۹x-۲}{x+۱}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	
۷۸	اگر $f(x)=\begin{cases} ax+۱ & x<۰ \\ x^۲+۳x+۱ & x\geq ۰ \end{cases}$ در $x=۰$ مشتق‌پذیر باشد، مقدار a را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	
۷۹	اگر توابع f, g مشتق‌پذیر باشند و $f(۲)=۳$، $f'(۲)=۵$، $g(۲)=۸$، $g'(۲)=-۶$ حاصل $(\mathrm{fg})'(۲)$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	
۸۰	اگر سرعت متوسط یک متحرک در یک بازه برابر ۲ متر بر ثانیه باشد و معادله حرکت متحرک به صورت $f(t)=t^۳-t$ برحسب متر باشد. در کدام لحظه، سرعت لحظه‌ای متحرک برابر سرعت متوسط آن است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	
۸۱	برای تابع $f(x)=x^۳-۸$ در نقطه تقاطع آن با محور xها معادله خط مماس را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	
۸۲	مشتق‌پذیری تابع $f(x)=\lvert ۲x-۴\rvert$ را در $x=۲$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۳ دوچرخه‌سواری طبق معادله $d(t) = \frac{۱}{۳}t^۳ + ۱۰t$ حرکت می‌کند که در آن $۰ \le t \le ۶$ برحسب ثانیه است. سرعت لحظه‌ای در $t = ۲$ چه‌قدر است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۸۴ مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

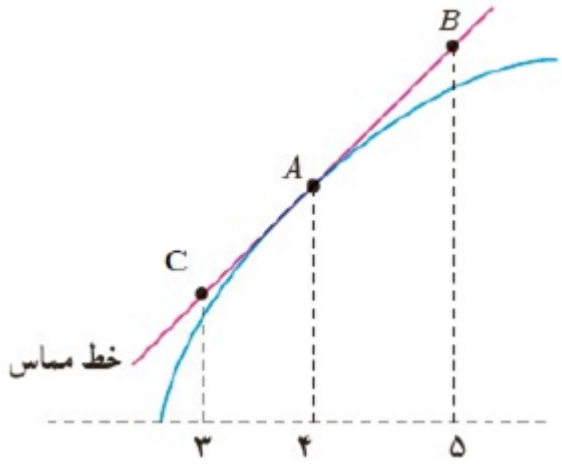
الف) $f(x) = (x^۲ - ۶)^۳\left(\frac{۱}{۴}x + ۱\right)$

ب) $g(x) = \text{Sin}^۳(۵x)$

پ) $h(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^۳ - ۲x + ۱}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۸۵ برای تابع f در شکل مقابل داریم: $f'(۴) = ۱/۵$ و $f(۴) = ۲۵$. با توجه به شکل مختصات نقاط B و C را بیابید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۸۶ در تابع $f(x) = \begin{cases} x^۲ & x < -۱ \\ x + ۲ & x \ge -۱ \end{cases}$ نشان دهید $f'_+(-۱)$ و $f'_-(-۱)$ موجودند، ولی $f'(-۱)$ موجود نیست.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۸۷ معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^۲ - t + ۱۰$ برحسب متر در بازه $[۰, ۵]$ (t برحسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[۰, ۵]$ با هم برابرند؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۸۸ اگر توابع f, g مشتق‌پذیر باشند و $f'(۱) = ۳$ و $g'(۱) = ۵$ مقادیر $(۳f + ۲g)'(۱)$ را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۸۹ مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

الف) $f(x) = (x^۲ + ۲x - ۱)^۵$ ب) $g(x) = (\sqrt{۳x + ۲})(x^۳ + ۱)$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۹۰ مشتق‌پذیری تابع مقابل را در نقطه $x = -۱$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} x^۲ + ۳ & x \ge -۱ \\ ۲x + ۶ & x < -۱ \end{cases}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۱ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = ۵۰ + ۷\sqrt{x}$ متوسط قد کودکان تا شصت ماهگی را نشان می‌دهد که در آن x مدت زمان پس از تولد (برحسب ماه) است.

الف) آهنگ تغییر متوسط رشد در بازه‌ی زمانی $[۰, ۲۵]$ چه‌قدر است؟

ب) آهنگ لحظه‌ای تغییر قد در ۴۹ ماهگی چه‌قدر است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۹۲ مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

الف) $f(x) = (x^۲ + ۲x + ۱)^۵$ ب) $g(x) = \dfrac{x}{\sqrt{۳x + ۲}}$

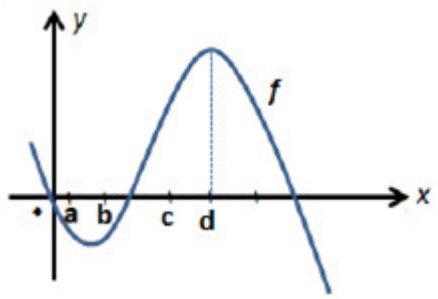
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۹۳ اگر $f(x) = \begin{cases} x^۲ & x < ۰ \\ x & x \geq ۰ \end{cases}$ نشان دهید $f'_+(۰)$ و $f'_-(۰)$ موجودند ولی $f'(۰)$ موجود نیست.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۹۴ با درنظر گرفتن نمودار تابع f در شکل زیر، نقاط به طول‌های a، b، c و d را با مشتق‌های داده در جدول نظیر کنید.

x	f'(x)
	۰
	۰/۵
	۲
	-۰/۵



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۹۵ تابعی با ضابطه $f(t) = \dfrac{۲۴۰}{t}$ مفروض است. آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f در لحظه $t = ۴$ از آهنگ متوسط تغییر تابع f از لحظه $t = ۳$ تا $t = ۵$ چه مقدار بیش‌تر است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۹۶ مشتق‌پذیری تابع $f(x) = ۴x(۱ - |x|)$ را در نقطه $x = ۰$ بررسی کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۹۷ جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم. جهت حرکت به طرف بالا را مثبت درنظر می‌گیریم. فرض کنید ارتفاع این جسم از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -۵t^۲ + ۴۰t$ به دست می‌آید. مطلوب است:

الف) سرعت متوسط در بازه $[۱, ۲]$ ب) سرعت لحظه‌ای در زمان $t = ۳$

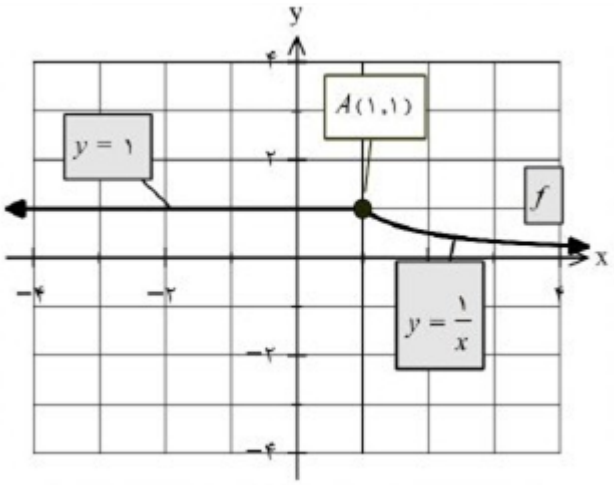
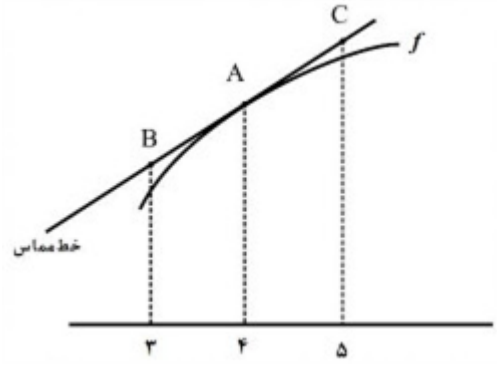
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۹۸ معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = x^۳ - ۲x$ را در نقطه $A(۱, f(۱))$ به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

Telegram: @konkur_in

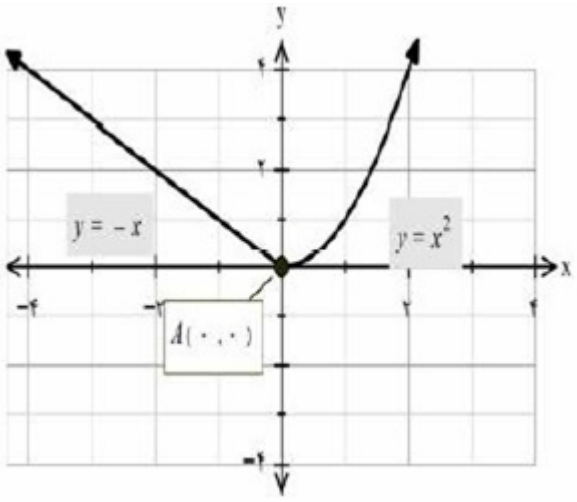
www.konkur.in

۹۹	جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم. جهت حرکت را به طرف بالا مثبت درنظر می‌گیریم. ارتفاع از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -۵t^۲ + ۴۰t$ به دست می‌آید: الف) سرعت متوسط جسم را در بازه $[۵, ۸]$ به دست آورید. ب) مشخص کنید در چه لحظه‌ای سرعت جسم $۳۵\frac{m}{s}$ است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰	
۱۰۰	مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = \frac{۹x - ۲}{\sqrt{x}}$ ب) $g(x) = (۳x^۲ - ۴)(۲x - ۵)^۳$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰	
۱۰۱	با محاسبه مشتق راست و مشتق چپ تابع f در نقطه‌ی A، نشان دهید که تابع f در نقطه A مشتق‌پذیر نیست.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰	
۱۰۲	برای تابع f در شکل روبه‌رو داریم $f'(۴) = ۱/۵$ و $f(۴) = ۲۴$ با توجه به شکل، مختصات نقاط B و C را بیابید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰	
۱۰۳	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^۲ - t + ۱۰$ برحسب متر در بازه زمانی $[۰, ۵]$ (t برحسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[۰, ۵]$ با هم برابرند؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۹	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۴ با محاسبه مشتق چپ و راست تابع داده شده در نقطه A، نشان دهید این تابع در نقطه A مشتق‌پذیر نیست.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۹

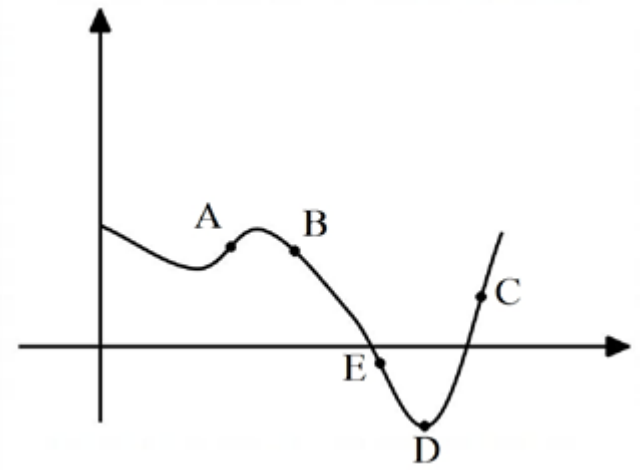
۱۰۵ مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

الف) $f(x) = \left(\frac{x^۲}{۳x-۱}\right)^۵$ ب) $g(x) = (\sqrt{۳x+۲})(x^۳+۱)$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۹

۱۰۶ نقاط داده شده روی منحنی زیر را با شیب‌های ارائه شده در جدول نظیر کنید. (یک نقطه اضافی است)

نقطه	شیب
	-۳
	-۱
	۰
	۱

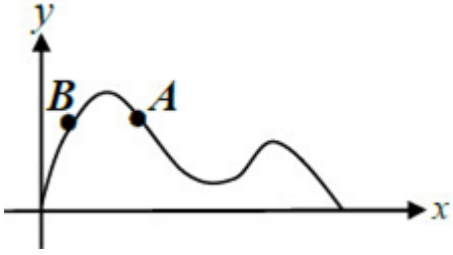


سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۹

۱۰۷ جسمی از سطح زمین به طور عمودی پرتاب شده است، که معادله ارتفاع آن از سطح زمین به صورت $f(t) = -۲t^۲ + ۱۰t$ می‌باشد. سرعت لحظه‌ای این جسم را در $t = ۲$ به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۹

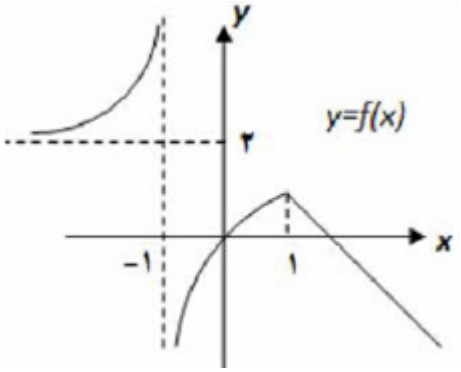
۱۰۸ در نمودار $y = f(x)$ شیب نمودار در نقاط A, B و شیب خط AB را، از کوچک‌ترین به بزرگ‌ترین مرتب کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۹

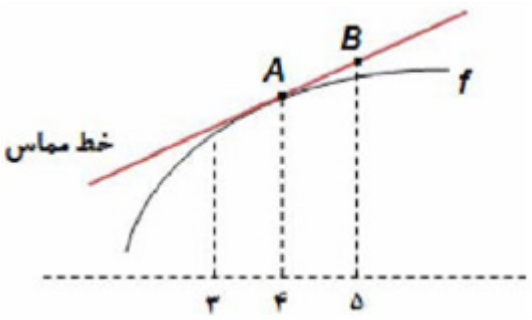
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۹	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x)=(۴x^{۳}-۷)(۲x-۱)^{۴}$ ب) $g(x)=\frac{۱-\operatorname{Sin}x}{\operatorname{Cos}x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۹	
۱۱۰	مشتق‌پذیری تابع $f(x)=\begin{cases} x^{۲}+۱ & x\geq ۱ \\ ۲x & x<۱ \end{cases}$ را در نقطه $x=۱$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۹	
۱۱۱	با توجه به نمودار $y=f(x)$. الف) حدود خواسته شده را بنویسید. ۱) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ۲) $\lim\limits_{x\to(-۱)^{+}} f(x)$ ب) تابع $y=f(x)$ در کدام نقطه یا نقاط مشخص شده، مشتق‌پذیر نیست؟  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹	
۱۱۲	خودرویی در امتداد خط راست طبق معادله‌ی $d(t)=-۵t^{۲}+۲۰t$ حرکت می‌کند، که در آن $۰\leq t\leq ۵$ بر حسب ثانیه است. سرعت لحظه‌ای در $t=۲$ چه‌قدر است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹	
۱۱۳	مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x)=\frac{۳x+۱}{\sqrt{x}}$ ب) $g(x)=\left(\frac{۱}{x}\right)(x^{۲}+۵x)^{۷}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹	
۱۱۴	تابع $f(x)=\begin{cases} x^{۲} & x\geq ۰ \\ ۲x & x<۰ \end{cases}$ داده شده است: الف) نشان دهید که $f'(۰)$ وجود ندارد. ب) ضابطه‌ی تابع مشتق را بنویسید. پ) نمودار تابع f' را رسم کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹	

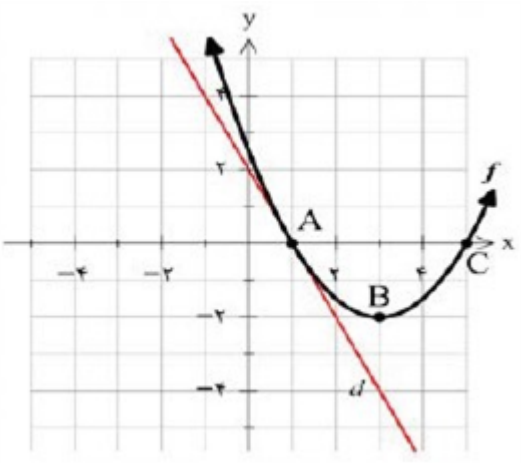
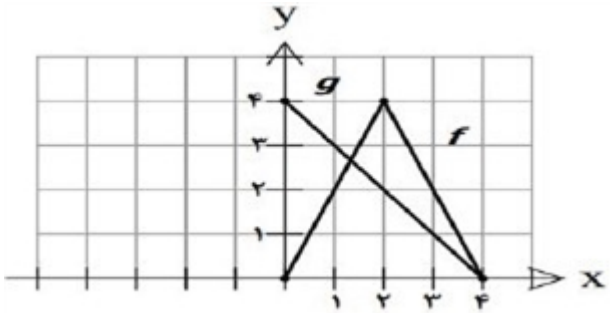
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۵	برای تابع f در شکل زیر داریم: $f'(۴) = \frac{۳}{۴}$ و $f(۴) = ۲۷$. با توجه به شکل، مختصات نقطهٔ B را بیابید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹	
۱۱۶	مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^۲ & x \leq ۰ \\ x & x > ۰ \end{cases}$ را در $x = ۰$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹	
۱۱۷	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = (\sqrt{۳x+۲})(x^۳+۱)$ ب) $g(x) = (x^۲+۳x+۱)^۷$ پ) $h(x) = \frac{x^۲-۵x+۷}{-۲x+۹}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹	
۱۱۸	اگر $f(x) = x^۲ - ۳x$ باشد، با استفاده از تعریف مشتق $f'(۱)$ را حساب کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹	
۱۱۹	یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + ۲t^۳$ گرم است. الف) جرم این توده باکتری در بازه زمانی $۱ \leq t \leq ۴$ چند گرم افزایش می‌یابد؟ ب) آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه $t = ۴$ چه‌قدر است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۹۹	
۱۲۰	مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = \left(\frac{-۳x+۱}{x^۲+۵}\right)^۸$ ب) $g(x) = \left(\frac{۱}{x}\right)(\sqrt{۳x+۲})$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۹۹	
۱۲۱	به کمک تعریف مشتق، مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \lvert x^۲ - ۴ \rvert$ را در نقطه $x = -۲$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۹۹	

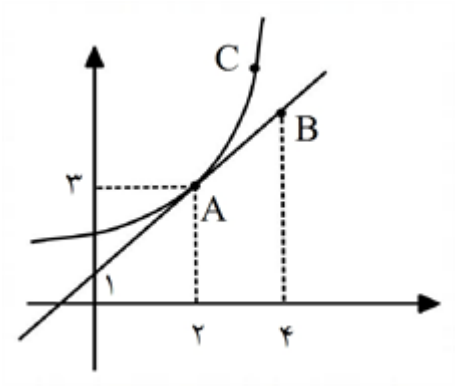
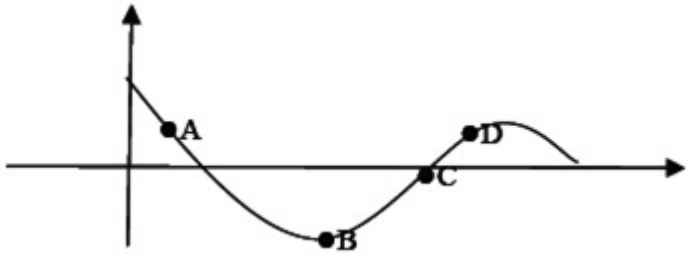
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲۲	در نمودار مقابل خط d در نقطه $x = ۱$ بر نمودار f مماس شده است: الف) مشتق تابع f را در نقطه $x = ۱$ محاسبه کنید. ب) شیب نمودار را در نقاط C, B مقایسه کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۹۹	
۱۲۳	مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \lvert x^۲ - ۱ \rvert$ را در $x = ۱$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۹۹	
۱۲۴	معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = -x^۲ + ۱۰x$ را در نقطه $A(۲, f(۲))$ واقع بر نمودار تابع بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۹۹	
۱۲۵	تابع $f(x) = ۵۰ + ۷\sqrt{x}$ قد متوسط کودکان را برحسب سانتی‌متر تا حدود ۶۰ ماهگی نشان می‌دهد، که در آن x مدت زمان پس از تولد (برحسب ماه) است. آهنگ متوسط رشد در بازه‌ی زمانی $[۰, ۲۵]$ چه‌قدر است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۸	
۱۲۶	اگر $f(x) = \begin{cases} x^۲ & x < ۰ \\ x & x \geq ۰ \end{cases}$ نشان دهید $f'_+(۰)$ و $f'_-(۰)$ موجودند ولی $f'(۰)$ موجود نیست. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۸	
۱۲۷	مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = (x^۲ + ۱)^۳(۵x - ۱)$ ب) $g(x) = \frac{۹x - ۲}{\sqrt{x}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۸	
۱۲۸	نمودار تابع g, f را در شکل مقابل درنظر بگیرید. اگر $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ باشد، $h'(۱)$ را بیابید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۸	

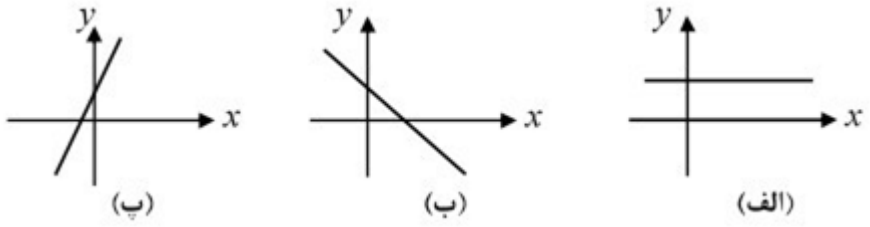
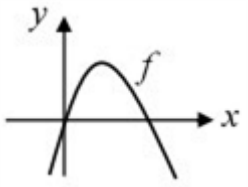
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲۹	مشتق‌پذیری تابع مقابل را در نقطه $x = ۱$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} x^۲ + ۳ & x \geq ۱ \\ ۳x + ۱ & x < ۱ \end{cases}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۸	
۱۳۰	در شکل روبه‌رو نمودار تابع $f(x)$ و خط مماس بر منحنی آن در نقطه‌ی $x = ۲$ داده شده است: الف) مشتق تابع $f(x)$ را در نقطه‌ی $x = ۲$ را بیابید. ب) معادله خط مماس بر نمودار تابع در نقطه A را بنویسید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۸	
۱۳۱	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \sqrt{x + ۲}$ را وقتی متغیر از $x_۱ = ۲$ به $x_۲ = ۷$ تغییر می‌کند به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸	
۱۳۲	مشتق تابع $y = \frac{۱}{x}(۲\sqrt{x} - ۱)^۴$ را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸	
۱۳۳	مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^۲ + x & x \geq ۱ \\ ۳x - ۱ & x < ۱ \end{cases}$ را در نقطه‌ی $x = ۱$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸	
۱۳۴	نقاط داده شده روی منحنی را با شیب‌های ارائه شده در جدول نظیر کنید.  | شیب	۱	۰	$\frac{۱}{۲}$	-۲
---	---	---	---	---
نقطه				| سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸	
۱۳۵	آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = ۲x^۲ + ۵x + ۱$ در نقطه $x = ۲$ چند برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در $x = -۱$ است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸	
۱۳۶	مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \lvert x^۲ - ۴ \rvert$ را در $x = ۲$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸	

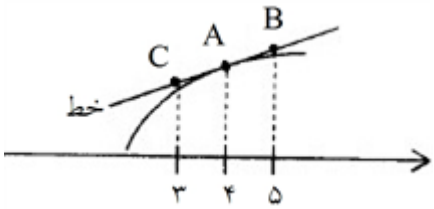
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۳۷	معادله ی حرکت متحرکی به صورت $f(t) = ۲t^۲ - t$، برحسب متر داده شده است. در چه زمانی سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی $[۰, ۴]$ با هم برابرند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸	
۱۳۸	مشتق توابع زیر را به‌دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = (x^۴ - ۳x)^۵$ ب) $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{۱ - x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸	
۱۳۹	تابع $f(x) = \begin{cases} ۲x - ۱ & x < ۰ \\ x^۲ - ۱ & x \geq ۰ \end{cases}$ را در نظر بگیرید. الف) نشان دهید $f'(۰)$ وجود ندارد. ب) ضابطه‌ی تابع مشتق را بنویسید. ج) نمودار تابع f' را رسم کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸	
۱۴۰	مشتق تابع $f(x) = x^۳ - ۲$ را با استفاده از تعریف مشتق در نقطه‌ای به طول $x = -۱$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸	
۱۴۱	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = x^۳ - ۲x$ را در بازه $[۰, ۲]$ و آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f را در $x = ۱$ محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸	
۱۴۲	نمودار تابع f در شکل روبه‌رو آمده است. با بیان دلیل، مشخص کنید کدام یک از نمودارهای زیر، نمودار مشتق تابع f است.   سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸	
۱۴۳	<u>قضیه</u>: ثابت کنید اگر تابع f در $x = \alpha$ مشتق‌پذیر باشد آن‌گاه تابع f در $x = \alpha$ پیوسته است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸	
۱۴۴	نشان دهید نقطه‌ای به طول $x = -۱$، نقطه گوشه‌ای برای تابع $f(x) = \lvert x^۲ + x \rvert$ می‌باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۴۵	یک توده‌ی باکتری پس از t ساعت دارای جرم $x(t) = \sqrt{t} + ۲t^{۳}$ گرم است. آهنگ تغییر متوسط جرم این توده در بازه‌ی زمانی $[۳, ۴]$ چه‌قدر است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۷	
۱۴۶	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = \left(\frac{x}{۲x - ۱}\right)^{۵}$ ب) $g(x) = x^{۲}(\sqrt{x + ۱})$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۷	
۱۴۷	اگر $f(x) = ۱ - ۲x^{۲}$ باشد، $f'(-۱)$ را با استفاده از تعریف مشتق به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۷	
۱۴۸	برای تابع f در شکل روبه‌رو داریم $f'(۴) = ۱/۵$ و $f(۴) = ۲۴$ با توجه به شکل، مختصات نقاط A، B و C را بیابید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۷	
۱۴۹	یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + t^{۲}$ گرم است. آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه $t = ۹$ چه‌قدر است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۷	
۱۵۰	اگر f و g توابع مشتق‌پذیر باشند و $f(۲) = ۳, f'(۲) = ۱, g(۲) = -۳, g'(۲) = ۲$، مقادیر $(fg)'(۲)$ و $(f + g)'(۲)$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۷	
۱۵۱	مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \lvert x - ۲\rvert$ را در $x = ۲$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۷	
۱۵۲	به کمک تعریف مشتق، مشتق‌پذیری تابع $f(x) = x\lvert x - ۱\rvert$ را در $x = ۱$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۵۳	به ازای چه مقادیری از a، b و c تابع $f(x) = \begin{cases} x^{۲} & ، x < ۱ \\ ax^{۲} + bx + c & ، x \geq ۱ \end{cases}$ در نقطه $x = ۱$ مشتق مرتبه دوم دارد؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۵۴	معادله خط مماس بر تابع $y = \frac{x}{(x^{۲} + ۶)}$ را در نقطه $(۲, ۰/۲)$ پیدا کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۵۵	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(x) = ۲۰۰t^۲ - ۵۰t$ می‌باشد. الف) سرعت متوسط این متحرک را در فاصله زمانی $t = ۰$ تا $t = ۴$ به دست آورید. ب) آهنگ لحظه‌ای تغییرات تابع را در نقطه‌ی $t = ۳$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۵۶	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع زیر را در نقطه داده شده به دست آورید. $f(x) = \frac{۱}{۱ - x}$ $x = -۱$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۵۷	آهنگ تغییرات مساحت یک دایره را نسبت به محیط آن به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۵۸	با استفاده از تعریف، معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = x^۲ + ۲x + ۳$ را در نقطه‌ی $x = ۱$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۵۹	مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \sqrt[۳]{x - ۲}$ را در $x = ۲$ بررسی کنید سپس معادله خط مماس بر منحنی را در نقطه $x = ۲$ بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۶۰	بالنی را از هوا پر می‌کنیم آهنگ تغییر حجم بالن هنگامی که شعاع آن ۱۵ سانتیمتر است را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۶۱	معادله خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \frac{۱}{x}$ را در نقطه‌ای به طول $x = \frac{۱}{۲}$ واقع بر منحنی را به‌دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۶۲	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^۲ + x$ را در $x = ۳$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۶۳	با فرض این‌که تابع $f : R \to R$ در R مشتق‌پذیر باشد و به ازای هر عدد حقیقی x ، $g(x) = f(۲ - x^۲)$ و $f'(۱) = ۳$، مقدار $g'(۱)$ را حساب کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۶۴	فرض کنید $f(x) = x^۶ - ۲x^۴ - x + ۱$، حاصل $\lim_{h \to ۰} \frac{f'(۱ + h) - f'(۱)}{h}$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۶۵	مقادیر a و b را به قسمی تعیین کنید که تابع $f(x) = \begin{cases} (x+۲)^۲ & x \le ۰ \\ ax + a + b & x > ۰ \end{cases}$ در $x = ۰$ مشتق‌پذیر باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۶۶	آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \frac{x}{۲} + ۱$ را به ازای $x_۱ = ۲$ و $h = ۰/۲$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۶۷	دامنه مشتق‌پذیری تابع $f(x) = ۲x + \sqrt{x}$ را مشخص کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۶۸	اگر $P(t) = ۲۰۰۰ + ۵۰۰t^۲$ نمایش جمعیت یک نوع باکتری در زمان t باشد (t برحسب ساعت)، الف) آهنگ متوسط افزایش جمعیت را در ۴ ساعت اول پس از زمان $t_۰ = ۱$ به دست آورید. ب) آهنگ لحظه‌ای افزایش جمعیت را در $t = ۲$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۶۹	نقاطی از نمودار تابع $f(x) = x^۳ - ۲x - ۶$ را معین کنید که مماس بر منحنی در این نقاط موازی نیمساز ربع اول و سوم باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۷۰	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را در نقطه $a > ۰$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۷۱	ضابطه تابع درجه دوم f را چنان انتخاب کنید که $f(۲) = ۷$ و $f'(۲) = ۸$ و $f''(۲) = ۶$ باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۷۲	مشتق تابع مقابل را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $g(x) = \sqrt{x}\left(\frac{۱}{x}\right)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۷۳	مشتق تابع مقابل را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $f(x) = \frac{(x-۲)^۵}{x^۲ - ۳x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۷۴	با استفاده از تعریف، مشتق تابع $f(x) = x^۲ + ۱$ را در نقطه‌ی a محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۷۵	اگر $f(x) = \sqrt{x}\, g(x)$ و $g(۴) = ۸$ $g'(۴) = ۷$ باشد مقدار $f'(۴)$ را حساب کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۷۶	دامنه‌ی مشتق پذیری تابع $f(x) = \sqrt{x-۲}$ را بدست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۷۷	مشتق تابع مقابل را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). $g(x) = \sqrt{x}(x-۱)^۲$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۷۸	مشتق تابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). $f(x) = \frac{۲x - ۳}{x^۲ - ۶x + ۵}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۷۹	معادله‌ی حرکت یک متحرک روی یک خط مستقیم به صورت $f(t) = ۲t^۲ - ۵t + ۱$ است. آهنگ متوسط تغییر مکان این متحرک را وقتی از نقطه‌ی ۱ به ۲ تغییر مکان می‌دهد، بدست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۸۰	مشتق تابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $h(x) = \sqrt{x^۲(x + ۱)}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۸۱	مشتق تابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $f(x) = \frac{-۲}{x^۴ + ۶x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۸۲	تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = -x^۲ + ۵x$ داده شده است. آهنگ متوسط تغییر این تابع را وقتی متغیر از ۱ به ۳ تغییر می‌کند، بدست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۸۳	شیب خط مماس بر نمودار تابع $y = x^۳ - x + ۵$ را در نقطه‌ی $x = ۱$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۸۴	مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست) $h(x) = \frac{\sqrt{۳x}}{x^۲ + ۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۸۵	مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست) $f(x) = (۳x^۲ - ۴)^۵$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۸۶	اگر $P(t) = ۲ + t^۲$ نمایش ازدیاد یک نوع باکتری در زمان t باشد (t زمان برحسب ساعت)، آهنگ متوسط افزایش جمعیت را در ۵ ساعت اول پس از $t = ۱$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۸۷	معادله‌ی حرکت یک متحرک روی یک خط مستقیم به صورت $f(t) = ۲t^۲ - ۵t + ۱$ است. سرعت متوسط این متحرک را در فاصله‌ی زمانی $t_۱ = ۰$ و $t_۲ = ۳$ تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۸۸	مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $k(x)=\sqrt{x^{۳}+۲x^{۲}+۶}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۸۹	مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $g(x)=\frac{۳}{x^{۲}+۴x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۹۰	مقدار مشتق تابع $f(x)=\sqrt{۲x+۱}$ را در نقطه‌ی $x=۴$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۹۱	مشتق تابع زیر را بیابید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $f(x)=\frac{۳x^{۳}+۵}{۵x-۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۹۲	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق‌پذیری تابع $f(x)=\begin{cases}۳x+۱ & x\leqslant ۱\\ x^{۲}+۳ & x>۱\end{cases}$ را در $x=۱$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۹۳	با استفاده از تعریف مشتق، وجود مشتق‌های راست و چپ و مشتق‌پذیر بودن تابع $f(x)=\lvert x-۳\rvert$ را در نقطه‌ی $x=۳$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۹۴	به ازای چه مقادیری از a و b و c تابع $f(x)=\begin{cases}x^{۳} & x<۱\\ ax^{۲}+bx+c & x\geqslant ۱\end{cases}$ در نقطه‌ی $x=۱$ مشتق مرتبه‌ی دوم دارد؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۹۵	معادله‌ی حرکت ذره‌ای به صورت $s=t^{۳}-۴t^{۲}+۲t+۳$ است. (s برحسب سانتی‌متر و t برحسب ثانیه است) شتاب این ذره را به عنوان تابعی از زمان پیدا کنید. پس از گذشت ۳ ثانیه شتاب چه‌قدر است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۹۶	به کمک تعریف مشتق، شیب خط مماس بر منحنی تابع $y=x^{۲}+۲$ را در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر منحنی بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۹۷	معادله‌ی خط قائم بر منحنی تابع $f(x)=\frac{x+۲}{x-۱}$ را در نقطه‌ای به طول $x=۲$ بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۹۸	مشتق تابع زیر را بیابید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) $y=(۳x^{۲}-\sqrt{x}+۵)^{۳}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

۱۹۹	با استفاده از تعریف، مشتق تابع $f(x)=\sqrt{x}+۱$ را در نقطه‌ی $x=۱$ محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۰۰	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق‌پذیری تابع $f(x)=\lvert x^{۲}-۴\rvert$ را در $x=۲$ بررسی نمایید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۲۰۱	آهنگ تغییر حجم مکعبی به‌طول ضلع x را نسبت به x وقتی $x=۳$ است بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۲۰۲	به کمک تعریف، مشتق‌پذیری تابع $f(x)=\lvert x^{۲}-۱\rvert$ را در نقطه‌ی $x=۱$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۲۰۳	به کمک تعریف، مشتق‌پذیری تابع $f(x)=\sqrt{x-۲}$ را در نقطه‌ی x = ۲ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۲۰۴	آهنگ تغییر حجم یک مکعب نسبت به طول ضلع آن وقتی که ضلع آن برابر ۱۰ سانتی‌متر است را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۲۰۵	اگر مقدار مشتق تابع $f(x)=\frac{a}{x}+x$ در $x=۱$ برابر ۳ باشد، a را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۲۰۶	اگر $f(x)=۲x^{۴}+۱$ و $g(x)=\frac{۱}{\sqrt{x^{۲}+۳}}$ باشند، مشتق تابع fog را در $x=۰$ بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۲۰۷	اگر $g(x)=x^{۲}+۳x+۱$ و $f'(x)=\sqrt{۷x-۳}$ باشند، مقدار $(fog)'(۰)$ را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۲۰۸	در تابع $f(x)=\begin{cases} x^{۳}+۱ & x\geqslant -۱ \\ x^{۲}-۱ & x<۱ \end{cases}$ مشتق‌های چپ و راست را در $x=-۱$ جداگانه محاسبه کنید. آیا تابع در $x=-۱$ مشتق‌پذیر است؟ چرا؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۰۹	مشتق‌پذیری تابع $f(x)=\sqrt[۳]{(x-۱)^{۲}}$ را در نقطه‌ی $x=۱$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۱۰	در تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\sqrt{x}$، آهنگ متوسط تغییر تابع را وقتی x از ۴ به ۲۵ تغییر می‌کند، به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۱۱	تابع با ضابطه‌ی $y = x^{۲} + ۳$ داده شده است.آهنگ متوسط تغییر این تابع را به ازای $x_{۱} = ۲$ و $\Delta x = ۰/۳$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۱۲	معادله‌ی خط مماس بر منحنی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{x + ۳}$ را در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر منحنی بنویسید. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۲۱۳	مشتق تابع با ضابطه‌ی $f(x) = ۷x + ۴$ را به کمک تعریف بدست آورید. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۲۱۴	معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = ۲\sqrt{x}$ را در $x = ۴$ واقع بر منحنی، به‌دست آورید. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۲۱۵	مشتق تابع با ضابطه‌ی $f(x) = ۷x^{۲} + ۲$ را به کمک تعریف به‌دست آورید. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۲۱۶	مشتق‌پذیری تابع $f(x)$ را در نقطه‌ی $x = ۲$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} -۳x^{۲} + ۶x + ۲ & x \geqslant ۲ \\ ۴\sqrt{x + ۲} - ۳x & x < ۲ \end{cases}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم تجربی	
۲۱۷	تابع به معادله‌ی $f(x) = \begin{cases} x^{۲} + ۱ & x < ۱ \\ \frac{۲}{x} & x \geqslant ۱ \end{cases}$ مفروض است. آیا f در $x = ۱$ مشتق‌پذیر است؟ چرا؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم تجربی	
۲۱۸	معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{x}$ در نقطه‌ی $x = ۴$ واقع بر منحنی را بدست‌آورید. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۲۱۹	مشتق تابع با ضابطه‌ی $f(x) = ۷x^{۲} - ۱$ را با استفاده از تعریف بدست آورید. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۲۲۰	مشتق تابع با ضابطه‌ی $f(x) = ۵x + \frac{۱}{۲}$ را با استفاده از تعریف بدست آورید. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۲۲۱	مشتق تابع با ضابطه $f(x) = ۷x^{۲} + ۲$ را به کمک تعریف بدست آورید. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۲۲۲	مشتق تابع با ضابطه $f(x) = ۴x^{۲} + ۱$ را با استفاده از تعریف بدست آورید. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۲۳	معادله خط مماس بر منحنی تابع با ضابطه $y = \sqrt{x+۱}$ را در نقطه‌ی $x = ۳$ واقع بر منحنی بنویسید. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۲۲۴	مشتق تابع با ضابطه $f(x) = -۲x + ۳$ را با استفاده از تعریف، به‌دست آورید. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۲۲۵	مشتق تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^۲$ را با استفاده از تعریف به‌دست آورید. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۲۲۶	مشتق تابع با ضابطه $f(x) = ۴x^۲ + ۳$ را در نقطه ی $x = ۱$ به کمک تعریف مشتق به‌دست آورید. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۲۲۷	معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^۲ + ۲x$ را در نقطه‌ی $x = -۱$ واقع بر این تابع بنویسید. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۲۲۸	مشتق تابع با ضابطه $f(x) = ۵ - ۲x$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۲۲۹	مشتق تابع زیر را به‌دست آورید. $h(x) = \frac{\sqrt{۴ - x^۲}}{x^۳}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۳۰	مشتق تابع زیر را به‌دست آورید. $f(x) = (x^۳ - ۲x + ۱)^۴ + \frac{۱}{۲x+۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۳۱	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $y = \sqrt{۴ - x}$ را به‌دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۳۲	مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \sqrt{x^۲(x+۱)}$ را در نقطه‌ی $x_۰ = ۰$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۳۳	مشتق تابع زیر را بیابید. (ساده کردن الزامی نیست.) $y = (x^۲ + ۱)^۳$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۳۴	مشتق تابع زیر را بیابید. (ساده کردن الزامی نیست.) $y = \frac{۳x^{۳} - ۱}{۲x + ۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۳۵	با استفاده از تعریف، مشتق تابع $f(x) = x^{۳}$ را در نقطه‌ی دلخواه a حساب کنید، سپس معادله‌ی خط قائم بر نمودار تابع را در نقطه‌ی $A(۱, ۱)$ به‌دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۳۶	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \sqrt[۳]{x^{۲}}$ را در $x = ۰$ بررسی نمایید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۲۳۷	مشتق تابع زیر را به‌دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) $g(x) = (\sqrt{۵ - ۷x})\left(۴ - \frac{x}{۳}\right)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۳۸	مشتق تابع زیر را به‌دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) $f(x) = \left(\frac{۲x + ۱}{x}\right)^{۴}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۳۹	آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = ۲x - ۱$ را وقتی متغیر از ۳ به ۳/۵ تغییر می‌کند، به‌دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۴۰	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $y = x^{۲}$ را در x = ۵ محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۴۱	مشتق تابع زیر را بیابید (ساده کردن الزامی نیست) $y = \frac{x^{۳}}{۳x - ۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۴۲	مشتق تابع زیر را به‌دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست) $h(x) = \frac{۶x + ۲}{x(۳x - ۱)}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۴۳	مشتق تابع زیر را به‌دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست) $f(x) = \sqrt{x^{۲} - ۴x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۴۴	معادله‌ی حرکت یک متحرک به‌صورت $f(t) = ۵t + ۲$ می‌باشد. آهنگ متوسط تغییر این تابع را وقتی متغیر از $t_۱ = ۱$ به $t_۲ = ۳$ تغییر می‌کند، تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۴۵	مشتق تابع $y = x^۳$ را در $x = ۱$، با استفاده از تعریف مشتق بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۴۶	مشتق بگیرید: (ساده کردن الزامی نیست) $y = \frac{x^۲ + ۵}{x - ۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۴۷	مشتق‌پذیری تابع $f(x) = x[x]$ را در $x = ۰$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۲۴۸	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق‌های چپ و راست تابع زیر را در $x = ۲$، در صورت وجود بیابید. $f(x) = \lvert x - ۲\rvert$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۴۹	مشتق بگیرید. (ساده کردن الزامی نیست) $y = x(x^۵ + ۱)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۵۰	آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \sqrt{x + ۱}$ وقتی متغیر از $x_۱ = ۳$ به $x_۲ = ۸$ تغییر می‌کند را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۵۱	مشتق بگیرید: (ساده‌کردن الزامی نیست.) $y = \sqrt[۳]{۵x^۲ - ۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۵۲	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \frac{۲}{x}$ را در $x = ۳$ حساب کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۵۳	فرض کنید $f'(۲) = \frac{۳}{۲}$. مشتق $g(x) = f\left(\frac{۱}{x}\right)$ را در $x = \frac{۱}{۲}$ محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۲۵۴	مشتق‌پذیری تابع $f(x) = x\lvert x\rvert$ و مشتق دوم آن را در نقطه‌ی $x = ۰$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۵۵	ثابت کنید اگر تابع g در نقطه‌ی α مشتق‌پذیر باشد، آن‌گاه تابع $\frac{۱}{g}$ نیز در نقطه‌ی α مشتق‌پذیر است و $\left(\frac{۱}{g}\right)'(\alpha) = \frac{-g'(\alpha)}{g^{۲}(\alpha)}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۲۵۶	اگر $g(x) = x^{۳} - ۱$ و $f'(x) = \sqrt{۳x + ۱۶}$ باشد، مقدار عددی $(\text{fog})'(۱)$ را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۲۵۷	اگر $g(x) = x^{۴} + ۲$ و $f(x) = \sqrt{۵x + ۱}$ و $F = \text{fog}$ باشد، $F'(x)$ را به‌دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست.) سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۲۵۸	با استفاده از تعریف، مشتق تابع $y = \sqrt[۳]{x}$ را در نقطه‌ی $x = ۲۷$ بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۲۵۹	مشتق تابع زیر را به‌دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) $f(x) = \frac{۱}{۲x + ۱} + (\sqrt{x})(x + ۵)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۶۰	مشتق تابع $\sqrt[۳]{x} + ۳(۲x - ۵)^{۴}$ را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست.) سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۶۱	مشتق تابع $y = \left(x^{۳} + \frac{۱}{x}\right)$ را بدست آورید. (ساده کردن الزامی نیست.) سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۶۲	معادله‌ی خط قائم بر نمودار تابع $f(x) = ۲x^{۳} - x$ را در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر منحنی بدست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۶۳	اگر $h(x) = \sqrt{x - ۲}$ باشد، D_h را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۲۶۴	اگر $g(x) = x^{۲} - ۱, f'(x) = \sqrt{۳x + ۴}$ و $F = \text{fog}$ باشند، $F'(۱)$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۲۶۵	مشتق پذیری تابع $f(x) = (x - ۲)[x]$ را در $x = ۲$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۶۶	تابع $f(x)=(x^{۲}-x)^{\frac{۳}{۴}}$ در چه نقاطی مشتق پذیر است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۲۶۷	تابع با ضابطه‌ی $f(x)=x^{۲}-x+۳$ داده شده است. آهنگ متوسط تغییر این تابع را وقتی از $x_{۱}=۱$ به $x_{۲}=۵$ تغییر می‌کند، تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۶۸	مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) $h(x)=\frac{-۵x}{x+۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۶۹	مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) $f(x)=(۴x-۱)^{۳}(x^{۳}-x)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۷۰	مشتق تابع زیر ا به دست آورید (ساده‌کردن لازم نیست). $f(x)=\frac{x}{x+\sqrt{x}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۷۱	مشتق تابع زیر ا به دست آورید (ساده‌کردن لازم نیست). $g(x)=x^{۳}(۳x+۱)^{۵}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۷۲	تابع $f(x)=x^{۲}+۵x-۶$ داده شده است. اهنگ متوسط تغییر این تابع را وقتی که متغیر از $x=۱$ به $x=۴$ تغییر می‌کند ، تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۷۳	مشتق تابع روبه‌رو را به‌دست آورید. (ساده‌کردن الزامی نیست.) $g(x)=(x^{۵}-۳x)(x+۱)^{۴}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۷۴	مشتق تابع $f(x)=\frac{۱}{۱+\sqrt{x}}$ را به دست آورید و دامنه‌ی مشتق‌پذیری آن را مشخص کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۷۵	معادله‌ی حرکت یک متحرک روی خط مستقیم به‌صورت $x(t)=۳t^{۲}-۴t+۲$ است. سرعت متوسط این متحرک را در فاصله‌ی زمانی $t=۱$ و $t=۳$ محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۷۶	مشتق تابع زیر را بیابید: (ساده کردن الزامی نیست.) $f(x)=\frac{۳x^{۲}+۱}{x^{۳}+۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۷۷	اگر f تابع مشتق‌پذیری در نقطه‌ی a باشد و c عدد دلخواهی باشد، با محاسبه نشان دهید تابع cf نیز در نقطه‌ی a مشتق‌پذیر است و $(cf)'(a) = cf'(a)$. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۷۸	مشتق توابع زیر را حساب کنید: (ساده کردن الزامی نیست.) $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{(۲x+۱)^۳}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۷۹	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \frac{۱}{x+۱}$ را در $x = ۲$ حساب کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۸۰	مشتق بگیرید: (ساده کردن الزامی نیست.) $f(x) = \frac{(۳x^۲-۱)^۳}{x+۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۸۱	اگر f تابعی باشد که در یک همسایگی نقطه‌ی a تعریف شده باشد و ناصفر باشد و f در a مشتق‌پذیر باشد و $f'(a) \neq ۰$، با استفاده از تعریف نشان دهید که $\frac{۱}{f}$ نیز در a مشتق‌پذیر است و $\left(\frac{۱}{f}\right)'(a) = -\frac{f'(a)}{f^۲(a)}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۸۲	اگر $f(x) = \sqrt{x^۲ - ۳x}$ ، $g'(x) = \frac{x+۳}{x-۱}$ و $F = gof$ باشند، حاصل $F'(۴)$ را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۲۸۳	مشتق‌پذیری تابع روبه رو را در $x = ۱$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^۲-۱}{x-۱} & x \neq ۱ \\ ۲ & x = ۱ \end{cases}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۲۸۴	قضیه: اگر دو تابع f و g در نقطه‌ی a مشتق پذیر باشند، ثابت کنید: $(f.g)'(a) = f'(a)g(a) + f(a)g'(a)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۲۸۵	اگر تابع f روی R مشتق‌پذیر و $\lim_{x \to ۲} \frac{f(x)-f(۲)}{x-۲} = \frac{۳}{۲}$ باشد، حاصل $\left(f\left(\frac{۱}{x}\right)\right)'$ را در $x = \frac{۱}{۲}$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۲۸۶	مشتق‌پذیری تابع $y = (x^۲-۱)[x]$ را در نقطه‌ی $x = ۱$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۸۷	آهنگ تغییر حجم مکعبی به ضلع x سانتی‌متر را نسبت به تغییرات x وقتی x از ۲ به ۵ تغییر کند، بدست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۸۸	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x)=\frac{۱}{x+۱}$ را در نقطه‌ی $x=۰$ بدست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۸۹	شیب خط مماس بر منحنی تابع $y=x^{۲}-۴x$ را در نقطه‌ی $x=۱$ واقع بر این منحنی بدست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۹۰	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x)=۲$ را در $x=۲$ محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۹۱	شیب خط مماس بر منحنی تابع $y=۳x^{۲}-۵x$ را در نقطه‌ای به طول $x=۳$ واقع بر منحنی به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۹۲	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x)=x^{۲}-۱$ را در نقطه‌ی $x=۲$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۹۳	متحرکی که بر محور x ها در حرکت است، دارای معادله‌ی $x=t^{۲}+۵t+۱۱$ می‌باشد. (t را بر حسب ثانیه و x را بر حسب سانتی‌متر بگیرید.) الف) سرعت متوسط این متحرک را در فاصله‌ی زمانی $t=۱$ و $t=۳$ به دست آورید. ب) سرعت لحظه‌ای آن را در زمان $t=۲$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۹۴	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x)=x^{۲}-۴$ را در نقطه‌ی $x=۲$ بدست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۹۵	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x)=x^{۲}$ را در نقطه‌ی $x=۲$ بدست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۹۶	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x)=x^{۲}-۹x$ را در نقطه‌ی $x=۱$ بدست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۹۷	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) $y=\sqrt[۳]{x}(x^{۲}-۱)^{۷}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۹۸	مشتق تابع زیر را بنویسید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) $y = \frac{x^{۳} + ۲}{۵x^{۲}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۲۹۹	مشتق‌پذیری تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = (x - ۲)[x]$ را در نقطه‌ی $x = ۲$ بررسی کنید. ([] نماد جزء صحیح است.) سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۰۰	مشتق تابع مقابل را حساب کنید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) $y = \frac{\sqrt[۳]{۲x}}{x^{۳} + x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۰۱	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) $y = \frac{\sqrt[۳]{x}(۲x - ۱)^{۵}}{x^{۳} - ۴x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۰۲	مشتق‌پذیری تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \lvert ۳x - x^{۲} \rvert$ را در $x = ۰$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۰۳	اگر $f'(x) = x^{۲}$ ، مشتق $y = f(\sqrt{۲x})$ را محاسبه کنید. (y'_x) سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۰۴	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) $y = \frac{x^{۲} - ۱}{(۳x + ۵)^{۲}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۰۵	مشتق‌پذیری تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \lvert x - ۱ \rvert (x - ۱)$ را در $x = ۱$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۰۶	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) $y = (۳x - ۴)(۲ - ۵x)^{۴}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۰۷	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) $y = \sqrt[۵]{x^{۳} + ۲x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۰۸	معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $x = t^{۲} + ۵t + ۶$ می‌باشد. اولاً: سرعت متوسط این متحرک را در فاصله‌ی زمانی از لحظه‌ی $t = ۳$ تا $t = ۵$ بدست آورید. ثانیا: آهنگ آنی تغییرات x را در $t = ۲$ بدست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۰۹	آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = ۲x - ۱$ را به ازای $x = ۲$ و $\Delta x = ۰/۱$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۱۰	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x)=x^{۲}+۳x$ را در نقطه‌ی $x=۱$ بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۱۱	آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x)=x^{۲}+۳x$ را به ازای $x=۳$ و $\Delta x=۰/۵$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۱۲	تابع $f(x)=۲x+۵$ داده شده است، آهنگ متوسط تغییر این تابع را وقتی متغیر از $x_۱=۲$ به $x_۲=۶$ تغییر می‌کند، تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۱۳	با رسم نمودار تابع f با ضابطه‌ای $f(x)=\|\|x\|-۱\|$ تعیین کنید f در چه نقاطی مشتق‌پذیر نیست. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۱۴	مشتق بگیرید.(ساده‌کردن مشتق الزامی نیست.) $y=\frac{(۲x+۱)^{۵}}{x\sqrt{x}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۱۵	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x)=x^{۲}-۲x$ را در نقطه $x=۱$ به‌دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۱۶	توپی را با سرعت اولیه ۲۰ متر در ثانیه به‌طور قائم از زمین به بالا پرتاب می‌کنیم. اگر جهت مثبت، از نقطه پرتاب به طرف بالا باشد، معادله حرکت به شکل $x=f(t)=-۴/۹t^{۲}+۲۰t$ است. مطلوب است محاسبه: الف) سرعت لحظه‌ای توپ در پایان یک ثانیه پس از پرتاپ؟ ب) سرعت متوسط توپ از لحظه پرتاب تا پایان ثانیه دوم ($t=۰$ تا $t=۲$)؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۱۷	تابع $f(x)=x^{۲}-x+۱$ را در نظر بگیرید: الف) آهنگ متوسط تغییر تابع f را وقتی متغیر از $x_۱=۱$ به $x_۲=۵$ تغییر کند، به‌دست آورید. ب) آهنگ لحظه‌ای تغییر این تابع را در نقطه $x=۳$ تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۱۸	شیب خط مماس بر منحنی تابع $y=x^{۳}-۴$ را در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر منحنی بدست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۱۹	از تابع مقابل مشتق بگیرید: $f(x)=\frac{۴-۳x-x^{۲}}{x-۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۲۰	مشتق تابع $f(x)=x^{۲}+۱$ را به کمک تعریف مشتق بدست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۲۱	مشتق تابع $f(x)=\sqrt{\frac{x+۱}{x-۲}}$ را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۲۲	معادله‌ی حرکت یک متحرک به صورت $y=x^{۲}-x+۱$ است. آهنگ آنی تغییرات y را در $x=۵$ حساب کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۲۳	شیب خط مماس بر منحنی $y=\frac{۱}{\sqrt{x-۱}}$ را در نقطه‌ای به طول ۵ واقع بر آن، بدست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۲۴	مشتق تابع زیر را به دست آورید. $y=\sqrt[۳]{(x+۲)^{۲}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۲۵	مشتق تابع زیر را به دست آورید. $y=(x+۱)(۲x-۱)^{۳}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۲۶	مشتق تابع زیر را به دست آورید. $y=\frac{x^{۲}-۱}{x+۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۲۷	معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $S=-۲t^{۲}+۸t+۶$ می‌باشد، در چه زمانی سرعت متحرک صفر می‌شود. در این لحظه ارتفاع متحرک چقدر است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۲۸	مشتق تابع داده شده را بدست آورید. (ساده کردن لازم نیست) $y=\sqrt[۳]{x^{۳}+۳x+۳x^{۲}+۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۲۹	مشتق تابع داده شده را بدست آورید. (ساده کردن لازم نیست) $g(x)=x^{۳}+\sqrt{۲x^{۲}+۳}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۳۰	مشتق تابع داده شده را بدست آورید. (ساده کردن لازم نیست) $f(x)=\left(\frac{۲x+۱}{۳x-۲}\right)^{۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۳۱	معادله‌ی حرکت نقطه‌ی متحرک، به صورت $x=t^{۲}-۲t-۱$ می‌باشد. آهنگ آنی تغییرات x را در ثانیه ۵ بدست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۳۲	مشتق تابع زیر را بدست آورید.(ساده کردن لازم نیست) $g(x)=(\sqrt{x}+۱)^{۳}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۳۳	مشتق تابع زیر را بدست آورید.(ساده کردن لازم نیست) $f(x)=\sqrt{x^{۲}+۴x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۳۴	مشتق تابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن لازم نیست) $y=(۲x-۱)^{۲}(x^{۲}+۲x)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۳۵	مشتق تابع زیر را بدست آورید. $y=۲x^{۳}+\sqrt{۱+x^{۲}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۳۶	مشتق تابع زیر را بدست آورید. $y=\frac{x^{۲}+۲x}{x+۳}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۳۷	مشتق تابع زیر را بدست آورید. $y=(۴x^{۲}-x)^{۳}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۳۸	متحرکی بر محور xها در حرکت است و دارای معادله‌ی $x(t)=t^{۲}+۴t+۱$ می‌باشد. اولا: سرعت متوسط متحرک را در فاصله زمانی $t_{۱}=۱$ و $t_{۲}=۳$ به دست آورید. ثانیا: سرعت لحظه‌ای در $t=۳$ را به دست آورید. (t بر حسب ثانیه و x بر حسب سانتی‌متر) سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۳۹	مشتق تابع زیر را به دست‌آورید. (ساده کردن لازم نیست) $y=\sqrt{۴-x^{۲}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۴۰	مشتق تابع زیر را به دست‌آورید. (ساده کردن لازم نیست) $y=\frac{۲x-۳}{۳x+۵}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۴۱	متحرکی که بر محور xها در حرکت است دارای معادله‌ی حرکت $x=۳t^{۲}-۴t+۱$ می‌باشد. (t بر حسب ثانیه و x بر حسب سانتی‌متر) الف) سرعت متوسط این متحرک را در فاصله زمانی $t=۱$تا$t=۳$ به دست آورید. ب) سرعت لحظه‌ای آن را در زمان $t=۲$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۴۲	مشتق تابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن لازم نیست) $y=\sqrt{x^{۲}-۴x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۴۳	مشتق تابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن لازم نیست) $y=\frac{۱}{x^{۲}+۳x+۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۴۴	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x)=x^{۲}-۲x$ را در نقطه‌ی $x=۱$ بدست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۴۵	مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست) $h(x)=\left(\frac{۲}{x}+\sqrt{x}\right)^{۳}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۴۶	مشتق تابع زیر را به دست آورید: (ساده کردن مشتق لازم نیست) $f(x)=\sqrt{۶x^{۲}-x-۴}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۴۷	آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x)=x^{۲}-۱$ را به ازای $x=۳$ و $\Delta x=۰/۵$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۴۸	مشتق تابع زیر را به دست آورید: (ساده کردن مشتق لازم نیست) $h(x)=(۲x^{۳}-۳x+۷)^{۴}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۴۹	مشتق تابع زیر را به دست آورید: (ساده کردن مشتق لازم نیست) $f(x)=\frac{x-۱}{x(x+۱)}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۵۰	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x)=\sqrt{x}$ را در نقطه‌ی $x=۹$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۵۱	مشتق‌پذیری تابع f با ضابطه‌ی $f(x)=\sqrt{x^{۲}(x+۱)}$ را در $x=۰$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۵۲	مشتق تابع مقابل را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $y=\frac{(x^{۲}+۵x)^{۳}}{\sqrt[۳]{x}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۵۳	مشتق‌پذیری تابع f با ضابطه‌ی $f(x)=\sqrt{(x-۱)^{۲}(x+۲)}$ را در $x=۱$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۵۴	در صورتی‌که $g(x)=f(x^{۳}+x-۱)$ و $f'(-۱)=۱۲$ باشد، $g'(۰)$ را حساب کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۵۵	از معادله‌ی مقابل مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نمی‌باشد) $y=\sqrt[۵]{(x^{۳}-۷x)^{۲}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۵۶	از معادله‌ی روبرو مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نمی‌باشد) $y = (۴x - ۱)(x^۲ - ۱)^۳$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۵۷	مشتق‌پذیری تابع F با ضابطه‌ی $F(x) = [x](x - ۱)$ را در $x. = ۱$ بررسی کنید. (نماد [] جزء صحیح است) سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۵۸	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $y = (۳x^۲ - ۵x)^۲$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۵۹	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $y = \sqrt[۳]{۱ - ۴x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۶۰	مشتق‌پذیری تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \lvert x^۲ - ۳x \rvert$ را در $x. = ۳$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۶۱	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $y = (۳x^۴ + ۴x)(۲ - ۵x)^۴$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۶۲	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $y = (۳x - ۴)(۲ - ۵x)^۴$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۶۳	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $y = \sqrt[۵]{x^۳ + ۲x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۶۴	مشتق‌پذیری تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = (x + ۱)[x]$ را در نقطه‌ی $x. = -۱$ بررسی کنید. ([] نماد جزء صحیح است) سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۶۵	اگر معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $S(t) = t^۲ + ۳t + ۱$ باشد، تعیین کنید: الف) سرعت متوسط متحرک در فاصله‌ی زمانی $t_۱ = ۲, t_۲ = ۴$ ب) سرعت لحظه‌ای متحرک در لحظه‌ی $t. = ۳$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۶۶	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $y = \frac{x^۲ - ۱}{(۳x + ۵)^۲}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۶۷	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $y = \sqrt{x}(۲x - ۱)^۵$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۶۸	مشتق تابع $f(x)=\sqrt{۵x-۱}$ را در $x=۲$ از راه تعریف مشتق محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۶۹	مشتق‌پذیری تابع f با ضابطه‌ی $f(x)=\sqrt{(x-۱)^۲(x+۲)}$ را در $x=۱$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۷۰	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) $y=\frac{(۳x+۵)^۲}{\sqrt{x}-۱}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۷۱	مشتق‌پذیری تابع f با ضابطه‌ی $f(x)=\sqrt{\lvert x-۲\rvert}$ را در $x=۲$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۷۲	اگر $f'(x)=\frac{x}{x-۱}$ مشتق تابع $y=f(x^۲-۳x)$ را حساب کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۳۷۳	فرض کنیم $f(x)=\begin{cases} ax-b & x<۲ \\ x^۲-۲ & x\geq ۲ \end{cases}$ ، مطلوب است محاسبه مقادیر a و b به‌طوری که f همواره مشتق‌پذیر باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخنامه تشریحی

۱ $\frac{f(۲)-f(۵)}{۲-۵} = \frac{۷-۴۹}{۳} = ۱۴$

۲ برای قالب کلی مشتق در نظر گرفته شود.

الف $f'(x) = \left(\frac{۵}{\sqrt[۲]{x}}\right) + \left(\frac{۱}{x}\right)\left(-\frac{۱}{\sqrt[۲]{x^{۲}}}\right)(۲+\sqrt[۲]{x}\sqrt{۵})$

ب $g'(x) = ۴(۵+{}^{۳}\sqrt{x^{۲}})^{۳}(۶x^{۲})$

۳ $\lim_{x\to ۲^{-}} \frac{f(x)-f(۲)}{x-۲} = \lim_{x\to ۲^{-}} \frac{-|x^{۲}-۴|-۰}{x-۲} = \lim_{x\to ۲^{-}} \frac{-(x+۲)(x-۲)}{x-۲} = -۴$

$y = -۴x+۸$

۴ الف) A

ب) C

۵ قسمت الف) $f'(۱) = \frac{f(۶)-f(۱)}{۶-۱} = \frac{۳۰-۱۰}{۵} = ۴$

قسمت ب) $f'(t) = ۳t^{۲} - ۳ \Rightarrow f'(۱) = ۱ \neq f'_{-}(۱)$

۶ الف $f'(x) = (\sqrt[۶]{x^{۳}}+\sqrt[۲]{x})^{۶}\left(۳+\frac{۱}{\sqrt[۲]{x}}\right)(۷)$

ب $g'(x) = (۳)(۴)(\sin x^{۴})(-\sin x^{۴})(۲x^{۴}\cos x^{۴})$

۷ روش اول:

$$\left.\begin{aligned} f'_{+}(۱) &= \lim_{x\to ۱^{+}} \frac{f(x)-f(۱)}{x-۱} = \lim_{x\to ۱^{+}} \frac{x(x-۱)}{x-۱} = ۱ \\ f'_{-}(۱) &= \lim_{x\to ۱^{-}} \frac{f(x)-f(۱)}{x-۱} = \lim_{x\to ۱^{-}} \frac{-x(x-۱)}{x-۱} = -۱ \end{aligned}\right\}$$

با توجه به اینکه $f'_{+}(۱) \neq f'_{-}(۱)$، نتیجه می‌شود که تابع f در نقطهٔ $x = ۱$ مشتق‌پذیر نیست.

روش دوم:

$$\left.\begin{aligned} f'_{+}(۱) &= \lim_{h\to ۰^{+}} \frac{f(h+۱)-f(۱)}{h} = \lim_{h\to ۰^{+}} \frac{|h|(h+۱)}{h} = \lim_{h\to ۰^{+}} (h+۱) = ۱ \\ f'_{-}(۱) &= \lim_{h\to ۰^{-}} \frac{f(h+۱)-f(۱)}{h} = \lim_{h\to ۰^{-}} \frac{|h|(h+۱)}{h} = \lim_{h\to ۰^{-}} -(h+۱) = -۱ \end{aligned}\right\}$$

با توجه به اینکه $f'_{+}(۱) \neq f'_{-}(۱)$، نتیجه می‌شود که تابع f در نقطهٔ $x = ۱$ مشتق‌پذیر نیست.

۸ $f'(۲) = m \Rightarrow -f' = \lim_{h\to ۰} \frac{f(۲+h)-f(۲)}{h} = ۲$

معادلهٔ خط d: $y = ۲x+۱$

عرض نقطهٔ B: ۱

۹ $f'(x) = \frac{۷}{\sqrt[۲]{x}} \Rightarrow f'(۲۵) = \frac{۷}{۱۰}$

۱۰ الف) ۴ نقطه

ب) خیر - زیرا در $x = ۶$ مشتق چپ (پیوستگی چپ) ندارد.

۱۱ $f'(۵) = \lim_{x\to ۵} \frac{f(x)-f(۵)}{x-۵} = ۴$

Telegram: @konkur_in

۱۲ الف) $(x۶ + {}^{۳}x)\left(\frac{۱}{\sqrt[۳]{{}^{۲}x}}\right) + (\sqrt{x})^{۳}(۶ + {}^{۲}x۳) = (x)'f$

ب) $\frac{(۳ + x۲)(x۱۰) - (۴ + {}^{۲}x۵)(۲)}{{}^{۲}(۴ + {}^{۲}x۵)} = (x)'g$

۱۳ روش اول: $۴ = \frac{(۲ + x)(۲ - x)}{۲ - x} \lim_{۲ \to x} = \frac{۵ - ۱ + {}^{۲}x}{۲ - x} \lim_{۲ \to x} = \frac{(۲)f - (x)f}{۲ - x} \lim_{۲ \to x} = (۲)'f$

روش دوم:

$۴ = \frac{(h + ۴)h}{h} \lim_{۰ \to h} = \frac{۵ - ۱ + {}^{۲}h + h۴ + ۴}{h} \lim_{۰ \to h} = \frac{((۲)f - h + ۲)f}{h} \lim_{۰ \to h} = (۲)'f$

۱۴ روش اول: $\frac{۱}{۲۷} = \frac{۱}{\sqrt[۳]{{}^{۲}۲۷}} = (۲۷)'g \Rightarrow \frac{۱}{\sqrt[۳]{{}^{۲}x}} = (x)'g$

روش دوم: $\frac{۱}{۲۷} = (۲۷)'g \Rightarrow \frac{۱}{\sqrt[۳]{{}^{۲}x}} = {}^{-\frac{۲}{۳}}x\frac{۱}{۳} = (x)'g \Rightarrow {}^{\frac{۱}{۳}}x = (x)g$

۱۵ روش اول: $۴ = \frac{(۱)f - ۸ + (۱)f}{۲} = \frac{(۱)f - (۳)f}{۱ - ۳}$

روش دوم: $(۱)f - (۳)f = ۸$

در نتیجه: $\frac{(۱)f - (۳)f}{۲} = ۴$

۱۶ روش اول: $۲ = \frac{۱ - {}^{۲}x}{۱ - x} \lim_{{}^{+}۱ \to x} = \frac{۴ - ۳ + {}^{۲}x}{۱ - x} \lim_{{}^{+}۱ \to x} = \frac{(۱)f - (x)f}{۱ - x} \lim_{{}^{+}۱ \to x} = (۱)_{+}'f$

$۴ = \frac{۴ - x۴}{۱ - x} \lim_{{}^{+}۱ \to x} = \frac{(۱)f - (x)f}{۱ - x} \lim_{{}^{-}۱ \to x} = (۱)_{-}'f$

با توجه به اینکه $(۱)_{+}'f \neq (۱)_{-}'f$، نتیجه می‌شود که تابع f در نقطه $x = ۱$ مشتق‌پذیر نیست.

روش دوم:

$۲ = ۲ + h \lim_{{}^{+}۰ \to h} = \frac{۴ - ۳ + {}^{۲}(h + ۱)}{h} \lim_{{}^{+}۰ \to h} = \frac{(۱)f - (h + ۱)f}{h} \lim_{{}^{+}۰ \to h} = (۱)_{+}'f$

$۴ = \frac{h۴}{h} \lim_{{}^{-}۰ \to h} = \frac{۴ - (h + ۱)۴}{h} \lim_{{}^{-}۰ \to h} = \frac{(۱)f - (h + ۱)f}{h} \lim_{{}^{-}۰ \to h} = (۱)_{-}'f$

با توجه به اینکه $(۱)_{+}'f \neq (۱)_{-}'f$، نتیجه می‌شود که تابع f در نقطه $x = ۱$ مشتق‌پذیر نیست.

۱۷ $\frac{۲}{۳} = \left(\frac{۱۰ - ۶}{۰ - ۲}\right)^{-\frac{۱}{۳}} = (۲)'f^{-\frac{۱}{۳}} = \frac{(h + ۲)f - (۲)f}{h۳} \lim_{۰ \to h}$

۱۸ الف) $\frac{۳}{۲} = \frac{۰ - (۶)}{۴} = \frac{(۰)m - (۴)m}{۰ - ۴}$

ب) $۴ = t \Rightarrow \frac{۵}{۴} = \frac{۱}{\sqrt{t۲}} + ۱ \xrightarrow{\frac{۵}{۴} = (t)'m} \frac{۱}{\sqrt{t۲}} + ۱ = (t)'m \Rightarrow \sqrt{t} + t = (t)m$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۹ الف) $y' = (۱ + x^{۳})\frac{۳}{۲\sqrt{۲ + x^{۳}}} + \sqrt{۲ + x^{۳}}(x^{۲}۳)$

ب) $y' = \frac{(۱ + x^{۲})^{۴}(۱ + x^{۳})۱۵ - ۵(۱ + x^{۳})x^{۲}}{(۱ + x^{۳})^{۱۰}}$

۲۰ $f'_{+}(۱) = \lim_{x \to ۱^{+}} \frac{f(x) - f(۱)}{x - ۱} = \lim_{x \to ۱^{+}} \frac{۳ + x^{۲} - ۴}{x - ۱} = \lim_{x \to ۱^{+}} \frac{(۱ - x^{۲})}{x - ۱} = \lim_{x \to ۱^{+}} (۱ + x) = ۲$

۲۱ $\frac{f(x) - f(۳)}{x - ۳} \underset{x \to ۳}{\text{Lim}} \Rightarrow \frac{۳}{۴} = \frac{f(x) - ۳}{x - ۳} \underset{x \to ۳}{\text{Lim}} = f'(۳) = m \underset{B(۳,۳)}{\overset{m = \frac{۳}{۴}}{\rightarrow}} y - ۳ = \frac{۳}{۴}(x - ۳)$

$A\left(\frac{۹}{۴}, ۲\right) \Rightarrow y_A = \frac{۹}{۴} \leftarrow x_A = ۲$

۲۲ الف) $f(۳) = f(۰) \Rightarrow a = ۱ \Rightarrow ۱ = \frac{۰ - (۶ - a۹)}{۳}$

ب) $f'(x) = x^{۲} - ۲x \Rightarrow f(x) = x^{۳} - x^{۲} \Rightarrow f'(۰) = -۲$

۲۳ الف) $y' = (۱ + x^{۲})^{۳}۵ + (۱ - x۵)^{۲}(۱ + x^{۲})(x۲)۳$

ب) $\frac{(\sqrt{۱ + x})x۲ - (۲ + x^{۲})\frac{۱}{۲\sqrt{۱ + x}}}{(۲ + x^{۲})^{۲}}$

۲۴ $f'_{-}(۱) = \lim_{x \to ۱^{-}} \frac{f(x) - f(۱)}{x - ۱} = \lim_{x \to ۱^{-}} \frac{۰ - |۱ - x^{۲}|}{x - ۱} = \lim_{x \to ۱^{-}} \frac{(۱ - x^{۲})-}{x - ۱} = \lim_{x \to ۱^{-}} (۱ + x) = -۲$

۲۵ الف) $m = \frac{۱ - ۶}{۰ - ۶} = \frac{۵}{۶} = f'(۲) \Rightarrow \exists D: y = f(۲) = ۱ + x\frac{۵}{۶} \Rightarrow y_D = \frac{۸}{۳}$ ب)

۲۶ آهنگ متوسط تغییر در بازهٔ $[۰, ۳]$:

$$\frac{f(۳) - f(۰)}{۳ - ۰} = \frac{-۲ - ۱}{۳} = -۱$$

آهنگ لحظه‌ای تغییر برابر $f'(x) = -۴ + x^{۲}$ است.

$-\sqrt[۳]{۳} < a < \sqrt[۳]{۳} \Rightarrow -۳ < a^{۲} \Rightarrow -۴ + a^{۲} < -۱ \Rightarrow f'(a) < -۱$

۲۷ $\left.\begin{array}{l} \lim_{x \to ۲^{-}} \frac{(۲ - x)-}{۲ - x} = -۱ \\ \lim_{x \to ۲^{+}} \frac{۲ - x}{۲ - x} = ۱ \end{array}\right\} \lim_{x \to ۲} \frac{|۲ - x|}{۲ - x} = \lim_{x \to ۲} \frac{۰ - \sqrt{۴ + x۴ - x^{۲}}}{۲ - x} = \lim_{x \to ۲} \frac{f(۲) - f(x)}{۲ - x}$

پس $f(x)$ در $x = ۲$ مشتق‌پذیر نیست.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۸ خط d در نقطهٔ $P(۱,۳)$ بر تابع $f(x)$ مماس است، بنابراین شیب خط d برابر ۱- است.

روش اول: معادلهٔ خط d به صورت زیر است:

$$a = ۱ \Rightarrow ۴ + ۱ - a۲- = a \quad \xrightarrow{\mathrm{d}\ni(a,۱+a۲)Q} \quad ۴ + x- = y \Rightarrow (۱ - x)۱- = ۳ - y$$

روش دوم:

$$a = ۱ \Rightarrow ۱- = \frac{۳ - a}{۱ - ۱ + a۲} = \frac{y\Delta}{x\Delta} = m$$

۲۹ الف)

$$۱۰ = \frac{(۵-) - ۲۵}{۳} = \frac{f(۰) - f(۳)}{۰ - ۳}$$

ب)

$$f'(x) = ۱ + {}^{۲}x۳ \Rightarrow ۱۳ = {}^{۲}x۳ \Rightarrow ۱۲ = {}^{۲}x \Rightarrow ۴ = x \Rightarrow ۲\pm = x \Rightarrow ۲ = x$$

۳۰ الف)

$$f'(x) = ۷(\sqrt{x۲} + {}^{۶}x۲)\left(\frac{۲}{\sqrt{x۲}\sqrt{۲}} + {}^{۵}x۱۲\right)^{۶}$$

ب)

$$g'(x) = \frac{(۲ + x۲-)(۱ - {}^{۳}x۲) - (x۲ + {}^{۲}x-)^{۲}x۶}{{}^{۲}(x۲ + {}^{۲}x-)}$$

۳۱

$$f'(۳) = \lim_{x \to ۳} \frac{f(x) - f(۳)}{x - ۳} = \lim_{x \to ۳} \frac{۶ - x - {}^{۲}x}{x - ۳} = \lim_{x \to ۳} \frac{(۲ + x)(۳ - x)}{x - ۳} = ۵$$

۳۲

$$۲۰(۲) = \left(\frac{t}{۵۰} - ۱\right)\left(\frac{۱}{۵۰}-\right) \text{ یا } \left(\frac{t}{۵۰} - ۱\right)\frac{۴}{۵۰} - \text{ آهنگ لحظه‌ای}$$

$$= \frac{۲۰ - ۰}{۰ - ۵۰} = \frac{۲-}{۵} \text{ آهنگ متوسط}$$

از برابری آهنگ متوسط و لحظه‌ای نتیجه می‌گیریم $t = ۲۵$

۳۳ در $x = ۲$ پیوسته است.

$$f'(x) = \begin{cases} x۴ & x > ۲ \\ \left(\frac{۱}{\sqrt{۱ - x}\sqrt{۲}}\right)^{۲} & x < ۲ \end{cases}, \quad f'_{+}(۲) = ۱, \quad f'_{-}(۲) = ۸$$

پس در $x = ۲$ مشتق‌پذیر نیست.

۳۴

$$h'(x) = ۶\left(\frac{\sqrt{x۳ - ۱}}{x + ۷}\right)^{۵}\left(\frac{(\sqrt{x۳ - ۱})(۱) - (x + ۷)\left(\frac{۳-}{\sqrt{x۳ - ۱}\sqrt{۲}}\right)}{{}^{۲}(x + ۷)}\right)$$

۳۵

$$f'(۲) = ۱۰ \Rightarrow ۲ = y \Rightarrow ۱ - x۲ = y$$

$$۱۰ = f'(۲)۵ = \lim_{x \to ۲} \frac{f(۲) - f(x)۵}{۲ - x}$$

۳۶ الف)

$$\frac{۷}{۵} = \frac{۳۵}{۲۵} = \frac{۵۰ - ۸۵}{۲۵} = \frac{f(۰) - f(۲۵)}{۰ - ۲۵}$$

ب)

$$f'(x) = ۷x\frac{۱}{\sqrt{x}\sqrt{۲}} \xrightarrow{x = ۴۹} f'(۴۹) = \frac{۱}{۲}$$

Telegram: @konkur_in

۳۷ $$\left.\begin{aligned} f'_+(0) &= \lim_{x\to 0^+} \frac{0-(2-x)x}{x} = 2- \\ f'_-(0) &= \lim_{x\to 0^-} \frac{0-(2-x)x}{x} = 2+ \end{aligned}\right\} = \lim_{x\to 0} \frac{f(0)-(2-x)|x|}{0-x} = f'(0)$$

چون $f'_-(0) \neq f'_+(0)$، لذا تابع f در $x = 0$ مشتق‌پذیر نیست.

۳۸ $$f'(2) = 10 \Rightarrow f'\left(\frac{1}{2}\right) = \lim_{x\to 2} \frac{f(2)-f(x)}{2-x} = 5$$

$$g'(x) = f'(x)\times x + f(x)\times 1 \Rightarrow g'(2) = 10\times 2 + 7\times 1 = 27$$

۳۹ الف) تابع در بازه $[0, 2]$ متوسط $= \frac{f(0)-f(2)}{0-2} = \frac{0-2}{2} = 1$

ب) $f'(x) = 1 - x^2 \Rightarrow 1 - x^2 < 1 \Rightarrow x > 0$ ای لحظه آهنگ

۴۰ $$\frac{(3+5x)\sqrt[2]{1-x^2} - (5)\sqrt{1-x^2}}{(\sqrt{1-x^2})^2} + 3(6-x)^2 = f'(x)$$

۴۱ $$f'_-(2) = \lim_{x\to 2^-} \frac{f(2)-f(x)}{2-x} = \lim_{x\to 2^-} \frac{0-|4-x^2|}{2-x} = \lim_{x\to 2^-} \frac{(4-x^2)-}{2-x} = \lim_{x\to 2^-} \frac{(2+x)(2-x)-}{2-x} = -4$$

۴۲ فرض کنیم $y = ax + b$، خط مماس بر منحنی f در نقطه $(2, 4)$ واقع بر آن باشد:

$$f'(2) = 3 \Rightarrow \lim_{x\to 2} \frac{f(2)-f(x)}{2-x} = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$y = 3x + b \xrightarrow{(2,4)} 4 = 6 + b \Rightarrow b = -2$$

۴۳ الف) روش اول: $\frac{f(3)-f(4)}{3-4} = \frac{80-75}{1} = 5$

روش دوم: سرعت متوسط $= h'(3/5) = -10(3/5) + 40 = 5$

ب) $h(t) = -5t^2 + 40t \Rightarrow -10t + 40 = 0 \Rightarrow t = 4$

۴۴ $$(f(g+f))'(1) = f'(1)\times(g+f)'(1) = (f)'(1)\times(g)'(1) + (f)'(1) = (3+5)\times 3 = 24$$

۴۵ f پیوسته است.

$$f'_+(0) \neq f'_-(0) \Rightarrow \text{مشتق ناپذیر} \begin{cases} f'_-(0) = \lim_{x\to 0^-} \frac{f(0)-f(x)}{0-x} = \lim_{x\to 0^-} \frac{0-|x|}{x} = -1 \\ f'_+(0) = \lim_{x\to 0^+} \frac{f(0)-f(x)}{0-x} = \lim_{x\to 0^+} \frac{0-x^2}{x} = 0 \end{cases}$$

۴۶ الف) $\frac{f(1)-f(2)}{1-2} = 15$

ب) $f'(t) = 6t^2 + 1 \Rightarrow f'(2) = 25$

Telegram: @konkur_in

۴۷ الف) $f'(x) = (x^{۴} - ۳x^{۲})(۲ + \sqrt[۳]{x}) + \left(\frac{۱}{\sqrt[۴]{x}}\right)(x^{۴} - ۳x^{۲})$

ب) $g'(x) = \frac{(x^{۳} + ۱)(x^{۵} - ۴) - (x + x^{۵} + ۱)۳}{(x + x^{۵} + ۱)^{۲}}$

۴۸ $f'(x) = ۶x^{۲} - ۲ \Rightarrow f'(۲) = ۲$

$d: (a, ۲), (۳, ۰) : \frac{۰ - ۳}{a - ۲} = a \Rightarrow \frac{۱}{۲}$

۴۹ $\frac{۱}{۵} = \frac{۲ - ۳}{۵} = \frac{f(۴) - f(-۱)}{۴ - (-۱)}$

۵۰ $f'(۴) = (g + f)'(۴) = g'(۴) + f'(۴) = (۲^{۲})(۶) + \frac{۱}{۴\sqrt[۴]{۲}} + ۹۶ = \frac{۱}{۴} + ۹۶$

$= (۱)g'(۱)f + (۱)f(۱)g' + (۶) = (۱)(۶) + (۳)\left(\frac{۱}{۲}\right) + \frac{۳}{۲} + ۶$

$= (۱)'(g \times f) + (۴)'(g + f) = \frac{۴۱۵}{۴}$

۵۱ $f'_{+}(۱) = \lim_{x \to ۱^{+}} \frac{۲ - ۱ + x}{۱ - x} = ۱$

$f'_{-}(۱) = \lim_{x \to ۱^{-}} \frac{۲ - x + x^{۲}}{۱ - x} = ۳$

نتیجه تابع در $x = ۱$ مشتق‌پذیر نیست. $f'_{-}(۱) \neq f'_{+}(۱)$

۵۲ $f'(t) = ۲ + t۲$

آهنگ متوسط $= \frac{f(۲) - f(۰)}{۲ - ۰} = \frac{۱۱ - ۳}{۲} = ۴$

$t = ۱ \Rightarrow ۴ = ۲ + t۲$

۵۳ الف) $g'(x) = \frac{(x^{۳} + ۸)^{۲}x۴ - (۱ - x۲)^{۳}x۳ \times x۲ \times ۴}{(x^{۳} + ۸)^{۲}}$

ب) $f'(x) = \frac{۲}{\sqrt[۳]{(۱ + x۲)^{۲}}}$

۵۴ $= \lim_{h \to ۰} \frac{f(h + x) - f(x)}{h} = \lim_{h \to ۰} \frac{\frac{۱}{h + x} - \frac{۱}{x}}{h} = \lim_{x \to x} \frac{۱-}{(h + x)x} = \frac{۱-}{x^{۲}}$

۵۵ الف) $\frac{۱}{۲}- = \frac{۲ + ۳-}{۲} = \frac{f(۰) - f(۲-)}{۰ + ۲}$

ب) $f'(x) = \frac{۶ + x۱۲ + x^{۲}۳-}{(۲ + x^{۲})^{۲}} \Rightarrow f'(-۱) = ۱-$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۶ $\lim_{x\to ۲} \frac{\sqrt[۳]{x-۲}}{x-۲} = \lim_{x\to ۲} \frac{f(x)-f(۲)}{x-۲} = f'(۲)$

$\lim_{x\to ۲} \frac{۱}{\sqrt[۳]{(x-۲)^۲}} = +\infty$

تابع در نقطه $x = ۲$ مشتق‌پذیر نیست.

۵۷ الف) E ب) B پ) C ت) $m_D < m_A$

۵۸ $f'(x) = ۴x + ۵ \Rightarrow f'(۲) = ۱۳$

$\frac{f(۲)-f(۰)}{۲-۰} = \frac{۱-(-۱)}{۲} = ۱$

پس آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در نقطه $x = ۲$، ۱۳ برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[۰, ۲-]$ است.

۵۹ الف) $f'(x) = (۴ + \sqrt[۳]{x})\frac{۳}{۲\sqrt[۳]{x+۲}} + ۳x۲(\sqrt[۳]{x+۲})^۲$

ب) $g'(x) = \frac{-۱۴x(۶-x) - (-۷x۲ + ۱)(-۱)}{(۶-x)^۲}$

پ) $h'(x) = ۴(۱ - ۲x۵)^۳(-۱۰x۴)^۳$

۶۰ $\lim_{x\to ۲} \frac{f(x)-f(۲)}{x-۲} g(x) = \lim_{x\to ۲} \frac{f(x)g(x)-g(x)f(۲)}{x-۲} = \lim_{x\to ۲} \frac{g(x)f(x)-g(x)f(۲)}{x-۲}$

$\lim_{x\to ۲} \frac{f(x)-f(۲)}{x-۲} \lim_{x\to ۲} g(x) = f'(۲)۵$

۶۱ $f'(t) = \frac{-۱۲۰}{t^۲} \Rightarrow f'(۲) = \frac{-۱۲۰}{۴} = -۳۰$

آهنگ متوسط $= \frac{f(۴)-f(۶)}{۴-۶} = \frac{\left(۵ + \frac{۱۲۰}{۴}\right) - \left(۵ + \frac{۱۲۰}{۶}\right)}{۴-۶} = \frac{۳۵-۲۵}{۲} = -۵$

$-۳۰ - ۵ = -۳۵ \Rightarrow$

۶۲ $\lim_{h\to ۰} \frac{f(x)-f(h+x)}{h} = \lim_{h\to ۰} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{h+x}}{h} = f'(x)$

$\lim_{h\to ۰} \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - \sqrt{h+x})(\sqrt{x} + \sqrt{h+x})}{(\sqrt{x} + \sqrt{h+x})h} = \lim_{h\to ۰} \frac{x - h + x}{(\sqrt{x} + \sqrt{h+x})h} =$

$\lim_{h\to ۰} \frac{۱}{(\sqrt{x} + \sqrt{h+x})} = \frac{۱}{\sqrt{x}۲}$ (ص ۹۳)

(در صورت استفاده از فرمول‌های دیگر مشتق، بارم به تناسب تقسیم شود.)

۶۳ تابع پیوسته است.

$f'_+(۱) = \lim_{x\to ۱^+} \frac{۱ + ۳x - ۲x۲}{۱ - x} = ۴$

$f'_-(۱) = \lim_{x\to ۱^-} \frac{۱ + ۴x - ۳x}{۱ - x} = ۳$

در نقطه $x = ۱$ مشتق‌ناپذیر است. $\Rightarrow f'_+(۱) \neq f'_-(۱)$

(در صورت استفاده از فرمول‌های دیگر مشتق، برای محاسبه مشتق چپ و راست، بارم به تناسب تقسیم شود.)

Telegram: @konkur_in

۶۴ الف) سرعت متوسط $= \frac{h(۲) - h(۴)}{۲ - ۴} = \frac{۹۶ - ۶۴}{۲} = ۱۶$

ب) $h'(t) = -۱۶t + ۴۸ \Rightarrow t = ۳$

۶۵ الف) $f(x) = x^{۳} - ۳x^{۲} \Rightarrow f'(x) = ۳x^{۲} - ۶x$

ب) $g'(x) = ۳\left(\frac{۱ - x^{۲}}{۱ + x}\right)^{۲}\left(\frac{(۱ + x)۲ - (۱ - x^{۲})۱}{(۱ + x)^{۲}}\right)$

۶۶ الف) خیر - چون ناپیوسته است.

ب) بله، در تمام نقاط بازه $(-\infty, ۲)$ مشتق‌پذیر است.

پ) $f(x) = \sqrt{۲ - x} : x \leq ۲ \Rightarrow f'(x) = \frac{-۱}{۲\sqrt{۲ - x}} \Rightarrow f'_{+}(۲) = \frac{-۱}{۲}$

۶۷ الف) $f'(۲) = \lim_{x \to ۲} \frac{f(x) - f(۲)}{x - ۲} = \frac{۴}{۲} = ۲$

ب) $m_A < m_B$

۶۸ $m(t) = \frac{-۱}{۲\sqrt{t}} + ۲ \Rightarrow$ آهنگ متوسط $= \frac{-۱۰}{۴ - ۰} = \frac{۵}{۲}$

$\frac{۵}{۲} = \frac{-۱}{۲\sqrt{t}} + ۲ \Rightarrow \sqrt{t} = ۱ \Rightarrow t = ۱$

۶۹ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مشتق سهمی، تابع خطی (غیرثابت) است. چون طول نقطه مینیمم، منفی است پس f' محور xها را در ناحیه $x > ۰$ قطع می‌کند.

x	$x_S < ۰$	
f	نزولی	صعودی
f'	−	+

۷۰ $m = f'(۰) = \lim_{x \to ۰} \frac{\sqrt[۳]{x} - ۰}{x} = \lim_{x \to ۰} \frac{۱}{\sqrt[۳]{x^{۲}}} = A(۰, ۰), +\infty$

معادله مماس قائم: $x = ۰$

۷۱ آهنگ متوسط رشد $= \frac{f(۰) - f(۲۵)}{۰ - ۲۵} = \frac{۸۵ - ۵۰}{۲۵} = \frac{۷}{۵}$

۷۲ الف) $f'(x) = \frac{-۱(x^{۲} + ۳) - ۲(x + ۴)}{(x + ۴)^{۲}}$

ب) $g'(x) = (x^{۲} + ۲x)\frac{۳}{۲\sqrt{۱ + x^{۳}}} + (۲ + x^{۲})\sqrt{۱ + x^{۳}}$

۷۳ $y = ۰ - (۱ - x)۲ \Rightarrow ۲ = \lim_{x \to ۱^{+}} \frac{|۱ - x^{۲}| - ۰}{۱ - x} = \lim_{x \to ۱^{+}} \frac{f(x) - f(۱)}{۱ - x} = f'_{+}(۱)$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۴ الف) $\frac{f(۳)-f(۰)}{۰-۳}=\frac{۳-۱۸}{۳}=۵$

ب) $f'(t)=۴t-۱\Rightarrow f'(۴)=۱۵$

۷۵ تابع در $x=۱$ پیوسته است.

$$f'_{+}(۱)=\lim_{x\to ۱^{+}}\frac{۲-x^{۲}+۱}{۱-x}=۲,\quad f'_{-}(۱)=\lim_{x\to ۱^{-}}\frac{۲-x^{۳}-۱}{۱-x}=۳$$

$f'_{+}(۱)\neq f'_{-}(۱)$ پس تابع در $x=۱$ مشتق‌پذیر نمی‌باشد.

۷۶ $f'(t)=۱-t^{۲}\Rightarrow f'(۲)=۱-(۲)۲=-۳$

$$f'(t)=\frac{f(۵)-f(۰)}{۵-۰}=\frac{۳۰-۱۰}{۵}=۴=\frac{f\Delta}{t\Delta}$$

۷۷ $$f'(x)=\frac{\frac{(۱+x)^{۹}(۱)-(۲-x^{۹})}{(۱+x)^{۲}}}{\sqrt{۲}\frac{\sqrt{۲-x^{۹}}}{۱+x}}$$

۷۸ تابع f در نقطه $x=۰$ پیوسته است.

$$f'_{+}(۰)=۳$$
$$f'_{-}(۰)=a$$
$$a=۳\Rightarrow$$

۷۹ $(fg)'(۲)=f'(۲)g(۲)+g'(۲)f(۲)=۵\times ۸+۳(-۶)=۲۲$

۸۰ $f'(t)=۳t^{۲}\Rightarrow ۳=t^{۲}\Rightarrow t=\pm ۱\Rightarrow t=۱$

۸۱ $(۰,۲)\Rightarrow x=۲\Rightarrow x^{۳}-۸=۰$

$f'(x)=۳x^{۲}\Rightarrow m=f'(۲)=۱۲, y=۰=m(x-۲)\Rightarrow y=۱۲x-۲۴$

۸۲ تابع در این نقطه مشتق‌پذیر نمی‌باشد.

$$f'_{-}(۲)\neq f'_{+}(۲)\Rightarrow \begin{cases} f'_{+}(۲)=\lim\limits_{x\to ۲^{+}}\frac{|x^{۲}-۴|}{x-۲}=\lim\limits_{x\to ۲^{+}}\frac{(x-۲)۲}{x-۲}=۲ \\ f'_{-}(۲)=\lim\limits_{x\to ۲^{-}}\frac{|x^{۲}-۴|}{x-۲}=\lim\limits_{x\to ۲^{-}}\frac{(x-۲)۲-}{x-۲}=-۲ \end{cases}$$

۸۳ $d'(t)=۲t+۱۰\Rightarrow d'(۲)=۱۴$

۸۴ الف) $f'(x)=(۳)(x۲)(۶-x^{۲})^{۲}\left(۱+x\frac{۱}{۴}\right)^{۲}+(۶-x^{۲})^{۲}\frac{۱}{۴}$

ب) $g'(x)=\left(x\frac{۵}{۲}\right)\sin ۱۵(\cos x\frac{۵}{۲})^{۲}$

پ) $$h'(x)=\frac{(\sqrt{x})(۲-x^{۳}۳)-(۱+x۲-x^{۳})\left(\frac{۱}{\sqrt{x}۲}\right)}{(۱+x۲-x^{۳})^{۲}}$$

Telegram: @konkur_in

۸۵ $\frac{۲۵ - {}_{B}y}{۴ - ۵} = ۵/۱ \Rightarrow (۲۵, ۴)A$

$(۵/۲۳, ۳)C, (۵/۲۶, ۵)B$

۸۶ $f'_{-}(-۱)$ موجود نیست.

$$(-۱)'_{-}f \neq (-۱)'_{+}f \Rightarrow \begin{cases} (-۱)'_{+}f = \lim\limits_{x \to (-۱)^{+}} \frac{۱ - ۲ + x}{۱ + x} = ۱ \\ (-۱)'_{-}f = \lim\limits_{x \to (-۱)^{-}} \frac{۱ - {}^{۲}x}{۱ + x} = -۲ \end{cases}$$

۸۷ سرعت متوسط $= \frac{f(۵) - f(۰)}{۵ - ۰} = ۴ \Rightarrow$

سرعت لحظه‌ای $t = \frac{۵}{۲} \Rightarrow f'(t) = ۱ - t۲ = -۴ \Rightarrow$

۸۸ $f'(۱) + ۳g'(۱) = ۹ + ۱۰ = ۱۹$

۸۹ الف) $f'(x) = ۵(۱ + x۲ + {}^{۲}x)^{۴}(۲ + x۲)$

ب) $g'(x) = (۳ + {}^{۳}x)\left(\frac{۳}{۲\sqrt{۲ + x۳}}\right) + (۲x۳)(\sqrt{۲ + x۳})$

۹۰ تابع در $x = ۱$ پیوسته است.

$$f'_{-}(-۱) \neq f'_{+}(-۱) \Rightarrow \begin{cases} f'_{+}(-۱) = \lim\limits_{x \to -۱^{+}} \frac{۴ - ۳ + {}^{۲}x}{x - (-۱)} = -۲ \\ f'_{-}(-۱) = \lim\limits_{x \to -۱^{-}} \frac{۴ - ۶ + x۲}{x - (-۱)} = ۲ \end{cases}$$

$f'(-۱)$ موجود نیست.

۹۱ الف) آهنگ تغییر متوسط $= \frac{۵۰ - ۸۵}{۲۵} = \frac{f(۲۵) - f(۰)}{۲۵ - ۰} = \frac{f۵}{x۵} = \frac{۷}{۵}$

ب) آهنگ لحظه‌ای $= f'(۴۹) = \frac{۷}{\sqrt{x}۲} = \frac{۷}{\sqrt{۴۹}۲} = \frac{۱}{۲}$

۹۲ الف) $f'(x) = ۵(۱ + x۲ + {}^{۲}x)^{۴}(۲ + x۲)$

ب) $g'(x) = \frac{(۱)(\sqrt{۲ + x۳}) - \frac{x۳}{۲\sqrt{۲ + x۳}}}{{}^{۲}(\sqrt{۲ + x۳})}$

۹۳ تابع در $x = ۰$ پیوسته است.

$$f'_{+}(۰) = \lim\limits_{x \to ۰^{+}} \frac{x - ۰}{x - ۰} = ۱$$

$$f'_{-}(۰) = \lim\limits_{x \to ۰^{-}} \frac{{}^{۲}x - ۰}{x - ۰} = ۰$$

$f'_{+}(۰) \neq f'_{-}(۰)$ پس مشتق تابع در $x = ۰$ موجود نیست.

Telegram: @konkur_in

۹۴

x	a	b	c	d
f'(x)	-۰/۵	۰/۵	۲	۰

۹۵

آهنگ لحظه‌ای $= \frac{-۲۴۰}{۱۶} = f'(۴) \Rightarrow = \frac{-۲۴۰}{t^۲} = f'(t) \Rightarrow$ -۱۵

آهنگ متوسط $= \frac{f(۵) - f(۳)}{۵ - ۳} = \frac{۴۸ - ۸۰}{۲} = -۱۶$

$-۱۵ - (-۱۶) = ۱$

۹۶

$$f(x) = \begin{cases} x^۲ - ۴x & x \le ۰ \\ x^۲ + ۴x & x > ۰ \end{cases}$$

$$f'_+(۰) = \lim_{x \to ۰^+} \frac{x^۲ - ۴x}{x} = -۴$$

$$f'_-(۰) = \lim_{x \to ۰^-} \frac{x^۲ + ۴x}{x} = ۴$$

$f'_-(۰) = f'_+(۰) \Rightarrow$ تابع مشتق‌پذیر است

۹۷

الف) سرعت متوسط $= \frac{h(۲) - h(۱)}{۲ - ۱} = ۲۵$

ب) سرعت لحظه ای $h'(t) = -۱۰t + ۴۰ \Rightarrow h'(۳) = ۱۰$

۹۸

$f(۱) = -۱ \Rightarrow f'(x) = ۳x^۲ - ۲ \Rightarrow f'(۱) = ۱ \Rightarrow y = x - ۲$

۹۹

الف) $\frac{h(۸) - h(۵)}{۸ - ۵} = \frac{h(۷۵) - ۰}{۸ - ۵} = -۲۵$

ب) $h'(t) = -۱۰t + ۴۰ \Rightarrow ۳۵ = t \Rightarrow ۵۰٪$

۱۰۰

الف) $f'(x) = \frac{(۲ - x^۹)\frac{۱}{۲\sqrt{x}} - ۹\sqrt{x}}{(\sqrt{x})^۲}$

ب) $g'(x) = (۲)(۳)(۵ - x^۲)^۳(x^۶) + (۵ - x^۲)^۲(-۲x^۳)(۴ - x^۳)$

۱۰۱

$$f'_+(۱) = \lim_{x \to ۱^+} \frac{۱ - \frac{۱}{x}}{۱ - x} = -۱$$

$$f'_-(۱) = \lim_{x \to ۱^-} \frac{۱ - ۱}{۱ - x} = ۰$$

$f'_-(۱) \neq f'_+(۱) \Rightarrow$

$f'(۱)$ موجود نیست.

۱۰۲

$B(۳, ۵/۲۲) \Rightarrow ۵/۱ = \frac{f(۴) - f(۳)}{۴ - ۳}$

$C(۵, ۵/۲۵) \Rightarrow ۵/۱ = \frac{f(۵) - f(۴)}{۵ - ۴}$

۱۰۳

$\frac{۵}{۲} = t \Rightarrow ۴ = ۱ - t^۲ = f'(t) \Rightarrow ۴ = \frac{f(۵) - f(۰)}{۵ - ۰} = \frac{f۵}{t۵}$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۴ $\lim_{x\to 0^+} \frac{x^2-0}{x-0} = 0 = f'_+(0)$

$\lim_{x\to 0^-} \frac{x-0}{x-0} = -1 = f'_-(0)$ $\Rightarrow f'_-(0) \neq f'_+(0)$

$f'(0)$ موجود نیست.

۱۰۵ الف) $f'(x) = 5\left(\frac{x^2}{1-x^3}\right)^4 \left(\frac{x^2(1-x^3)-x^2(-3x^2)}{(1-x^3)^2}\right)$

ب) $g'(x) = (1+x^3)\left(\frac{3}{2\sqrt{2+x^3}}\right) + x^3(\sqrt{2+x^3})^2$

۱۰۶

نقطه	A	D	B	E
شیب	۱	۰	-۱	-۳

۱۰۷ $f'(t) = -4t + 10 \Rightarrow f'(2) = -8 + 10 = 2$

۱۰۸ $m_{AB} = 0 > m_A$ (ص ۸۲)

۱۰۹ الف) $f'(x) = 12x(1-x^2)^4 + 4(2)(1-x^2)^3(-4x^3-7)$

ب) $g'(x) = \frac{-\cos x\cos x - (-\sin x)(\sin x - 1)}{\cos^2 x}$

۱۱۰ تابع پیوسته است. $\lim_{x\to 1^+}(1+x^2) = \lim_{x\to 1^-} 2x^2 = 2 = f(1)$

$f'_+(1) = \lim_{x\to 1^+} \frac{1+x^2-2}{1-x} = 2$, $f'_-(1) = \lim_{x\to 1^-} \frac{2-x^2}{1-x} = 2$

$f'_+(1) = f'_-(1) = 2 \Rightarrow$ تابع در این نقطه مشتق‌پذیر است.

۱۱۱ الف) ۱) ۲ ۲) $-\infty$

ب) تابع در $x = 1, x = -1$ مشتق‌پذیر نیست.

۱۱۲ $d'(t) = -10t + 20 \Rightarrow d'(2) = 0$

۱۱۳ الف) $f'(x) = \frac{3\sqrt{x} - (1+x^3)\frac{1}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x})^2}$

ب) $g'(x) = 7(5+x^2)(x^5+x^2)^6\left(\frac{1}{x}\right) + 7(x^5+x^2)^6\left(-\frac{1}{x^2}\right)$

Telegram: @konkur_in

۱۱۴ الف)

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{x^2 - 0}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = f'_+(0) = 0$$

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{x^2 - 0}{x - 0} = \lim_{x \to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = f'_-(0) = 2$$

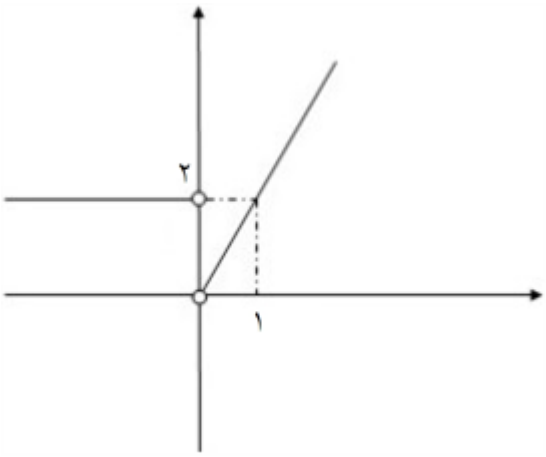
$$f'_+(0) \neq f'_-(0)$$

مشتق راست و چپ در $x = 0$ برابر نیست درنتیجه تابع در $x = 0$ مشتق ناپذیر است.

ب)

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & x > 0 \\ 2 & x < 0 \end{cases}$$

پ)



۱۱۵

$A(۴, ۲۷)$

$B(۵, ۲۷/۵) \Rightarrow \frac{y_B - ۲۷}{۵ - ۴} = \frac{۳}{۴}$

۱۱۶

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^+} f(x) = f(0) = 0$$

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{x^2 - 0}{x - 0} = f'_-(0) = 0$$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{x - 0}{x - 0} = f'_+(0) = 1$$

پس تابع مشتق‌پذیر نمی‌باشد. $f'_+(0) \neq f'_-(0)$

۱۱۷

الف) $f'(x) = \left(\frac{۳}{\sqrt[۳]{۱ + x^۳}}\right)(x^۲ ۳) + (۱ + x^۳)(\sqrt{۲ + x^۳})$

ب) $g'(x) = ۷(۳ + x۲)(۱ + x۳ + x^۲)^۶$

پ) $h'(x) = \frac{(۲-)(۹ + x۲ -) - (۵ - x۲)(۷ + x۵ - x^۲)}{(۹ + x۲ -)^۲}$

۱۱۸

$$f'(۱) = \lim_{x \to ۱} \frac{۲ + x۳ - x^۲}{۱ - x} = \lim_{x \to ۱} \frac{(۲ - x)(۱ - x)}{۱ - x} = ۱-$$

۱۱۹

الف) $\Delta m = ۱۳۰ - ۳ = ۱۲۷$

ب) $m'(۴) = \lim_{t \to ۴} \frac{۱}{\sqrt{۲t}} + ۶t^۲ \to ۹۶ + \frac{۱}{۴}$

Telegram: @konkur_in

۱۲۰ الف) $f'(x) = \left(\frac{-x^{۳}(۱+x^{۳}) - (۵+x^{۲})۳}{(۵+x^{۲})^{۲}}\right)x^{۷} + \left(\frac{۱+x^{۳}}{۵+x^{۲}}\right)۸$

ب) $g'(x) = \left(\frac{۳}{۲\sqrt{۲+x^{۳}}}\right)\left(\frac{۱}{x}\right) + (\sqrt{۲+x^{۳}})\left(-\frac{۱}{x^{۲}}\right)$

۱۲۱ تابع در $x = -۲$ پیوسته است.

$$f'_{+}(-۲) = \lim_{x \to -۲^{+}} \frac{|۴-x^{۲}| - ۰}{۲+x} = ۴$$

$$f'_{+}(-۲) \neq f'_{-}(-۲) \Rightarrow$$

$$f'_{-}(-۲) = \lim_{x \to -۲^{-}} \frac{|۴-x^{۲}| - ۰}{۲+x} = -۴$$

$f'(-۲)$ موجود نیست.

۱۲۲ الف) $f'(۱) = \frac{۲ - ۰}{۱ - ۰} = -۲$

ب) $m_B > m_C$

۱۲۳ $f'_{+}(۱) = \lim_{x \to ۱^{+}} \frac{|۱-x^{۲}| - ۰}{۱-x} = \lim_{x \to ۱^{+}} \frac{(۱+x)(۱-x)}{۱-x} = ۲$

$$f'_{-}(۱) = \lim_{x \to ۱^{-}} \frac{|۱-x^{۲}| - ۰}{۱-x} = \lim_{x \to ۱^{-}} \frac{-(۱+x)(۱-x)}{۱-x} = -۲$$

پس تابع مشتق‌پذیر نمی‌باشد $f'_{+}(۱) \neq f'_{-}(۱)$

۱۲۴ $f'(x) = -x^{۲} + ۱۰, f(۲) = ۶, f'(۲) = ۶, f(x) = ۱۶$

$$۶x + ۴ = y \Rightarrow -۶(x - ۲) = y - ۱۶$$

۱۲۵ $\frac{f(۲۵) - f(۰)}{۲۵ - ۰} = \frac{۸۵ - ۵۰}{۲۵} = ۱/۴$

۱۲۶ $f'_{+}(۰) = \lim_{x \to ۰^{+}} \frac{x - ۰}{x - ۰} = ۱$

$$f'_{+}(۰) \neq f'_{-}(۰) \Rightarrow$$

$$f'_{-}(۰) = \lim_{x \to ۰^{-}} \frac{x^{۲} - ۰}{x - ۰} = ۰$$

$f'(۰)$ موجود نیست.

۱۲۷ الف) $f'(x) = ۳(x^{۲})(۱+x^{۲}) + ۵(-x)(۱+x^{۲})^{۲}$

ب) $g'(x) = \frac{-۹(\frac{۱}{۲\sqrt{x}}) - (۲-x)۹(\sqrt{x})}{(\sqrt{x})^{۲}}$

۱۲۸ $h'(۱) = \frac{f(۱)g'(۱) - g(۱)f'(۱)}{g^{۲}(۱)} = \frac{(-۲)(۲) - ۳\times۲}{۹} = \frac{۸}{۹}$

Telegram: @konkur_in

۱۲۹ $$۲ = \frac{۴ - ۳ + x^{۲}}{۱ - x} \underset{x \to ۱^{+}}{\text{Lim}} = \frac{f(۱) - f(x)}{۱ - x} \underset{x \to ۱^{+}}{\text{Lim}} = f'_{+}(۱)$$
$$f'_{+}(۱) \neq f'_{-}(۱) \Rightarrow ۳ = \frac{۳ - x^{۳}}{۱ - x} \underset{x \to ۱^{-}}{\text{Lim}} = \frac{۴ - ۱ + x^{۳}}{۱ - x} \underset{x \to ۱^{-}}{\text{Lim}} = f'_{-}(۱)$$

بنابراین تابع f را در $x = ۱$ مشتق‌پذیر نیست.

۱۳۰ $$۱ + x = y \Rightarrow (۲ - x)۱ = ۳ - y$$
$$۱ = \frac{۱ - ۳}{۰ - ۲} = f'(۲)$$

۱۳۱ $$\frac{۱}{۵} = \frac{\sqrt[۹]{} - \sqrt[۴]{}}{۵} = \frac{f(۲) - f(۷)}{۲ - ۷} = \frac{f(x_{۱}) - f(x_{۲})}{x_{۱} - x_{۲}}$$

۱۳۲ $$y' = \frac{۱}{x} \times \left(۰ - \frac{۲}{\sqrt[۲]{x}} \right) x^{۳}(۱ - \sqrt[۲]{x})۴ + ۴(۱ - \sqrt[۲]{x}) \times \frac{-۱}{x^{۲}}$$

۱۳۳ $$۳ = f'_{+}(۱) \Rightarrow ۱ + x۲ = f'_{+}(x)$$
$$۳ = f'_{-}(۱) \Rightarrow ۳ = f'_{-}(x)$$
$$۳ = f'_{-}(۱) = f'_{+}(۱)$$

در نقطه $x = ۱$ مشتق‌پذیر است.

۱۳۴

شیب	۱	۰	$\frac{۱}{۲}$	-۲
نقطه	C	B	D	A

۱۳۵ ۱۳ برابر، زیرا:

$$f'(-۱) = ۱$$
$$f'(۲) = ۱۳ \Rightarrow ۵ + x۴ = f'(x)$$

۱۳۶ $$۴ = \frac{(۲ + x)(۲ - x)}{۲ - x} \underset{x \to ۲^{+}}{\text{Lim}} = \frac{۴ - x^{۲}}{۲ - x} \underset{x \to ۲^{+}}{\text{Lim}} = \frac{۰ - \left| ۴ - x^{۲} \right|}{۲ - x} \underset{x \to ۲^{+}}{\text{Lim}} = \frac{f(۲) - f(x)}{۲ - x} \underset{x \to ۲^{+}}{\text{Lim}} = f'_{+}(۲)$$
$$f'_{-}(۲) \neq f'_{+}(۲) \Rightarrow -۴ = \frac{(۲ + x)(۲ - x)-}{۲ - x} \underset{x \to ۲^{-}}{\text{Lim}} = \frac{(۴ - x^{۲})-}{۲ - x} \underset{x \to ۲^{-}}{\text{Lim}} = f'_{-}(۲)$$

تابع در این نقطه مشتق‌پذیر نیست.

۱۳۷ $$\text{آهنگ متوسط} = \underbrace{\frac{f(۴) - f(۰)}{۴ - ۰}}_{۰/۲۵} = \underbrace{\frac{۲۸ - ۰}{۴}}_{۰/۲۵} = ۷ \Rightarrow \underbrace{f'(t) = ۴t - ۱}_{۰/۲۵} \Rightarrow ۴t - ۱ = ۷ \Rightarrow \underbrace{t = ۲}_{۰/۲۵}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

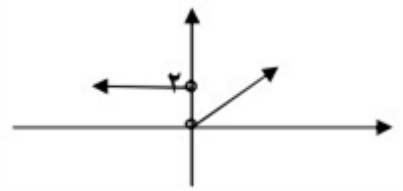
۱۳۸ الف) $f'(x) = \underbrace{۵}_{۰/۲۵} \underbrace{(x^۴ - ۳x)^۴}_{۰/۲۵} \underbrace{(۴x^۳ - ۳)}_{۰/۲۵}$

ب) $g'(x) = \dfrac{\overbrace{\frac{۱}{۲\sqrt{x}}}^{۰/۲۵}(۱ - x) - \overbrace{(-۱)\sqrt{x}}^{۰/۲۵}}{\underbrace{(۱ - x)^۲}_{۰/۲۵}}$

۱۳۹ الف) در $x = ۰$ گوشه‌ای و مشتق ناپذیر است. ۰/۵ (در صورتی که با مقدار مشتق چپ و راست بررسی کند نمره تعلق می‌گیرد)

ب) ۰/۵ $f'(x) = \begin{cases} ۲ & x > ۰ \\ ۲x & x < ۰ \end{cases}$

ج)



۱۴۰ $f'(-۱) = \underbrace{\lim_{x \to -۱}}_{۰/۲۵} \dfrac{f(x) - f(-۱)}{x + ۱} = \underbrace{\lim_{x \to -۱}}_{۰/۲۵} \dfrac{x^۳ - ۲ + ۳}{x + ۱} = \underbrace{\lim_{x \to -۱}}_{۰/۲۵} \dfrac{(x + ۱)(x^۲ - x + ۱)}{x + ۱} = \underbrace{۳}_{۰/۲۵}$

۱۴۱ آهنگ تغییر متوسط $= \underbrace{\dfrac{f(۲) - f(۰)}{۲ - ۰}}_{(۰/۲۵)} = \dfrac{۴}{۲} = ۲ \ (۰/۲۵)$

آهنگ تغییر لحظه‌ای $f'(x) = ۳x^۲ \Rightarrow f'(۱) = ۱ (۰/۲۵) \Rightarrow ۲ (۰/۲۵) - ۳x^۲ =$

۱۴۲ نمودار (ب) (۰/۲۵). سهمی نمودار داده شده ماکزیمم دارد. پس ضریب $x^۲$ منفی است. (۰/۲۵) لذا در مشتق تابع ضریب x منفی خواهد بود. در نتیجه نمودار مشتق، خطی با شیب منفی است. (۰/۲۵)

۱۴۳ کافی است نشان دهیم $\lim_{a \to x} f(x) = f(a)$.

$$\underbrace{\lim_{x \to a}(f(x) - f(a)) = \lim_{x \to a}(x - a)\left(\frac{f(x) - f(a)}{x - a}\right)}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\lim_{x \to a}(x - a) \times \lim_{x \to a}\frac{(f(x) - f(a))}{x - a}}_{(۰/۲۵)}$$

$\lim_{a \to x} f(x) = f(a) \ (۰/۲۵) \Rightarrow f(a) - \lim_{a \to x} f(x) = ۰ \ (۰/۲۵) \Rightarrow f'(a) \times ۰ =$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۴۴ تابع f در $x = -۱$ پیوسته است. (۰/۲۵)

$$f'_+(-۱) = \underbrace{\lim_{x \to (-۱)^+} \frac{|x^۲ + x|}{x + ۱}}_{(۰/۲۵)} = \lim_{x \to (-۱)^+} \frac{-x\,(x + ۱)\,(۰/۲۵)}{x + ۱} = ۱\ (۰/۲۵)$$

$$f'_-(-۱) = \lim_{x \to (-۱)^-} \frac{(x + ۱)x}{x + ۱} = -۱ \quad (۰/۲۵)$$

مشتق‌های راست و چپ تابع هر دو متناهی ولی نابرابرند. (۰/۲۵) پس $x = -۱$ نقطه گوشه‌ای تابع است.

۱۴۵ آهنگ متوسط

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{f(x) - f(۴)}{x - ۴} = \frac{f(x) - ۱۳۰}{x - ۴} = \frac{\sqrt[۳]{x} + ۵۴ - ۱۳۰}{x - ۴} = \sqrt[۳]{۷۶} - ۲ \quad (۲۵/۰)$$

۱۴۶ الف

$$f'(x) = ۵\left(\frac{x}{۱ - x^۲}\right)^۴ \times (۵/۰)\left(\frac{x^۲ - ۱ - x^۲}{(۱ - x^۲)^۲}\right) \quad (۵/۰)$$

ب

$$g'(x) = (۵/۰)(\sqrt{۱ + x}) \times ۲x + \frac{۱}{۲\sqrt{۱ + x}} \times x^۲ \times (۵/۰)^۲$$

۱۴۷

$$f'(-۱) = \lim_{x \to -۱} \frac{f(x) - f(-۱)}{x + ۱} = (۲۵/۰) \lim_{x \to -۱} \frac{x^۲ - ۱}{x + ۱} \quad (۲۵/۰)$$

$$= \lim_{x \to -۱} \frac{(x - ۱)^۲(x + ۱)}{x + ۱} = (۲۵/۰)۴$$

۱۴۸

$$m_{AB} = f'(۴) \Rightarrow \frac{y_B - ۲۴}{۱} = ۵/۱ \Rightarrow y_B = ۵/۲۵$$

$$y_C = ۵/۲۲ \Rightarrow ۵/۱ = \frac{۲۴ - y_C}{-۱}$$

$$(۲۵/۰)\ \begin{matrix} ۳ \\ ۵/۲۲ \end{matrix} \Big| C \quad (۲۵/۰)\ \begin{matrix} ۵ \\ ۵/۲۵ \end{matrix} \Big| B \quad (۲۵/۰)\ \begin{matrix} ۴ \\ ۲۴ \end{matrix} \Big| A$$

۱۴۹

$$m'(۹) = \frac{۱۰۹}{۶} \quad (۲۵/۰)$$

$$m'(t) = \frac{۱}{۲\sqrt{t}} + t^۲ \quad (۵/۰) \Rightarrow$$

۱۵۰

$$(fg)'(۲) = f(۲)g'(۲) + g(۲)f'(۲) = (۲۵/۰)(۲) \times ۳ + (-۳) \times ۱ = (۲۵/۰)۳$$

$$(g + f)'(۲) = g'(۲) + f'(۲) = (۲۵/۰)(۲) = (۲۵/۰)۳$$

۱۵۱ مشتق‌پذیر نیست. (۲۵/۰) زیرا:

$$f'_+(۲) = \lim_{x \to ۲^+} \frac{|x - ۲| - ۰}{x - ۲} = (۲۵/۰) \lim_{x \to ۲^+} \frac{x - ۲}{x - ۲} = ۱ \quad (۲۵/۰)$$

$$f'_-(۲) = \lim_{x \to ۲^-} \frac{-(x - ۲)}{x - ۲} = -۱ \quad (۲۵/۰)$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۵۲ تابع f در $x = ۱$ پیوسته است. ۰/۲۵

$$\Rightarrow ۰/۲۵\lim_{x\to ۱}\frac{۰ - |۱ - x|x}{۱ - x} = ۰/۲۵\lim_{x\to ۱}\frac{f(x) - f(۱)}{x - ۱} = f'(۱)\begin{cases} f'_+(۱) = ۰/۲۵۱ \\ f'_-(۱) = -۰/۲۵۱ \end{cases}$$

پس تابع f در $x = ۱$ مشتق‌پذیر نیست. ۰/۲۵

۱۵۳

$$\lim_{x\to ۱^-} f(x) = \lim_{x\to ۱^+} f(x) \Rightarrow a + b + c = ۰/۲۵۱$$

$$f'(x) = \begin{cases} ۳x^۲ & x > ۱ \\ ۲ax + b & x \leqslant ۱ \end{cases}, ۰/۲۵ f'_+(۱) = f'_-(۱) \rightarrow ۲a + b = ۰/۲۵۳$$

$$f''(x) = \begin{cases} ۶x & x > ۱ \\ ۲a & x \leqslant ۱ \end{cases}, ۰/۲۵ f''_+(۱) = f''_-(۱) \rightarrow ۲a = ۰/۲۵۶$$

$$a = ۳, b = -۳, c = ۰/۲۵۱ \rightarrow$$

۱۵۴

$$y' = \frac{۲x(x^۲ + ۶) - x^۲(۲x)}{(x^۲ + ۶)^۲} = \frac{۶x}{(x^۲ + ۶)^۲} ۰/۵ ۰/۲۵$$

$$m = f'(۲) = ۰/۲۵\frac{۱}{۵۰}, y = ۰/۲۵ \rightarrow (x - ۲)\frac{۱}{۵۰} = y - \frac{۲}{۱۰} ۰/۲۵ \frac{۱}{۵۰} + x\frac{۱}{۵۰} = \frac{۸}{۵۰}$$

۱۵۵

الف) $۰/۲۵۷۵۰ = ۰/۲۵\frac{(۳۰۰۰ - ۰)}{۴} = ۰/۲۵\frac{f(۰) - f(۴)}{۰ - ۴}$

ب) $f'(t) = -۴۰۰t \Rightarrow f'(۳) = ۱۲۰۰ - ۵۰ = ۰/۲۵۱۱۵۰$

۱۵۶

$$۰/۲۵\frac{۱}{۴} = ۰/۲۵\lim_{x\to ۱^-}\frac{۱}{(x - ۱)^۲} = ۰/۲۵\lim_{x\to ۱^-}\frac{\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{x - ۱}}{۱ + x} = ۰/۲۵\lim_{x\to ۱^-}\frac{f(x) - f(-۱)}{x + ۱} = f'(-۱)$$

۱۵۷

$$P(r) = ۰/۲۵۲\pi r$$

$$S(P) = ۰/۲۵\frac{P}{۲\pi} \Rightarrow S(r) = ۰/۲۵\pi r^۲ \Rightarrow ۰/۲۵\frac{P^۲}{۴\pi} = S(P)$$

۱۵۸

$$m = ۰/۲۵\lim_{x\to ۱}\frac{f(x) - f(۱)}{x - ۱} =$$

$$۰/۲۵۴ = ۰/۲۵\lim_{x\to ۱}\frac{(۳ + x)(۱ - x)}{(۱ - x)} = ۰/۲۵\lim_{x\to ۱}\frac{۳ - ۲x + x^۲}{۱ - x}$$

$$y = ۰/۵(۲ + ۴x) \Rightarrow ۴(۱ - x) = ۶ - y$$

۱۵۹

$$۰/۲۵\infty + = ۰/۲۵\lim_{x\to ۳}\frac{۱}{\sqrt[۲]{۲ - x}} = ۰/۲۵\lim_{x\to ۲}\frac{۰ - \sqrt[۳]{۲ - x}}{۲ - x} = f'(۲)$$

در $x = ۲$ مشتق‌پذیر نیست ۰/۲۵

منحنی دارای خط مماس قائم $x = ۲$ است. ۰/۵

۱۶۰

$$V(r) = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ \xrightarrow{۰/۲۵} V'(r) = ۴\pi r^۲ \xrightarrow{r = ۱۵} V'(۱۵) = ۴\pi(۱۵)^۲ = ۰/۲۵۹۰۰\pi$$

Telegram: @konkur_in

۱۶۱ $$\begin{cases} m = f'\left(\frac{1}{2}\right) = \lim_{x \to \frac{1}{2}^{+}} \frac{f(x)-f\left(\frac{1}{2}\right)}{x-\frac{1}{2}} = -0/254 \\ y_1 = x_1 \Rightarrow \frac{1}{2} = 0/252 \end{cases} \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 2 = -4/25\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

$$y = -4x + 0/254$$

۱۶۲ $$\lim_{x \to 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = f'(3) \Rightarrow 0/257 = \lim_{x \to 3} \frac{(x + 4)(3 - x)}{(3 - x)} = \lim_{x \to 3} \frac{12 - x + x^2}{3 - x} = f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

۰/۲۵ ۰/۵ ۰/۲۵

۱۶۳ $$g'(x) = -2x \times f'(2 - x^2) \quad (0/5) \rightarrow g'(1) = \underbrace{-2 \times \underbrace{f'(1)}_{3} = -6}_{(0/25)} \quad (0/25)$$

۱۶۴ $$f'(x) = 5x^6 - 3x^8 - 1 \quad (25/0) \qquad f''(x) = 30x^4 - 24x^2 \quad (25/0)$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{f'(1+h) - f'(1)}{h} = f''(1) \quad (25/0) \rightarrow \lim_{h \to 0} \frac{f'(1+h) - f'(1)}{h} = 30(1)^4 - 24(1)^2$$

$$= 6 \quad (25/0)$$

۱۶۵ باید تابع f در $x = 0$ پیوسته باشد پس:

$$(5/0) \quad a + b = 4 \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \to 0^{-}} f(x) = f(0) = 4 \\ \lim_{x \to 0^{+}} f(x) = a + b \end{cases}$$

$$f'_{+}(0) = f'_{-}(0) \rightarrow \begin{cases} \lim_{x \to 0^{+}} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = f'_{+}(0) = \lim_{x \to 0^{+}} \frac{4 - b + ax - 4}{x} = a \quad (25/0) \\ \lim_{x \to 0^{-}} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = f'_{-}(0) = \lim_{x \to 0^{-}} \frac{4 - (2 + x)^2}{x} = 4 \quad (25/0) \end{cases}$$

$$a = 4 \quad (25/0) \qquad b = 0 \quad (25/0)$$

۱۶۶ $$\underbrace{\frac{f(x + h) - f(x)}{h}}_{(0/25)} = \underbrace{\frac{f(2/2) - f(2)}{0/2} = \frac{2/1 - 2}{0/2}}_{(0/5)} = \underbrace{\frac{0/1}{0/2}}_{(0/25)} = \frac{1}{2}$$

(صفحه ۱۲۶)

۱۶۷ $$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x}} + 2 \quad (25/0) \rightarrow D_f = (0, +\infty) \quad (25/0)$$

صفحه ۱۴۰

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۶۸ الف) $\underbrace{\frac{p(۵) - p(۱)}{۴}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\frac{۱۴۵۰۰ - ۲۵۰۰}{۴}}_{(۰/۲۵)} = ۳۰۰۰ \quad (۰/۲۵)$

ب) $p'(t) = ۱۰۰۰t \Rightarrow p'(۲) = ۲۰۰۰$ (۲۵٪)

صفحه ۱۳۰

۱۶۹ مسائل صفحه ۱۷۴

$$\left.\begin{array}{l} x = ۱ \to y = -۷ \quad (۲۵٪) \\ x = -۱ \to y = -۵ \quad (۲۵٪) \end{array}\right\} \to x^۲ = ۱ \Rightarrow y' = ۳x^۲ - ۲ \quad (۵٪) \to \begin{cases} y' = ۱ \to x = m \\ y' = -۲ \end{cases}$$

۱۷۰ مثال صفحه ۱۶۴

$$f'(a) = \underbrace{\lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\lim_{x \to a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x - a}}_{(۰/۵)} = \lim_{x \to a} \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{a})(\sqrt{x} + \sqrt{a})}{(x - a)(\sqrt{x} + \sqrt{a})}$$

$$= \underbrace{\lim_{x \to a} \frac{(x - a)}{(x - a)(\sqrt{x} + \sqrt{a})}}_{(۰/۲۵)} = \frac{۱}{۲\sqrt{a}} \quad (۰/۲۵)$$

۱۷۱ $f(x) = ax^۲ + bx + c \quad f'(x) = ۲ax + b \quad f''(x) = ۲a$

$$a = ۳ \quad (۲۵٪) \quad b = -۴a(۲۵٪) = -۱۲ \Rightarrow \begin{cases} f(۲) = ۷ \to ۴a + ۲b + c = ۷ \quad (۲۵٪) \\ f'(۲) = ۸ \to ۴a + b = ۸ \quad (۲۵٪) \\ f''(۲) = ۶ \to ۲a = ۶ \quad (۲۵٪) \end{cases}$$

$f(x) = x^۳ - ۳x^۲ + ۴ \Rightarrow$

۱۷۲ $g'(x) = \frac{۱}{\sqrt[۲]{x^۲}} - \left(\frac{۱}{x}\right)\frac{۱}{۲\sqrt[۲]{x}}$

۰/۲۵ ۰/۲۵

۱۷۳ ۰/۲۵ ۰/۲۵

$$f'(x) = \frac{۵(۲ - x)^۴(-۱)(۳ - ۲x) - (۳x - x^۲)^۵(-۱)}{۰/۲۵(۳x - x^۲)^۲}$$

۱۷۴ $f'(a) = \underbrace{\lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\lim_{x \to a} \frac{x^۲ + ۱ - (a^۲ + ۱)}{x - a}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\lim_{x \to a} \frac{(x - a)(x + a)}{x - a}}_{(۰/۵)} = ۲a \quad (۰/۵)$

Telegram: @konkur_in

۱۷۵ $f'(x) = g'(x)\sqrt{x} + g(x)\frac{1}{2\sqrt{x}}$ ۰/۷۵

۱۷۵ $f'(۴) = \underbrace{g'(۴)\sqrt{۴} + \frac{۱}{۲\sqrt{۴}}g(۴)}_{۰/۵} = ۷\times ۲ + \frac{۱}{۴}\times ۸ = ۱۶$ ۰/۲۵

۱۷۶ $f'(x) = \frac{۱}{۲\sqrt{x}-۲} \Rightarrow D_{f'} = (۲, +\infty)$

۰/۲۵ ۰/۲۵

۱۷۷ $g'(x) = \frac{۱}{۲\sqrt{x}}(۱)(۱-x)^{۲} + ۲(۱-x)(-۱)\sqrt{x}$

۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵

۱۷۸ $f'(x) = \underbrace{\frac{\overbrace{۲(x^{۲}-۶x+۵)-(۲x-۶)(۲x-۳)}^{۰/۵}}{\underbrace{(x^{۲}-۶x+۵)^{۲}}_{۰/۲۵}}}$

۱۷۹ $\underbrace{\frac{f(t_۲)-f(t_۱)}{t_۲-t_۱}}_{۰/۲۵} = \frac{f(۲)-f(۱)}{۲-۱} = \underbrace{\frac{-۱+۲}{۱}}_{۰/۲۵} = ۱$ ۰/۲۵

۱۸۰ $h'(x) = \frac{۲x(۱+x)^{۲}+(۱+x)^{۲}x}{۲\sqrt{x}(۱+x)^{۲}}$

۰/۲۵
۰/۲۵

۱۸۱ ۰/۵

$f'(x) = \frac{-۰-(۶+۴x^{۳})(-۲)}{(۶x+۴x^{۲})^{۲}}$

۰/۲۵

۱۸۲ $\frac{f(x_۱)-f(x_۲)}{x_۱-x_۲} = \frac{f(۱)-f(۳)}{۱-۳} = \frac{۶-۴}{۲} = ۱$ ۰/۲۵

۰/۵ ۰/۲۵

۱۸۳ $y' = -۳x^{۲}-۱$ ۰/۲۵ $\Rightarrow y'(۱) = m = ۲$ ۰/۲۵

www.konkur.in

۱۸۴ ۰/۲۵ ۰/۵

$$h'(x) = \frac{(\sqrt[3]{x})(2x) - (1+x^2)\left(\frac{3}{\sqrt[3]{x}\sqrt{2}}\right)}{(1+x^2)^2}$$

۰/۲۵

۱۸۵ $f'(x) = 5(6x)(4-3x^2)^4$ ۰/۷۵

۱۸۶ ۰/۲۵ ۰/۵

$$P_{(t_1)-(t_2)} = \frac{P_{(1)} - P_{(6)}}{1-6} = \frac{38-3}{5} = 7$$ ۰/۲۵

۱۸۷ $$f_{t_1-t_2} = \frac{f_{(1)} - f_{(3)}}{3-0} = \frac{4-1}{3} = 1$$ ۰/۲۵

۰/۵ ۰/۲۵

۱۸۸ ۰/۲۵

$$k'(x) = \frac{4x + 3x^2}{\sqrt{2x^3 + 2x^2 + 6}}$$

۰/۲۵

۱۸۹ ۰/۲۵ ۰/۲۵

$$g'(x) = \frac{(3)(4+2x) - (4x+5x^2)}{(4x+5x^2)^2}$$

۰/۲۵

۱۹۰ $f'(x) = \frac{0/252}{\sqrt{2x+1/251}}$ ۰/۲۵ $\Rightarrow f'(4) = \frac{1}{3}$ ۰/۲۵

۱۹۱ $$f'(x) = \frac{0/5(5+3x^3)5 - (1-5x)^2 9x}{(1-5x)^2}$$ ۰/۲۵

۱۹۲ مشتق‌پذیر نیست ۰/۲۵ زیرا

$$f'_+(1) = \lim_{x \to 1^+} \frac{1-x^2}{1-x} = \lim_{x \to 1^+} \frac{(1+x)(1-x)}{1-x} = 0/252,\quad f'_-(1) = \lim_{x \to 1^-} \frac{(1-x)3}{1-x} = 3$$ ۰/۲۵

۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵

Telegram: @konkur_in

۱۹۳ مشتق‌پذیر نیست.

$$f'_+(3)=\lim_{x\to 3^+}\frac{|x-3|-0}{x-3}=\lim_{x\to 3^+}\frac{x-3}{x-3}=1 \quad (0/25) \qquad f'_-(3)=\lim_{x\to 3^-}\frac{-(x-3)}{x-3}=-1 \quad (0/25)$$

(0/25) (0/25) (0/25)

۱۹۴

$$\left.\begin{array}{l} f(1)=\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=a+b+c \\ \lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-} x^3=1 \end{array}\right\} \to a+b+c=1 \quad (0/25)$$

$$f'(x)=\begin{cases} 3x^2 & x>1 \\ 2ax+b & x\leqslant 1 \end{cases} \quad , \quad f'_+(1)=3 \Rightarrow 2a+b=3 \Rightarrow 0/253$$

$$f''(x)=\begin{cases} 6x & x>1 \\ 2a & x\leqslant 1 \end{cases} \quad , \quad f''(1)=6 \Rightarrow 2a=6 \Rightarrow 0/256$$

$$a=3\ 0/25 \quad b=-3\ 0/25 \quad c=1\ 0/25 \leftarrow$$

۱۹۵

$$v(t)=\frac{ds}{dt}=3t^2-8t+0/52$$

$$a(t)=\frac{dv}{dt}=6t-8\ 0/5$$

$$a(3)=6(3)-8=10\ 0/5\ \frac{cm}{s^2}$$

۱۹۶

$$f'(1)\Rightarrow \lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=\lim_{x\to 1}\frac{3x^2-2+1}{1-x}=0/5\lim_{x\to 1}\frac{(1+x)(1-x)}{1-x}=0/52$$

۱۹۷

$$f(2)=4\ 0/25 \Rightarrow f'(x)=\frac{-3}{(1-x)^2}\ 0/5 \Rightarrow m_{\text{مماس}}=f'(2)=-3\ 0/25 \Rightarrow m_{\text{قائم}}=\frac{1}{3}\ 0/25$$

معادله ی خط قائم $y-4=\frac{1}{3}(x-2)\ 0/25$

۱۹۸

$$y'=(3x^2-\sqrt[2]{x}+5)x^3\left(-6x-\frac{1}{\sqrt[2]{x}}\right)$$

0/25 0/25 0/5

۱۹۹

$$f'(1)=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)^2-4}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}\times\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$$

(0/25) (0/25) (0/25)

$$=\lim_{x\to 1}\frac{1-x}{(1-x)(1+\sqrt[2]{x})}\ 0/25=\frac{1}{2}\ 0/25$$

Telegram: @konkur_in

۲۰۰

$$\text{۰/۲۵}\ \lim_{x\to ۲}\frac{|x^{۲}-۴|-۰}{x-۲}=\lim_{x\to ۲}\frac{f(x)-f(۲)}{x-۲}=f'(۲)$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{۰/۵۴}\ \lim_{x\to ۲^{+}}\frac{x^{۲}-۴}{x-۲}=\lim_{x\to ۲^{+}}\frac{(x-۲)(x+۲)}{x-۲}=f'_{+}(۲)\\ \text{۰/۵ ۴-}\ \lim_{x\to ۲^{-}}\frac{(x^{۲}-۴)-}{x-۲}=\lim_{x\to ۲^{-}}\frac{(x-۲)(x+۲)-}{x-۲}=f'_{-}(۲)\end{array}\right\}\rightarrow$$

$f'_{+}(۲)\neq f'_{-}(۲)$ پس تابع f در $x=۲$ مشتق‌پذیر نمی‌باشد. ۰/۲۵

۲۰۱

حجم مکعب : $v=x^{۳}$ ۰/۲۵

$v'=۳x^{۲}$ ۰/۲۵ $\Rightarrow v'(۳)=۲۷$ ۰/۵

۲۰۲

$$\text{۰/۲۵}\ \lim_{x\to ۱}\frac{|x^{۲}-۱|-۰}{x-۱}=\lim_{x\to ۱}\frac{f(x)-f(۱)}{x-۱}=f'(۱)=\begin{cases}\lim\limits_{x\to ۱^{+}}\frac{x^{۲}-۱}{x-۱}=\lim\limits_{x\to ۱^{+}}(x+۱)=۲ & \text{۰/۲۵}\\ \lim\limits_{x\to ۱^{-}}\frac{-(x^{۲}-۱)}{x-۱}=\lim\limits_{x\to ۱^{-}}-(x+۱)=-۲ & \text{۰/۲۵}\end{cases}$$

چون این حد وجود ندارد بنابراین $f(x)$ در $x=۱$ مشتق‌پذیر نیست. ۰/۲۵

۲۰۳

$D_{f}=(-\infty,۲]$ ۰/۲۵

$$\underbrace{f'_{+}(۲)}_{\text{۰/۲۵}}=\underbrace{\lim_{x\to ۲^{+}}\frac{\sqrt{x-۲}-۰}{x-۲}}_{\text{۰/۲۵}}=\underbrace{\lim_{x\to ۲^{+}}\frac{۱}{\sqrt{x-۲}}}_{\text{۰/۲۵}}=+\infty\quad \text{۰/۲۵}\Rightarrow$$

۰/۲۵ تابع در نقطه‌ی ۲ مشتق‌پذیر نیست.

۲۰۴

$V(a)=۳a^{۲}$ ۰/۲۵ $\Rightarrow V'(a)=۳a^{۲}$ ۰/۲۵ $\Rightarrow V'(۱۰)=۳(۱۰)^{۲}=۳۰۰$ ۰/۵

۲۰۵

$f'(x)=\frac{-a}{x^{۲}}+۱$ ۰/۲۵ $\Rightarrow f'(۱)=\frac{-a}{(۱)^{۲}}+۱$ ۰/۲۵ $\Rightarrow a=-۲$ ۰/۲۵

۲۰۶

$f'(x)=۳x^{۲}$ ۰/۲۵ , $g'(x)=\frac{-x}{(۳+x^{۲})\sqrt{۳+x^{۲}}}$ ۰/۲۵ , $g(۰)=\frac{۱}{\sqrt[۳]{۳}}$ ۰/۲۵

$(fog)'(۰)=f'(g(۰))\times g'(۰)=۸$ ۰/۲۵ $\times\left(\frac{۱}{\sqrt[۳]{۳}}\right)^{۳}\times ۰=۰$

Telegram: @konkur_in

۲۰۷ $g'(x) = ۳x^{۲} + ۳$ ۰/۲۵ $g(۰) = ۱$ ۰/۲۵

$(fog)'(۰) = f'(g(۰))\times g'(۰) = ۳\times۲ = ۶$ ۰/۲۵

۲۰۸ $f'_{+}(-۱) = \lim_{x\to -۱^{+}} \frac{f(x)-f(-۱)}{x+۱} = \lim_{x\to -۱^{+}} \frac{x^{۳}+۱-۰}{x+۱} = ۳$

۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵

$f'_{-}(-۱) = \lim_{x\to -۱^{-}} \frac{f(x)-f(۱)}{x+۱} = \lim_{x\to -۱^{-}} \frac{x^{۲}-۱-۰}{x+۱} = -۲$

۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵

چون $f'_{-}(-۱) \neq f'_{+}(-۱)$ پس تابع f در $x = -۱$ مشتق‌پذیر نیست. ۰/۲۵

۲۰۹ $f'(۱) = \lim_{x\to ۱} \frac{\sqrt[۳]{(x-۱)^{۲}}-۰}{x-۱} = \lim_{x\to ۱} \frac{۱}{\sqrt[۳]{x-۱}} =$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

$\begin{cases} \lim_{x\to ۱^{+}} \frac{۱}{\sqrt[۳]{x-۱}} = \frac{۱}{۰^{+}} = +\infty \\ \lim_{x\to ۱^{-}} \frac{۱}{\sqrt[۳]{x-۱}} = \frac{۱}{۰^{-}} = -\infty \end{cases}$ (۰/۲۵)

(محاسبه یکی از حدود چپ یا راست کافی است)

f در $x_{۰} = ۱$ مشتق‌پذیر نیست. ۰/۲۵

۲۱۰ $\frac{۳}{۲۱} = \frac{۲-۵}{۴-۲۵} = \frac{f(x_{۱})-f(x_{۲})}{x_{۱}-x_{۲}} = \frac{xΔ}{yΔ}$

۲۱۱ $\frac{yΔ}{xΔ} = \frac{۷-۸/۲۹}{۰/۳} = \frac{f(x_{۱})-f(xΔ+x_{۱})}{xΔ}$ ۴/۳ ۰/۷۵

۲۱۲ $x_{۰} = ۱ \Rightarrow y_{۰} = f(۱) = ۲$ (۰/۲۵)

$f'(x) = \frac{۱}{۲}\sqrt{x+۳} \Rightarrow m = f'(۱) = \frac{۱}{۴}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

$y-۲ = \frac{۱}{۴}(x-۱) \Rightarrow y = \frac{۱}{۴}x + \frac{۷}{۴}$ (۰/۲۵)

(۰/۵)

۲۱۳ $f'(x) = \lim_{xΔ\to ۰} \frac{f(x+xΔ)-f(x)}{xΔ} = \lim_{xΔ\to ۰} \frac{۴+۷(x+xΔ)-۴}{xΔ} = \lim_{xΔ\to ۰} \frac{۷xΔ}{xΔ} = ۷$ ۰/۵ ۰/۵ ۰/۵

Telegram: @konkur_in

۲۱۴ ابتدا مشتق می‌گیریم و سپس شیب خط را مشخص می‌کنیم:

$$y_{۱} = ۴ \Rightarrow x_{۱} = ۴$$

$$m = \frac{۱}{۲} \Rightarrow y' = \frac{۱}{\sqrt{x}}$$

$$y = x^{\frac{۱}{۲}} + ۲ \Rightarrow y - ۴ = (x - ۴)^{\frac{۱}{۲}}$$

۲۱۵
$$f'(x) = \lim_{x\Delta \to ۰} \frac{f(x + x\Delta) - f(x)}{x\Delta} = \lim_{x\Delta \to ۰} \frac{(x + x\Delta + ۲)^{۲} - (x + ۲)^{۲}}{x\Delta}$$

$$= \lim_{x\Delta \to ۰} \frac{x^{۲} + ۲x\Delta x + x\Delta^{۲} + ۴x + ۴x\Delta + ۴ - x^{۲} - ۴x - ۴}{x\Delta}$$

$$= \lim_{x\Delta \to ۰} \frac{(۲x + x\Delta + ۴)x\Delta}{x\Delta} = \lim_{x\Delta \to ۰} (۲x + x\Delta + ۴) = ۲x + ۴$$

۲۱۶ f در $x = ۲$ پیوسته است. $\Rightarrow$

$$\begin{cases} f(۲) = ۲ \\ \lim\limits_{x \to ۲^{+}} f(x) = ۲ \\ \lim\limits_{x \to ۲^{-}} f(x) = ۲ \end{cases}$$

f در $x = ۲$ مشتق ندارد. $\Rightarrow$

$$f'(x) = \begin{cases} ۶x + ۶ & x > ۲ \\ -۶ = f'(۲) & \\ -\frac{۲}{\sqrt{x + ۲}} - ۳ & x < ۲ \\ -۲ = f'(۲) & \end{cases}$$

۲۱۷
$$\lim_{x \to ۱^{-}} f(x) = ۱ + ۱^{۲} = ۲$$

$$\lim_{x \to ۱^{+}} f(x) = f(۱) = \frac{۲}{۱} = ۲$$ پیوسته است.

$$f'(۱^{+}) = ۲x = ۲(۱) = ۲$$

$$f'(۱^{-}) = \frac{۲}{x^{۲}} = \frac{۲}{(۱)} = ۲$$ مشتق پذیر نیست.

۲۱۸
$$y = ۲ \Rightarrow x = ۴$$

$$m = f'(۴) = \frac{۱}{۴} \Rightarrow y' = \frac{۱}{\sqrt{x}}$$

$$y = x^{\frac{۱}{۴}} + ۱ \Rightarrow y - ۲ = (x - ۴)^{\frac{۱}{۴}}$$

۲۱۹
$$f'(x) = \lim_{x\Delta \to ۰} \frac{f(x + x\Delta) - f(x)}{x\Delta} = \lim_{x\Delta \to ۰} \frac{(x + x\Delta + ۱)^{۲} - (x + ۱)^{۲}}{x\Delta}$$

$$= \lim_{x\Delta \to ۰} \frac{(۲x + x\Delta + ۲)x\Delta}{x\Delta} = \lim_{x\Delta \to ۰} (۲x + x\Delta + ۲) = ۲x + ۲$$

۲۲۰
$$۵ = \lim_{x\Delta \to ۰} \frac{x\Delta ۵}{x\Delta} = \lim_{x\Delta \to ۰} \frac{(x + x\Delta)۵ + \frac{۱}{۲} - ۵x - \frac{۱}{۲}}{x\Delta} = \lim_{x\Delta \to ۰} \frac{f(x + x\Delta) - f(x)}{x\Delta} = f'(x)$$

۲۲۱
$$f'(x) = \lim_{x\Delta \to ۰} \frac{f(x + x\Delta) - f(x)}{x\Delta} = \lim_{x\Delta \to ۰} \frac{(x + x\Delta + ۲)^{۲} - (x + ۲)^{۲}}{x\Delta}$$

$$= \lim_{x\Delta \to ۰} \frac{(۲x + x\Delta + ۴)x\Delta}{x\Delta} = \lim_{x\Delta \to ۰} (۲x + x\Delta + ۴) = ۲x + ۴$$

Telegram: @konkur_in

۲۲۲ $\frac{(۱+۴x^{۲})-۱+(x۵+x)^{۲}۴}{x۵} \underset{۰\to x۵}{\lim} = \frac{f(x)-f(x۵+x)}{x۵} \underset{۰\to x۵}{\lim} = f'(x)$

$۸x = x۵۴+۸x \underset{۰\to x۵}{\lim} = \frac{(x۵۴+۸x)x۵}{x۵} \underset{۰\to x۵}{\lim} = f'(x)$

۲۲۳ $y = ۲ \Rightarrow x = ۳ \quad y = \sqrt{x+۱}$

$y' = m \Rightarrow \frac{۱}{\sqrt{x+۱}۲} = \frac{۱}{\sqrt{۳+۱}۲} = \frac{۱}{۴}$

معادله خط مماس $y = ۲ - (x-۳)\frac{۱}{۴} \Rightarrow y = x\frac{۱}{۴} + \frac{۵}{۴}$

۲۲۴ $\frac{(-۲x+۳)-۳+(h+x)۲-}{h} \underset{۰\to h}{\lim} = f'(x) \Rightarrow \frac{f(x)-f(h+x)}{h} \underset{۰\to h}{\lim} = f'(x)$

$-۲ = \frac{-۲h}{h} \underset{۰\to h}{\lim} = \frac{-۲x+۳+۲h-۳}{h} \underset{۰\to h}{\lim} \Rightarrow$

۲۲۵ $\frac{hx۲+h^{۲}}{h} \underset{۰\to h}{\lim} = \frac{x^{۲}-(h+x)^{۲}}{h} \underset{۰\to h}{\lim} = \frac{f(x)-f(h+x)}{h} \underset{۰\to h}{\lim} = f'(x)$

$۲x = \frac{(۲x+h)h}{h} \underset{۰\to h}{\lim} =$

۲۲۶ $۸ = \frac{(۱+x)(۱-x)۴}{(۱-x)} \underset{۱\to x}{\lim} = \frac{۷-۳+۴x^{۲}}{۱-x} \underset{۱\to x}{\lim} = \frac{f(۱)-f(x)}{۱-x} \underset{۱\to x}{\lim} = f'(۱)$

۲۲۷ $-۱ = ۲-۱ = f(-۱) \Rightarrow x = -۱$

$f'(-۱) = m = ۰ \Rightarrow ۲+۲x = f'(x)$

$y = -۱ \Rightarrow (۱+x)۰ = (-۱)-y \Rightarrow m(x-x_{۱}) = y = y_{۱}$

۲۲۸ $-۲ = \frac{-x۵۲}{x۵} \underset{۰\to x۵}{\lim} = \frac{(۲x-۵)-(x۵+x)۲-۵}{x۵} \underset{۰\to x۵}{\lim} = f'(x)$

۲۲۹ $\frac{(\sqrt{x-۴}^{۲})^{۲}۳x - x۳^{۳} \times \sqrt{x-۴}۲^{۲x-}}{x^{۶}} = h'(x)$

۲۳۰ $\frac{-۲}{(۱+۲x)^{۲}} + (۱+۲x-x^{۳})(۲-۳x^{۲})۴^{۳} = f'(x)$

۲۳۱ $\frac{\sqrt{x-۴}+\sqrt{x۵-x-۴}}{\sqrt{x-۴}+\sqrt{x۵-x-۴}} \times \frac{\sqrt{x-۴}-\sqrt{x۵-x-۴}}{x۵} \underset{۰\to x۵}{\lim} = \frac{f(x)-f(x۵+x)}{x۵} \underset{۰\to x۵}{\lim} = f'(x)$

$\frac{-۱}{\sqrt{x-۴}۲} = \frac{x+۴-x۵-x-۴}{(\sqrt{x-۴}+\sqrt{x۵-x-۴})x۵} \underset{۰\to x۵}{\lim} =$

Telegram: @konkur_in

۲۳۲

$$\frac{\sqrt{(1+x)^2 x} - 0}{x - 0} \underset{x\to 0}{\text{Lim}} = \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} \underset{x\to 0}{\text{Lim}} = f'(0)$$

$$f'_+(0) \neq f'_-(0) \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \underset{x\to 0^+}{\text{Lim}} \frac{\sqrt{x}\sqrt{1+x}}{x} = f'_+(0) \\ \underset{x\to 0^-}{\text{Lim}} \frac{-\sqrt{x}\sqrt{1+x}}{x} = -1 = f'_-(0) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

f در نقطه‌ی $x_0 = 0$ مشتق‌پذیر نیست.

۲۳۳

$$y' = \underset{(0/25)}{3}\underset{(0/25)}{(x^2+1)^2}\underset{(0/25)}{2x}$$

۲۳۴

$$y' = \frac{\overset{(0/25)}{9x^2}\overset{(0/25)}{(2x+1)^2} - \overset{(0/25)}{2}(3x^3-1)}{\underset{(0/25)}{(2x+1)^2}}$$

۲۳۵

$$f'(a) = \underbrace{\underset{x\to a}{\text{Lim}} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = \underset{x\to a}{\text{Lim}} \frac{x^3-a^3}{x-a}}_{(0/25)} = \underset{x\to a}{\text{Lim}} \frac{\overset{(0/25)}{(x-a)(x^2+ax+a^2)}}{x-a} = \underset{(0/25)}{3a^2}$$

$$0/25(1-x)\frac{1}{3} - = 1 - y \Rightarrow 0/25\ \frac{1}{3} - = m_2 \Rightarrow 0/253 = m_1$$

۲۳۶

$$0/25\ \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} \underset{x\to 0}{\text{Lim}} = f'(0) \rightarrow \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \underset{x\to a}{\text{Lim}} = f'(a)$$

$$\left.\begin{array}{l} 0/25\ \infty+ = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \underset{x\to 0^+}{\text{Lim}} = f_+(0) \\ 0/25\ \infty- = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \underset{x\to 0^-}{\text{Lim}} = f_-(0) \end{array}\right\} \rightarrow 0/25 \underset{x\to 0^+}{\text{Lim}} \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = 0/25 \underset{x\to 0}{\text{Lim}} \frac{\sqrt[3]{x}\sqrt[3]{x^2}}{x} =$$

پس تا بع f در $x = 0$ مشتق‌پذیر نمی‌باشد. ۰/۲۵

۲۳۷

$$g'(x) = \frac{-7}{\underset{(0/5)}{2\sqrt{5-7x}}}\left(4 - \frac{x}{3}\right) - \underset{(0/25)}{\frac{1}{3}\left(\sqrt{5-7x}\right)}$$

۲۳۸

$$f'(x) = 4\left(\frac{\overset{(0/25)}{2x+1}}{x}\right)^3 \left(\frac{\overset{(0/25)}{2x} - \overset{(0/25)}{(2x+1)}}{\underset{(0/25)}{x^2}}\right)$$

۲۳۹

$$\frac{\overset{(0/25)}{f(x_2)} - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(3/5) - f(3)}{3/5 - 3} = \frac{\overset{(0/25)}{6} - \overset{(0/25)}{5}}{0/5} = 2 \quad (0/25)$$

Telegram: @konkur_in

۲۴۰ $= ۰/۲۵\lim_{۵\to x}\frac{۲۵-x^۲}{۵-x} = ۰/۵\lim_{۵\to x}\frac{f(۵)-f(x)}{۵-x} \to f'(۵) = \lim_{a\to x}\frac{f(a)-f(x)}{a-x} = f'(a)$

$۰/۲۵\lim_{۵\to x}\frac{(۵+x)(۵-x)}{۵-x} = ۰/۲۵۱۰$

۲۴۱ $y'_۱ = \frac{(۳x)(۳)-(۱-۳x)\times(۲۳x)}{(۱-۳x)^۲}$

۲۴۲ $h'(x) = \frac{(۲+۶x)(۱-۶x)-(x-۳x^۲)۶}{(x-۳x^۲)^۲}$

۲۴۳ $f'(x) = \frac{۴-۲x}{\sqrt{۲}\times\sqrt{۴x-x^۲}}$

۲۴۴ $۵ = \frac{۷-۱۷}{۲} = \frac{f(۱)-f(۳)}{۳-۱} = \frac{f(t_۱)-f(t_۲)}{t_۱-t_۲} = \frac{f۵}{t۵}$

۲۴۵ $۰/۵\lim_{۱\to x}\frac{۱-x^۳}{۱-x} = f'(۱) \to \lim_{a\to x}\frac{f(a)-f(x)}{a-x} = f'(a) ۰/۲۵\lim_{۱\to x}\frac{(۱+x+x^۲)(۱-x)}{۱-x} =$

$\lim_{۱\to x}(۱+x+x^۲) = ۰/۵۳$

۲۴۶ $y' = \frac{۰/۵(۵+x^۲)۱-(۱-x)۲x}{۰/۲۵^۲(۱-x)}$

۲۴۷ تابع در $x = ۰$ مشتق‌پذیر نیست ۰/۲۵ زیرا

$f'_+(۰) = \lim_{+۰\to x}\frac{f(x)-f(۰)}{x-۰} = \lim_{+۰\to x}\frac{x[x]}{x} = \lim_{+۰\to x}[x] = ۰/۲۵۰$

$f'_-(۰) = \lim_{-۰\to x}\frac{f(x)-f(۰)}{x-۰} = \lim_{-۰\to x}\frac{x[x]}{x} = \lim_{-۰\to x}[x] = -۰/۲۵۱$

۰/۲۵

۰/۲۵

۲۴۸ مشتق چپ : $f'_-(۲) = \lim_{x\to ۲^-}\frac{|x-۲|-۰}{x-۲} = \lim_{x\to ۲^-}\frac{-(x-۲)}{x-۲} = -۱$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

مشتق راست : $f'_+(۲) = \lim_{x\to ۲^+}\frac{|x-۲|-۰}{x-۲} = \lim_{x\to ۲^+}\frac{(x-۲)}{x-۲} = ۱$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

Telegram: @konkur_in

۲۴۹

$$y' = \underbrace{1\times\left(x^{5}+1\right)}_{(0/25)}+\underbrace{\left(5x^{4}\right)\times x}_{(0/5)}$$

۲۵۰

$$\frac{1}{5} = \frac{2-3}{5} = \frac{f(3)-f(8)}{3-8} = \frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$$

۰/۲۵ ۰/۲۵

۲۵۱

$$y' = \frac{10x}{\sqrt[3]{(1-5x^{2})^{2}}\times 0/5}$$ ۰/۲۵

۲۵۲

$$f'(3) = \lim_{x\to 3}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$ ۰/۲۵ →

$$f'(3) = \lim_{x\to 3}\frac{\frac{2}{x}-\frac{2}{3}}{3-x}$$ ۰/۲۵ $$= \lim_{x\to 3}\frac{\frac{6-2x}{3x}}{3-x}$$ ۰/۲۵ $$= \lim_{x\to 3}\frac{2-3x}{9}$$ ۰/۲۵

۲۵۳

$$g'(x) = \underbrace{-\frac{1}{x^{2}}}_{}\times\underbrace{f'\left(\frac{1}{x}\right)}_{}\Big|_{x=\frac{1}{2}} = \underbrace{-4f'(2)}_{(0/25)} = -6$$ (۰/۲۵)

۰/۲۵ ۰/۲۵

۲۵۴

$$f(x) = \begin{cases} x^{2} & x \leqslant 0 \\ -x^{2} & x > 0 \end{cases}$$

$f''_{+}(0) = \lim_{x\to 0^{+}}\frac{-2x-0}{x-0}$ ۰/۲۵۲ $f''_{-}(0) = \lim_{x\to 0^{-}}\frac{2x-0}{x-0}$ ۰/۲۵ −۲

مشتق دوم در نقطه‌ی صفر وجود ندارد ۰/۲۵

$$f'_{+}(0)=\lim_{x\to 0^{+}}\frac{x^{2}-0}{x-0}=0$$ (۰/۲۵)

$$f'_{-}(0)=\lim_{x\to 0^{-}}\frac{-x^{2}-0}{x-0}=0$$ (۰/۲۵)

۲۵۵

$$\left(\frac{1}{g}\right)' = \lim_{h\to 0}\frac{\frac{1}{(a)g}-\frac{1}{(h+a)g}}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{(h+a)g-(a)g}{((a)g(h+a)g)h}$$

۰/۲۵ ۰/۲۵

$$= \lim_{h\to 0}\frac{(a)g-(h+a)g}{h}\times\frac{-1}{(a)g(h+a)g} = \frac{-1}{(a)^{2}g}\times(a)'g = \frac{-(a)'g}{(a)^{2}g}$$ ۰/۲۵

۰/۲۵ ۰/۲۵

Telegram: @konkur_in

۲۵۶

$g'(1) = 3$ ۰/۲۵ $\Rightarrow g'(x) = 3x^2$ ۰/۲۵

$(fog)'(1) = g'(1) \times f'(g(1)) \times (g)'((1)g) = 3 \times 4 = 12$ ۰/۲۵

۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵

۲۵۷

$$\left.\begin{array}{l} F'(x) = g'(x) \times f(g(x)) \\ f'(x) = \dfrac{5}{5\sqrt{1 + (2 + x^4)^2}} \\ g'(x) = 4x^3 \end{array}\right\} \Rightarrow F'(x) = 4x^3 \times \frac{5}{5\sqrt{1 + (2 + x^4)^2}}$$

۲۵۸

$$(f)'(27) = \lim_{x \to 27} \frac{3 - \sqrt[3]{x}}{27 - x} = \lim_{x \to 27} \frac{27 - x}{(9 + \sqrt[3]{3}\sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2})(27 - x)} = \frac{1}{27}$$

۲۵۹

$$f'(x) = \frac{-2}{(1 + 2x)^2} + \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{x}} + 1(\sqrt{x})$$

۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵

۲۶۰

$$y' = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + 3(5 - x^2)^2 \times 4x \times 2x$$

۰/۵ ۰/۵

۲۶۱

$y' = 3x^2 - \frac{1}{x^2}$ ۰/۵

۲۶۲

$f(1) = 2(1)^3 - 1 = 1$ ۰/۲۵ $y' = 6x^2 - 1$ ۰/۲۵

$m = f'(1) = -\frac{1}{5}$ ۰/۲۵ $y' - y = m(x - x_0) \Rightarrow y = 1 - \frac{1}{5}(1 - x)$ ۰/۵

۲۶۳

$h'(x) = \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{2 - x}}$ ۰/۲۵ $\Rightarrow 2 - x < 2/250 \Rightarrow x > 2/252$ ۰/۲۵ $\Rightarrow D_{h'} = (2, +\infty)$ ۰/۲۵

۲۶۴

$g'(x) = 2x \Rightarrow g'(1) = 2$ ۰/۲۵

$$F'(1) = (fog)'(1) = \underbrace{g'(1) \times f'(g(1))}_{۰/۲۵} = \underbrace{2 \times f'(0)}_{۰/۲۵} = \underbrace{2 \times 2}_{۰/۲۵} = 4 \quad ۰/۲۵$$

Telegram: @konkur_in

۲۶۵ تابع در $x = ۲$ مشتق‌پذیر نیست ۰/۲۵. زیرا

$$f'_{-}(۲) = \lim_{x \to ۲^{-}} \frac{f(x) - f(۲)}{x - ۲} = \lim_{x \to ۲^{-}} \frac{(x - ۲) \times ۱ - ۰}{x - ۲} = ۱ \quad (۰/۲۵)$$

$$f'_{+}(۲) = \lim_{x \to ۲^{+}} \frac{f(x) - f(۲)}{x - ۲} = \lim_{x \to ۲^{-}} \frac{(x - ۲) \times ۲ - ۰}{x - ۲} = ۲ \quad (۰/۲۵)$$

۲۶۶ $f'(x) = \frac{۳}{۴}(۱ - ۲x)(x - x^{۲})^{-\frac{۱}{۴}} = \frac{۳(۱ - ۲x)}{۴\sqrt[۴]{x - x^{۲}}}$ ۰/۲۵

$x - x^{۲} > ۰$ ۰/۲۵

۲۶۷ نقاط مشتق پذیری: ۰/۲۵ $(-\infty, ۰) \cup (۱, +\infty)$ ۰/۲۵

x	$-\infty$	۰	۱	$+\infty$
$x^{۲} - x$	$+$	۰ -	۰	$+$ (۰/۲۵)

۲۶۷ $f'(x) = \frac{f(x_{۱}) - f(x_{۲})}{x_{۱} - x_{۲}} = \frac{f(۱) - f(۵)}{۱ - ۵} = \frac{(۳ + ۱ - ۱) - (۳ + ۵ - ۲۵)}{۴} = ۵$

۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵

۲۶۸ $h'(x) = \frac{-۵(۱ + x) - (۱)(-۵x)}{(۱ + x)^{۲}}$ ۰/۵ ۰/۲۵

۲۶۹ $f'(x) = (۳x - x^{۳})^{۲}(۴)(۱ - ۴x)^{۳} + (۱ - ۳x^{۲})(۱ - ۴x)^{۳}$

۲۷۰ ۰/۲۵ ۰/۲۵

$$g'(x) = \frac{x\left(\frac{۱}{۲\sqrt{x}} + ۱\right) - (۱)(\sqrt{x} + x)}{(\sqrt{x} + x)^{۲}}$$

۰/۲۵

۲۷۱ $g'(x) = ۵(۱ + ۳x)^{۴}(۳) + ۱۵x(۱ + ۳x)^{۳}$

۰/۲۵ ۰/۲۵

۲۷۲ $f'(۱) = \frac{f(۵) - f(۴)}{۵ - ۴} = \frac{۳۰ - ۰}{۳} = ۱۰$ ۰/۲۵

۰/۲۵ ۰/۲۵

Telegram: @konkur_in

۲۷۳ $(x^{3} - {}^{5}x)^{3}(1 + x)4 + {}^{4}(1 + x)(3 - {}^{4}5x) = (x)'g$

۰/۵ ۰/۵

۲۷۴ $0/25\ 0 < x \Rightarrow \begin{cases} 0/25\ 0 \neq (\bar{x}\sqrt{2})^{2}(x + 1) \\ 0/25\ 0 \leqslant \quad x \end{cases} \Rightarrow \dfrac{0/5 \quad \frac{1}{\bar{x}\sqrt{2}} -}{0/25^{2}(\bar{x}\sqrt{} + 1)} = (x)'f$

۲۷۵ $0/25 = \dfrac{x\Delta}{t\Delta} = \dfrac{(_{1}t)x - (_{2}t)x}{_{1}t - _{2}t} = \dfrac{1-17}{2} = 0/258$

۰/۲۵ ۰/۲۵

۲۷۶ $\dfrac{0/5\ (1 + {}^{2}3x)^{2}3x - (2+{}^{3}x)6x}{0/25\ {}^{2}(2+{}^{3}x)} = {}'y$

۲۷۷ $0/25\ \dfrac{(a)cf - (x)cf}{a - x}\ \underset{a\to x}{\text{Lim}} = 0/25\ \dfrac{(a)(cf) - (x)(cf)}{a - x}\ \underset{a\to x}{\text{Lim}} = (a)'(cf)$

$0/25\ (a)'cf = \dfrac{(a)f - (x)f}{a - x}\ \underset{a\to x}{\text{Lim}}\ c = \dfrac{((a)f - (x)f)c}{a - x}\ \underset{a\to x}{\text{Lim}} =$

۰/۲۵

۲۷۸ $g'(x) = \dfrac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(2x+1)^{(0/5)} - 3(2)(2x+1)^{2}\sqrt{x}^{(0/5)}}{(2x+1)^{6}}$

۲۷۹ $f'(2) = \underset{x\to 2}{\text{Lim}}\ \dfrac{f(x) - f(2)}{x-2}{}_{(0/25)} = \underset{x\to 2}{\text{Lim}}\ \dfrac{\frac{1}{x+1} - \frac{1}{3}}{x-2}{}_{(0/25)} =$

$f'(2) = \underset{x\to 2}{\text{Lim}}\ \dfrac{\frac{3 - (x+1)}{3(x+1)}}{x-2}{}_{(0/25)} = \underset{x\to 2}{\text{Lim}}\ \dfrac{\frac{-x+2}{3(x+1)}}{x-2} = \underset{x\to 2}{\text{Lim}}\ \dfrac{-1}{3(x+1)} = \dfrac{-1}{9}$

۲۸۰ $(0/75)\ \dfrac{({}^{3}(1-{}^{2}3x)x1) - (1+x)^{2}(1 - {}^{2}3x)(6x)3}{{}^{2}(1+x)} = (x)'f$

Telegram: @konkur_in

۲۸۱

$$\left(\frac{۱}{f}\right)'(a)=\lim_{h\to ۰}\frac{\frac{۱}{f(a+h)}-\frac{۱}{f(a)}}{h}=\lim_{h\to ۰}\frac{\frac{f(a)-f(a+h)}{f(a)f(a+h)}}{h}$$

(۰/۵) (۰/۲۵)

$$=\lim_{h\to ۰}\frac{-(f(a+h)-f(a))}{h}\times\frac{۱}{f(a+h)f(a)}=\frac{-f'(a)}{f^{۲}(a)}$$

(۰/۵) (۰/۲۵)

۲۸۲

$$۰/۲۵۵=(۲)'g=((۴)f)'g,\ ۰/۲۵\frac{۵}{۴}=(۴)'f\Rightarrow ۰/۲۵\frac{۳-۲x}{۳x-{}^{۲}x\sqrt{۲}}=(x)'f$$

$$۰/۲۵\frac{۲۵}{۴}=((۴)f)'g\times(۴)'f=(۴)'F\Rightarrow$$

۰/۲۵

۲۸۳

$$۰/۲۵۱=\frac{{}^{۲}(۱-x)}{{}^{۲}(۱-x)}\lim_{۱\to x}=\frac{۱+۲x-{}^{۲}x}{{}^{۲}(۱-x)}\lim_{۱\to x}=\frac{۲-\frac{۱-{}^{۲}x}{۱-x}}{۱-x}\lim_{۱\to x}=(۱)'f$$

۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵

تابع در $x=۱$ مشتق پذیر است.۰/۲۵

۲۸۴ چون f و g در a مشتق‌پذیرند داریم:

$$۰/۲۵(a)'g=\frac{(a)g-(h+a)g}{h}\lim_{۰\to h},\ ۰/۲۵\ (a)'f=\frac{(a)f-(h+a)f}{h}\lim_{۰\to h}$$

$$\frac{(a)g(a)f-(a)g(h+a)f+(h+a)g(a)f-(h+a)g(h+a)f}{h}\lim_{۰\to h}=\frac{(a)(g.f)-(h+a)(g.f)}{h}\lim_{۰\to h}=(a)'(g.f)$$

۰/۲۵ ۰/۲۵

$$۰/۲۵(a)'g(a)f+(a)g(a)'f=\left(\frac{(a)g-(h+a)g}{h}\times(a)f+(h+a)g\times\frac{(a)f-(h+a).f}{h}\right)\lim_{۰\to h}=$$

۰/۲۵

۲۸۵

$$f'(۲)=\frac{۳}{۲}(۰/۲۵),\ \left(f\left(\frac{۱}{x}\right)\right)'=-\frac{۱}{x^{۲}}\times f'\left(\frac{۱}{x}\right)\Rightarrow\left(f\left(\frac{۱}{x}\right)\right)'\Big|_{x=\frac{۱}{۲}}=-\frac{۱}{\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۲}}\times\frac{۳}{۲}=-۶\quad(۰/۲۵)$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

۲۸۶

$$f'_{+}(۱)=\lim_{x\to ۱^{+}}\frac{(x^{۲}-۱)[x]-۰}{x-۱}=\lim_{x\to ۱^{+}}\frac{(x-۱)(x+۱)\times ۱}{x-۱}=\lim_{x\to ۱^{+}}(x+۱)=۲(۰/۲۵)$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

$$f'_{-}(۱)=\lim_{x\to ۱^{+}}\frac{(x-۱)(x+۱)\times ۰}{x-۱}=۰\ (۰/۲۵)$$

(۰/۲۵)

$$\Rightarrow f'_{+}(۱)\neq f'_{-}(۱)\quad(۰/۲۵)$$

مشتق پذیر نیست.

Telegram: @konkur_in

۲۸۷

$$\text{۰/۲۵ }۱۲۵ = {}_{(۵)}V,\ ۸ = {}_{(۲)}V \Rightarrow \text{ ۰/۲۵ } {}^{۳}x = {}_{(x)}V$$

$$\text{۰/۲۵ }۳۹ = \frac{۱۱۷}{۳} = \frac{{}_{(۲)}V - {}_{(۵)}V}{۲ - ۵} = \frac{V\Delta}{x\Delta}$$

۲۸۸

$$\text{۰/۲۵}\frac{x-}{(۱ + x)x}\lim_{\circ \to x} = \text{۰/۲۵}\frac{\frac{۱-x-۱}{۱+x}}{x}\lim_{\circ \to x} = \text{۰/۲۵}\frac{۱-\frac{۱}{۱+x}}{x}\lim_{\circ \to x} = \frac{(\circ x)f-(x)f}{\circ x - x}\lim_{\circ x \to x} = (x)'f \text{ ۰/۲۵۱-}$$

یا از راه $\frac{(x)f - (x\Delta + x)f}{x\Delta}\lim_{\circ \to x\Delta} = (x)'f$

۲۸۹

$$\text{۰/۲۵۲-} = ۴ - (۱)۲ = \text{ ۰/۲۵ }(۱)'f = m \Rightarrow \text{ ۰/۲۵ }۴ - ۲x = (x)'f$$

۲۹۰

$$\text{۰/۲۵۰} = \text{۰/۲۵}\frac{۲ - ۲}{۲ - x}\lim = \text{۰/۲۵ }\frac{(۲)f - (x)f}{۲ - x}\lim_{۲ \to x}$$

۲۹۱

$$\text{۰/۷۵ }۱۳ = (۳)'f \Rightarrow \ ۵ - ۶x = (x)'f$$

۲۹۲

$$\frac{۴ - {}^{۲}x}{۲ - x}\lim_{۲ \to x} = \text{۰/۲۵ }\frac{(۱ - {}^{۲}۲) - ۱ - {}^{۲}x}{۲ - x}\lim_{۲ \to x} = (۲)'f \Rightarrow \text{ ۰/۲۵ }\frac{(\circ x)f - (x)f}{\circ x - x}\lim_{\circ x \to x} = (x)'f$$

$$\text{۰/۲۵ }۴ = ۲ + ۲ = (۲ + x)\lim_{۲ \to x} = \text{۰/۲۵ }\frac{(۲ - x)(۲ + x)}{۲ - x}\lim_{۲ \to x} =$$

۲۹۳

$$\text{۰/۵ }۹ = \frac{۱۸}{۲} = \frac{(۱)f - (۳)f}{۱ - ۳} = \text{الف سرعت متوسط)}$$

$$\text{۰/۲۵ }(۲)V = ۹ = (۲)'f \ \rightarrow \ \text{۰/۲۵ }۵ + ۲t = (x)'f \text{ب)}$$

۲۹۴

$$\text{۰/۵۴} = (۲ + x)\lim_{۲ \to x} = \text{۰/۲۵}\frac{(۲ + x)(۲ - x)}{(۲ - x)}\lim_{۲ \to x} = (۲)'f \Rightarrow \text{ ۰/۲۵}(۲)'f = \frac{۴ - {}^{۲}x}{۲ - x}\lim_{۲ \to x}$$

۲۹۵

$$۴ = ۴ + x\Delta = \frac{(۲)f - (x\Delta + ۲)f}{x\Delta}\lim_{\circ \to x\Delta} = (x)'f$$

۲۹۶

$$= \text{۰/۲۵ }\frac{(۸-) - ((x\Delta + ۱)۹ - {}^{۲}(x\Delta + ۱))}{x\Delta}\lim_{\circ \to x\Delta} = \text{۰/۲۵ }\frac{(۱)f - (x\Delta + ۱)f}{x\Delta}\lim_{\circ \to x\Delta} = (۱)'f$$

$$\text{۰/۲۵ }۷- = \text{۰/۲۵ }\frac{(x\Delta)x\Delta۷-}{x\Delta}\lim_{\circ \to x\Delta} =$$

۲۹۷

$$\bar{x}\sqrt{}^{۳}(۱ - {}^{۲}x)۲x \times ۷ + {}^{۷}(۱ - {}^{۲}x)\frac{۱}{\bar{x}\sqrt{}^{۳}{}^{۲}x} = {}'y$$

۰/۲۵ ۰/۲۵

۲۹۸

$$\frac{(۲ + {}^{۳}x)۱۰x - ({}^{۲}۵x)^{۲}۳x}{{}^{۲}({}^{۲}۵x)} = {}'y$$

Telegram: @konkur_in

۲۹۹ $= \lim_{x \to ۲} \frac{f(x) - f(۲)}{x - ۲} = f'(۲)$

۳۰۰ $\frac{\sqrt[۳]{(۱ + ۳x^{۲})} - (x + x^{۳})\frac{۲}{۳\sqrt[۳]{(۲x)^{۲}}}}{(x + x^{۳})^{۲}} = y'$

۳۰۱ $\frac{(۱ - ۲x)^{۵}\sqrt[۳]{(۴ - ۳x^{۲})} - (۴x - x^{۳})\left(\sqrt[۳]{x^{۴}}(۱ - ۲x)^{۲} \times ۵ + (۱ - ۲x)^{۵}\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^{۲}}}\right)}{(۴x - x^{۳})^{۲}} = y'$

۳۰۲ $\lim_{x \to ۰} \frac{f(x) - f(۰)}{۰ - x} = \lim_{x \to ۰} \frac{|x^{۲} - ۳x|}{x} = \lim_{x \to ۰} \frac{|x - ۳||x|}{x} = f'(۰)$

f' در $x_۰ = ۰$ وجود ندارد $\Leftarrow f'_{+}(۰) \neq f'_{-}(۰) \Leftarrow \begin{cases} \lim_{x \to ۰^{+}} \frac{|x-۳|x}{x} = ۳ \\ \lim_{x \to ۰^{-}} \frac{|x-۳|(-x)}{x} = -۳ \end{cases}$

۳۰۳ $y' = \frac{۲}{۲\sqrt{۲x}} \times \sqrt{۲x}'(۲x)^{۲} = \frac{۱}{\sqrt{۲x}} \times \frac{۲x}{\sqrt{۲x}} = \sqrt{۲x}$

۳۰۴ $y' = \frac{۲(۵ + ۳x)^{۲} \times ۳(۵ + ۳x) - ۲x}{(۵ + ۳x)^{۴}}$

۳۰۵ $\Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \to ۱^{+}} \frac{(۱-x)(۱-x)}{۱-x} = \lim_{x \to ۱^{+}} (۱ - x) = ۰ \\ \lim_{x \to ۱^{-}} \frac{(۱-x)(۱-x)-}{۱-x} = \lim_{x \to ۱^{-}} ((۱ - x)-) = ۰ \end{cases} = \lim_{x \to ۱} \frac{f(x) - f(۱)}{۱ - x} = f'(۱)$

f در $x_۰ = ۱$ مشتق‌پذیر است.

۳۰۶ $y' = (۵x - ۲)^{۴}(۳) + (۵x - ۲)^{۳}(۵-)(۴ - ۳x)$

۳۰۷ $y' = \frac{۲ + x^{۲} \times ۳}{\sqrt[۵]{(x^{۳} + ۲x)^{۴}}}$

۳۰۸ $x_۲ = ۵۶ \Rightarrow t_۲ = ۵$

$x_۱ = ۳۰ \Rightarrow t_۱ = ۳$

$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۱ - x_۲}{t_۱ - t_۲} = \frac{۳۰ - ۵۶}{۳ - ۵} = \frac{۲۶}{۲} = ۱۳$

$x' = ۵ - ۲t \xrightarrow{t=۲} x'(۲) = -۱$

۳۰۹ $۲ = \frac{۳ - ۳/۲}{۱/۰} = \frac{f(۲) - f(۱/۰ + ۲)}{۱/۰} = \frac{f(x) - f(x\Delta + x)}{x\Delta} = \frac{y\Delta}{x\Delta}$

۳۱۰ $\frac{۳x^{۵} - x^{۲}_{۰} - (x\Delta + x_{۰})۳ + (x\Delta + x_{۰})^{۲}}{x\Delta} \underset{۰ \to x\Delta}{\text{Lim}} = \frac{f(x_{۰}) - f(x\Delta + x_{۰})}{x\Delta} \underset{۰ \to x\Delta}{\text{Lim}} = f'(x)$

$۵ = ۳ + ۲(۱) = f'(۱) \Rightarrow ۳ + ۲x_{۰} = \frac{(۳ + x\Delta + x_{۰}^{۲})x\Delta}{x\Delta} \underset{۰ \to x\Delta}{\text{Lim}} =$

یا از راه .... $\frac{f(۱) - f(x)}{۱ - x} \underset{۱ \to x}{\text{Lim}} = f'(۱)$

۳۱۱ $۹/۵ = \frac{۱۸ - ۲۲/۷۵}{۰/۵} = \frac{f(۳) - f(۳/۵)}{۰/۵} = \frac{f(x) - f(x\Delta + x)}{x\Delta} = \frac{y\Delta}{x\Delta}$

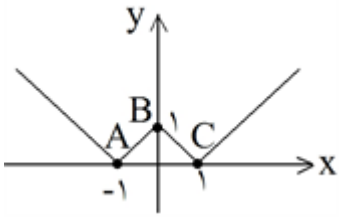
۳۱۲ $۲ = \frac{۹-۱۷}{۴} = \frac{f(۲) - f(۶)}{۲ - ۶} = \frac{y\Delta}{x\Delta}$

۳۱۳ $f(x) = |۱ - |x||$

$y = ۱ \Rightarrow x = ۰$

$y = ۰ \Rightarrow \begin{matrix} x = ۱ \\ x = -۱ \end{matrix} \Big\} ۰ = ۱ - |x|$

این تابع در سه نقطه‌ی A ، B و C یا در نقاطی به طول ۱ ، ۱- و صفر مشتق‌پذیر نیست.



۳۱۴ $y' = \frac{(۱ + ۲x)^{۵}\left(x^{\frac{۱}{۲}} + \sqrt{x}\right) - \sqrt{x}x^{۴}(۱ + ۲x)^{۲} \times ۵}{(\sqrt{x}x)^{۲}}$

۳۱۵ $\frac{f(۱) - f(x\Delta + ۱)}{x\Delta} \underset{۰ \to x\Delta}{\text{Lim}} = f'(x) \Rightarrow \frac{f(x) - f(x\Delta + x_{۰})}{x\Delta} \underset{۰ \to x\Delta}{\text{Lim}} = f'(x)$

$\frac{(۱ \times ۲ - ۱^{۲}) - (x\Delta + ۱)۲ - (x\Delta + ۱)^{۲}}{x\Delta} \underset{۰ \to x\Delta}{\text{Lim}} = f'(x) \Rightarrow$

$۰ = x\Delta \underset{۰ \to x\Delta}{\text{Lim}} = f'(x) = \frac{x\Delta^{۲}}{x\Delta} \underset{۰ \to x\Delta}{\text{Lim}} = f'(x) \Rightarrow$

۳۱۶ الف) $V = x' = -۹/۸t + ۲۰ = f'(x)$

$f'(۱) = -۹/۸ \times ۱ + ۲۰ = ۱۰/۲$

ب) سرعت متوسط $= \frac{f(۲) - f(۰)}{۲ - ۰} = \frac{-۴/۹ \times ۲^{۲} + ۲ \times ۲۰ - ۰}{۲} = ۱۰/۲$

۳۱۷ الف) $f(۱) = ۱ - ۱ + ۱^{۲} = ۱, f(۵) = ۱ + ۵ - ۵^{۲} = ۲۱ \Rightarrow \frac{f(۱) - f(۵)}{۱ - ۵} = \frac{f\Delta}{x\Delta} = \frac{۲۱-۱}{۴} = ۵$

ب) $f'(x) = ۲x - ۱ \Rightarrow f'(۳) = ۳ \times ۲ - ۱ = ۵$

Telegram: @konkur_in

۳۱۸ $m = f'(۲) \rightarrow m = f'(x) = ۳x^{۲} \rightarrow f(x) = x^{۳} - ۴$ $m = ۱۲$

۳۱۹ $y' \Rightarrow \frac{x^{۲} - ۳x - ۴}{x - ۲} = f(x)$ $y' = \frac{(x^{۲} - ۳x - ۴) - (x - ۲)(۲x - ۳)}{(x - ۲)^{۲}} = \frac{-x^{۲} + ۳x + ۴ - ۴x + ۶ + ۳x^{۲}}{(x - ۲)^{۲}}$

$y' \Rightarrow \frac{-x^{۲} + ۴x + ۲}{(x - ۲)^{۲}}$

۳۲۰ $f'(x) = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{x^{۲} + ۲x\Delta x + \Delta x^{۲} - ۲x - ۲\Delta x + ۱ - x^{۲} + ۱}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{(۲x - ۲ + \Delta x)\Delta x}{\Delta x} = ۲x - ۲$

۳۲۱ $f(x) = \sqrt{\frac{x + ۱}{x - ۲}} \rightarrow y' = \frac{\frac{-۳}{(x - ۲)^{۲}}}{\sqrt{\frac{x + ۱}{x - ۲}}} = \frac{-۳}{\sqrt{(x + ۱)(x - ۲)^{۳}}}$

۳۲۲ $y = x^{۲} - ۲x + ۱ \Rightarrow y' = ۲x - ۲ \Rightarrow y'(۵) = ۸$

۳۲۳ $y = \frac{\sqrt[۴]{x - ۱}}{x - ۱} \rightarrow y' = \frac{\frac{۱}{۴\sqrt[۴]{(x - ۱)^{۳}}}(x - ۱) - \sqrt[۴]{x - ۱}}{(x - ۱)^{۲}} \xrightarrow{x = ۵} m = y'(۵) = \frac{\frac{۱}{۴\sqrt[۴]{۴^{۳}}}(۴) - \sqrt[۴]{۴}}{۴^{۲}} = m \Rightarrow m = -\frac{۱}{۱۶}$

۳۲۴ $y' = \frac{۲}{\sqrt[۳]{(x + ۲)^{۲}}}$

۳۲۵ $y' = ۶(۱ - ۲x)^{۲}(x + ۱)^{۲} + ۱(۱ - ۲x)^{۳}$

۳۲۶ $y' = \frac{۱(۱ + x^{۲}) - ۲x(x + ۱)}{(x + ۱)^{۲}}$

۳۲۷ $S' = ۸t - ۴ \Rightarrow S'(۰) = ۸ \Rightarrow ۸t - ۴ = ۰ \Rightarrow t = ۲ \quad S(۲) = ۸(۲) + ۲(۲)^{۲} - ۶ = ۱۴$

۳۲۸ $y' = \frac{۳x^{۲} + ۳ + ۶x}{۳\sqrt[۳]{(x^{۳} + ۳x^{۲} + ۳x + ۱)^{۲}}}$

راه دوم: $y = \sqrt[۳]{x^{۳} + ۳x^{۲} + ۳x + ۱} = \sqrt[۳]{(x + ۱)^{۳}} \Rightarrow y' = ۱ \Rightarrow y'(x + ۱) = ۱$

۳۲۹ $y' = ۳x^{۲} + \frac{۴x}{\sqrt{۳ + ۲x^{۲}}}$

Telegram: @konkur_in

۳۳۰ $$\left(\frac{۱+۲x}{۲-۳x}\right)^{۲}\frac{-۷}{(۲-۳x)^{۲}}\times ۲ = y'$$

۳۳۱ $$x(t) = t^{۳} - ۲t^{۲} + ۱ \Rightarrow x'(t) = ۳t^{۲} - ۴t \Rightarrow x'(۵) = ۱۰ - ۲ = ۸$$

۳۳۲ $$y = (۱+\sqrt{x})^{۳} \Rightarrow y' = ۳(۱+\sqrt{x})^{۲}\left(\frac{۱}{۲\sqrt{x}}\right)$$

۳۳۳ $$y = \sqrt{۴x+x^{۲}} \Rightarrow y' = \frac{۴+۲x}{۲\sqrt{۴x+x^{۲}}}$$

۳۳۴ $$y = (x^{۲}+x)^{۲}(۱-x^{۲}) \Rightarrow y' = (۲x+۱)(۱-x^{۲})^{۲} + (x^{۲}+x)^{۲}(-۲x)$$

۳۳۵ $$y = ۲x^{۳} + ۳x^{۲} \Rightarrow y' = ۶x^{۲} + \frac{۲x}{۲\sqrt{x^{۲}+۱}}$$

۳۳۶ $$y = \frac{u}{v} \Rightarrow y' = \frac{u'v - v'u}{v^{۲}}$$
$$y = \frac{x^{۲}+۳x}{x+۲} \Rightarrow y' = \frac{(۲x+۳)(x+۲) - (x^{۲}+۳x)}{(x+۲)^{۲}} = \frac{x^{۲}+۴x+۶}{(x+۲)^{۲}}$$

۳۳۷ $$y = u^{n} \Rightarrow y' = nu'u^{n-۱}$$
$$y = (x^{۲}-۴)^{۳} \Rightarrow y' = ۳(۲x)(x^{۲}-۴)^{۲}$$

۳۳۸ سرعت متوسط: $$x(t) = t^{۳} + ۴t + ۱ \rightarrow \begin{cases} x(۱) = ۶ \\ x(۳) = ۲۲ \end{cases} \quad \frac{x(۳)-x(۱)}{۳-۱} = \frac{۲۲-۶}{۲} = ۸$$

سرعت لحظه‌ای: $$x'(t) = ۲t + ۴ \rightarrow x'(۳) = ۱۰$$

۳۳۹ $$y = \sqrt{x^{۲}-۴} \Rightarrow y' = \frac{۲x}{۲\sqrt{x^{۲}-۴}} = \frac{x}{\sqrt{x^{۲}-۴}}$$

۳۴۰ $$y' = \frac{(۳x+۵)^{۲} - (۳-۲x)۳}{(۳x+۵)^{۲}} = \frac{۱۹}{(۳x+۵)^{۲}}$$

۳۴۱ $$x = ۱ + ۴t - ۳t^{۲}$$
الف: $$\frac{x(۱)-x(۳)}{۱-۳} = \frac{(۱+۴-۳)-(۱+۱۲-۲۷)}{۲} = \frac{۱۶-۰}{۲} = ۸$$
ب: $$x'(t) = ۴ - ۶t \rightarrow x'(۲) = ۴ - ۱۲ = ۸$$

تذکّر: وقتی معادله حرکت درجه ۲ باشد، تساوی الف و ب صورت می‌پذیرد.

۳۴۲ $$y = \sqrt{۴x-x^{۲}} \Rightarrow y' = \frac{۴-۲x}{۲\sqrt{۴x-x^{۲}}}$$

Telegram: @konkur_in

۳۴۳ $\frac{(۳+۲x)-}{^{۲}(۲+۳x+^{۲}x)} = 'y \Rightarrow \frac{(۱)(۳+۲x)-(۲+۳x+^{۲}x)۰}{^{۲}(۲+۳x+^{۲}x)} = 'y \Rightarrow \frac{۱}{۲+۳x+^{۲}x} = y$

۳۴۴ $= \frac{۲x+^{۲}x-(xΔ+x)۲-^{۲}(xΔ+x)}{xΔ} \underset{۰\to xΔ}{Lim} = \frac{(x)f-(xΔ+x)f}{xΔ} \underset{۰\to xΔ}{Lim} = (x)'f$

$۲-۲x = \frac{(۲-xΔ+۲x)xΔ}{xΔ} \underset{۰\to xΔ}{Lim} = \frac{۲x+^{۲}x-xΔ۲-۲x-^{۲}xΔ+۲xΔx+^{۲}x}{xΔ} \underset{۰\to xΔ}{Lim} =$

$۰ = (۱)'f \Rightarrow ۲-۲x = (x)'f \Rightarrow$

راه ۲: $۰ = (۱-x) \underset{۱\to x}{Lim} = \frac{^{۲}(۱-x)}{۱-x} \underset{۱\to x}{Lim} = \frac{۱+x۲-^{۲}x}{۱-x} \underset{۱\to x}{Lim} = \frac{(۱)f-(x)f}{۱-x} \underset{۱\to x}{Lim}$

۳۴۵ $^{۲}\left(\sqrt{x}+\frac{۲}{x}\right)\left(\frac{۱}{\sqrt{x}۲}+\frac{۲}{^{۲}x}-\right)۳ = (x)'h$

۳۴۶ $\frac{۱-۱۲x}{\sqrt{۴-x-^{۲}۶x}۲} = (x)'f$

۳۴۷ $۱-^{۲}x = (x)f$

$۶/۵ = \frac{۸-۲۵/۱۱}{۰/۵} = \frac{(۳)f-(۳/۵)f}{۰/۵} = \frac{(x)f-(xΔ+x)f}{xΔ} = \frac{yΔ}{xΔ}$

۳۴۸ $^{۳}(۷+۳x-^{۳}۲x)(۳-^{۲}۶x)۴ = (x)'h$

۳۴۹ $\frac{(۱-x)[x+(۱+x)]-(۱+x)x}{^{۲}[(۱+x)x]} = (x)'f$

۳۵۰ $\frac{(۳+\sqrt{xΔ+۹})(۳-\sqrt{xΔ+۹})}{(۳+\sqrt{xΔ+۹})xΔ} \underset{۰\to xΔ}{Lim} = \frac{۳-\sqrt{xΔ+۹}}{xΔ} \underset{۰\to xΔ}{Lim} = \frac{(۹)f-(xΔ+۹)f}{xΔ} \underset{۰\to xΔ}{Lim} = (۹)'f$

$\frac{۱}{۶} = \frac{xΔ}{(۳+\sqrt{xΔ+۹})xΔ} \underset{۰\to xΔ}{Lim} =$

یا از راه: $\frac{(۰x)f-(x)f}{۰x-x} \underset{۰x\to x}{Lim} = (x)'f$

۳۵۱ $\left.\begin{array}{l} ۱ = \frac{\sqrt{۱+x}x}{x} \underset{^{+}۰\to x}{Lim} \\ ۱- = \frac{\sqrt{۱+x}x-}{x} \underset{^{-}۰\to x}{Lim} \end{array}\right\} = \frac{۰-\sqrt{۱+x}/x/}{x} \underset{۰\to x}{Lim} = \frac{(۰)f-(x)f}{۰-x} \underset{۰\to x}{Lim} = (۰)'f$

چون $'f_{۰^{+}} \neq 'f_{۰^{-}}$، پس در $x = ۰$ مشتق‌پذیر نیست.

۳۵۲ $\frac{^{۳}(۵x+^{۲}x)\sqrt{^{۲}x} \sqrt[۳]{\frac{۳}{۳}} - \sqrt{x} \sqrt[۳]{^{۳}(۵x+^{۲}x)(۵+۲x)۳}}{\sqrt{^{۲}x} \sqrt[۳]{}} = 'y$

Telegram: @konkur_in

۳۵۳ $\lim_{x\to 1}\frac{0-\sqrt{(2+x)^2(1-x)}}{1-x}=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(x_0)}{1-x}=f'(1)$

$$\left.\begin{aligned}f'_+(1)&=\lim_{x\to 1^+}\sqrt{3}=\lim_{x\to 1^+}\frac{\sqrt{2+x}\sqrt{(1-x)}}{(1-x)}\\ f'_-(1)&=\lim_{x\to 1^-}(-\sqrt{2+x},x\to 1)=\lim_{x\to 1^-}\frac{-\sqrt{2+x}\sqrt{(1-x)}}{(1-x)}\end{aligned}\right\}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{2+x}\sqrt{|1-x|}}{1-x}$$

چون مشتق چپ و مشتق راست برابر نیستند، پس تابع مشتق‌پذیر نیست.

۳۵۴ $g'(0)\Rightarrow (1-x+x^3)'f(1+3x^2)=((1-x+x^3)f)'=g'(x)$

$$=f'(1+0\times 3)=f'(1-0+0)\times 1=12$$

۳۵۵ $y'=\frac{2}{5}(7x-3x^2)^{\frac{-3}{5}}(7x-3x^2)'\Rightarrow y'=\frac{2}{5}(7x-3x^2)^{\frac{-3}{5}}=\frac{1}{\sqrt[5]{(7x-3x^2)^3}}(7-6x)$

۳۵۶ $y'=4(1-x^2)^3+3(2x)(1-x^2)^2(1-4x)$ طبق فرمول: $(uv)'=u'v+uv'$

۳۵۷ $\left.\begin{aligned}\lim_{x\to 1^-}[x]&=0\\ \lim_{x\to 1^+}[x]&=1\end{aligned}\right\}=\lim_{x\to 1}\frac{(1-x)[x]}{(1-x)}=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{1-x}=f'(1)$

بنابراین چون $f'_+\neq f'_-$ پس تابع مشتق‌پذیر نیست.

۳۵۸ $y'=(2-3x^2)(5x-6x)(5-6x)$

۳۵۹ $y'=\frac{-4}{3\sqrt[3]{(1-4x)^2}}$

۳۶۰ $f(x)=|x^2-3x|\quad x_0=3$

$$\lim_{x\to 3}\frac{f(x)-f(3)}{3-x}=\lim_{x\to 3}\frac{0-|x^2-3x|}{3-x}=\lim_{x\to 3}\frac{|(3-x)x|}{3-x}=\lim_{x\to 3}\frac{|3-x|.|x|}{3-x}=f'(3)$$

$$\left.\begin{aligned}\lim_{x\to 3^+}\frac{|3-x|.|x|}{3-x}&=\lim_{x\to 3^+}\frac{(3-x)\times|x|}{3-x}=|3|=3\\ \lim_{x\to 3^-}\frac{|3-x|.|x|}{3-x}&=\lim_{x\to 3^-}\frac{((3-x)-)\times|x|}{3-x}=-|3|=-3\end{aligned}\right\}$$

لذا f در نقطه‌ی $x_0=3$ مشتق‌پذیر نمی‌باشد.

۳۶۱ $y'=(5x-2)^4(4x+3x^4)+4(5x-2)^3(4+12x^3)\Rightarrow y'=(5x-2)(4x+3x^4)^4$

۳۶۲ $y'=3(5x-2)^4+4(5x-2)^3(-5)(4-3x)$

۳۶۳ $y'=\frac{2+3x^2}{5\sqrt[5]{(2x+x^3)^4}}$

Telegram: @konkur_in

۳۶۴ در نقطه $x_0 = -1$ مشتق‌پذیر نمی‌باشد.

$$\left.\begin{array}{l} -1 = \left[{}^{+}(-1)\right] = [x] \lim\limits_{{}^{+}(-1)\to x} = (-1)'_{+}f \\ -2 = \left[{}^{-}(-1)\right] = [x] \lim\limits_{{}^{-}(-1)\to x} = (-1)'_{-}f \end{array}\right\} \Rightarrow [x] \lim_{-1\to x} = \frac{0-[x](1+x)}{1+x} \lim_{-1\to x} = \frac{(-1)f-(x)f}{(-1)-x} \lim_{-1\to x} = (-1)'f$$

۳۶۵
$$V(t) = 3 + 2t \quad \xrightarrow{S(t)'=V(t)} \quad S(t) = 1 + 3t + {}^{2}t$$

سرعت متوسط $= \frac{29-11}{2} = \frac{(1+3(2)+{}^{2}2)-(1+3(4)+{}^{2}4)}{2-4} = \frac{s(t_1)-s(t_2)}{t_1-t_2} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = 9\ m/s$

سرعت لحظه‌ای $= \frac{ds}{dt} = 3 + 2t \xrightarrow[t=3]{\text{به ازای}} 3 + 2(3) = 9$

۳۶۶
$$y = \frac{1-{}^{2}x}{(5+3x)^{2}} \Rightarrow y' = \frac{(1-{}^{2}x)(3)(5+3x)2 - (5+3x)2x}{(5+3x)^{4}}$$

۳۶۷
$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}(1-2x)^{5}(5) + (1-2x)^{4}(2)\sqrt{x}$$

۳۶۸
$$f(2) = 3 \quad (2\Delta x + 2)f = (2\Delta x + 2)5 = 1 - \sqrt{9 + 2\Delta x 5}$$

$$\frac{3 - \sqrt{9+2\Delta x 5}}{2\Delta x} \lim_{0\to 2\Delta x} = \frac{(2)f-(2\Delta x+2)f}{2\Delta x} \lim_{0\to 2\Delta x} = (2)'f$$

$$(2)'f \Rightarrow \frac{9-9+2\Delta x 5}{(3+\sqrt{9+2\Delta x 5})2\Delta x} \lim_{0\to 2\Delta x} = \frac{5}{6}$$

۳۶۹
$$\frac{\sqrt{2+x}|1-x|}{1-x} \lim_{1\to x} = \frac{\sqrt{2+1}|1-1| - \sqrt{2+x}|1-x|}{1-x} \lim_{1\to x} = \frac{(1)f-(x)f}{1-x} \lim_{1\to x} = (1)'f$$

$$\left.\begin{array}{l} \sqrt{3} = \sqrt{2+x} \lim\limits_{{}^{+}1\to x} = \frac{\sqrt{2+x}(1-x)}{1-x} \lim\limits_{{}^{+}1\to x} = (1)+'f \\ -\sqrt{3} = (-\sqrt{2+x}) \lim\limits_{{}^{-}1\to x} = \frac{-\sqrt{2+x}(1-x)}{1-x} \lim\limits_{{}^{-}1\to x} = (1)-'f \end{array}\right\}$$

لذا f در $x_0 = 1$ مشتق‌پذیر نیست.

۳۷۰
$$y' = \frac{(5+3x)^{2}\frac{1}{2\sqrt{x}} - (1-\sqrt{x})(3)(5+3x)2}{(1-\sqrt{x})^{2}}$$

۳۷۱
$$\left.\begin{array}{l} +\infty = \frac{\sqrt{2-x}}{2-x} \lim\limits_{{}^{+}2\to x} \\ -\infty = \frac{\sqrt{2+x-}}{2-x} \lim\limits_{{}^{-}2\to x} \end{array}\right\} = \frac{0-\sqrt{|2-x|}}{2-x} \lim_{2\to x} = \frac{(2)f-(x)f}{2-x} \lim_{2\to x} = (2)'f$$

پس f' در $x_0 = 2$ وجود ندارد.

۳۷۲
$$y' = (3x - {}^{2}x)'f(3x - {}^{2}x) \Rightarrow y' = \frac{3x-{}^{2}x}{1-3x-{}^{2}x}(3-2x)$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۷۳ برای این‌که f روی R مشتق‌پذیر باشد، باید در $x = ۲$ نیز مشتق‌پذیر باشد. ضمناً اگر تابعی در نقطه‌ای مشتق‌پذیر باشد، در آن نقطه پیوسته نیز است.

الف) $۲ = b - a۲ \Rightarrow \lim_{x \to ۲^-} f(x) = \lim_{x \to ۲^+} f(x) = f(۲)$

ب) $۶ = b, ۴ = a \Rightarrow {f'}_{+}(۲) = {f'}_{-}(۲)$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

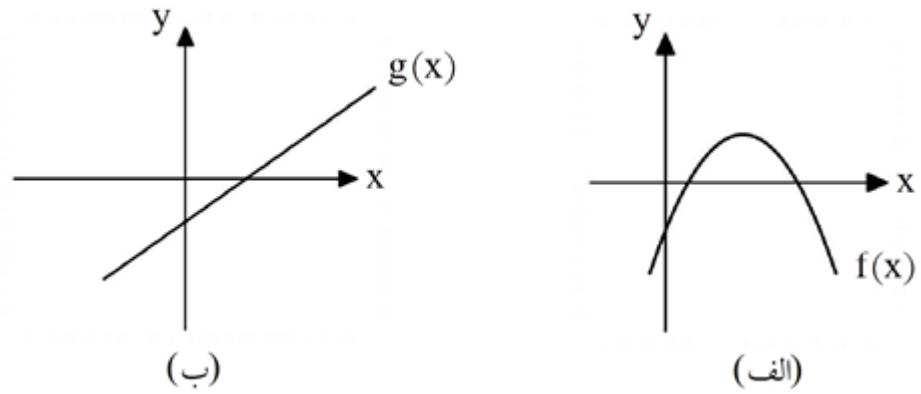
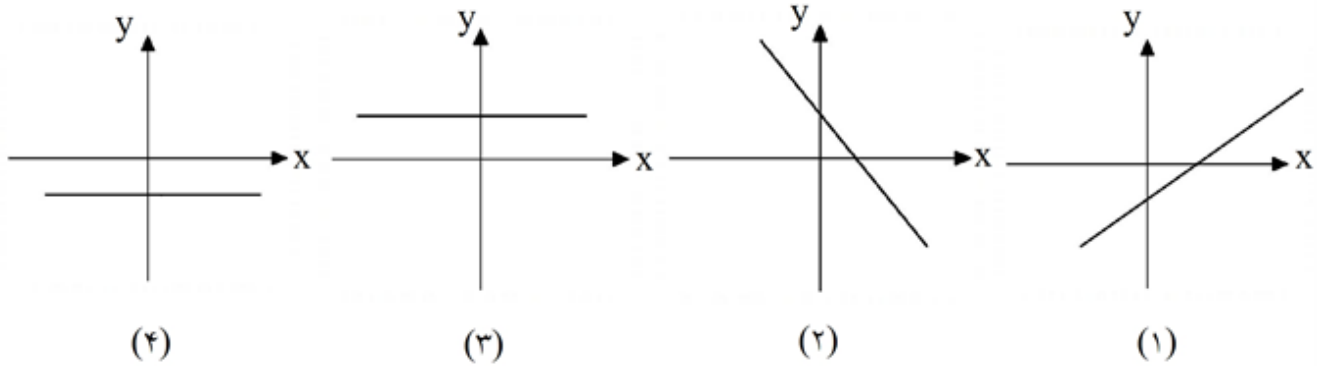
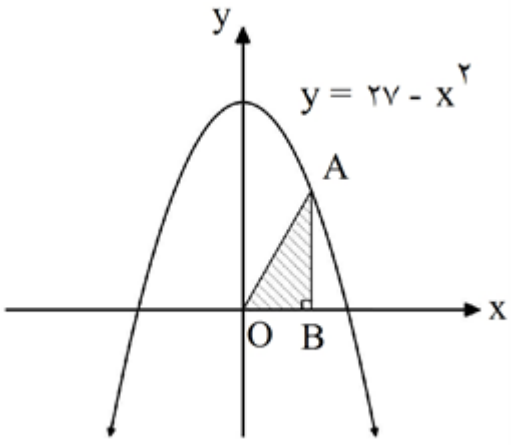
نام :	باسمه تعالی	نوبت امتحانی :
نام خانوادگی :		پایه :
نام پدر :		ساعت شروع :
شماره دانش آموزی :		مدت امتحان :
نام درس : ریاضی دوازدهم - فصل ۵		تاریخ برگزاری ۱۴۰۴/۱۰/۲۵

تصحیح			تجدید نظر		
نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:		نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	
تاریخ و امضا:	نمره با حروف:		تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	

ردیف	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	اگر $f'(x) = x^۲ + ax + b$ و $f'(۲) = ۰$ باشد و $x = ۲$ طول اکسترمم نسبی تابع f نباشد، a, b را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۲	به کمک آزمون مشتق اول نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع $f(x) = x^۳ - ۳x + ۹$ را تعیین کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۳	در تابع $f(x) = (x - a)^۳$ اگر $f'(۳) = ۰$ باشد: الف) مقدار a را تعیین کنید. ب) به کمک مشتق اول تعیین کنید آیا $x = ۳$ طول نقطهٔ اکسترمم نسبی است؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۴	به کمک آزمون مشتق اول مشخص کنید آیا $x = ۲$ طول نقطهٔ اکسترمم نسبی $f(x) = ۵ - (x - ۲)^۳$ است؟ چرا؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۵	به کمک آزمون مشتق اول مشخص کنید آیا $x = ۰$ طول نقطهٔ اکسترمم نسبی $f(x) = x^۳$ است؟ چرا؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	

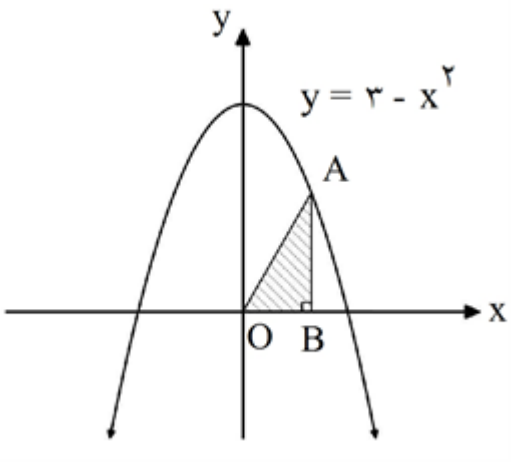
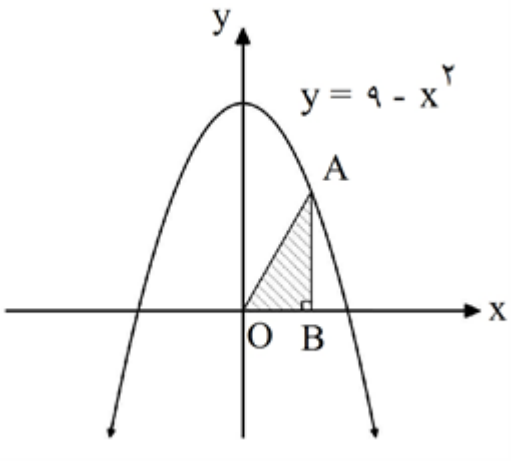
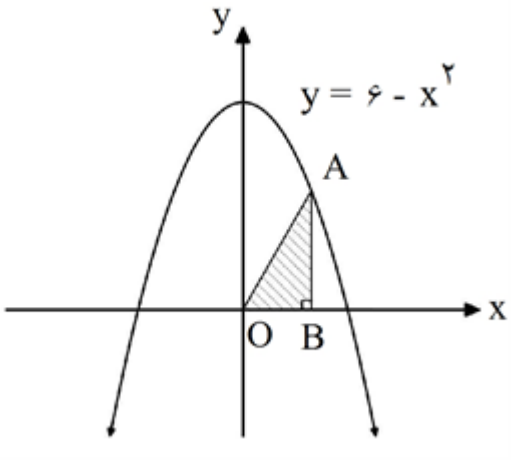
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

	نمودار توابع f و g به صورت زیر است.  (ب) (الف) نمودار مشتق هر کدام از توابع f و g را از بین نمودارهای زیر انتخاب کنید، سپس شمارهٔ مربوط به آن را در پاسخبرگ بنویسید. (دو نمودار اضافه است.)  (۴) (۳) (۲) (۱) سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	۶
	اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = -x^{۳} + ۳x + ۱$ را در بازهٔ $[۰, ۳]$ در صورت وجود تعیین کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	۷
	اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = x^{۳} + ۳x + ۱$ را در بازهٔ $[-۲, ۱]$ در صورت وجود تعیین کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	۸
	مطابق شکل زیر، نقطهٔ A در ناحیهٔ اول دستگاه مختصات روی منحنی $y = ۲۷ - x^{۲}$ قرار دارد. با استفاده از جدول تغییرات، مختصات نقطهٔ A را چنان بیابید که مساحت مثلث قائم‌الزاویهٔ OAB بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	۹

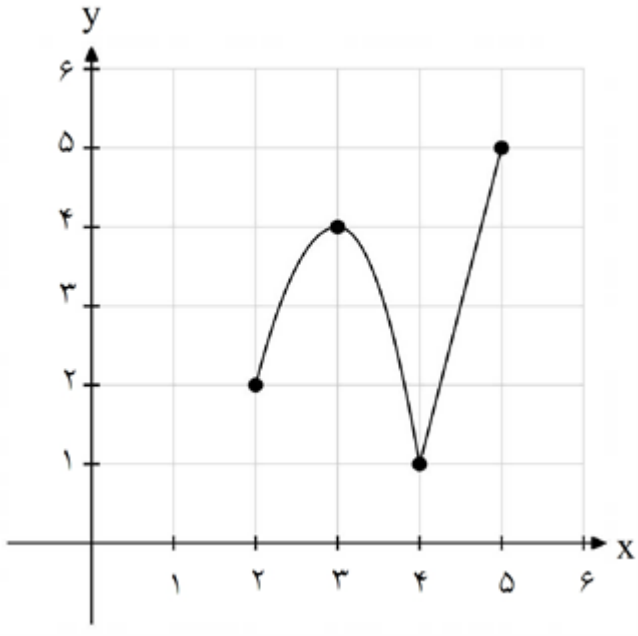
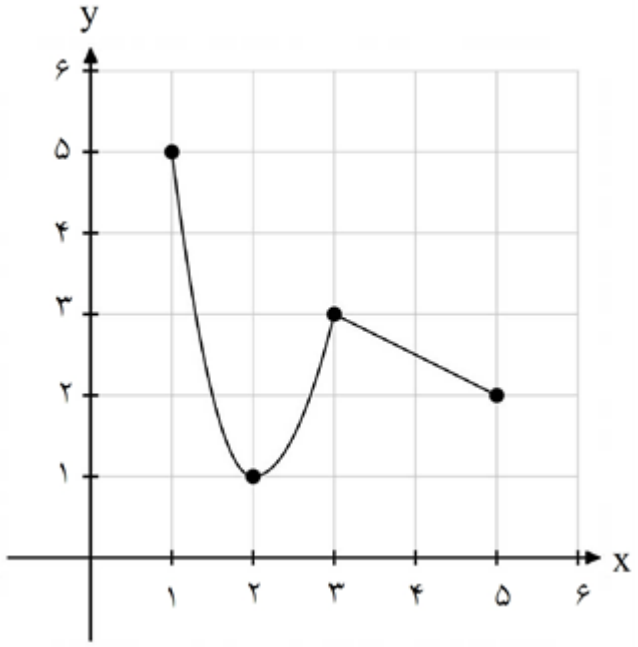
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

	مطابق شکل زیر، نقطهٔ A در ناحیهٔ اول دستگاه مختصات روی منحنی $y = ۳ - x^۲$ قرار دارد. با استفاده از جدول تغییرات، مختصات نقطهٔ A را چنان بیابید که مساحت مثلث قائم‌الزاویهٔ OAB بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	۱۰
	مطابق شکل زیر، نقطهٔ A در ناحیهٔ اول دستگاه مختصات روی منحنی $y = ۹ - x^۲$ قرار دارد. با استفاده از جدول تغییرات، مختصات نقطهٔ A را چنان بیابید که مساحت مثلث قائم‌الزاویهٔ OAB بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	۱۱
	مطابق شکل زیر، نقطهٔ A در ناحیهٔ اول دستگاه مختصات روی منحنی $y = ۶ - x^۲$ قرار دارد. با استفاده از جدول تغییرات، مختصات نقطهٔ A را چنان بیابید که مساحت مثلث قائم‌الزاویهٔ OAB بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	۱۲

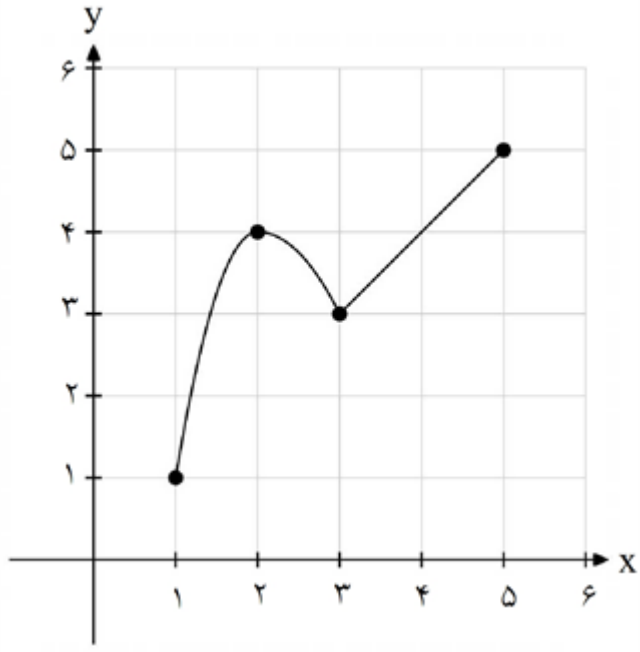
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

	در نمودار تابع مقابل، طول نقاط ماکزیمم نسبی، مینیمم نسبی، ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق را بیابید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	۱۳
	در نمودار تابع مقابل، طول نقاط ماکزیمم نسبی، مینیمم نسبی، ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق را بیابید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	۱۴

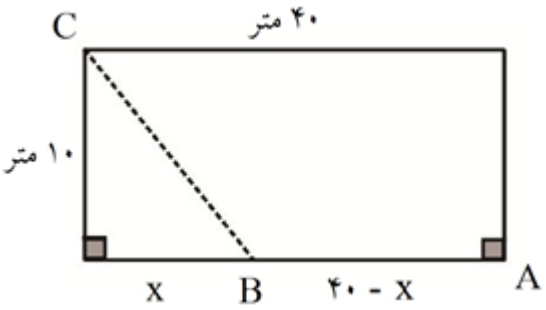
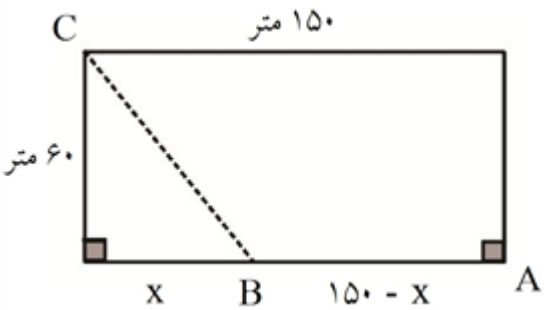
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

	در نمودار تابع مقابل، طول نقاط ماکزیمم نسبی، مینیمم نسبی، ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق را بیابید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	۱۵
	حجم یک قوطی استوانه‌ای‌شکل، ۱۲۸π واحد مکعب است. ابعاد قوطی چقدر باشد تا مقدار فلز به کار رفته در تولید آن کمترین شود؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	۱۶
	حجم یک قوطی استوانه‌ای‌شکل، ۲۵۰π واحد مکعب است. ابعاد قوطی چقدر باشد تا مقدار فلز به کار رفته در تولید آن کمترین شود؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	۱۷
	حجم یک قوطی استوانه‌ای‌شکل، ۵۴π واحد مکعب است. ابعاد قوطی چقدر باشد تا مقدار فلز به کار رفته در تولید آن کمترین شود؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	۱۸
	حجم یک قوطی استوانه‌ای‌شکل، ۳۶π واحد مکعب است. ابعاد قوطی چقدر باشد تا مقدار فلز به کار رفته در تولید آن کمترین شود؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	۱۹
	در یک مثلث متساوی‌الساقین اگر مجموع طول ساق‌ها برابر ۶ باشد، طول قاعدهٔ مثلث را چنان بیابید که مساحت مثلث کمترین شود. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	۲۰
	در یک مثلث متساوی‌الساقین اگر مجموع طول ساق‌ها برابر ۱۲ باشد، طول قاعدهٔ مثلث را چنان بیابید که مساحت مثلث کمترین شود. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	۲۱
	در یک مثلث متساوی‌الساقین اگر مجموع طول ساق‌ها برابر ۲۰ باشد، طول قاعدهٔ مثلث را چنان بیابید که مساحت مثلث کمترین شود. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	۲۲

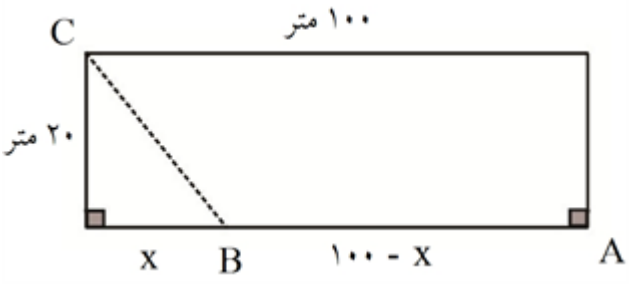
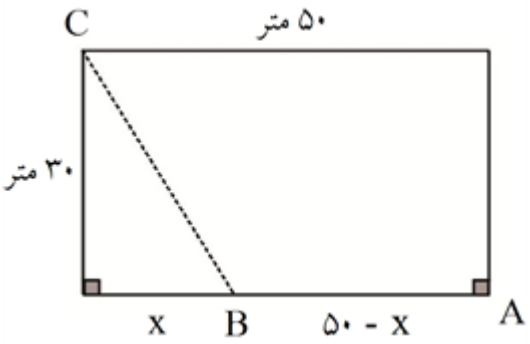
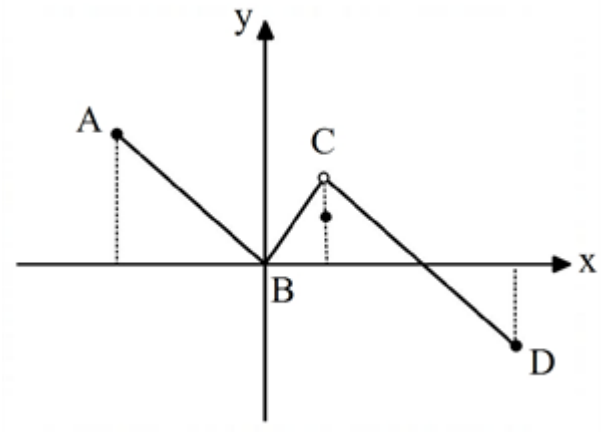
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۳	در یک مثلث متساوی‌الساقین اگر مجموع طول ساق‌ها برابر ۴ باشد، طول قاعدهٔ مثلث را چنان بیابید که مساحت مثلث کمترین شود. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۴	غلظت یک داروی شیمیایی در خون، t ساعت پس از تزریق در ماهیچه از رابطهٔ $C(t)=\frac{۱۲t}{۴t^{۳}+۱}$ به‌دست می‌آید. چند ساعت پس از تزریق این دارو، غلظت آن در خون بیشترین مقدار ممکن خواهد بود؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۵	غلظت یک داروی شیمیایی در خون، t ساعت پس از تزریق در ماهیچه از رابطهٔ $C(t)=\frac{t}{t^{۳}+۴۳۲}$ به‌دست می‌آید. چند ساعت پس از تزریق این دارو، غلظت آن در خون بیشترین مقدار ممکن خواهد بود؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۶	غلظت یک داروی شیمیایی در خون، t ساعت پس از تزریق در ماهیچه از رابطهٔ $C(t)=\frac{۲t}{t^{۳}+۴۸}$ به‌دست می‌آید. چند ساعت پس از تزریق این دارو، غلظت آن در خون بیشترین مقدار ممکن خواهد بود؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۷	غلظت یک داروی شیمیایی در خون، t ساعت پس از تزریق در ماهیچه از رابطهٔ $C(t)=\frac{t}{t^{۳}+۱۶}$ به‌دست می‌آید. چند ساعت پس از تزریق این دارو، غلظت آن در خون بیشترین مقدار ممکن خواهد بود؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۸	متحرکی در نقطهٔ A قرار دارد و قرار است به نقطهٔ C برود. اگر از نقطهٔ A تا B با سرعت ثابت ۶ متر بر ثانیه و از نقطهٔ B به C با سرعت ثابت ۲ متر بر ثانیه حرکت کند، مقدار x را چنان بیابید که این متحرک در کمترین زمان ممکن به نقطهٔ C برسد.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۹	متحرکی در نقطهٔ A قرار دارد و قرار است به نقطهٔ C برود. اگر از نقطهٔ A تا B با سرعت ثابت ۸ متر بر ثانیه و از نقطهٔ B به C با سرعت ثابت ۴ متر بر ثانیه حرکت کند، مقدار x را چنان بیابید که این متحرک در کمترین زمان ممکن به نقطهٔ C برسد.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	

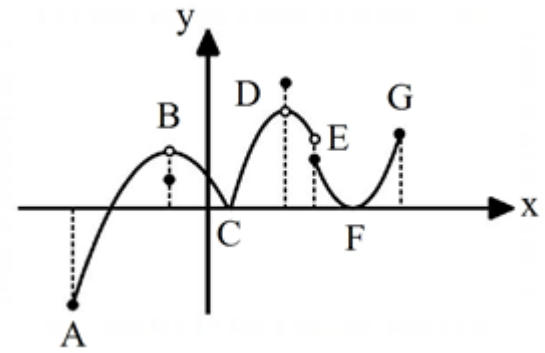
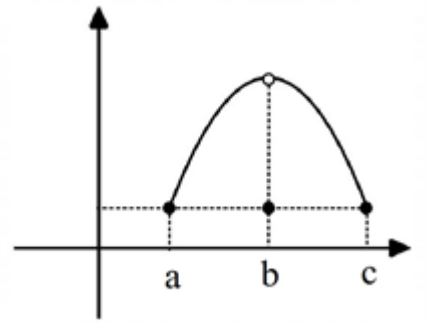
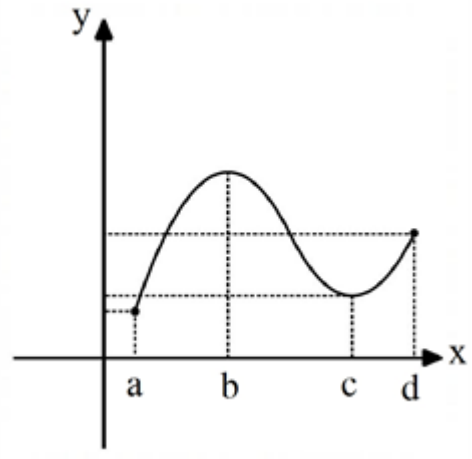
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۰	متحرکی در نقطهٔ A قرار دارد و قرار است به نقطهٔ C برود. اگر از نقطهٔ A تا B با سرعت ثابت ۴ متر بر ثانیه و از نقطهٔ B به C با سرعت ثابت ۲ متر بر ثانیه حرکت کند، مقدار x را چنان بیابید که این متحرک در کمترین زمان ممکن به نقطهٔ C برسد.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۳۱	متحرکی در نقطهٔ A قرار دارد و قرار است به نقطهٔ C برود. اگر از نقطهٔ A تا B با سرعت ثابت ۶ متر بر ثانیه و از نقطهٔ B به C با سرعت ثابت ۳ متر بر ثانیه حرکت کند، مقدار x را چنان بیابید که این متحرک در کمترین زمان ممکن به نقطهٔ C برسد.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۳۲	حجم یک قوطی استوانه‌ای‌شکل، 16π واحد مکعب است. ابعاد قوطی چقدر باشد تا مقدار فلز به کار رفته در تولید آن کمترین شود؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۳۳	فاصلهٔ نقاط بحرانی تابع $f(x) = x^3 - 3x + 5$ را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۳۴	ضرایب a و b را در تابع $f(x) = x^4 + ax^2 + b$ طوری تعیین کنید که در نقطهٔ $(1, -2)$ اکسترمم نسبی داشته باشد. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۳۵	نقاط بحرانی، اکسترمم نسبی و مطلق را در نقاط مشخص شدهٔ شکل زیر تعیین کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	

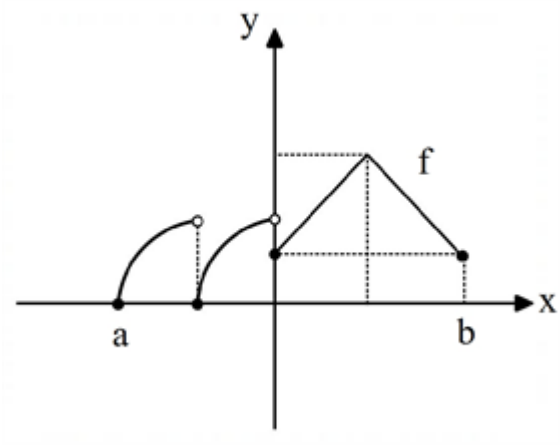
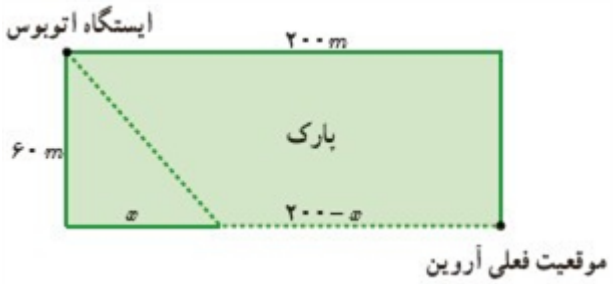
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

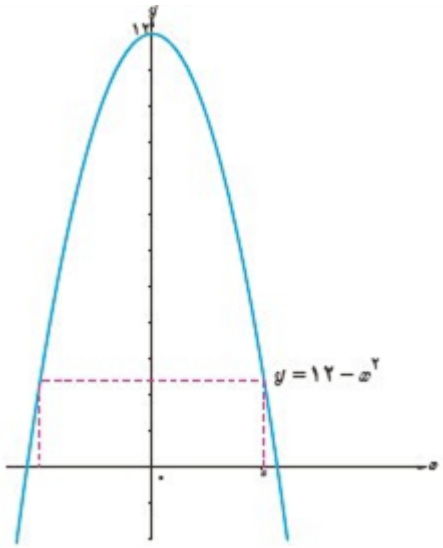
	نقاط بحرانی، اکسترمم نسبی و مطلق را در نقاط مشخص شدهٔ شکل زیر را تعیین کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	۳۶
	ضرایب ثابت a و b را چنان تعیین کنید که تابع با ضابطهٔ $f(x) = ۲x^۳ + ax + b$ در $(-۱, ۷)$ یک اکسترمم نسبی داشته باشد. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	۳۷
	ضرایب ثابت a و b را چنان تعیین کنید که تابع با ضابطهٔ $f(x) = x^۳ + ۲ax + b$ در $(-۱, ۴)$ یک اکسترمم نسبی داشته باشند. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	۳۸
	در شکل زیر همه ماکزیمم یا مینیمم‌های نسبی و مطلق را مشخص کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	۳۹
	در شکل زیر همه ماکزیمم یا مینیمم‌ها نسبی و مطلق را مشخص کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	۴۰

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۱	شکل مقابل نمودار تابع f در بازهٔ $[a,b]$ است. تعداد نقاط اکسترمم نسبی f و ماکزیمم یا مینیمم نسبی بودن آن را مشخص کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۴۲	نمودار تابع $y=\|\|x\|-۳\|$ را رسم کنید و به کمک نمودار اکسترممهای نسبی و مطلق تابع را بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۴۳	نقاط بحرانی تابع $y=\frac{x^۳}{۳}-۲x^۲+۱$ را بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۴۴	الف) تابع $y=(x+۱)^۳$ را رسم کنید. ب) مختصات نقطه بحرانی را مشخص کنید. ج) آیا این نقطه بحرانی، اکسترمم نسبی است؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۴۵	در یک مکعب مستطیل به حجم ۷۲ متر مکعب اگر طول آن دو برابر عرض آن باشد، طول و عرض و ارتفاع را چنان بیابید که مساحت شش وجه آن ماکزیمم باشد؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۴۶	طول نقاط بحرانی تابع $y=\frac{۳}{۸}x^{\frac{۸}{۳}}-\frac{۲۷}{۲}x^{\frac{۲}{۳}}$ را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۴۷	آروین می‌خواهد به ایستگاه اتوبوسی برود که در ۲۰۰ متری غرب و۶۰ متری شمال موقعیت فعلی او بعد از پارک قرار دارد. او می‌تواند با سرعت ۳ متر بر ثانیه از پیاده‌رو کنار پارک به سمت غرب برود. هم‌چنین، می‌تواند از درون پارک و تنها با سرعت $۲\frac{m}{s}$ عبور کند. با توجه به شکل، مقدار x را طوری تعیین کنید که او در کم‌ترین زمان ممکن به ایستگاه برسد.  مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	

Telegram: @konkur_in

۴۸	هر صفحه‌ی مستطیل شکل از یک کتاب جیبی، شامل یک متن با مساحت ثابت $۳۲\text{cm}^۲$ خواهد بود. هنگام طراحی قطع این کتاب، لازم است حاشیه‌های بالا و پایینی هر صفحه $۲\ \text{cm}$ و حاشیه‌های کناری هر کدام یک سانتی‌متر درنظر گرفته شوند. ابعاد صفحه را طوری تعیین کنید که مساحت هر صفحه از کتاب کم‌ترین مقدار ممکن باشد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۴۹	ابعاد مستطیلی با بیش‌ترین مساحت را تعیین کنید که دو رأس آن روی محور x ها و دو رأس دیگرش بالای محور x ها و روی سهمی $y = ۱۲ - x^۲$ باشند.  مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۵۰	الف) می‌خواهیم کنار رودخانه یک محوطه به شکل مثلث متساوی‌الساقین را نرده‌کشی کنیم به طوری‌که قاعده‌ی مثلث منطبق بر رودخانه باشد. اگر تنها هزینه ۱۰۰ متر نرده را در اختیار داشته باشیم، در این صورت بیش‌ترین مساحت ممکن برابر این مثلث چه‌قدر خواهد بود؟ ب) بدون استفاده از مشتق نیز، این مسئله را حل کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۵۱	کشاورزی می‌خواهد دور یک مزرعه مستطیل شکل به مساحت ۱۰۰۰۰ متر مربع را دیوارکشی کند. هزینه هر متر دیوارهای شمالی و جنوبی ۲ میلیون تومان و هزینه هر متر دیوارهای شرقی و غربی ۸ میلیون تومان است. الف) هزینه موردنیاز برای انجام این کار را به صورت یک تابع بنویسید. ب) ابعاد مزرعه چه قدر باشد تا هزینه دیوارکشی به حداقل مقدار ممکن برسد؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۵۲	نمودار تابع مانند f با دامنه R را رسم کنید به طوری‌که هر نقطه‌ی دلخواه از D_f، یک نقطه‌ی بحرانی f باشد. مسئله چند جواب دارد؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۵۳	اگر نقطه‌ی $(۲, ۱)$، نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^۳ + \text{bx}^۲ + d$ باشد، مقادیر b و d را به دست آورید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۵۴	مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق توابع زیر را در بازه‌های مشخص شده، در صورت وجود به دست آورید. الف) $f(x) = -۲x^۳ + ۹x^۲ - ۱۳ \quad ; \quad x \in [-۱, ۲]$ ب) $g(x) = x^۳ + ۲x - ۵ \quad ; \quad x \in [-۲, ۱]$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۵	در هریک از توابع زیر، ابتدا نقاط بحرانی تابع را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی آن‌را در صورت وجود مشخص کنید. الف) $f(x)=x^{۳}+۳x^{۲}-۹x-۱۰$ ب) $g(x)=-۲x^{۳}+۳x^{۲}+۱۲x-۹$ پ) $h(x)=-x^{۳}-۳x+۲$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۵۶	نقاط بحرانی توابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. الف) $f(x)=\sqrt{۴-x^{۲}}$ ب) $g(x)=x^{۳}+۳x^{۲}-۴$ پ) $h(x)=\sqrt[۳]{x}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۵۷	با تشکیل جدول تغییرات تابع $g(x)=\frac{۱}{x^{۲}+۱}$، مشخص کنید تابع در چه بازه‌هایی صعودی اکید و در کدام بازه‌ها نزولی اکید است؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۵۸	بزرگ‌ترین بازه از R که تابع $f(x)=x^{۳}-۱۲x+۴$ در آن نزولی اکید باشد، کدام است؟ چرا؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۵۹	تابع $f(x)=x^{۳}-۳x^{۲}-۹x+۱۷$ را درنظر بگیرید. الف) نقاط بحرانی تابع را تعیین کنید. ب) جدول تغییرات تابع را رسم و با توجه به جدول تغییرات تعیین کنید تابع در چه بازه‌هایی صعودی اکید و در کدام بازه‌ها نزولی اکید است؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۶۰	اگر نقطه‌ی $(۲,۱)$ اکسترممم نسبی تابع $f(x)=x^{۳}+\mathrm{mx}^{۲}+n$ باشد مقادیر n,m را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۶۱	الف) ضرایب a , b را در تابع $f(x)=x^{۳}-x^{۲}+\mathrm{ax}+b$ طوری بیابید که در نقطه $(۱,-۳)$ ماکزیمم نسبی داشته باشد. ب) مقادیر ماکزیمم مطلق و می‌نیمم مطلق تابع $f(x)=\frac{۱}{۳}x^{۳}-x^{۲}-۱۵x$ را در بازه $[-۴,۳]$ بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۶۲	جدول رفتار تابع زیر و مختصات نقطه‌ی ماکسیمم و مینیمم نسبی آن را (در صورت وجود) تعیین کنید. $y=x^{۲}(x+۲)^{۳}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۳	جدول رفتار تابع زیر و مختصات نقطه‌ی ماکسیمم و مینیمم نسبی آن را (در صورت وجود) تعیین کنید. $y = ۲x^۳ - ۹x^۲ + ۱۲x + ۱$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۶۴	نقاط ماکسیمم و مینیمم نسبی تابع مقابل را در صورت وجود بیابید. $f(x) = \begin{cases} x & x < ۱ \\ ۱ - x^۲ & x \geq ۱ \end{cases}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۶۵	نقاط ماکسیمم و مینیمم نسبی تابع مقابل را در صورت وجود بیابید. $f(x) = [x] - x$ روی $[۰, ۳]$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۶۶	نقاط بحرانی تابع مقابل را در صورت وجود به دست آورید. $f(t) = \frac{t}{۱ + t^۲}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۶۷	نقاط بحرانی تابع مقابل را در صورت وجود به دست آورید. $f(x) = ۳x^۴ + x^۳$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۶۸	نقاط ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع را روی بازه داده شده تعیین کنید. $h(x) = \lvert x \rvert (x - ۲)$ روی $[-۱, ۲]$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۶۹	نقاط ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع را روی بازه داده شده تعیین کنید. $f(x) = x^۲$ روی $[-۱, ۲]$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و۲	
۷۰	ضرایب ثابت a و b را چنان تعیین کنید که تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^۳ + ax^۲ + b$ در $(۲, ۳)$ یک ماکزیمم و می‌نیمم نسبی داشته باشد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	
۷۱	ماکزیمم و می‌نیمم نسبی توابع داده شده را به‌دست آورید. آیا توابع داده شده دارای ماکزیمم و می‌نیمم مطلق هستند؟ چرا؟ $y = x^۴ - ۱۲x^۳ + ۵۲x^۲ - ۹۶x + ۱۰۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	
۷۲	ماکزیمم و می‌نیمم نسبی توابع داده شده را به‌دست آورید. آیا توابع داده شده دارای ماکزیمم و می‌نیمم مطلق هستند؟ چرا؟ $y = x^۴ - ۸x^۳ + ۲۲x^۲ - ۲۴x + ۱۰۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	
۷۳	ماکزیمم و می‌نیمم نسبی توابع داده شده را به‌دست آورید. آیا توابع داده شده دارای ماکزیمم و می‌نیمم مطلق هستند؟ چرا؟ $y = ۳x^۵ - ۲۵x^۳ + ۶۰x + ۱۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	
۷۴	ماکزیمم و می‌نیمم نسبی توابع داده شده را به‌دست آورید. آیا توابع داده شده دارای ماکزیمم و می‌نیمم مطلق هستند؟ چرا؟ $y = ۲x^۳ - ۹x^۲ + ۱۲x + ۳۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	

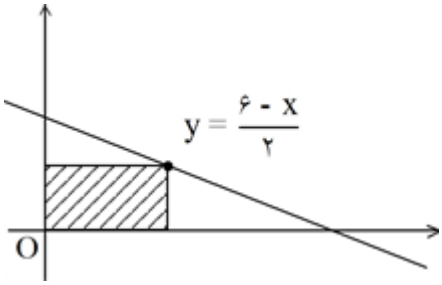
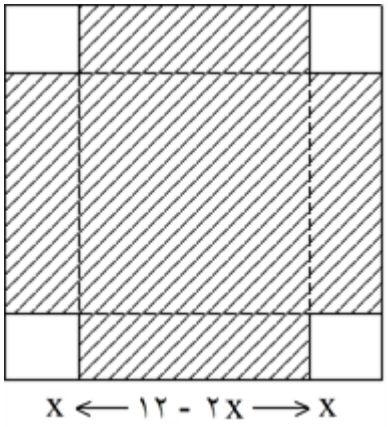
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

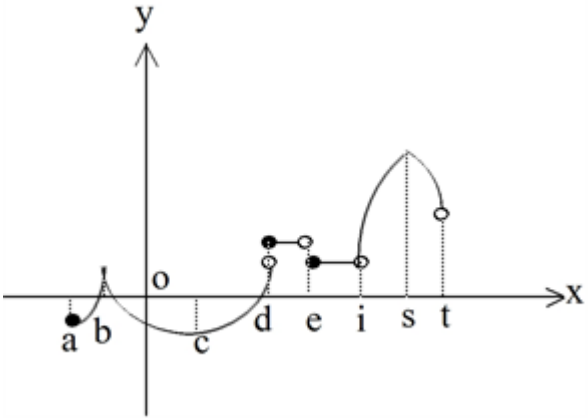
۷۵	مقادیر ماکزیمم و می‌نیمم مطلق توابع مفروض بربازه داده شده را در صورت وجود محاسبه کنید. $f(x)=۲x^{۳}-۹x^{۲}+۱۲x+۶۰$ ؛ $[-۲,۳]$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	
۷۶	مقادیر ماکزیمم و می‌نیمم مطلق توابع مفروض بر بازه داده شده را در صورت وجود محاسبه کنید. $f(x)=x^{\frac{۷}{۶}}-\frac{۷}{۲}x^{\frac{۲}{۳}}+۵$ ؛ $[۰,۶۴]$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	
۷۷	مقادیر ماکزیمم و می‌نیمم مطلق توابع مفروض بر بازه داده شده را در صورت وجود محاسبه کنید. $f(x)=۱-(x-۳)^{\frac{۲}{۳}}$ ؛ $[-۵,۴]$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	
۷۸	مقادیر ماکزیمم و می‌نیمم مطلق توابع مفروض بر بازه‌ی داده شده را در صورت وجود محاسبه کنید. $f(x)=(x+۱)^{\frac{۲}{۳}}$ ؛ $[-۲,۱]$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	
۷۹	مقادیر ماکزیمم و می‌نیمم مطلق توابع مفروض بر بازه‌ی داده شده را در صورت وجود محاسبه کنید. $f(x)=x^{۳}+۵x-۴$ ؛ $[-۳,-۱]$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	
۸۰	مقادیر ماکزیمم و می‌نیمم مطلق توابع مفروض بر بازه‌ی داده شده را در صورت وجود محاسبه کنید. $g(x)=x^{۴}-۸x^{۲}+۱۶$ ؛ $[-۱,۴]$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	
۸۱	نقاط بحرانی توابع داده شده را به‌دست آورید. $f(x)=x^{\frac{۷}{۶}}-\frac{۷}{۲}x^{\frac{۲}{۳}}+۵$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	
۸۲	نقاط بحرانی توابع داده شده را به‌دست آورید. $f(x)=(x^{۳}-۳x^{۲}+۴)^{\frac{۱}{۳}}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	
۸۳	نقاط بحرانی توابع داده شده را به‌دست آورید. $f(x)=۲x^{۳}-۲x^{۲}-۱۶x+۱$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	
۸۴	نقاط بحرانی تابع داده شده را به‌دست آورید. $f(x)=۲x^{۳}-۹x^{۲}+۱۲x+۶۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	
۸۵	حجم بزرگترین مخروط دواری را بیابید که در درون کره‌ای به شعاع r محاط شده است. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

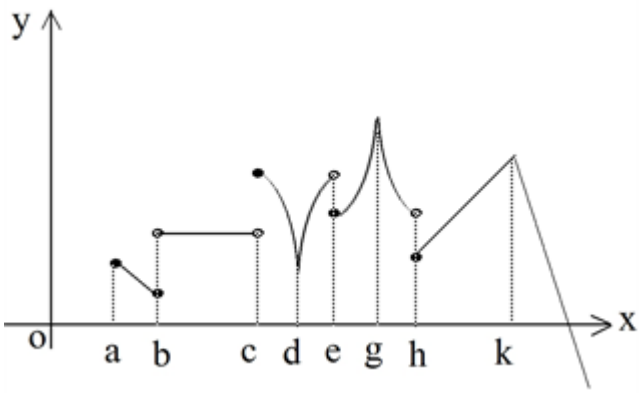
۸۶	می‌خواهیم استوانه‌ای را در کره‌ای به شعاع r محاط کنیم ارتفاع استوانه چقدر باشدتا سطح جانبی آن ماکزیمم شود؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۸۷	یک مستطیل به محور xها و yها و نمودار تابع با ضابطه $y = \frac{(۶ - x)}{۲}$ (شکل روبه‌رو) محدود شده است. طول و عرض مستطیل چقدر باشد تا مساحت آن ماکزیمم شود؟  مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۸۸	می‌خواهیم از یک قطعه ورقه فلزی مربعی شکل که طول هر ضلع آن ۱۲ سانتی‌متر است یک جعبه در باز بسازیم به گونه‌ای که از گوشه‌های آن مربع‌های کوچکی بریده و صفحه را در راستای خطوط تا کنیم (شکل روبه‌رو). حجم بزرگترین جعبه‌ای را که بدین گونه ساخته می‌شود بیابید.  مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۸۹	نقطه‌ای روی نمودار تابع زیر بیابید که از نقطه‌ی داده شده کمترین فاصله را داشته باشد. $f(x) = \sqrt{x^۲}\ , \left(۲, ۱\frac{۱}{۲}\right)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۹۰	نقطه‌ای روی نمودار تابع زیر بیابید که از نقطه‌ی داده شده کمترین فاصله را داشته باشد. $f(x) = \sqrt{x}\ , (۴, ۰)$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۹۱	ابعاد مستطیلی را بیابید که مساحت آن ۶۴ متر مربع بوده و محیط آن می‌نیمم باشد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۹۲	طول و عرض مستطیلی که محیط آن برابر ۱۰۰ متر بوده و دارای مساحت ماکزیمم باشد چقدر هستند؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	

Telegram: @konkur_in

۹۳	دو عدد مثبت چنان بیابید که حاصل ضربشان برابر ۱۹۲ و حاصل جمع عدد اول با ۳ برابر عدد دوم می‌نیمم باشد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۹۴	دو عدد مثبت چنان بیابید که حاصل ضربشان ۱۹۲ و حاصل جمع آن‌ها می‌نیمم باشد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۹۵	دو عدد مثبت چنان بیابید که مجموع برابر ۶ و حاصل ضرب آن‌ها ماکزیمم باشد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۹۶	دو عدد مثبت چنان بیابید که مجموع آن دو ۱۱۰ و حاصل ضرب آن‌ها ماکزیمم باشد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۹۷	نقاط بحرانی تابع f به شکل زیر را تعیین کنید. سپس نقاط ماکزیمم و می‌نیمم نسبی و مطلق آن را مشخص کنید.  مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۹۸	در عبارت زیر نقاط بحرانی تابع را بیابید. در مورد هر نقطه‌ی بحرانی تعیین کنید آیا تابع یک ماکزیمم نسبی یا می‌نیمم نسبی دارد، و یا نه. در صورت امکان مقادیر ماکزیمم و می‌نیمم مطلق تابع بر دامنه داده شده را بیابید. $$f(x)=\begin{cases}۳-x & ۰ \le x \le ۲ \text{ و} \\ \frac{۱}{۲}x^۲ & ۲ < x \le ۳ \text{ و}\end{cases}$$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۹۹	در عبارت زیر نقاط بحرانی تابع را بیابید. در مورد هر نقطه‌ی بحرانی تعیین کنید آیا تابع یک ماکزیمم نسبی یا می‌نیمم نسبی دارد، و یا نه. در صورت امکان مقادیر ماکزیمم و می‌نیمم مطلق تابع بر دامنه داده شده را بیابید. $$y=\left\|x^۳\right\|, [-۲, ۳]$$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۰۰	در عبارت زیر نقاط بحرانی تابع را بیابید. در مورد هر نقطه‌ی بحرانی تعیین کنید آیا تابع یک ماکزیمم نسبی یا می‌نیمم نسبی دارد، و یا نه. در صورت امکان مقادیر ماکزیمم و می‌نیمم مطلق تابع بر دامنه داده شده را بیابید. $$y=\frac{۱}{x-۲}, (۱, ۳)$$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۱	در عبارت زیر نقاط بحرانی تابع را بیابید. در مورد هر نقطه‌ی بحرانی تعیین کنید آیا تابع یک ماکزیمم نسبی یا می‌نیمم نسبی دارد، و یا نه. در صورت امکان مقادیر ماکزیمم و می‌نیمم مطلق تابع بر دامنه داده شده را بیابید. $y = x^{۳} - ۳x + ۲, [۰, ۲]$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۰۲	در تابع زیر ابتدا $\frac{dy}{dx}$ را حساب کنید. سپس مشخص کنید بر چه بازه‌هایی این تابع اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی است. همچنین مقادیر ماکزیمم و می‌نیمم آن را به دست آورید. $y = \lvert ۱ - x^{۲} \rvert$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۰۳	در تابع زیر ابتدا $\frac{dy}{dx}$ را حساب کنید. سپس مشخص کنید بر چه بازه‌هایی این تابع اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی است. همچنین مقادیر ماکزیمم و می‌نیمم آن را به دست آورید. $y = x + \frac{۱}{x}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۰۴	در تابع زیر ابتدا $\frac{dy}{dx}$ را حساب کنید. سپس مشخص کنید بر چه بازه‌هایی این تابع اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی است. همچنین مقادیر ماکزیمم و می‌نیمم آن را به دست آورید. $y = ۲x^{۳} - ۳x^{۲}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۰۵	در تابع زیر ابتدا $\frac{dy}{dx}$ را حساب کنید. سپس مشخص کنید بر چه بازه‌هایی این تابع اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی است. همچنین مقادیر ماکزیمم و می‌نیمم آن را به دست آورید. $y = \sqrt[۳]{x^{۴}}$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۰۶	در تابع زیر ابتدا $\frac{dy}{dx}$ را حساب کنید. سپس مشخص کنید بر چه بازه‌هایی این تابع اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی است. همچنین مقادیر ماکزیمم و می‌نیمم آن را به دست آورید. $y = x\lvert x \rvert$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۰۷	باتوجه به شکل مقابل نقاط ماکزیمم نسبی و می‌نیمم نسبی تابع f را مشخص کنید.  مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال سوم-حسابان	
۱۰۸	نقاط اکسترمم تابع $f(x) = x^{۳} - ۹x^{۲} + ۲۴x - ۷$ را پیدا کنید. سوالات و مطالب تالیفی-۹۱-سوال تستی و تشریحی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۹	تابع $y = ax^۴ + bx^۲ + c$ داده شده است. ضریب‌های a، b و c را چنان بیابید که نمودار تغییرات این تابع‌ها محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع کند و در ازای $x = ۰$ دارای ماکسیمم یا مینیممی مساوی ۴- باشد. سوالات و مطالب تالیفی-۹۱-سوال تستی و تشریحی	
۱۱۰	تابع $y = ax^۳ + bx^۲ + cx + d$ داده شده است. ضریب‌های a، b، c، d را چنان بیابید که نمودار تغییرات این تابع محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول ۲ و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۶ قطع کند و در نقطه‌ای به طول ۱- دارای ماکسیمم یا مینیممی مساوی ۹ باشد. سوالات و مطالب تالیفی-۹۱-سوال تستی و تشریحی	
۱۱۱	جهت تغییرات و ماکسیمم یا مینیمم تابع مقابل را تعیین کنید. $y = \frac{۱}{x^۳ - ۲x^۲ + ۷x + ۵}$ سوالات و مطالب تالیفی-۹۱-سوال تستی و تشریحی	
۱۱۲	جهت تغییرات و ماکسیمم یا مینیمم تابع مقابل را تعیین کنید. $y = \frac{-x^۲ + ۲}{x^۲ + x - ۲}$ سوالات و مطالب تالیفی-۹۱-سوال تستی و تشریحی	
۱۱۳	جهت تغییرات و ماکسیمم یا مینیمم تابع مقابل را تعیین کنید. $y = x^۳ - ۳x^۲ + ۳x - ۱$ سوالات و مطالب تالیفی-۹۱-سوال تستی و تشریحی	
۱۱۴	جهت تغییرات و ماکسیمم یا مینیمم تابع مقابل را تعیین کنید. $y = (x^۲ - ۴)(x^۲ - ۱)$ سوالات و مطالب تالیفی-۹۱-سوال تستی و تشریحی	
۱۱۵	جهت تغییرات و ماکسیمم یا مینیمم تابع مقابل را تعیین کنید. $y = -x^۳ + ۳x^۲$ سوالات و مطالب تالیفی-۹۱-سوال تستی و تشریحی	
۱۱۶	جهت تغییرات و ماکسیمم یا مینیمم تابع مقابل را تعیین کنید. $y = -x^۲ + ۲x + ۴$ سوالات و مطالب تالیفی-۹۱-سوال تستی و تشریحی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخنامه تشریحی

۱ تابع در $x=۲$ اکسترمم نسبی نیست، اما $f'(۲)=۰$ است. در نتیجه باید $x=۲$ ریشهٔ مضاعف مشتق باشد.

$$x=۲ \Rightarrow x-۲=۰ \xrightarrow{\text{به توان می رسانیم ۲}} x^۲-۴x+۴=۰ \Rightarrow \begin{cases} a=-۴ \\ b=۴ \end{cases}$$

۲

$$f(x)=x^۳-۳x+۹ \Rightarrow f'(x)=۳x^۲-۳=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۱ \Rightarrow y=۱-۳+۹=۷ \\ x=-۱ \Rightarrow y=-۱+۳+۹=۱۱ \end{cases}$$

x	$-\infty$		-۱		۱		$+\infty$
y'		+	۰	−	۰	+	
y		↗	۱۱	↘	۷	↗	

بنابراین $(-۱,۱۱)$ ماکزیمم نسبی و $(۱,۷)$ مینمم نسبی است.

۳ الف)

$$f(x)=(x+a)^۳ \Rightarrow f'(x)=۳(x+a)^۲=۰ \xrightarrow{x=۳} ۳(۳+a)^۲=۰ \Rightarrow a=-۳$$

$$f(x)=(x-۳)^۳ \Rightarrow f'(x)=۳(x-۳)^۲=۰ \Rightarrow x=۳$$

ب)

x	$-\infty$		۳		$+\infty$
y'		+	۰	+	
y		↗	۰	↗	

$x=۳$ طول نقطهٔ اکسترمم نسبی نیست، زیرا علامت مشتق در همسایگی محذوف آن تغییر نمی‌کند.

۴

$$f(x)=۵-(x-۲)^۳ \Rightarrow f'(x)=-۳(x-۲)^۲=۰ \Rightarrow x=۲$$

x	$-\infty$		۲		$+\infty$
y'		−	۰	−	
y		↘	۵	↘	

$x=۲$ طول نقطهٔ اکسترمم نسبی نیست، زیرا علامت مشتق در همسایگی محذوف آن تغییر نمی‌کند.

۵

$$f(x)=x^۳ \Rightarrow f'(x)=۳x^۲=۰ \Rightarrow x=۰$$

x	$-\infty$		۰		$+\infty$
y'		+	۰	+	
y		↗	۰	↗	

$x=۰$ طول نقطهٔ اکسترمم نسبی نیست، زیرا علامت مشتق در همسایگی محذوف آن تغییر نمی‌کند.

۶ الف) شکل (۲)

ب) شکل (۳)

Telegram: @konkur_in

۷ $f(x)=-x^{۳}+۳x+۱ \Rightarrow f'(x)=-۳x^{۲}+۳=۰ \Rightarrow x^{۲}=۱ \Rightarrow \begin{cases} x=۱ \\ x=-۱ \end{cases}$

فقط $x=۱$ در بازهٔ مورد نظر است. بنابراین:

$$\begin{cases} x=۰ \Rightarrow y=۱ \\ x=۱ \Rightarrow y=-(۱)^{۳}+۳(۱)+۱=۳ \\ x=۳ \Rightarrow y=-(۳)^{۳}+۳(۳)+۱=-۲۷+۹+۱=-۱۷ \end{cases}$$

بنابراین نقطهٔ $(۱,۳)$ ماکزیمم مطلق و $(۳,-۱۷)$ مینیمم مطلق تابع است.

۸ $f(x)=x^{۳}+۳x+۱ \Rightarrow f'(x)=۳x^{۲}+۳=۰ \Rightarrow x^{۲}=-۱$ ریشه حقیقی ندارد.

$$\begin{cases} x=-۲ \Rightarrow y=(-۲)^{۳}+۳(-۲)+۱=-۸-۶+۱=-۱۳ \\ x=۱ \Rightarrow y=(۱)^{۳}+۳(۱)+۱=۵ \end{cases}$$

بنابراین نقطهٔ $(-۲,-۱۳)$ مینیمم مطلق و $(۱,۵)$ ماکزیمم مطلق تابع است.

۹ $S(x)=\frac{OA\times AB}{۲}=\frac{x(۲۷-x^{۲})}{۲}=\frac{۲۷}{۲}x-\frac{۱}{۲}x^{۳}$

$$S'(x)=\frac{۲۷}{۲}-\frac{۳}{۲}x^{۲}=۰ \Rightarrow x^{۲}=۹ \xrightarrow{x>۰} x=۳ \Rightarrow y=۲۷-۹=۱۸$$

$$S(۳)=\frac{۳(۲۷-۹)}{۲}=\frac{۳\times ۱۸}{۲}=۲۷$$

x	۰		۳		$\sqrt{۲۷}$
S'(x)		+	۰	-	
S(x)		↗	۲۷	↘	

A(۳ , ۱۸)

۱۰ $S(x)=\frac{OA\times AB}{۲}=\frac{x(۳-x^{۲})}{۲}=\frac{۳}{۲}x-\frac{۱}{۲}x^{۳}$

$$S'(x)=\frac{۳}{۲}-\frac{۳}{۲}x^{۲}=۰ \Rightarrow x^{۲}=۱ \xrightarrow{x>۰} x=۱ \Rightarrow y=۳-۱=۲$$

$$S(۱)=\frac{۳}{۲}-\frac{۱}{۲}=۱$$

x	۰		۱		$\sqrt{۳}$
S'(x)		+	۰	-	
S(x)		↗	۱	↘	

A(۱ , ۲)

Telegram: @konkur_in

۱۱

$$S(x)=\frac{OA\times AB}{۲}=\frac{x(۹-x^{۲})}{۲}=\frac{۹}{۲}x-\frac{۱}{۲}x^{۳}$$

$$S'(x)=\frac{۹}{۲}-\frac{۳}{۲}x^{۲}=۰\Rightarrow x^{۲}=۳\xrightarrow{x>۰}x=\sqrt{۳}\Rightarrow y=۹-(\sqrt{۳})^{۲}=۹-۳=۶$$

$$S(\sqrt{۳})=\frac{\sqrt{۳}(۹-۳)}{۲}=\frac{\sqrt{۳}\times۶}{۲}=۳\sqrt{۳}$$

x	۰	$\sqrt{۳}$	۳
S'(x)	+	۰	-
S(x)	↗	$۳\sqrt{۳}$	↘

$$A(\sqrt{۳},۶)$$

۱۲

$$S(x)=\frac{OA\times AB}{۲}=\frac{x(۶-x^{۲})}{۲}=۳x-\frac{۱}{۲}x^{۳}$$

$$S'(x)=۳-\frac{۳}{۲}x^{۲}=۰\Rightarrow x^{۲}=۲\xrightarrow{x>۰}x=\sqrt{۲}\Rightarrow y=۶-۲=۴$$

$$S(\sqrt{۲})=\frac{\sqrt{۲}(۶-۲)}{۲}=\frac{۴\sqrt{۲}}{۲}=۲\sqrt{۲}$$

x	۰	$\sqrt{۲}$	$\sqrt{۶}$
S'(x)	+	۰	-
S(x)	↗	$۲\sqrt{۲}$	↘

$$A(\sqrt{۲},۴)$$

۱۳ طول ماکزیمم نسبی: ۳ طول مینیمم نسبی: ۴ طول ماکزیمم مطلق: ۵ طول مینیمم مطلق: ۴

۱۴ طول ماکزیمم نسبی: ۳ طول مینیمم نسبی: ۲ طول ماکزیمم مطلق: ۱ طول مینیمم مطلق: ۲

۱۵ طول ماکزیمم نسبی: ۲ طول مینیمم نسبی: ۳ طول ماکزیمم مطلق: ۵ طول مینیمم مطلق: ۱

۱۶

$$\pi R^{۲}h=۱۲۸\pi\Rightarrow h=\frac{۱۲۸}{R^{۲}}$$

$$S=۲\pi R^{۲}+۲\pi Rh\Rightarrow S=۲\pi R^{۲}+۲\pi R\times\frac{۱۲۸}{R^{۲}}\Rightarrow S=۲\pi R^{۲}+\frac{۲۵۶\pi}{R}$$

$$\Rightarrow S'=۴\pi R-\frac{۲۵۶\pi}{R^{۲}}=\frac{۴\pi R^{۳}-۲۵۶\pi}{R^{۲}}=۰\Rightarrow ۴\pi R^{۳}-۲۵۶\pi=۰$$

$$\Rightarrow R^{۳}=۶۴\Rightarrow R=۴\Rightarrow h=\frac{۱۲۸}{۱۶}=۸$$

Telegram: @konkur_in

۱۷

$$\pi R^2 h = 250\pi \Rightarrow h = \frac{250}{R^2}$$

$$S = 2\pi R^2 + 2\pi Rh \Rightarrow S = 2\pi R^2 + 2\pi R \times \frac{250}{R^2} \Rightarrow S = 2\pi R^2 + \frac{500\pi}{R}$$

$$\Rightarrow S' = 4\pi R - \frac{500\pi}{R^2} = \frac{4\pi R^3 - 500\pi}{R^2} = 0 \Rightarrow 4\pi R^3 - 500\pi = 0$$

$$\Rightarrow R^3 = 125 \Rightarrow R = 5 \Rightarrow h = \frac{250}{25} = 10$$

۱۸

$$\pi R^2 h = 54\pi \Rightarrow h = \frac{54}{R^2}$$

$$S = 2\pi R^2 + 2\pi Rh \Rightarrow S = 2\pi R^2 + 2\pi R \times \frac{54}{R^2} \Rightarrow S = 2\pi R^2 + \frac{108\pi}{R}$$

$$\Rightarrow S' = 4\pi R - \frac{108\pi}{R^2} = \frac{4\pi R^3 - 108\pi}{R^2} = 0 \Rightarrow 4\pi R^3 - 108\pi = 0$$

$$\Rightarrow R^3 = 27 \Rightarrow R = 3 \Rightarrow h = \frac{54}{9} = 6$$

۱۹

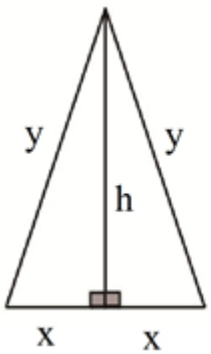
$$\pi R^2 h = 36\pi \Rightarrow h = \frac{36}{R^2}$$

$$S = 2\pi R^2 + 2\pi Rh \Rightarrow S = 2\pi R^2 + 2\pi R \times \frac{36}{R^2} \Rightarrow S = 2\pi R^2 + \frac{72\pi}{R}$$

$$S' = 4\pi R - \frac{72\pi}{R^2} = \frac{4\pi R^3 - 72\pi}{R^2} = 0 \Rightarrow 4\pi R^3 - 72\pi = 0$$

$$\Rightarrow R^3 = 18 \Rightarrow R = \sqrt[3]{18} \Rightarrow h = \frac{36}{\sqrt[3]{18^2}} \times \frac{\sqrt[3]{18}}{\sqrt[3]{18}} = \frac{36\sqrt[3]{18}}{18} \Rightarrow h = 2\sqrt[3]{18}$$

۲۰



$$2y = 6 \Rightarrow y = 3$$

$$h^2 + x^2 = y^2 \xrightarrow{y=3} h^2 + x^2 = 9 \Rightarrow h = \sqrt{9 - x^2}$$

$$S = \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{2} = \frac{2x \times h}{2} = x\sqrt{9 - x^2}$$

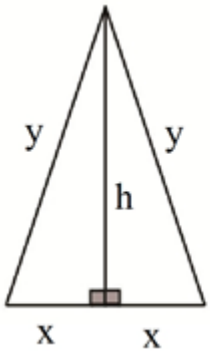
$$S' = \sqrt{9 - x^2} + \frac{-2x}{2\sqrt{9 - x^2}} \times x = \frac{9 - x^2 - x^2}{\sqrt{9 - x^2}} = 0 \Rightarrow 9 - 2x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

طول قاعده مثلث $= 2x = 2\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right) = 3\sqrt{2}$

Telegram: @konkur_in

۲۱



$$۲y = ۱۲ \Rightarrow y = ۶$$

$$h^۲ + x^۲ = y^۲ \xrightarrow{y=۶} h^۲ + x^۲ = ۳۶ \Rightarrow h = \sqrt{۳۶ - x^۲}$$

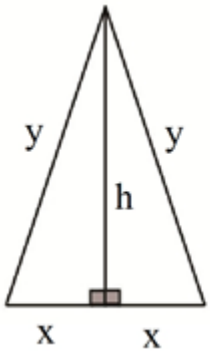
$$S = \frac{\text{ارتفاع}\times\text{قاعده}}{۲} = \frac{۲x\times h}{۲} = x\sqrt{۳۶ - x^۲}$$

$$S' = \sqrt{۳۶ - x^۲} + \frac{-۲x}{۲\sqrt{۳۶ - x^۲}} \times x = \frac{۳۶ - x^۲ - x^۲}{\sqrt{۳۶ - x^۲}} = ۰ \Rightarrow ۳۶ - ۲x^۲ = ۰ \Rightarrow x^۲ = ۱۸$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{۱۸} = ۳\sqrt{۲}$$

طول قاعده مثلث $= ۲x = ۲(۳\sqrt{۲}) = ۶\sqrt{۲}$

۲۲



$$۲y = ۲۰ \Rightarrow y = ۱۰$$

$$h^۲ + x^۲ = y^۲ \xrightarrow{y=۱۰} h^۲ + x^۲ = ۱۰۰ \Rightarrow h = \sqrt{۱۰۰ - x^۲}$$

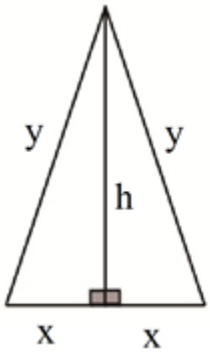
$$S = \frac{\text{ارتفاع}\times\text{قاعده}}{۲} = \frac{۲x\times h}{۲} = x\sqrt{۱۰۰ - x^۲}$$

$$S' = \sqrt{۱۰۰ - x^۲} + \frac{-۲x}{۲\sqrt{۱۰۰ - x^۲}} \times x = \frac{۱۰۰ - x^۲ - x^۲}{\sqrt{۱۰۰ - x^۲}} = ۰ \Rightarrow ۱۰۰ - ۲x^۲ = ۰ \Rightarrow x^۲ = ۵۰$$

$$\Rightarrow x = ۵\sqrt{۲}$$

طول قاعده مثلث $= ۲x = ۲(۵\sqrt{۲}) = ۱۰\sqrt{۲}$

Telegram: @konkur_in



$$۲y = ۴ \Rightarrow y = ۲$$

$$h^۲ + x^۲ = y^۲ \xrightarrow{y=۲} h^۲ + x^۲ = ۴ \Rightarrow h = \sqrt{۴ - x^۲}$$

۲۳

$$S = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{۲} = \frac{۲x \times h}{۲} = x\sqrt{۴ - x^۲}$$

$$S' = \sqrt{۴ - x^۲} + \frac{-۲x}{۲\sqrt{۴ - x^۲}} \times x = \frac{۴ - x^۲ - x^۲}{\sqrt{۴ - x^۲}} = ۰ \Rightarrow ۴ - ۲x^۲ = ۰ \Rightarrow x^۲ = ۲$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{۲}$$

طول قاعده مثلث $= ۲x = ۲\sqrt{۲}$

$$C'(t) = \frac{۱۲(۴t^۳ + ۱) - ۱۲t^۲(۱۲t)}{(۴t^۳ + ۱)^۲} = ۰ \Rightarrow ۴۸t^۳ + ۱۲ - ۱۴۴t^۳ = ۰ \Rightarrow ۹۶t^۳ = ۱۲ \Rightarrow t^۳ = \frac{۱۲}{۹۶} = \frac{۱}{۸}$$

۲۴

$$\Rightarrow t = \frac{۱}{۲}$$

$$C'(t) = \frac{t^۳ + ۴۳۲ - ۳t^۲(t)}{(t^۳ + ۴۳۲)^۲} = ۰ \Rightarrow t^۳ + ۴۳۲ - ۳t^۳ = ۰ \Rightarrow ۲t^۳ = ۴۳۲ \Rightarrow t^۳ = ۲۱۶ \Rightarrow t = ۶$$

۲۵

$$C'(t) = \frac{۲(t^۳ + ۴۸) - ۳t^۲(۲t)}{(t^۳ + ۴۸)^۲} = ۰ \Rightarrow ۲t^۳ + ۹۶ - ۶t^۳ = ۰ \Rightarrow ۴t^۳ = ۹۶ \Rightarrow t^۳ = ۲۴$$

۲۶

$$\Rightarrow t = \sqrt[۳]{۲۴} \Rightarrow t = ۲\sqrt[۳]{۳}$$

$$C'(t) = \frac{t^۳ + ۱۶ - ۳t^۲(t)}{(t^۳ + ۱۶)^۲} = ۰ \Rightarrow t^۳ + ۱۶ - ۳t^۳ = ۰ \Rightarrow ۲t^۳ = ۱۶ \Rightarrow t^۳ = ۸ \Rightarrow t = ۲$$

۲۷

Telegram: @konkur_in

۲۸

$x = vt \Rightarrow t = \frac{x}{v}$

t_1: زمان رسیدن از A به B

t_2: زمان رسیدن از B به C

$t_1 = \frac{40 - x}{6}$

$BC^2 = x^2 + 10^2 \Rightarrow BC = \sqrt{x^2 + 100}$

$t_2 = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{x^2 + 100}}{2}$

$t_{کل} = t_1 + t_2 \Rightarrow t_{کل} = \frac{40 - x}{6} + \frac{\sqrt{x^2 + 100}}{2}$

$t = \frac{40}{6} - \frac{1}{6}x + \frac{1}{2}\sqrt{x^2 + 100} \Rightarrow t' = -\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\left(\frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 100}}\right)$

$t' = \frac{-\sqrt{x^2 + 100} + 3x}{6\sqrt{x^2 + 100}} = 0 \Rightarrow -\sqrt{x^2 + 100} + 3x = 0 \Rightarrow \sqrt{x^2 + 100} = 3x$

$\xrightarrow{\text{به توان می رسانیم ۲}} x^2 + 100 = 9x^2 \Rightarrow 8x^2 = 100 \Rightarrow x^2 = \frac{100}{8} \Rightarrow x = \frac{5}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow x = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

۲۹

$x = vt \Rightarrow t = \frac{x}{v}$

t_1: زمان رسیدن از A به B

t_2: زمان رسیدن از B به C

$t_1 = \frac{150 - x}{8}$

$BC^2 = x^2 + 60^2 \Rightarrow BC = \sqrt{x^2 + 3600}$

$t_2 = \frac{BC}{4} = \frac{\sqrt{x^2 + 3600}}{4}$

$t_{کل} = t_1 + t_2 \Rightarrow t_{کل} = \frac{150 - x}{8} + \frac{\sqrt{x^2 + 3600}}{4}$

$t = \frac{150}{8} - \frac{1}{8}x + \frac{1}{4}\sqrt{x^2 + 3600} \Rightarrow t' = -\frac{1}{8} + \frac{1}{4}\left(\frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 3600}}\right)$

$t' = \frac{-\sqrt{x^2 + 3600} + 2x}{8\sqrt{x^2 + 3600}} = 0 \Rightarrow -\sqrt{x^2 + 3600} + 2x = 0 \Rightarrow \sqrt{x^2 + 3600} = 2x$

$\xrightarrow{\text{به توان می رسانیم ۲}} x^2 + 3600 = 4x^2 \Rightarrow 3x^2 = 3600 \Rightarrow x^2 = 1200 \Rightarrow x = 20\sqrt{3}$

Telegram: @konkur_in

۳۰

$x = vt \Rightarrow t = \frac{x}{v}$

t_1: زمان رسیدن از A به B

t_2: زمان رسیدن از B به C

$t_1 = \frac{100 - x}{4}$

$BC^2 = x^2 + 20^2 \Rightarrow BC = \sqrt{x^2 + 400}$

$t_2 = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{x^2 + 400}}{2}$

$t_{کل} = t_1 + t_2 \Rightarrow t_{کل} = \frac{100 - x}{4} + \frac{\sqrt{x^2 + 400}}{2}$

$t = 25 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}\sqrt{x^2 + 400} \Rightarrow t' = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\left(\frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 400}}\right)$

$t' = \frac{-\sqrt{x^2 + 400} + 2x}{4\sqrt{x^2 + 400}} = 0 \Rightarrow -\sqrt{x^2 + 400} + 2x = 0 \Rightarrow \sqrt{x^2 + 400} = 2x$

$\xrightarrow{\text{به توان می رسانیم}^2} x^2 + 400 = 4x^2 \Rightarrow 3x^2 = 400 \Rightarrow x^2 = \frac{400}{3} \Rightarrow x = \frac{20}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow x = \frac{20\sqrt{3}}{3}$

۳۱

$x = vt \Rightarrow t = \frac{x}{v}$

t_1: زمان رسیدن از A به B

t_2: زمان رسیدن از B به C

$t_1 = \frac{50 - x}{6}$

$BC^2 = x^2 + 30^2 \Rightarrow BC = \sqrt{x^2 + 900}$

$t_2 = \frac{BC}{3} = \frac{\sqrt{x^2 + 900}}{3}$

$t_{کل} = t_1 + t_2 \Rightarrow t_{کل} = \frac{50 - x}{6} + \frac{\sqrt{x^2 + 900}}{3}$

$t = \frac{50}{6} - \frac{1}{6}x + \frac{1}{3}\sqrt{x^2 + 900} \Rightarrow t' = -\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\left(\frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 900}}\right)$

$t' = \frac{-\sqrt{x^2 + 900} + 2x}{6\sqrt{x^2 + 900}} = 0 \Rightarrow -\sqrt{x^2 + 900} + 2x = 0 \Rightarrow \sqrt{x^2 + 900} = 2x$

$\xrightarrow{\text{به توان می رسانیم}^2} x^2 + 900 = 4x^2 \Rightarrow 3x^2 = 900 \Rightarrow x^2 = 300 \Rightarrow x = \sqrt{300}$

$\Rightarrow x = 10\sqrt{3}$

Telegram: @konkur_in

۳۲ $\pi R^{۲}h = ۱۶\pi \Rightarrow h = \frac{۱۶}{R^{۲}}$

$S = ۲\pi R^{۲} + ۲\pi Rh \Rightarrow S = ۲\pi R^{۲} + ۲\pi R \times \frac{۱۶}{R^{۲}} \Rightarrow S = ۲\pi R^{۲} + \frac{۳۲\pi}{R}$

$S' = ۴\pi R - \frac{۳۲\pi}{R^{۲}} = \frac{۴\pi R^{۳} - ۳۲\pi}{R^{۲}} = ۰ \Rightarrow ۴\pi R^{۳} - ۳۲\pi = ۰$

$\Rightarrow R^{۳} = ۸ \Rightarrow R = ۲ \Rightarrow h = \frac{۱۶}{۴} = ۴$

۳۳ $f(x) = x^{۳} - ۳x + ۵ \Rightarrow y' = ۳x^{۲} - ۳ = ۰ \Rightarrow x^{۲} = ۱ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ \\ x = -۱ \end{cases}$

$x = ۱ \Rightarrow y = ۱ - ۳ + ۵ = ۳ \Rightarrow A(۱, ۳)$

$x = -۱ \Rightarrow y = -۱ + ۳ + ۵ = ۷ \Rightarrow B(-۱, ۷)$

$AB = \sqrt{(x_{۲} - x_{۱})^{۲} + (y_{۲} - y_{۱})^{۲}} = \sqrt{(-۱ - ۱)^{۲} + (۷ - ۳)^{۲}} = \sqrt{۴ + ۱۶} = \sqrt{۲۰}$

$AB = ۲\sqrt{۵}$

۳۴ ابتدا از تابع مشتق می‌گیریم و باید $f'(۱) = ۰$ باشد:

$f(x) = x^{۴} + ax^{۲} + b \Rightarrow f'(x) = ۴x^{۳} + ۲ax \Rightarrow f'(۱) = ۴ + ۲a = ۰$

$\Rightarrow ۲a = -۴ \Rightarrow a = -۲$

همچنین باید $f(۱) = -۲$ باشد:

$f(۱) = -۲ \Rightarrow ۱ + a + b = -۲ \xrightarrow{a=-۲} ۱ - ۲ + b = -۲ \Rightarrow b = -۱$

۳۵ نقطهٔ A: نقطهٔ بحرانی (ابتدای بازه) و ماکزیمم مطلق

نقطهٔ B: نقطهٔ بحرانی و مینیمم نسبی

نقطهٔ C: نقطهٔ بحرانی و مینیمم نسبی

نقطهٔ D: نقطهٔ بحرانی (انتهای بازه) و مینیمم مطلق

۳۶ نقطهٔ A: نقطهٔ بحرانی (ابتدای بازه) و مینیمم مطلق

نقطهٔ B: نقطهٔ بحرانی و مینیمم نسبی

نقطهٔ C: نقطهٔ بحرانی و مینیمم نسبی

نقطهٔ D: نقطهٔ بحرانی و ماکزیمم مطلق و نسبی

نقطهٔ E: نقطهٔ بحرانی

نقطهٔ F: نقطهٔ بحرانی و مینیمم نسبی

نقطهٔ G: نقطهٔ بحرانی (انتهای بازه)

۳۷ $(-۱, ۷) \Rightarrow ۲(-۱)^{۳} + a(-۱) + b = ۷ \Rightarrow -۲ - a + b = ۷ \Rightarrow -a + b = ۹$

$f'(x) = ۶x^{۲} + a \xrightarrow{x=-۱} ۶(-۱)^{۲} + a = ۰ \Rightarrow a = -۶$

$\Rightarrow -(-۶) + b = ۹ \Rightarrow ۶ + b = ۹ \Rightarrow b = ۳$

Telegram: @konkur_in

۳۸

$$(-۱,۴) \Rightarrow (-۱)^۳ + ۲a(-۱) + b = ۴ \Rightarrow -۱ - ۲a + b = ۴ \Rightarrow -۲a + b = ۵$$

$$f'(x) = ۳x^۲ + ۲a \xrightarrow{x=-۱} ۳(-۱)^۲ + ۲a = ۰ \Rightarrow ۲a = -۳ \Rightarrow a = -\frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow -۲\left(-\frac{۳}{۲}\right) + b = ۵ \Rightarrow ۳ + b = ۵ \Rightarrow b = ۲$$

۳۹

a : مینیمم مطلق

b : مینیمم مطلق و نسبی

c : مینیمم مطلق

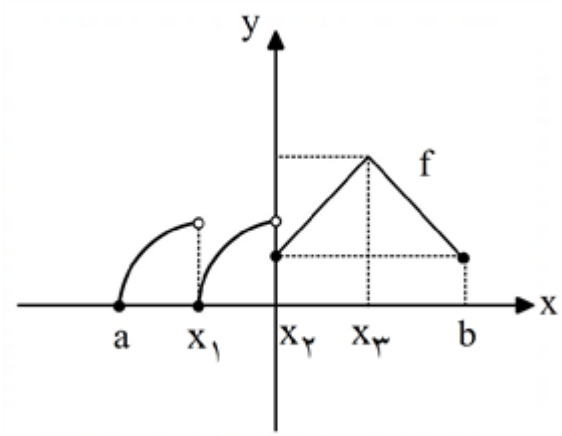
۴۰

a : مینیمم مطلق

b : ماکزیمم نسبی و مطلق

c : مینیمم نسبی

۴۱



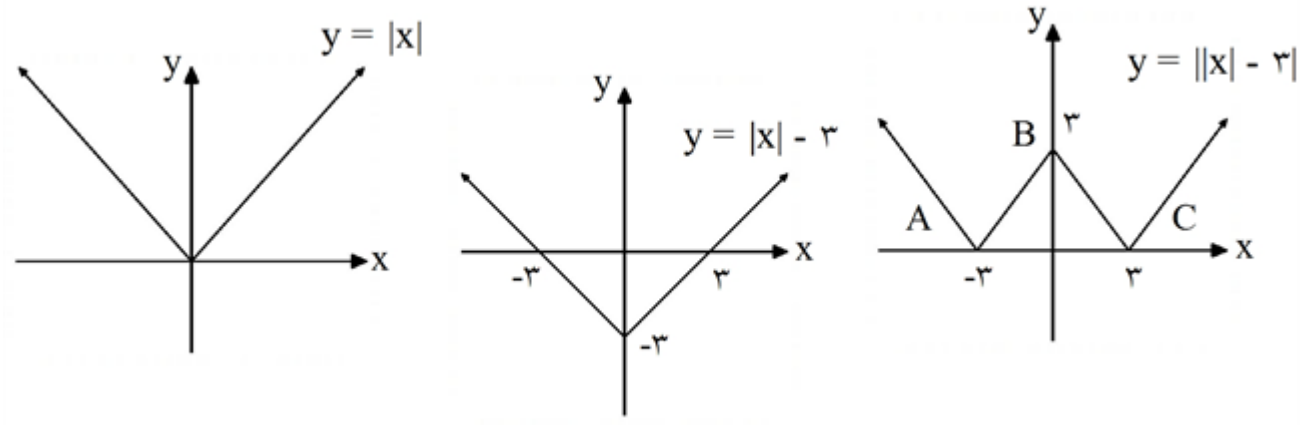
سه نقطه $x_۱, x_۲, x_۳$ اکسترمم نسبی تابع هستند.

$x_۱$: مینیمم نسبی

$x_۲$: مینیمم نسبی

$x_۳$: ماکزیمم نسبی

۴۲



با توجه به نمودار داریم:

$A(-۳,۰)$ ⇒ مینیمم مطلق و نسبی

$B(۰,۳)$ ⇒ ماکزیمم نسبی

$C(۳,۰)$ ⇒ مینیمم مطلق و نسبی

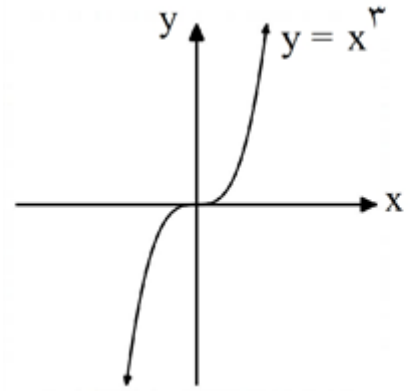
Telegram: @konkur_in

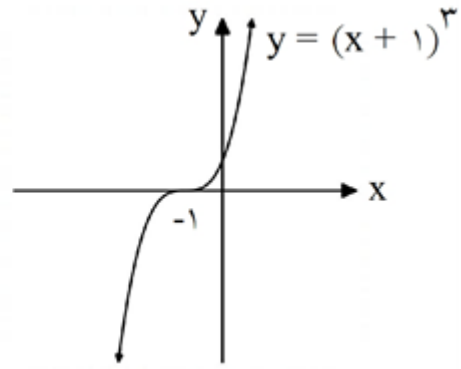
۴۳

$$y' = x^۲ - ۴x = ۰ \Rightarrow x(x-۴) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = ۴ \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = ۰ \Rightarrow y = ۱ \\ x = ۴ \Rightarrow y = \frac{۶۴}{۳} - ۳۲ + ۱ = \frac{۶۴}{۳} - ۳۱ = \frac{۶۴-۹۳}{۳} = -\frac{۲۹}{۳} \end{cases}$$

۴۴ الف)





ب)

$$y' = ۳(x+۱)^۲ = ۰ \Rightarrow x = -۱ \Rightarrow y = ۰ \Rightarrow A(-۱, ۰)$$

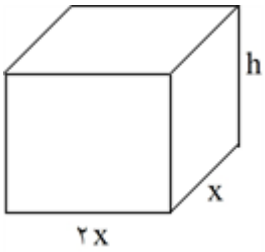
نقطهٔ $A(-۱, ۰)$ نقطهٔ بحرانی تابع $y = (x+۱)^۳$ است.

ج)

x	-∞		-۱		+∞
y'		+	۰	+	
y		↗		↗	

نقطهٔ $A(-۱, ۰)$ نقطهٔ اکسترمم نسبی تابع نیست. زیرا علامت مشتق در اطراف نقطهٔ A تغییر نمی‌کند.

۴۵



$$V = ۲x \times x \times h = ۷۲ \Rightarrow h = \frac{۳۶}{x^۲}$$

$$S = ۲(۲x \times x) + ۲(x \times h) + ۲(۲x \times h)$$

$$S = ۴x^۲ + ۲xh + ۴xh \Rightarrow S = ۴x^۲ + ۶xh \xrightarrow{h=\frac{۳۶}{x^۲}} S = ۴x^۲ + ۶x\left(\frac{۳۶}{x^۲}\right)$$

$$\Rightarrow S = ۴x^۲ + \frac{۲۱۶}{x}$$

$$S' = ۸x - \frac{۲۱۶}{x^۲} = ۰ \Rightarrow \frac{۸x^۳ - ۲۱۶}{x^۲} = ۰ \Rightarrow x^۳ = \frac{۲۱۶}{۸} = ۲۷ \Rightarrow x = ۳$$

$$\begin{cases} \text{عرض} : x = ۳ \\ \text{طول} : ۲x = ۶ \\ \text{ارتفاع} : h = \frac{۳۶}{x^۲} = \frac{۳۶}{۹} = ۴ \end{cases}$$

Telegram: @konkur_in

۴۶

$$y=\frac{۳}{۸}x^{\frac{۸}{۳}}-\frac{۲۷}{۲}x^{\frac{۲}{۳}}\Rightarrow y'=x^{\frac{۵}{۳}}-۹x^{-\frac{۱}{۳}}\Rightarrow y'=\sqrt[۳]{x^{۵}}-\frac{۹}{\sqrt[۳]{x}}\Rightarrow y'=\frac{x^{۲}-۹}{\sqrt[۳]{x}}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x^{۲}-۹=۰\Rightarrow x=\pm ۳\\ \sqrt[۳]{x}=۰\Rightarrow x=۰\end{cases}$$

طول نقاط بحرانی $\{۳,-۳,۰\}$

۴۷

$$t_۱=\frac{۲۰۰-x}{۳}\qquad t_۲=\frac{\sqrt{۳۶۰۰+x^{۲}}}{۲}$$

$$t=t_۱+t_۲=\frac{۲۰۰-x}{۳}+\frac{\sqrt{۳۶۰۰+x^{۲}}}{۲}=\frac{۱}{۶}(۴۰۰-۲x+۳\sqrt{۳۶۰۰+x^{۲}})$$

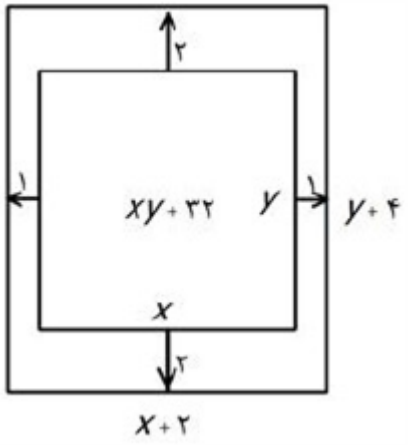
$$t'=\frac{۱}{۶}\left(-۲+۳\times\frac{۲x}{۲\sqrt{۳۶۰۰+x^{۲}}}\right)\xrightarrow{t'=۰}۲=\frac{۳x}{\sqrt{۳۶۰۰+x^{۲}}}\Rightarrow ۲\sqrt{۳۶۰۰+x^{۲}}=۳x$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}}۴(۳۶۰۰+x^{۲})=۹x^{۲}\Rightarrow ۵x^{۲}=۴\times ۳۶۰۰\Rightarrow x^{۲}=۲۸۸۰$$

$$\Rightarrow x=\sqrt{۲۸۸۰}=۲۴\sqrt{۵}$$

$$t=\frac{۱}{۶}(۴۰۰-۲\times ۲۴\sqrt{۵}+۳\sqrt{۳۶۰۰+۲۸۸۰})=۱۰۰$$

۴۸



$$S_{(x)}=(x+۲)(y+۴)=xy+۴x+۲y+۸$$

$$\xrightarrow{xy=۳۲}S_{(x)}=۴x+۲y+۴۰\xrightarrow{y=\frac{۳۲}{x}}$$

$$S_{(x)}=۴x+\frac{۶۴}{x}+۴۰$$

$$S'_{(x)}=۴-\frac{۶۴}{x^{۲}}=\frac{۴x^{۲}-۶۴}{x^{۲}}\xrightarrow{S'_{(x)}=۰}۴x^{۲}-۶۴=۰\Rightarrow x^{۲}=۱۶\Rightarrow x=۴$$

$$\xrightarrow{y=\frac{۳۲}{x}}y=\frac{۳۲}{۴}=۸$$

ابعاد جعبه برابر است با: $(۶=۲+۴)$ و $(۱۲=۴+۸)$

۴۹

$$S_{(x)}=۲xy=۲x(۱۲-x^{۲})=۲۴x-۲x^{۳}$$

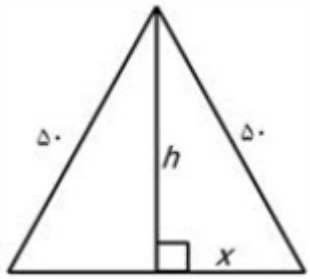
$$S'_{(x)}=۲۴-۶x^{۲}\xrightarrow{S'_{(x)}=۰}۲۴-۶x^{۲}=۰\Rightarrow x^{۲}=۴\Rightarrow x=۲\xrightarrow{y=۱۲-x^{۲}}$$

$$y=۱۲-۴=۸$$

طول مستطیل برابر با ۸ و عرض آن برابر با ۴ است.

Telegram: @konkur_in

۵۰



الف) $h^۲ + x^۲ = ۵۰^۲ \Rightarrow h = \sqrt{۲۵۰۰ - x^۲}$

$S_{(x)} = \frac{۱}{۲} \times ۲x \times h = x(\sqrt{۲۵۰۰ - x^۲}) \qquad D = [۰ , ۵۰]$

$$S'_{(x)} = \sqrt{۲۵۰۰ - x^۲} + x \times \frac{-۲x}{۲\sqrt{۲۵۰۰ - x^۲}} = \frac{۲۵۰۰ - x^۲ - x^۲}{\sqrt{۲۵۰۰ - x^۲}} = \frac{۲۵۰۰ - ۲x^۲}{\sqrt{۲۵۰۰ - x^۲}}$$

$$\xrightarrow{S'_{(x)}=۰} ۲۵۰۰ - ۲x^۲ = ۰ \Rightarrow x^۲ = \frac{۲۵۰۰}{۲} = ۱۲۵۰ \Rightarrow x = \sqrt{۱۲۵۰} = ۲۵\sqrt{۲}$$

$$\xrightarrow{h=\sqrt{۲۵۰۰-x^۲}} h = \sqrt{۲۵۰۰ - ۱۲۵۰} = \sqrt{۱۲۵۰} \Rightarrow h = ۲۵\sqrt{۲}$$

$$S_{(x)} = (۲۵\sqrt{۲})(\sqrt{۲۵۰۰ - ۱۲۵۰}) = ۶۲۵ \times ۲ = ۱۲۵۰$$

ب) با توجه به $S = \frac{۱}{۲} \times ۵۰ \times ۵۰ \times \operatorname{Sin}\theta$ بیش‌ترین مساحت وقتی است که $\operatorname{Sin}\theta = ۱$ باشد پس $\theta = ۹۰^\circ$ می‌شود

پس خواهیم داشت: $S = \frac{۱}{۲} \times ۵۰ \times ۵۰ \times \operatorname{Sin}\theta = \frac{۱}{۲} \times ۵۰ \times ۵۰ \times ۱ = ۱۲۵۰$

۵۱



الف) $xy = ۱۰۰۰۰ \Rightarrow y = \frac{۱۰۰۰۰}{x}$

$$P(x) = ۲(۲۰۰۰۰۰۰x) + ۲\left(۸۰۰۰۰۰۰ \times \frac{۱۰۰۰۰}{x}\right) = \frac{۴ \times ۱۰^۶(x^۲ + ۴۰۰۰۰)}{x}$$

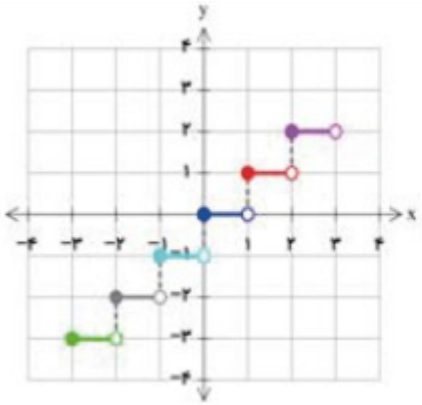
ب) $P'(x) = ۴ \times ۱۰^۶\left(\frac{۲x^۲ - x^۲ - ۴۰۰۰۰}{x^۲}\right) = ۴ \times ۱۰^۶\left(\frac{x^۲ - ۴۰۰۰۰}{x^۲}\right)$

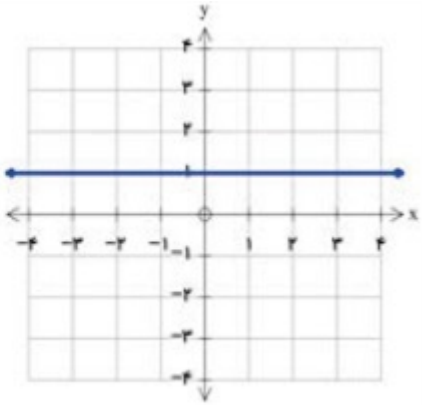
$$\xrightarrow{P'(x)=۰} ۴ \times ۱۰^۶\left(\frac{x^۲ - ۴۰۰۰۰}{x^۲}\right) = ۰ \Rightarrow x^۲ - ۴۰۰۰۰ = ۰ \Rightarrow x^۲ = ۴۰۰۰۰ \Rightarrow x = ۲۰۰$$

$$x = ۲۰۰ \xrightarrow{y=\frac{۱۰۰۰۰}{x}} y = ۵۰$$

۵۲ تابع‌های جزء صحیح و تابع ثابت $k \in \mathbb{R}$ $\qquad f(x) = k \qquad f(x) = [x] \quad x \in \mathbb{R}$

مسئله بی‌شمار جواب دارد.





Telegram: @konkur_in

۵۳

$f(x)=x^۳+bx^۲+d \xrightarrow{(۲,۱)} ۱=۸+۴b+d \Rightarrow ۴b+d=-۷ \ (۱)$

$f'(x)=۳x^۲+۲bx=۰ \xrightarrow{x=۲} ۱۲+۴b=۰ \Rightarrow b=-۳ \xrightarrow{(۱)} ۴(-۳)+d=-۷$

$\Rightarrow d=۵$

۵۴

الف) $f(x)=-۲x^۳+۹x^۲-۱۳ \quad ; \quad x \in [-۱,۲]$

$f'(x)=-۶x^۲+۱۸x=۰ \Rightarrow -۶x(x-۳)=۰ \Rightarrow \begin{matrix} x=۰ \\ x=۳ \end{matrix}$ ق ق ن

$x=-۱ \Rightarrow y=-۲$

$x=۰ \Rightarrow y=-۱۳$ $\quad \min(۰,-۱۳)$ مطلق $\quad \max(۲,۷)$ مطلق

$x=۲ \Rightarrow y=۷$

ب) $g(x)=x^۳+۲x-۵ \quad ; \quad x \in [-۲,۱]$

$g'(x)=۳x^۲+۲=۰ \Rightarrow x^۲=-\frac{۲}{۳}$ ق ق ن

$x=-۲ \Rightarrow y=-۱۷$

$x=۱ \Rightarrow y=-۲$

$\min(-۲,-۱۷)$ مطلق $\quad \max(۱,-۲)$ مطلق

۵۵

الف) $f(x)=x^۳+۳x^۲-۹x-۱۰ \Rightarrow f'(x)=۳x^۲+۶x-۹ \xrightarrow{f'(x)=۰} ۳x^۲+۶x-۹=۰$

$۳(x-۱)(x+۳)=۰ \Rightarrow x=۱, x=-۳$

x	-∞	-۳		۱	+∞
f'	+	۰	-	۰	+
f		۱۷		-۱۵	

نقاط بحرانی $(-۳,۱۷),(۱,-۱۵)$

$\max \left| \begin{matrix} -۳ \\ ۱۷ \end{matrix} \right. \quad \min \left| \begin{matrix} ۱ \\ -۱۵ \end{matrix} \right.$

ب) $g(x)=-۲x^۳+۳x^۲+۱۲x-۹ \Rightarrow g'(x)=-۶x^۲+۶x+۱۲ \xrightarrow{g'(x)=۰}$

$-۶x^۲+۶x+۱۲=۰$

$-۶(x-۲)(x+۱)=۰ \Rightarrow x=۲, x=-۱$

x	-∞	-۱		۲	+∞
g'	-	۰	+	۰	-
g		-۱۶		۱۱	

نقاط بحرانی $(-۱,-۶),(۲,۱۱)$

$\min \left| \begin{matrix} -۱ \\ -۱۶ \end{matrix} \right. \quad \max \left| \begin{matrix} ۲ \\ ۱۱ \end{matrix} \right.$

پ) $h(x)=-x^۳-۳x+۲ \Rightarrow h'(x)=-۳x^۲-۳ \Rightarrow g'(x) \neq ۰$ نقطه بحرانی ندارد

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۶

الف) $f(x)=\sqrt{۴-x^۲} \Rightarrow f'(x)=\frac{-۲x}{۲\sqrt{۴-x^۲}}=\frac{-x}{\sqrt{۴-x^۲}}$ $x=۰ \Rightarrow (۰,۲)$ نقطه بحرانی

همچنین نقاط ابتدا و انتهای دامنه $D_f=[-۲,۲]$ نیز نقاط بحرانی هستند در نتیجه این تابع سه نقطه بحرانی دارد :

$(۲.۰),(-۲,۰),(۰,۲) \Rightarrow$ سه نقطه بحرانی

ب) $g(x)=x^۳+۳x^۲-۴ \Rightarrow g'(x)=۳x^۲+۶x \xrightarrow{g'(x)=۰} ۳x^۲+۶x=۰$

$\Rightarrow x=۰, x=-۲$

نقاط بحرانی : $(۰,-۴),(-۲,۰)$

پ) $h(x)=\sqrt[۳]{x} \Rightarrow h'(x)=\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^۲}}$ در $x=۰$ مشتق‌پذیر نیست و نقطه $(۰,۰)$ نقطه بحرانی است

۵۷

$g'(x)=\frac{-۲x}{(x^۲+۱)^۲} \xrightarrow{g'(x)=۰} -x=۰ \Rightarrow x=۰$

در بازه‌ی $(-\infty,۱)$ صعودی اکید و در بازه‌ی $(۱,+\infty)$ نزولی اکید است.

x	-∞	۰	+∞
f'	+	۰	-
f	صعودی	۱	نزولی

۵۸

$f'(x)=۳x^۲-۱۲ \xrightarrow{f'(x)=۰} ۳x^۲-۱۲=۰ \Rightarrow x^۲=۴ \Rightarrow x=\pm ۲$

بزرگ‌ترین بازه که تابع در آن نزولی اکید است بازه $(-۲,۲)$ است.

x	-∞	-۲	۲	+∞
f'	+	۰	- ۰	+
f		۲۰	-۱۲	

۵۹

$f'(x)=۳x^۲-۶x-۹=۰ \Rightarrow x^۲-۲x-۳=۰$

نقاط بحرانی $\Rightarrow A(-۱,۲۲), B(۳,-۱۰)$

x	-∞	-۱	۳	+∞
f'	+	۰	- ۰	+
f		max نسبی	min نسبی	

تابع در بازه‌های $(-\infty,-۱)$ و $(۳,+\infty)$ صعودی اکید و در بازه‌ی $(-۱,۳)$ نزولی اکید است.

۶۰

اکسترمم نسبی = ریشه مشتق

$f'(x)=۳x^۲+۲mx \Rightarrow f'(۲)=۰ \Rightarrow ۳(۲)^۲+۴m=۰ \Rightarrow m=-۳$

نقطه‌ی $(۲,۱)$ در ضابطه تابع صدق می‌کند یعنی:

$f(۲)=۱ \Rightarrow ۸-۱۲+n=۱ \Rightarrow n=۵$

Telegram: @konkur_in

۶۱ الف) $f'(x) = ۳x^۲ - ۲x + a$

$f'(۱) = ۰ \Rightarrow ۳ - ۲ + a = ۰ \Rightarrow a = -۱$

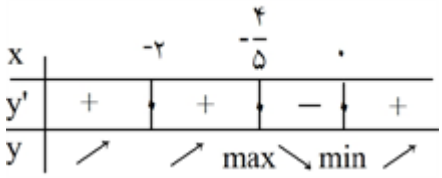
$f(۱) = ۳ \Rightarrow ۱ - ۱ - ۱ + b = -۳ \Rightarrow b = -۲$

ب) $f'(x) = x^۲ - ۲x - ۱۵ = ۰ \Rightarrow (x+۳)(x-۵) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۵ & \text{غ ق ق} \\ x = -۳ & \text{ق ق} \end{cases}$

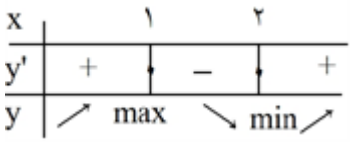
$\begin{cases} f(-۳) = ۲۷ \Rightarrow \text{مطلق } \max \\ f(۳) = -۴۵ \Rightarrow \text{مطلق } \min \\ f(-۴) = \frac{۶۸}{۳} \end{cases}$

۶۲ $y' = ۲x(x+۲)^۳ + ۳x^۲(x+۲)^۲ = ۰$

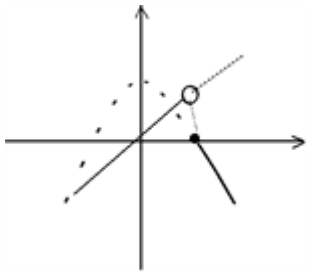
$x(x+۲)^۲(۵x+۴) = ۰ \rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = -۲ \\ x = \frac{-۴}{۵} \end{cases}$



۶۳ $y' = ۶x^۲ + ۱۸x + ۱۲ = ۰ \rightarrow x = ۱ \text{ و } x = ۲$

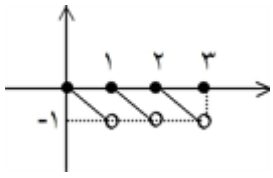


۶۴ با توجه به شکل تابع، این تابع اکسترمم نسبی ندارد.



۶۵ با توجه به شکل:

نقاط $x = ۱$ و $x = ۲$ ماکزیمم نسبی‌اند.



۶۶ $f'(t) = \frac{۱ - t^۲}{(۱ + t^۲)^۲} = ۰ \Rightarrow t = \pm ۱$

۶۷ $y' = ۱۲x^۳ + ۳x^۲ = ۰ \Rightarrow x = ۰ \text{ و } x = \frac{-۱}{۴}$

Telegram: @konkur_in

۶۸

$$h(x)=\begin{cases} x^{۲}-۲x & ۰\leqslant x\leqslant ۲ \\ -x^{۲}+۲x & -۱\leqslant x<۰ \end{cases} \rightarrow \text{بحرانی} \begin{cases} x=-۱\rightarrow y=-۳ \text{ min} \\ x=۱\rightarrow y=-۱ \\ x=۲\rightarrow y=\max \\ x=۰\rightarrow y=۰ \end{cases}$$

۶۹

$$\begin{matrix} f'(x)=۲x \\ f'(x)=۰ \end{matrix} \Rightarrow \text{نقاط بحرانی}: \begin{cases} x=-۱\rightarrow y=۱ \\ x=۰\rightarrow y=۰ \text{ min} \\ x=۲\rightarrow y=۴ \text{ max} \end{cases}$$

۷۰

$$f'(x)=۳x^{۲}+۲ax$$
$$\begin{cases} f(۲)=۳\Rightarrow ۸+۴a+b=۳ \\ f'(۲)=۰\Rightarrow ۱۲+۴a=۰\Rightarrow a=-۳\Rightarrow b=۷ \end{cases}$$

۷۱

$$y=x^{۴}-۱۲x^{۳}+۵۲x^{۲}-۹۶x+۱۰۰\Rightarrow y'=۴x^{۳}-۳۶x^{۲}+۱۰۴x-۹۶=۰$$
$$\xrightarrow{\div ۴} x^{۳}-۹x^{۲}+۲۶x-۲۴=۰\Rightarrow (x-۲)(x^{۲}-۷x+۱۲)=۰\Rightarrow \begin{matrix} x=۲ \\ x=۳ \\ x=۴ \end{matrix}$$

نسبی :

x		۲		۳		۴	
y'	-	۰	+	۰	-	۰	+
	↘	۳۶	↗	۳۷	↘	۳۶	↗

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=+\infty \Rightarrow \begin{cases} \text{نسبی و مطلق Min}: x=۲ , x=۴ \\ \text{نسبی Max}: x=۳ \end{cases}$$

۷۲

$$y=x^{۴}-۸x^{۳}+۲۲x^{۲}-۲۴x+۱۰۰\Rightarrow y'=۴x^{۳}-۲۴x^{۲}+۴۴x-۲۴=۰$$
$$\xrightarrow{\div ۴} x^{۳}-۶x^{۲}+۱۱x-۶=۰\Rightarrow (x-۱)(x^{۲}-۵x+۶)=۰\Rightarrow \begin{matrix} x=۱ \\ x=۲ \\ x=۳ \end{matrix}$$

نسبی :

x		-۲		-۱		۱	
y'	-	۰	+	۰	-	۰	+
	↘	۹۱	↗	۹۲	↘	۹۱	↗

نسبی Max : x = ۲

نسبی Min : x = ۱ , ۳

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty \begin{cases} \text{Max مطلق ندارد.} \\ \text{Min مطلق} = ۹۱ \end{cases}$$

۷۳

$$y=۳x^{۵}-۲۵x^{۳}+۶۰x+۱۰\Rightarrow y'=۱۵x^{۴}-۷۵x^{۲}+۶۰=۰$$
$$\xrightarrow{\div ۱۵} x^{۴}-۵x^{۲}+۴=۰ \begin{matrix} x^{۲}=۱\Rightarrow x=\pm ۱ \\ x^{۲}=۴\Rightarrow x=\pm ۲ \end{matrix}$$

نسبی :

x		-۲		-۱		۱		۲	
y'	+	۰	-	۰	+	۰	-	۰	+
	↗	-۶	↘	-۲۸	↗	۴۸	↘	۲۶	↗

$$\begin{cases} \text{نسبی Min}: x=-۱ , ۲ \\ \text{نسبی Max}: -۲ , ۱ \end{cases}$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty$$

اکسترمم مطلق ندارد.

Telegram: @konkur_in

۷۴

$$y = ۲x^۳ - ۹x^۲ + ۱۲x + ۳۰ \xrightarrow{\text{بحرانی}} y' = ۶x^۲ - ۱۸x + ۱۲ = ۰ \xrightarrow{\div ۶}$$

$$x^۲ - ۳x + ۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ \\ x = ۲ \end{cases}$$

اکسترمم نسبی :

x		۱		۲	
y'	+	۰	-	۰	+
	↗	۳۵	↘	۳۴	↗

$\begin{cases} x = ۲ \text{ (نسبی Min)} \\ x = ۱ \text{ (نسبی Max)} \end{cases}$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

اکسترمم مطلق ندارد.

۷۵

$$f'(x) = ۶x^۲ - ۱۸x + ۱۲ = ۰ \Rightarrow x^۲ - ۳x + ۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ \\ x = ۲ \end{cases}$$

$$\begin{cases} f'(-۲) = -۱۶ \\ f(۳) = ۶۹ \end{cases} , \begin{cases} f'(۱) = ۶۵ \\ f(۲) = ۶۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{مطلق Min} = -۱۶ \\ \text{مطلق Max} = ۶۹ \end{cases}$$

۷۶

$$f'(x) = \frac{۷}{۶}x^{\frac{۱}{۶}} - \frac{۷}{۳}x^{-\frac{۱}{۳}} \xrightarrow{\text{بحرانی}} \begin{cases} x = ۰ \\ \frac{۱}{۲}\sqrt[۶]{x} = \frac{۱}{\sqrt[۳]{x}} \xrightarrow{\text{به توان ۶}} \frac{۱}{۶۴}x = \frac{۱}{x^۲} \Rightarrow x^۳ = ۶۴ \Rightarrow x = ۴ \end{cases}$$

$$f'(۰) = ۵ , f(۴) = ۵ - ۳\sqrt[۳]{۲} , f(۶۴) = ۷۷ \Rightarrow \begin{cases} \text{مطلق Min} = ۵ - ۳\sqrt[۳]{۲} \\ \text{مطلق Max} = ۷۷ \end{cases}$$

۷۷

$f'(x) = -\frac{۲}{۳}(x-۳)^{-\frac{۱}{۲}} \rightarrow$ نقطه بحرانی : $x = ۳$

$$f'(-۵) = -۳ , f(۴) = ۰ , f(۳) = ۱ \Rightarrow \begin{cases} \text{مطلق Min} = -۳ \\ \text{مطلق Max} = ۱ \end{cases}$$

۷۸

$f'(x) = \frac{۲}{۳}(x+۱)^{-\frac{۱}{۲}} \xrightarrow{\text{بحرانی}} f'(x)$ وجود ندارد $\Rightarrow x = -۱$

$$f(-۲) = ۱ , f(۱) = \sqrt[۳]{۴} , f(-۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \text{مطلق Min} = ۰ \\ \text{مطلق Max} = \sqrt[۳]{۴} \end{cases}$$

Telegram: @konkur_in

۷۹

$f'(x) = ۳x^۲ + ۵ > ۰$ تابع صعودی

$\begin{cases} f(-۳) = -۲۷ - ۱۵ - ۴ = -۴۶ \\ f(-۱) = -۱ - ۵ - ۴ = -۱۰ \end{cases} \Rightarrow$ Min مطلق $= -۴۶$ ، Max مطلق $= -۱۰$

۸۰

بحرانی : $g'(x) = ۴x^۳ - ۱۶x = ۰ \Rightarrow ۴x(x^۲ - ۴) = ۰ \Rightarrow x = ۰$ ، $x = \pm ۲$

$\begin{cases} g(۰) = ۱۶ \\ g(۲) = ۰ \end{cases}$ ، $\begin{cases} g(-۱) = ۹ \\ g(۴) = ۱۴۴ \end{cases} \Rightarrow$ Min مطلق $= ۰$ ، Max مطلق $= ۱۴۴$

۸۱

$f'(x) = \frac{۷}{۶}x^{\frac{۱}{۶}} - \frac{۷}{۳}x^{-\frac{۱}{۳}}$

$f'(x)$ تعریف نشده است $\Rightarrow x = ۰$ ✓

$f'(x) = ۰ \Rightarrow \frac{۷}{۶}x^{\frac{۱}{۶}} = \frac{۷}{۳}x^{-\frac{۱}{۳}} \Rightarrow \frac{۱}{۲}\sqrt[۶]{x} = \frac{۱}{\sqrt[۳]{x}}$

$\Rightarrow \xrightarrow{\text{توان } ۶} \frac{۱}{۶۴}x = \frac{۱}{x^۲} \Rightarrow x^۳ = ۶۴ \Rightarrow x = ۴$ ✓

۸۲

$f'(x) = \frac{۱}{۳}(x^۳ - ۳x^۲ + ۴)^{-\frac{۲}{۳}} . (۳x^۲ - ۶x) \Rightarrow$

$f'(x) = ۰ \Rightarrow ۳x^۲ - ۶x = ۰$

$f'(x) =$ تعریف نشده $\Rightarrow x^۳ - ۳x^۲ + ۴ = ۰$

$\Rightarrow$

$۳x(x - ۲) = ۰ \Rightarrow x = ۰ , ۲$

$(x + ۱)(x^۲ - ۴x + ۴) = ۰ \Rightarrow x = -۱ , ۲$ ⇒ مجموعه نقاط بحرانی : $\{۰ , -۱ , ۲\}$

۸۳

$f'(x) = ۶x^۲ - ۴x - ۱۶ = ۰ \xrightarrow{\div ۲} ۳x^۲ - ۲x - ۸ = ۰ \xrightarrow{\Delta = ۱۰۰} x = \frac{۲ \pm \sqrt{۱۰۰}}{۶}$

$\Rightarrow$

$x = \frac{۲ + ۱۰}{۶} = ۲$

$x = \frac{۲ - ۱۰}{۶} = -\frac{۴}{۳}$

۸۴

$f'(x) = ۶x^۲ - ۱۸x + ۱۲ \xrightarrow{\text{بحرانی}} f'(x) = ۰ \Rightarrow ۶x^۲ - ۱۸x + ۱۲ = ۰ \xrightarrow{\div ۶}$

$x^۲ - ۳x + ۲ = ۰$

$x = ۱$

$x = ۲$

Telegram: @konkur_in

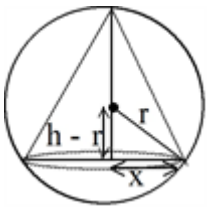
۸۵

$$V=\frac{۱}{۳}\pi x^{۲}h$$

$$r^{۲}=x^{۲}+(h-r)^{۲}\rightarrow r^{۲}=x^{۲}+h^{۲}-۲rh+r^{۲}\rightarrow x^{۲}=۲rh-h^{۲}$$

$$V=\frac{۱}{۳}\pi(۲rh^{۲}-h^{۳})\rightarrow V'=\frac{۱}{۳}\pi(۴rh-۳h^{۲})=۰\rightarrow\begin{cases}h=۰ \text{ غ ق ق}\\ h=\frac{۴}{۳}r \text{ ق ق}\rightarrow x^{۲}=۲r\times\frac{۴}{۳}r-\frac{۱۶}{۹}r^{۲}\end{cases}$$

$$\rightarrow x^{۲}=\frac{۸r^{۲}}{۹}$$

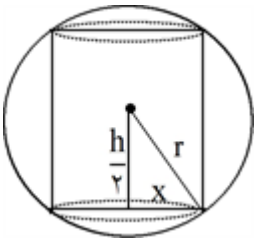


$$\rightarrow V_{max}=\frac{۳۲\pi}{۸۱}r^{۳}$$

۸۶

$$\left.\begin{array}{l}S=۲\pi xh\\ x^{۲}=r^{۲}-\frac{h^{۲}}{۴}\rightarrow x=\sqrt{r^{۲}-\frac{h^{۲}}{۴}}\end{array}\right\}S=۲\pi h\sqrt{r^{۲}-\frac{h^{۲}}{۴}}$$

$$S'=۲\pi\left(\sqrt{r^{۲}-\frac{h^{۲}}{۴}}-\frac{h^{۲}}{۴\sqrt{r^{۲}-\frac{h^{۲}}{۴}}}\right)=۰\rightarrow h^{۲}=۲r^{۲}\rightarrow h=\sqrt{۲}r$$



۸۷

$$S=xy=x\left(\frac{۶-x}{۲}\right)\Rightarrow S=\frac{۶x-x^{۲}}{۲}\Rightarrow S'=\frac{۶-۲x}{۲}=۰\Rightarrow ۳-x=۰\Rightarrow x=۳$$

$$\xrightarrow{x=۳} y=\frac{۶-x}{۲}=\frac{۶-۳}{۲}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow y=\frac{۳}{۲}$$

۸۸

$$V=x(۱۲-۲x)^{۲}\Rightarrow V'=(۱۲-۲x)^{۲}-۴x(۱۲-۲x)$$

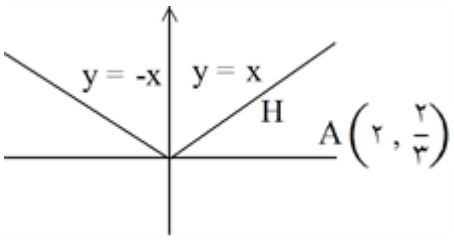
$$V'=(۱۲-۲x)(۱۲-۶x)$$

$$V'=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۲\Rightarrow V=۱۲۸\\ x=۶\Rightarrow V=۰\end{cases}\Rightarrow V_{max}=۱۲۸$$

Telegram: @konkur_in

۸۹ واضح است فاصله‌ی وقتی می‌نیمم است که از A به خط $y=x$ عمود کنیم پس معادله‌ی خط AH را به‌دست می‌آوریم:

$$f(x)=\sqrt{x^{۲}}=|x|$$



$$\left.\begin{array}{l} m=-۱ \\ A\left(۲,\frac{۲}{۳}\right) \end{array}\right\} AH: y-\frac{۳}{۲}=-(x-۲)$$

$$\left.\begin{array}{l} y=-x+\frac{۷}{۲} \\ y=x \end{array}\right\} x=y=\frac{۷}{۲}\rightarrow H\left(\frac{۷}{۲},\frac{۷}{۲}\right)$$

۹۰ $$d=MH=\sqrt{(x-۴)^{۲}+(\sqrt{x}-۰)^{۲}}=\sqrt{x^{۲}-۸x+۱۶+x}\Rightarrow$$

$$d=\sqrt{x^{۲}-۷x+۱۶}\rightarrow d'=\frac{۲x-۷}{۲\sqrt{x^{۲}-۷x+۱۶}}=۰\rightarrow x=\frac{۷}{۲}$$

$$H\left(\frac{۷}{۲},\sqrt{\frac{۷}{۲}}\right)$$

۹۱ $$xy=۶۴$$

$$P=۲(x+y)=۲\left(x+\frac{۶۴}{x}\right)\rightarrow P'=۲\left(۱-\frac{۶۴}{x^{۲}}\right)=۰\rightarrow x^{۲}=۶۴\rightarrow x=۸,y=۸$$

۹۲ $$P=۲(x+y)=۱۰۰\rightarrow x+y=۵۰$$

$$S=xy=x(۵۰-x)=-x^{۲}+۵۰x\rightarrow S'=-۲x+۵۰=۰\rightarrow x=۲۵,y=۲۵$$

۹۳ $$xy=۱۹۲$$

$$S=x+۳y\rightarrow S=x+۳\left(\frac{۱۹۲}{x}\right)\rightarrow S'=۱-\frac{۵۷۶}{x^{۲}}=۰\rightarrow x^{۲}=۵۷۶\rightarrow x=۲۴,y=۸$$

۹۴ $$xy=۱۹۲$$

$$S=x+y=x+\frac{۱۹۲}{x}\rightarrow S'=۱-\frac{۱۹۲}{x^{۲}}=۰\rightarrow x^{۲}=۱۹۲\rightarrow x=\sqrt{۱۹۲},y=\sqrt{۱۹۲}$$

۹۵ $$x+y=۶$$

$$P=xy=x(۶-x)=-x^{۲}+۶x\rightarrow P'=-۲x+۶=۰\rightarrow x=۳,y=۳$$

۹۶ $$x+y=۱۱۰\Rightarrow y=۱۱۰-x$$

$$S=xy=x(۱۱۰-x)=-x^{۲}+۱۱۰x\Rightarrow P'=-۲x+۱۱۰=۰\Rightarrow x=۵۵,y=۵۵$$

Telegram: @konkur_in

۹۷

بحرانی $= \{a, b, c, d, e, s\}$

می‌نیمم نسبی $= \{c, e\}$

ماکزیمم نسبی $= \{b, d, s\}$

می‌نیمم مطلق $= \{a\}$

ماکزیمم مطلق $= \{s\}$

تذکر: تمام نقاط روی فاصله‌های (d, e) و (e, i) هم بحرانی‌اند و هم اکسترمم نسبی چون تابع در این فواصل ثابت است.

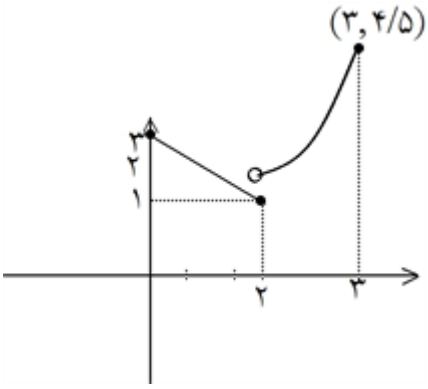
۹۸ نمودار تابع را رسم می‌کنیم.

نقاط بحرانی $= \{۰, ۲, ۳\}$

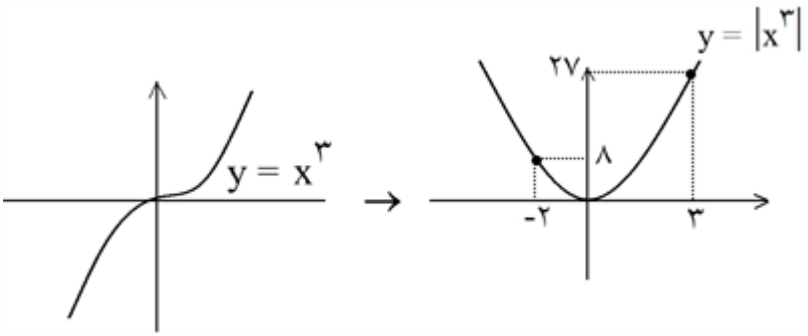
می نیم نسبی $= \{۲\}$

ماکزیمم مطلق $= ۴/۵$

می‌نیمم مطلق = ۱



۹۹ نمودار تابع را رسم می‌کنیم.



$y = |x^۳|$

نقاط بحرانی $= \{-۲, ۳, ۰\}$

اکسترمم نسبی $= \{۰\}$

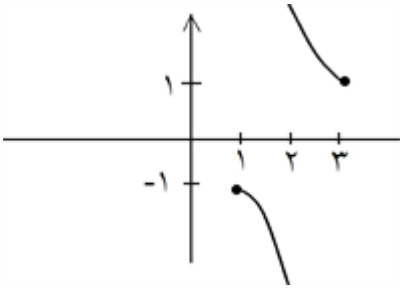
ماکزیمم مطلق $= ۲۷$ و می‌نیمم مطلق = ۰

Telegram: @konkur_in

۱۰۰ $y' = \frac{-۱}{(x-۲)^۲} \to x = ۲$ نقطه‌ی بحرانی

نمودار تابع را رسم می‌کنیم.

تابع اکسترمم نسبی و مطلق ندارد.



۱۰۱ $y' = ۳x^۲ - ۳ = ۰ \begin{cases} x = ۱ \to y = ۰ \\ x = -۱ \text{ غ ق ق} \end{cases}$

$y(۰) = ۲, y(۲) = ۴$

۰ = می‌نیمم مطلق ۴ = ماکزیمم مطلق $\{\}$ = اکسترمم نسبی $\{۰, ۱, ۲\}$ = بحرانی

۱۰۲ $y = |x^۲ - ۱| \to y = \begin{cases} x^۲ - ۱ & x \geqslant ۱ \text{ یا } x \leqslant -۱ \\ -x^۲ + ۱ & -۱ < x < ۱ \end{cases} \to y' = \begin{cases} ۲x & x > ۱ \text{ یا } x < -۱ \\ -۲x & -۱ < x < ۱ \end{cases}$

f در فاصله‌های $(-\infty, -۱)$ و $(۰, ۱)$ اکیداً نزولی و در فاصله‌های $(-۱, ۰)$ و $(۱, +\infty)$ اکیداً صعودی است نقاط $A(-۱, ۰)$ و $B(۱, ۰)$ می‌نیمم $c(۰, ۱)$ ماکزیمم است.

x		-۱		۰		۱	
y'	−		+		−		+
y	↘	min	↗	max	↘	min	↗

$\frac{ds}{dx} = y' = ۱ - \frac{۱}{x^۲} = \frac{x^۲ - ۱}{x^۲}$

$y' = ۰ \to x = ۱, x = -۱$

$x = ۰$ مجانب قائم

x		-۱		۰		۱	
y'	+		−		−		+
y	↗	max	↘		↘	min	↗

۱۰۳ تابع در فاصله‌های $(-۱, -\infty)$ و $(۱, +\infty)$ اکیداً صعودی است

و در فاصله‌های $(۰, -۱)$ و $(۱, ۰)$ اکیداً نزولی است.

نقطه‌ی $A(-۱, -۲)$ ماکزیمم و نقطه‌ی $B(۱, ۲)$ می‌نیمم تابع است.

$y' = ۶x^۲ - ۶x = ۶x(x - ۱)$

$y' = ۰ \to x = ۰, x = ۱$

x		۰		۱	
y'	+		−		+
y	↗	max	↘	min	↗

۱۰۴ f در فاصله‌ی $(۰, -\infty)$ و $(۱, +\infty)$ اکیداً صعودی است

و در فاصله‌ی $(۱, ۰)$ اکیدا نزولی است

نقطه‌ی $A(۰, ۰)$ ماکزیمم و $B(۱, -۱)$ می‌نیمم است

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۵

$$y = x^{\frac{۴}{۳}} \rightarrow y' = \frac{۴}{۳}x^{\frac{۱}{۳}} \rightarrow y' = \frac{۴}{۳}\sqrt[۳]{x}$$

$$y' = ۰ \rightarrow x = ۰$$

x		۰	
y'		−	+
y		↘ min	↗

۱۰۶

$$y = x|x| = \begin{cases} x^۲ & x \geqslant ۰ \\ -x^۲ & x < ۰ \end{cases} \rightarrow y' = \begin{cases} ۲x & x \geqslant ۰ \\ -۲x & x < ۰ \end{cases} \rightarrow y' \geqslant ۰ \rightarrow$$

f روی R اکیداً صعودی است و ماکزیمم و می‌نیمم نسبی ندارد.

۱۰۷

ماکزیمم نسبی $= \{c, g, k\}$ می‌نیمم نسبی $= \{b, d, e, h\}$

از طرفی تمام نقاط در فاصله‌ی $(b$ و $c)$ $\in x$ چون روی تابع ثابت‌اند هم می‌نیمم نسبی‌اند و هم ماکزیمم نسبی.

۱۰۸

$$y' = ۳x^۲ - ۱۸x + ۲۴$$

$$۳(x^۲ - ۶x + ۸) = ۰ \Rightarrow (x - ۲)(x - ۴) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۲ \\ x = ۴ \end{cases}$$

$\text{Max} : x = ۲$ نسبی , $\text{Min} : x = ۴$ نسبی

x		۲		۴	
y'	+	۰	−	۰	+

۱۰۹

$$f'(x) = ۴ax^۳ + ۲bx$$

$$\begin{cases} f(۲) = ۰ \Rightarrow ۱۶a + ۴b + c = ۰ \\ f(۰) = -۴ \Rightarrow c = -۴ \\ f'(۰) = ۰ \Rightarrow ۰ = ۰ \end{cases} \rightarrow ۱۶a + ۴b - ۴ = ۰ \Rightarrow ۴a + b = ۱ \ , c = -۴$$

۱۱۰

$$\begin{cases} f(۲) = ۰ \Rightarrow ۸a + ۴b + ۲c + d = ۰ \\ f(۰) = ۶ \Rightarrow d = ۶ \\ f(-۱) = ۹ \Rightarrow -a + b - c + d = ۹ \\ f'(-۱) = ۰ \Rightarrow ۳a - ۲b + c = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۸a + ۴b + ۲c = -۶ \\ -a + b - c = ۳ \\ ۳a - ۲b + c = ۹ \end{cases} \xrightarrow[\text{جمع}]{\times ۲} \begin{matrix} ۶a + ۶b = ۰ \\ ۲a - b = ۳ \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} a + b = ۰ \\ ۲a - b = ۳ \end{cases}$$

$$۳a = ۳ \Rightarrow a = ۱ \begin{matrix} \nearrow b = -۱ \\ \searrow c = -۵ \end{matrix}$$

۱۱۱

$$y' = \frac{-(۳x^۲ - ۴x + ۷)}{(x^۲ + ۷x + ۵)^۲} \Rightarrow -(۳x^۲ - ۴x + ۷) = ۰ \Rightarrow y' < ۰$$

$$\Rightarrow \Delta = ۱۶ - ۸۴ < ۰$$

در بازه های پیوسته نزولی است پس اکسترمم ندارد.

۱۱۲

$$y' = \frac{-۲x(x^۲ + x - ۲) - (۲x + ۱)(x^۲ + ۲)}{(x^۲ + x - ۲)^۲} = \frac{-x^۲ - ۲}{(x^۲ + x - ۲)^۲} < ۰$$

x		-۲		۱	
y'	−	∄	−	∄	−
y	↘	∄	↘	∄	↘

در بازه های پیوسته نزولی است.
پس اکسترمم ندارد.

۱۱۳

$$y = x^۳ - ۳x^۲ + ۳x - ۱ = (x - ۱)^۳$$

$$y' = ۳(x - ۱)^۲ \Rightarrow ۳(x - ۱)^۲ = ۰ \Rightarrow x = ۱$$ ریشه مضاعف

x		۱	
y'	+	۰	+
y	↗	∄	↗

همواره صعودی است.
اکسترمم ندارد

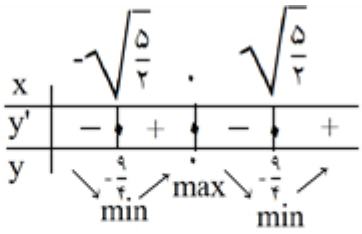
Telegram: @konkur_in

۱۱۴

$y = (x^۲ - ۴)(x^۲ - ۱) = x^۴ - ۵x^۲ + ۴$

$y' = ۴x^۳ - ۱۰x \Rightarrow ۲x(۲x^۲ - ۵) = ۰$

$\Rightarrow x = ۰ , \pm\sqrt{\frac{۵}{۲}}$



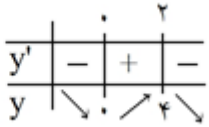
نسبی Min : $\left(\pm\sqrt{\frac{۵}{۲}}, \frac{-۹}{۴}\right)$

نسبی Max(۰,۴)

۱۱۵

$y' = -۳x^۲ + ۶x \rightarrow -۳x^۲ + ۶x = ۰$

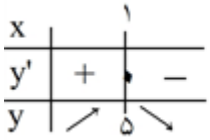
$\Rightarrow -۳x(x - ۲) = ۰ \Rightarrow x = ۰$ و ۲



نسبی Min(۰,۰)

نسبی Max(۲,۴)

۱۱۶



نسبی و مطلق $\max f$: (۵ و ۱)

$y' = -۲x + ۲ \Rightarrow y' = ۰ \Rightarrow x = ۱$

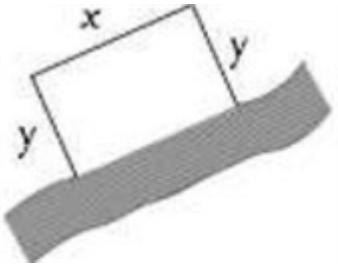
www.konkur.in

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

نام :	باسمه تعالی	نوبت امتحانی :
نام خانوادگی :		پایه :
نام پدر :		ساعت شروع :
شماره دانش آموزی :		مدت امتحان :
نام درس : ریاضی دوازدهم - فصل ۵		

تصحیح			تجدید نظر		
نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:		نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	
تاریخ و امضا:	نمره با حروف:		تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	

ردیف	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	غلظت یک داروی شیمیایی در خون، t ساعت پس از تزریق در ماهیچه از رابطهٔ $C(t)=\frac{۳t}{t^۳+۲۷}$ به دست می‌آید. چند ساعت پس از تزریق این دارو، غلظت آن در خون، بیشترین مقدار ممکن خواهد بود؟ (رسم جدول تغییرات الزامی است.) سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴	
۲	اگر $f(x)=x^۳+۴x$، مقدار اکسترمم‌های مطلق تابع را در بازهٔ $[-۲,۱]$ بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴	
۳	مقدار مینیمم مطلق تابع $f(x)=\frac{-۱}{۳}x^۳+x$ را در بازهٔ $[۰,۲]$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴	
۴	می‌خواهیم مطابق شکل مقابل، سه ضلع یک محوطه به شکل مستطیل را در کنار رودخانه نرده‌کشی کنیم. اگر تنها هزینهٔ ۱۰۰ متر نرده را در اختیار داشته باشیم، به کمک جدول تغییرات، بیشترین مساحت ممکن برای این مستطیل را محاسبه کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۴	
۵	تابع $f(x)=x^۳-۱۲x+۴$ را در نظر بگیرید. الف) بزرگ‌ترین بازه از x که تابع f در آن نزولی اکید است را به دست آورید. ب) طول نقطهٔ ماکزیمم نسبی تابع f را مشخص کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۴	
۶	مقادیر اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x)=\frac{-۲}{۳}x^۳-x^۲+۴x+۱$ را در بازهٔ $[-۳,۲]$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۴	

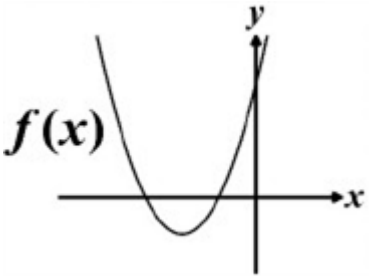
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

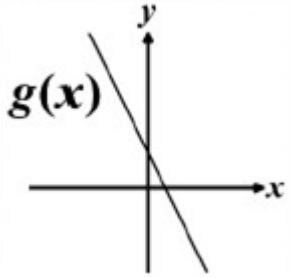
۷

نمودار توابع f و g به صورت زیر است.

الف)

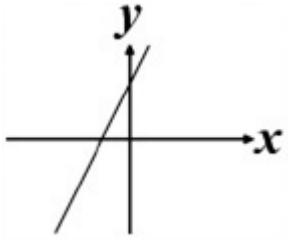


ب)

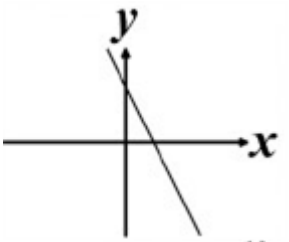


نمودار مشتق هر کدام از توابع f و g را از بین نمودارهای زیر انتخاب کنید. سپس شمارهٔ مربوط به آن را بنویسید. (دو نمودار اضافه است.)

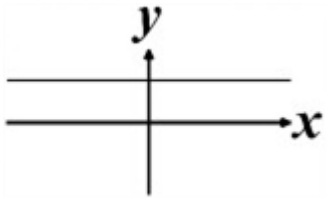
۱)



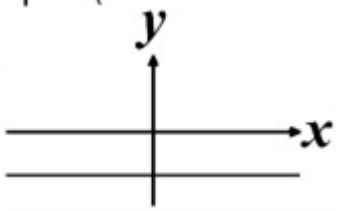
۲)



۳)



۴)



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۴

۸

غلظت یک داروی شیمیایی در خون، t ساعت بعد از تزریق در ماهیچه از رابطه $C(t) = \frac{۳t}{t^۳ + ۵۴}$ به دست می‌آید. چند ساعت پس از تزریق این دارو، غلظت آن در خون، بیشترین مقدار ممکن است؟

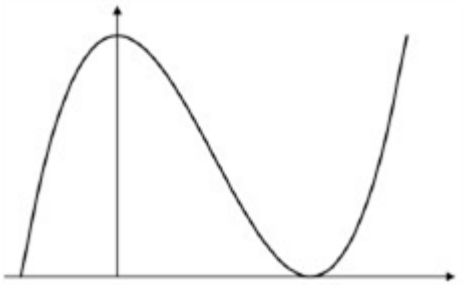
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴

۹

نمودار تابع $y = x^۳ - ۳x^۲ + k$ به صورت مقابل، رسم شده است.

الف) طول نقاط اکسترمم نسبی تابع را بیابید.

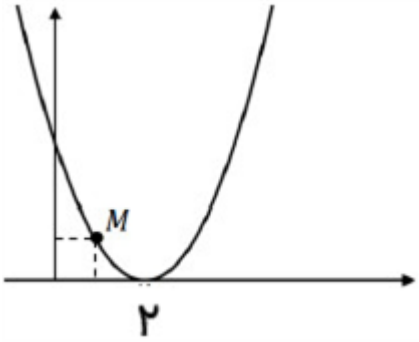
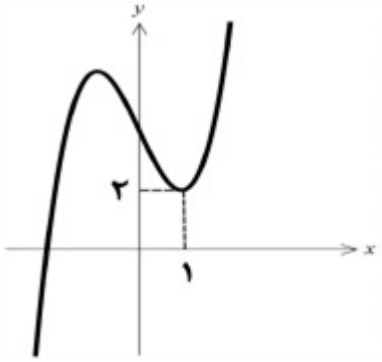
ب) مقدار k را به دست آورید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴

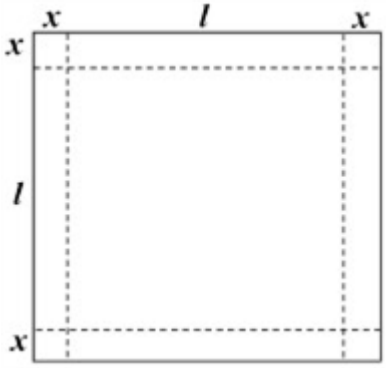
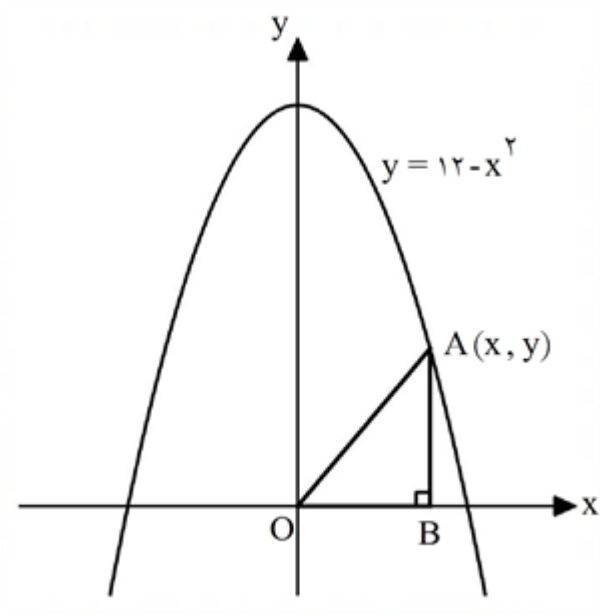
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰	ابعاد مستطیلی با بیشترین مساحت را تعیین کنید به طوری‌که مطابق شکل، دو ضلع آن روی محورهای مختصات و یک رأس آن روی مبدأ و رأس دیگر آن روی منحنی $y = (x - ۲)^۲$ قرار داشته باشد.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴	
۱۱	بزرگ‌ترین بازه‌ای را بیابید که تابع $y = x^۳ - ۳x$ در آن نزولی اکید باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴	
۱۲	یک مستطیل در یک نیم دایره محاط شده است. اگر شعاع دایره ۲ سانتی‌متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری به دست آورید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۳	
۱۳	نمودار تابع $f(x) = x^۳ + ax + b$ به صورت زیر است. مقدار a و b را بیابید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۳	
۱۴	طول مستطیلی را بیابید که مساحت آن ۱۶ سانتی‌متر مربع و محیط آن کمترین مقدار ممکن گردد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۳	
۱۵	با رسم جدول تغییرات تابع $f(x) = -x^۳ - ۳x^۲ + ۲$ طول نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع را در صورت وجود بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۳	

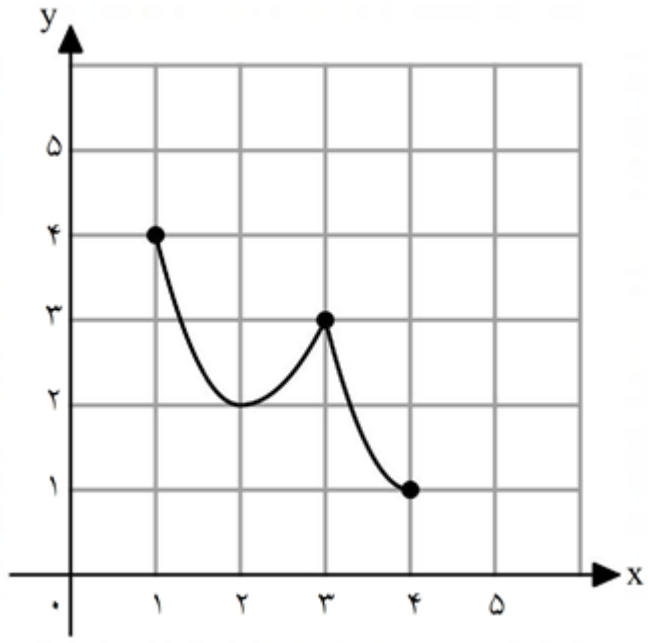
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

	ورق فلزی مربع شکلی به طول ضلع $۳۰\ \text{cm}$ را درنظر بگیرید. مطابق شکل می‌خواهیم از چهار گوشه آن مربع‌های کوچکی به ضلع x برش بزنیم و آنها را کنار بگذاریم. سپس با تا کردن ورق در امتداد خطچین‌های مشخص شده در شکل، یک جعبهٔ درباز بسازیم. مقدار x چقدر باشد تا حجم قوطی، حداکثر مقدار ممکن گردد؟  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳	۱۶
	با رسم جدول تغییرات تابع، طول نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع زیر را در صورت وجود بیابید. $f(x) = \frac{۲}{۳}x^{۳} - \frac{۱}{۲}x^{۲} - ۱۵x + ۴$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳	۱۷
	نقاط اکسترمم نسبی و مطلق تابع $f(x) = x^{۳} - ۶x^{۲}$ را در بازهٔ $[-۱, ۳]$ در صورت وجود بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳	۱۸
	مطابق شکل مقابل، نقطه A در ناحیه اول دستگاه مختصات روی منحنی $y = ۱۲ - x^{۲}$ قرار دارد. با استفاده از جدول تغییرات، مختصات نقطه A را چنان بیابید که مساحت مثلث قائم‌الزاویه OAB بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۳	۱۹

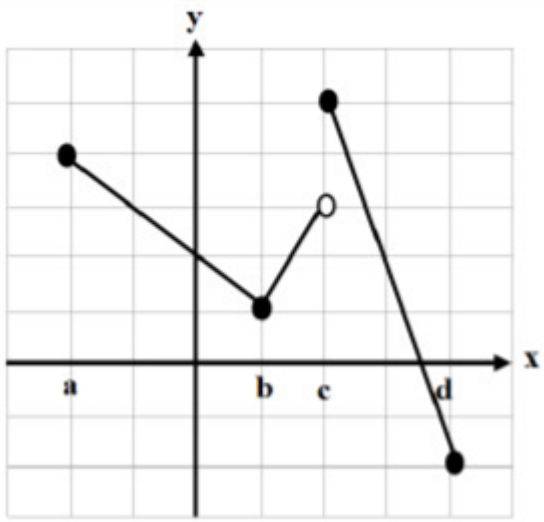
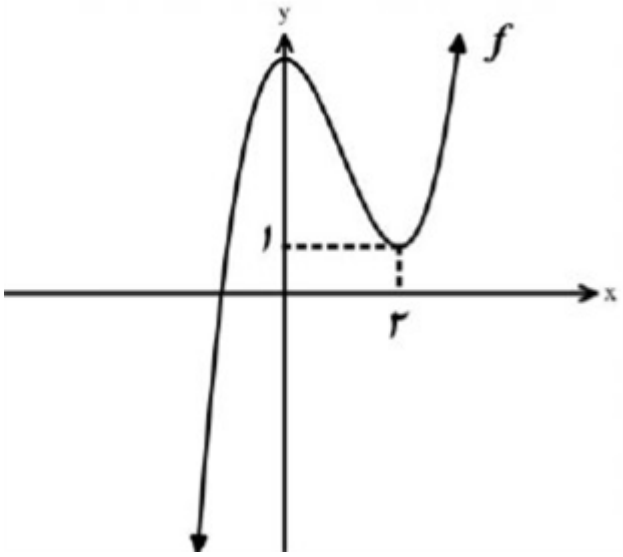
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۰	در نمودار زیر، طول نقاط ماکزیمم نسبی، مینیمم نسبی، ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق را بیابید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۳	
۲۱	مقدار ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = x^۳ - ۱۲x$ در بازه $[-۱, ۳]$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۳	
۲۲	می‌خواهیم یک قوطی فلزی استوانه‌ای شکل و درباز بسازیم که گنجایش آن دقیقاً ۹۰۰ سانتی‌متر مکعب است. ابعاد قوطی چقدر باشد تا مقدار فلز به کار رفته در تولید آن مینیمم شود؟ ($\pi \simeq ۳$) سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۲	
۲۳	با رسم جدول تغییرات تابع $f(x) = x^۳ - ۲۷x + ۱$ مشخص کنید تابع در کدام بازه‌ها اکیداً صعودی است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۲	
۲۴	مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x^۳ - ۶x^۲$ را روی بازه $[-۲, ۳]$ بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۲	
۲۵	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۸ باشد و حاصل‌ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۲	
۲۶	نقاط بحرانی تابع زیر را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. $f(x) = -۲x^۳ + ۳x^۲ + ۱۲x - ۹$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۲	
۲۷	اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = x^۵ - ۵x$ را در بازه $[۰, ۲]$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۲	

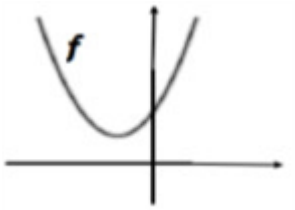
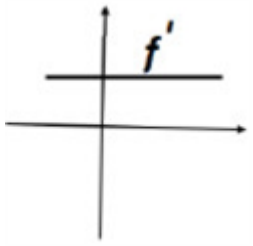
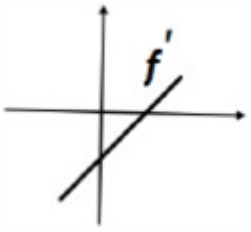
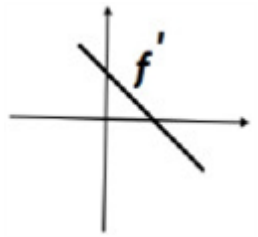
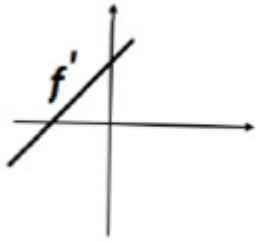
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۸	پنجره‌ای به شکل یک مستطیل و نیم‌دایره‌ای بر روی آن داریم به طوری‌که قطر نیم‌دایره برابر با پهنای مستطیل است. اگر محیط این پنجره ۶ متر باشد، ابعاد آن را طوری بیابید که بیشترین نوردهی را داشته باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۲	
۲۹	بزرگترین بازه از R که تابع $f(x) = -۲x^۳ + ۶x + ۱۱$ در آن صعودی اکید باشد را با استفاده از جدول تغییرات بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۲	
۳۰	در شکل زیر نمودار تابع f رسم شده است. طول نقاط اکسترمم‌های نسبی و مطلق را مشخص کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۲	
۳۱	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آن‌ها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۱	
۳۲	نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^۳ + \mathrm{bx}^۲ + d$ به صورت شکل مقابل رسم شده است. مقادیر b و d را بیابید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۱	
۳۳	یک مستطیل در یک نیم‌دایره محاط شده است. اگر شعاع دایره ۴ سانتی‌متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری به دست آورید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۱	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۴	با توجه به نمودار تابع f، نمودار f' را با ذکر دلیل مشخص کنید.  ۱)  ۲)  ۳)  ۴)  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	
۳۵	نشان دهید در بین مستطیل‌هایی با محیط ۱۶ سانتی‌متر، مستطیلی بیشترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم‌اندازه باشند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	
۳۶	با تشکیل جدول تغییرات تابع $f(x) = x^۳ - ۱۲x + ۴$، مشخص کنید تابع در چه بازه‌هایی صعودی اکید است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	
۳۷	ضرایب a و b را در تابع $f(x) = x^۳ + ax - b$ طوری پیدا کنید که نقطه $(۱, ۲)$ اکسترمم نسبی تابع باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	
۳۸	اگر بین دو عدد حقیقی x و y رابطه‌ای $۵x - y = ۱۰$ برقرار باشد، مقادیر x و y را طوری به دست آورید که حاصل‌ضرب این دو عدد مینیمم گردد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	
۳۹	اکسترممم نسبی تابع $f(x) = \frac{۱}{۳}x^۳ - x^۲ - ۳x + \frac{۲}{۳}$ را در صورت وجود به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	
۴۰	مقادیر اکسترمم مطلق تابع $g(x) = x^۳ + ۲x - ۵$ را در بازه $[-۲, ۱]$ در صورت وجود تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰	
۴۱	اکسترممهای مطلق تابع $f(x) = ۲x^۳ + ۳x^۲ - ۱۲x$ را در بازه‌ی $[-۱, ۳]$ مشخص کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۲	تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^۳ - ۳x$ در چه بازه‌هایی اکیداً صعودی و در کدام بازه اکیداً نزولی است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰	
۴۳	ورق فلزی مستطیل شکلی، به طول ۱۶ سانتی‌متر و عرض ۶ سانتی‌متر درنظر بگیرید. می‌خواهیم از چهار گوشه آن مربع‌های کوچکی به ضلع x برش بزنیم و آن‌ها را کنار بگذاریم. سپس لبه جعبه را به اندازه x برمی‌گردانیم تا یک جعبه سر باز ساخته شود. مقدار x چه قدر باشد تا حجم جعبه حداکثر مقدار ممکن گردد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰	
۴۴	اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = x^۳ - ۳x^۲ + ۱$ را در بازه $[-۱, ۱]$ تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰	
۴۵	در بین تمام مستطیل‌هایی با محیط ثابت ۱۴ سانتی‌متر، طول و عرض مستطیلی با بیش‌ترین مساحت را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰	
۴۶	اگر نقطه $(۲, ۱)$، نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^۳ + \mathrm{b}x^۲ + d$ باشد، مقادیر b و d را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰	
۴۷	نشان دهید در بین تمام مستطیل‌های با محیط ثابت ۱۴ سانتی‌متر، مستطیلی بیش‌ترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم‌اندازه باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۹	
۴۸	در تابع زیر، ابتدا نقاط بحرانی تابع را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و می‌نیمم نسبی آن‌را در صورت وجود مشخص کنید. $f(x) = x^۳ + ۳x^۲ - ۹x - ۱۰$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۹	
۴۹	مقادیر ماکزیمم و می‌نیمم مطلق تابع $f(x) = x^۳ - ۳x + ۱$ را در بازه $[-۱, ۲]$ تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۹	
۵۰	اگر تابع $f(x) = \mathrm{a}x^۲ + \mathrm{b}x$ در $x = ۱$ دارای اکسترمم نسبی برابر ۳- باشد، مقادیر a و b را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹	
۵۱	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آن‌ها ۲۰ باشد و حاصل‌ضربشان کم‌ترین مقدار ممکن گردد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹	
۵۲	اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = x^۳ - ۳x + ۷$ را در بازه‌ی $[-۱, ۳]$، در صورت وجود به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹	
۵۳	اگر نقطه $(-۲, ۵)$، نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^۳ + \mathrm{b}x^۲ + d$ باشد، مقادیر b و d را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۹۹	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۴	هر صفحه مستطیل شکل از یک کتاب جیبی، شامل یک متن با مساحت $۳۲\text{cm}^۲$ خواهد بود. هنگام طراحی قطع این کتاب، لازم است حاشیه‌های بالا و پایین هر صفحه ۲ cm و حاشیه‌های کناری هر کدام یک سانتیمتر درنظر گرفته شوند. ابعاد صفحه را طوری تعیین کنید که مساحت هر صفحه از کتاب کم‌ترین مقدار ممکن باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۹۹	
۵۵	تابع $f(x) = -۲x^۳ + ۳x^۲ + ۱۲x - ۹$ درنظر بگیرید: الف) با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن‌را در صورت وجود مشخص کنید. ب) مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع f در بازه $[۰, ۳]$ در صورت وجود به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۹۹	
۵۶	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آن‌ها ۱۰ باشد و حاصل‌ضربشان کم‌ترین مقدار ممکن گردد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۸	
۵۷	اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = ۲x^۳ + ۳x^۲ - ۱۲x$ را در بازه‌ی $[-۱, ۲]$ مشخص کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۸	
۵۸	دو عدد حقیقی a و b را طوری بیابید که داشته باشیم $۲a + b = ۶۰$ و حاصل‌ضرب آن‌ها بیش‌ترین مقدار ممکن گردد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸	
۵۹	اکسترمم‌های مطلق تابع $g(x) = x^۳ + ۲x - ۵$ را در بازه‌ی $[-۲, ۱]$ در صورت وجود تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸	
۶۰	جدول تغییرات تابع $f(x) = x^۳ - ۳x + ۴$ را رسم کنید و نقاط اکسترمم نسبی آن‌را در صورت وجود مشخص کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸	
۶۱	مقادیر اکسترمم‌های نسبی و مطلق تابع $f(x) = \frac{۱}{۳}x^۳ + x^۲$ را در بازه $[-۲, ۳]$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸	
۶۲	ورق فلزی مربع شکل به طول ضلع یک متر را در نظر بگیرید. می‌خواهیم از چهار گوشه‌ی آن مربع‌های کوچکی به ضلع x برش بزنیم و آن‌ها را کنار بگذاریم. سپس لبه جعبه را به اندازه x بر می‌گردانیم تا یک جعبه در باز ساخته شود. مقدار x چقدر باشد تا حجم جعبه حداکثر مقدار ممکن گردد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸	
۶۳	اگر تابع $f(x) = \text{ax}^۲ + \text{bx}$ در $x = ۱$ دارای ماکزیمم نسبی برابر ۷ باشد، مقادیر a و b را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸	
۶۴	تابع $f(x) = \frac{x^۲}{x^۲ + ۱}$ در چه بازه‌ای صعودی و در چه بازه‌ای نزولی است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۵	مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x)=\sqrt{x^۲-۲x+۴}$ را در بازه $[۰,۲]$ تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸	
۶۶	اگر محیط یک مستطیل ۲۴ سانتی‌متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری حساب کنید که مساحت آن ماکزیمم شود. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۷	
۶۷	الف) جدول تغییرات تابع $f(x)=۲x^۳+۳x^۲-۱۲x$ را رسم و نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن‌را مشخص کنید. ب) نقاط بحرانی تابع f و اکسترمم مطلق این تابع را در بازه‌ی $(-۱,۳)$ مشخص کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۷	
۶۸	ضرایب a و b را در تابع $f(x)=-x^۴+ax+b$ طوری تعیین کنید که در نقطه $(۱,۲)$ ماکزیمم نسبی داشته باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۷	
۶۹	اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x)=x^۴-۲x^۳+۲$ را در بازه $[-۲,۱]$ به‌دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۷۰	نقاط اکسترمم نسبی $f(x)=x^۳-۳x$ را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۷۱	مقادیر ماکسیمم و مینیمم تابع $f(x)=x+۱+\frac{۴}{x+۱}$ را در بازه‌ی $[۰,۲]$ در صورت وجود بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۷۲	نقاط اکسترمم مطلق تابع $f(x)=x^۳-۳x+۱$ را در بازه $\left[-\frac{۳}{۲},۳\right]$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۷۳	نقاط بحرانی تابع $f(x)=\sqrt{-x^۲+۴x}$ را پیدا کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۷۴	مجموع دو عدد مثبت برابر ۱۶ است. بزرگ‌ترین مقدار ممکن برای حاصل ضرب آن‌ها را پیدا کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۷۵	نقاط بحرانی تابع $f(x)=\sqrt[۳]{x^۲-۱}$ را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۷۶	هرگاه $x+۳y=۲۴$ مقادیر x وy را چنان بیابید که $P=xy$ ماکسیمم گردد. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۷	تابع با ضابطه‌ی $y = -x^{۲} + ۶x$ در چه فاصله‌ای صعودی و در چه فاصله‌ای نزولی می‌باشد؟ مختصات نقطه‌ی ماکسیمم آن را بدست آورید. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۷۸	مقدار a را چنان تعیین کنید که تابع با ضابطه‌ی $f(x) = ax^{۳} + (a-۱)x^{۲} + ۴x$ در $x = -۲$ دارای ماکسیمم یا مینیمم باشد. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۷۹	اگر $x + ۳y = ۱۲$، مقدار x و y را چنان بیابید که حاصل $P = xy$ ماکسیمم گردد. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۸۰	تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = x^{۳} + ۶bx + c$ داده شده است. مقادیر b و c را چنان بیابید که تابع در نقطه‌ی $(-۱, ۷)$ دارای ماکسیمم یا مینیمم باشد. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۸۱	محیط مستطیلی ۴۸ متر است. طول و عرض آن را چنان بیابید که مساحت مستطیل ماکزیمم شود. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم انسانی	
۸۲	اگر $۲x + y = ۶۰$ باشد، مقادیر x, y را چنان بیابید که حاصلضرب آن‌ها ماکزیمم گردد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم انسانی	
۸۳	جهت تغییرات و مقدار ماکسیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع $y = x^{۳} - \frac{۹}{۲}x^{۲} - ۱۲x + ۱$ را در بازه‌ی $[-۲, ۳]$ مشخص کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم تجربی	
۸۴	محیط مستطیلی ۲۸ سانتی‌متر می‌باشد، طول و عرض آن را چنان تعیین کنید که مساحت آن ماکسیمم باشد. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۸۵	تابع با ضابطه‌ی $f(x) = cx^{۳} + (۵ - ۲c)x + ۵$ داده شده است، مقدار c را چنان تعیین کنید که تابع در $x = ۲$ دارای ماکسیمم یا مینیمم باشد. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۸۶	محیط مستطیلی ۱۶ سانتی‌متر است طول و عرض این مستطیل را چنان تعیین کنید که مساحت آن ماکسیمم باشد. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۸۷	تابع با ضابطه $f(x) = ax^{۳} + (a-۱)x^{۲} + ۴x$ داده شده است، مقدار a را چنان بیابید که در $x = -۲$ تابع ماکسیمم یا می‌نیمم باشد. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۸۸	محیط زمینی مستطیلی شکل ۱۸۰ متر است، مقدار طول و عرض این زمین را چنان تعیین کنید که مساحت آن ماکسیمم گردد. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	

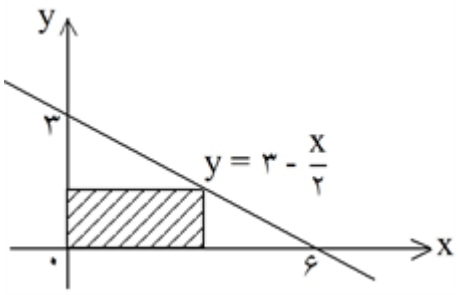
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۹	مقدارهای a و b را چنان پیدا کنید که تابع با ضابطه‌ی $y = x^۲ + ax + b$ در نقطه $A(۱, -۱)$ دارای می‌نیمم باشد. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۹۰	هرگاه $x + ۲y = ۲۸$ باشد، مقادیر x و y را چنان بیابید که حاصل $p = xy$ ماکسیمم گردد. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۹۱	مساحت مستطیلی ۲۵ سانتی‌متر مربع است، ابعاد مستطیل را چنان تعیین کنید که محیط آن می‌نیمم باشد. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۹۲	تابع f با ضابطه $f(x) = mx^۳ + ۲mx^۲ + ۲x$ داده شده است، مقدار m را چنان تعیین کنید که تابع در $x = -۱$ دارای ماکسیمم یا می‌نیمم باشد. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۹۳	می‌خواهیم قطعه زمین مستطیل شکل به مساحت۴۰۰۰۰ متر مربع را از یک زمین وسیع انتخاب و حصارکشی کنیم. ابعاد این مستطیل را طوری بیابید که هزینه حصارکشی کمترین مقدار باشد. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۹۴	مجموع دو عدد مثبت ۱۶ است. آن دو عدد را چنان تعیین کنید که حاصلضرب آن‌ها ماکسیمم باشد. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۹۵	رفتار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{۱ - x}{x}$ را در بازه‌ی $(۰, +\infty)$ تعیین کنید. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۹۶	مجموع دو عدد مثبت ۳۶ می‌باشد. این دو عدد را طوری تعیین کنید که حاصل ضرب آن‌ها ماکسیمم باشد. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۹۷	تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = ax^۲ + bx + ۳$ داده شده است. a و b را چنان بیابید که به از ای $x = ۲$ تابع دارای ماکسیمم یا می‌نیمم مساوی (۱-) باشد. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۹۸	محیط مستطیلی ۲۴ سانتی‌متر می‌باشد. طول و عرض آن را چنان تعیین کنید که مساحت آن ماکسیمم باشد. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	
۹۹	تابع با ضابطه $f(x) = \frac{۲x + a}{x + a - ۲}$ داده شده است، حدود a را چنان بیابید که تابع همواره صعودی باشد. نهایی سال سوم-دروس مشترک-ریاضی۳	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۰	در شکل زیر، یک مستطیل به محور x ها و y ها ونمودار تابع $y = ۳ - \frac{x}{۲}$ محدود شده است. طول و عرض مستطیل چقدر باشد تا مساحت آن ماکزیمم شود؟  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۰۱	جنگلبانی می‌خواهد محوطه مستطیل شکلی جلوی محل سکونت خود بسازد. برای این منظور مقدار ۱۲۰ متر مربع سیم توری به ارتفاع یک متر برای حصارکشی سه طرف محوطه در اختیار دارد. طول و عرض محوطه مستطیل شکل را چگونه انتخاب کند تا مساحت محصور شده ماکزیمم شود؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم انسانی	
۱۰۲	اگر $۲x + y = ۶۰$ باشد، مقادیر x و y را چنان بیابید که حاصل ضرب آن‌ها ماکزیمم گردد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم انسانی	
۱۰۳	مقادیر ماکسیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع با ضابطه‌ی $f(x) = ۳x^۴ - ۸x^۳$ را در بازه‌ی $[۱, ۳]$ بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۰۴	نقاط بحرانی تابع $f(x) = \sqrt{۴ - x^۲}$ را در صورت وجود تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۰۵	نقطه‌ی بحرانی را تعریف کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۰۶	تابع $y = x - ۲\sqrt{x}$ در کدام بازه صعودی اکید است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۰۷	نقاط ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع $y = x + \frac{۴}{x}$ را در بازه‌ی $[-۳, -۱]$ تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۰۸	تابع $f(x) = x^۳ - ۳x^۲ - ۹x$ را در نظر بگیرید. با استفاده از آزمون مشتق اول، بازه‌هایی که تابع بر آن‌ها اکیداً صعودی است را مشخص کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۰۹	طول نقاط ماکسیمم و می‌نیمم مطلق تابع $g(x) = \sqrt{۴ - x^۲}$ را درصورت وجود در بازه‌ی $[-۱, ۲]$ مشخص کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۰	تابع $y = x + \frac{۱}{x}$ در کدام بازه‌ی صعودی و در کدام بازه نزولی است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۱۱	نقاط بحرانی تابع $f(x) = \frac{x}{x^۲ + ۱}$ را در صورت وجود تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۱۲	نقطه‌ی بحرانی را تعریف کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۱۳	در صورت وجود، مقدار ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt{۹ - x^۲}$ را در دامنه‌ی آن تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۱۴	مقدار ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع $g(x) = \frac{۱}{۱ + x^۲}$ را روی بازه‌ی $[-۱, ۲]$ در صورت وجود تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۱۵	طول نقاط ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = \frac{۳x}{۹ + x^۲}$ را در بازه‌ی $[۰, ۴]$ مشخص کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۱۶	نمودار $f(x) = x[x]$ را در بازه‌ی $[-۲, ۱]$ رسم کنید، سپس با توجه به نمودار، نقاط ماکسیمم نسبی و می‌نیمم نسبی تابع f را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم ریاضی	
۱۱۷	مقادیر a و b و c را طوری تعیین کنید که تابع $y = x^۳ + ax^۲ + bx + c$ می‌نیممی به مختصات $(۱, -۲)$ داشته باشد و از مبدأ مختصات نیز بگذرد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۱۸	مقادیر a و b را طوری بیابید که نقطه‌ی $A\begin{vmatrix} -۱ \\ -۳ \end{vmatrix}$ اکسترمم تابع $f(x) = ax^۳ + bx$ باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۱۹	تابع $f(x) = ax^۲ + bx + ۳$ داده شده است. ضرایب a و b را چنان بیابید که نقطه‌ی $A(۱, ۲)$ مینیمم این تابع باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۲۰	اگر دو ضلع زاویه‌ی قائمه در مثلث قائم‌الزاویه‌ای x و y باشد و $x + y = ۱۸$ در این‌صورت x و y را چنان بیابید که مساحت مثلث ماکزیمم شود. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۲۱	تابع $y = -x^۲ + bx + ۳$ مفروض است. b را چنان بیابید که تابع ماکزیممی برابر ۵ داشته باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

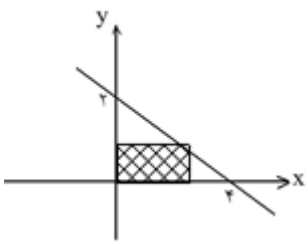
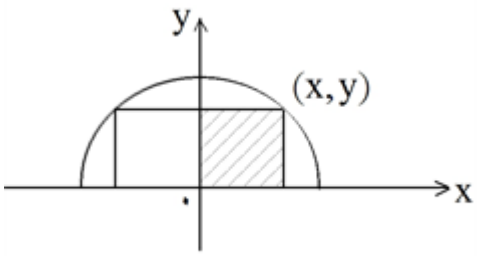
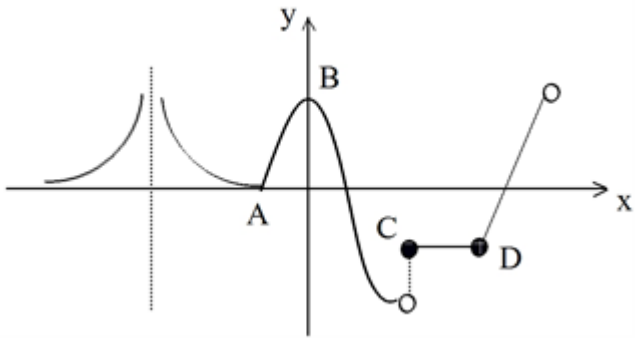
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲۲	طول و عرض مستطیلی که محیط آن برابر ۸۰ متر بوده و دارای مساحت ماکزیمم باشد، چه‌قدر است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۲۳	تابع $y = x^{۲} + \text{bx} + ۳$ مفروض است. b را چنان بیابید که تابع، می‌نیممی برابر ۲ داشته باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۲۴	ابعاد مستطیلی را بیابید که مساحت آن ۶۴ مترمربع بوده و محیط آن می‌نیمم باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۲۵	در تابع $y = \text{ax}^{۲} + \text{bx} + c$ مقادیر a و b و c را طوری بدست آورید که $A(۱, ۲)$ نقطه‌ی اکسترمم تابع و منحنی محور عرض‌ها را در نقطه‌ی ۳ قطع کند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۲۶	تابع $y = x^{۲} + ۲\text{ax} + b$ مفروض است. a و b را چنان بیابید که $A(۲, ۴)$ مینیمم تابع باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۲۷	تابع $y = \text{ax}^{۳} + \text{bx} + c$ مفروض است. مقادیر a و b و c را چنان بیابید که منحنی نمودار تابع محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۲ قطع کند و نقطه‌ی $M(۱, ۰)$ نقطه‌ی مینیمم تابع باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۲۸	تابع $y = x^{۳} + \text{ax} + b$ مفروض است. a و b را چنان بیابید که تابع در نقطه‌ای به طول ۱ دارای مینیمم یا ماکزیممی برابر ۲- باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۲۹	تابع $y = \text{ax}^{۲} + ۴\text{x} + ۳$ داده شده است. ضریب a را چنان بیابید که نمودار تابع در نقطه‌ای به طول ۱- دارای ماکسیمم یا مینیمم باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۳۰	تابع $f(x) = \text{ax}^{۲} + \text{bx} + ۴$ داده شده است. ضرایب a و b را چنان بیابید که نقطه $(-۱, ۵)$ ماکسیمم یا مینیمم این تابع باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۳۱	طول و عرض مستطیلی را بدست آورید که محیط آن ۲۰۰ متر بوده و مساحت آن ماکزیمم باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۱۳۲	تابع $y = x^{۳} + \text{ax} + b$ مفروض است. a و b را چنان بیابید که تابع در نقطه‌ای به طول ۱ دارای می‌نیمم یا ماکزیممی برابر ۲- باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

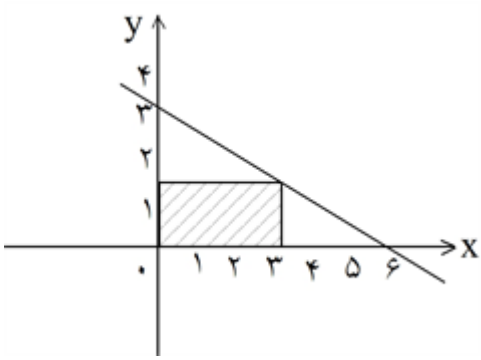
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

	مستطیلی به محورهای x و y و نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = \frac{۴ - x}{۲}$ محدود شده است. طول و عرض مستطیل چقدر باشد تا مساحت آن ماکزیمم شود؟  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	۱۳۳
	محیط مستطیلی ۲۰۰ متر است. ابعاد آن را چنان بیابید که مساحت مستطیل ماکزیمم باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	۱۳۴
	نیم‌دایره‌ای به شعاع $\sqrt{۵}$ مفروض است. مطابق شکل زیر مستطیلی در آن محاط می‌کنیم ابعاد مستطیل را چنان بیابید که محیط مستطیل ماکزیمم باشد.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	۱۳۵
	دو عدد حقیقی چنان بیابید که تفاضلشان ۱۰ بوده و حاصل‌ضرب‌شان مینیمم گردد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	۱۳۶
	با توجه به شکل، کدام‌یک از نقاط مشخص شده، اکسترمم نسبی یا اکسترمم مطلق یا بحرانی می‌باشند؟  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	۱۳۷

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۳۸	یک مستطیل مطابق شکل به محورهای xها و yها و نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = \frac{۶ - x}{۲}$ (شکل زیر) محدود شده است. طول و عرض مستطیل چقدر باشد تا مساحت آن ماکزیمم شود؟  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	
۱۳۹	مقادیر a و b را چنان بیابید که نقطه‌ی $M(۱, ۲)$ یکی از نقاط ماکزیمم یا می‌نیمم تابع $y = \frac{x^۲ + ۳}{ax + b}$ باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم ریاضی	

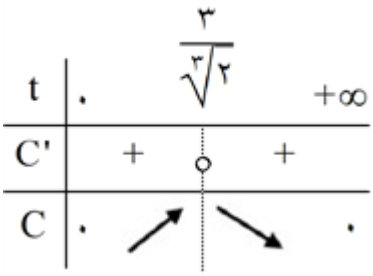
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخنامه تشریحی

۱

$$C'(t)=\frac{۳(t^۳+۲۷)-۳t^۲(۳t)}{(t^۳+۲۷)^۲}=۰\Rightarrow(t^۳+۲۷)-۳t^۳=۰\Rightarrow t^۳=\frac{۲۷}{۲}\Rightarrow t=\frac{۳}{\sqrt[۳]{۲}}$$



۲

$f'(x)=۳x^۲+۴=۰$ جواب ندارد

$f(-۲)=-۱۶$ = مقدار مینیمم مطلق -۱۶

$f(۱)=۵$ = مقدار ماکزیمم مطلق ۵

۳

$$f'(x)=-x^۲+۱\xrightarrow{f'(x)=۰}\begin{cases}x=۱\\x=-۱\notin[۰\,,\,۲]\end{cases}$$

$$f(۰)=۰\qquad f(۱)=\frac{۲}{۳}\qquad f(۲)=-\frac{۲}{۳}$$

مقدار مینیمم مطلق: $\frac{-۲}{۳}$

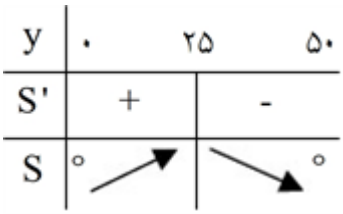
۴

$x+۲y=۱۰۰\Rightarrow x=۱۰۰-۲y$

$S=x.y=(۱۰۰-۲y)y=۱۰۰y-۲y^۲$

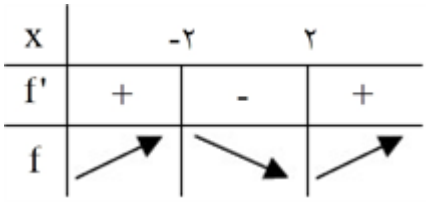
$S'(y)=۱۰۰-۴y=۰\Rightarrow y=۲۵$

$S_{\max}=۵۰\times۲۵=۱۲۵۰$



۵

الف) $[-۲,۲]$ $f'(x)=۳x^۲-۱۲=۰\Rightarrow x=\pm۲$



ب) طول ماکزیمم نسبی: $x=-۲$

۶

$f'(x)=-۲x^۲-۲x+۴\xrightarrow{f'=۰}x=-۲,x=۱$

در نتیجه نقاط $x=۱$ و $x=-۲$ نقاط بحرانی تابع هستند.

$f(۱)=\frac{۱۰}{۳}\,,f(-۲)=\frac{-۱۷}{۳}$

$f(-۳)=-۲\,,f(۲)=-\frac{۱}{۳}$

مقدار ماکزیمم مطلق تابع f برابر $y=\frac{۱۰}{۳}$ و مقدار مینیمم مطلق تابع f برابر $y=\frac{-۱۷}{۳}$ است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷ الف) نمودار شماره ۱ ب) نمودار شماره ۴

۸ $$C(t)=\frac{۳t}{t^۳+۵۴} \Rightarrow C'(t)=\frac{-۶t^۳+۱۶۲}{(t^۳+۵۴)^۲} \xrightarrow{C'(t)=۰} t=۳$$

t	۰		۳		+∞
C'(t)		+	۰	-	
C(t)		↗	max	↘	

۹ الف) $y=x^۳-۳x^۲+k \Rightarrow y'=۰ \Rightarrow \begin{cases} x_{max}=۰ \\ x_{min}=۲ \end{cases}$

ب) $y=x^۳-۳x^۲+k \xrightarrow{(۲,۰)\in f} ۰=۸-۱۲+k \Rightarrow k=۴$

۱۰ اگر طول و عرض مستطیل x, y باشد، آنگاه داریم:

$$S=x\times y=x(x-۲)^۲ \Rightarrow S'=(x-۲)^۲+۲x(x-۲) \xrightarrow{S'=۰} \begin{cases} x=۲ \times \\ x=\frac{۲}{۳} \end{cases}$$

با توجه به جدول تغییرات، طول مستطیل باید $\frac{۲}{۳}$ و عرض آن برابر $y=\left(\frac{۲}{۳}-۲\right)^۲=\frac{۱۶}{۹}$ باشد.

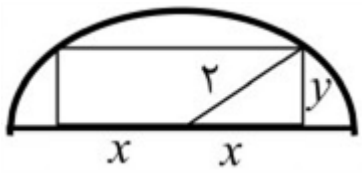
x	۰		$\frac{۲}{۳}$		۲
S'		+	۰	-	
S		↗	max	↘	

۱۱ $$y=x^۳-۳x \Rightarrow y'=۳x^۲-۳=۰ \Rightarrow x=\pm ۱$$

با توجه به جدول تغییرات تابع، بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع در آن نزولی اکید است، بازه $[-۱, ۱]$ است.

x	-∞		-۱		۱		+∞
y'		+	۰	-	۰	+	
y		↗		↘		↗	

۱۲ با توجه به شکل $y^۲+x^۲=۴$، پس $y=\sqrt{۴-x^۲}$ در نتیجه:



$$S=۲xy \xrightarrow{y=\sqrt{۴-x^۲}} S(x)=۲x\sqrt{۴-x^۲} \Rightarrow S'(x)=۲\sqrt{۴-x^۲}+\frac{(-۲x)}{۲\sqrt{۴-x^۲}}(۲x)$$

$$\xrightarrow{S'(x)=۰} \frac{۲(۴-x^۲)-۲x^۲}{\sqrt{۴-x^۲}}=۰ \Rightarrow -۴x^۲+۸=۰ \Rightarrow x=\sqrt{۲} \Rightarrow ۲x=۲\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow y=\sqrt{۲}$$

Telegram: @konkur_in

۱۳

$$f'(۱)=۰ \xrightarrow{f'(x)=۳x^۲+a} ۳(۱)^۲+a=۰ \Rightarrow a=-۳$$

$$f(۱)=۲ \Rightarrow (۱)^۳+a(۱)+b=۲ \xrightarrow{a=-۳} ۱-۳+b=۲ \Rightarrow b=۴$$

۱۴

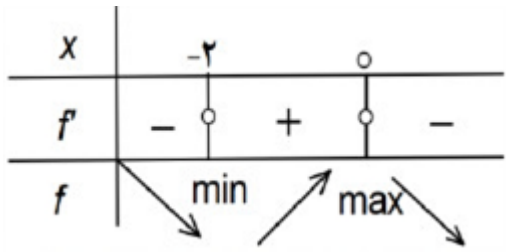
$$S=\text{ab}=۱۶ \Rightarrow b=\frac{۱۶}{a}$$

$$p=۲(a+b)=۲\left(a+\frac{۱۶}{a}\right)=۲a+\frac{۳۲}{a}$$

$$p'=۲-\frac{۳۲}{a^۲}=۰ \Rightarrow \frac{۳۲}{a^۲}=۲ \Rightarrow a^۲=۱۶ \Rightarrow a=۴$$

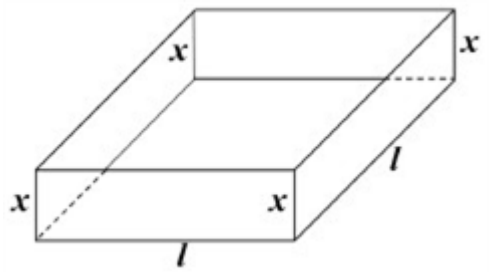
۱۵

$$f'(x)=-۳x^۲-۶x=۰ \Rightarrow x(-۳x-۶)=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۰ \\ x=-۲ \end{cases}$$



$\Rightarrow$ $x=۰$ طول نقطه ماکسیمم نسبی
$x=-۲$ طول نقطه مینیمم نسبی

۱۶



$$v=\text{xl}^۲$$

$$۲x+l=۳۰ \Rightarrow l=۳۰-۲x \Rightarrow v=x(۳۰-۲x)^۲ \text{ یا } ۴x^۳-۱۲۰x^۲+۹۰۰x,\ x\in[۰,۱۵]$$

$$v'(x)=(۳۰-۲x)^۲+۲(-۲)(۳۰-۲x)x=۰ \text{ یا } v'(x)=۱۲x^۲-۲۴۰x+۹۰۰=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۵ \text{ ق ق} \\ x=۱۵ \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

x	۰	۵	۱۵
v'	+	-	
v	↗	↘	
	۰	۲۰۰۰	۰

بیشترین حجم برای $x=۵$ به دست می‌آید.

۱۷

$$f'(x)=۲x^۲-x-۱۵=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۳ \\ x=-\frac{۵}{۲} \end{cases}$$

x	$-\frac{۵}{۲}$	۳
f'		
f	↗	↘ ↗
	max	min

Telegram: @konkur_in

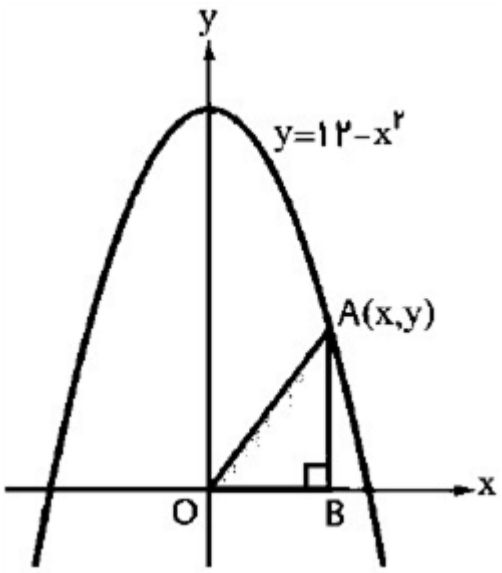
۱۸

$$f'(x) = ۳x^۲ - ۱۲x \xrightarrow{f'=۰} ۳x(x-۴) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = ۴ \notin [-۱\ ,\ ۳] \end{cases}$$

x	-۱	۰	۳
f'	+	۰	-
f	-۷		-۲۷

$(۰,۰)$ نقطهٔ ماکزیمم نسبی $(۰,۰)$ نقطهٔ ماکزیمم مطلق و $(۳,-۲۷)$ نقطهٔ ماکزیمم مطلق این تابع در بازه $[-۱,۳]$ است.

۱۹



$$S_{\overset{\triangle}{OAB}} = \frac{۱}{۲}xy = \frac{۱}{۲}x(۱۲ - x^۲) = ۶x - \frac{۱}{۲}x^۳$$

$$\Rightarrow S'(x) = ۶ - \frac{۳}{۲}x^۲$$

$$۶ - \frac{۳}{۲}x^۲ = ۰ \xrightarrow{x>۰} x = ۲$$

$$\Rightarrow y = ۱۲ - ۴ = ۸$$

x	۰	۲	$\sqrt{۱۲}$
S'(x)	+	۰	-
S(x)	↗	۸	↘

۲۰

۲ = طول مینیمم نسبی

۴ = طول مینیمم مطلق

۳ = طول ماکزیمم نسبی

۱ = طول ماکزیمم مطلق

۲۱

$$f'(x) = ۳x^۲ - ۱۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۲ \\ x = -۲ \times \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} f(-۱) = ۱۱ \\ f(۲) = -۱۶ \\ f(۳) = -۹ \end{array}\right\} \Rightarrow \text{مقدار ماکزیمم} = ۱۱$$

۲۲

$$h = \frac{۳۰۰}{r^۲}$$

$$S = \frac{۱۸۰۰}{r} + ۳r^۲$$

$$S' = \frac{-۱۸۰۰}{r^۲} + ۶r = ۰$$

$$r = \sqrt[۳]{۳۰۰} \Rightarrow h = \sqrt[۳]{۳۰۰}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۳ $f'(x) = ۳x^۲ - ۲۷ = ۰ \Rightarrow x = \pm ۳$

x		-۳		۳	
f'(x)	+	۰	-	۰	+

اکیداً صعودی $(-\infty, -۳], [۳, +\infty)$

۲۴ $y' = ۳x^۲ - ۱۲x = ۰ \Rightarrow x = ۰, x = ۴ \notin [-۲, ۳]$ غ ق ق

$f(-۲) = -۳۲, f(۰) = ۰, f(۳) = -۲۷$

ماکزیمم مطلق = ۰ مینیمم مطلق = -۳۲

۲۵ $x - y = ۸ \Rightarrow x = ۸ + y$

$s = xy = (۸ + y)y = y^۲ + ۸y$

$s' = ۲y + ۸ = ۰ \quad \begin{cases} y = -۴ \\ x = ۴ \end{cases}$

۲۶ $f'(x) = -۶x^۲ + ۶x + ۱۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = -۱ \\ x = ۲ \end{cases}$

x	-∞		-۱		۲		+∞
f'		-		+		-	
f	↘		↗		↘		

-۱۶ Min ۱۱ Max

۲۷ $f'(x) = ۵x^۴ - ۵ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = +۱ \\ x = -۱ \text{ غیرقابل قبول} \end{cases}$

$f(۱) = -۴$ مینیمم مطلق

$f(۰) = ۰$

$f(۲) = ۲۲$ ماکزیمم مطلق

۲۸ $۲h + ۲r + \pi r = ۶ \Rightarrow h = \frac{۶ - ۲r - \pi r}{۲}$

$S(r) = ۶r - ۲r^۲ - \frac{۱}{۲}\pi r^۲ \Rightarrow S'(r) = ۶ - ۴r - \pi r \Rightarrow ۶ - ۴r - \pi r = ۰ \Rightarrow r = \frac{۶}{۴ + \pi}$

r		$\frac{۶}{۴+\pi}$	
S'	+	۰	-
S	↗		↘

$h = \frac{۶ - (۲ + \pi)\frac{۶}{۴+\pi}}{۲} = \frac{۶}{۴ + \pi}$

Telegram: @konkur_in

۲۹ $f'(x) = -۶x^۲ + ۶ = ۰ \Rightarrow x = \pm ۱$

x		-۱		۱	
f'	-	۰	+	۰	-
f	↘		↗		↘

پس تابع در بازه $[-۱, ۱]$ صعودی اکید است.

۳۰ d مینیمم مطلق

c ماکزیمم مطلق

c ماکزیمم نسبی

b مینیمم نسبی

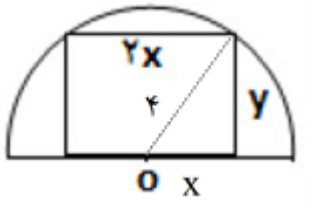
۳۱ $x - y = ۱۰$

$p = xy = x(x - ۱۰) = x^۲ - ۱۰x$

$p'(x) = ۲x - ۱۰ = ۰ \Rightarrow x = ۵, y = -۵$

۳۲ $f'(۲) = ۰ \Rightarrow f'(x) = ۳x^۲ + ۲bx \Rightarrow b = -۳$

$f(۲) = ۱ \Rightarrow ۸ + (-۱۲) + d = ۱ \Rightarrow d = ۵$

۳۳ 

$y^۲ = ۱۶ - x^۲ \Rightarrow S(x) = ۲x(\sqrt{۱۶ - x^۲})$

$S'(x) = \frac{۳۲ - ۴x^۲}{\sqrt{۱۶ - x^۲}} = ۰ \Rightarrow x = \sqrt{۸}, y = \sqrt{۸}$

طول $۲\sqrt{۸}$ و عرض $\sqrt{۸}$ است.

۳۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مشتق سهمی، تابع خطی (غیرثابت) است. چون طول نقطه مینیمم، منفی است پس f' محور xها را در ناحیه $x < ۰$ قطع می‌کند.

x	$x_S < ۰$	
f	نزولی	صعودی
f'	−	+

۳۵ $y = ۸ - x \Rightarrow S(x) = -x^۲ + ۸x \Rightarrow S'(x) = -۲x + ۸ = ۰$

$x = ۴, y = ۴$

۳۶ $f'(x) = ۳x^۲ - ۱۲ \xrightarrow{f'(x)=۰} x = ۲, x = -۲$

اکیداً صعودی $(۲, +\infty), (-\infty, -۲)$

x		-۲		۲	
f'	+	۰	-	۰	+
f	↗		↘		↗

Telegram: @konkur_in

۳۷ $f(۱) = ۲ \Rightarrow a - b = ۱$

$$\begin{cases} f'(x) = ۳x^۲ + a \\ f'(۱) = ۰ \end{cases} \Rightarrow ۳ + a = ۰ \Rightarrow a = -۳, b = -۴$$

۳۸ $$p = xy = ۵x^۲ - ۱۰x \Rightarrow p'(x) = ۰ \Rightarrow ۱۰x - ۱۰ = ۰ \Rightarrow \begin{matrix} x = ۱ \\ y = -۵ \end{matrix}$$

۳۹ $f'(x) = x^۲ - ۲x - ۳ = ۰ \Rightarrow x = ۳, x = -۱$

x		-۱		۳	
f'	+		-		+
f	↗	max $\frac{۷}{۳}$	↘	min $-\frac{۲۵}{۳}$	↗

۴۰ $g'(x) = ۳x^۲ + ۲ \neq ۰$

$g(-۲) = -۸ - ۴ - ۵ = -۱۷ \min, g(۱) = ۱ + ۲ - ۵ = -۲ \max$

۴۱ $$f'(x) = ۶x^۲ + ۶x - ۱۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ \\ x = -۲ \notin [-۱, ۳] \end{cases}$$

$f(-۱) = ۱۳$

$f(۱) = -۷ \Rightarrow \min(۱, -۷)$

$f(۳) = ۴۵ \Rightarrow \max(۳, ۴۵)$

۴۲ $f'(x) = ۰ \Rightarrow ۳x^۲ - ۳ = ۰ \Rightarrow x = \pm ۱$

x		-۱		+۱	
f'(x)	+		−		+
	↗		↘		↗

اکیداً صعودی $(-\infty, -۱), (۱, +\infty)$

اکیداً نزولی $(-۱, +۱)$

۴۳ عرض جعبه $= ۶ - ۲x, x \in [۰, ۳]$ طول جعبه $= ۱۶ - ۲x, x \in [۰, ۸]$

$$\Rightarrow v(x) = x(۱۶ - ۲x)(۶ - ۲x) = ۴x^۳ - ۴۴x^۲ + ۹۶x, ۰ \leq x \leq ۳$$

$$v'(x) = ۱۲x^۲ - ۸۸x + ۹۶ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۶ \notin [۰, ۳] \\ x = \frac{۴}{۳} \in [۰, ۳] \end{cases}$$

چون $v(۰) = v(۳) = ۰$، پس به ازای $x = \frac{۴}{۳}$ بیش‌ترین مقدار حجم حاصل می‌شود.

۴۴ $$f'(x) = ۳x^۲ - ۶x = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = ۲ \notin [-۱, ۱] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(۱) = -۱ \\ f(۰) = ۱ \quad \max \\ f(-۱) = -۳ \quad \min \end{cases}$$

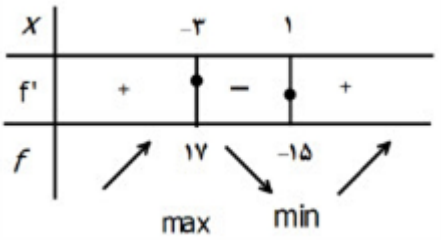
Telegram: @konkur_in

۴۵
$$۲(x+y)=۱۴\Rightarrow x+y=۷\Rightarrow y=۷-x$$
$$y=۷-x\Rightarrow s=(y)(x)=۷x-x^{۲}\Rightarrow s'(x)=۷-۲x=۰\Rightarrow x=۳/۵, y=۳/۵$$

۴۶
$$f'(۲)=۰\Rightarrow ۱۲+۴b=۰\Rightarrow b=-۳$$
$$f(۲)=۱\Rightarrow ۴b+d=-۷$$
$$-۱۲+d=-۷\Rightarrow d=۵$$

۴۷
$$۲(x+y)=۱۴\Rightarrow x+y=۷\Rightarrow y=۷-x$$
$$f=\text{xy}\Rightarrow f(x)=x(۷-x)=-x^{۲}+۷x\Rightarrow f'(x)=-۲x+۷=۰\Rightarrow x=\frac{۷}{۲}, y=\frac{۷}{۲}$$

۴۸
$$f'(x)=۳x^{۲}+۶x-۹=۰\Rightarrow \begin{cases} x=۱ \\ x=-۳ \end{cases}$$



۴۹
$$f'(x)=۳x^{۲}-۳=۰\Rightarrow \begin{cases} x=۱ \\ x=-۱ \end{cases}$$
$$f(۱)=-۱ \quad f(-۱)=۳ \quad f(۲)=۳\Rightarrow \begin{cases} \max f(x)=۳ \\ \min f(x)=-۱ \end{cases}$$

۵۰
$$f'(x)=۲\text{ax}+b$$
$$f'(۱)=۰\Rightarrow ۲a+b=۰\Rightarrow a=۳$$
$$f(۱)=-۳\Rightarrow a+b=-۳\Rightarrow b=-۶$$

۵۱
$$a-b=۲۰\Rightarrow a=b+۲۰$$
$$f(b)=b(b+۲۰)\Rightarrow f'(b)=۲b+۲۰=۰$$
$$b=-۱۰, a=+۱۰$$

۵۲
$$f'(x)=۳x^{۲}-۳=۰\Rightarrow \begin{cases} x=-۱ \\ x=۱ \end{cases}$$
$$f(-۱)=۹$$
$$f(۱)=۵ \quad \Rightarrow \max(۳, ۲۵), \min(۱, ۵)$$
$$f(۳)=۲۵$$

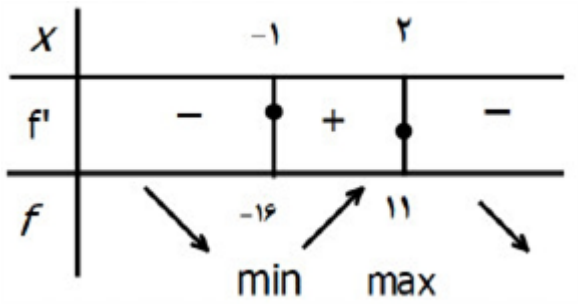
۵۳
$$f'(x)=۳x^{۲}+۲\,\text{bx}$$
$$f'(-۲)=۰\Rightarrow ۱۲-۴b=۰\Rightarrow b=۳$$
$$f(-۲)=۵\Rightarrow -۸+۴b+d=۵\Rightarrow d=۱$$

۵۴
$$\text{xy}=۳۲\Rightarrow f(x)=(y+۲)(x+۴)=\frac{۱۲۸}{x}+۴۰+۲x\Rightarrow f'(x)=-\frac{۱۲۸}{x^{۲}}+۲=۰$$
$$\Rightarrow x=۸, y=۴$$

ابعاد صفحه: ۶×۱۲ است.

Telegram: @konkur_in

۵۵ الف)



$f'(x) = -۶x^۲ + ۶x + ۱۲ = ۰ \begin{cases} x = -۱ \\ x = ۲ \end{cases}$

ب) $f(۰) = -۹$ min

$f(۲) = ۱۱$ max $\Rightarrow f(۳) = ۰$

۵۶ $f(x) = xy \Rightarrow f(x) = x(x+۱۰) = x^۲ + ۱۰x \Rightarrow f'(x) = ۲x + ۱۰ = ۰ \Rightarrow x = -۵, y = ۵$

۵۷ $f'(x) = ۶x^۲ + ۶x - ۱۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ \\ x = -۲ \text{ قابل قبول نیست} \end{cases}$

$f(-۱) = ۱۳, f(۲) = ۴, f(۱) = -۷ \Rightarrow \min : (۱, -۷), \max : (-۱, ۱۳)$

۵۸ $۲a + b = ۶۰ \Rightarrow b = ۶۰ - ۲a \Rightarrow ab = a(۶۰ - ۲a) = ۶۰a - ۲a^۲$

$(ab)' = ۶۰ - ۴a = ۰ \Rightarrow a = ۱۵ \Rightarrow b = ۶۰ - ۲\times ۱۵ = ۳۰$

۵۹ $g(x) = x^۳ + ۲x - ۵ \Rightarrow g'(x) = ۳x^۲ + ۲ \neq ۰$

$g(-۲) = (-۲)^۳ + ۲(-۲) - ۵ = -۸ - ۴ - ۵ = -۱۷$ min

$g(۱) = ۱ + ۲ - ۵ = -۲$ max

۶۰ الف) $f(x) = x^۳ - ۳x + ۴ \Rightarrow f'(x) = ۳x^۲ - ۳ = ۰ \Rightarrow x^۲ = ۱ \Rightarrow x = \pm ۱$

x	-∞		-۱		۱		+∞
f'(x)		+		-		+	
f(x)		↗	۶	↘	۲	↗	

نقطه‌ی $(۱, ۲)$ مینیمم نسبی و نقطه‌ی $(-۱, ۶)$ ماکزیمم نسبی است.

۶۱ $f'(x) = x^۲ + ۲x \xrightarrow{f'=۰} x = ۰, x = -۲ \Rightarrow f(-۲) = \frac{۴}{۳}, f(۰) = ۰$ مینیمم مطلق

$f(۳) = ۱۸$ ماکزیمم مطلق

x		-۲		۰	
f'	+	۰	-	۰	+
f	↗	$\frac{۴}{۳}$	↘	۰	↗

$f(۰) = ۰$ مینیمم نسبی

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۲

$$v(x) = \underbrace{(۱ - ۲x)^۲ \times x = x - ۴x^۲ + ۴x^۳}_{۰/۵}$$

$$\underbrace{v'(x) = ۱ - ۸x + ۱۲x^۲ = ۰ \Rightarrow x = \frac{۱}{۲}, x = \frac{۱}{۶}}_{۰/۵}$$

$x = \frac{۱}{۶}$ قابل قبول است. ۰/۲۵

۶۳

$$f'(x) = ۲ax + b \Rightarrow \underbrace{۰ = ۲a + b}_{۰/۲۵} \Rightarrow b = -۲a$$

$$f(۱) = ۷ \Rightarrow \underbrace{۷ = a + b}_{۰/۲۵} \Rightarrow \underbrace{a = -۷, b = ۱۴}_{۰/۲۵}$$

۶۴

$$f(x) = \frac{۲x}{(x^۲ + ۱)^۲} (۰/۲۵) \xrightarrow{f'(x)=۰} x = ۰$$

(۰/۲۵) نزولی $(-\infty, ۰)$

(۰/۲۵) صعودی $(۰, +\infty)$

x	$-\infty$ ○ $+\infty$	
f'	$-$ ○ $+$	(۰/۵)
f	↘ ○ ↗	

۶۵

$$f'(x) = \frac{۲x - ۲}{۲\sqrt{x^۲ - ۲x + ۴}} (۰/۲۵) \xrightarrow{f' = ۰} x = ۱, \ (۰/۲۵)$$

(۰/۲۵) مقدار ماکزیمم مطلق $f(۰) = f(۲) = ۲$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵) مقدار مینیمم مطلق $f(۱) = \sqrt{۳}$ (۰/۲۵)

۶۶

$$۲x + ۲y = ۲۴ \Rightarrow x + y = ۱۲ \Rightarrow y = ۱۲ - x \ (۰/۲۵)$$

$$S(x) = xy = x(۱۲ - x) = ۱۲x - x^۲ \ (۰/۲۵)$$

$$S'(x) = ۱۲ - ۲x = ۰ \Rightarrow x = ۶ (۰/۲۵), y = ۶ (۰/۲۵)$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۷ الف) تکمیل جدول نیم نمره

$$f'(x)=۶x^۲+۶x-۱۲=۰\begin{cases}x=۱\\x=-۲\end{cases}(۰/۵)$$

x		-۲		۱	
f'	+		-		+
		Max		Min	

ب)

$f(۱)=-۷$

$f(-۲)\notin[-۱,۳]\ (۰/۲۵)\Rightarrow \min:(۱,-۷)(۰/۲۵),\max:(۳,۴۵)(۰/۲۵)$

$f(-۱)=۱۳$

$f(۳)=۴۵$

نقطه بحرانی: $(۱,-۷)$ $(۰/۲۵)$

۶۸ $f'(x)=-۴x^۳+a\ (۰/۲۵)\xrightarrow{f'(۱)=۰}-۴+a=۰\ (۰/۲۵)\Rightarrow a=۴\ (۰/۲۵)$

$f(۱)=۲\ (۰/۲۵)\Rightarrow -۱+۴+b=۲\ (۰/۲۵)\Rightarrow b=-۱(۰/۲۵)$

۶۹ $f'(x)=۴x^۳-۶x^۲=۰\xrightarrow{(۰/۲۵)}x=۰$ (۰/۲۵) ق ق, $x=\frac{۳}{۲}$ (۰/۲۵) غ ق ق

$f(۰)=۲$ (۰/۲۵), $f(۱)=۱$ (۰/۲۵) مینیمم مطلق $f(-۲)=۳۴$ (۰/۲۵) ماکسیمم مطلق

۷۰ $D_f=R\ ,f'(x)=۳x^۲-۳\ (۰/۲۵)$

$۳x^۲-۳=۰\rightarrow x=\pm۱\ (۰/۵)$

x	$-\infty$		-۱		۱		$+\infty$
y'	+		۰	-	۰	+	
y	↗		۲	↘	-۲	↗	

(۰/۵)

نقطه $(-۲,۱)$ نقطه مینیمم نسبی تابع است. $(۰/۲۵)$

نقطه $(-۱,۲)$ نقطه ماکسیمم نسبی تابع است. $(۰/۲۵)$

۷۱ $f'(x)=۱-\frac{۴}{(x+۱)^۲}$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{f'=۰}\begin{cases}x=-۳\ (۰/۲۵)\ \text{غ ق ق}\\x=۱\ (۰/۲۵)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}f(۰)=۵\ \text{ماکسیمم مقدار}\ (۰/۲۵)\\f(۱)=۴\ \text{مینیمم مقدار}\ (۰/۲۵)\\f(۲)=\frac{۱۳}{۲}\ (۰/۲۵)\end{cases}$

۷۲ $D=R\quad f'(x)=۳x^۲-۳$ (۰/۲۵)

$f'(x)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۱\ \text{قابل قبول}\ (۰/۲۵)\\x=-۱\ \text{قابل قبول}\ (۰/۲۵)\end{cases}$

$f(۱)=-۱$ (۰/۲۵) مینیمم مطلق $f(-۱)=۳$ $f\left(\frac{-۳}{۲}\right)=\frac{۱۷}{۸}$ $f(۳)=۱۹$ (۰/۲۵) ماکسیمم مطلق

Telegram: @konkur_in

۷۳ $D=[۰,۴]$ (۰/۲۵)

$f'(x)=\dfrac{-۲x+۴}{۲\sqrt{-x^۲+۴x}}$ (۰/۵)

$-۲x+۴=۰\Rightarrow x=۲$ (۰/۲۵) قابل قبول

$-x^۲+۴x=۰\Rightarrow \begin{cases} x=۰ \text{ (۰/۲۵) قابل قبول} \\ x=۴ \text{ (۰/۲۵) قابل قبول} \end{cases}$

۷۴ $x+y=۱۶\Rightarrow y=۱۶-x$ (۰/۲۵)

$p=xy\Rightarrow p(x)=x(۱۶-x)=۱۶x-x^۲$ (۰/۲۵)

$p'(x)=۱۶-۲x$ (۰/۲۵) $\Rightarrow ۱۶-۲x=۰\Rightarrow x=۸$ (۰/۲۵)، $y=۸$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p_{max}=۶۴$ (۰/۲۵)

۷۵ $D_f=R$ (۰/۲۵)، $f'(x)=\dfrac{۲x}{۳\sqrt[۳]{(x^۲-۱)^۲}}$ (۰/۵) $\Rightarrow$

$\begin{cases} f'(x)=۰\Rightarrow x=۰ \text{ (۰/۲۵)} \\ f'(x) \text{ تن. } \Rightarrow x=\pm ۱ \text{ (۰/۵)} \end{cases} \Rightarrow \{۰,۱,-۱\}$ نقاط بحرانی

۷۶ $x=۲۴-۳y$

$p=xy=(۲۴-۳y)y\Rightarrow p=۲۴y-۳y^۲\Rightarrow p'=۲۴-۶y=۰\rightarrow y=۴\rightarrow x=۱۲$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۷۷ $y'=-۲x+۶=۰\rightarrow x=۳$

$y(۳)=۹$

x	$-\infty$	۳	$+\infty$
y'	+	۰	-
y	$-\infty$ ↗	۹ max	↘ $-\infty$
	صعودی (۰/۲۵)		نزولی (۰/۲۵)

نقطه ی (۳,۹) ماکسیمم تابع است. (۰/۵)

۷۸ $f'(x)=۳ax^۲+۲(a-۱)x+۴\Rightarrow f'(-۲)=۳a(-۲)^۲+۲(a-۱)(-۲)+۴=۰$ (۰/۵)

(۰/۲۵)

$۸a+۸=۰\Rightarrow a=-۱$ (۰/۲۵)

۷۹ $x=۱۲-۳y, P=(۱۲-۳y)y\Rightarrow P=۱۲y-۳y^۲$

$P'=۱۲-۶y=۰\Rightarrow y=۲, x=۶$

۸۰ x را یک‌بار در خود تابع و بار دیگر در مشتق می‌گذاریم و مشتق باید صفر شود.

$(-۱)^۳+۶b(-۱)+c=۷\Rightarrow -۶b+c=۸$

$f'(x)=۳x^۲+۶b\Rightarrow f'(-۱)=۳(-۱)^۲+۶b=۰\Rightarrow b=-\dfrac{۱}{۲}, c=۵$

Telegram: @konkur_in

۸۱ $۲(x+y)=۴۸ \Rightarrow x+y=۲۴ \Rightarrow y=۲۴-x \Rightarrow S=xy=x(۲۴-x)=۲۴x-x^{۲}$

$x=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۲۴}{-۲}=۱۲ \Rightarrow y=۱۲$

۸۲ $۲x+y=۶۰ \Rightarrow y=۶۰-۲x \Rightarrow xy=x(۶۰-۲x)=۶۰x-۲x^{۲}$

$\Rightarrow x=\frac{-b}{۲a}=\frac{۶۰}{۴}=۱۵ \Rightarrow y=۶۰-۳۰=۳۰$

۸۳ $y=x^{۳}-\frac{۹}{۲}x^{۲}-۱۲x+۱ \Rightarrow y'=۳x^{۲}-۹x-۱۲=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=-۱ \\ x=۴ \text{ غ ق ق} \end{cases}$

x	-۲		-۱		۳
y'		+	۰	−	
y	-۱	↗	$\frac{۱۵}{۲}$	↘	$-\frac{۹۷}{۲}$

مطلق $\max=\frac{۱۵}{۲}$

مطلق $\min=-\frac{۹۷}{۲}$

۸۴ $(x+y)\times ۲=۲۸ \Rightarrow x+y=۱۴ \Rightarrow y=۱۴-x$

$S=x.y \Rightarrow S=x(۱۴-x) \Rightarrow S=۱۴x-x^{۲}$

$S'=۱۴-۲x=۰ \Rightarrow x=۷, y=۷$

۸۵ $f'(۲)=۰ \Rightarrow ۳c(۲)^{۲}+۵-۲c=۰ \Rightarrow ۱۰c=-۵ \Rightarrow c=\frac{-۱}{۲}$

۸۶ $۲(x+y)=۱۶ \Rightarrow x+y=۸ \Rightarrow y=۸-x$

$S=xy \Rightarrow S=x(۸-x) \Rightarrow S=۸x-x^{۲}$

$S'_x=۸-۲x=۰ \Rightarrow x=۴ \Rightarrow y=۸-۴ \Rightarrow y=۴$

۸۷ $y'=۳ax^{۲}+۲(a-۱)x+۴$

$\left.\begin{matrix} x=-۲ \\ y'=۰ \end{matrix}\right\} \Rightarrow ۰=۱۲a-۴(a-۱)+۴$

$۸a=-۸ \Rightarrow a=-۱$

۸۸ طول $=x$ عرض $=y$

$\begin{cases} \text{محیط}=۲(x+y)=۱۸۰ \Rightarrow x+y=۹۰ \Rightarrow y=۹۰-x \\ \text{مساحت } p=xy \Rightarrow p=x(۹۰-x) \\ p=۹۰x-x^{۲} \Rightarrow p'=۹۰-۲x=۰ \Rightarrow x=۴۵ \text{ و } y=۴۵ \end{cases}$

۸۹ $\begin{cases} x=۱ \\ y=-۱ \end{cases} \quad -۱=۱+a+b \Rightarrow a+b=-۲ \Rightarrow -۲+b=-۲ \Rightarrow b=۰$

$y'=۲x+a \Rightarrow \begin{cases} x=۱ \\ y'=۰ \end{cases} \Rightarrow ۰=۲+a \Rightarrow a=-۲$

۹۰ $x=۲۸-۲y$

$p=(۲۸-۲y)y \Rightarrow p=۲۸y-۲y^{۲}$

$p'_y=۲۸-۴y=۰ \Rightarrow y=۷ \text{ و } x=۱۴$

Telegram: @konkur_in

۹۱ $x =$ طول مستطیل $\quad y =$ عرض مستطیل

$$xy = ۲۵ \Rightarrow y = \frac{۲۵}{x}$$

$$p = ۲(x+y) = ۲x + \frac{۵۰}{x}$$

$$p' = ۲ - \frac{۵۰}{x^۲} = ۰ \Rightarrow x^۲ = ۲۵ \Rightarrow x = ۵ \Rightarrow y = ۵$$

۹۲

$$f'(x) = ۳mx^۲ + ۴mx + ۲$$

$$f'(-۱) = ۰ \Rightarrow ۳m - ۴m + ۲ = ۰ \Rightarrow m = ۲$$

۹۳

$$\begin{matrix} x = \text{طول مستطیل} \\ y = \text{عرض مستطیل} \end{matrix} = xy = ۴۰۰۰۰ \Rightarrow y = \frac{۴۰۰۰۰}{x}$$

$$\text{محیط زمین } p = ۲(x+y) \Rightarrow p = ۲x + \frac{۸۰۰۰۰}{x}$$

$$p' = ۲ - \frac{۸۰۰۰۰}{x^۲} = ۰ \Rightarrow x^۲ = ۴۰۰۰۰ \Rightarrow x = ۲۰۰, y = ۲۰۰$$

۹۴

$$x + y = ۱۶ \Rightarrow y = ۱۶ - x$$

$$p = xy \Rightarrow p = x(۱۶ - x) \Rightarrow p = ۱۶x - x^۲ \Rightarrow p' = ۱۶ - ۲x = ۰$$

$$\Rightarrow x = ۸ \Rightarrow y = ۸$$

۹۵

$$y' = \frac{-۱(x) - (۱ - x)}{x^۲} = \frac{-۱}{x^۲}$$

در فاصله‌ی $(۰, +\infty)$ $y' < ۰$ می‌باشد و تابع نزولی است.

۹۶

$$x + y = ۳۶ \Rightarrow y = ۳۶ - x$$

$$p = xy \Rightarrow p = x(۳۶ - x) \Rightarrow p = ۳۶x - x^۲$$

$$p' = ۳۶ - ۲x = ۰ \Rightarrow x = ۱۸, y = ۱۸$$

۹۷

$$A \left| \begin{matrix} ۲ & x = ۲ \\ -۱ & y = -۱ \end{matrix} \right\} \Rightarrow -۱ = ۴a + ۲b + ۳ \Rightarrow ۴a + ۲b = -۴$$

$$y' = ۲ax + b \Rightarrow \left.\begin{matrix} x = ۲ \\ y' = ۰ \end{matrix}\right\} \Rightarrow ۰ = ۴a + b$$

$$\begin{cases} ۴a + ۲b = -۴ \\ ۴a + b = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -۴ \\ a = ۱ \end{cases}$$

۹۸

$$۲x + ۲y = ۲۴ \Rightarrow ۲(x+y) = ۲۴ \Rightarrow x + y = ۱۲ \Rightarrow x = ۱۲ - y$$

$$P = xy = (۱۲ - y)y = ۱۲y - y^۲$$

$$P' = ۱۲ - ۲y = ۰ \Rightarrow y = ۶ \ , x = ۱۲ - y \Rightarrow x = ۶$$

۹۹

$$y' > ۰ \Rightarrow \frac{۲(x + a - ۲) - ۱(۲x + a)}{(x + a - ۲)^۲} > ۰ \Rightarrow \underbrace{\frac{a - ۴}{\text{مثبت}}}_{\text{مثبت}} > ۰ \Rightarrow a - ۴ > ۰ \Rightarrow a > ۴$$

۱۰۰

$$S = x\left(۳ - \frac{x}{۲}\right) = ۳x - \frac{x^۲}{۲}$$

$$S' = ۳ - x = ۰ \Rightarrow x = ۳ \Rightarrow \text{ابعاد مستطیل} \begin{cases} x = ۳ \text{ طول} \\ y = ۳ - \frac{x}{۲} = \frac{۳}{۲} \text{ عرض} \end{cases}$$

Telegram: @konkur_in

۱۰۱ $۲x + y = ۱۲۰ \Rightarrow y = ۱۲۰ - ۲x \Rightarrow S = xy = x(۱۲۰ - ۲x) = ۱۲۰x - ۲x^۲$

$x = \frac{-b}{۲a} = \frac{۱۲۰}{۴} = ۳۰ \Rightarrow y = ۱۲۰ - ۶۰ = ۶۰$

۱۰۲ $۲x + y = ۶۰ \Rightarrow y = ۶۰ - ۲x \Rightarrow xy = x(۶۰ - ۲x) = ۶۰x - ۲x^۲$

$x = \frac{-b}{۲a} = \frac{۶۰}{۴} = ۱۵ \Rightarrow y = ۶۰ - ۳۰ = ۳۰$

۱۰۳ $D = R \; y' = ۱۲x^۳ - ۲۴x^۲$ (۰/۲۵) $۱۲x^۳ - ۲۴x^۲ = ۰$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow ۱۲x^۲(x - ۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \text{ غیر قابل قبول} & (۰/۲۵) \\ x = ۲ & (۰/۲۵) \end{cases}$

$f(۱) = -۵$ (۰/۲۵) $f(۲) = -۱۶$ (۰/۲۵) مینیمم مطلق $f(۳) = ۲۷$ (۰/۲۵) ماکسیمم مطلق

۱۰۴ وجود ندارد (۰/۲۵) $f'(-۲), f'(۲), f'(۰) = ۰ \Leftarrow$ (۰/۲۵) $f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{۴ - x^۲}}$ (۰/۲۵)، $D_f = [-۲, ۲]$ در نتیجه

$x = ۰, ۲, -۲$ بحرانی هستند.

۱۰۵ $c \in D_f$ را نقطه‌ی بحرانی نامیم هر گاه $f'(c) = ۰$ یا $f'(c)$ موجود نباشد. (۰/۵)

۱۰۶ $y' = ۱ - \frac{۱}{\sqrt{x}}$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{y'=۰}$ $\frac{۱}{\sqrt{x}} = ۱ \Rightarrow x = ۱$ (۰/۲۵)، $D_f = [۰, +\infty)$ (۰/۲۵)

x	۰		۱		$+\infty$
y'		-	۰	+	
y	۰	↘	-۱	↗	$+\infty$

(۰/۵)

در بازه‌ی $[۱, +\infty)$ صعودی است. (۰/۲۵)

۱۰۷ $f'(x) = ۱ - \frac{۴}{x^۲}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow f'(x) = ۰ \Rightarrow$ $x = ۲$ غ ق ق (۰/۲۵) $x = -۲$ $\Rightarrow \begin{cases} f(-۳) = \frac{-۱۳}{۳} & (۰/۲۵) \\ f(-۲) = -۴ & (۰/۲۵) \\ f(-۱) = -۵ & (۰/۲۵) \end{cases}$

تابع در $x = -۲$ ماکسیمم مطلق (۰/۲۵) و در $x = -۱$ مینیمم مطلق دارد. (۰/۲۵)

۱۰۸ $f' = ۳x^۲ - ۶x - ۹ = ۳(x - ۳)(x + ۱) = ۰ \Rightarrow x = ۳, x = -۱$

روی بازه‌ی $(۳, +\infty)$ اکیداً صعودی

روی بازه‌ی $(-\infty, -۱)$ اکیداً صعودی

x	$-\infty$		-۱		۳		$+\infty$
y'		+		−		+	
y		↗		↘		↗	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۹) تابع g در بازه‌ی $[-۱, ۲]$ پیوسته است.

$$g'(x)=\frac{-x}{\sqrt{۴-x^۲}} \Rightarrow g'(x)=۰ \Rightarrow x=۰ \Rightarrow \begin{cases} g(-۱)=\sqrt{۳} \\ g(۰)=۲ \\ g(۲)=۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} x=۰ \text{ طول ماکسیمم مطلق} \\ x=۲ \text{ طول مینیمم مطلق} \end{array}$$

۱۱۰) $f'(x)=۱-\frac{۱}{x^۲}=\frac{x^۲-۱}{x^۲}$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{f'(x)=۰} x=\pm ۱$

(۰/۲۵)

x	$-\infty$		-۱		۰		۱		$+\infty$
y'		+	۰	-	|	-	۰	+	

تابع در بازه‌های $(۱, +\infty)$ و $(-\infty, -۱)$ صعودی (۰/۵) و در بازه‌ی (۱ و۰) و (۰ و۱-) نزولی است (۰/۵) .

۱۱۱) نقاط بحرانی (۰/۲۵) $f'(x)=\frac{-x^۲+۱}{(x^۲+۱)^۲}$ (۰/۵) $\Rightarrow -x^۲+۱=۰ \Rightarrow x=\pm ۱$ (۰/۵) $\Rightarrow \{-۱, ۱\}$

۱۱۲) نقطه‌ی $c \in D_f$ را نقطه‌ی بحرانی تابع f نامند هرگاه $f'(c)$ تعریف نشده باشد یا $f'(c)=۰$. (۰/۷۵)

۱۱۳) $D_f=[-۳, ۳]$ (۰/۲۵)

$f'(x)=\frac{-x}{\sqrt{۹-x^۲}}=۰$ (۰.۲۵) $\Rightarrow x=۰ \Rightarrow$

$f(-۳)=۰$ (۰/۲۵)	مینیمم مطلق (۰/۲۵)
$f(۰)=۳$ (۰/۲۵)	ماکسیمم مطلق (۰/۲۵)
$f(۳)=۰$ (۰/۲۵)	مینیمم مطلق (۰/۲۵)

۱۱۴) $f(-۱)=\frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵)

$f'(x)=\frac{-۲x}{(۱+x^۲)^۲}$ (۰/۵) $\xrightarrow{f'(x)=۰} x=۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow f(۰)=۱$ (۰/۲۵) ماکسیمم مطلق (۰/۲۵)

$f(۲)=\frac{۱}{۵}$ (۰/۲۵) مینیمم مطلق (۰/۲۵)

۱۱۵) $y'=\frac{۲۷-۳x^۲}{(۹+x^۲)^۲}=۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x=\pm ۳$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ غ ق ق

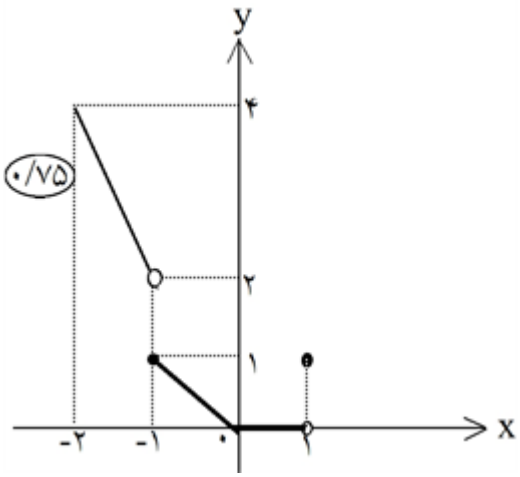
$$\begin{cases} f(۰)=۰ \\ f(۳)=\frac{۱}{۲} \text{ (۰/۷۵)} \\ f(۴)=\frac{۱۲}{۲۵} \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} x=۰ \text{ طول مینیمم مطلق (۰/۲۵)} \\ x=۳ \text{ طول ماکسیمم مطلق (۰/۲۵)} \end{array}$$

Telegram: @konkur_in

۱۱۶ $f(x) = x[x], [-۲, ۱]$

نقطه‌ی $(۰, ۰)$ ، نقطه‌ی می‌نیمم نسبی تابع است. (۰/۲۵)

و برای هر $۰ < x < ۱$ ، تابع هم دارای ماکسیمم نسبی و هم دارای می‌نیمم نسبی است. (۰/۵)



۱۱۷ $(۰, ۰) \in$ منحنی $\Rightarrow c = ۰$ (۰/۲۵)

$(۱, -۲) \in$ منحنی $-۲ = ۱ + a + b \rightarrow a + b = -۳$ (۰/۲۵)

$y' = ۳x^۲ + ۲ax + b \Rightarrow ۲a + b = -۳$ (۰/۵)، $\begin{cases} a + b = -۳ \\ ۲a + b = -۳ \end{cases} \Rightarrow a = ۰, b = -۳$ (۰/۵)

۱۱۸ $A\begin{vmatrix} -۱ \\ -۳ \end{vmatrix} \in$ تابع $\Rightarrow -۳ = a(-۱)^۳ + b(-۱) \Rightarrow -a - b = -۳$ (۰/۲۵)

$y' = ۳ax^۲ + b \Rightarrow ۰ = ۳a(-۱)^۲ + b \Rightarrow ۳a + b = ۰$ (۰/۲۵)

$\begin{cases} -a - b = -۳ \\ ۳a + b = ۰ \end{cases} \Rightarrow ۲a = -۳ \Rightarrow a = \frac{-۳}{۲} \quad b = \frac{۹}{۲}$ (۰/۵)

۱۱۹ $A(۱, ۲) \Rightarrow f(x) = y \Rightarrow ۲ = a(۱)^۲ + b(۱) + ۳ \Rightarrow a + b = -۱$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y' = ۲ax + b$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$

$y'(۱) = ۰ \Rightarrow ۲a(۱) + b = ۰ \Rightarrow ۲a + b = ۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \begin{cases} a + b = -۱ \\ ۲a + b = ۰ \end{cases} \Rightarrow a = ۱$ (۰/۲۵)، $b = -۲$ (۰/۲۵)

۱۲۰ $S = \frac{xy}{۲}, x + y = ۱۸ \Rightarrow y = ۱۸ - x$

$S = ۹x - \frac{x^۲}{۲} \Rightarrow S' = ۹ - x = ۰ \Rightarrow x = ۹ \Rightarrow y = ۹$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۲۱ روش اول: $y = -x^۲ + bx + ۳$

$y_{Max} = ۵ \Rightarrow \frac{۴ac - b^۲}{۴a} = ۵$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{-۱۲ - b^۲}{-۴} = ۵ \Rightarrow b = \pm ۲\sqrt{۲}$ (۰/۵)

روش دوم: $y' = -۲x + b = ۰ \Rightarrow x = \frac{b}{۲}$ (۰/۲۵)

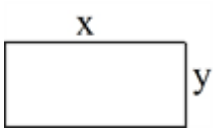
$۵ = -\frac{b^۲}{۴} + \frac{b^۲}{۲} + ۳ \Rightarrow ۲ = \frac{-b^۲ + ۲b^۲}{۴} \Rightarrow b^۲ = ۸ \Rightarrow b = \pm ۲\sqrt{۲}$ (۰/۵)

Telegram: @konkur_in

۱۲۲ محیط $= ۲(x+y) = ۸۰ \Rightarrow x+y = ۴۰ \Rightarrow y = ۴۰ - x$

مساحت $= S = xy = x(۴۰-x) = ۴۰x - x^۲$

$S' = ۴۰ - ۲x = ۰ \Rightarrow x = ۲۰ , y = ۲۰$



۱۲۳ روش اول: $y = x^۲ + bx + ۳$

$y = \frac{۴ac - b^۲}{۴a} = \frac{۱۲ - b^۲}{۴} = ۲ \Rightarrow b = \pm ۲$

روش دوم: $y' = ۲x + b = ۰ \Rightarrow x = -\frac{b}{۲}$

$\left(-\frac{b}{۲}, ۲\right) \Rightarrow ۲ = \left(-\frac{b}{۲}\right)^۲ + b\left(-\frac{b}{۲}\right) + ۳ \Rightarrow b^۲ = ۴ \Rightarrow b = \pm ۲$

۱۲۴ $S = xy \Rightarrow xy = ۶۴ \Rightarrow y = \frac{۶۴}{x}$ (x = طول و y = عرض)

$P = ۲(x+y) = ۲(x+y) = ۲\left(x + \frac{۶۴}{x}\right) = ۲x + \frac{۱۲۸}{x}$

$P' = ۲ - \frac{۱۲۸}{x^۲} = ۰ \Rightarrow x = ۸ \Rightarrow y = ۸$

۱۲۵ منحنی $(۱,۲) \Rightarrow ۲ = a + b + c$

$y' = ۲ax + b \Rightarrow ۰ = ۲a + b$

منحنی $(۰,۳) \Rightarrow ۳ = c$

$\begin{cases} a + b = -۱ \\ ۲a + b = ۰ \end{cases} \Rightarrow a = ۱$ و $b = -۲$

۱۲۶ $y' = ۲x + ۲a \rightarrow ۰ = ۴ + ۲a \rightarrow a = -۲$

$۴ = ۴ + ۴a + b \rightarrow ۴a + b = ۰ \rightarrow -۸ + b = ۰ \rightarrow b = ۸$

۱۲۷ $(۰,۲) \xrightarrow{\text{در تابع}} ۲ = c$

$(۱,۰) \xrightarrow{\text{در تابع}} ۰ = a(۱)^۲ + b(۱) + ۲ \Rightarrow a + b = -۲$ (۱)

$y' = ۳ax^۲ + b \Rightarrow ۳a(۱)^۲ + b = ۰ \Rightarrow ۳a + b = ۰$ (۲)

(۱) و (۲) $\Rightarrow \begin{cases} a + b = -۲ \\ ۳a + b = ۰ \end{cases} \Rightarrow a = +۱ , b = -۳$

۱۲۸ $(۱,-۲) \xrightarrow{\text{در تابع}} -۲ = ۱ + a + b \Rightarrow a + b = -۳$

$y' = ۳x^۲ + a = ۰ \Rightarrow ۰ = ۳(۱)^۲ + a \Rightarrow a = -۳ , b = ۰$

۱۲۹ $y' = ۲ax + ۴ \quad \Rightarrow y'(-۱) = ۰ \rightarrow -۲a + ۴ = ۰ \rightarrow a = ۲$

Telegram: @konkur_in

۱۳۰ $f(x)=۲ax+b \to f'(x)=۰ \Rightarrow ۲ax+b=۰ \Rightarrow x=-۱ \to -۲a+b=۰$

$(-۱,۵) \in$ منحنی $\Rightarrow ۵=a(-۱)^۲+b\times(-۱)+۴ \Rightarrow a-b=۱$

$$\begin{cases} a-b=۱ \\ -۲a+b=۰ \end{cases} \Rightarrow -a=۱ \Rightarrow a=-۱, b=-۲$$

۱۳۱ $$\left.\begin{matrix} x+y=۱۰۰ \\ y=۱۰۰-x \end{matrix}\right\} \Rightarrow S=x.y \Rightarrow S=x(۱۰۰-x) \Rightarrow S=۱۰۰x-x^۲ \Rightarrow S'=۱۰۰-۲x=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۵۰ \\ y=۵۰ \end{cases}$$

۱۳۲ $(۱,-۲) \Rightarrow y=x^۳+ax+b \Rightarrow -۲=۱+a+b \Rightarrow a+b=-۳$

$y'=۳x^۲+a \Rightarrow ۰=۳(۱)^۲+a \Rightarrow a=-۳, b=۰$

۱۳۳ ابعاد مستطیل $x, y=\frac{۴-x}{۲}$ مساحت $S=x\left(\frac{۴-x}{۲}\right)=۲x-\frac{x^۲}{۲} \Rightarrow S'=۲-x=۰ \ x=۲, y=۱$

۱۳۴ $۲(x+y)=۲۰۰ \to x+y=۱۰۰ \to y=۱۰۰-x(I)$

$S=xy \xrightarrow{\text{از } (I)} x(۱۰۰-x)=۱۰۰x-x^۲$

$\Rightarrow S(x)=-x^۲+۱۰۰x$: تابع مساحت بر حسب متغیر x

$S'(x)=۱۰۰-۲x \xrightarrow{s'(x)=۰} x=۵۰$

$\xrightarrow{\text{در } (I)} y=۵۰$

۱۳۵ $x^۲+y^۲=۵ \Rightarrow y=\sqrt{۵-x^۲}$

محیط $=۲(۲x+y)=۲(۲x+\sqrt{۵-x^۲}) \Rightarrow f'(x)=۲\left(۲-\frac{۲x}{۲\sqrt{۵-x^۲}}\right)=۰$

$x=۲, y=۱$ ۲۱ است و ابعاد مستطیل

۱۳۶ $a-b=۱۰ \Rightarrow a=b+۱۰$

$P=ab=(b+۱۰)b=b^۲+۱۰b \Rightarrow P'=۲b+۱۰=۰ \Rightarrow b=-۵, a=۵$

۱۳۷ از C تا D و A, B, C, D : نقاط بحرانی

ندارد از $\begin{cases} \text{Min مطلق} \\ \text{Max مطلق} \end{cases}$

Min نسبی : A, D و D تا C

Max نسبی : B, C و D تا C

Telegram: @konkur_in

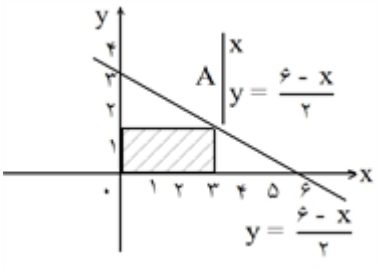
۱۳۸

مساحت مستطیل $S = x.y \xrightarrow{y=\frac{۶-x}{۲}} S = x\left(\frac{۶-x}{۲}\right)$

تابع مساحت مستطیل $\Rightarrow S(x) = ۳x - \frac{۱}{۲}x^{۲}$

طول مستطیل $\Rightarrow S'(x) = ۳ - x \xrightarrow{S'(x)=۰} ۳ - x = ۰ \Rightarrow x = ۳$

عرض مستطیل $\Rightarrow y = \frac{۶-۳}{۳} = \frac{۳}{۲}$



۱۳۹

$$y = \frac{x^{۲}+۳}{ax+b} \rightarrow y' = \frac{۲x(ax+b) - a(x^{۲}+۳)}{(ax+b)^{۲}}$$

$$\begin{cases} f(۱) = ۲ \Rightarrow \frac{(۱)^{۲}+۳}{a(۱)+b} = ۲ \\ f'(۱) = ۰ \Rightarrow \frac{۲(۱)(a+b)-a(۱+۳)}{(a+b)^{۲}} = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b = ۲ \\ -۲a+۲b = ۰ \end{cases} \Rightarrow a = ۱, b = ۱$$

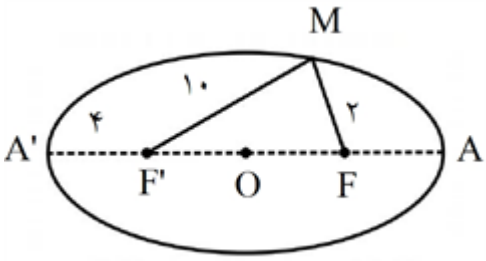
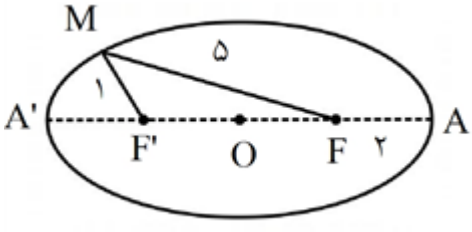
www.konkur.in

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

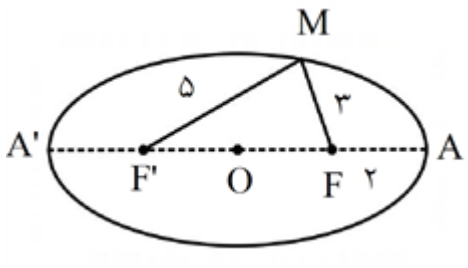
نام :	باسمه تعالی	نوبت امتحانی :
نام خانوادگی :		پایه :
نام پدر :		ساعت شروع :
شماره دانش آموزی :		مدت امتحان :
نام درس : ریاضی دوازدهم - فصل ۶		تاریخ برگزاری ۱۴۰۴/۱۰/۲۵

تصحیح			تجدید نظر		
نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:		نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	
تاریخ و امضا:	نمره با حروف:		تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	

ردیف	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	خطی در نقطهٔ $A(-۱, ۲)$ بر دایره‌ای به مرکز $O(۲, ۶)$ مماس است: الف) معادلهٔ این دایره را بنویسید. ب) معادلهٔ این خط مماس را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۲	معادلهٔ دایره‌ای به مرکز $O(۱, -۲)$ برابر $(c-۲)x^۲ + y^۲ + ax + by - ۶c - ۲ = ۰$ است: الف) a, b, c را به‌دست آورید. ب) شعاع دایره را تعیین کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۳	در بیضی زیر محیط مثلث $\overset{\triangle}{MFF'}$ را به‌دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۴	با توجه به شکل زیر اگر مرکز بیضی $O(-۱, ۳)$ باشد، مختصات دو سر قطر کوچک بیضی را تعیین کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵	با توجه به شکل زیر خروج از مرکز بیضی را به‌دست آورید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۶	در یک بیضی افقی، طول قطر بزرگ ۱۰ و قطر کوچک ۲ واحد است. اگر مرکز این بیضی نقطه‌ای به مختصات $(-۱, ۲)$ باشد: الف) خروج از مرکز بیضی را بنویسید. ب) مختصات نقاط دو سر قطر کوچک بیضی را بنویسید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳ -دوازدهم	
۷	اگر مرکز دایرهٔ $x^۲ + y^۲ - ۶x + ay - ۳ = ۰$ نقطهٔ $O(۳, ۲)$ باشد: الف) مقدار a را بیابید. ب) شعاع دایره را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۸	اگر مرکز دایرهٔ $(a+۳)x^۲ + y^۲ + ۲x + by - ۱۰ = ۰$ نقطهٔ $O(-۱, ۵)$ باشد: الف) مقدار a و b را بیابید. ب) شعاع دایره را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۹	اگر مرکز دایرهٔ $(m-۱)x^۲ + y^۲ + ۴x + ky - ۴ = ۰$ نقطهٔ $O(-۲, ۳)$ باشد: الف) مقدار k و m را بیابید. ب) شعاع دایره را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۱۰	اگر مرکز دایرهٔ $x^۲ + y^۲ + ۲x + ay - ۱ = ۰$ نقطهٔ $O(-۱, ۳)$ باشد: الف) مقدار a را بیابید. ب) شعاع دایره را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۱۱	در یک بیضی فاصله کانونی $\frac{۳}{۴}$ برابر طول قطر کوچک آن است. خروج از مرکز بیضی را بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۱۲	در یک بیضی فاصله کانونی سه برابر طول قطر کوچک آن است. خروج از مرکز بیضی را بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۱۳	در یک بیضی فاصله کانونی نصف طول قطر کوچک آن است. خروج از مرکز بیضی را بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	

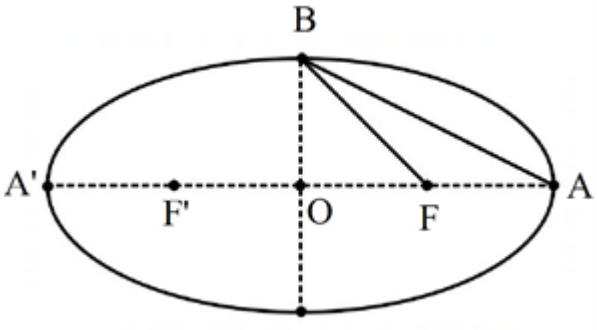
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۴	در یک بیضی فاصله کانونی دو برابر طول قطر کوچک آن است. خروج از مرکز بیضی را بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۱۵	تابع $y = \frac{x}{۲} - ۱$ با دامنهٔ $[-۲, ۴]$ حول محور y ها دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۱۶	تابع $y = ۱ - ۲x$ با دامنهٔ $[-۲, ۱]$ حول محور y ها دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۱۷	تابع $y = ۱ - ۳x$ با دامنهٔ $[۰, ۳]$ حول محور y ها دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۱۸	تابع $y = ۲ - ۳x$ با دامنهٔ $[۰, ۲]$ حول محور y ها دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۱۹	تابع $y = ۳ - ۲x$ با دامنهٔ $[۰, ۳]$ حول محور y ها دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۰	یک ذوزنقهٔ قائم‌الزاویه به ساق قائم ۸ و قاعده‌های ۱ و ۳ واحد را حول ساق قائم دوران می‌دهیم. حجم شکل را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۱	یک ذوزنقهٔ قائم‌الزاویه به ساق قائم ۶ و قاعده‌های ۱ و ۳ واحد را حول ساق قائم دوران می‌دهیم. حجم شکل را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۲	یک ذوزنقهٔ قائم‌الزاویه به ساق قائم ۳ و قاعده‌های ۲ و ۵ واحد را حول ساق قائم دوران می‌دهیم. حجم شکل را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۳	یک ذوزنقهٔ قائم‌الزاویه به ساق قائم ۵ و قاعده‌های ۴ و ۶ واحد را حول ساق قائم دوران می‌دهیم. حجم شکل را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۴	خط به معادلهٔ $۴x - ۳y + m = ۰$ ، دایره به معادلهٔ $x^۲ + y^۲ - ۴x + ۲y + ۱ = ۰$ را قطع نمی‌کند. حدود m را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۵	نقطهٔ $A(۱, ۳)$ روی محیط دایرهٔ $(k-۱)x^۲ + y^۲ + ۴x - ۶y + m - ۱ = ۰$ قرار دارد: الف) m و k را حساب کنید. ب) مختصات مرکز و شعاع دایره را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	

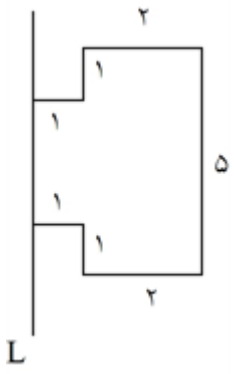
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۶	اگر نقطهٔ $A(-۱, ۱)$ روی محیط دایرهٔ $x^۲ + y^۲ - ۲x + ۴y + ۲k - ۱ = ۰$ باشد: الف) k را حساب کنید. ب) شعاع و مرکز دایره را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۷	اگر نقطهٔ $A(۱, -۲)$ خارج از دایرهٔ $x^۲ + y^۲ - ۴x - ۲y + m = ۲$ باشد، حدود m را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۸	اگر نقطهٔ $A(۱, ۱)$ درون دایرهٔ $x^۲ + y^۲ - ۴x + ۲y + m = ۰$ باشد، حدود m را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲۹	اگر خطی در نقطهٔ $(-۸, ۵)$ بر دایره‌ای به مرکز $O(۱, ۲)$ مماس باشد، معادلهٔ خط مماس را بنویسید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۳۰	دایرهٔ $C_۱$ به مرکز $(۲, ۱)$ و شعاع ۳ با دایرهٔ $C_۲$ به مرکز $(-۱, ۵)$ مماس بیرون هستند. الف) اندازهٔ شعاع $C_۲$ را به‌دست آورید. ب) معادلهٔ گستردهٔ دایرهٔ $C_۲$ را بنویسید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۳۱	خط به معادله $x + y + ۲ = ۰$ ، دایره به معادلهٔ $x^۲ + y^۲ + ۶x - ۲y + ۸ = ۰$ را در دو نقطه قطع می‌کند. مختصات این نقاط را به‌دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۳۲	طول وتری که خط $۲x + y - ۲ = ۰$ از دایرهٔ $(x + ۱)^۲ + (y + ۱)^۲ = ۶۴$ جدا می‌کند را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۳۳	در بیضی زیر، کانون‌ها به مختصات $F(۵, ۱)$ و $F'(-۷, ۱)$ و یک رأس قطر بزرگ آن $A(۹, ۱)$ می‌باشد. الف) مختصات مرکز و فاصله کانونی را حساب کنید. ب) معادله قطر کوچک بیضی را بنویسید. ج) خروج از مرکز بیضی را به دست آورید د) مساحت مثلث BFA را محاسبه کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-دوازدهم	

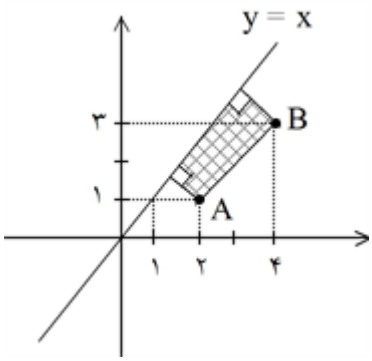
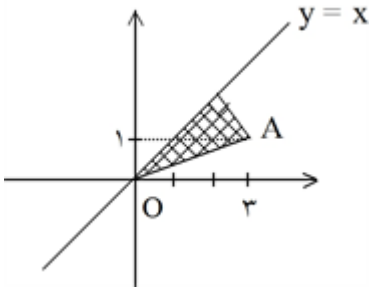
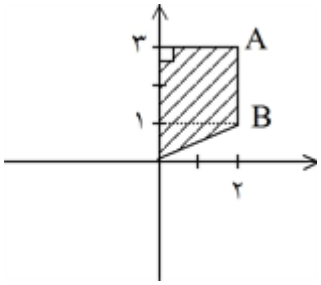
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۴	حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. ([] نماد جزء صحیح است.) الف) $\lim_{x\to ۹^-} (۲x - ۱)$ ب) $\lim_{x\to (-۱)^+} \sqrt{x+۱}$ پ) $\lim_{x\to ۷} [x]$ ت) $\lim_{x\to ۳} \frac{x^۳ - ۲۷}{x - ۳}$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-یازدهم	
۳۵	در شکل زیر حجم حاصل از دوران حول خط L را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۳۶	معادله‌ی دایره‌ای بنویسید که مرکز آن $O(۲,۵)$ باشد و بر خط گذرنده از $A(۱,۲)$ و $B(۷,-۱)$ مماس باشد. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۳۷	در دایره‌ی $x^۲ + y^۲ + ۲x - ۱۰y + ۲۲ = ۰$ مختصات مرکز و شعاع دایره را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۳۸	در دایره‌ی $x^۲ + y^۲ - ۲x + ۴y - ۴ = ۰$ مختصات مرکز و شعاع دایره را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۳۹	در دایره‌ی $x^۲ + y^۲ + ۲x - ۶y - ۱۵ = ۰$، معادله‌ی خط عمود بر دایره و گذرنده از $A(-۲,۷)$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۴۰	معادله دایره‌ای بنویسید که مرکز آن محل برخورد دو خط $x + y = ۳$ و $۲x - y = ۶$ باشد و بر نیمساز ربع اول و سوم مماس باشد. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	

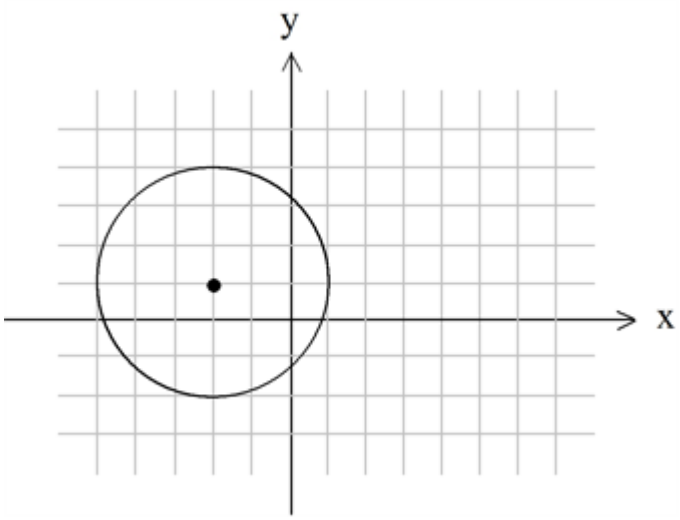
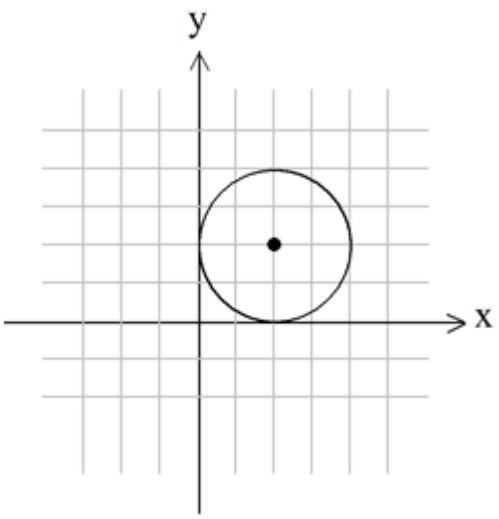
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۱	در شکل روبه‌رو $A(۲,۱)$ و $B(۴,۳)$ است. اگر شکل هاشورخورده حول نیمساز ربع اول دوران کند، چه حجمی ساخته می‌شود؟  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۴۲	در شکل روبه‌رو $A(۳,۱)$ است. اگر شکل هاشورخورده حول نیمساز ربع اول دوران کند چه حجمی ساخته می‌شود؟  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۴۳	در شکل زیر $A(۲,۳)$ و $B(۲,۱)$ است. اگر شکل هاشورخورده حول محور yها دوران کند چه حجمی ساخته می‌شود؟  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۴۴	دو دایره‌ی $x^۲+y^۲-۴x-۸y+۱۸=۰$ و $x^۲+y^۲-۲x-۱۰y-۶=۰$ نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۴۵	دو دایره‌ی $x^۲+y^۲+۶x-۲y+۸=۰$ و $x^۲+y^۲-۲x-۱۰y+۱۸=۰$ نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۴۶	اگر خط $y=۲x+۱$ بر دایره به مرکز $O(-۱,۷)$ مماس باشد، معادله دایره را بنویسید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۴۷	اگر خط گذرنده از $A(۲,۱)$ و $B(۱,-۲)$ بر دایره به مرکز $O(۲,-۱)$ مماس باشد، معادله دایره را بنویسید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	

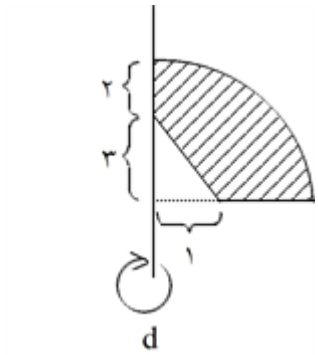
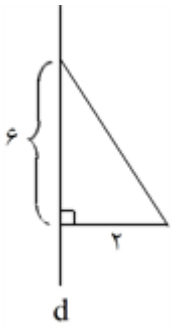
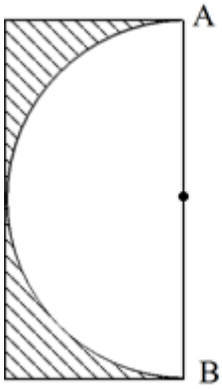
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۸	معادله‌ی دایره‌ای بنویسید که مرکز آن $O(۱,-۲)$ و بر خط $۳x-۴y+۹=۰$ مماس باشد. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۴۹	معادله‌ی دایره‌ی زیر را بنویسید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۵۰	معادله‌ی دایره زیر را بنویسید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۵۱	معادله دایره‌ای بنویسید که $A(۳,۲)$ و $B(-۱,۴)$ دو سر قطر آن باشد. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۵۲	معادله قطری از دایره‌ی $x^۲+y^۲-۲x+۸y+۱=۰$ بنویسید که از نقطه‌ی $A(۲,۴)$ بگذرد. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۵۳	اگر خط $y=۲x+a$ بر دایره‌ی $x^۲+y^۲-۴x-۲y=۰$ مماس باشد، مقادیر a را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۵۴	دو دایره‌ی $x^۲+y^۲-۲x+۴y-۸۵=۰$ و $x^۲+y^۲+۲x-۸y+۷=۰$ نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	

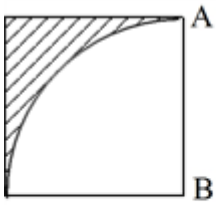
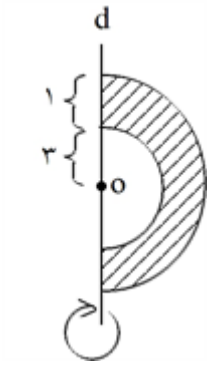
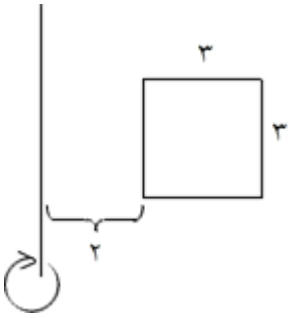
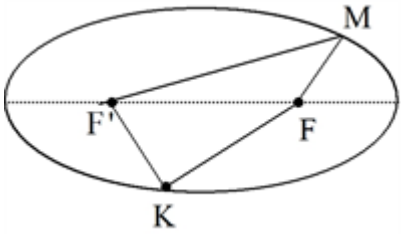
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۵	دو دایره‌ی $x^۲+y^۲-۲x+۴y-۱۵=۰$ و $x^۲+y^۲-۴x-۱=۰$ چه وضعیتی نسبت به یک‌دیگر دارند؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۵۶	دو دایره‌ی $x^۲+y^۲-۱۰x-۴y+۲۱=۰$ و $x^۲+y^۲+۴x-۲y-۱۳=۰$ چه وضعیتی نسبت به هم دارند؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۵۷	در دایره‌ی $(a-۳)x^۲+y^۲+۲x-ay+۱=۰$: الف) مقدار a را حساب کنید. ب) مختصات مرکز دایره را حساب کنید. ج) شعاع دایره را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۵۸	حجم حاصل از دوران شکل هاشورخورده روبه‌رو حول خط d را حساب کنید. (شکل یک ربع دایره است که یک مثلث از آن جدا شده است.)  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۵۹	در شکل روبه‌رو حجم حاصل از دوران حول خط d را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۶۰	در مستطیل و نیم‌دایره‌ی داده شده، حجم قسمت هاشورخورده که حول ضلع AB دوران می‌کند را حساب کنید. (عرض مستطیل ۳ واحد است.)  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	

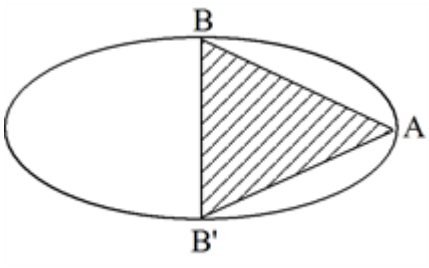
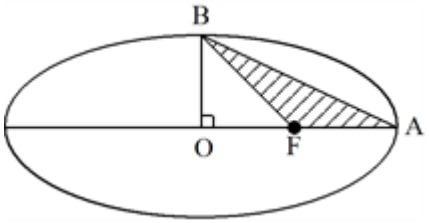
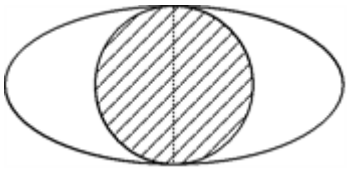
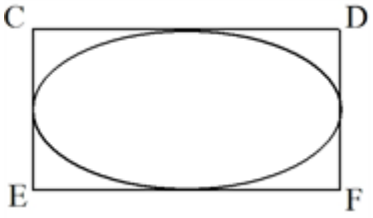
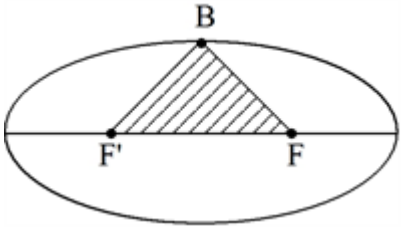
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۱	در مربع زیر اگر شکل هاشورخورده را حول ضلع AB دوران دهیم، حجم حاصل را حساب کنید در صورتی که طول ضلع مربع ۳ واحد باشد.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۶۲	در شکل زیر حجم قسمت هاشورزده را که حول خط d دوران می‌کند حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۶۳	در شکل زیر حجم حاصل از دوران مربع را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۶۴	مرکز یک بیضی $O(۲, -۳)$ و این بیضی بر محورهای مختصات مماس است. خروج از مرکز بیضی را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۶۵	در بیضی زیر اگر فاصله کانونی ۶ و طول قطر کوچک آن ۴ باشد، محیط چهارضلعی FMF'K را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	

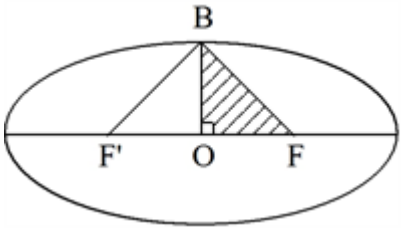
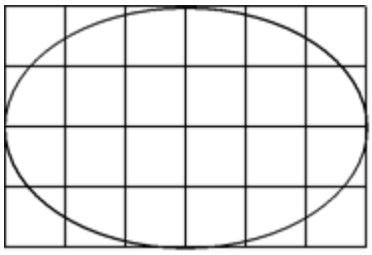
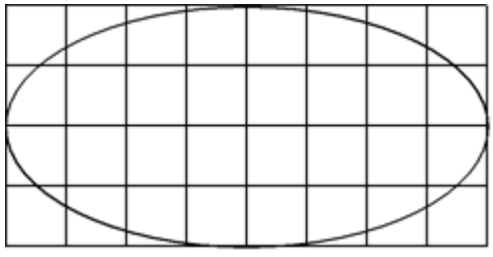
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۶	در بیضی زیر اگر خروج از مرکز بیضی $\frac{۳}{۵}$ و فاصله کانونی ۱۲ باشد، مساحت مثلث هاشورزده شده را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۶۷	در بیضی زیر اگر طول قطرهای آن ۱۰ و $۴\sqrt{۲}$ باشد، مساحت مثلث هاشور زده شده را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۶۸	در بیضی زیر اگر خروج از مرکز بیضی $\frac{۱}{۳}$ و فاصله کانونی ۴ باشد، مساحت دایره هاشور زده شده را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۶۹	در بیضی زیر اگر $a = ۵$ و $c = ۲$ باشد، مساحت مستطیل CDEF را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۷۰	در بیضی زیر اگر طول قطرهای آن ۱۲ و $۴\sqrt{۲}$ باشد، مساحت مثلث هاشور زده شده را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	

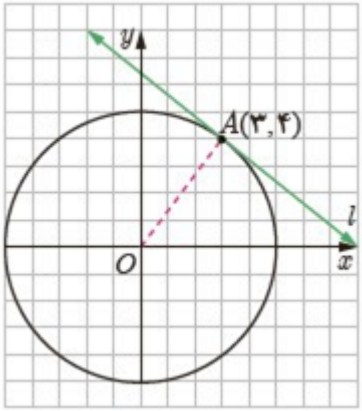
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۱	در بیضی زیر اگر طول قطرهای بیضی ۸ و ۶ باشد مساحت مثلث هاشور زده شده را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۷۲	در یک بیضی اگر طول قطر بزرگ برابر ۱۰ و خروج از مرکز بیضی $\frac{۳}{۵}$ باشد، طول قطر کوچک بیضی را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۷۳	در بیضی اگر طول قطرها $۲\sqrt{۳}$ و ۴ باشند، فاصله کانونی را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۷۴	در یک بیضی $A(۱۰,۱)$، $A'(-۶,۱)$ و $F'(-۲,۱)$ است. مختصات مرکز، کانون و رئوس دیگر بیضی را حساب کنید و سپس بیضی را رسم کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۷۵	در یک بیضی $A(۲,۷)$، $A'(۲,-۳)$ و $F'(۲,۰)$ می‌باشد، مختصات مرکز، کانون و رئوس دیگر بیضی را حساب کنید و سپس بیضی را رسم کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۷۶	خروج از مرکز بیضی زیر را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۷۷	خروج از مرکز بیضی زیر را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۷۸	خروج از مرکز بیضی زیر را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	

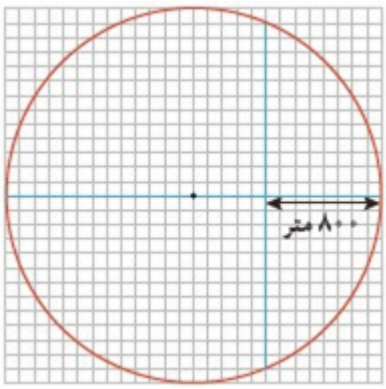
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۹	معادله‌ی دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $(-۱,-۱)$ و با دایره‌ی $x^۲+y^۲-۴x-۶y=۳$ مماس درون باشد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۸۰	مشخص کنید در حالت‌های زیر دو دایره نسبت به هم چه وضعی دارند؟ الف) $x^۲+y^۲-۲x+۴y=۴$ و $x^۲+y^۲+۲x-۴y=۹$ ب) $(x-۲)^۲+(y+۳)^۲=۷$ و $x^۲+(y-۵)^۲=۵$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۸۱	معادله‌ی دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن، نقطه‌ی $(۰,۳)$ و بر خط $۳x-۴y=۳$ مماس باشد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۸۲	اگر بدانیم خط l در نقطه $(۳,۴)$ بر دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات مماس است، معادله‌ی خط مماس چیست؟  مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۸۳	وضع خط های زیر را نسبت به دایره مشخص کنید. الف) $x^۲+y^۲-۴x-۴y+۷=۰$ و $۶x+۴y=۰$ ب) $x^۲+y^۲=۲$ و $y=-x-۲$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۸۴	معادله‌ی گسترده‌ی یک دایره به شکل $x^۲+y^۲+۲x+۲y-۸=۰$ است. مختصات مرکز دایره و اندازه‌ی شعاع آن‌را پیدا کنید و معادله‌ی آن‌را به شکل استاندارد بنویسید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	

Telegram: @konkur_in

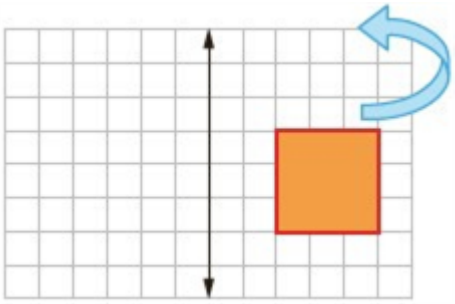
www.konkur.in

۸۵	شهرداری قصد دارد در یک فضای سبز دایره‌ای شکل به شعاع ۱۳۰۰ متر، دو مسیر پیاده‌روی مطابق شکل بسازد. اگر مختصات مرکز دایره $(۱۳, ۱۳)$ و هر واحد برابر ۱۰۰ متر باشد: الف) معادله‌ی این دایره چیست؟ ب) مختصات نقاط برخورد دو مسیر را با دایره پیدا کنید. پ) دو مسیر در چه نقطه‌ای با یک‌دیگر متقاطع‌اند؟ ت) طول مسیر عمودی چه‌قدر است؟  مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۸۶	وضعیت نقاط $(۱, ۰)$، $(۰, -۱)$، $(-۲, -۱)$ ، $(۳, ۲)$ و $(۰, ۰)$ را نسبت به دایره‌ی $x^۲ + y^۲ - ۲x + ۴y + ۱ = ۰$ مشخص کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۸۷	در حالت‌های زیر معادله‌ی دایره را بنویسید: الف) دایره‌ای که از مبدأ مختصات بگذرد و مرکز آن $C(۲, -۱)$ باشد. ب) دایره‌ای که مرکز آن $(۲, ۳)$ و نقطه‌ی $(-۳, -۹)$ نقطه‌ای روی آن باشد. پ) دایره‌ای که نقاط $(۰, ۳)$ و $(-۴, -۱)$ دو سر یکی از قطرهای آن باشند. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۸۸	در هر دایره مختصات مرکز دایره و اندازه‌ی شعاع آن‌را پیدا کنید، محل تقاطع هر دایره با محورهای مختصات، در صورت وجود مشخص کنید و درستی پاسخ خود را به کمک رسم دایره بررسی کنید. الف) $x^۲ + y^۲ - ۶x + ۲y + ۱ = ۰$ ب) $x^۲ + (y + ۳)^۲ - ۴ = ۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۸۹	خروج از مرکز یک بیضی افقی $\frac{۴}{۵}$، مرکز آن $(-۱, -۴)$ و طول قطر کوچک این بیضی ۶ واحد است. الف) طول قطر کانونی و فاصله‌ی کانونی را محاسبه کنید. ب) مختصات نقاط دو سر قطر کوچک و قطر بزرگ و کانون‌های بیضی را پیدا کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۹۰	کانون‌های یک بیضی نقاط $(۱, ۳)$ و $(۱, -۵)$ است. الف) فاصله‌ی کانونی، مختصات مرکز بیضی و معادله‌ی قطرهای بزرگ و کوچک بیضی را بنویسید. ب) اگر $a = ۶$ باشد، اندازه‌ی قطر کوچک و خروج از مرکز بیضی را پیدا کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۹۱	اگر یک لوزی با طول قطرهای ۶ و ۴ حول قطر بزرگ دوران داده شود، حجم شکل حاصل چه‌قدر است؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	

Telegram: @konkur_in

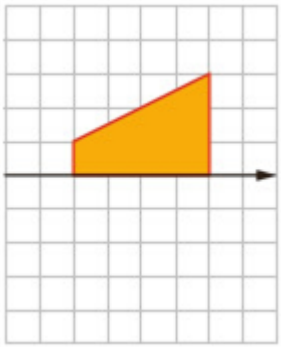
www.konkur.in

۹۲ مربعی با ضلع ۳ واحد مطابق شکل روبه‌رو در فاصله‌ی ۲ واحد از یک خط راست قرار دارد.
الف) شکل حاصل از دوران این مربع حول محور داده شده را رسم و حجم آن‌را محاسبه کنید.
ب) سطح مقطع این شکل را در برخورد با صفحه‌ای موازی با قاعده‌ی آن توصیف کنید.



مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۹۳ در شکل روبه‌رو می‌خواهیم ذوزنقه قائمه را حول محور دوران دهیم.
الف) حجم شکل حاصل را محاسبه کنید.
ب) سطح مقطع این شکل در برخورد با صفحه‌ای که شامل محور دوران باشد، چیست و مساحت آن چه‌قدر است؟



مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی

۹۴ معادله مکان نقاطی را تعیین کنید که عرض نقطه‌های واقع بر دایره‌ی $x^۲ + y^۲ = ۱۶$ را به نسبت $\frac{۳}{۴}$ تقسیم کنند.

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی

۹۵ معادله دو دایره را بنویسید که برای آنها یکی از حالت‌های زیر برقرار باشد.
(الف) $O_۱O_۲ = ۰$ (دو دایره هم‌مرکز)
(ب) $O_۱O_۲ > r_۱ + r_۲$ (دو دایره متخارج)

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی

۹۶ برای هر دسته از معادله دایره‌های مفروض مشخص کنید که آیا این دایره‌ها بر هم مماس داخل یا مماس خارج و یا متقاطع‌اند؟
(الف) $x^۲ + (y-۵)^۲ = ۵$ (ب) $(x-۲)^۲ + (y+۳)^۲ = ۷$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی

۹۷ برای هر دسته از معادله دایره‌های مفروض مشخص کنید که آیا این دایره‌ها بر هم مماس داخل یا مماس خارج و یا متقاطع‌اند؟
(الف) $x^۲ + y^۲ + ۲x - ۴y = ۹$ (ب) $x^۲ + y^۲ - ۲x + ۴y = ۴$

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی

۹۸ برای هر دسته از معادله دایره‌های مفروض مشخص کنید که آیا این دایره‌ها بر هم مماس داخل یا مماس خارج و یا متقاطع‌اند؟
(الف) $x^۲ + y^۲ + ۲x - ۴y = ۰$ (ب) $x^۲ + y^۲ - ۲x + ۴y = ۰$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۹	برای هر دسته از معادله دایره‌های مفروض مشخص کنید که آیا این دایره‌ها بر هم مماس داخل یا مماس خارج و یا متقاطع‌اند؟ (الف) $x^۲+y^۲+۲x-۴y=۰$ (ب) $x^۲+y^۲-۲x+۴y=۴۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	
۱۰۰	ابتدا معادله وتر مشترک دو دایره به معادله‌های زیر را به‌دست آورید. سپس با استفاده از معادله وتر مشترک مختصات نقاط تقاطع دو دایره را به‌دست آورید. $x^۲+y^۲+۲x+۲y-۲۴=۰$ و $x^۲+y^۲+۴x+۲y-۲۰=۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	
۱۰۱	معادله وتر مشترک دو معادله زیر را به‌دست آورید. $x^۲+y^۲+۸x+۲y-۸۲=۰$ و $x^۲+y^۲+۴x+۶y+۱۰=۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	
۱۰۲	معادله دایره‌ای را بنویسید که از نقاط $(۷,۱)$ و $(۰,۰)$ و $(-۱,۶)$ بگذرد. مرکز و شعاع این دایره را بیابید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	
۱۰۳	معادله دایره‌ای را بنویسید که از نقاط $(۰,۰)$ و $(۱۷,۷)$ گذشته و مرکزش بر خط $۶x-۵y=۰$ واقع باشد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	
۱۰۴	اگر فاصله نقطه $M(x,y)$ تا نقطه $A(۶,۰)$ دو برابر فاصله‌اش تا نقطه $B(۰,۳)$ باشد، نشان دهید که مکان M یک دایره خواهد بود. مرکز و شعاع این دایره را تعیین کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	
۱۰۵	معادله دایره‌ای را بنویسید که از نقاط $(۱,۰)$ و $(۶,۰)$ گذشته و برخط $y=۱$ مماس باشد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	
۱۰۶	چه نقاطی در نابرابریهای زیر صدق می‌کنند؟ (الف) $x^۲+۴x+y^۲-۱۲\leqslant ۰$ (ب) $۲x^۲+۲y^۲+x+y>۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	
۱۰۷	مرکز و شعاع دایره زیر را پیدا کنید. سپس دایره را در صفحه مختصات رسم کنید. $۷x^۲+۷y^۲+۱۴۳y=۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	
۱۰۸	مرکز و شعاع دایره زیر را پیدا کنید. سپس دایره را در صفحه مختصات رسم کنید. $x^۲+y^۲-۶x+۲y+۱=۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	
۱۰۹	مرکز و شعاع دایره زیر را پیدا کنید. سپس دایره را در صفحه مختصات رسم کنید. $۳x^۲+۳y^۲+۶x-۱=۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۰	مرکز و شعاع دایره زیر را پیدا کنید. سپس دایره را در صفحه مختصات رسم کنید. $x^۲ + y^۲ + ۲x + ۲y - ۱ = ۰$ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱ الف)

$$R = \mathrm{OA} = \sqrt{(۲-(-۱))^۲ + (۶-۲)^۲} = \sqrt{۹+۱۶} = \sqrt{۲۵} = ۵$$

$$(x-۲)^۲ + (y-۶)^۲ = ۵^۲ \Rightarrow x^۲ - ۴x + ۴ + y^۲ - ۱۲y + ۳۶ = ۲۵$$

$$\Rightarrow x^۲ + y^۲ - ۴x - ۱۲y + ۱۵ = ۰$$

ب) این خط باید بر شعاع دایره در نقطهٔ A عمود باشد. بنابراین شیب OA را به‌دست آورده و سپس قرینه و معکوس می‌کنیم.

$$M_{\mathrm{OA}} = \frac{y_۲ - y_۱}{x_۲ - x_۱} = \frac{۶-۲}{۲-(-۱)} = \frac{۴}{۳} \xrightarrow{\text{قرینه و معکوس}} m' = -\frac{۳}{۴}$$

$$y - y_۱ = m'(x - x_۱) \Rightarrow y - ۲ = -\frac{۳}{۴}(x+۱) \Rightarrow y - ۲ = -\frac{۳}{۴}x - \frac{۳}{۴}$$

$$\Rightarrow y = -\frac{۳}{۴}x - \frac{۳}{۴} + ۲ \Rightarrow y = -\frac{۳}{۴}x + \frac{۵}{۴}$$

بنابراین $y = -\frac{۳}{۴}x + \frac{۵}{۴}$ معادلهٔ خط مماس است.

۲ الف) باید ضرایب $x^۲$ و $y^۲$ برابر باشند.

$$c - ۲ = ۱ \Rightarrow c = ۳$$

$$\xrightarrow{c=۳} x^۲ + y^۲ + \mathrm{a}x + \mathrm{b}y - ۲۰ = ۰$$

$$O\begin{cases} \frac{-a}{۲} = ۱ \Rightarrow a = -۲ \\ \frac{-b}{۲} = -۲ \Rightarrow b = ۴ \end{cases}$$

$$x^۲ + y^۲ - ۲x + ۴y - ۲۰ = ۰$$

ب)

$$R = \frac{۱}{۲}\sqrt{(-۲)^۲ + (۴)^۲ - ۴(-۲۰)} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۴ + ۱۶ + ۸۰} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۱۰۰} = ۵$$

۳

$$\mathrm{MF} + \mathrm{MF}' = ۲\mathrm{a} \Rightarrow ۱۰ + ۲ = ۲\mathrm{a} \Rightarrow a = ۶$$

$$F'A' = a - c = ۴ \xrightarrow{a=۶} ۶ - c = ۴ \Rightarrow c = ۲$$

$$\mathrm{FF}' = ۲\mathrm{c} = ۴$$

$$P_{\overset{\triangle}{F'MF}} = \mathrm{FF}' + \mathrm{MF} + \mathrm{MF}' = ۴ + ۲ + ۱۰ = ۱۶$$

۴

$$\mathrm{MF} + \mathrm{MF}' = ۲\mathrm{a} \Rightarrow ۵ + ۱ = ۲\mathrm{a} \Rightarrow a = ۳$$

$$\mathrm{FA} = a - c = ۲ \xrightarrow{a=۳} ۳ - c = ۲ \Rightarrow c = ۱$$

$$a^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow ۳^۲ = b^۲ + ۱^۲ \Rightarrow b^۲ = ۸ \Rightarrow b = \sqrt{۸} \Rightarrow b = ۲\sqrt{۲}$$

$$O\left|\begin{matrix} -۱ \\ ۳ \end{matrix}\right. \Rightarrow B'\left|\begin{matrix} -۱ \\ ۳ - ۲\sqrt{۲} \end{matrix}\right., B\left|\begin{matrix} -۱ \\ ۳ + ۲\sqrt{۲} \end{matrix}\right.$$

۵

$$\mathrm{MF} + \mathrm{MF}' = ۲\mathrm{a} \Rightarrow ۵ + ۳ = ۲\mathrm{a} \Rightarrow a = ۴$$

$$\mathrm{FA} = a - c = ۲ \xrightarrow{a=۴} ۴ - c = ۲ \Rightarrow c = ۲$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲}$$

Telegram: @konkur_in

۶ الف)

$$۲a = ۱۰ \Rightarrow a = ۵$$

$$۲b = ۲ \Rightarrow b = ۱$$

$$a^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow ۵^۲ = ۱^۲ + c^۲ \Rightarrow c^۲ = ۲۴ \Rightarrow c = \sqrt{۲۴} = ۲\sqrt{۶}$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{۲\sqrt{۶}}{۵}$$

ب)

$$O\begin{vmatrix} -۱ \\ ۲ \end{vmatrix} \Rightarrow B'\begin{vmatrix} -۱ \\ ۲-۱ \end{vmatrix}, B\begin{vmatrix} -۱ \\ ۲+۱ \end{vmatrix} \Rightarrow B'\begin{vmatrix} -۱ \\ ۱ \end{vmatrix}, B\begin{vmatrix} -۱ \\ ۳ \end{vmatrix}$$

۷ الف)

$$۲y + a = ۰ \xrightarrow{y=۲} ۴ + a = ۰ \Rightarrow a = -۴$$

ب)

$$r = \frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲ + b^۲ - ۴c} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۳۶ + ۱۶ + ۱۲} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۶۴} = \frac{۱}{۲} \times ۸ = ۴$$

۸ الف) در معادلهٔ گسترده دایره باید ضریب $x^۲$ و $y^۲$ برابر باشد.

$$a + ۳ = ۱ \Rightarrow a = -۲$$

$$۲y + b = ۰ \xrightarrow{y=۵} ۱۰ + b = ۰ \Rightarrow b = -۱۰$$

ب)

$$r = \frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲ + b^۲ - ۴c} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۴ + ۱۰۰ + ۴۰} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۱۴۴} = \frac{۱}{۲} \times ۱۲ = ۶$$

۹ الف) در معادلهٔ گسترده دایره باید ضریب $x^۲$ و $y^۲$ برابر باشد.

$$m - ۱ = ۱ \Rightarrow m = ۲$$

$$۲y + k = ۰ \xrightarrow{y=۳} ۶ + k = ۰ \Rightarrow k = -۶$$

ب)

$$r = \frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲ + b^۲ - ۴c} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۱۶ + ۳۶ + ۱۶} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۶۸} = \sqrt{۱۷}$$

۱۰ الف)

$$۲y + a = ۰ \xrightarrow{y=۳} ۶ + a = ۰ \Rightarrow a = -۶$$

ب)

$$r = \frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲ + b^۲ - ۴c} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۴ + ۳۶ + ۴} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۴۴} = \sqrt{۱۱}$$

۱۱

$$FF' = \frac{۳}{۴}BB' \Rightarrow ۲c = \frac{۳}{۴}(۲b) \Rightarrow c = \frac{۳}{۴}b$$

$$a^۲ = b^۲ + c^۲ \xrightarrow{c=\frac{۳}{۴}b} a^۲ = b^۲ + \left(\frac{۳}{۴}b\right)^۲ \Rightarrow a^۲ = b^۲ + \frac{۹}{۱۶}b^۲ \Rightarrow a^۲ = \frac{۲۵}{۱۶}b^۲$$

$$\Rightarrow a = \frac{۵}{۴}b$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\frac{۳}{۴}b}{\frac{۵}{۴}b} = \frac{۳}{۵}$$

Telegram: @konkur_in

۱۲ $FF' = ۳BB' \Rightarrow ۲c = ۳(۲b) \Rightarrow c = ۳b$

$a^۲ = b^۲ + c^۲ \xrightarrow{c=۳b} a^۲ = b^۲ + (۳b)^۲ \Rightarrow a^۲ = b^۲ + ۹b^۲ \Rightarrow a^۲ = ۱۰b^۲$

$\Rightarrow a = \sqrt{۱۰}b$

$e = \frac{c}{a} = \frac{۳b}{\sqrt{۱۰}b} = \frac{۳}{\sqrt{۱۰}} = \frac{۳\sqrt{۱۰}}{۱۰}$

۱۳ $FF' = \frac{۱}{۲}BB' \Rightarrow ۲c = \frac{۱}{۲}(۲b) \Rightarrow b = ۲c$

$a^۲ = b^۲ + c^۲ \xrightarrow{b=۲c} a^۲ = (۲c)^۲ + c^۲ \Rightarrow a^۲ = ۴c^۲ + c^۲ = ۵c^۲ \Rightarrow a = \sqrt{۵}c$

$e = \frac{c}{a} = \frac{c}{\sqrt{۵}c} = \frac{۱}{\sqrt{۵}} = \frac{\sqrt{۵}}{۵}$

۱۴ $FF' = ۲BB' \Rightarrow ۲c = ۲(۲b) \Rightarrow c = ۲b$

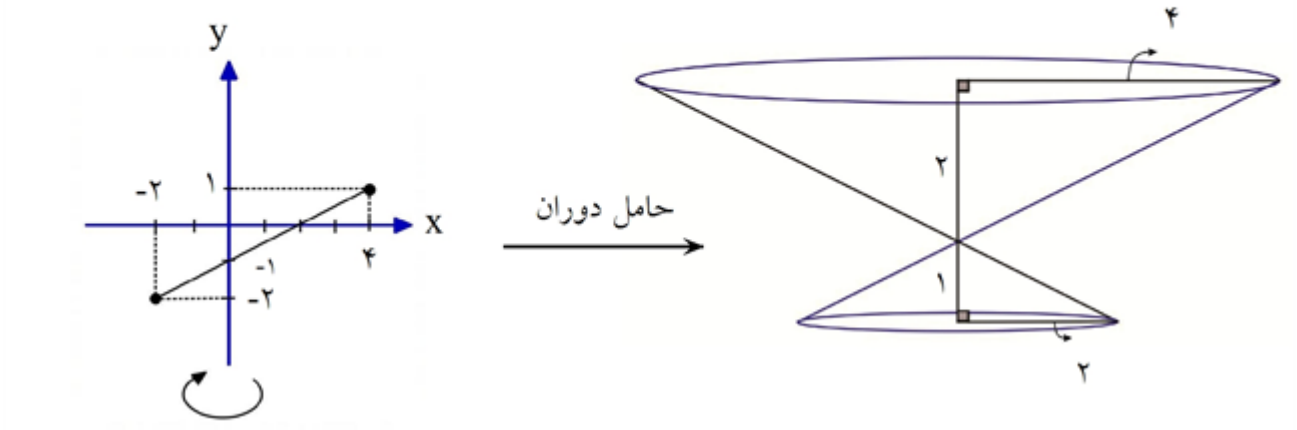
$a^۲ = b^۲ + c^۲ \xrightarrow{c=۲b} a^۲ = b^۲ + (۲b)^۲ \Rightarrow a^۲ = b^۲ + ۴b^۲ \Rightarrow a^۲ = ۵b^۲$

$\Rightarrow a = \sqrt{۵}b$

$e = \frac{c}{a} = \frac{۲b}{\sqrt{۵}b} = \frac{۲}{\sqrt{۵}} = \frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$

۱۵ از دوران حاصل دو مخروط تشکیل می‌شود.

x	-۲	۰	۴
y	-۲	-۱	۱



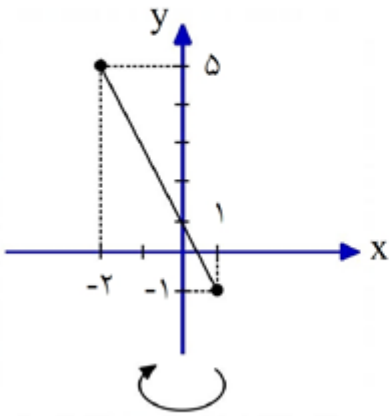
$V_{\text{کل}} = V_{\text{مخروط بزرگ}} + V_{\text{مخروط کوچک}} = \frac{۱}{۳}\pi(۴)^۲(۲) + \frac{۱}{۳}\pi(۲)^۲(۱)$

$V_{\text{کل}} = \frac{۳۲\pi}{۳} + \frac{۴\pi}{۳} = \frac{۳۶\pi}{۳} = ۱۲\pi$

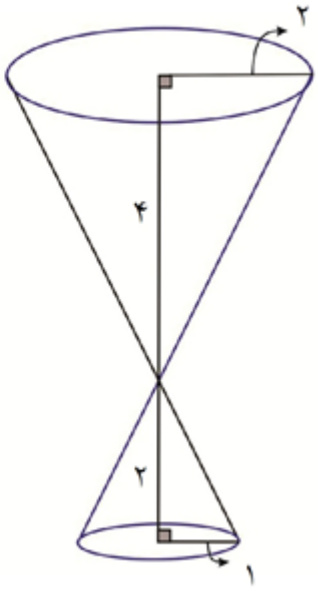
Telegram: @konkur_in

۱۶ از دوران حاصل دو مخروط تشکیل می‌شود.

x	-۲	۰	۱
y	۵	۱	-۱



حامل دوران

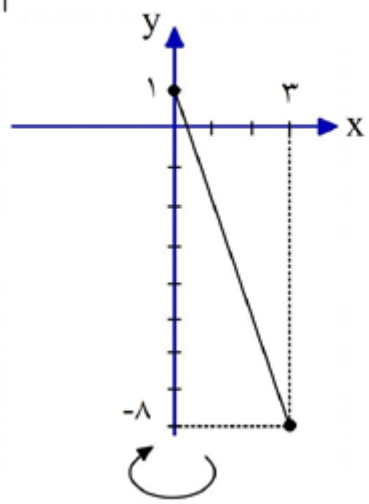


$$V_{\text{کل}} = V_{\text{مخروط بزرگ}} + V_{\text{مخروط کوچک}} = \frac{۱}{۳}\pi(۲)^۲(۴) + \frac{۱}{۳}\pi(۱)^۲(۲)$$

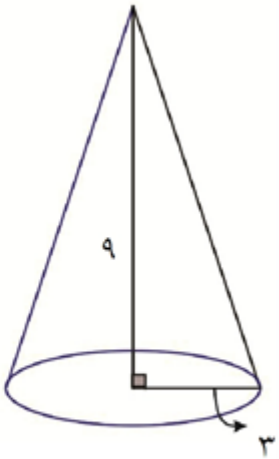
$$V_{\text{کل}} = \frac{۱۶\pi}{۳} + \frac{۲\pi}{۳} = \frac{۱۸\pi}{۳} = ۶\pi$$

۱۷

x	۰	۳
y	۱	-۸



حامل دوران

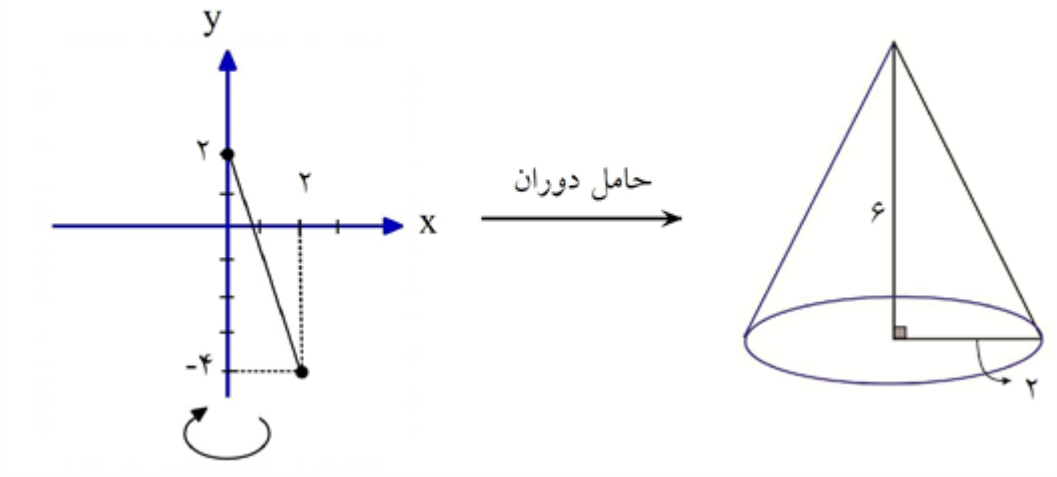


$$V_{\text{مخروط}} = \frac{۱}{۳}\pi r^۲ h = \frac{۱}{۳}\pi(۳)^۲(۹) = ۲۷\pi$$

Telegram: @konkur_in

۱۸

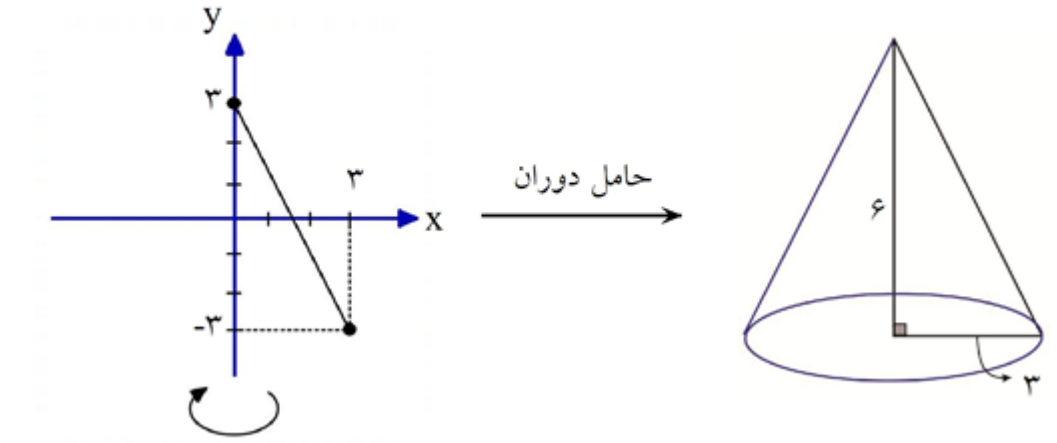
x	۰	۲
y	۲	-۴



$$V_{\text{مخروط}} = \frac{۱}{۳}\pi r^{۲}h = \frac{۱}{۳}\pi(۲)^{۲}(۶) = ۸\pi$$

۱۹

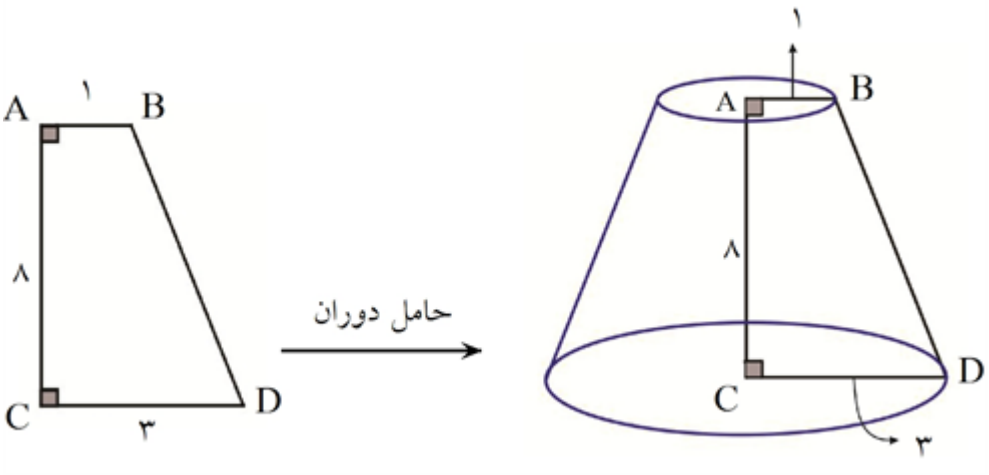
x	۰	۳
y	۳	-۳

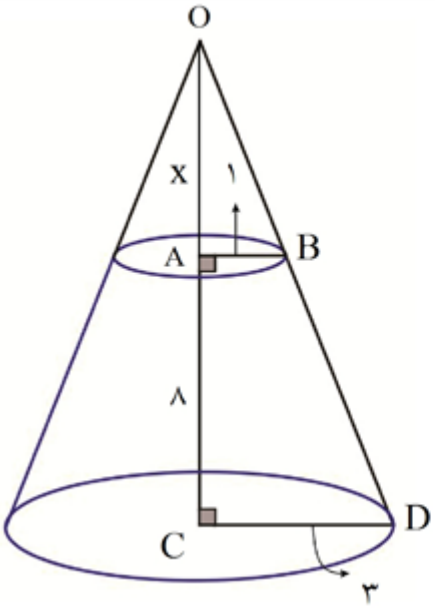


$$V_{\text{مخروط}} = \frac{۱}{۳}\pi r^{۲}h = \frac{۱}{۳}\pi(۳)^{۲}(۶) = ۱۸\pi$$

Telegram: @konkur_in

۲۰ ذوزنقه به صورت زیر است که از دوران حول ساق قائم یک مخروط ناقص حاصل می‌شود.





$$\overset{\triangle}{OCD} : AB \parallel CD \Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{AB}{CD}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x+۸} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow ۳x = x + ۸ \Rightarrow ۲x = ۸ \Rightarrow x = ۴$$

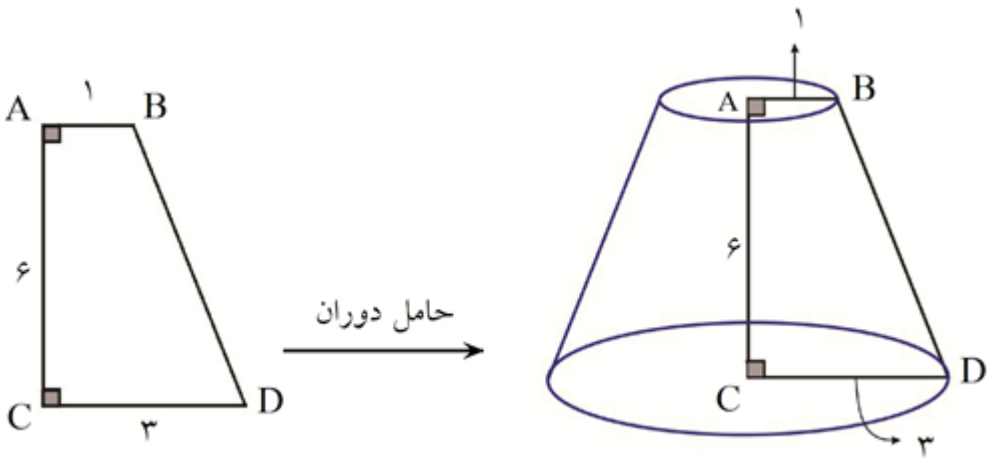
$$\Rightarrow OC = x + ۸ = ۱۲$$

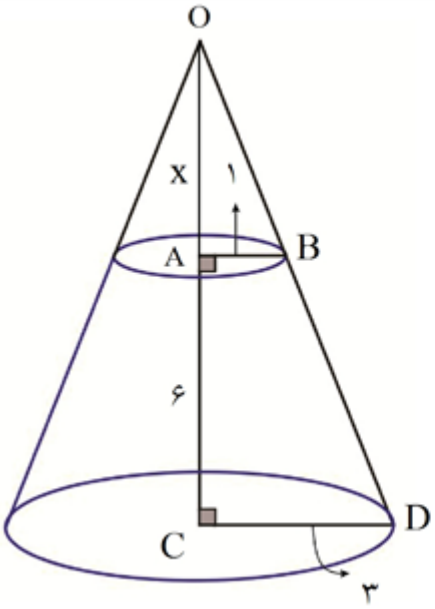
$$V_{\text{مخروط ناقص}} = V_{\text{مخروط بزرگ}} - V_{\text{مخروط کوچک}} = \frac{۱}{۳}\pi(۳)^۲(۱۲) - \frac{۱}{۳}\pi(۱)^۲(۴)$$

$$V_{\text{مخروط ناقص}} = ۳۶\pi - \frac{۴\pi}{۳} = \frac{۱۰۴\pi}{۳}$$

Telegram: @konkur_in

۲۱ ذوزنقه به صورت زیر است که از دوران حول ساق قائم یک مخروط ناقص حاصل می‌شود.





$$\overset{\triangle}{OCD} : AB \parallel CD \Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{AB}{CD}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x+۶} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow ۳x = x + ۶ \Rightarrow ۲x = ۶ \Rightarrow x = ۳$$

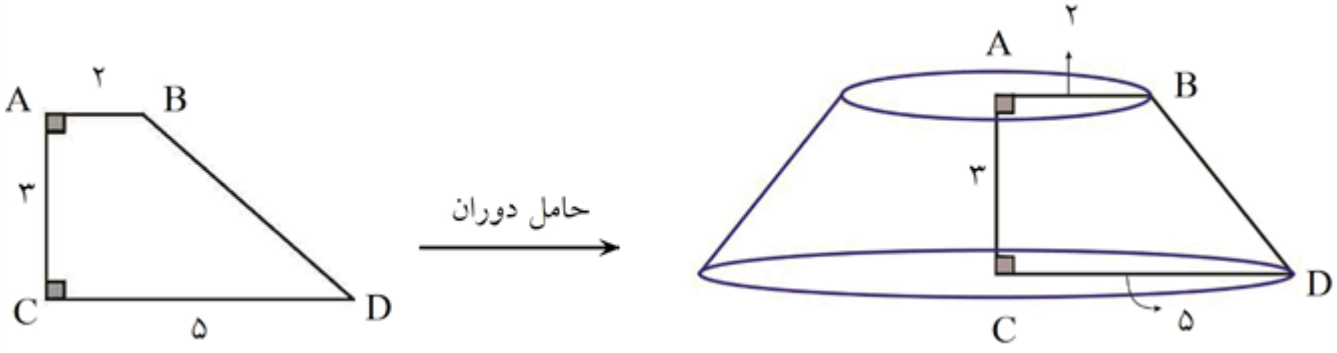
$$\Rightarrow OC = x + ۶ = ۹$$

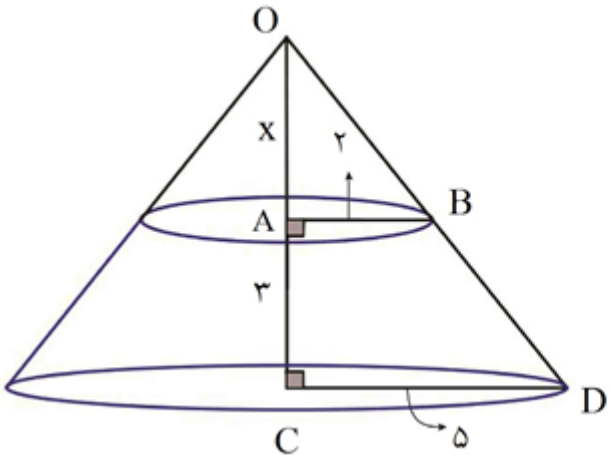
$$V_{\text{مخروط ناقص}} = V_{\text{مخروط بزرگ}} - V_{\text{مخروط کوچک}} = \frac{۱}{۳}\pi(۳)^۲(۹) - \frac{۱}{۳}\pi(۱)^۲(۳)$$

$$V_{\text{مخروط ناقص}} = ۲۷\pi - \pi = ۲۶\pi$$

Telegram: @konkur_in

۲۲ ذوزنقه به صورت زیر است که از دوران حول ساق قائم یک مخروط ناقص حاصل می‌شود.





$$\triangle OCD : AB \parallel CD \Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{AB}{CD}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x+۳} = \frac{۲}{۵} \Rightarrow ۵x = ۲x + ۶$$

$$\Rightarrow ۳x = ۶ \Rightarrow x = ۲$$

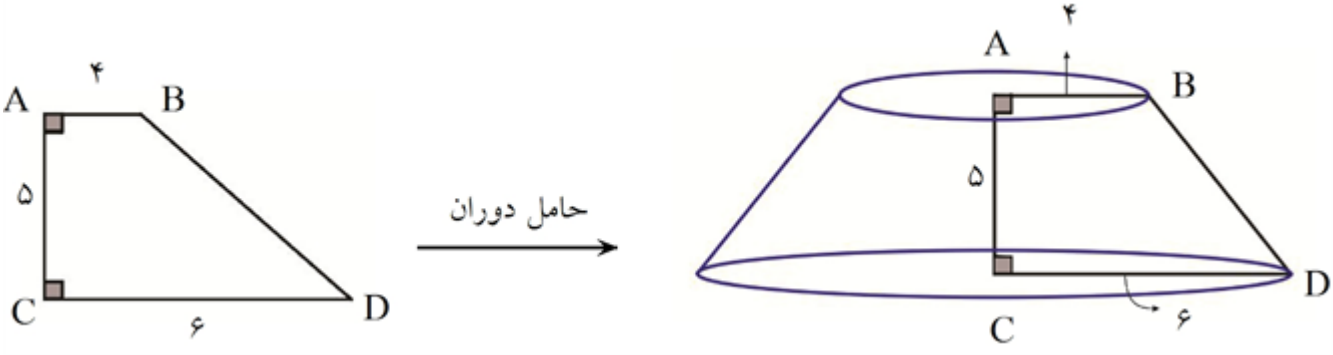
$$\Rightarrow OC = x + ۳ = ۵$$

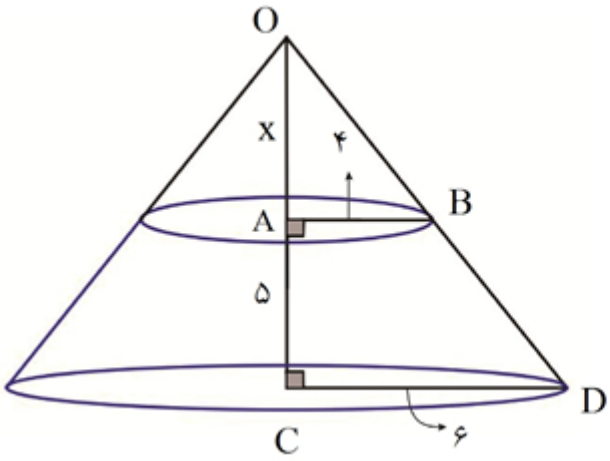
$$V_{\text{مخروط ناقص}} = V_{\text{مخروط بزرگ}} - V_{\text{مخروط کوچک}} = \frac{۱}{۳}\pi(۵)^۲(۵) - \frac{۱}{۳}\pi(۲)^۲(۲)$$

$$V_{\text{مخروط ناقص}} = \frac{۱۲۵\pi}{۳} - \frac{۸\pi}{۳} = \frac{۱۱۷\pi}{۳} = ۳۹\pi$$

Telegram: @konkur_in

۲۳ ذوزنقه به صورت زیر است که از دوران حول ساق قائم یک مخروط ناقص حاصل می‌شود.





$$\overset{\triangle}{OCD} : AB \parallel CD \Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{AB}{CD}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x+۵} = \frac{۴}{۶} \Rightarrow ۶x = ۴x + ۲۰$$

$$\Rightarrow ۲x = ۲۰ \Rightarrow x = ۱۰$$

$$\Rightarrow OC = x + ۵ = ۱۵$$

$$V_{\text{مخروط ناقص}} = V_{\text{مخروط بزرگ}} - V_{\text{مخروط کوچک}} = \frac{۱}{۳}\pi(۶)^۲(۱۵) - \frac{۱}{۳}\pi(۴)^۲(۱۰)$$

$$V_{\text{مخروط ناقص}} = ۱۸۰\pi - \frac{۱۶۰\pi}{۳} = \frac{۳۸۰\pi}{۳}$$

۲۴ وقتی خط دایره را قطع نمی‌کند یعنی خارج دایره قرار دارد و برای آنکه خط خارج دایره باشد، باید فاصلهٔ خط تا مرکز دایره را بزرگ‌تر از شعاع قرار دهیم.

$$\begin{cases} ۲x - ۴ = ۰ \Rightarrow x = ۲ \\ ۲y + ۲ = ۰ \Rightarrow y = -۱ \end{cases} \Rightarrow O(۲, -۱)$$

$$d > R \Rightarrow \frac{|۸ + ۳ + m|}{۵} > ۲ \Rightarrow |m + ۱۱| > ۱۰$$

$$\Rightarrow m + ۱۱ < -۱۰ \text{ یا } m + ۱۱ > ۱۰ \Rightarrow m < -۲۱ \text{ یا } m > -۱$$

۲۵ الف) در معادلهٔ دایره باید ضریب $x^۲$ و $y^۲$ برابر باشد. بنابراین:

$$k - ۱ = ۱ \Rightarrow k = ۲$$

برای آنکه $A(۱, ۳)$ روی محیط دایره باشد، باید $x = ۱$ و $y = ۳$ را درون معادلهٔ دایره قرار دهیم و حاصل برابر صفر است.

$$\begin{cases} x = ۱ \\ y = ۳ \end{cases} \Rightarrow (۱)^۲ + (۳)^۲ + ۴(۱) - ۶(۳) + m - ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow ۱ + ۹ + ۴ - ۱۸ + m - ۱ = ۰ \Rightarrow m = ۵$$

ب)

$$x^۲ + y^۲ + ۴x - ۶y + ۴ = ۰$$

$$\begin{cases} ۲x + ۴ = ۰ \Rightarrow x = -۲ \\ ۲y - ۶ = ۰ \Rightarrow y = ۳ \end{cases} \Rightarrow O(-۲, ۳)$$

$$R = \sqrt{h^۲ + k^۲ - F} = \sqrt{۴ + ۹ - ۴} = \sqrt{۹} = ۳$$

Telegram: @konkur_in

۲۶ الف) اگر نقطهٔ $A(-۱,۱)$ روی دایره باشد، به جای x و y اعداد ۱- و ۱ قرار می‌دهیم و حاصل برابر صفر است.

$$\begin{cases} x=-۱ \\ y=۱ \end{cases} \Rightarrow (-۱)^۲+(۱)^۲-۲(-۱)+۴(۱)+۲k-۱=۰$$

$$\Rightarrow ۱+۱+۲+۴+۲k-۱=۰ \Rightarrow ۲k=-۷ \Rightarrow k=-\frac{۷}{۲}$$

ب)

$$O\begin{cases} h=\frac{-D}{۲}=\frac{۲}{۲}=۱ \\ k=\frac{-E}{۲}=\frac{-۴}{۲}=-۲ \end{cases}$$

$$R=\sqrt{h^۲+k^۲-F}=\sqrt{۱+۴+۸}=\sqrt{۱۳}$$

۲۷ اگر نقطهٔ $A(۱,-۲)$ خارج از دایره باشد باید به جای x و y عدد ۱ و ۲- قرار دهیم و حاصل بزرگ‌تر از صفر باشد.

$$\begin{cases} x=۱ \\ y=-۲ \end{cases} \Rightarrow (۱)^۲+(-۲)^۲-۴(۱)-۲(-۲)+m-۲>۰$$

$$\Rightarrow ۱+۴-۴+۴+m-۲>۰ \Rightarrow m>-۳(۱)$$

از طرفی باید رابطه شعاع مثبت باشد تا دایره تشکیل شود.

$$x^۲+y^۲+Dx+Ey+F=۰ \Rightarrow D^۲+E^۲-۴F>۰ \Rightarrow (-۴)^۲+(-۲)^۲-۴(m-۲)>۰$$

$$\Rightarrow ۱۶+۴-۴m+۸>۰ \Rightarrow -۴m>-۲۸ \Rightarrow m<۷(۲)$$

$$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)} -۳<m<۷$$

۲۸ اگر نقطهٔ $A(۱,۱)$ درون دایره باشد باید به جای x و y عدد یک قرار دهیم و حاصل کوچک‌تر از صفر باشد.

$$\begin{cases} x=۱ \\ y=۱ \end{cases} \Rightarrow ۱^۲+۱^۲-۴(۱)+۲(۱)+m<۰ \Rightarrow m<۰$$

۲۹ باید نقطهٔ $(-۸,۵)$ روی محیط دایره باشد.

$$m=\frac{y_۲-y_۱}{x_۲-x_۱}=\frac{۵-۲}{-۸-۱}=\frac{۳}{-۹}=-\frac{۱}{۳} \xrightarrow{\text{قرینه و معکوس می کنیم.}} m'=۳$$

معادله خط مماس برابر است با:

$$y-y'=m'(x-x_۱) \Rightarrow y-۵=۳(x+۸) \Rightarrow y-۵=۳x+۲۴ \Rightarrow y=۳x+۲۹$$

۳۰ الف)

$$O_۱O_۲=\sqrt{(۲+۱)^۲+(۱-۵)^۲}=\sqrt{۹+۱۶}=۵$$

مماس بیرون $O_۱O_۲=R_۱+R_۲ \Rightarrow ۵=۳+R_۲ \Rightarrow R_۲=۲$

ب)

$$O_۲(-۱,۵) \text{ و } R_۲=۲ \Rightarrow (x+۱)^۲+(y-۵)^۲=۴$$

$$\Rightarrow x^۲+۲x+۱+y^۲-۱۰y+۲۵-۴=۰$$

$$\Rightarrow x^۲+y^۲+۲x-۱۰y+۲۲=۰$$

Telegram: @konkur_in

۳۱ $x+y+۲=۰ \Rightarrow y=-۲-x$

در معادلهٔ دایره به جای y ، $-۲-x$ قرار می‌دهیم.

$$x^۲+(-۲-x)^۲+۶x-۲(-۲-x)+۸=۰$$
$$\Rightarrow x^۲+x^۲+۴x+۴+۶x+۴+۲x+۸=۰$$
$$\Rightarrow ۲x^۲+۱۲x+۱۶=۰ \xrightarrow{\div ۲} x^۲+۶x+۸=۰ \Rightarrow (x+۲)(x+۴)=۰$$
$$\begin{cases} x=-۲ \Rightarrow y=-۲+۲=۰ \Rightarrow A(-۲,۰) \\ x=-۴ \Rightarrow y=-۲+۴=۲ \Rightarrow B(-۴,۲) \end{cases}$$

۳۲ شعاع $R=\sqrt{۶۴}=۸$

مرکز دایره $O(-۱,-۱) \Rightarrow$ (فاصله O تا خط) $d=\dfrac{|ax_۱+by_۱+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}=\dfrac{|-۲-۱-۲|}{\sqrt{۴+۱}}=\dfrac{۵}{\sqrt{۵}}=\sqrt{۵}$

طول وتر $AB=۲\sqrt{R^۲-d^۲}=۲\sqrt{۶۴-۵}=۲\sqrt{۵۹}$

۳۳ الف)

$$\begin{matrix} F(۵,۱) \\ F'(-۷,۱) \end{matrix} \Rightarrow O\left(\frac{۵+(-۷)}{۲},\frac{۱+۱}{۲}\right) \Rightarrow O(-۱,۱)$$
$$FF'=۲c=۵-(-۷)=۱۲$$

ب) معادله قطر کوچک بیضی برابر $x=-۱$ است.

ج) فاصله A تا O برابر a است، بنابراین:

$$\begin{matrix} a=۹-(-۱)=۱۰ \\ ۲c=۱۲ \Rightarrow c=۶ \end{matrix} \Rightarrow e=\frac{c}{a}=\frac{۶}{۱۰}=۰/۶$$

د)

$$a^۲=b^۲+c^۲ \Rightarrow ۱۰۰=b^۲+۳۶ \Rightarrow b=۸$$
$$S_{\overset{\triangle}{BF'A}}=\frac{b(a-c)}{۲}=\frac{۸(۱۰-۶)}{۲}=\frac{۸\times ۴}{۲}=۱۶$$

۳۴ الف) $\lim\limits_{x\to ۹^-}(۲x-۱)=۲(۹)-۱=۱۷$

ب) $\lim\limits_{x\to(-۱)^+}\sqrt{x+۱}=\sqrt{۰^+}=۰$

پ) $\lim\limits_{x\to ۷}[x] \Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x\to ۷^+}[x]=۷ \\ \lim\limits_{x\to ۷^-}[x]=۶ \end{cases} \Rightarrow \lim\limits_{x\to ۷}[x]=$ حد ندارد

ت) $\lim\limits_{x\to ۳}\dfrac{x^۳-۲۷}{x-۳}=\lim\limits_{x\to ۳}\dfrac{\cancel{(x-۳)}(x^۲+۳x+۹)}{\cancel{(x-۳)}}=۹+۹+۹=۲۷$

۳۵ از دوران شکل حول خط L یک استوانه که دو استوانه توخالی در بالا و پایین آن قرار دارد تشکیل می‌شود.

$$V_{\text{استوانه بزرگ}}=\pi r^۲h \xrightarrow[h=۵]{r=۳} V_{\text{استوانه بزرگ}}=\pi\times(۳)^۲\times ۵=۴۵\pi$$
$$V_{\text{استوانه کوچک}}=\pi r^۲h \xrightarrow[h=۱]{r=۱} V_{\text{استوانه کوچک}}=\pi(۱)^۲\times ۱=\pi$$
$$V_{\text{کل}}=V_{\text{استوانه بزرگ}}-۲V_{\text{استوانه کوچک}}=۴۵\pi-۲\pi=۴۳\pi$$

Telegram: @konkur_in

۳۶ ابتدا معادله خط گذرنده از A و B را می‌نویسیم:

$$m=\frac{y_۲-y_۱}{x_۲-x_۱}=\frac{-۱-۲}{۷-۱}=\frac{-۳}{۶}=-\frac{۱}{۲}$$

$$y-y_۱=m(x-x_۱)\Rightarrow y-۲=-\frac{۱}{۲}(x-۱)\Rightarrow ۲y-۴=-x+۱\Rightarrow x+۲y-۵=۰$$

سپس فاصله نقطه O تا خط گذرنده از A و B را حساب می‌کنیم که برابر شعاع دایره است.

$$d=\frac{|ax_۱+by_۱+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}\Rightarrow d=\frac{|۲+۱۰-۵|}{\sqrt{۱+۴}}=\frac{۷}{\sqrt{۵}}\Rightarrow R=\frac{۷}{\sqrt{۵}}$$

$$\xrightarrow{\text{معادله دایره}}(x-h)^۲+(y-k)^۲=R^۲\Rightarrow(x-۲)^۲+(y-۵)^۲=\frac{۴۹}{۵}$$

۳۷

$$\underbrace{x^۲+۲x+۱}_{\text{اتحاد مربع}}-۱+\underbrace{y^۲-۱۰y+۲۵}_{\text{اتحاد مربع}}-۲۵+۲۲=۰$$

$$\Rightarrow(x+۱)^۲+(y-۵)^۲=۴\Rightarrow O\begin{vmatrix}-۱\\ ۵\end{vmatrix},R=۲$$

۳۸

$$\underbrace{x^۲-۲x+۱}_{\text{اتحاد مربع}}-۱+\underbrace{y^۲+۴y+۴}_{\text{اتحاد مربع}}-۴-۴=۰\Rightarrow(x-۱)^۲+(y+۲)^۲=۹$$

$$\Rightarrow O\begin{vmatrix}۱\\ -۲\end{vmatrix},R=۳$$

۳۹

$$\begin{cases}۲x+۲=۰\Rightarrow x=-۱\\ ۲y-۶=۰\Rightarrow y=۳\end{cases}\Rightarrow O\begin{vmatrix}-۱\\ ۳\end{vmatrix}\ \text{(مرکز دایره)}$$

خطی که بر دایره عمود باشد حتماً از مرکز دایره می‌گذرد و بنابراین باید خط گذرنده از O و A را حساب کنید.

$$m=\frac{y_۲-y_۱}{x_۲-x_۱}=\frac{۷-۳}{-۲+۱}=\frac{۴}{-۱}=-۴$$

$$y-y_۱=m(x-x_۱)\Rightarrow y-۳=-۴(x+۱)\Rightarrow y=-۴x-۱$$

۴۰ ابتدا نقطه برخورد دو خط را حساب می‌کنیم که مرکز دایره است.

$$\begin{cases}x+y=۳\\ ۲x-y=۶\end{cases}\Rightarrow ۳x=۹\Rightarrow x=۳\Rightarrow y=۰\Rightarrow O\begin{vmatrix}h=۳\\ k=۰\end{vmatrix}$$

فاصله نقطه O تا خط $x-y=۰$ (نیمساز ربع اول و سوم) شعاع دایره است.

$$\text{شعاع}\ R=d=\frac{|ax_۱+by_۱+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}=\frac{|۳-۰|}{\sqrt{۱+۱}}=\frac{۳}{\sqrt{۲}}$$

معادله دایره : $(x-۳)^۲+y^۲=\frac{۹}{۲}$

Telegram: @konkur_in

۴۱ $m_{AB}=\frac{۳-۱}{۴-۲}=\frac{۲}{۲}=۱\Rightarrow y-۱=۱(x-۲)\Rightarrow y=x-۱$

بنابراین دو خط $y=x-۱$ و $y=x$ موازی هستند در نتیجه یک استوانه تولید می‌شود.

$AB=\sqrt{(۴-۲)^۲+(۳-۱)^۲}=\sqrt{۴+۴}=۲\sqrt{۲}\Rightarrow$ ارتفاع استوانه : $h=۲\sqrt{۲}$

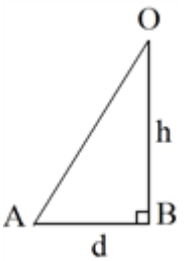
فاصله B تا خط $y-x=۰$ (نیمساز ربع اول و سوم) را حساب می‌کنیم که برابر شعاع استوانه است.

$$d=\frac{|ax_۱+by_۱+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}=\frac{|۲-۱|}{\sqrt{۱+۱}}=\frac{۱}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

شعاع استوانه : $r=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$$V_{\text{استوانه}}=\pi r^۲h=\pi\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^۲\times۲\sqrt{۲}=\pi\times\frac{۱}{۲}\times۲\sqrt{۲}=\sqrt{۲}\pi$$

۴۲ ابتدا فاصله A تا O و فاصله A تا نیمساز ربع اول و سوم را حساب می‌کنیم.



$$OA=\sqrt{x_A^۲+y_A^۲}=\sqrt{۹+۱}=\sqrt{۱۰}$$

$$d=\frac{|ax_۱+by_۱+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}=\frac{|۳-۱|}{\sqrt{۱+۱}}=\frac{۲}{\sqrt{۲}}=\sqrt{۲}$$

$$OA^۲=d^۲+h^۲\Rightarrow ۱۰=۲+h^۲\Rightarrow h=\sqrt{۸}=۲\sqrt{۲}$$

$$V_{\text{مخروط}}=\frac{۱}{۳}\pi d^۲h=\frac{۱}{۳}\pi(\sqrt{۲})^۲\times۲\sqrt{۲}=\frac{۴\sqrt{۲}}{۳}\pi$$

۴۳ از دوران شکل یک استوانه و مخروط حاصل می‌شود.

$$V_{\text{استوانه}}=\pi r^۲h=\pi(۲)^۲\times۲=۸\pi$$

$$V_{\text{مخروط}}=\frac{۱}{۳}\pi r^۲h=\frac{۱}{۳}\pi(۲)^۲\times۱=\frac{۴\pi}{۳}$$

$$V_{\text{کل}}=۸\pi+\frac{۴\pi}{۳}=\frac{۲۴\pi+۴\pi}{۳}=\frac{۲۸\pi}{۳}$$

۴۴ $x^۲+y^۲-۲x-۱۰y-۶=۰\Rightarrow\begin{cases}۲x-۲=۰\Rightarrow x=۱\\ ۲y-۱۰=۰\Rightarrow y=۵\end{cases}\Rightarrow O\left|\begin{matrix}h=۱\\ k=۵\end{matrix}\right.$

$$R=\sqrt{h^۲+k^۲-F}=\sqrt{۱+۲۵+۶}=\sqrt{۳۲}=۴\sqrt{۲}$$

$$x^۲+y^۲-۴x-۸y+۱۸=۰\Rightarrow\begin{cases}۲x-۴=۰\Rightarrow x=۲\\ ۲y-۸=۰\Rightarrow y=۴\end{cases}\Rightarrow O'\left|\begin{matrix}h'=۲\\ k'=۴\end{matrix}\right.$$

$$R'=\sqrt{h'^۲+k'^۲-F'}=\sqrt{۴+۱۶-۱۸}=\sqrt{۲}$$

$$OO'=\sqrt{(۱-۲)^۲+(۵-۴)^۲}=\sqrt{۱+۱}=\sqrt{۲}$$

$OO'<|R-R'|\Rightarrow$ دو دایره متداخل هستند.

Telegram: @konkur_in

۴۵ $x^۲+y^۲-۲x-۱۰y+۱۸=۰ \Rightarrow \begin{cases} ۲x-۲=۰ \Rightarrow x=۱ \\ ۲y-۱۰=۰ \Rightarrow y=۵ \end{cases} \Rightarrow O\left|\begin{matrix} h=۱ \\ k=۵ \end{matrix}\right.$

$R=\sqrt{h^۲+k^۲-F}=\sqrt{۱+۲۵-۱۸}=\sqrt{۸}=۲\sqrt{۲}$

$x^۲+y^۲+۶x-۲y+۸=۰ \Rightarrow \begin{cases} ۲x+۶=۰ \Rightarrow x=-۳ \\ ۲y-۲=۰ \Rightarrow y=۱ \end{cases} \Rightarrow O'\left|\begin{matrix} h'=-۳ \\ k'=۱ \end{matrix}\right.$

$R'=\sqrt{h'^۲+k'^۲-F'}=\sqrt{۹+۱-۸}=\sqrt{۲}$

$OO'=\sqrt{(۱+۳)^۲+(۵-۱)^۲}=\sqrt{۱۶+۱۶}=\sqrt{۳۲}=۴\sqrt{۲}$

$OO'>R+R'$ ⇒ دو دایره متخارج هستند

۴۶ فاصله‌ی خط $۲x-y+۱=۰$ تا $O(-۱,۷)$ برابر شعاع دایره است.

شعاع $R=d=\dfrac{|ax_۱+by_۱+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}} \Rightarrow R=\dfrac{|۲(-۱)-۷+۱|}{\sqrt{۴+۱}}=\dfrac{۸}{\sqrt{۵}}$

معادله دایره : $(x+۱)^۲+(y-۷)^۲=\dfrac{۶۴}{۵}$

۴۷ ابتدا معادله خط گذرنده از A و B را حساب می‌کنند.

$m=\dfrac{y_۲-y_۱}{x_۲-x_۱}=\dfrac{۱-(-۲)}{۲-۱}=\dfrac{۳}{۱}=۳$

$y-y_۱=m(x-x_۱) \Rightarrow y+۲=۳(x-۱) \Rightarrow y=۳x-۵ \Rightarrow ۳x-y-۵=۰$

فاصله نقطه $O(۲,-۱)$ تا خط $۳x-y-۵=۰$ برابر شعاع است.

(شعاع)$R=d=\dfrac{|ax_۱+by_۱+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}} \Rightarrow R=\dfrac{|۳(۲)-(-۱)-۵|}{\sqrt{۹+۱}}=\dfrac{۲}{\sqrt{۱۰}}$

معادله دایره $\Rightarrow (x-۲)^۲+(y+۱)^۲=\dfrac{۴}{۱۰}$

۴۸ فاصله مرکز دایره تا خط برابر شعاع دایره است.

$R=d=\dfrac{|ax_۱+by_۱+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}} \Rightarrow R=\dfrac{|۳(۱)-۴(-۲)+۹|}{\sqrt{۳^۲+(-۴)^۲}} \Rightarrow R=\dfrac{|۳+۸+۹|}{\sqrt{۹+۱۶}}$

$\Rightarrow R=\dfrac{۲۰}{۵}=۴$

$(x-۱)^۲+(y+۲)^۲=۱۶ \Rightarrow x^۲+y^۲-۲x+۴y-۱۱=۰$

۴۹ با توجه به شکل مختصات نقطه مرکز $O(-۲,۱)$ و شعاع ۳ واحد است.

$(x+۲)^۲+(y-۱)^۲=۹ \Rightarrow x^۲+y^۲+۴x-۲y-۴=۰$

۵۰ با توجه به شکل مختصات نقطه مرکز $O(۲,۲)$ و شعاع ۲ واحد است.

$(x-۲)^۲+(y-۲)^۲=۴ \Rightarrow x^۲+y^۲-۴x-۴y+۴=۰$

Telegram: @konkur_in

۵۱

$$O\left|\begin{array}{l} h=\frac{x_A+x_B}{۲}=\frac{۳-۱}{۲}=۱ \\ k=\frac{y_A+y_B}{۲}=\frac{۲+۴}{۲}=۳ \end{array}\right.$$

$$R=\mathrm{OA}=\sqrt{(۳-۱)^۲+(۳-۲)^۲}=\sqrt{۴+۱}=\sqrt{۵}\Rightarrow (x-۱)^۲+(y-۳)^۲=۵$$

$$\Rightarrow x^۲+y^۲-۲x-۶y+۵=۰$$

۵۲

$$x^۲+y^۲-۲x+۸y+۱=۰\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} ۲x-۲=۰\Rightarrow x=۱ \\ ۲y+۸=۰\Rightarrow y=-۴ \end{array}\right. \Rightarrow O\left|\begin{array}{l} h=۱ \\ k=-۴ \end{array}\right.$$

$$m=\frac{-۴-۴}{۱-۲}=\frac{-۸}{-۱}=۸\Rightarrow y-y_۱=m(x-x_۱)\Rightarrow y-۴=۸(x-۲)\Rightarrow y=۸x-۱۲$$

۵۳

$$x^۲+y^۲-۴x-۲y=۰\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} ۲x-۴=۰\Rightarrow x=۲ \\ ۲y-۲=۰\Rightarrow y=۱ \end{array}\right. \Rightarrow O\left|\begin{array}{l} h=۲ \\ k=۱ \end{array}\right.$$

$$R=\sqrt{h^۲+k^۲-F}=\sqrt{۴+۱-۰}=\sqrt{۵}$$

$$y-۲x-a=۰\Rightarrow d=R\Rightarrow \frac{|۱-۲(۲)-a|}{\sqrt{۱+۴}}=\sqrt{۵}\Rightarrow |۳+a|=۵\Rightarrow a+۳=\pm ۵$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} a+۳=۵\Rightarrow a=۲ \\ a+۳=-۵\Rightarrow a=-۸ \end{array}\right.$$

۵۴

$$x^۲+y^۲-۲x+۴y-۸۵=۰\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} ۲x-۲=۰\Rightarrow x=۱ \\ ۲y+۴=۰\Rightarrow y=-۲ \end{array}\right. \Rightarrow O\left|\begin{array}{l} h=۱ \\ k=-۲ \end{array}\right.$$

$$R=\sqrt{h^۲+k^۲-F}=\sqrt{۱+۴+۸۵}=\sqrt{۹۰}=۳\sqrt{۱۰}$$

$$x^۲+y^۲+۲x-۸y+۷=۰\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} ۲x+۲=۰\Rightarrow x=-۱ \\ ۲y-۸=۰\Rightarrow y=۴ \end{array}\right. \Rightarrow O'\left|\begin{array}{l} h'=-۱ \\ k'=۴ \end{array}\right.$$

$$R'=\sqrt{h'^۲+k'^۲-F'}=\sqrt{۱+۱۶-۷}=\sqrt{۱۰}$$

$$\mathrm{OO'}=\sqrt{(۱+۱)^۲+(-۲-۴)^۲}=\sqrt{۴۰}=۲\sqrt{۱۰}$$

$\mathrm{OO'}=|R-R'|\Rightarrow$ دو دایره مماس داخل هستند

۵۵

$$x^۲+y^۲-۲x+۴y-۱۵=۰\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} ۲x-۲=۰\Rightarrow x=۱ \\ ۲y+۴=۰\Rightarrow y=-۲ \end{array}\right. \Rightarrow o\left|\begin{array}{l} h=۱ \\ k=-۲ \end{array}\right.$$

$$R=\sqrt{h^۲+k^۲-f}=\sqrt{۱+۴+۱۵}=\sqrt{۲۰}=۲\sqrt{۵}$$

$$x^۲+y^۲-۴x-۱=۰\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} ۲x-۴=۰\Rightarrow x=۲ \\ ۲y=۰\Rightarrow y=۰ \end{array}\right. \Rightarrow O'\left|\begin{array}{l} h'=۲ \\ k'=۰ \end{array}\right.$$

$$R'=\sqrt{h'^۲+k'^۲-f'}=\sqrt{۴+۰+۱}=\sqrt{۵}$$

$$\mathrm{OO'}=\sqrt{(۲-۱)^۲+(۰+۲)^۲}=\sqrt{۵}$$

$\mathrm{OO'}=|R-R'|\Rightarrow$ دو دایره‌ی مماس داخل هستند

Telegram: @konkur_in

۵۶ $x^۲+y^۲-۱۰x-۴y+۲۱=۰ \Rightarrow \begin{cases} ۲x-۱۰=۰ \Rightarrow x=۵ \\ ۲y-۴=۰ \Rightarrow y=۲ \end{cases} \Rightarrow O\left|\begin{matrix}۵\\۲\end{matrix}\right.$

$x^۲+y^۲+۴x-۲y-۱۳=۰ \Rightarrow \begin{cases} ۲x+۴=۰ \Rightarrow x=-۲ \\ ۲y-۲=۰ \Rightarrow y=۱ \end{cases} \Rightarrow O'\left|\begin{matrix}-۲\\۱\end{matrix}\right.$

$O\left|\begin{matrix}h=۵\\k=۲\end{matrix}\right. \Rightarrow R=\sqrt{h^۲+k^۲-F}=\sqrt{۲۵+۴-۲۱}=\sqrt{۸}=۲\sqrt{۲}$

$O'\left|\begin{matrix}h'=-۲\\k'=۱\end{matrix}\right. \Rightarrow R'=\sqrt{h'^۲+k'^۲-F'}=\sqrt{۴+۱+۱۳}=\sqrt{۱۸}=۳\sqrt{۲}$

$OO'=\sqrt{(۵-(-۲))^۲+(۲-۱)^۲}=\sqrt{۴۹+۱}=\sqrt{۵۰}=۵\sqrt{۲}$

$OO'=R+R' \Rightarrow$ دو دایره مماس خارج هستند

۵۷ الف) برای آن‌که دایره باشد باید ضریب $x^۲$ و $y^۲$ برابر باشند بنابراین:

$a-۳=۱ \Rightarrow a=۴$

ب) $\xrightarrow{a=۴} x^۲+y^۲+۲x-۴y+۱=۰ \Rightarrow \begin{cases} ۲x+۲=۰ \Rightarrow x=-۱ \\ ۲y-۴=۰ \Rightarrow y=۲ \end{cases}$

$O\left|\begin{matrix}h=-۱\\k=۲\end{matrix}\right.$

ج) $R=\sqrt{h^۲+k^۲-F}=\sqrt{(-۱)^۲+(۲)^۲-۱}=\sqrt{۴}=۲$

۵۸ شکل حاصل از دوران یک نیم‌کره است که یک مخروط از درون آن خارج شده است.

$V_{\text{مخروط}}=\frac{۱}{۳}\pi r^۲h=\frac{۱}{۳}\pi(۱)^۲\times۳=\pi$

$V_{\text{نیم کره}}=\frac{۲}{۳}\pi r^۳=\frac{۲}{۳}\pi(۵)^۳=\frac{۲۵۰\pi}{۳}$

$V_{\text{هاشورخورده}}=V_{\text{نیم کره}}-V_{\text{مخروط}}=\frac{۲۵۰\pi}{۳}-\pi=\frac{۲۵۰\pi-۳\pi}{۳}=\frac{۲۴۷\pi}{۳}$

۵۹ شکل حاصل از دوران یک مخروط است که حجم آن برابر است با:

$V=\frac{۱}{۳}\pi r^۲h \xrightarrow[h=۶]{r=۲} V=\frac{۱}{۳}\pi\times۴\times۶ \Rightarrow V=۸\pi$

۶۰ با دوران حول AB یک استوانه به ارتفاع ۶ و شعاع ۳ تشکیل می‌شود و قسمت توخالی آن یک کره به شعاع ۳ واحد است.

$V_{\text{استوانه}}=\pi r^۲h=\pi(۳)^۲۶=۵۴\pi$

$V_{\text{کره}}=\frac{۴}{۳}\pi r^۳=\frac{۴}{۳}\pi(۳)^۳=۳۶\pi$

$V_{\text{هاشورخورده}}=V_{\text{استوانه}}-V_{\text{کره}}=۵۴\pi-۳۶\pi=۱۸\pi$

۶۱ باید حجم استوانه تولید شده را منهای حجم نیم‌کره کنیم.

$V_{\text{استوانه}}=\pi r^۲h=\pi(۳)^۲\times۳=۲۷\pi$

$V_{\text{نیم کره}}=\frac{۲}{۳}\pi r^۳=\frac{۲}{۳}\pi(۳)^۳=۱۸\pi$

$V_{\text{هاشور زده}}=V_{\text{استوانه}}-V_{\text{نیم کره}}=۲۷\pi-۱۸\pi=۹\pi$

Telegram: @konkur_in

۶۲ شکل حاصل از دوران یک کره توخالی است. بنابراین باید حجم کره کامل به شعاع ۴ واحد را منهای حجم کره خالی به شعاع ۳ واحد کنیم.

$$V=\frac{۴}{۳}\pi r^{۳}\Rightarrow\begin{cases}V_{\text{کل}}=\frac{۴}{۳}\pi(۴)^{۳}=\frac{۲۵۶\pi}{۳}\\ V_{\text{خالی}}=\frac{۴}{۳}\pi(۳)^{۳}=\frac{۱۰۸\pi}{۳}\end{cases}$$

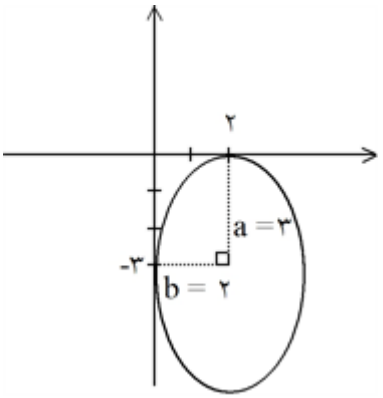
$$V=V_{\text{کل}}-V_{\text{خالی}}=\frac{۲۵۶\pi}{۳}-\frac{۱۰۸\pi}{۳}=\frac{۲۵۶\pi-۱۰۸\pi}{۳}=\frac{۱۴۸\pi}{۳}$$

۶۳ از دوران مربع حول خط یک استوانه توخالی تشکیل می‌شود که شعاع استوانه بزرگ ۵ واحد و شعاع قسمت خالی ۲ واحد است و ارتفاع استوانه ۳ واحد است.

$$V=\pi r^{۲}h\Rightarrow\begin{cases}V_{\text{کل}}=\pi(۵)^{۲}\times۳=۷۵\pi\\ V_{\text{خالی}}=\pi(۲)^{۲}\times۳=۱۲\pi\end{cases}$$

$$V=V_{\text{کل}}-V_{\text{خالی}}=۷۵\pi-۱۲\pi=۶۳\pi$$

۶۴



$$\begin{cases}a=۳\\ b=۲\end{cases}\Rightarrow a^{۲}=b^{۲}+c^{۲}\Rightarrow ۹=۴+c^{۲}\Rightarrow c=\sqrt{۵}$$

$$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{۵}}{۳}$$

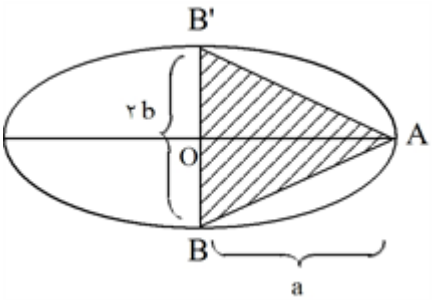
۶۵ می‌دانیم مجموع فواصل هر نقطه روی بیضی از F و F' برابر $۲a$ است. بنابراین:

$$\left.\begin{matrix}F'M+FM=۲a\\ F'K+FK=۲a\end{matrix}\right\}\Rightarrow\text{محیط چهارضلعی}=۴a$$

$$\left.\begin{matrix}۲c=۶\Rightarrow c=۳\\ ۲b=۴\Rightarrow b=۲\end{matrix}\right\}\Rightarrow a^{۲}=b^{۲}+c^{۲}\Rightarrow a^{۲}=۴+۹=a=\sqrt{۱۳}$$

$$\text{محیط چهارضلعی}=۴a=۴\sqrt{۱۳}$$

۶۶



$$S_{\overset{\triangle}{BBA}}=\frac{۲b\times a}{۲}=ab$$

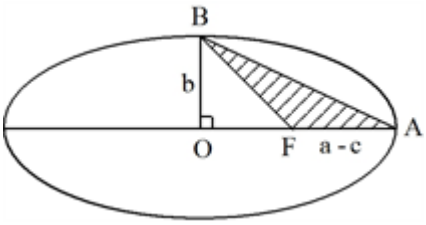
فاصله کانونی : $۲c=۱۲\Rightarrow c=۶$

$$e=\frac{c}{a}=\frac{۳}{۵}\xrightarrow{c=۶}\frac{۶}{a}=\frac{۳}{۵}\Rightarrow a=۱۰$$

$$a^{۲}=b^{۲}+c^{۲}\Rightarrow ۱۰۰=b^{۲}+۳۶\Rightarrow b^{۲}=۶۴\Rightarrow b=۸$$

$$S_{\overset{\triangle}{BBA}}=ab=۱۰\times۸=۸۰$$

Telegram: @konkur_in



$$S_{\triangle BFA} = \frac{b\times(a-c)}{۲}$$

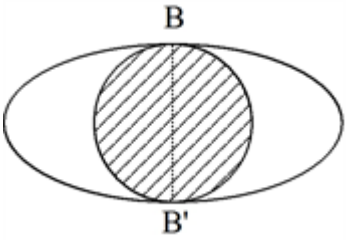
$$۲a = ۱۰ \Rightarrow a = ۵$$

$$۲b = ۴\sqrt{۲} \Rightarrow b = ۲\sqrt{۲}$$

۶۷

$$a^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow ۲۵ = ۸ + c^۲ \Rightarrow c = \sqrt{۱۷}$$

$$S_{\triangle BFA} = \frac{\not۲\sqrt{۲}(۵ - \sqrt{۱۷})}{\not۲} = ۵\sqrt{۲} - \sqrt{۳۴}$$



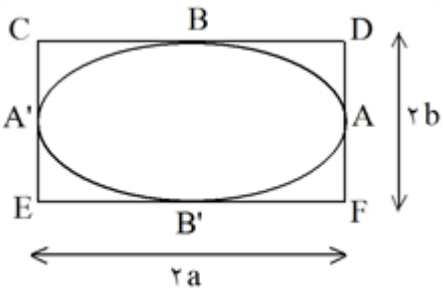
فاصله کانونی $= ۲c = ۴ \Rightarrow c = ۲$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{۱}{۳} \xrightarrow{c=۲} \frac{۲}{a} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow a = ۶$$

۶۸

$$a^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow ۳۶ = b^۲ + ۴ \Rightarrow b^۲ = ۳۲ \Rightarrow b = \sqrt{۳۲} \Rightarrow b = ۴\sqrt{۲}$$

مساحت دایره : $S = \pi r^۲ \xrightarrow{r=b} S = \pi(۴\sqrt{۲})^۲ \Rightarrow S = ۳۲\pi$

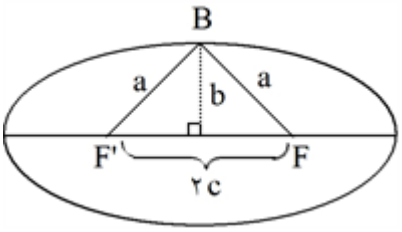


$$S_{CDEF} = ۲a\times ۲b = ۴\,ab$$

$$a^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow ۲۵ = b^۲ + ۴ \Rightarrow b^۲ = ۲۱ \Rightarrow b = \sqrt{۲۱}$$

$$S_{CDEF} = ۴ab = ۴\times ۵\times \sqrt{۲۱} = ۲۰\sqrt{۲۱}$$

۶۹



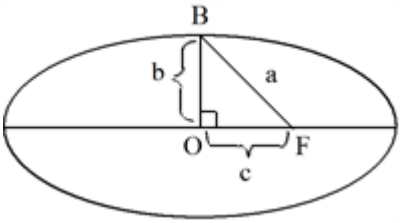
$$۲a = ۱۲ \Rightarrow a = ۶$$

$$۲b = ۴\sqrt{۲} \Rightarrow b = ۲\sqrt{۲}$$

$$a^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow ۳۶ = ۸ + c^۲ \Rightarrow c^۲ = ۲۸ \Rightarrow c = ۲\sqrt{۷}$$

$$S_{\triangle BFF'} = \frac{b\times ۲c}{۲} = \frac{۲\sqrt{۲}\times ۴\sqrt{۷}}{۲} = ۴\sqrt{۱۴}$$

۷۰



$$۲a = ۸ \Rightarrow a = ۴$$

$$۲b = ۶ \Rightarrow b = ۳$$

$$a^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow ۱۶ = ۹ + c^۲ \Rightarrow c^۲ = ۷ \Rightarrow c = \sqrt{۷}$$

$$S_{\triangle OFB} = \frac{b\times c}{۲} = \frac{۳\sqrt{۷}}{۲}$$

۷۱

۷۲

$$۲a = ۱۰ \Rightarrow a = ۵$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{۳}{۵} \xrightarrow{a=۵} \frac{c}{۵} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow c = ۳$$

$$a^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow ۲۵ = b^۲ + ۹ \Rightarrow b = ۴$$

قطر کوچک $= ۲b = ۸$

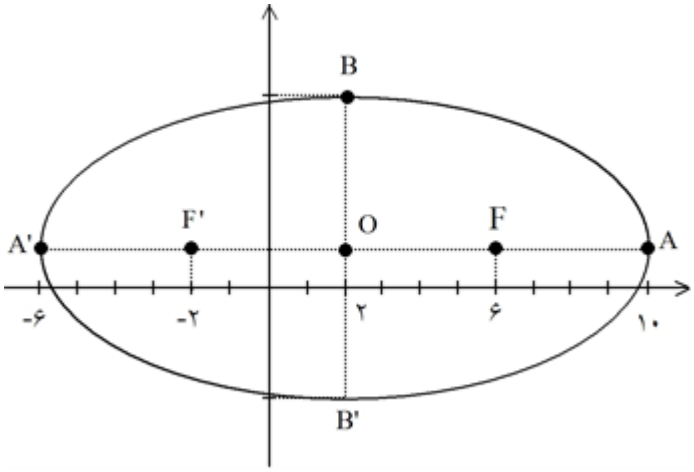
Telegram: @konkur_in

۷۳

$$\begin{cases} ۲a = ۴ \Rightarrow a = ۲ \\ ۲b = ۲\sqrt{۳} \Rightarrow b = \sqrt{۳} \end{cases} \Rightarrow a^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow ۴ = ۳ + c^۲ \Rightarrow c = ۱$$

فاصله کانونی $= ۲c \Rightarrow ۲c = ۲$

۷۴

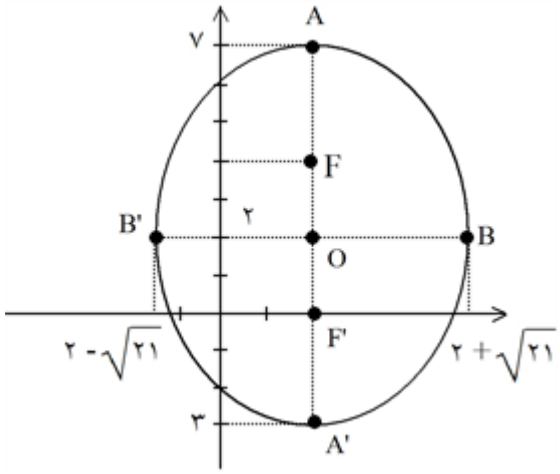


$$O\begin{vmatrix} \frac{-۶+۱۰}{۲} = ۲ \\ ۱ \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} \text{OF}' = ۴ \Rightarrow c = ۴ \\ \text{OA} = ۸ \Rightarrow a = ۸ \end{matrix}$$

$$a^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow ۶۴ = b^۲ + ۱۶ \Rightarrow b^۲ = ۴۸ \Rightarrow b = \sqrt{۴۸}$$

$$B\begin{vmatrix} ۲ \\ ۱ + \sqrt{۴۸} \end{vmatrix}, B'\begin{vmatrix} ۲ \\ ۱ - \sqrt{۴۸} \end{vmatrix}, F\begin{vmatrix} ۶ \\ ۱ \end{vmatrix}$$

۷۵



$$O\begin{vmatrix} ۲ \\ \frac{-۳+۷}{۲} = ۲ \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} \text{OF}' = ۲ \Rightarrow c = ۲ \\ \text{OA} = ۵ \Rightarrow a = ۵ \end{matrix}$$

$$a^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow ۲۵ = b^۲ + ۴ \Rightarrow b = \sqrt{۲۱}$$

$$B\begin{vmatrix} ۲ + \sqrt{۲۱} \\ ۲ \end{vmatrix} \text{ و } B'\begin{vmatrix} ۲ - \sqrt{۲۱} \\ ۲ \end{vmatrix} \text{ و } F\begin{vmatrix} ۲ \\ ۴ \end{vmatrix}$$

۷۶

قطر کوچک : $۲b = ۲ \Rightarrow b = ۱$

قطر بزرگ : $۲a = ۱۰ \Rightarrow a = ۵$

$$a^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow ۲۵ = ۱ + c^۲ \Rightarrow c = \sqrt{۲۴} \Rightarrow c = ۲\sqrt{۶}$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{۲\sqrt{۶}}{۵}$$

Telegram: @konkur_in

۷۷ قطر کوچک : $۲b = ۴ \Rightarrow b = ۲$

قطر بزرگ : $۲a = ۶ \Rightarrow a = ۳$

$a^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow ۹ = ۴ + c^۲ \Rightarrow c^۲ = ۵ \Rightarrow c = \sqrt{۵}$

$e = \frac{c}{a} \Rightarrow e = \frac{\sqrt{۵}}{۳}$

۷۸ قطر کوچک : $۲b = ۴ \Rightarrow b = ۲$

قطر بزرگ : $۲a = ۸ \Rightarrow a = ۴$

$a^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow ۱۶ = ۴ + c^۲ \Rightarrow c^۲ = ۱۲ \Rightarrow c = \sqrt{۱۲}$

$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{۱۲}}{۴} = \frac{۲\sqrt{۳}}{۴} \Rightarrow e = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۷۹ $(x^۲ - ۴x + ۴) + (y^۲ - ۶y + ۹) = ۳ + ۴ + ۹ \Rightarrow (x-۲)^۲ + (y-۳)^۲ = ۴^۲$

$O\left|\begin{matrix}۲\\۳\end{matrix}\right. \quad r = ۴ \quad O'\left|\begin{matrix}-۱\\-۱\end{matrix}\right. \quad d = \sqrt{(۲+۱)^۲ + (۳+۱)^۲} = \sqrt{۹ + ۱۶} = ۵$

$d = |r - r'| \Rightarrow ۵ = |r - ۴| \Rightarrow \begin{matrix} r - ۴ = ۵ \Rightarrow r = ۹ \\ r - ۴ = -۵ \Rightarrow \cancel{r = -۱} \end{matrix}$

$(x+۱)^۲ + (y+۱)^۲ = ۸۱$

۸۰ الف) $O\left|\begin{matrix}۱\\-۲\end{matrix}\right. \quad r = \frac{۱}{۲}\sqrt{۴ + ۱۶ + ۱۶} = ۳$

$O'\left|\begin{matrix}-۱\\۲\end{matrix}\right. \quad r = \frac{۱}{۲}\sqrt{۴ + ۱۶ + ۳۶} = \sqrt{۱۴}$

$OO' = \sqrt{(۱+۱)^۲ + (-۲-۲)^۲} = ۲\sqrt{۵} \Rightarrow r - r' < OO' < r + r' \Rightarrow$ متقاطعند

ب) $O\left|\begin{matrix}۲\\-۳\end{matrix}\right. \quad r = \sqrt{۷}$

$O'\left|\begin{matrix}۰\\۵\end{matrix}\right. \quad r' = \sqrt{۵}$

$OO' = \sqrt{(۲-۰)^۲ + (-۳-۵)^۲} = ۲\sqrt{۱۷} \Rightarrow OO' > r + r' \Rightarrow$ متخارجند

۸۱ $d = \frac{|۳(۰) - ۴(۳) - ۳|}{\sqrt{۳^۲ + (-۴)^۲}} = \frac{۱۵}{۵} = ۳ = r$

$(x-۰)^۲ + (y-۳)^۲ = ۹ \Rightarrow x^۲ + (y-۳)^۲ = ۹$

۸۲ $OA = \sqrt{۳^۲ + ۴^۲} = ۵ = r$

$x^۲ + y^۲ = ۲۵$

$m_{OA} = \frac{۴-۰}{۳-۰} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow m' = -\frac{۳}{۴} \qquad A\left|\begin{matrix}۳\\۴\end{matrix}\right.$

$y - ۴ = \frac{-۳}{۴}(x - ۳) \Rightarrow ۳x + ۴y - ۲۵ = ۰$

Telegram: @konkur_in

۸۳

الف) $O\left|\begin{matrix}۲\\۲\end{matrix}\right.\quad r=\frac{۱}{۲}\sqrt{۱۶+۱۶-۲۸}=۱$

$d=\frac{|۶(۲)+۴(۲)|}{\sqrt{۳۶+۱۶}}=\frac{۲۰}{\sqrt{۵۲}}=\frac{۱۰\sqrt{۱۳}}{۱۳}$

$d=\frac{۱۰\sqrt{۱۳}}{۱۳}>r=۱$ خط و دایره نقطه‌ی مشترک ندارند و غیرمتقاطع‌اند

ب) $O\left|\begin{matrix}۰\\۰\end{matrix}\right.\quad r=\sqrt{۲}$

$x+y+۲=۰\qquad d=\frac{|۰+۰+۲|}{\sqrt{۱+۱}}=\sqrt{۲}$

$d=r=\sqrt{۲}$ خط بر دایره مماس است.

۸۴

$O\left|\begin{matrix}-۱\\-۱\end{matrix}\right.\quad r=\frac{۱}{۲}\sqrt{۴+۴+۳۲}=\sqrt{۱۰}$

$(x+۱)^۲+(y+۱)^۲=۱۰$

۸۵

الف) $(x-۱۳)^۲+(y-۱۳)^۲=۱۶۹$

ب) $x=۱۸\Rightarrow ۲۵+(y-۱۳)^۲=۱۶۹\Rightarrow (y-۱۳)^۲=۱۴۴\Rightarrow \begin{cases} y-۱۳=۱۲\Rightarrow y=۲۵\\ y-۱۳=-۱۲\Rightarrow y=۱\end{cases}$

$A\left|\begin{matrix}۱۸\\۱\end{matrix}\right.\quad B\left|\begin{matrix}۱۸\\۲۵\end{matrix}\right.$

$y=۱۳\Rightarrow (x-۱۳)^۲=۱۶۹\Rightarrow x-۱۳=\pm ۱۳\Rightarrow \begin{cases} x=۰\\ x=۲۶\end{cases}\Rightarrow C\left|\begin{matrix}۲۶\\۱۳\end{matrix}\right.$ و $D\left|\begin{matrix}۰\\۱۳\end{matrix}\right.$

پ) $y=۱۳$ و $x=۱۸\Rightarrow E\left|\begin{matrix}۱۸\\۱۳\end{matrix}\right.$

ت) $AB=۲۵-۱=۲۴\Rightarrow$ ۲۴۰۰ متر

۸۶

$x^۲+y^۲-۲x+۴y+۱=۰$

$p(۱,۰)=۱+۰-۲+۰+۱=۰$ روی دایره

$p(۰,۰)=۱>۰$ خارج دایره

$p(-۱,-۲)=۱+۴+۲-۸+۱=۰$ روی دایره

$p(۲,۳)=۴+۹-۶+۱۲+۱=۲۲>۰$ خارج دایره

$p(۰,-۱)=۰+۱+۰-۴+۱=-۲<۰$ داخل دایره

۸۷

الف) $OC=\sqrt{۴+۱}=\sqrt{۵}=r\qquad (x-۲)^۲+(y+۱)^۲=۵$

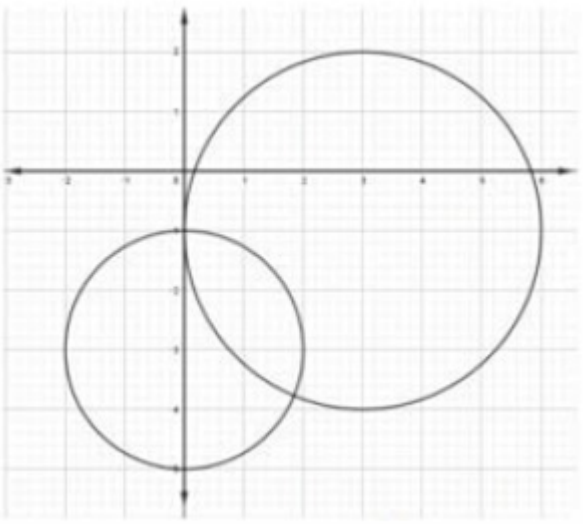
ب) $CA=\sqrt{(۲+۳)^۲+(۳+۹)^۲}=۱۳=r\qquad (x-۲)^۲+(y-۳)^۲=۱۶۹$

پ) C وسط دو نقطه $\left(\frac{۰+(-۴)}{۲}=-۲,\frac{-۱+۳}{۲}=۱\right)$

$۲r=\sqrt{(-۴-۰)^۲+(-۱-۳)^۲}=۴\sqrt{۲}\Rightarrow r=۲\sqrt{۲}$

$(x+۲)^۲+(y-۱)^۲=۸$

Telegram: @konkur_in



۸۸

الف) $r = \frac{۱}{۲}\sqrt{۳۶ + ۴ - ۴} = ۳ \quad O\left|\begin{matrix}۳\\ -۱\end{matrix}\right.$

ب) $r' = ۲ \quad O'\left|\begin{matrix}۰\\ -۳\end{matrix}\right.$

الف)
$\begin{cases} x = ۰ \quad y^۲ + ۲y + ۱ = ۰ \Rightarrow y = -۱ \Rightarrow A\left|\begin{matrix}۰\\ -۱\end{matrix}\right. & \text{بر محور } y \text{ مماس است} \\ y = ۰ \quad x^۲ - ۶x + ۱ = ۰ \Rightarrow x_۱ \text{و} x_۲ = ۳ \pm ۲\sqrt{۲} > ۰ & \\ \text{دایره در سمت راست مبدا محور } x \text{ ها را قطع می کند} & \end{cases}$

ب)
$\begin{cases} x = ۰ \quad (y+۳)^۲ = ۴ \Rightarrow y = -۱ \, , \, y = -۵ & \\ y = ۰ \quad x^۲ + ۹ - ۴ = ۰ \Rightarrow x^۲ = -۵ & \text{پس محور } x \text{ ها را قطع نمی کند} \end{cases}$

۸۹

الف) $e = \frac{c}{a} = \frac{۴}{۵} \Rightarrow c = \frac{۴}{۵}a \qquad BB' = ۲b = ۶ \Rightarrow b = ۳$

$c^۲ = a^۲ - b^۲ \Rightarrow \frac{۱۶}{۲۵}a^۲ = a^۲ - ۹ \Rightarrow \frac{۹}{۲۵}a^۲ = ۹ \Rightarrow a^۲ = ۲۵ \Rightarrow a = ۵ \Rightarrow c = ۴$

قطر کانونی $= ۲a = ۱۰$, فاصله کانونی $= ۲c = ۸$

ب) $AA' = ۲a = ۱۰$

$F\left|\begin{matrix}-۴+۴=۰\\ -۱\end{matrix}\right. \quad F'\left|\begin{matrix}-۴-۴=-۸\\ -۱\end{matrix}\right. \quad A\left|\begin{matrix}-۴+۵=۱\\ -۱\end{matrix}\right. \quad A'\left|\begin{matrix}-۴-۵=-۹\\ -۱\end{matrix}\right.$

$B\left|\begin{matrix}-۴\\ -۱+۳=۲\end{matrix}\right. \quad B'\left|\begin{matrix}-۴\\ -۱-۳=-۴\end{matrix}\right.$

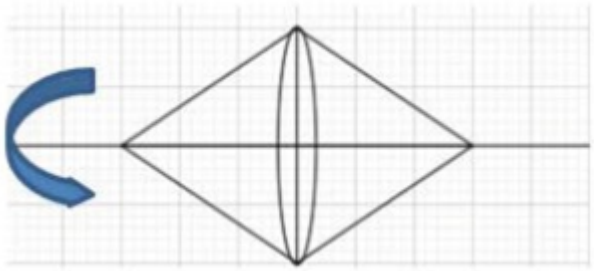
۹۰

الف) $F\left|\begin{matrix}۱\\ ۳\end{matrix}\right. \quad F'\left|\begin{matrix}۱\\ -۵\end{matrix}\right.$ مرکز $O\left|\begin{matrix}\frac{۱+۱}{۲}=۱\\ \frac{۳+(-۵)}{۲}=-۱\end{matrix}\right.$ معادله قطر بزرگ $x = ۱$ معادله قطر کوچک $y = -۱$

$FF' = |۳ - (-۵)| = ۸ = ۲c \Rightarrow c = ۴$

ب) $c^۲ = a^۲ - b^۲ \Rightarrow b^۲ = a^۲ - c^۲ = ۳۶ - ۱۶ = ۲۰ \Rightarrow b = \sqrt{۲۰} = ۲\sqrt{۵} \Rightarrow BB' = ۴\sqrt{۵}$

خروج از مرکز $e = \frac{c}{a} = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳}$

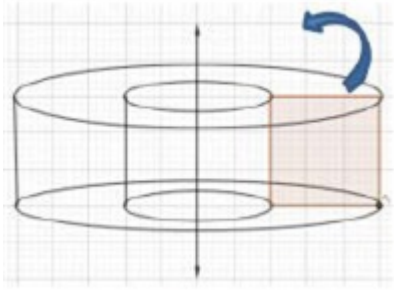


۹۱

$V = ۲\left(\frac{\pi}{۳} \times ۲^۲ \times ۳\right) = ۸\pi$

Telegram: @konkur_in

۹۲

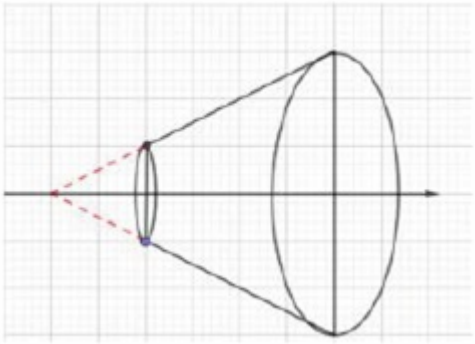


الف) حجم شکل = حجم استوانه بزرگ − حجم استوانه کوچک

$$\pi\times ۵^۲\times ۳ - \pi\times ۲^۲\times ۳ = ۷۵\pi - ۱۲\pi = ۶۳\pi$$

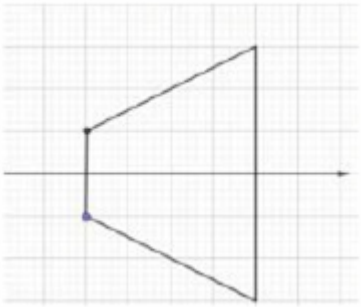
ب) سطح مقطع موازی با قاعده یک دایره تو خالی شعاع خارجی ۵ و شعاع داخلی ۲ است.

۹۳



الف) $V - V_۱ = \frac{۱}{۳}\pi(۳)^۲\times ۶ - \frac{۱}{۳}\pi(۱)^۲\times ۲ = \frac{۵۲}{۳}\pi$

ب) ذوزنقه



$$S = \frac{۱}{۲}(۲ + ۶)\times ۴ = ۱۶$$

۹۴

$x^۲ + y^۲ = ۱۶ \Rightarrow y = \pm\sqrt{۱۶ - x^۲}$ عرض نقاط دایره

$\Rightarrow$ عرض جدید $y = \frac{۳}{۴}(\pm\sqrt{۱۶ - x^۲}) \Rightarrow ۴y = \pm ۳\sqrt{۱۶ - x^۲} \Rightarrow ۱۶y^۲ = ۹(۱۶ - x^۲)$

$\Rightarrow ۹x^۲ + ۱۶y^۲ = ۱۴۴ \Rightarrow \frac{x^۲}{۱۶} + \frac{y^۲}{۹} = ۱$ بیضی افقی

۹۵

الف) $\begin{cases} (x-۲)^۲ + (y-۲)^۲ = ۱ \\ (x-۲)^۲ + (y-۲)^۲ = ۹ \end{cases}$ هم مرکز

ب) $\begin{cases} x^۲ + y^۲ = ۱ \Rightarrow O(۰,۰) \text{ و } r = ۱ \\ (x-۳)^۲ + (y-۴)^۲ = ۱ \Rightarrow O'(۳,۴) \text{ و } r' = ۱ \end{cases} \Rightarrow OO' = ۵,\ r + r' = ۲$

$OO' > r + r'$ متخارج

۹۶

الف) $O(۰,۵),\ r = \sqrt{۵}$

ب) $O'(۲,-۳),\ r' = \sqrt{۷}$ $\Rightarrow OO' = ۲\sqrt{۱۷},\ r + r' = \sqrt{۵} + \sqrt{۷}$

$OO' > r + r'$ دو دایره متخارج

Telegram: @konkur_in

۹۷

الف) $O(-۱,۲)\ ,\ r=\frac{۱}{۲}\sqrt{۴+۱۶+۳۶}=\sqrt{۱۴}$

ب) $O'(۱,-۲)\ ,\ r'=\frac{۱}{۲}\sqrt{۴+۱۶+۱۶}=۳$ $\Rightarrow OO'=۲\sqrt{۵}\ ,\ r+r'=۳+\sqrt{۱۴}\ ,\ r-r'=\sqrt{۱۴}-۳$

$\Rightarrow |r-r'|<OO'<r+r'$ دو دایره متقاطع

۹۸

الف) $O(-۱,۲)\ ,\ r=\sqrt{۵}$

ب) $O'(۱,-۲)\ ,\ r'=\sqrt{۵}$ $\Rightarrow OO'=۲\sqrt{۵}\ ,\ r+r'=۲\sqrt{۵}$

$\Rightarrow OO'=r+r'\Rightarrow$ مماس خارج

۹۹

الف) $O|_{۲}^{-۱}\ ,\ r=\frac{۱}{۲}\sqrt{۴+۱۶}=\sqrt{۵}$ $\Rightarrow OO'=\sqrt{۴+۱۶}=۲\sqrt{۵}\ ,\ r+r'=۴\sqrt{۵}$

ب) $O'|_{-۲}^{۱}\ ,\ r'=\frac{۱}{۲}\sqrt{۴+۱۶+۱۶۰}=۳\sqrt{۵}\ ,\ |r-r'|=۲\sqrt{۵}\Rightarrow OO'=|r-r'|=۲\sqrt{۵}$ مماس داخل

۱۰۰

معادله وتر مشترک : $x=-۲$: کم می کنیم

$x=-۲$ جاگذاری : $۴+y^{۲}-۸+۲y-۲۰=۰\Rightarrow y^{۲}+۲y-۲۴=۰\Rightarrow (y+۶)(y-۴)=۰$ $\begin{cases} y=۴ \\ y=-۶ \end{cases}$

نقطه تقاطع : $A|_{۴}^{-۲}\ ,\ B|_{-۶}^{-۲}$

۱۰۱

دو دایره را از هم کم می کنیم $\Rightarrow$ دو دایره متقاطع هستند :

$$\begin{cases} x^{۲}+y^{۲}+۴x+۶y+۱۰=۰ \\ x^{۲}+y^{۲}+۸x+۲y-۸۲=۰ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\div ۴} -۴x+۴y+۹۲=۰\longrightarrow y=x-۲۳$$

۱۰۲

$x^{۲}+y^{۲}+ax+by+d=۰$

جاگذاری نقاط : $\begin{cases} ۴۹+۱+۷a+b+d=۰ \\ d=۰ \\ ۱+۳۶-a+۶b+d=۰ \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} ۷a+b=-۵۰ \\ -a+۶b=-۳۷ \end{cases}\Rightarrow a=\frac{-۲۶۳}{۴۳}, b=\frac{-۳۰۹}{۴۳}$

$\Rightarrow$ مرکز $O\left(\frac{۲۶۳}{۸۶},\frac{۳۰۹}{۸۶}\right)$

۱۰۳

$A|_{۰}^{۰}, B|_{۷}^{۱۷}$ عمودمنصف AB : AB وسط $M\left(\frac{۱۷}{۲},\frac{۷}{۲}\right), m_{AB}=\frac{۷}{۱۷}\Rightarrow m'=\frac{-۱۷}{۷}$

معادله عمودمنصف $\Rightarrow y-\frac{۷}{۲}=\frac{-۱۷}{۷}\left(x-\frac{۱۷}{۲}\right)\Rightarrow y=\frac{-۱۷}{۷}x+\frac{۳۳۸}{۱۴}\Rightarrow ۶x-۵y=۰$ تقاطع با

$\Rightarrow O\left(\frac{۵\times ۱۶۹}{۲۷},\frac{۶\times ۱۶۹}{۲۷}\right)$

معادله دایره : $\left(x-\frac{۵\times ۱۶۹}{۲۷}\right)^{۲}+\left(y-\frac{۶\times ۱۶۹}{۲۷}\right)^{۲}=۶۱\left(\frac{۱۶۹}{۲۷}\right)^{۲}$

Telegram: @konkur_in

۱۰۴

$AM = ۲BM \qquad \sqrt{(x-۶)^۲ + y^۲} = ۲\sqrt{(x)^۲ + (y-۳)^۲} \Rightarrow$

$x^۲ - ۱۲x + ۳۶ + y^۲ = ۴(x^۲ + y^۲ - ۶y + ۹) \Rightarrow ۳x^۲ + ۳y^۲ - ۲۴y + ۱۲x = ۰$

$\xrightarrow{\div ۳} x^۲ + y^۲ + ۴x - ۸y = ۰ \Rightarrow O\left|\begin{matrix}-۲\\ ۴\end{matrix}\right., r = \frac{۱}{۲}\sqrt{۱۶ + ۶۴} = ۲\sqrt{۵}$

۱۰۵

$A\left|\begin{matrix}۱\\ ۰\end{matrix}\right., B\left|\begin{matrix}۶\\ ۰\end{matrix}\right.$

روی دایره : $C\left(\frac{۷}{۲}, ۱\right)$

ABعمودمنصف : $x = \frac{۷}{۲}, y = ۱$ $\qquad$ ABوسط : $\frac{x_A + x_B}{۲} = x_o = \frac{۷}{۲}$

معادله کلی دایره : $x^۲ + y^۲ + ax + by + d = ۰$

$x_. = \frac{۷}{۲} \Rightarrow x^۲ + y^۲ - ۷x + by + ۶ = ۰ \xrightarrow{C\left(\frac{۷}{۲}, ۱\right)} \frac{۴۹}{۴} + ۱ - \frac{۴۹}{۲} + b + ۶ = ۰$

$\Rightarrow b = -۷ + \frac{۴۹}{۴} = \frac{۲۱}{۴} \Rightarrow O\left(\frac{۷}{۲}, -\frac{۲۱}{۸}\right), r = \frac{۲۹}{۸}$

معادله دایره کلی : $x^۲ + y^۲ - ۷x + \frac{۲۱}{۴}y + ۶ = ۰$

۱۰۶

الف) $x^۲ + ۴x + y^۲ - ۱۲ \leqslant ۰$

$\Rightarrow (x+۲)^۲ + y^۲ \leqslant ۱۶ \Rightarrow \sqrt{(x+۲)^۲ + y^۲} \leqslant ۴$

نقاط داخل دایره و روی دایره $r = ۴, O(-۲, ۰)$

ب) $۲x^۲ + ۲y^۲ + x + y > ۰$

$\Rightarrow x^۲ + y^۲ + \frac{۱}{۲}x + \frac{۱}{۲}y > ۰ \Rightarrow x^۲ + \frac{۱}{۲}x + \frac{۱}{۱۶} + y^۲ + \frac{۱}{۲}y + \frac{۱}{۱۶} - \frac{۱}{۸} > ۰$

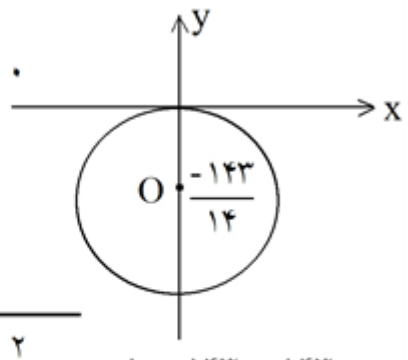
$\Rightarrow \left(x + \frac{۱}{۴}\right)^۲ + \left(y + \frac{۱}{۴}\right)^۲ > \frac{۱}{۸} \Rightarrow \sqrt{\left(x + \frac{۱}{۴}\right)^۲ + \left(y + \frac{۱}{۴}\right)^۲} > \sqrt{\frac{۱}{۸}}$

نقاط بیرون دایره $r = \frac{\sqrt{۲}}{۴}, O\left(-\frac{۱}{۴}, -\frac{۱}{۴}\right)$

۱۰۷

$x^۲ + y^۲ + \frac{۱۴۳}{۷}y = ۰$

$O\left|\begin{matrix}-\frac{a}{۲} = ۰\\ -\frac{b}{۲} = \frac{-۱۴۳}{۱۴}\end{matrix}\right.$



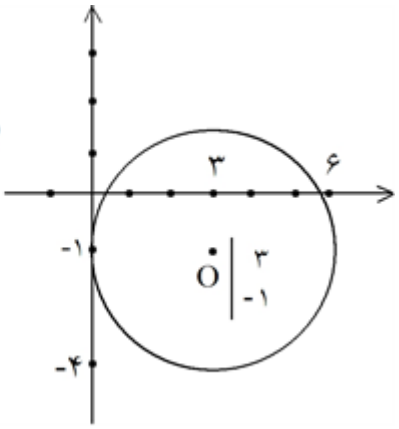
$r = \frac{۱}{۲}\sqrt{۰ + \left(\frac{۱۴۳}{۷}\right)^۲ - ۰} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱۴۳}{۷} = \frac{۱۴۳}{۱۴}$

Telegram: @konkur_in

۱۰۸

$$O\left|\begin{array}{l}-\frac{a}{۲}=۳\\-\frac{b}{۲}=-۱\end{array}\right. \Rightarrow O(۳,-۱)$$

$$r=\frac{۱}{۲}\sqrt{۳۶+۴-۴}=۳$$

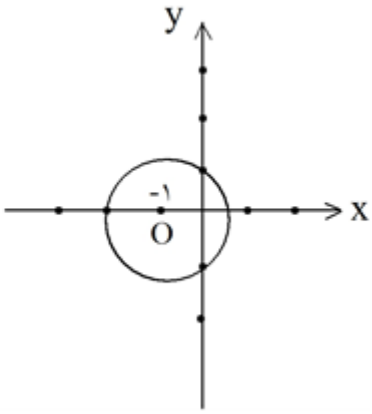


۱۰۹

$$x^۲+y^۲+۲x-\frac{۱}{۳}=۰$$

مرکز : $O(-۱,۰)$

شعاع : $r=\frac{۱}{۲}\sqrt{۴+۰-۴\left(-\frac{۱}{۳}\right)}=\frac{۱}{۲}\sqrt{\frac{۱۶}{۳}}=\frac{۲}{\sqrt{۳}}$



۱۱۰

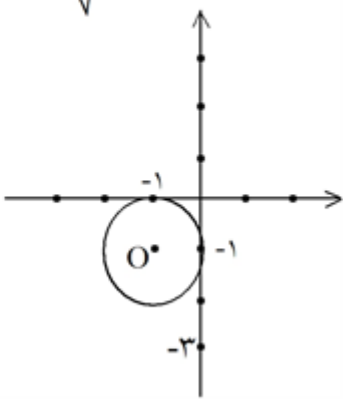
$$O\left|\begin{array}{l}-\frac{a}{۲}=-۱\\-\frac{b}{۲}=-۱\end{array}\right.$$

$$r=\frac{۱}{۲}\sqrt{۴+۴-۴(-۱)}=\frac{۱}{۲}\sqrt{۱۲}=\sqrt{۳}$$

مرکز : $O(-۱,-۱)$

شعاع : $r=\sqrt{۳}$

رسم دایره :



Telegram: @konkur_in

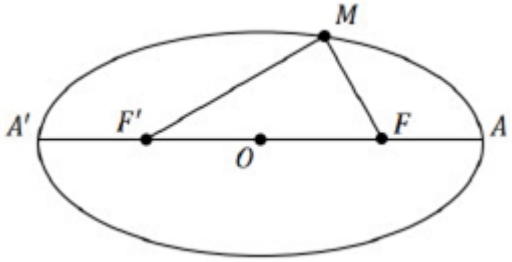
www.konkur.in

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

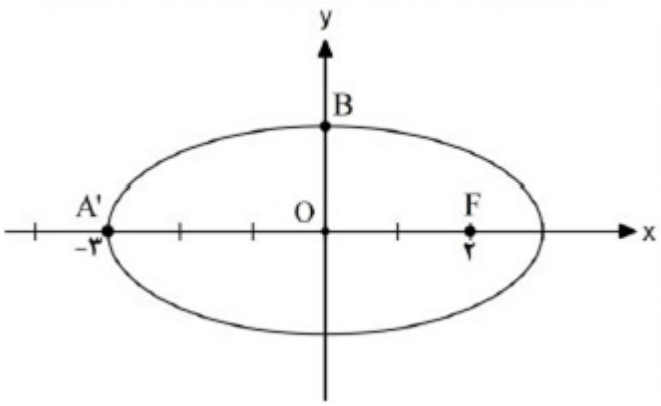
نام :	باسمه تعالی	نوبت امتحانی :
نام خانوادگی :		پایه :
نام پدر :		ساعت شروع :
شماره دانش آموزی :		مدت امتحان :
نام درس : ریاضی دوازدهم - فصل ۶		

تصحیح			تجدید نظر		
نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:		نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	
تاریخ و امضا:	نمره با حروف:		تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	

ردیف	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	معادله دایره‌ای را بنویسید که نقاط $A(۰,۳)$ و $B(-۴,-۱)$ دو سر یکی از قطرهای آن باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴	
۲	اگر خروج از مرکز یک بیضی $\frac{۳}{۵}$ و اندازهٔ قطر بزرگ بیضی ۲۰ باشد، آنگاه فاصلهٔ کانونی بیضی را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴	
۳	معادلهٔ دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن نقطهٔ $(۱,-۲)$ بوده و بر خط $۴x-۳y=۲۵$ مماس باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۴	
۴	کانون‌های یک بیضی نقاط $(۱,۳)$ و $(۱,-۵)$ است. اگر اندازهٔ نصف قطر بزرگ آن برابر ۵ باشد، اندازهٔ قطر کوچک بیضی را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۴	
۵	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن نقطه $O(۰,۳)$ بوده و بر خط $۳x-۴y-۳=۰$ مماس باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴	
۶	اگر فاصله کانون F، از دورترین رأس قطر بزرگ آن، ۸ واحد باشد، محیط مثلث $\overset{\triangle}{MFF'}$ را به دست آورید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴	
۷	شعاع دایره‌ای را بیابید که بر دایره $(x+۱)^۲+(y-۲)^۲=۹$ مماس بیرون بوده و مرکز آن، نقطه $O(۲,-۲)$ باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴	

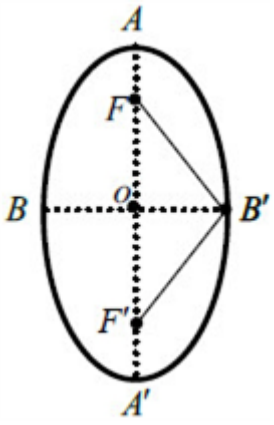
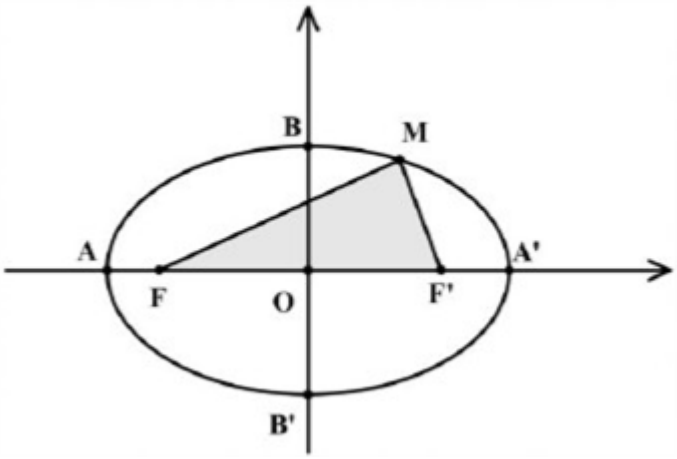
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸	اگر در یک بیضی، مختصات کانون‌ها $F'(۰,۰)$ و $F(۴,۰)$ بوده و این بیضی از نقطه $M(۰,۳)$ بگذرد، آنگاه قطر بزرگ و قطر کوچک بیضی را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴	
۹	در شکل زیر طول پاره‌خط OB را محاسبه کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۳	
۱۰	وضعیت دو دایره به معادله $(x+۱)^۲+(y-۲)^۲=۱$ و $x^۲+y^۲-۲x+۴y+۱=۰$ را نسبت به هم بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۳	
۱۱	معادلهٔ دایره‌ای را بنویسید که بر خط $۳x+۴y-۱=۰$ مماس بوده و مرکز آن $(۱,۲)$ باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳	
۱۲	اگر خروج از مرکز یک بیضی $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ و طول قطر کوچک آن ۱۰ باشد آنگاه فاصلهٔ کانونی را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳	
۱۳	اگر مرکز دایره $x^۲+y^۲+ax-۴y-۴=۰$، نقطه $O(۱,۲)$ باشد. الف) مقدار a را بیابید. ب) شعاع دایره را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۳	
۱۴	در یک بیضی فاصله کانونی با طول قطر کوچک آن برابر است. خروج از مرکز بیضی را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۳	
۱۵	معادلهٔ دایره‌ای به صورت $x^۲+y^۲-۲x-۶y+۶=۰$ است، مختصات مرکز این دایره را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۲	
۱۶	معادلهٔ قطر کانونی یک بیضی، $y=-۱$ و معادلهٔ قطر کوچک، $x=۲$ است. اگر طول قطرهای بزرگ و کوچک به‌ترتیب ۱۲ و ۸ واحد باشند، مرکز بیضی و فاصلهٔ کانونی را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۲	
۱۷	وضعیت خط $۳x+۴y=۰$ را نسبت به دایره به معادله $(x-۲)^۲+(y+۲)^۲=۹$ مشخص کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۲	

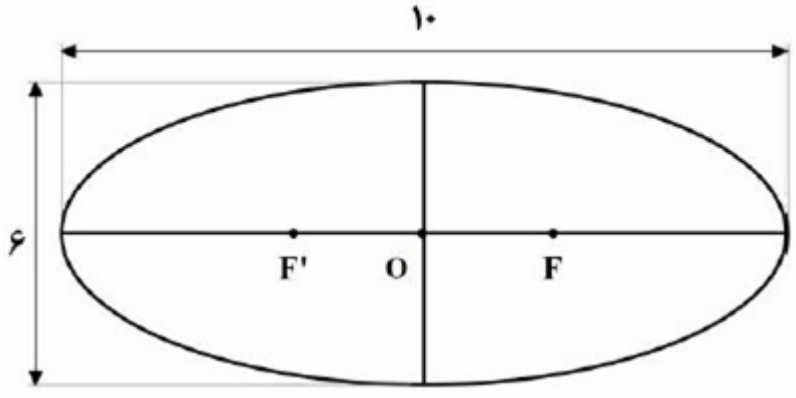
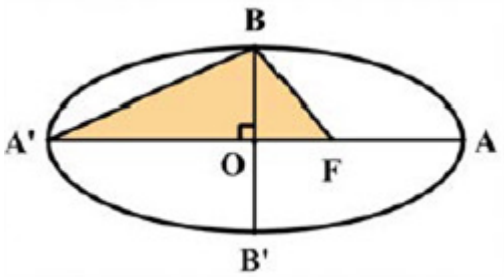
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۸	مختصات دو سر قطر بزرگ یک بیضی نقاط $(-۲, ۱)$ و $(۶, ۱)$ است. اگر خروج از مرکز این بیضی $\frac{۱}{۲}$ باشد، فاصله کانونی آن را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۲	
۱۹	اگر دو دایره به معادله‌های $x^۲ + y^۲ + ۲x - ۴y + ۱ = ۰$ و $(x - ۲)^۲ + (y + ۱)^۲ = m^۲$ مماس خارج باشند، مقدار m را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۲	
۲۰	در بیضی مقابل کانون‌ها به مختصات $F(۱, ۵)$ و $F'(۱, ۱)$ و یک رأس قطر بزرگ آن $A(۱, ۶)$ می‌باشد: الف) فاصله کانونی و مختصات مرکز بیضی را بنویسید. ب) معادله قطر کوچک بیضی را بنویسید. پ) مساحت مثلث BFF' را به دست آورید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۲	
۲۱	معادله گسترده یک دایره به شکل $x^۲ + y^۲ + ۲x + ۲y - ۸ = ۰$ است. مختصات مرکز دایره و اندازه شعاع دایره را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۱	
۲۲	اگر در بیضی مقابل مختصات کانون $F'(۴, ۰)$ و مختصات رأس $B(۰, ۳)$ باشد: الف) قطر بزرگ بیضی را بیابید. ب) محیط مثلث $(\overset{\triangle}{MFF'})$ را بیابید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۱	

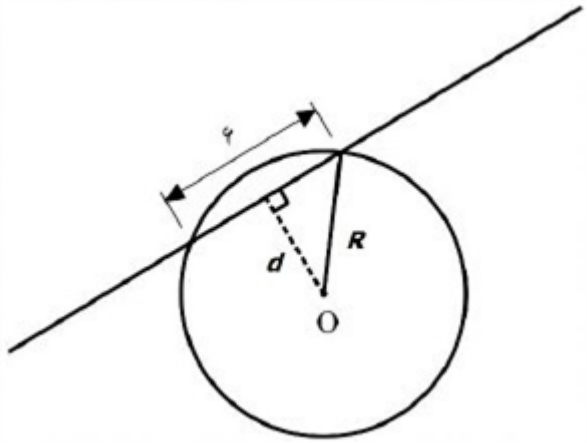
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۳	معادله گسترده دایرهٔ $C(O,R)$ به شکل $x^۲+y^۲+۲y-۴x-۴=۰$ است. الف) مختصات مرکز و شعاع دایره C را محاسبه کنید. ب) آیا نقطه $A(۰,۳)$ روی محیط دایره C قرار دارد؟ چرا؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	
۲۴	در بیضی زیر فاصله کانونی را محاسبه کنید. (F و F' کانون‌های بیضی هستند.)  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	
۲۵	معادله دایره‌ای بنویسید که مرکز آن $(۱,۴)$ و بر خط $۳x+۴y=-۱$ مماس باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	
۲۶	اگر طول قطر بزرگ AA' و قطر کوچک BB' بیضی مقابل به‌ترتیب ۱۰ و ۸ باشد: الف) مقدار $A'F$ را به دست آورید. (F کانون بیضی است) ب) مساحت مثلث هاشورخورده $(\overset{\triangle}{BFA'})$ چقدر است؟  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	
۲۷	معادله دایره‌ای بنویسید که مرکز آن $(۰,۳)$ و بر خط $۳x-۴y=۳$ مماس باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰	
۲۸	وضعیت خط $x+y=۳$ و دایره $x^۲+y^۲-۲x-۳=۰$ را نسبت به هم مشخص کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰	
۲۹	در یک بیضی افقی، طول قطر بزرگ ۶ و قطر کوچک ۴ واحد است. اگر مرکز این بیضی نقطه‌ای با مختصات $(۴,۵)$ باشد: الف) فاصله کانونی بیضی را پیدا کنید. ب) مختصات نقاط دو سر قطر بزرگ را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۰	مرکز دایره‌ای، نقطه $O(۲, -۳)$ است. این دایره روی خط $۳x - ۴y + ۲ = ۰$ وتری به طول ۶ جدا می‌کند. معادله دایره را بنویسید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰	
۳۱	کانون‌های یک بیضی نقاط $(۱, ۳)$ و $(۱, -۵)$ است. الف) فاصله‌ی کانونی و مختصات مرکز بیضی را بنویسید. ب) اگر $a = ۶$ باشد، اندازه‌ی قطر کوچک را پیدا کنید. (a اندازه نصف قطر بزرگ بیضی است.) سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰	
۳۲	اگر معادله دایره به شکل $(x + ۱)^۲ + y^۲ = ۴$ باشد: الف) مختصات مرکز دایره و اندازه شعاع دایره را بنویسید. ب) مختصات تقاطع دایره با محور xها را پیدا کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۹	
۳۳	خروج از مرکز یک بیضی افقی $\frac{۴}{۵}$، مرکز آن $(-۱, -۴)$ و طول قطر کوچک این بیضی ۶ واحد است. الف) طول قطر کانونی و فاصله کانونی را محاسبه کنید. ب) مختصات نقاط دو سر قطر بزرگ را پیدا کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۹	
۳۴	معادله‌ی دایره‌ای را بنویسید که بر خط $۳x + ۴y = ۱$ مماس بوده و مرکز آن $(۱, ۲)$ باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹	
۳۵	کانون‌های یک بیضی نقاط $(۲, ۵)$ و $(۲, -۳)$ و $a = ۵$ است. مختصات مرکز و اندازه‌ی قطر کوچک بیضی را پیدا کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹	
۳۶	کانون‌های یک بیضی نقاط $(۱, ۳)$ و $(۱, -۵)$ است. الف) فاصله‌ی کانونی و مختصات مرکز بیضی و معادله قطر بزرگ بیضی را بنویسید. ب) اگر $a = ۵$ باشد، اندازه‌ی قطر کوچک و خروج از مرکز بیضی را پیدا کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۹۹	
۳۷	وضعیت دایره‌ی $(x - ۲)^۲ + (y + ۳)^۲ = ۴$ و خط $y = -۱$ را نسبت به هم مشخص کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۸	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۸	کانون‌های یک بیضی نقاط $(۱,۳)$ و $(۱,-۵)$ است. الف) فاصله‌ی کانونی و مختصات مرکز بیضی را بنویسید. ب) اگر $a = ۶$ باشد، اندازه‌ی قطر کوچک و خروج از مرکز بیضی را پیدا کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۸	
۳۹	اگر در یک بیضی داشته باشیم $a = ۵$ و $b = ۳$ در این صورت اندازه فاصله کانونی این بیضی را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸	
۴۰	وضعیت خط $x + y = ۳$ را نسبت به دایره $x^۲ + y^۲ - ۲x - ۳ = ۰$ مشخص کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸	
۴۱	در یک بیضی افقی طول قطر بزرگ ۸ و طول قطر کوچک ۶ واحد است. فاصله‌ی کانونی بیضی را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸	
۴۲	وضعیت دو دایره به معادلات $(x+۱)^۲ + (y-۲)^۲ = ۱$ و $x^۲ + y^۲ - ۲x + ۴y + ۱ = ۰$ را نسبت به هم مشخص کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸	
۴۳	معادله گسترده دایره‌ای به صورت $x^۲ + y^۲ - ۶x + ۲y + ۶ = ۰$ می‌باشد، مرکز و شعاع دایره را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۷	
۴۴	در یک بیضی قطر بزرگ ۸ و قطر کوچک آن ۶ واحد است. خروج از مرکز این بیضی چه‌قدر است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۷	
۴۵	ابتدا معادله‌ی وتر مشترک دو دایره به معادلات زیر را تعیین کنید. سپس مختصات نقاط برخورد این دو دایره را تعیین کنید. $x^۲ + y^۲ + ۴x + ۲y - ۲۰ = ۰$ $\quad$ $x^۲ + y^۲ + ۲x + ۲y - ۲۴ = ۰$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم تجربی	
۴۶	اندازه‌ی شعاع دایره به معادله‌ی $x^۲ + y^۲ - ۲x = ۰$ را تعیین کنید و مختصات مرکز آن را بیابید و نمودار آن را رسم کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-چهارم دبیرستان-چهارم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخنامه تشریحی

۱ روش اول:

$$o(-۲,۱) \qquad r=\frac{\sqrt{۳۲}}{۲}=۲\sqrt{۲}$$

$$(x+۲)^۲+(y-۱)^۲=۸$$

روش دوم:

$$o(-۲,۱) \qquad r=\frac{\sqrt{۳۲}}{۲}=۲\sqrt{۲}$$

$$\begin{cases} -\frac{a}{۲}=-۲\Rightarrow a=۴ \\ -\frac{b}{۲}=۱\Rightarrow b=-۲ \end{cases}$$

$$r=۲\sqrt{۲}=\frac{۱}{۲}\sqrt{۱۶+۴-۴c}\Rightarrow c=-۳$$

$$x^۲+y^۲+۴x-۲y-۳=۰$$

۲

$$a=۱۰,\frac{c}{a}=\frac{۳}{۵}\Rightarrow c=۶\Rightarrow ۲c=۱۲$$

۳

$$r=\frac{|۴+۶-۲۵|}{\sqrt{۱۶+۹}}=۳$$

$$(x-۱)^۲+(y+۲)^۲=۹$$

۴

$$\begin{cases} ۲c=۳-(-۵)=۸\Rightarrow c=۴ \\ a=۵ \end{cases}\Rightarrow a^۲=b^۲+c^۲\Rightarrow ۲۵=b^۲+۱۶\Rightarrow b=۳\Rightarrow ۲b=۶$$

۵

$$r=\mathrm{OH}=\frac{|۳(۰)-۴(۳)-۳|}{\sqrt{(۳)^۲+(-۴)^۲}}=\frac{۱۵}{۵}=۳\Rightarrow \begin{cases} o(۰,۳) \\ r=۳ \end{cases}\Rightarrow C(x,y):(x-۰)^۲+(y-۳)^۲=۹$$

۶

$$\mathrm{FA'}=\mathrm{FO}+\mathrm{OA'}=c+a=۸$$

$$P(\overset{\triangle}{MFF'})=\mathrm{MF}+\mathrm{MF'}+\mathrm{FF'}=۲a+۲c=۲(a+c)=۱۶$$

۷

$$(x+۱)^۲+(y-۲)^۲=۹\Rightarrow \begin{cases} o'(-۱,۲) \\ r'=۳ \end{cases}$$

$$\mathrm{oo'}=\sqrt{(۲-(-۱))^۲+(-۲-۲)^۲}=۵\xrightarrow{\mathrm{oo'}=r+r'} r=۲$$

۸

$\mathrm{MF}+\mathrm{MF'}=۲a\Rightarrow \sqrt{۰+۹}+\sqrt{۱۶+۹}=۲a\Rightarrow ۲a=۸$ قطر بزرگ

$\mathrm{FF'}=۲c\Rightarrow ۴=۲c\Rightarrow c=۲$

$a^۲=b^۲+c^۲\Rightarrow ۱۶=b^۲+۴\Rightarrow b=\sqrt{۱۲}\Rightarrow ۲b=۲\sqrt{۱۲}$ قطر کوچک

۹

$$\mathrm{OA'}=a=۳\Rightarrow \mathrm{OB}=b=\sqrt{a^۲-c^۲}=\sqrt{۹-۴}=\sqrt{۵}$$

۱۰

$$\left.\begin{array}{c} O(-۱,۲),\ r=۱ \\ O'(۱,-۲),\ r'=\frac{۱}{۲}\sqrt{۴+۱۶-۴}=\frac{۱}{۲}\times ۴=۲ \\ \mathrm{OO'}=\sqrt{(۱-(-۱))^۲+(-۲-۲)^۲}=\sqrt{۴+۱۶}=۲\sqrt{۵} \end{array}\right\}\Rightarrow \mathrm{OO'}>r+r'$$

دو دایره متخارج هستند.

Telegram: @konkur_in

۱۱ $r=\frac{|۳(۱)+۴(۲)-۱|}{\sqrt{۳^۲+۴^۲}}=۲\Rightarrow (x-۱)^۲+(y-۲)^۲=۴$

۱۲ $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow c=\frac{\sqrt{۳}}{۲}a \qquad BB'=۲b=۱۰\Rightarrow b=۵$

$a^۲=۲۵+\frac{۳}{۴}a^۲\Rightarrow a=۱۰\xrightarrow{c=۵\sqrt{۳}} FF'=۲c=۱۰\sqrt{۳}$

۱۳ الف) $-\frac{a}{۲}=۱\Rightarrow a=-۲$

ب) $r=\frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲+b^۲-۴c}=\frac{۱}{۲}\sqrt{۴+۱۶+۱۶}\Rightarrow r=۳$

۱۴ $۲b=۲c\Rightarrow b=c\Rightarrow a^۲=b^۲+c^۲=c^۲+c^۲=۲c^۲\Rightarrow a=\sqrt{۲}c$

$e=\frac{c}{a}=\frac{c}{\sqrt{۲}c}\Rightarrow e=\frac{۱}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۱۵ $\Rightarrow O\left(-\frac{a}{۲},-\frac{b}{۲}\right)=\left(\frac{۲}{۲},\frac{۶}{۲}\right)=(۱,۳)$

۱۶ مرکز بیضی محل برخورد قطر کانونی و قطر کوچک است، پس: $O(۲,-۱)$

با توجه به اینکه $AA'=۱۲$ و $BB'=۸$، بنابراین: $AA'=۲a=۱۲\Rightarrow a=۶$

$BB'=۲b=۸\Rightarrow b=۴$

همچنین: $c^۲=۳۶-۱۶=۲۰\Rightarrow c=۲\sqrt{۵}\Rightarrow FF'=۲c=۴\sqrt{۵}$

۱۷ $O(۲,-۲), r=۳, d=\frac{|۳\times ۲+۴(-۲)|}{\sqrt{۹+۱۶}}=\frac{۲}{۵}$

چون شعاع دایره بزرگ‌تر از فاصله مرکز دایره تا خط می‌باشد، پس خط و دایره متقاطع هستند.

۱۸ $۲a=۸\Rightarrow a=۴, \frac{c}{a}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow c=۲\Rightarrow FF'=۲c=۴$

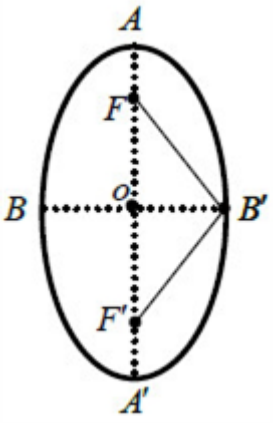
۱۹ $x^۲+y^۲+۲x-۴y+۱=۰ : O(-۱,۲), r=۲$

$(x-۲)^۲+(y+۱)^۲=m^۲ : O'(۲,-۱), r'=m$

$OO'=۳\sqrt{۲}$

$OO'=r+r'\Rightarrow m+۲=۳\sqrt{۲}\Rightarrow m=۳\sqrt{۲}-۲$

Telegram: @konkur_in



۲۰

الف) $FF' = ۴\ ,\ O(۱,۳)$

ب) $y = ۳$

پ) $OB' = \sqrt{OA^۲ - OF^۲} = \sqrt{۵}$

$S = \frac{۱}{۲}OB' \times FF' = ۲\sqrt{۵}$

۲۱

$O\left(-\frac{a}{۲}, -\frac{b}{۲}\right) = (-۱,-۱)\ , r = \frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲ + b^۲ - ۴c} = \sqrt{۱۰}$

۲۲

الف) $\begin{cases} b = ۳ \\ c = ۴ \end{cases} \Rightarrow a^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow ۲a = ۱۰$

ب) محیط $= ۲a + ۲c = ۱۸$

۲۳

الف) $O\left(-\frac{a}{۲}, -\frac{b}{۲}\right) = (۲,-۱), R = \frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲ + b^۲ - ۴c} = ۳$

ب) خیر زیرا: $(۰)^۲ + (۳)^۲ + ۲(۳) - ۴(۰) - ۴ \neq ۰$

۲۴

$a^۲ = b^۲ + c^۲ \xrightarrow{a=۵\ ,\ b=۳} c = ۴ \Rightarrow FF' = ۸$

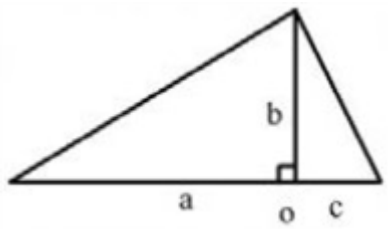
۲۵

$r = \frac{|۳\times۱ + ۴(۴) + ۱|}{\sqrt{۳^۲ + ۴^۲}} = ۴ \Rightarrow (x-۱)^۲ + (y-۴)^۲ = ۱۶$

۲۶

الف) $\begin{matrix} a = ۵ \\ b = ۴ \end{matrix} \Rightarrow c^۲ = ۲۵ - ۱۶ \Rightarrow c = ۳ \Rightarrow A'F = ۸$

ب)



$S_\Delta = \frac{۱}{۲}(۵ + ۳)\times ۴ = ۱۶$

۲۷

$r = \frac{|۳\times۰ - ۴\times۳ - ۳|}{\sqrt{۳^۲ + (-۴)^۲}} = ۳ \Rightarrow (x-۰)^۲ + (y-۳)^۲ = ۹$

۲۸

$R = \frac{۱}{۲}\sqrt{۴ + ۰ + ۱۲} = ۲\ , O(۱,۰)$

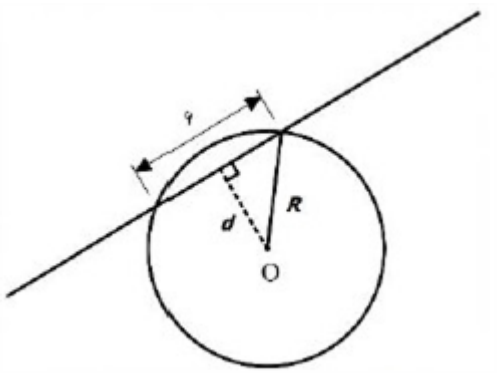
$OH = \frac{|۱\times۱ + ۰\times۱ - ۳|}{\sqrt{۱^۲ + ۱^۲}} = \sqrt{۲} \Rightarrow OH < R$

خط و دایره متقاطع‌اند.

Telegram: @konkur_in

۲۹ الف) $c^۲ = a^۲ - b^۲ = ۹ - ۴ = ۵ \Rightarrow c = \sqrt{۵} \Rightarrow \text{FF}' = ۲\sqrt{۵}$

ب) $A(۴ + ۳, ۵), A'(۴ - ۳, ۵)$

۳۰ 

$$d = \frac{|۳ \times ۲ - ۴(-۳) + ۲|}{\sqrt{۳^۲ + (-۴)^۲}} = ۴$$

$$R = \sqrt{۳^۲ + ۴^۲} = ۵ \Rightarrow (x - ۲)^۲ + (y + ۳)^۲ = ۲۵$$

۳۱ الف) $O\left|\begin{array}{l} \frac{۱+۱}{۲} = ۱ \\ \frac{۳-۵}{۲} = -۱ \end{array}\right.$ مرکز $\text{FF}' = |۳ - (-۵)| = ۸ = ۲C \Rightarrow C = ۴$

ب) $b^۲ = a^۲ - c^۲ = ۳۶ - ۱۶ = ۲۰ \Rightarrow b = \sqrt{۲۰} \Rightarrow \text{BB}' = ۲\sqrt{۲۰}$

۳۲ الف) $O(-۱, ۰), R = ۲$

ب) $(۱, ۰), (-۳, ۰)$

۳۳ الف) $c = \frac{۴}{۵}a \Rightarrow ۹ + \frac{۱۶}{۲۵}a^۲ = a^۲ \Rightarrow a = ۵, c = ۴ \Rightarrow \text{FF}' = ۸, \text{AA}' = ۱۰$

ب) $A(۱, -۱), A'(-۹, -۱)$

۳۴ $$R = \frac{|۳ \times ۱ + ۴ \times ۲ - ۱|}{\sqrt{۳^۲ + ۴^۲}} = ۲, (x - ۱)^۲ + (y - ۲)^۲ = ۴$$

۳۵ $O(۲, ۱), c = ۴ \Rightarrow ۲۵ = b^۲ + ۱۶ \Rightarrow ۲b = ۶$

۳۶ الف) $O\left|\begin{array}{l} \frac{۱+۱}{۲} = ۱ \\ \frac{۳-۵}{۲} = -۱ \end{array}\right.$ مرکز $\text{FF}' = |۳ - (-۵)| = ۸ = ۲c \Rightarrow c = ۴$

و معادله قطر بزرگ: $x = ۱$

ب) $b^۲ = a^۲ - c^۲ = ۲۵ - ۱۶ = ۹ \Rightarrow b = ۳ \Rightarrow \text{BB}' = ۲b = ۶, e = \frac{c}{a} = \frac{۴}{۵}$

۳۷ $$O(۲, -۳), r = ۲, d = \frac{|-۳ + ۱|}{\sqrt{۰ + ۱}} = ۲$$

خط و دایره بر هم مماس هستند.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۸ الف) $O\left|\begin{array}{l}\frac{۱+۱}{۲}=۱\\ \frac{۳-۵}{۲}=-۱\end{array}\right.$ مرکز $FF'=|۳-(-۵)|=۸=۲c\Rightarrow c=۴$

فاصله کانونی برابر ۸ است.

ب) $b^۲=a^۲-c^۲=۳۶-۱۶=۲۰\Rightarrow b=\sqrt{۲۰}\Rightarrow BB'=۲\sqrt{۲۰}, e=\frac{c}{a}=\frac{۲}{۳}$

۳۹ $c^۲=a^۲-b^۲=۲۵-۹=۱۶\Rightarrow c=۴\Rightarrow ۲c=۸$

۴۰ $O(۱,۰), r=۲$

$d=\frac{|۱(۱)+۱(۰)-۳|}{\sqrt{۱^۲+۱^۲}}=\frac{۲}{\sqrt{۲}}=\sqrt{۲}<۲\Rightarrow$ متقاطعند

۴۱ $۲a=۸\Rightarrow \underbrace{a=۴}_{۰/۲۵}$, $۲b=۶\Rightarrow \underbrace{b=۳}_{۰/۲۵}$

$c^۲=a^۲-b^۲\Rightarrow c^۲=۱۶-۹=۷\Rightarrow \underbrace{c=\sqrt{۷}}_{۰/۲۵}$

$\underbrace{۲c=۲\sqrt{۷}}_{۰/۲۵}$

۴۲ دو دایره متخارج هستند. ۰/۲۵

$\underbrace{o_۱=(-۱,۲), r_۱=۱}_{۰/۵}$, $\underbrace{o_۲\left|\begin{array}{l}\frac{-a}{۲}=۱\\ \frac{-b}{۲}=-۲\end{array}\right., r_۲=\frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲+b^۲-۴c}=۲}_{۰/۷۵}$

$\underbrace{d=\sqrt{(-۱-۱)^۲+(۲+۲)^۲}=\sqrt{۲۰}}_{۰/۵}\Rightarrow \sqrt{۲۰}>۱+۲=۳$

۴۳ $O\left|\begin{array}{l}\frac{-a}{۲}=۳\\ \frac{-b}{۲}=-۱\end{array}\right.$ (۰/۵) $r=\frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲+b^۲-۴c}=۲$ (۰/۷۵)

۴۴ $۲a=۸\Rightarrow a=۴(۰/۲۵), ۲b=۶\Rightarrow b=۳$ (۰/۲۵)

$c^۲=a^۲-b^۲\Rightarrow c=\sqrt{۷}(۰/۲۵)$

$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{۷}}{۴}$ (۰/۲۵)

Telegram: @konkur_in

۴۵

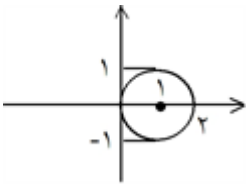
$$-\begin{cases} x^۲+y^۲+۴x+۲y-۲۰=۰ \\ x^۲+y^۲+۲x+۲y-۲۴=۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۲x+۴=۰ \Rightarrow x=-۲$$ وتر مشترک

$$\Rightarrow ۴+y^۲+(-۴)+۲y-۲۴=۰ \Rightarrow y^۲+۲y+۱=۲۵$$

$$\Rightarrow (y+۱)^۲=۲۵ \Rightarrow \begin{cases} y+۱=۵ \Rightarrow A(-۲,۴) \\ y+۱=-۵ \Rightarrow B(-۲,-۶) \end{cases}$$

۴۶



$$x^۲+y^۲-۲x=۰ \Rightarrow x^۲-۲x+۱-۱+y^۲=۰$$

$$\Rightarrow (x-۱)^۲+y^۲=۱$$

مرکز $C\begin{vmatrix} ۱ \\ ۰ \end{vmatrix}$ شعاع $R=۱$

www.konkur.in

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

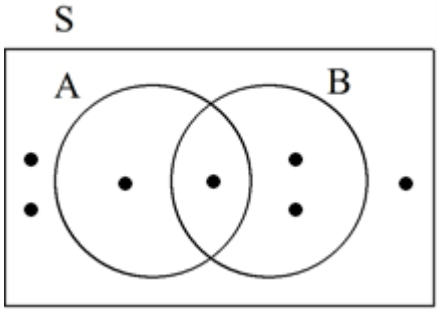
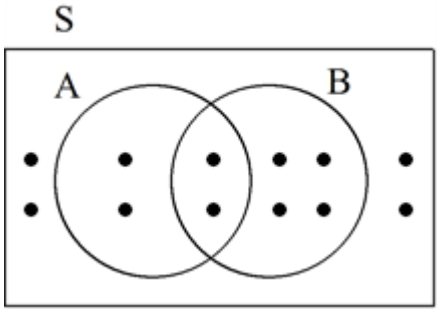
نام :	باسمه تعالی	نوبت امتحانی :
نام خانوادگی :		پایه :
نام پدر :		ساعت شروع :
شماره دانش آموزی :		مدت امتحان :
نام درس : ریاضی دوازدهم - فصل ۷		

تصحیح	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	تجدید نظر	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:
	تاریخ و امضا:	نمره با حروف:		تاریخ و امضا:	نمره با حروف:

ردیف	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	سه ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۸ مهره قرار دارد که ۴ تای آن آبی است. در ظرف دوم همهٔ مهره‌ها آبی هستند و در ظرف سوم ۱۲ مهره داریم که ۴ تای آن‌ها آبی است. با چشم بسته یک ظرف را انتخاب کرده و یک مهره از آن خارج می‌کنیم. با چه احتمالی این مهره آبی است؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۲	سه ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۰ مهره قرار دارد که ۲ تای آن قرمز است. در ظرف دوم هیچ مهرهٔ قرمزی وجود ندارد و در ظرف سوم ۱۴ مهره داریم که ۷ تای آن‌ها قرمز است. با چشم بسته یک ظرف را انتخاب کرده و یک مهره از آن خارج می‌کنیم. با چه احتمالی این مهره قرمز است؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۳	جعبهٔ A شامل ۵ مهرهٔ آبی، ۳ مهرهٔ سبز و ۴ مهرهٔ قرمز است و جعبهٔ B شامل ۳ مهرهٔ آبی، ۴ مهرهٔ سبز و ۵ مهرهٔ قرمز است. از جعبهٔ A به تصادف یک مهره را انتخاب کرده، در جعبهٔ B قرار می‌دهیم. سپس یک مهره از جعبهٔ B انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه مهرهٔ خارج شده از جعبهٔ B سبز باشد را حساب کنید. (مهره‌ها همگی متمایز هستند.) سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۴	در یک جعبه، ۴ ساعت از نوع A ، ۳ ساعت از نوع B و ۵ ساعت از نوع C موجود است و احتمال اینکه عمر آن‌ها از ۲۰ سال بیشتر باشد، برای نوع A ، $\frac{۳}{۵}$ و برای نوع B ، $\frac{۲}{۳}$ و برای نوع C ، $\frac{۱}{۲}$ است. به تصادف یک ساعت از این جعبه انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی عمر ساعت بیش‌تر از ۲۰ سال است؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۵	در ظرف اول ۵ مهرهٔ سفید، ۴ مهرهٔ سیاه و ۲ مهرهٔ سبز و در ظرف دوم ۳ مهرهٔ سفید، ۲ مهرهٔ سیاه و ۱ مهرهٔ سبز موجود است. از ظرف اول یک مهره خارج کرده و درون ظرف دوم قرار می‌دهیم و سپس از ظرف دوم مهره‌ای خارج می‌کنیم. احتمال آنکه این مهره سفید باشد را حساب کنید. (مهره‌ها همگی متمایز هستند.) سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۶	فرض کنید جمعیت یک کشور شامل ۳۰ درصد کودک و نوجوان، ۴۰ درصد بزرگسالان و ۳۰ درصد سالمند باشند و شیوع یک بیماری واگیردار در این دسته‌ها به ترتیب ۲ درصد، ۴ درصد و ۷ درصد باشد. اگر فردی به تصادف از این جامعه انتخاب شود، با چه احتمالی به بیماری مورد نظر مبتلا می‌شود؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم	
۷	احتمال قهرمانی علی در مسابقات شطرنج ۳ برابر قهرمانی امیر در مسابقات تنیس است و احتمال آنکه حداقل یکی قهرمان شود برابر ۰/۹۳ است. احتمال قهرمانی هر یک را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	

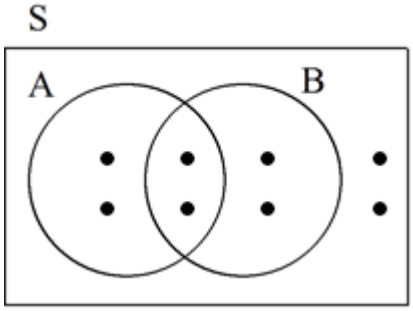
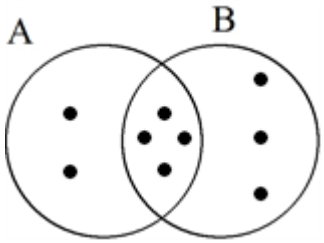
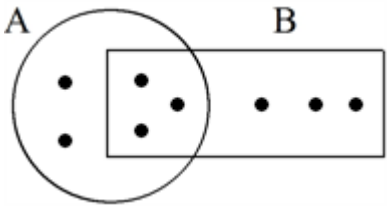
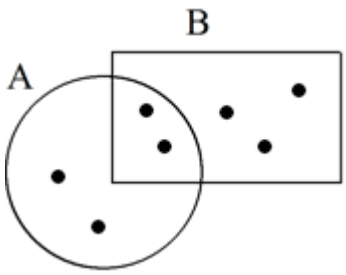
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸	احتمال این که علی در درس فیزیک قبول شود، دو برابر احتمال آن است که رضا در این درس قبول شود. اگر احتمال این که حداقل یکی از آن‌ها قبول شوند، برابر ۰/۵۲ باشد، علی و رضا هر کدام با چه احتمالی در درس فیزیک قبول می‌شوند؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -یازدهم	
۹	مدرسه A چهار برابر مدرسه B دانش‌آموز دارد. ۳۵ درصد دانش‌آموزان مدرسه A و ۲۰ درصد دانش‌آموزان مدرسه B معدلی بالای ۱۷ دارند. اگر همهٔ دانش‌آموزان هر دو مدرسه در یک محوطه حاضر باشند و به تصادف یکی از آن‌ها را انتخاب کنیم: الف) با چه احتمالی فرد انتخابی از مدرسه A و با چه احتمالی از مدرسه B است؟ ب) با چه احتمالی فرد انتخابی معدلی بالای ۱۷ دارد؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-دوازدهم	
۱۰	در پرتاب دو تاس احتمال آنکه مجموع دو تاس ۶ باشد و اختلاف آن‌ها ۴ نباشد را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دهم	
۱۱	در پرتاب دو تاس احتمال آنکه مجموع دو تاس ۵ باشد را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دهم	
۱۲	یک خانواده دارای ۳ فرزند است. احتمال آنکه این خانواده حداکثر ۲ فرزند دختر داشته باشد، چقدر است؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دهم	
۱۳	با توجه به شکل مقابل، آیا دو پیشامد A و B مستقل هستند؟  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -یازدهم	
۱۴	با توجه به شکل مقابل، آیا دو پیشامد A و B مستقل هستند؟  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -یازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۵	با توجه به شکل مقابل، آیا دو پیشامد A و B مستقل هستند؟  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -یازدهم	
۱۶	با توجه به شکل مقابل $P(A\|B)$ و $P(B\|A)$ را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -یازدهم	
۱۷	با توجه به شکل مقابل $P(A\|B)$ و $P(B\|A)$ را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -یازدهم	
۱۸	با توجه به شکل مقابل $P(A\|B)$ و $P(B\|A)$ را حساب کنید.  سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -یازدهم	
۱۹	در یک کیسه ۵ مهره سفید و ۴ مهره سیاه موجود است. دو مهره به تصادف و با هم خارج می‌کنیم احتمال آن‌که هر دو سیاه باشد را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -دهم	
۲۰	در پرتاب یک تاس احتمال آن‌که عدد رو شده اول باشد را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی۹۹_۰۰ -دهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۱ جدول زیر را کامل کنید.

$P(A)$	$P(B)$	$P(A \cup B)$	$P(A \cap B)$	$P(A\|B)$	$P(B\|A)$
۰/۷		۰/۹	۰/۵		

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-یازدهم

۲۲ جدول زیر را کامل کنید؟ (A و B مستقل هستند.)

$P(A)$	$P(B)$	$P(A \cup B)$	$P(A \cap B)$	$P(A\|B)$	$P(B\|A)$
۰/۶		۰/۸			

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-یازدهم

۲۳ جدول زیر را کامل کنید.

$P(A)$	$P(B)$	$P(A \cup B)$	$P(A \cap B)$	$P(A\|B)$	$P(B\|A)$
۰/۵		۰/۸	۰/۴		

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-یازدهم

۲۴ جدول زیر را کامل کنید.

$P(A)$	$P(B)$	$P(A \cap B)$	$P(A \cup B)$	$P(A\|B)$	$P(B\|A)$
۰/۸			۰/۹		۰/۵

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-یازدهم

۲۵ جدول زیر را کامل کنید.

$P(A)$	$P(B)$	$P(A \cup B)$	$P(A \cap B)$	$P(A\|B)$	$P(B\|A)$
۰/۴	۰/۶				۰/۵

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-یازدهم

۲۶ اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای باشند و $P(A) = ۰/۵$، $P(B) = ۰/۶$ و $P(A \cap B') = ۰/۳$ باشد $P(A' \cap B)$ را به دست آورید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دهم

۲۷ اگر A، B و C سه پیشامد دو به دو ناسازگار و $P(A') + P(B') + P(C') = \frac{۵}{۲}$ باشند، آن‌گاه $P(A \cup B \cup C)$ را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

۲۸ اگر A، B و C سه پیشامد دو به دو ناسازگار و $P(A) + P(B) = \frac{۱}{۸}$، $P(A) + P(C) = \frac{۱}{۱۰}$ و $P(B) + P(C) = \frac{۱}{۶}$ باشند، آن‌گاه $P(A \cup B \cup C)$ را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۹	در پرتاب دو تاس می‌دانیم حداقل یکی از اعداد رو شده ۳ است. احتمال آن‌که متوالی باشند را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۳۰	در پرتاب دو تاس می‌دانیم هر دو عدد رو شده متوالی هستند، احتمال آن‌که حداقل یکی ۳ باشد را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دوازدهم	
۳۱	اگر دو پیشامد A و B مستقل باشند و $P(A)=\frac{۱}{۶}$، $P(A\cap B)=\frac{۱}{۱۵}$ باشد، $P(A\cup B)$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-یازدهم	
۳۲	اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند و $P(A)=\frac{۱}{۳}$ و $P(B)=\frac{۲}{۷}$ باشد، $P(A\cap B)$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-یازدهم	
۳۳	اگر $P(A)=\frac{۱}{۵}$، $P(B)=\frac{۱}{۶}$ و $P(A\cup B)=\frac{۱}{۳}$ باشد، $P(A\|B)$ و $P(B\|A)$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-یازدهم	
۳۴	اگر $P(A)=\frac{۳}{۵}$ و $P(A\cap B)=\frac{۲}{۷}$ باشد، $P(B\|A)$ را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-یازدهم	
۳۵	مدرسه‌ی A سه برابر مدرسه‌ی B دانش‌آموز دارد. ۲۵ درصد دانش‌آموزان مدرسه‌ی A و ۱۵ درصد از دانش‌آموزان مدرسه‌ی B معدلی بالای ۱۸ دارند. اگر همه‌ی دانش‌آموزان هر دو مدرسه در یک محوطه حاضر باشند و به تصادف یکی از آن‌ها را انتخاب کنیم: الف) با چه احتمالی فرد انتخابی از مدرسه‌ی A و با چه احتمالی از مدرسه‌ی B است؟ ب) با چه احتمالی فرد انتخابی معدلی بالای ۱۸ دارد؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۳۶	مینا در انتخاب رشته‌ی خود برای تحصیل در دبیرستان بین سه رشته‌ی ریاضی، تجربی و انسانی مردد است. اگر او رشته‌ی ریاضی را انتخاب کند، به احتمال ۰/۴۵، اگر تجربی را انتخاب کند به احتمال ۰/۱ و اگر انسانی را انتخاب کند به احتمال ۰/۳ در آزمون ورودی دانشگاه پذیرفته خواهد شد. اگر احتمال این‌که او رشته‌ی ریاضی را انتخاب کند ۰/۱، احتمال این‌که رشته‌ی تجربی را انتخاب کند ۰/۶ و احتمال این‌که رشته‌ی انسانی را انتخاب کند ۰/۳ باشد، با چه احتمالی در دانشگاه پذیرفته خواهد شد؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۳۷	در یک جعبه ۵ ساعت دیواری از نوع A، ۲ تا از نوع B و ۱۵ تا از نوع C وجود دارد و احتمال این‌که عمر آن‌ها از ۱۰ سال بیش‌تر باشد برای نوع A، $\frac{۴}{۵}$، برای نوع B، $\frac{۹}{۱۰}$ و برای نوع C، $\frac{۱}{۲}$ است. به تصادف یک ساعت از کارتن بیرون می‌آوریم. با چه احتمالی عمر این ساعت بیش از ۱۰ سال است؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۳۸	یک سکه را پرتاب می‌کنیم و اگر پشت بیاید ۳ سکه‌ی دیگر را با هم پرتاب می‌کنیم. در این آزمایش احتمال این‌که دقیقاً یک سکه رو ظاهر شود چه‌قدر است؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۹	فرض کنید جمعیت یک کشور متشکل از ۲۰ درصد کودک و نوجوان، ۵۰ درصد میانسال و ۳۰ درصد سالمند باشند و شیوع یک بیماری خاص در این دسته‌ها به‌ترتیب ۳ درصد، ۵ درصد و ۱ درصد باشد. اگر فردی به تصادف از این جامعه انتخاب شود، با چه احتمالی به بیماری موردنظر مبتلا است؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۴۰	دو جعبه داریم. درون یکی از آن‌ها ۱۲ لامپ قرار دارد که ۶ تا از آن‌ها معیوب است و درون جعبه‌ی دیگر ۹۶ لامپ قرار دارد که ۴ تا از آن‌ها معیوب‌اند. به تصادف جعبه‌ای انتخاب کرده، یک لامپ از آن بیرون می‌آوریم. چه‌قدر احتمال دارد لامپ موردنظر معیوب باشد؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دوازدهم-ریاضی (۳) تجربی	
۴۱	یک سکه را پرتاب می‌کنیم. اگر شیر بیاید تاس را می‌اندازیم در غیر این صورت سکه را دو بار دیگر پرتاب می‌کنیم تعداد کل حالات را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۴۲	دو سکه و یک تاس با هم پرتاب می‌کنیم تعداد حالات ممکن را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۸-۹۷ -دوازدهم	
۴۳	احتمال قبولی مهتاب در کنکور سراسری ۰/۸ و احتمال قبولی رزا ۰/۷ است. الف) با چه احتمالی حداقل یکی از این دو نفر در کنکور سراسری قبول می‌شوند؟ ب) با چه احتمالی فقط یکی از این دو نفر در کنکور سراسری قبول می‌شوند؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۴۴	تاس را دو بار پرتاب کرده‌ایم. اگر بدانیم مجموع اعداد ظاهر شده بیش‌تر از ۸ است، با چه احتمالی این دو عدد با هم برابرند؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۴۵	احتمال برد استقلال در برابر پرسپولیس ۰/۷ است. اگر هنگام بازی یک تاس و یک سکه هم بیاندازیم. احتمال برد استقلال و رو آمدن سکه و کم‌تر از ۵ آمدن تاس چند است؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۴۶	احتمال وقوع نوعی بیماری در یک جامعه مشخص برابر ۰/۰۴ و احتمال این‌که فردی هم دچار این بیماری شود و هم درمان یابد برابر ۰/۰۲ است. اگر فردی به بیماری مذکور دچار شده باشد، احتمال درمان یافتن او چه‌قدر است؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۴۷	اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، به طوری‌که $P(A \mid B) = \frac{۱}{۲}$ و $P(B) = \frac{۱}{۳}$، آن‌گاه $P(A \cup B)$ را بیابید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۴۸	ترکیبی از ۴ ماده‌ی شیمیایی داریم که دو تا از آن‌ها مواد A و B هستند. احتمال واکنش نشان دادن ماده‌ی A ، $\frac{۱}{۵}$ و احتمال واکنش نشان دادن ماده‌ی B ، $\frac{۱}{۱۰}$ است. اگر ماده‌ی A واکنش نشان دهد، احتمال واکنش نشان دادن ماده‌ی B $\frac{۱}{۴}$ خواهد شد. با چه احتمالی حداقل یکی از مواد A یا B واکنش نشان خواهد داد؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۹	جدول زیر درصد فراوانی نسبی گروه خونی افراد یک جامعه است. در نمودار دایره‌ای، زاویه سطح مربوط به گروه خونی O چند است؟ گروه خونی | O | A | B | AB درصد فراوانی | X | ۲۴ | ۲۲/۵ | ۳۶ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۵۰	احتمال آن‌که عسل در کنکور قبول شود ۰/۷ و احتمال آن‌که یاسمین در کنکور قبول شود ۰/۶ می‌باشد، مطلوب است احتمال آن‌که: الف) هیچ‌کدام از آن‌ها در کنکور قبول نشوند؟ ب) فقط یکی از آن‌ها در کنکور قبول شود؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۵۱	در یک شرکت بسته‌بندی کالا، درصد محصولات تولیدی با سه دستگاه A و B و C به ترتیب ۳۰، ۴۵ و ۲۵ است. اگر ۱ درصد محصولات A و ۲ درصد محصولات B و ۴ درصد محصولات C معیوب باشند و یک کالا به تصادف از بین محصولات شرکت انتخاب کنیم، احتمال این‌که کالا سالم باشد چه‌قدر است؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۵۲	اگر $P(A)=\frac{۲}{۵}$، $P(B')=\frac{۳}{۷}$ و $P(A\cap B)=\frac{۱}{۵}$ مطلوب است: الف) $P(A\cup B)$ ب) $P(A-B)$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۵۳	در یک خانواده‌ی سه فرزندی می‌دانیم فرزندسوم آن‌ها پسر است. با کدام احتمال لااقل یکی از فرزندان دختر است؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۵۴	اگر $P(A-B)+P(B-A)=P(A\cup B)$ باشد، آن‌گاه حاصل عبارت زیر را حساب کنید. $\frac{P(A-B)}{P(A)}=$ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۵۵	در جعبه‌ای ۵ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی قرمز موجود است. به تصادف ۴ مهره از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال یک مهره‌ی قرمز و حداقل ۲ مهره‌ی سفید خارج شده است؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۵۶	دو تاس را با هم می‌ریزیم. مطلوبست احتمال این‌که: الف) مجموع دو تاس ۸ باشد. ب) تاس اول زوج و تاس دوم ۵ بیاید. پ) حاصل‌ضرب اعداد رو شده ۱۲ باشد. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۵۷	خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است. مطلوبست: الف) فضای نمونه‌ای. ب) پیشامد A که در آن فرزند اول دختر باشد. پ) پیشامد B که در آن فرزند دوم پسر یا فرزند سوم دختر باشد. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۸	اگر ۷ نفر که دو نفر آن‌ها با هم برادرند، به تصادف در یک ردیفی قرار بگیرند، چه‌قدر احتمال دارد دو برادر کنار یک‌دیگر نباشند؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۵۹	یک فروشگاه دو نوع کارت اعتباری A و B را می‌پذیرد. اگر ۳۴ درصد از مشتریان کارت نوع A و ۶۲ درصد کارت نوع B و ۱۵ درصد هر دو کارت همراه داشته باشند، چه‌قدر احتمال دارد مشتریان با در اختیار داشتن حداقل یکی از این دو کارت از این فروشگاه خرید کنند؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۶۰	می‌خواهیم از بین ۳ دانش‌آموز کلاس دهم رشته‌ی ریاضی و ۲ دانش‌آموز کلاس دهم رشته‌ی تجربی یک تیم دو نفره‌ی تنیس روی میزانتخاب کنیم. اگر این عمل به تصادف صورت پذیرد، چه‌قدر احتمال دارد: الف) هر دو نفر، هم‌رشته باشند؟ ب) ۱ نفر از رشته‌ی ریاضی و ۱ نفر از رشته‌ی تجربی باشد؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۶۱	از بین ۱۲ دانشجو می‌خواهیم ۴ نفر را به طور تصادفی انتخاب کنیم. ۷ نفر از دانشجویان در رشته‌ی فیزیک و ۵ نفر در رشته‌ی ریاضی مشغول هستند. مطلوب است احتمال آن‌که: الف) فقط یک دانشجو رشته فیزیک انتخاب شود. ب) حداقل ۳ نفر از رشته ریاضی انتخاب شود. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۶۲	دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم. مطلوبست: الف) تعداد اعضای فضای نمونه‌ای. ب) پیشامد A که در آن مجموع اعداد رو شده برابر ۸ باشد. ج) پیشامد B که در آن حاصل‌ضرب اعداد رو شده مضرب ۱۵ باشد. د) پیشامد آن‌که A رخ دهد ولی B رخ ندهد. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۶۳	۲ تاس را با هم می‌ریزیم. مطلوب است احتمال این‌که: الف) مجموع دو تاس ۶ باشد. ب) تاس اول زوج و تاس دوم فرد باشد. ج) حاصل‌ضرب اعداد رو شده ۱۵ باشد. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۶۴	۲ تاس را با هم می‌ریزیم. مطلوب است احتمال این‌که: الف) مجموع دو تاس ۷ باشد. ب) تاس اول ۴ و تاس دوم فرد باشد. ج) حاصل‌ضرب اعداد رو شده ۴ باشد. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۶۵	۲ تاس را با هم می‌ریزیم. مطلوب است احتمال این‌که: الف) مجموع دو تاس ۴ باشد ب) تاس اول ۵ و تاس دوم مضرب ۳ باشد ج) حاصل‌ضرب اعداد رو شده ۶ باشد سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۶	۲ تاس را با هم می‌ریزیم. مطلوب است احتمال این‌که: الف) مجموع دو تاس ۱۰ باشد ب) تاس اول ۳ و تاس دوم زوج باشد ج) حاصل‌ضرب اعداد رو شده ۲۴ باشد سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۶۷	می‌خواهیم از بین ۴ دانش‌آموز دهم رشته انسانی و ۳ دانش‌آموز دهم رشته تجربی یک تیم دو نفره بدمینتون انتخاب کنیم. اگر این عمل به تصادف صورت پذیرد، چه‌قدر احتمال دارد: الف) هر دو نفر هم‌رشته باشند؟ ب) یک نفر رشته انسانی و یک نفر رشته تجربی باشد؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۶۸	در دبیرستان مفتح می‌خواهیم از بین ۵ دانش‌آموز دهم رشته ریاضی و ۶ دانش‌آموز دهم رشته تجربی یک گروه دو نفره را انتخاب کنیم. اگر این عمل به تصادف صورت پذیرد، چه‌قدر احتمال دارد: الف) هر دو نفر از رشته ریاضی باشند؟ ب) یک نفر رشته ریاضی و یک نفر رشته تجربی باشد؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۶۹	می‌خواهیم از بین ۷ سیب قرمز و ۵ سیب زرد ۲ سیب انتخاب کنیم. اگر این عمل به تصادف صورت پذیرد، چه‌قدر احتمال دارد: الف) هر دو سیب هم‌رنگ باشند؟ ب) یک سیب زرد و یک سیب قرمز باشد؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۷۰	اگر ۸ نفر که دو نفر آن‌ها با هم برادرند، به تصادف در یک ردیف قرار بگیرند، چه‌قدر احتمال دارد دو برادر کنار یک‌دیگر نباشند؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۷۱	اگر ۶ نفر که دو نفر آن‌ها با هم برادر هستند، به تصادف در یک ردیف قرار بگیرند، چه‌قدر احتمال دارد دو برادر کنار هم باشند؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۷۲	یک تولیدی کیف دو نوع کیف A و B را تولید می‌کند. اگر ۳۶ درصد از مشتریان کیف نوع A و ۴۷ درصد از مشتریان کیف نوع B و ۱۵ درصد از مشتریان هر دو نوع کیف را خریداری کنند. چه‌قدر احتمال دارد یک مشتری حداقل یکی از دو نوع کیف را خریداری می‌کند؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۷۳	احتمال آن‌که علی در درس فیزیک قبول شود ۰/۵ و احتمال آن‌که رضا در همین درس قبول شود ۰/۶ است. احتمال‌های زیر را حساب کنید: الف) علی و رضا در درس فیزیک قبول شوند. ب) حداقل یکی در درس فیزیک قبول شوند. ج) فقط یکی از این دو نفر در درس فیزیک قبول شوند. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۷۴	دو تاس متمایز را پرتاب می‌کنیم. می‌دانیم حداقل یکی از اعداد رو شده ۵ است، احتمال این‌که هر دو عدد متوالی باشد را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۵	دو تاس متمایز را پرتاب می‌کنیم. اگر هر دو عدد متوالی باشد، احتمال این‌که حداقل یکی ۵ باشد را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۷۶	دو تاس متمایز را پرتاب می‌کنیم. اگر هر دو تاس زوج باشد، احتمال این‌که حداقل یکی مضرب ۳ باشد را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۷۷	دو تاس متمایز را پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع دو تاس برابر ۷ باشد، احتمال این‌که حداقل یکی مضرب ۳ باشد را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۷۸	احتمال آن‌که شخص A عمل جراحی موفقیت‌آمیز داشته باشد ۰/۷ و احتمال آن‌که شخص B عمل جراحی موفقیت‌آمیز داشته باشد ۰/۵ است. احتمال‌های زیر را حساب کنید. الف) شخص A و B عمل موفقیت‌آمیز داشته باشند. ب) حداقل یکی عمل موفقیت‌آمیز داشته باشد. ج) فقط یکی عمل موفقیت‌آمیز داشته باشد. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۷۹	دو پیشامد A و B مستقل هستند و $P(A)=\frac{۱}{۳}$ و $P(B)=\frac{۱}{۴}$ است. احتمال‌های زیر را حساب کنید. الف) پیشامدهای A و B اتفاق بیفتد. ب) حداقل یکی از پیشامدهای A یا B اتفاق بیفتد. ج) فقط یکی از پیشامدهای A یا B اتفاق بیفتد. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۸۰	در پرتاب یک تاس و یک سکه احتمال آن‌که تاس مضرب ۴ و سکه پشت بیاید را حساب کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۸۱	احتمال آن‌که علی در کنکور انسانی قبول شود ۰/۵ و احتمال آن‌که رضا در کنکور تجربی قبول شود ۰/۶ است. احتمال‌های زیر را محاسبه کنید: الف) علی و رضا در کنکور قبول شوند. ب) حداقل یکی در کنکور قبول شوند. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۸۲	یک سکه و یک تاس را پرتاب می‌کنیم این احتمال را که سکه رو و تاس عددی فرد بیاید را محاسبه کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -یازدهم	
۸۳	جدول زیر را کامل کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	

P(A)	P(B)	P(A')	P(B')	P(A - B)	P(A ∩ B)	P(A ∪ B)
۰/۵			۰/۳		۰/۲	
۰/۳	۰/۴			۰/۲		

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۴	جدول زیر را کامل کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۸۵	اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، به طوری‌که $P(A) = ۰/۴$، $P(B') = ۰/۷$ و $P(A \cap B) = ۰/۲$، مقدار $P(A \cap B')$ و $P(A \cup B)$ را به دست آورید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۸۶	یک تاس را دو بار پرتاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال آن‌که مجموع دو عدد رو شده مضرب ۵ باشد. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۸۷	تاسی را پرتاب می‌کنیم. دو پیشامد ناسازگار برای این آزمایشگاه تصادفی بنویسید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۸۸	درون جعبه‌ای ۳ مهره‌ی سفید، ۴ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی زرد وجود دارد. از این جعبه، سه مهره با هم و به تصادف بیرون می‌آوریم. مطلوب است محاسبه‌ی: آ) احتمال آن‌که هر سه مهره‌ی خارج شده هم‌رنگ باشند. ب) احتمال آن‌که حداقل دو مهره‌ی خارج شده سفید باشد. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۸۹	یک تاس را دوبار پرتاب می‌کنیم. آ) فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی چند عضو دارد؟ ب) پیشامد A که در آن مجموع دو عدد رو شده کم‌تر از ۵ است را مشخص کنید. پ) پیشامد B که در آن مجموع دو عدد رو شده مربع کامل است را مشخص کنید. ت) پیشامد $A - B$ را مشخص کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۹۰	سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. اگر پشت بیاید یک تاس و اگر رو بیاید، سکه را دو بار دیگر پرتاب می‌کنیم. مطلوب است تعیین: الف) فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی ب) پیشامد A که در آن دقیقاً یک بار سکه به پشت بیاید. ج) پیشامد B که در آن حداقل دو بار سکه رو بیاید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۹۱	در جعبه‌ای ۴ مهره‌ی آبی و ۳ مهره‌ی قرمز وجود دارد. اگر از این جعبه ۳ مهره به تصادف خارج کنیم چه‌قدر احتمال دارد: الف- هر سه مهره آبی باشند؟ ب- هر سه مهره هم‌رنگ باشند؟ سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	
۹۲	دو تاس را با هم می‌ریزیم. احتمال آن‌که مجموع دو تاس برابر ۷ باشد را محاسبه کنید. سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم	

P(A)	P(B)	P(A')	P(B')	P(A - B)	P(A ∩ B)	P(A ∪ B)
۰/۶			۰/۵			۰/۸
۰/۶	۰/۷				۰/۵	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۳ اگر ۶ نفر که دو نفر آن‌ها با هم برادر هستند به تصادف در یک ردیف قرار بگیرند چه‌قدر احتمال دارد دو برادر کنار هم نباشند؟

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۷-۹۶ -دهم

۹۴ ۵۲% جمعیت کشوری را زنان و ۴۸% بقیه را مردان تشکیل می‌دهند. اگر۶۰% زنان و ۶۸% مردان باسواد باشند، چند درصد افراد این جامعه باسوادند؟

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی

۹۵ کارمندان اداره‌ای مطابق جدول زیر توزیع شده‌اند. احتمال آنکه کارمند مردی تحصیلات دانشگاهی داشته باشد چقدر است؟

		جنسیت	
		زن	مرد
تحصیلات	دانشگاهی	۱۰	۱۵
	کمتر از دانشگاهی	۸۰	۹۰

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی

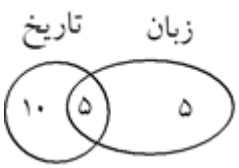
۹۶ خانواده‌ای دارای چهار فرزند است، مطلوب است احتمال آنکه فرزند اول و دوم پسر و فرزند سوم و چهارم دختر باشد.

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی

۹۷ اگر فرزند اول خانواده‌ای دارای RH مثبت باشد احتمال آنکه فرزند دوم دارای RH منفی باشد چقدر است؟ (RH خون فرزندان را مستقل فرض کنید).

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی عمومی (۱و۲) تجربی

نمودار مقابل نشان‌دهنده‌ی این اطلاعات است:



از مجموع ۱۸۰ نفر دانش‌آموز دوره‌ی پیش‌دانشگاهی که همگی دو درس تاریخ و زبان انگلیسی را گرفته‌اند، ۱۵ نفر در درس تاریخ، ۱۰ نفر در درس زبان انگلیسی و ۵ نفر در هر دو درس نمره‌ی کمتر از ۱۲ گرفته‌اند.
با توجه به این اطلاعات به ۵ سوال بعدی پاسخ دهید:

۹۸ احتمال این‌که دانش‌آموزی به تصادف از این کلاس انتخاب شود، که در درس تاریخ نمره‌ی کمتر از ۱۲ ولی در درسزبان انگلیسی نمره‌ی ۱۲ یا بیشتر گرفته باشد چقدر است؟

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی پایه (انسانی)

۹۹ احتمال این‌که دانش‌آموزی به تصادف از این کلاس انتخاب شود، که در درس تاریخ نمره‌ی کمتر از ۱۲ ولی در درسزبان انگلیسی نمره‌ی ۱۲ یا بیشتر گرفته باشد چقدر است؟

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی پایه (انسانی)

۱۰۰ احتمال این‌که دانش‌آموزی به تصادف از این کلاس انتخاب شود، که در درس زبان انگلیسی نمره‌ی کمتر از ۱۲ ولی در درس تاریخ نمره‌ی ۱۲ یا بیشتر گرفته باشد چقدر است؟

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی پایه (انسانی)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۱	احتمال این‌که دانش‌آموزی به تصادف از این کلاس انتخاب شود، که در درس زبان انگلیسی نمره‌ی کمتر از ۱۲ ولی در درس تاریخ نمره‌ی ۱۲ یا بیشتر گرفته باشد چقدر است؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی پایه (انسانی)	
۱۰۲	احتمال این‌که دانش‌آموزی به تصادف از این کلاس انتخاب شود، که در هر دو درس نمره‌ی کمتر از ۱۲ گرفته باشد چقدر است؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی پایه (انسانی)	
۱۰۳	احتمال این‌که دانش‌آموزی به تصادف از این کلاس انتخاب شود، که در هر دو درس نمره‌ی کمتر از ۱۲ گرفته باشد چقدر است؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی پایه (انسانی)	
۱۰۴	احتمال این‌که دانش‌آموزی به تصادف از این کلاس انتخاب شود، که حداقل در یکی از این دو درس نمره‌ی کمتر از ۱۲ گرفته باشد چقدر است؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی پایه (انسانی)	
۱۰۵	احتمال این‌که دانش‌آموزی به تصادف از این کلاس انتخاب شود، که حداقل در یکی از این دو درس نمره‌ی کمتر از ۱۲ گرفته باشد چقدر است؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی پایه (انسانی)	
۱۰۶	احتمال این‌که دانش‌آموزی به تصادف از این کلاس انتخاب شود، که در هیچ‌یک از این دو درس نمره‌ی کمتر از ۱۲ نگرفته باشد چقدر است؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی پایه (انسانی)	
۱۰۷	احتمال این‌که دانش‌آموزی به تصادف از این کلاس انتخاب شود، که در هیچ‌یک از این دو درس نمره‌ی کمتر از ۱۲ نگرفته باشد چقدر است؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال چهارم-ریاضی پایه (انسانی)	
۱۰۸	در کیسه‌ای ۵ مهره قرمز و ۲ مهره سیاه و ۳ مهره سبز موجود است. از این کیسه سه مهره به تصادف بیرون می‌آوریم.احتمال این‌که رنگ هر سه مهره متمایز باشد چقدر است؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۱۰۹	از کیسه‌ای که محتوی ۲ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه است دو مهره با هم و به طور تصادفی بیرون می‌آوریم احتمال این‌که این دو مهره همرنگ نباشند، کدام است؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۱۱۰	اگر A و B دو پیشامد باشند، $P(B-A)$ را بر حسب $P(B)$ و $P(A\cap B)$ حساب کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۱۱۱	مکعبی را ۲ بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آن‌که دوبار ۶ بیاید را پیدا کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۱۱۲	عددی از اعضای مجموعه‌ی $S=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷\}$ انتخاب می‌شود مطلوب است احتمال آن‌که: الف) عدد انتخاب شده کم‌تر از ۶ باشد. ب) عدد انتخاب شده فرد باشد. ج) عدد انتخاب شده کم‌تر از ۶ یا فرد باشد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۳	در جعبه‌ای ۱۰ لامپ سالم و ۵ لامپ معیوب قرار دارد. از این جعبه ۳ لامپ را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که هر ۳ لامپ سالم باشد چه‌قدر است؟ مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۱۱۴	اگر $P(A)=\frac{۱}{۳}$ و $P(B)=\frac{۱}{۴}$ و $A\cap B=\emptyset$، $P(A\cup B)$ را حساب کنید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۱۱۵	یک کیسه محتوی ۱۵ مهره سیاه، ۱۰ مهره سفید و ۵ مهره‌ی آبی است. یک مهره را به تصادف از داخل کیسه بیرون می‌کشیم مطلوب است احتمال آن‌که: الف) این مهره آبی باشد. ب) این مهره آبی نباشد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۱۱۶	یک سکه ۵۰ ریالی و یک مکعب را به هوا می‌اندازیم مطلوب است محاسبه‌ی احتمال آن‌که: الف) سکه از طرف ۵۰ ریالی یا مکعب ۶ بیاید. ب) سکه ۵۰ و مکعب ۶ نیاید. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۱۱۷	یک کیسه محتوی ۱۵ مهره قرمز و ۱۰ مهره سفید است. یک مهره را به تصادف از داخل کیسه بیرون می‌آوریم مطلوب است احتمال آن‌که: الف) سفید باشد. ب) قرمز باشد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۱۱۸	یک سکه ۵۰ ریالی را دوبار به هوا پرتاب می‌کنیم. فضای نمونه این تجربه و پیشامد آن را که یک بار نقشه بیاید بنویسید. (یک روی سکه عدد و یک روی آن نقشه است.) مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۱۱۹	دو مکعب را پرتاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال اینکه: الف) عددهای رو شده متفاوت باشند. ب) مجموع عددهای رو شده کمتراز ده باشد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۱۲۰	از ۱۲ قلم جنس ۵ تای آن‌ها معیوب است. سه قلم جنس به تصادف انتخاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال این‌که: الف) هر سه قلم جنس انتخاب شده سالم باشد. ب) هر سه قلم جنس انتخاب شده معیوب باشد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۱۲۱	از مجموعه‌ی $N_۹=\{۱,۲,\cdots,۹\}$ دو عضو به تصادف انتخاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال این‌که: الف) هر دو عضو فرد باشند. ب) هر دو عضو زوج باشند. ج) هر دو عضو بر ۳ بخش‌پذیر باشند. د) یکی زوج و یکی فرد باشد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	
۱۲۲	فرض کنید S مجموعه‌ی عددهای دو رقمی ساخته شده با ارقام ۰، ۱ و ۲ (بدون تکرار) باشد. از این مجموعه یک عدد به تصادف اختیار می‌کنیم. مطلوب است احتمال این‌که این عدد: الف) به صفر ختم شود. ب) زوج باشد. ج) بر ۳ بخش‌پذیر باشد. د) از ۲۱ بیش‌تر باشد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	

Telegram: @konkur_in

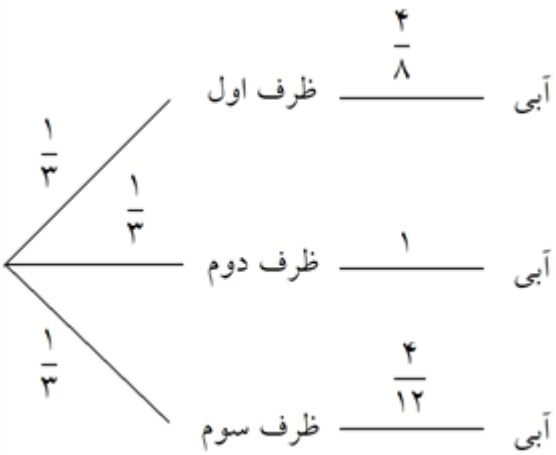
www.konkur.in

۱۲۳	فرض کنید $S = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹\}$. یک عضو از مجموعه‌ی S را به تصادف انتخاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال آن‌که این عضو: الف) فرد باشد. ب) زوج باشد. ج) مضرب ۵ باشد. د) مضرب ۴ باشد. مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-ریاضیات	

Telegram: @konkur_in

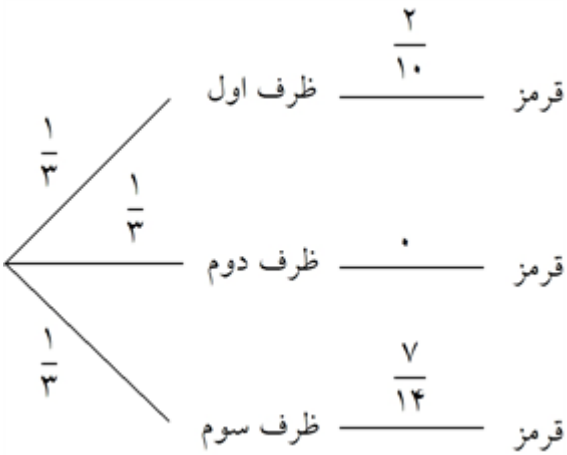
www.konkur.in

۱



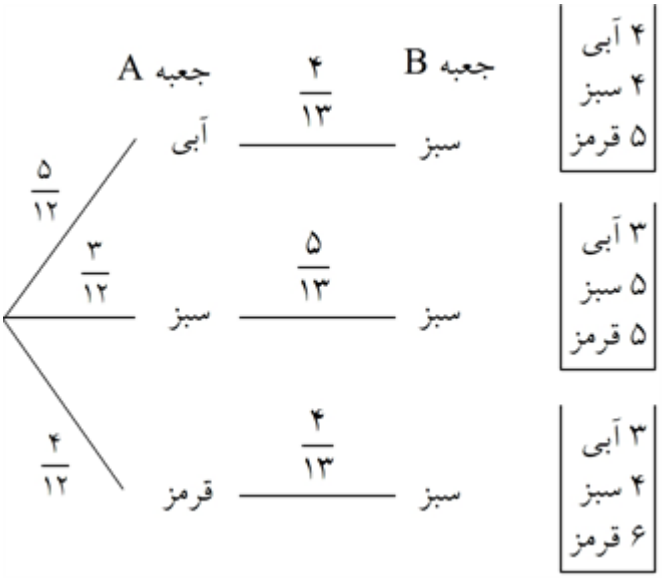
$$P(A)=\frac{۱}{۳}\times\frac{۴}{۸}+\frac{۱}{۳}\times ۱+\frac{۱}{۳}\times\frac{۴}{۱۲}=\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۹}=\frac{۳+۶+۲}{۱۸}=\frac{۱۱}{۱۸}$$

۲



$$P(A)=\frac{۱}{۳}\times\frac{۲}{۱۰}+\frac{۱}{۳}\times ۰+\frac{۱}{۳}\times\frac{۷}{۱۴}=\frac{۱}{۱۵}+۰+\frac{۱}{۶}=\frac{۲+۵}{۳۰}=\frac{۷}{۳۰}$$

۳

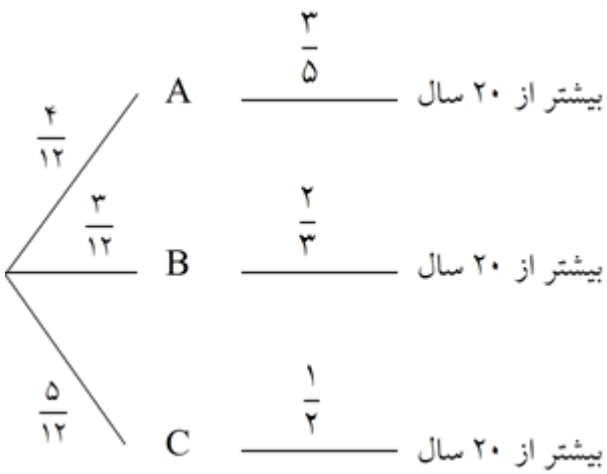


$$P=\frac{۵}{۱۲}\times\frac{۴}{۱۳}+\frac{۳}{۱۲}\times\frac{۵}{۱۳}+\frac{۴}{۱۲}\times\frac{۴}{۱۳}=\frac{۲۰}{۱۵۶}+\frac{۱۵}{۱۵۶}+\frac{۱۶}{۱۵۶}=\frac{۵۱}{۱۵۶}$$

Telegram: @konkur_in

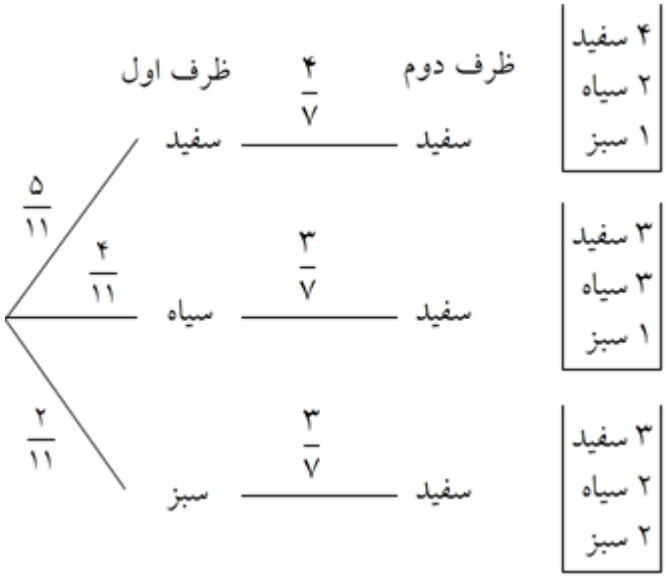
www.konkur.in

۴



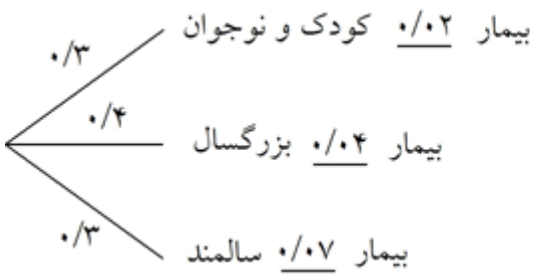
$$P = \frac{۴}{۱۲}\times\frac{۳}{۵} + \frac{۳}{۱۲}\times\frac{۲}{۳} + \frac{۵}{۱۲}\times\frac{۱}{۲} = \frac{۲۴ + ۲۰ + ۲۵}{۱۲۰} = \frac{۶۹}{۱۲۰} = \frac{۲۳}{۴۰}$$

۵



$$P(A) = \frac{۵}{۱۱}\times\frac{۴}{۷} + \frac{۴}{۱۱}\times\frac{۳}{۷} + \frac{۲}{۱۱}\times\frac{۳}{۷} = \frac{۲۰}{۷۷} + \frac{۱۲}{۷۷} + \frac{۶}{۷۷} = \frac{۳۸}{۷۷}$$

۶



$$P(A) = ۰/۳ \times ۰/۰۲ + ۰/۴ \times ۰/۰۴ + ۰/۳ \times ۰/۰۷$$
$$P(A) = ۰/۰۰۶ + ۰/۰۱۶ + ۰/۰۲۱$$
$$P(A) = ۰/۰۴۳$$

Telegram: @konkur_in

۷ احتمال قهرمانی علی و امیر در این رشته مستقل از یک‌دیگر است. بنابراین:

قهرمانی امیر : $P(A) = x$

قهرمانی علی : $P(B) = ۳x$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) \Rightarrow ۰/۹۳ = ۳x + x - ۳x^۲$$

$$\Rightarrow ۳x^۲ - ۴x + ۰/۹۳ = ۰$$

$$\Delta = b^۲ - ۴ac = (-۴)^۲ - ۴(۳)(۰/۹۳) = ۱۶ - ۱۱/۱۶ = ۴/۸۴$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a} = \frac{۴ \pm \sqrt{۴/۸۴}}{۶} = \frac{۴ \pm ۲/۲}{۶} \Rightarrow \begin{cases} x = ۱/۰۳ \text{ غ ق ق} \\ x = ۰/۳ \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P(A) = ۰/۳ \text{ قهرمانی امیر} \\ P(B) = ۰/۹ \text{ قهرمانی علی} \end{cases}$$

۸ احتمال قبولی علی و رضا کاملاً مستقل می‌باشد.

قبولی علی : $P(A) = ۲x$

قبولی رضا : $P(B) = x$

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow ۰/۵۲ = ۲x + x - x \times ۲x$$

$$۲x^۲ - ۳x + ۰/۵۲ = ۰$$

$$\Delta = b^۲ - ۴ac = (-۳)^۲ - ۴(۲)(۰/۵۲) = ۹ - ۴/۱۶ = ۴/۸۴$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a} = \frac{۳ \pm \sqrt{۴/۸۴}}{۴} = \frac{۳ \pm ۲/۲}{۴}$$

$$\begin{cases} x = ۱/۳ \text{ غ ق ق} \\ x = ۰/۲ \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P(A) = ۰/۴ \text{ قبولی علی} \\ P(B) = ۰/۲ \text{ قبولی رضا} \end{cases}$$

۹ الف)

$$P(A) = \frac{۴}{۵} \text{ و } P(B) = \frac{۱}{۵}$$

ب)

$$P(C) = P(A) \times P(C \mid A) + P(B) \times P(C \mid B)$$

$$P(C) = \frac{۴}{۵} \times \frac{۳۵}{۱۰۰} + \frac{۱}{۵} \times \frac{۲۰}{۱۰۰} = \frac{۱۶۰}{۵۰۰} = \frac{۸}{۲۵}$$

۱۰

$$n(S) = ۶ \times ۶ = ۳۶$$

$$A = \{(۳,۳), (۲,۴), (۴,۲)\} \Rightarrow n(A) = ۳$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۳}{۳۶} = \frac{۱}{۱۲}$$

۱۱

$$n(S) = ۶ \times ۶ = ۳۶$$

$$A = \{(۱,۴), (۴,۱), (۲,۳), (۳,۲)\} \Rightarrow n(A) = ۴$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{۳۶} = \frac{۱}{۹}$$

Telegram: @konkur_in

۱۲

$n(s) = ۲^۳ = ۸$

$A = \{(P,P,P),(P,P,D),(P,D,P),(P,D,D),(D,P,P),(D,P,D),(D,D,P)\}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۷}{۸}$

۱۳

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۲}{۷}$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{۳}{۷}$

$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{۱}{۷} \xrightarrow{\text{برای دو پیشامد مستقل}} P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$\Rightarrow \frac{۱}{۷} \neq \frac{۲}{۷} \times \frac{۳}{۷} \Rightarrow \frac{۱}{۷} \neq \frac{۶}{۴۹}$

دو پیشامد مستقل نیستند.

۱۴

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{۱۲} = \frac{۱}{۳}$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{۶}{۱۲} = \frac{۱}{۲}$

$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{۲}{۱۲} = \frac{۱}{۶} \xrightarrow{\text{برای دو پیشامد مستقل}} P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$\Rightarrow \frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۶}$

دو پیشامد مستقل هستند.

۱۵

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲}$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲}$

$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{۲}{۸} = \frac{۱}{۴} \xrightarrow{\text{برای دو پیشامد مستقل}} P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$\Rightarrow \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۴}$

دو پیشامد مستقل هستند.

۱۶

$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{۴}{۷}$

$P(B|A) = \frac{n(B \cap A)}{n(A)} = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳}$

۱۷

$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$

$P(B|A) = \frac{n(B \cap A)}{n(A)} = \frac{۳}{۵}$

Telegram: @konkur_in

۱۸
$$P(A|B)=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}=\frac{۲}{۵}$$
$$P(B|A)=\frac{n(B\cap A)}{n(A)}=\frac{۲}{۴}=\frac{۱}{۲}$$

۱۹
$$n(S)=\binom{۹}{۲}=۳۶$$
$$n(A)=\binom{۴}{۲}=۶$$
$$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۶}{۳۶}=\frac{۱}{۶}$$

۲۰
$$S=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶\}\Rightarrow n(S)=۶$$
$$A=\{۲,۳,۵\}\Rightarrow n(A)=۳$$
$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۳}{۶}=\frac{۱}{۲}$$

۲۱
$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\Rightarrow ۰/۹=۰/۷+P(B)-۰/۵\Rightarrow P(B)=۰/۷$$
$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{۰/۵}{۰/۷}=\frac{۵}{۷}$$
$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{۰/۵}{۰/۷}=\frac{۵}{۷}$$

P(A)	P(B)	P(A ∪ B)	P(A ∩ B)	P(A|B)	P(B|A)
۰/۷	۰/۷	۰/۹	۰/۵	۵/۷	۵/۷

۲۲
$$P(B)=x\Rightarrow P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A)\times P(B)\Rightarrow ۰/۸=۰/۶+x-۰/۶x$$
$$\Rightarrow ۰/۴x=۰/۲\Rightarrow x=۰/۵\Rightarrow P(B)=۰/۵$$
$$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)\Rightarrow P(A\cap B)=۰/۶\times ۰/۵=۰/۳$$
چون دو پیشامد مستقل هستند. بنابراین شرط بی‌تأثیر است، در نتیجه:
$$P(A|B)=P(A)=۰/۶$$
$$P(B|A)=P(B)=۰/۵$$

P(A)	P(B)	P(A ∪ B)	P(A ∩ B)	P(A|B)	P(B|A)
۰/۶	۰/۵	۰/۸	۰/۳	۰/۶	۰/۵

۲۳
$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\Rightarrow ۰/۸=۰/۵+P(B)-۰/۴\Rightarrow P(B)=۰/۷$$
$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{۰/۴}{۰/۷}=\frac{۴}{۷}$$
$$P(B|A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}=\frac{۰/۴}{۰/۵}=۰/۸$$

P(A)	P(B)	P(A ∪ B)	P(A ∩ B)	P(A|B)	P(B|A)
۰/۵	۰/۷	۰/۸	۰/۴	۴/۷	۰/۸

Telegram: @konkur_in

۲۴

$$P(B|A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}\Rightarrow ۰/۵=\frac{P(A\cap B)}{۰/۸}\Rightarrow P(A\cap B)=۰/۴$$
$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\Rightarrow ۰/۹=۰/۸+P(B)-۰/۴\Rightarrow P(B)=۰/۵$$
$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{۰/۴}{۰/۵}=۰/۸$$

P(A)	P(B)	P(A ∩ B)	P(A ∪ B)	P(A|B)	P(B|A)
۰/۸	۰/۵	۰/۴	۰/۹	۰/۸	۰/۵

۲۵

$$P(B|A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}\Rightarrow ۰/۵=\frac{P(A\cap B)}{۰/۴}\Rightarrow P(A\cap B)=۰/۲$$
$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=۰/۴+۰/۶-۰/۲=۰/۸$$
$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{۰/۲}{۰/۶}=\frac{۱}{۳}$$

P(A)	P(B)	P(A ∪ B)	P(A ∩ B)	P(A|B)	P(B|A)
۰/۴	۰/۶	۰/۸	۰/۲	$\frac{۱}{۳}$	۰/۵

۲۶

$$P(A\cap B')=P(A-B)=۰/۳$$
$$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)\Rightarrow ۰/۳=۰/۵-P(A\cap B)\Rightarrow P(A\cap B)=۰/۲$$
$$P(A'\cap B)=P(B\cap A')=P(B-A)=P(B)-P(B\cap A)=۰/۶-۰/۲=۰/۴$$

۲۷

$$\begin{cases}P(A')=۱-P(A)\\P(B')=۱-P(B)\\P(C')=۱-P(C)\end{cases}\Rightarrow ۱-P(A)+۱-P(B)+۱-P(C)=\frac{۵}{۲}$$
$$\Rightarrow ۳-(P(A)+P(B)+P(C))=\frac{۵}{۲}\Rightarrow P(A)+P(B)+P(C)=\frac{۱}{۲}$$

برای سه پیشامد دو به دو مجزا داریم:

$$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)=\frac{۱}{۲}$$

۲۸

$$\begin{cases}P(A)+P(B)=\frac{۱}{۸}\\P(A)+P(C)=\frac{۱}{۱۰}\\P(B)+P(C)=\frac{۱}{۶}\end{cases}\xrightarrow{+}۲P(A)+۲P(B)+۲P(C)=\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۱۰}+\frac{۱}{۶}$$
$$\Rightarrow ۲(P(A)+P(B)+P(C))=\frac{۱۵+۱۲+۲۰}{۱۲۰}=\frac{۴۷}{۱۲۰}\xrightarrow{\div ۲}P(A)+P(B)+P(C)=\frac{۴۷}{۲۴۰}$$

برای سه پیشامد دو به دو مجزا داریم:

$$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)=\frac{۴۷}{۲۴۰}$$

۲۹

$$n(B)=\{(۱,۳),(۳,۱),(۲,۳),(۳,۲),(۳,۴),(۴,۳),(۳,۵),(۵,۳),(۳,۶),(۶,۳),(۳,۳)\}$$
$$n(A\cap B)=\{(۲,۳),(۳,۲),(۳,۴),(۴,۳)\}$$
$$P(A|B)=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}=\frac{۴}{۱۱}$$

Telegram: @konkur_in

۳۰ $n(B) = \{(۱,۲),(۲,۱),(۲,۳),(۳,۲),(۳,۴),(۴,۳),(۴,۵),(۵,۴),(۵,۶),(۶,۵)\}$

$n(A \cap B) = \{(۲,۳),(۳,۲),(۳,۴),(۴,۳)\}$

$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{۴}{۱۰} = \frac{۲}{۵}$

۳۱ A, B مستقل هستند $: P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \Rightarrow \frac{۱}{۱۵} = \frac{۱}{۶} P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{۲}{۵}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{۱}{۶} + \frac{۲}{۵} - \frac{۱}{۱۵} = \frac{۵ + ۱۲ - ۲}{۳۰}$

$= \frac{۱۵}{۳۰} = \frac{۱}{۲}$

۳۲ B, A مستقل هستند $: P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{۱}{۳} \times \frac{۲}{۷} = \frac{۲}{۲۱}$

۳۳ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۶} - P(A \cap B)$

$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{۱۱}{۳۰} - \frac{۱}{۳} = \frac{۱۱ - ۱۰}{۳۰} = \frac{۱}{۳۰}$

$$\begin{cases} P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{۱}{۳۰}}{\frac{۱}{۶}} = \frac{۶}{۳۰} = \frac{۱}{۵} \\ P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{۱}{۳۰}}{\frac{۱}{۵}} = \frac{۵}{۳۰} = \frac{۱}{۶} \end{cases}$$

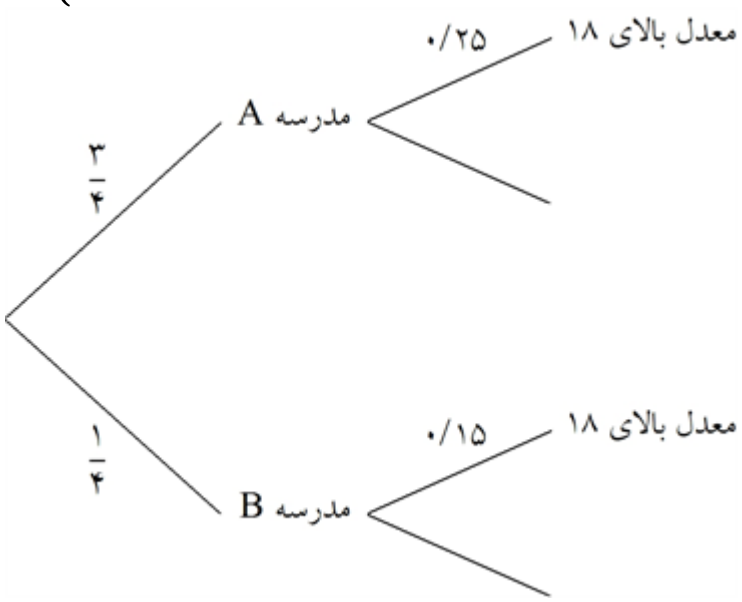
۳۴ $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{۲}{۷}}{\frac{۳}{۵}} = \frac{۱۰}{۲۱}$

Telegram: @konkur_in

۳۵

الف) $\begin{cases} n(A)+n(B)=n(S) \\ n(A)=۳n(B) \end{cases} \Rightarrow ۳n(B)+n(B)=n(S) \Rightarrow n(B)=\frac{۱}{۴}n(S)$ و $n(A)=\frac{۳}{۴}n(S)$

$\Rightarrow \begin{cases} P(A)=\frac{۳}{۴} \\ P(B)=\frac{۱}{۴} \end{cases}$



$P(C)=\frac{۳}{۴}\times ۰/۲۵+\frac{۱}{۴}\times ۰/۱۵$

$\Rightarrow P(C)=۰/۱۸۷۵+۰/۰۳۷۵$

$\Rightarrow P(C)=۰/۲۲۵$

ب)

۳۶

$P(\text{ق})=P(\text{ریاضی})\times P(\text{ق}|\text{ریاضی})+P(\text{تجربی})\times P(\text{ق}|\text{تجربی})+P(\text{انسانی})\times P(\text{ق}|\text{انسانی})$

$=\frac{۱}{۱۰}\times\frac{۴۵}{۱۰۰}+\frac{۶}{۱۰}\times\frac{۱۰}{۱۰۰}+\frac{۳}{۱۰}\times\frac{۳۰}{۱۰۰}=\frac{۴۵+۶۰+۹۰}{۱۰۰۰}=\frac{۱۹۵}{۱۰۰۰}=۱۹/۵\%$

۳۷



$P(\text{kh}|A)=\frac{۴}{۵}$ $P(\text{kh}|B)=\frac{۹}{۱۰}$ $P(\text{kh}|C)=\frac{۱}{۲}$

$P(\text{kh})=P(A)\times P(\text{kh}|A)+P(B)\times P(\text{kh}|B)+P(C)\times P(\text{kh}|C)$

$P(\text{kh})=\frac{۵}{۲۲}\times\frac{۴}{۵}+\frac{۲}{۲۲}\times\frac{۹}{۱۰}+\frac{۱۵}{۲۲}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۲}{۱۱}+\frac{۹}{۱۱۰}+\frac{۱۵}{۴۴}=\frac{۴۰+۱۸+۷۵}{۲۲۰}=\frac{۱۳۳}{۲۲۰}$

۳۸

$S=\{R, \text{PPPP}, \text{PPPR}, \text{PPRP}, \text{PRPP}, \text{PRRP}, \text{PRPR}, \text{PPRR}, \text{PRRR}\}$

$A=\{R, \text{PPPR}, \text{PPRP}, \text{PRPP}\}$

$P(A)=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲}+\frac{۳}{۱۶}=\frac{۱۱}{۱۶}$

Telegram: @konkur_in

۳۹ $p(A)=\frac{۲۰}{۱۰۰}, p(B)=\frac{۵۰}{۱۰۰}, p(C)=\frac{۳۰}{۱۰۰}$

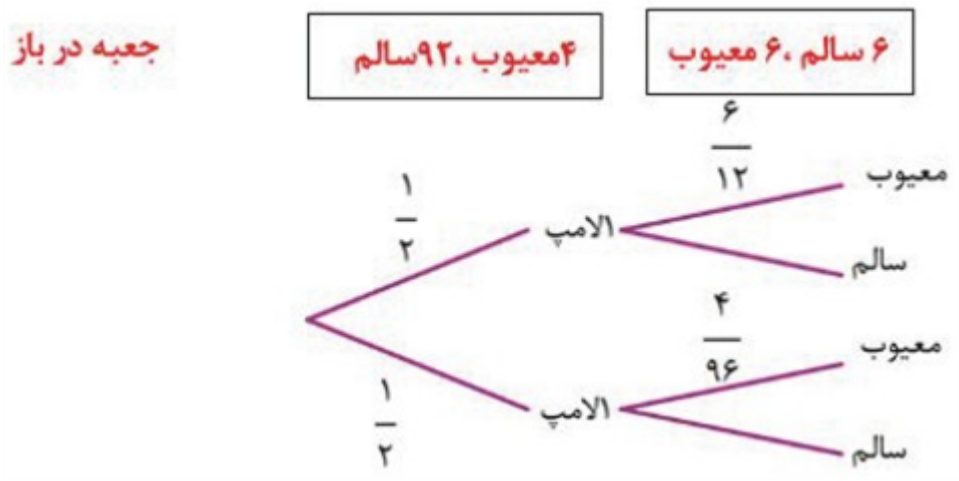
$p(D|A)=\frac{۳}{۱۰۰}, p(D|B)=\frac{۵}{۱۰۰}, p(D|C)=\frac{۱}{۱۰۰}$

$p(D)=p(A)\times p(D|A)+p(B)\times p(D|B)+p(C)p(D|C)$

$=\frac{۲۰}{۱۰۰}\times\frac{۳}{۱۰۰}+\frac{۵۰}{۱۰۰}\times\frac{۵}{۱۰۰}+\frac{۳۰}{۱۰۰}\times\frac{۱}{۱۰۰}$

$\frac{۶+۲۵+۳}{۱۰۰۰}=۰/۰۳۴=۳/۴\%$

۴۰



$\frac{۱}{۲}\times\frac{۶}{۱۲}+\frac{۱}{۲}\times\frac{۴}{۹۶}=\frac{۴۸}{۱۹۲}+\frac{۴}{۱۹۲}=\frac{۵۲}{۱۹۲}=\frac{۱۳}{۴۸}$

۴۱ تعداد کل حالات $=۶+۲\times۲=۱۰$

۴۲ تعداد حالات $=۲\times۲\times۶=۲۴$

۴۳ الف) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=۰/۸+۰/۷-۰/۸\times۰/۷=۰/۹۴$

ب)

$P(A-B)+P(B-A)=P(A\cap B')+P(B\cap A')=۰/۸\times۰/۳+۰/۷\times۰/۲=۰/۳۸$

۴۴ مجموع بیش‌تر از ۸ : $A=\{(۳,۶),(۶,۳),(۴,۵),(۵,۴),(۴,۶),(۶,۴),(۵,۵),(۵,۶),(۶,۵),(۶,۶)\}$

دو عدد برابر : $B=\{(۱,۱),(۲,۲),(۳,۳),(۴,۴),(۵,۵),(۶,۶)\}$

$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{۲}{۳۶}}{\frac{۱۰}{۳۶}}=\frac{۱}{۵}$

۴۵ $\frac{۷}{۱۰}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۴}{۶}=\frac{۷}{۳۰}$

۴۶ بیماری A

درمان B

$P(A)=۰/۰۴, P(A\cap B)=۰/۰۲$

$P(B\,|\,A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{۰/۰۲}{۰/۰۴}=\frac{۱}{۲}$

Telegram: @konkur_in

۴۷ دو پیشامد مستقل : $P(A\,|\,B)=P(A)=\frac{۱}{۲}$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\,,P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$

$P(A\cup B)=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}-\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۳}=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}-\frac{۱}{۶}=\frac{۲}{۳}$

۴۸ $P(B\,|\,A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}\Rightarrow P(A\cap B)=\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۵}=\frac{۱}{۲۰}\,(۰/۵)$

$P(A\cup B)=\frac{۱}{۵}+\frac{۱}{۱۰}-\frac{۱}{۲۰}=\frac{۵}{۲۰}=\frac{۱}{۴}(۰/۵)$

۴۹ الف) $P(A'\cap B')=P(A')\times P(B')=۰/۲\times۰/۴=۰/۰۸$

$P(A'\cap B')=P(A')\times P(B')=۰/۲\times۰/۴=۰/۰۸$

ب) $P(A-B)+P(B-A)=P(A)-P(A\cap B)+P(B)-P(A\cap B)$

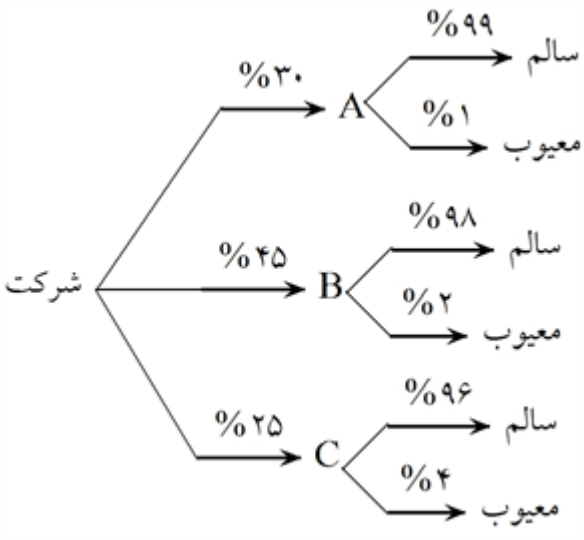
$=۰/۸-۰/۴۸+۰/۶-۰/۴۸=۰/۴۴$

۵۰ الف) $P(A'\cap B')=P(A')\times P(B')=۰/۳\times۰/۴=۰/۱۲$

ب) $P(A-B)+P(B-A)=P(A)-P(A\cap B)+P(B)-P(A\cap B)$

$=۰/۷-۰/۴۲+۰/۶-۰/۴۲=۰/۴۶$

۵۱



$P(\text{سالم})=\frac{۳۰}{۱۰۰}\times\frac{۹۹}{۱۰۰}+\frac{۴۵}{۱۰۰}\times\frac{۹۸}{۱۰۰}+\frac{۲۵}{۱۰۰}\times\frac{۹۶}{۱۰۰}$

$=\frac{۲۹۷۰+۴۴۱۰+۲۴۰۰}{۱۰۰۰۰}=\frac{۹۷۸۰}{۱۰۰۰۰}=۰/۹۷۸$

۵۲ الف) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=\frac{۲}{۵}+\left(۱-\frac{۳}{۷}\right)-\frac{۱}{۵}=\frac{۲}{۵}+\frac{۴}{۷}-\frac{۱}{۵}=\frac{۱}{۵}+\frac{۴}{۷}=\frac{۲۷}{۳۵}$

ب) $P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)=\frac{۲}{۵}-\frac{۱}{۵}=\frac{۱}{۵}$

۵۳ فرزند سوم پسر باشد $\Rightarrow B=\{(پ,پ,پ),(د,پ,پ),(پ,د,پ),(د,د,پ)\}$

فرزند سوم پسر باشد و لااقل یکی دختر باشد $\Rightarrow A\cap B=\{(د,د,پ),(د,پ,پ),(پ,د,پ)\}$

$P(\mathrm{A}|\mathrm{B})=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}=\frac{۳}{۴}$

حاصل احتمال برابر با $\frac{۳}{۴}$ است.

Telegram: @konkur_in

۵۴ این تساوی مشخص می‌کند که A و B هیچ اشتراکی ندارد بنابراین $P(A-B)=P(A)$ است.

$$\frac{P(A-B)}{P(A)}=۱$$

۵۵
$$\frac{\binom{۲}{۱}\binom{۵}{۲}\binom{۴}{۱}+\binom{۲}{۱}\binom{۵}{۳}}{\binom{۱۱}{۴}}=\frac{۲\times۱۰\times۴+۲\times۱۰}{۳۳۰}=\frac{۱۰}{۳۳}$$

۵۶ الف)
$$A=\{(۲,۶),(۳,۵),(۴,۴),(۵,۳),(۶,۲)\}\Rightarrow P(A)=\frac{۵}{۳۶}$$

ب) تاس اول زوج و تاس دوم ۵ بیاید.
$$B=\{(۲,۵),(۴,۵),(۶,۵)\}\Rightarrow P(B)=\frac{۳}{۳۶}=\frac{۱}{۱۲}$$

پ) حاصلضرب اعداد رو شده ۱۲ باشد.
$$C=\{(۲,۶),(۳,۴),(۴,۳),(۶,۲)\}\Rightarrow P(C)=\frac{۴}{۳۶}=\frac{۱}{۹}$$

۵۷ الف)
$$S=\{(g,g,g),(g,g,b),(g,b,g),(g,b,b),(b,g,b),(b,b,g),(b,b,b),(b,g,g)\}$$

ب)
$$A=\{(g,g,g),(g,g,b),(g,b,g),(g,b,b)\}$$

پ)
$$B=\{(g,g,g),(g,b,g),(g,b,b),(b,g,g),(b,b,g),(b,b,b)\}$$

۵۸ پیشامد A کنار هم نباشند پس 'A کنار هم باشند.

$$n(S)=۷!$$
$$n(A')=۶!\times۲!\Rightarrow P(a')=\frac{n(A')}{n(S)}=\frac{۶!\times۲!}{۷!}=\frac{۶!\times۲}{۷\times۶!}=\frac{۲}{۷}$$
$$P(A)=۱-P(A')=۱-\frac{۲}{۷}=\frac{۵}{۷}$$

۵۹
$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\Rightarrow P(A\cup B)=\frac{۳۴}{۱۰۰}+\frac{۶۲}{۱۰۰}-\frac{۱۵}{۱۰۰}=\frac{۸۱}{۱۰۰}$$

۶۰
$$n(S)=\binom{۵}{۲}=۱۰$$
الف) $$n(A)=\binom{۳}{۲}+\binom{۲}{۲}=۳+۱=۴\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۴}{۱۰}\Rightarrow P(A)=\frac{۲}{۵}$$
ب) $$n(B)=\binom{۳}{۱}\times\binom{۲}{۱}=۳\times۲=۶\Rightarrow P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{۶}{۱۰}\Rightarrow P(B)=\frac{۳}{۵}$$

۶۱
الف)
$$P(A)=\frac{\binom{۷}{۱}\binom{۵}{۳}}{\binom{۱۲}{۴}}=\frac{۷\times۱۰}{۱۱\times۵\times۹}=\frac{۱۴}{۹۹}$$

ب)
$$P(B)=\frac{\binom{۵}{۳}\binom{۷}{۱}+\binom{۵}{۴}}{\binom{۱۲}{۴}}=\frac{(۱۰\times۷)+۵}{۱۱\times۵\times۹}=\frac{۷۵}{۴۹۵}=\frac{۵}{۳۳}$$

Telegram: @konkur_in

۶۲

الف) $n(S) = ۶ \times ۶ = ۳۶$

ب) $A = \{(۲,۶), (۳,۵), (۴,۴), (۵,۳), (۶,۲)\}$

پ) $B = \{(۳,۵), (۵,۳), (۶,۵), (۵,۶)\}$

ت) $A - B = \{(۲,۶), (۴,۴), (۶,۲)\}$

۶۳

$n(S) = ۳۶$

الف) $A = \{(۱,۵), (۵,۱), (۲,۴), (۴,۲), (۳,۳)\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۵}{۳۶}$

ب) $B = \{(۲,۱), (۲,۳), (۲,۵), (۴,۱), (۴,۳), (۴,۵), (۶,۱), (۶,۳), (۶,۵)\} \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$

$= \frac{۹}{۳۶} = \frac{۱}{۴}$

ج) $C = \{(۳,۵), (۵,۳)\} \Rightarrow P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{۲}{۳۶} = \frac{۱}{۱۸}$

۶۴

$n(S) = ۳۶$

الف) $A = \{(۱,۶), (۶,۱), (۲,۵), (۵,۲), (۳,۴), (۴,۳)\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$

ب) $B = \{(۴,۱), (۴,۳), (۴,۵)\} \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{۳}{۳۶} = \frac{۱}{۱۲}$

ج) $C = \{(۱,۴), (۲,۲), (۴,۱)\} \Rightarrow P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{۳}{۳۶} = \frac{۱}{۱۲}$

۶۵

$n(S) = ۳۶$

الف) $A = \{(۱,۳), (۲,۲), (۳,۱)\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۳}{۳۶} = \frac{۱}{۱۲}$

ب) $B = \{(۵,۳), (۵,۶)\} \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{۲}{۳۶} = \frac{۱}{۱۸}$

ج) $C = \{(۱,۶), (۶,۱), (۲,۳), (۳,۲)\} \Rightarrow P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{۴}{۳۶} = \frac{۱}{۹}$

۶۶

$n(S) = ۳۶$

الف) $A = \{(۴,۶), (۶,۴), (۵,۵)\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۳}{۳۶} = \frac{۱}{۱۲}$

ب) $B = \{(۳,۲), (۳,۴), (۳,۶)\} \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{۳}{۳۶} = \frac{۱}{۱۲}$

ج) $c = \{(۶,۴), (۴,۶)\} \Rightarrow P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{۲}{۳۶} = \frac{۱}{۱۸}$

Telegram: @konkur_in

۶۷ الف)
$$P(A)=\frac{\binom{۴}{۲}+\binom{۳}{۲}}{\binom{۷}{۲}}=\frac{۶+۳}{۲۱}=\frac{۹}{۲۱}=\frac{۳}{۷}$$

ب)
$$P(B)=\frac{\binom{۴}{۱}\times\binom{۳}{۱}}{\binom{۷}{۲}}=\frac{۴\times۳}{۲۱}=\frac{۴}{۷}$$

۶۸ الف)
$$P(A)=\frac{\binom{۵}{۲}}{\binom{۱۱}{۲}}=\frac{۱۰}{۵۵}=\frac{۲}{۱۱}$$

ب)
$$P(B)=\frac{\binom{۵}{۱}\times\binom{۶}{۱}}{\binom{۱۱}{۲}}=\frac{۳۰}{۵۵}=\frac{۶}{۱۱}$$

۶۹ الف)
$$P(A)=\frac{\binom{۷}{۲}+\binom{۵}{۲}}{\binom{۱۲}{۲}}=\frac{۲۱+۱۰}{۶۶}=\frac{۳۱}{۶۶}$$

ب)
$$P(B)=\frac{\binom{۷}{۱}\times\binom{۵}{۱}}{\binom{۱۲}{۲}}=\frac{۳۵}{۶۶}$$

۷۰ A': دو برادر کنار هم باشند $\xrightarrow{\text{متمم}}$ A: هر دو برادر کنار هم نباشند

$n(S)=۸!$

$n(A')=۲!\times۷!$

$$P(A')=\frac{n(A')}{n(S)}=\frac{۲\times ۷!}{۸\times ۷!}=\frac{۱}{۴}$$

$$P(A)=۱-P(A')=۱-\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۴}$$

۷۱ $n(S)=۶!$

$n(A)=۲!\times۵!$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۲!\times۵!}{۶!}=\frac{۲\times ۵!}{۶\times ۵!}=\frac{۱}{۳}$$

Telegram: @konkur_in

۷۲ $P(A)=۰/۳۶ \qquad P(B)=۰/۴۷ \qquad P(A\cap B)=۰/۱۵$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$P(A\cap B)=۰/۳۶+۰/۴۷-۰/۱۵=۰/۶۸$

۷۳ احتمال قبولی علی و رضا مستقل هستند.

$P(A)=۰/۵$ علی قبول شود

$P(B)=۰/۶$ رضا قبول شود

الف) $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)=۰/۵\times ۰/۶=۰/۳$

ب) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=۰/۵+۰/۶-۰/۳=۰/۸$

ج) $P(A-B)+P(B-A)=P(A\cup B)-P(A\cap B)=۰/۸-۰/۳=۰/۵$

۷۴ $B=\{(۱,۵),(۵,۱),(۲,۵),(۵,۲),(۳,۵),(۵,۳),(۴,۵),(۵,۴),(۵,۵),(۵,۶),(۶,۵)\}$ حدقل یکی ۵ باشد

$A\Rightarrow A\cap B=\{(۴,۵),(۵,۴),(۵,۶),(۶,۵)\}$ هر دو عدد متوالی باشد

$$P(A\,|\,B)=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}=\frac{۴}{۱۱}$$

۷۵ $B=\{(۱,۲),(۲,۱),(۲,۳),(۳,۲),(۳,۴),(۴,۳),(۴,۵),(۵,۴),(۵,۶),(۶,۵)\}$ هر دو عدد متوالی باشد.

$A\Rightarrow A\cap B=\{(۴,۵),(۵,۴),(۵,۶),(۶,۵)\}$ حداقل یکی ۵ باشد

$$P(A\,|\,B)=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}=\frac{۴}{۱۰}=\frac{۲}{۵}$$

۷۶ $B=\{(۲,۲),(۲,۴),(۲,۶),(۴,۲),(۴,۴),(۴,۶),(۶,۲),(۶,۴),(۶,۶)\}$ هر دو عدد زوج باشد

$A\Rightarrow A\cap B=\{(۲,۶),(۴,۶),(۶,۲),(۶,۴),(۶,۶)\}$ حداقل یکی مضرب ۳ باشد

$$P(A\,|\,B)=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}=\frac{۵}{۹}$$

۷۷ $B=\{(۱,۶),(۶,۱),(۲,۵),(۵,۲),(۳,۴),(۴,۳)\}$ مجموع باشد۷

$A\Rightarrow A\cap B=\{(۱,۶),(۶,۱),(۳,۴),(۴,۳)\}$ حداقل یکی مضرب ۳ باشد

$$P(A\,|\,B)=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}=\frac{۴}{۶}=\frac{۲}{۳}$$

۷۸ عمل جراحی شخص A و B مستقل هستند.

$P(A)=۰/۷$

$P(B)=۰/۵$

الف) $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)=۰/۷\times ۰/۵=۰/۳۵$

ب) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=۰/۷+۰/۵-۰/۳۵=۰/۸۵$

ج) $P(A-B)+P(B-A)=P(A\cup B)-P(A\cap B)=۰/۸۵-۰/۳۵=۰/۵$

Telegram: @konkur_in

۷۹ الف) $P(A)=\frac{۱}{۳}, P(B)=\frac{۱}{۴}$

$$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)=\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۱۲}$$

ب) $$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۱۲}=\frac{۴+۳-۱}{۱۲}=\frac{۱}{۲}$$

ج) $$P(A-B)+P(B-A)=P(A\cup B)-P(A\cap B)=\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۱۲}=\frac{۶-۱}{۱۲}=\frac{۵}{۱۲}$$

۸۰ تاس مضرب ۴ باشد $A=\{۴\}\Rightarrow P(A)=\frac{۱}{۶}$

سکه پشت بیاید $P=\{\text{پشت}\}\Rightarrow P(A)=\frac{۱}{۲}$

هر دو پیشامد مستقل هستند بنابراین داریم:

$$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)=\frac{۱}{۶}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۱۲}$$

۸۱ الف)

$P(A)=۰/۵$ علی در کنکور انسانی قبول شود
$P(B)=۰/۶$ رضا در کنکور تجربی قبول شود
$\Rightarrow P(A\cap B)=P(A)\times P(B)=۰/۵\times۰/۶=۰/۳$

ب)

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=۰/۵+۰/۶-۰/۳=۰/۸$$

۸۲ پیشامد رو شدن عدد فرد در پرتاب تاس : A

پیشامد پشت آمدن سکه : B

مشخص است که وقوع پیشامد B بر P(A) تأثیر نمی‌گذارد بنابراین پیشامدهای A و B مستقل هستند و داریم:

$$P(A\cap B)=P(A).P(B)=\frac{۳}{۶}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۴}$$

۸۳ قسمت اول

$$P(A)=۰/۵, P(B')=۰/۳, P(A\cap B)=۰/۲$$
$$P(A')=۱-P(A)=۱-۰/۵=۰/۵$$
$$P(B)=۱-P(B')=۱-۰/۳=۰/۷$$
$$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)=۰/۵-۰/۲=۰/۳$$
$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=۰/۵+۰/۷-۰/۲=۱$$

قسمت دوم

$$P(A)=۰/۳, P(B)=۰/۴, P(A-B)=۰/۶$$
$$P(A')=۱-P(A)=۱-۰/۳=۰/۷$$
$$P(B')=۱-P(B)=۱-۰/۴=۰/۶$$
$$P(A\cap B)=P(A)-P(A-B)=۰/۳-۰/۲=۰/۱$$
$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=۰/۳+۰/۴-۰/۱=۰/۶$$

P(A)	P(B)	P(A')	P(B')	P(A - B)	P(A ∩ B)	P(A ∪ B)
۰/۵	۰/۷	۰/۵	۰/۳	۰/۳	۰/۲	۱
۰/۳	۰/۴	۰/۷	۰/۶	۰/۲	۰/۱	۰/۶

Telegram: @konkur_in

۸۴ قسمت اول

$P(A)=۰/۶, P(B')=۰/۵, P(A\cup B)=۰/۸$

$P(A')=۱-P(A)=۱-۰/۶=۰/۴$

$P(B)=۱-P(B')=۱-۰/۵=۰/۵$

$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=۰/۶+۰/۵-۰/۸=۰/۳$

$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)=۰/۶-۰/۳=۰/۳$

قسمت دوم

$P(A)=۰/۶, P(B)=۰/۷, P(A\cap B)=۰/۵$

$P(A')=۱-P(A)=۱-۰/۶=۰/۴$

$P(B')=۱-P(B)=۱-۰/۷=۰/۳$

$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)=۰/۶-۰/۵=۰/۱$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=۰/۶+۰/۷-۰/۵=۰/۸$

P(A)	P(B)	P(A')	P(B')	P(A - B)	P(A ∩ B)	P(A ∪ B)
۰/۶	۰/۵	۰/۴	۰/۵	۰/۳	۰/۳	۰/۸
۰/۶	۰/۷	۰/۴	۰/۳	۰/۱	۰/۵	۰/۸

۸۵ ۱ نمره

$P(B')=۰/۷ \Rightarrow P(B)=۱-P(B')=۱-۰/۷=۰/۳$

$P(A\cap B')=P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)=۰/۴-۰/۲=۰/۲$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=۰/۴+۰/۳-۰/۲=۰/۵$

۸۶ ۱ نمره

فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی، $n(S)=۳۶$ عضو دارد. بنابراین $۶\times۶=۳۶$

جمع دو عدد روشده مضرب ۵ باشد.

$$A=\{\underbrace{(۱,۴),(۲,۳),(۳,۲),(۴,۱)}_{\text{مجموع}=۵},\underbrace{(۴,۶),(۵,۵),(۶,۴)}_{\text{مجموع}=۱۰}\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n(A)=۷ \Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۷}{۳۶}$$

۸۷ ۱ نمره

هر دو پیشامدی که عضو مشترک نداشته باشند، مطلوب است:

$S=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶\}, A=\{۱,۲\}, B=\{۳,۵\}$

Telegram: @konkur_in

۸۸ ۱/۲۵ نمره

$n(S) = \binom{۹}{۳} = ۸۴$

آ) $A \Rightarrow n(A) = \binom{۳}{۳} + \binom{۴}{۳} = ۱ + ۴ = ۵ \Rightarrow P(A)$: هر سه مهره‌ی خارج شده هم‌رنگ باشند.

$= \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۵}{۸۴}$

ب) $B \Rightarrow n(B) = \binom{۳}{۲}\binom{۶}{۱} + \binom{۳}{۳} = ۳\times۶ + ۱ = ۱۹$: حداقل دو مهره‌ی خارج شده سفید باشد.

$\Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{۱۹}{۸۴}$

۸۹ ۲ نمره

آ) $n(S) = ۶\times۶ = ۳۶$

ب) $A = \{(۱,۱),(۱,۲),(۱,۳),(۲,۱),(۲,۲),(۳,۱)\}$

پ) $B = \{(۱,۳),(۳,۱),(۲,۲),(۳,۶),(۴,۵),(۵,۴),(۶,۳)\}$

ت) $A - B = \{(۱,۱),(۱,۲),(۲,۱)\}$

۹۰ ۱/۵ نمره

الف) $S =$

$\{(پ,۱),(پ,۲),(پ,۳),(پ,۴),(پ,۵),(پ,۶),(ر,ر,ر),(ر,ر,پ),(ر,پ,ر),(ر,پ,پ)\}$

ب) $A = \{(پ,۱),(پ,۲),(پ,۳),(پ,۴),(پ,۵),(پ,۶),(ر,ر,پ),(ر,پ,ر)\}$

ج) $B = \{(ر,ر,ر)(ر,ر,پ),(ر,پ,ر)\}$

۹۱ ۲ نمره

الف - $p(A) = \frac{\binom{۴}{۳}}{\binom{۷}{۳}} = \frac{۴}{۳۵}$

ب - $p(B) = \frac{\binom{۴}{۳} + \binom{۳}{۳}}{\binom{۷}{۳}} = \frac{۴+۱}{۳۵} = \frac{۵}{۳۵} = \frac{۱}{۷}$

۹۲ ۱/۵ نمره

$A = \{(۱,۶),(۶,۱),(۵,۲),(۲,۵),(۳,۴),(۴,۳)\}$

$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$

Telegram: @konkur_in

۹۳ ۲ نمره

$p(A') = ۱ - p(A) \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow$

$n(A) = b_۱, b_۲, \ldots = ۵! \times ۲!$

$n(s) = ۶! \Rightarrow p(A) = \frac{۵! \times ۲!}{۶!} = \frac{۱}{۳}$

$p(A') = ۱ - \frac{۱}{۳} = \frac{۲}{۳}$

۹۴ $P(A) = \frac{۵۲}{۱۰۰} \times \frac{۶۰}{۱۰۰} + \frac{۴۸}{۱۰۰} \times \frac{۶۸}{۱۰۰} = ۰/۳۱۲ + ۰/۳۲۶۴ = ۰/۶۳۸۴$

۹۵ $P(\mathrm{A}|\mathrm{B}) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{۱۵}{۱۹۵}}{\frac{۱۰۵}{۱۹۵}} = \frac{۱۵}{۱۰۵} = \frac{۱}{۷}$

↓

تحصیلات

دانشگاهی

۹۶ جنسیت فرزندان مستقل از یکدیگر است پس: $P(A) = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۱۶}$

۹۷ A, B مستقل اند $\Rightarrow P(\mathrm{A}|\mathrm{B}) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A).P(B)}{P(B)} = P(A) = ۰/۱۶$

↓

فرزند دوم

۹۸ $A \cap B' = A - B$ B با نمره کمتر از ۱۲ در درس زبان

$\Rightarrow p(A - B) = \frac{n(A - B)}{n(s)} = \frac{۱۰}{۱۸۰} = \frac{۱}{۱۸}$ A با نمره کمتر از ۱۲ در درس تاریخ

۹۹ $A \cap B' = A - B$ B با نمره کمتر از ۱۲ در درس زبان

$\Rightarrow p(A - B) = \frac{n(A - B)}{n(s)} = \frac{۱۰}{۱۸۰} = \frac{۱}{۱۸}$ A با نمره کمتر از ۱۲ در درس تاریخ

۱۰۰ $B \cap A' = B - A$

$p(B - A) = \frac{۵}{۱۸۰} = \frac{۱}{۳۶}$

۱۰۱ $B \cap A' = B - A$

$p(B - A) = \frac{۵}{۱۸۰} = \frac{۱}{۳۶}$

۱۰۲ $P(A \cap B) = \frac{۵}{۱۸۰} = \frac{۱}{۳۶}$

۱۰۳ $P(A \cap B) = \frac{۵}{۱۸۰} = \frac{۱}{۳۶}$

Telegram: @konkur_in

۱۰۴
$$p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)$$
$$p(A\cup B)=\frac{۱۵}{۱۸۰}+\frac{۱۰}{۱۸۰}-\frac{۵}{۱۸۰}$$
$$p(A\cup B)=\frac{۲۰}{۱۸۰}=\frac{۱}{۹}$$

۱۰۵
$$p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)$$
$$p(A\cup B)=\frac{۱۵}{۱۸۰}+\frac{۱۰}{۱۸۰}-\frac{۵}{۱۸۰}$$
$$p(A\cup B)=\frac{۲۰}{۱۸۰}=\frac{۱}{۹}$$

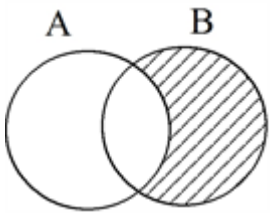
۱۰۶
$$p(A\cup B)'=۱-\frac{۲۰}{۱۸۰}=\frac{۸}{۹}$$

۱۰۷
$$p(A\cup B)'=۱-\frac{۲۰}{۱۸۰}=\frac{۸}{۹}$$

۱۰۸
$$P(A)=\frac{\binom{۵}{۱}\times\binom{۲}{۱}\times\binom{۳}{۱}}{\binom{۱۰}{۳}}=\frac{۵\times۲\times۳}{\frac{۱۰\times۹\times۸}{۳!}}=\frac{۵\times۲\times۳\times۳!}{۱۰\times۹\times۸}=\frac{۱}{۴}$$

۱۰۹
$$P(A)=\frac{\binom{۲}{۱}\times\binom{۳}{۱}}{\binom{۵}{۲}}=\frac{۲\times۳}{۱۰}=\frac{۳}{۵}$$

۱۱۰



$$P(B-A)=\frac{n(B-A)}{n(S)}=\frac{n(B)-n(A\cap B)}{n(S)}=P(B)-P(A\cap B)$$

۱۱۱
$$P(A)=\frac{۱\times۱}{۶\times۶}=\frac{۱}{۳۶}$$

۱۱۲

الف) $A=\{۱,۲,۳,۴,۵\}\rightarrow P(A)=\frac{۵}{۷}$

ب) $B=\{۱,۳,۵,۷\}\rightarrow P(B)=\frac{۴}{۷}$

ج) $C=\{۱,۲,۳,۴,۵,۷\}\rightarrow P(C)=\frac{۶}{۷}$

Telegram: @konkur_in

۱۱۳ $$P(A)=\frac{\binom{۱۰}{۳}}{\binom{۱۵}{۳}}=\frac{\frac{۱۰\times۹\times۸}{۶}}{\frac{۱۵\times۱۴\times۱۳}{۶}}=\frac{۹\times۸}{۳\times۷\times۱۳}=\frac{۲۴}{۹۱}$$

۱۱۴ $$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۴}-۰=\frac{۷}{۱۲}$$

۱۱۵ الف) $P(A)=\frac{۵}{۳۰}=\frac{۱}{۶}$ ب) $P(A')=۱-P(A)=\frac{۵}{۶}$

۱۱۶ الف) $A=\{$۶پ, ۱ر, ۲ر, ۳ر, ۴ر, ۵ر, ۶ر$\}$ ، پس $P(A)=\frac{۷}{۱۲}$.

ب) این حالت متمم حالت الف است. $P(A')=۱-P(A)=\frac{۵}{۱۲}$

۱۱۷ الف) $P(A)=\frac{۱۰}{۲۵}=\frac{۲}{۵}$ ب) $P(A)=\frac{۱۵}{۲۵}=\frac{۳}{۵}$

۱۱۸ $S=\{$(نقشه, عدد), (عدد, نقشه), (نقشه, عدد), (عدد, عدد)$\}$

$A=\{$(نقشه, عدد), (عدد, نقشه)$\}$

۱۱۹ الف) از ۳۶ حالت ۶ حالت داریم که عددهای روشده برابرند. پس ۳۰ حالت اعداد روشده متفاوتند پس

$P(A)=\frac{۳۰}{۳۶}=\frac{۵}{۶}$.

ب) حالت‌هایی که مجموع اعداد بزرگ‌تر یا مساوی ۱۰ است عبارتند از:

$\{(۴,۶),(۶,۴),(۵,۵),(۵,۶),(۶,۵),(۶,۶)\}$پس تعداد حالت‌هایی که مجموع اعداد کم‌تر از ۱۰ است برابر ۳۰ است،

یعنی $P(A)=\frac{۳۰}{۳۶}=\frac{۵}{۶}$.

۱۲۰ الف) $P(A)=\frac{\binom{۷}{۳}}{\binom{۱۲}{۳}}=\frac{۳۵}{۲۲۰}$

ب) $P(A)=\frac{\binom{۵}{۳}}{\binom{۱۲}{۳}}=\frac{۱۰}{۲۲۰}$

Telegram: @konkur_in

۱۲۱ $A=\{۱,۳,۵,۷,۹\}\quad B=\{۲,۴,۶,۸\}\quad C=\{۳,۶,۹\}$

الف) $P(A)=\dfrac{\binom{۵}{۲}}{\binom{۹}{۲}}=\dfrac{۱۰}{۳۶}$

ب) $P(A)=\dfrac{\binom{۴}{۲}}{\binom{۹}{۲}}=\dfrac{۶}{۳۶}$

ج) $P(A)=\dfrac{\binom{۳}{۲}}{\binom{۹}{۲}}=\dfrac{۳}{۳۶}$

د) $P(A)=\dfrac{\binom{۴}{۱}\times\binom{۴}{۱}}{\binom{۹}{۲}}=\dfrac{۲۰}{۳۶}$

۱۲۲ تعداد کل اعداد دورقمی برابر $۳\times۲=۶$ است.

الف) $A=\{۲۰,۱۰\}\Rightarrow P(A)=\dfrac{۲}{۶}$

ب) $A=\{۲۰,۱۰,۱۲\}\Rightarrow P(A)=\dfrac{۳}{۶}$

ج) $A=\{۲۱,۱۲\}\Rightarrow P(A)=\dfrac{۲}{۶}$

د) $A=\{\}\Rightarrow P(A)=۰$

۱۲۳ الف) $P(A)=\dfrac{۵}{۹}$ ب) $P(A)=\dfrac{۴}{۹}$ ج) $P(A)=\dfrac{۱}{۹}$ د) $P(A)=\dfrac{۲}{۹}$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخنامه تستی

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

نام :	باسمه تعالی	نوبت امتحانی :
نام خانوادگی :		پایه :
نام پدر :		ساعت شروع :
شماره دانش آموزی :		مدت امتحان :
نام درس : ریاضی دوازدهم - فصل ۷		

تصحیح	نام و نام خانوادگی دبیر: تاریخ و امضا:	نمره با عدد: نمره با حروف:	تجدید نظر	نام و نام خانوادگی دبیر: تاریخ و امضا:	نمره با عدد: نمره با حروف:

ردیف	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	مدرسهٔ A چهار برابر مدرسهٔ B دانش‌آموز دارد. ۳۵ درصد دانش‌آموزان مدرسهٔ A و ۲۰ درصد دانش‌آموزان مدرسهٔ B معدل بالای ۱۸ دارند. اگر همهٔ دانش‌آموزان هر دو مدرسه در یک محوطه حاضر باشند و به تصادف یکی از آن‌ها را انتخاب کنیم. الف) با چه احتمالی فرد انتخابی از مدرسهٔ A و با چه احتمالی از مدرسهٔ B است؟ ب) با چه احتمالی فرد انتخابی معدل بالای ۱۸ دارد؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۴	
۲	دو جعبهٔ یکسان داریم، درون یکی از آنها ۱۰ لامپ قرار دارد که ۴ تا از آنها معیوب است و درون جعبهٔ دیگر ۲۰ لامپ قرار دارد که ۵ تا از آنها معیوب‌اند. به تصادف جعبه‌ای انتخاب کرده و یک لامپ از آن به تصادف بیرون می‌آوریم. چقدر احتمال دارد لامپ انتخابی سالم باشد؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۴	
۳	اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر $۰/۰۸$ و به نوزاد دختر $۰/۰۳$ باشد و خانواده‌ای قصد بچه‌دار شدن داشته باشند، با چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد شد؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴	
۴	دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول، شامل ۶ مهره سبز و ۴ مهره آبی و ظرف دوم، شامل ۵ مهره سبز و ۷ مهره آبی است. از ظرف اول به تصادف یک مهره انتخاب و در نظرف دوم قرار می‌دهیم، سپس یک مهره از ظرف دوم انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی این مهره سبز است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دوازدهم-اردیبهشت۱۴۰۴	
۵	دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره قرمز و ۶ مهره زرد و ظرف دوم شامل ۴ مهره قرمز و ۷ مهره زرد است. از ظرف اول به تصادف یک مهره انتخاب می‌کنیم و در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس یک مهره از ظرف دوم انتخاب می‌کنیم. به چه احتمالی این مهره زرد است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۳	
۶	یک سکه را پرتاب می‌کنیم اگر «پشت» بیاید ۳ سکه دیگر را با هم پرتاب می‌کنیم و اگر «رو» بیاید ۲ سکه دیگر را با هم پرتاب می‌کنیم. در این آزمایش احتمال اینکه دقیقاً دو سکه «رو» ظاهر شود چقدر است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳	
۷	سه ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۵ مهره قرار دارد که ۳ تای آنها قرمز است. در ظرف دوم هیچ مهره قرمزی وجود ندارد و در ظرف سوم ۱۲ مهره داریم که ۶ تای آنها قرمز است. با چشم بسته یک ظرف را انتخاب کرده و یک مهره از آن خارج می‌کنیم. با چه احتمالی این مهره قرمز است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۳	

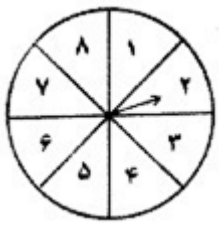
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸	فرض کنید جمعیت یک کشور متشکل از ۴۵ درصد مرد و ۵۵ درصد زن باشد و شیوع یک بیماری ویروسی به ترتیب در این دو دسته ۴ درصد و ۶ درصد باشد. اگر فردی به تصادف از این جامعه انتخاب شود، با چه احتمالی به بیماری موردنظر مبتلا است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۲	
۹	دو جعبه داریم. درون یکی از آنها ۹ لامپ سالم و ۳ لامپ معیوب قرار دارد و درون جعبه دیگر ۱۵ لامپ قرار دارد که ۵ تای آن‌ها معیوب است. به تصادف جعبه‌ای انتخاب کرده و یک لامپ از آن بیرون می‌آوریم چقدر احتمال دارد لامپ موردنظر سالم باشد؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۲	
۱۰	مدرسه A سه برابر مدرسه B دانش‌آموز دارد. ۳۵ درصد دانش‌آموزان مدرسه A و ۱۵ درصد دانش‌آموزان مدرسه B معدلی بالای ۱۸ دارند، اگر همه دانش‌آموزان هر دو مدرسه در یک محوطه حاضر باشند و به تصادف یکی از آن‌ها را انتخاب کنیم: الف) با چه احتمالی فرد انتخابی از مدرسه A و با چه احتمالی از مدرسه B است؟ ب) با چه احتمالی فرد انتخابی، معدلی بالای ۱۸ دارد؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۲	
۱۱	دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره سبز و ۳ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره سبز و ۶ مهره آبی است. از ظرف اول مهره‌ای انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس یک مهره به تصادف از ظرف دوم انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی این مهره سبز است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۱	
۱۲	چهار ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۰ مهره قرار دارد که ۶ تای آن‌ها قرمز است. در ظرف دوم همه مهره‌ها قرمزند. در ظرف سوم ۱۲ مهره قرار دارد که ۴ تای آن‌ها قرمز هستند. و در ظرف چهارم هیچ مهره قرمزی وجود ندارد. با چشم بسته یکی از ظرف‌ها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می‌آوریم، احتمال اینکه مهره انتخابی قرمز باشد چقدر است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۱	
۱۳	دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۶ مهره سبز و ۴ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۵ مهره سبز و ۷ مهره آبی است. از ظرف اول مهره‌ای انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می‌دهیم، سپس یک مهره به تصادف از ظرف دوم انتخاب می‌کنیم. به چه احتمالی این مهره سبز است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۱	
۱۴	۴ ظرف یکسان داریم. در ظرف اول ۱۴ مهره قرار دارد شامل ۴ مهره‌ی قرمز است. در ظرف دوم همه مهره‌ها قرمزند و ظرف سوم ۸ مهره دارد که شامل ۶ مهره‌ی قرمز است. در ظرف چهارم هیچ مهره قرمزی وجود ندارد. با چشم بسته یکی از ظرف‌ها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می‌آوریم. احتمال آن‌که مهره انتخابی قرمز باشد چه‌قدر است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۰	
۱۵	دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۳ مهره سبز و ۷ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره سبز و ۸ مهره آبی است. از ظرف اول مهره‌ای انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس یک مهره به تصادف از ظرف دوم انتخاب می‌کنیم. به چه احتمالی این مهره آبی است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۰	
۱۶	سه ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره‌ی قرمز و ۳ مهره‌ی آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره‌ی آبی و ظرف سوم شامل ۶ مهره‌ی قرمز است. با چشم بسته یکی از ظرف‌ها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می‌آوریم. احتمال آن‌که مهره انتخابی آبی باشد چه‌قدر است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۹	

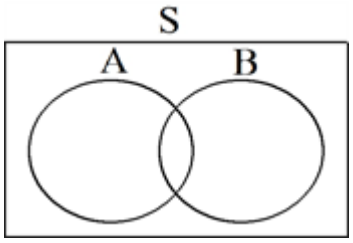
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۷	اگر احتمال انتقال نوعی بیماری عفونی به نوزاد پسر ۰/۰۷ و نوزاد دختر ۰/۰۴ باشد و خانواده‌ای منتظر به دنیا آمدن فرزندی باشند، با چه احتمالی نوزاد آن‌ها به بیماری مذکور مبتلا خواهد شد؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۹۹	
۱۸	اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر ۰/۰۸ و نوزاد دختر ۰/۰۳ باشد و خانواده‌ای منتظر به دنیا آمدن فرزندی باشد، با چه احتمالی نوزاد آن‌ها به بیماری مذکور مبتلا خواهد بود؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۹۹	
۱۹	فرض کنید جمعیت یک کشور متشکل از ۴۰ درصد مرد و ۶۰ درصد زن باشند و احتمال شیوع یک بیماری خاص در این دو گروه به‌ترتیب ۳ درصد و ۵ درصد باشد. اگر فردی به تصادف از این جامعه انتخاب شود، با چه احتمالی به بیماری موردنظر مبتلا است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۹۸	
۲۰	دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۷ مهره آبی و ۵ مهره قرمز است و ظرف دوم شامل ۶ مهره آبی و ۸ مهره قرمز است. از ظرف اول به تصادف یک مهره انتخاب کرده در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس یک مهره از ظرف دوم انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی این مهره آبی است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸	
۲۱	سه ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره‌ی سبز و ۴ مهره‌ی آبی است. ظرف دوم شامل ۷ مهره‌ی سبز و ۳ مهره‌ی آبی است. ظرف سوم شامل ۶ مهره‌ی سبز و ۴ مهره‌ی قرمز است. با چشم بسته یکی از ظرفها را انتخاب و یک مهره از آن بیرون می‌آوریم. با چه احتمالی این مهره آبی است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸	
۲۲	یک سکه را پرتاب می‌کنیم و اگر پشت بیاید ۳ سکه دیگر را با هم پرتاب می‌کنیم. در این آزمایش احتمال این‌که دقیقاً یک سکه رو ظاهر شود، چه‌قدر است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۷	
۲۳	تاسی را سه بار می‌اندازیم مطلوب است احتمال آن‌که: الف) هر سه عدد رو شده مثل هم باشند. ب) هر سه عدد رو شده متمایز باشند. (هیچ دو عددی مثل هم نباشند.) ج) مجموع اعداد رو شده‌ی سه تاس بزرگ‌تر از ۱۷ نباشند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۴	عقربه‌ای مطابق شکل زیر و به تصادف پس از به حرکت در آمدن روی یکی از ۸ ناحیه‌ی شکل می‌ایستد و عددی را نشان می‌دهد، مطلوب است: الف) پیشامد A که در آن عقربه روی عدد مضرب ۳ بایستد. ب) پیشامد B که در آن عقربه عددی بزرگ‌تر از ۴ را نشان دهد. ج) پیشامد C که در آن عقربه عددی کوچک‌تر از ۷ که فرد یا اول باشد را نشان دهد.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۵	خانواده‌ای دارای چهار فرزند است. الف) فضای نمونه‌ای فرزندان این خانواده را مشخص کنید. ب) پیشامد آن که حداقل دو فرزند این خانواده پسر باشد را نوشته و احتمال آن را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

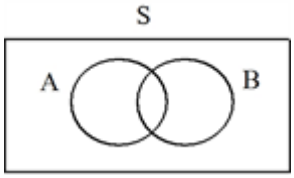
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۶	خانواده‌ای دارای چهار فرزند است. الف) فضای نمونه‌ای فرزندان این خانواده را مشخص کنید. ب) پیشامد آن که حداقل دو فرزند این خانواده پسر باشد را نوشته و احتمال آن را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۷	۴ نفر را درنظر می‌گیریم، چه‌قدر احتمال دارد: الف) هر ۴ نفر در یک روز از هفته متولد شده باشند. ب) هیچ دو نفری در یک روز از هفته متولد نشده باشند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۸	خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است، الف) فضای نمونه‌ای جنسیت فرزندان این خانواده را مشخص کنید. ب) پیشامد A که در آن حداقل ۲ فرزند این خانواده دختر باشند را مشخص کنید. ج) پیشامد B که در آن فقط ۱ فرزند این خانواده پسر باشد را مشخص کنید. د) احتمال آن‌که فرزندان، به صورت یک در میان پسر و دختر (یا دختر و پسر) باشند را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۲۹	با توجه به شکل مقابل، پیشامد $(A-B)'$ را هاشور بزنید. (شکل را در برگه پاسخ‌نامه وارد کنید.)  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۰	در یک تیم والیبال ۶ نفره، چه‌قدر احتمال دارد که هیچ دو نفری در یک روز از سال متولد نشده باشند؟ (سال را ۳۶۵ روز بگیرید.) سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۱	از بین ۶ دانش‌آموز سال دوم و ۵ دانش‌آموز سال سوم می‌خواهیم یک تیم ۳ نفره تشکیل دهیم. احتمال هریک از پیشامدهای زیر را به دست آورید. الف) فقط دو دانش‌آموز از سال دوم باشند. ب) حداقل دو دانش‌آموز از سال سوم باشند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۲	اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند به طوری‌که $P(A)=\frac{۲}{۵}$ و $P(A\cup B)=\frac{۱}{۲}$ آن‌گاه $P(B')$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۳	احتمال این که شخصی گروه خونی B^+ داشته باشد ۳۰% و احتمال اینکه او ناراحتی کلیه داشته باشد ۱۵% است، چه‌قدر احتمال دارد: الف) این شخص گروه خونی B^+ و ناراحتی کلیه داشته باشد. ب) این شخص گروه خونی B^+ یا ناراحتی کلیه داشته باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۴	۵ نفر که دو نفر آن‌ها خواهر یکدیگرند به تصادف در یک ردیف می‌ایستند، چه‌قدر احتمال دارد: الف) دو خواهر کنار هم قرار گرفته باشند. ب) دو خواهر در اول و آخر صف واقع شده باشند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۵	خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است. الف) تعداد اعضای فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی را مشخص کنید. ب) پیشامد A که در آن فرزند سوم پسر باشد را مشخص کنید. ج) پیشامد B که در آن حداکثر یک فرزند دختر باشد را مشخص کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۶	از جعبه‌ای که حاوی ۱۰ سیب سالم و ۴ سیب خراب است، ۳ سیب به تصادف برمی‌داریم، مطلوب است احتمال آن که: الف) هر سه سیب سالم باشند. ب) دو سیب سالم و یکی خراب باشد. ج) تعداد سیب‌های سالم از تعداد سیب‌های خراب بیش‌تر باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۷	یک تاس و یک سکه را با هم می‌اندازیم، الف) فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی را مشخص کنید. ب) پیشامد A که در آن عدد رو شده‌ی تاس، عددی اول باشد را مشخص کنید. ج) پیشامد B که در آن سکه پشت بیاید را مشخص کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۸	با توجه به شکل مقابل، پیشامد $(A \cap B)'$ را هاشور بزنید. (شکل را وارد پاسخ برگ کنید).  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۳۹	می‌خواهیم از بین ۶ دانش‌آموز کلاس یازدهم و ۵ دانش‌آموز کلاس دهم یک تیم ۴ نفره به تصادف انتخاب کنیم. چقدر احتمال دارد: الف) هیچ دانش‌آموز کلاس یازدهم در تیم نباشد. ب) یک دانش‌آموز کلاس یازدهم وسه دانش‌آموز کلاس دهم در تیم باشند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۴۰	هریک از اعداد زوج و طبیعی کوچکتر از ۱۹ را روی یک کارت نوشته و یکی از کارت‌ها را به تصادف برمی داریم: الف) فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی را مشخص کنید. ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت بر ۵ بخش پذیر باشد را مشخص کنید. ج) پیشامد B که در آن عدد روی کارت اول یا فرد باشد را مشخص کنید. د) پیشامد $(A \cap B)$ را مشخص کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۴۱	اگر $P(A') = ۰/۳$ و $P(B) = ۰/۷$ و $P(A \cup B) = ۰/۹$ آن‌گاه حاصل $P(A \cap B)$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۲	از بین ۴ دانش‌آموز سال سوم و ۶ دانش‌آموز سال دوم، سه نفر را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که حداکثر یک دانش‌آموز از سال سوم باشد، چه‌قدر است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۴۳	یک تاس و یک سکه را با هم پرتاب می‌کنیم. ۱) فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی را بنویسید. ۲) پیشامد A که در آن تاس عدد فرد بیاید را مشخص کنید. ۳) پیشامد B که در آن سکه «رو» و تاس عدد کوچک‌تر از ۵ بیاید را مشخص کنید. ۴) آیا دو پیشامد A و B مستقل‌اند؟ چرا؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۴۴	از جعبه‌ای که شامل ۵ مهره‌ی قرمز و ۴ مهره‌ی آبی است، ۳ مهره به تصادف خارج می‌کنیم. مطلوب است: الف) هر سه مهره هم رنگ باشند. ب) دو مهره آبی و یک مهره قرمز باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۴۵	خانواده‌ای دارای سه فرزند است. اگر A پیشامد هم جنس بودن دو فرزند اول و B پیشامد وجود یک فرزند پسر در این خانواده باشد، مطلوب است: الف) فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی را مشخص کنید. ب) پیشامدهای A و B را مشخص کنید. ج) آیا دو پیشامد A و B ناسازگارند؟ چرا؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۴۶	در جعبه‌ی A، ۴ مهره‌ی قرمز و ۳ مهره‌ی آبی و در جعبه‌ی B، ۳ مهره‌ی قرمز و۲ مهره‌ی آبی وجود دارد. یکی از این دو جعبه را به تصادف انتخاب کرده و ۱ مهره به تصادف از آن جعبه خارج می‌کنیم. چقدر احتمال دارد این مهره آبی باشد؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۴۷	احتمال آن که دانش‌آموزی در درس ریاضی قبول نشود ۰/۴ و احتمال این که در درس فیزیک قبول شود ۰/۷ و احتمال آن که در هر دو درس قبول شود ۰/۵ است. احتمال آن که حداقل در یکی از دروس ریاضی و فیزیک قبول شود چقدر است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۴۸	چه‌قدر احتمال دارد در یک تیم کوه‌نوردی ۳ نفره: الف) همه در ماه تیر متولد شده باشند؟ ب) هیچ دو نفری در یک ماه از سال متولد نشده باشد؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۴۹	در کیسه‌ای ۵ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی آبی و ۳ مهره‌ی سبز وجود دارد. از این کیسه ۴ مهره به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال این‌که حداکثر ۲ مهره آبی باشد، چه‌قدر است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۵۰	اگر $P(A) = \frac{۱}{۳}$ و $P(B') = \frac{۳}{۴}$ و A و B دو پیشامد ناسازگار باشند، حاصل $P(A \cup B)$ را به‌دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۱	در جعبه‌ای ۴ مهره‌ی سفید و ۷ مهره‌ی سیاه موجود است. دو مهره به تصادف با هم خارج می‌کنیم. احتمال هر یک از پیشامدهای زیر را تعیین کنید. ۱) دو مهره‌ی غیر هم‌رنگ باشند. ۲) حداکثر یک مهره سفید باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۵۲	احتمال قبولی علی در کنکور ۰/۳ و احتمال قبولی حسن در کنکور ۰/۴ است. احتمال آن‌که حداقل یکی از این دو نفر در کنکور قبول شوند، چه‌قدر است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۵۳	یک تاس و یک سکه را با هم پرتاب می‌کنیم. ۱) فضای نمونه‌ی این تجربه‌ی تصادفی را بنویسید. ۲) پیشامدی را بنویسید که درآن تاس زوج یا سکه پشت بیاید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۵۴	احتمال قبولی علی و محمد در المپیاد زیست‌شناسی به‌ترتیب برابر ۸۰% و ۶۰% است. احتمال هریک از پیشامدهای زیر را به‌دست آورید. الف) هر دوی آن‌ها در المپیاد قبول شوند. ب) حداقل یکی از آن‌ها در المپیاد قبول شود. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۵۵	از کیسه‌ای که شامل ۳ مهره‌ی قرمز و ۴ مهره‌ی سبز می‌باشد، ۲ مهره به تصادف خارج می‌کنیم، مطلوب است احتمال آن‌که هر دو مهره هم‌رنگ باشند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۵۶	خانواده‌ای ۳ فرزند دارند، الف) فضای نمونه‌ی آن را بنویسید. ب) احتمال آن‌که خانواده فقط یک دختر داشته باشد را محاسبه کنید. ج) احتمال آن‌که خانواده حداقل ۲ پسر داشته باشد را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۵۷	احتمال این‌که رضا در کنکور قبول شود ۰/۶ و احتمال آن‌که علی در کنکور قبول شود ۰/۳ می‌باشد، احتمال آن‌که حداقل یکی از آنها در کنکور قبول شود را به‌دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۵۸	از جعبه ای که شامل ۴ مهره سفید و ۳ مهره سبز و ۲ مهره سیاه می‌باشد، ۳ مهره به تصادف خارج می‌کنیم، مطلوب است احتمال آن‌که: الف) فقط ۲ مهره سفید باشد. ب) حداکثر ۲مهره سبز باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۵۹	تاسی را سه بار می‌اندازیم. مطلوبست احتمال آن که مجموع اعداد رو شده سه تاس کوچکتر از ۵ باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۶۰	در کیسه‌ای ۳ مهره سفید و ۴ مهره سیاه وجود دارد. از این کیسه ۲ مهره به تصادف خارج می‌کنیم، احتمال آن که هر دو مهره همرنگ باشند را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۱	هر یک از اعداد زوج طبیعی کوچکتر از ۲۰ را روی یک کارت نوشته و یکی از کارت‌ها را به تصادف برمی‌داریم، مطلوب است: الف) فضای نمونه‌ای این آزمایش ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت اول یا مضرب ۳ باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۶۲	یک تاس و یک سکه را با هم پرتاب می‌کنیم. الف) پیشامد آن را بنویسید که عدد روی تاس بزرگ‌تر از ۵ باشد. ب) احتمال آن را بیابید که سکه پشت یا تاس ۴ بیاید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۶۳	در جعبه‌ی A ، ۵ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه و در جعبه‌ی B، ۴ مهره‌ی سفید و ۲ مهره‌ی سیاه وجود دارد. یکی از این دو جعبه را به تصادف انتخاب کرده و یک مهره به تصادف از آن خارج می‌کنیم. چقدر احتمال دارد این مهره سیاه باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۶۴	در جعبه‌ای ۶ لامپ سالم و ۴ لامپ معیوب موجود است. سه لامپ به تصادف و هم‌زمان خارج می‌کنیم، احتمال آن‌که لامپ‌ها از یک نوع باشند را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۶۵	برای تشکیل تیمی ۵ دانش‌آموز سال سوم و ۴ دانش‌آموز سال اول داوطلب شده‌اند، به تصادف سه دانش‌آموز انتخاب می‌کنیم. احتمال آن را پیدا کنید که: الف) حداکثر ۱ نفر سال اولی باشد. ب) هیچ‌کدام از سه نفر دانش‌آموز انتخاب شده، سال سومی نباشند. (محاسبه‌ی جواب‌های پایانی الزامی نیست.) سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۶۶	سکه سالمی را سه بار پرتاب می‌کنیم اگر A پیشامد بر آمدهایی باشد که در آن دومین پرتاب رو است و B پیشامد برآمدهایی باشد که در آن فقط دو رو به صورت متوالی ظاهر شده‌است. آیا دو پیشامد A و B مستقل هستند؟ چرا؟ (فضای نمونه و هر یک از پیشامدها را مشخص کنید.) سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	
۶۷	احتمال آن‌که دانش‌آموزی در درس ریاضی قبول شود ۰/۷ و احتمال این‌که در درس شیمی قبول شود ۰/۸۵ و احتمال آن‌که در هر دو درس قبول شود ۰/۶ است. احتمال ان‌که حداقل در یکی از دروس ریاضی و شیمی قبول شود چقدر است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-سوم دبیرستان-سوم تجربی	

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخنامه تشریحی

۱ الف) $P(A)=\frac{۴}{۵} \qquad P(B)=\frac{۱}{۵}$

ب) $\frac{۴}{۵}\times\frac{۳۵}{۱۰۰}+\frac{۱}{۵}\times\frac{۲۰}{۱۰۰}=\frac{۸}{۲۵}$ روش اول:

روش دوم: به روش نمودار درختی هم نمره کامل به تناسب تعلق گیرد.

۲ اگر پیشامد سالم بودن را A و جعبهٔ اول را $B_۱$ و جعبهٔ دوم را $B_۲$ در نظر بگیریم، آنگاه داریم:

$$P(A)=P(B_۱)P(A|B_۱)+P(B_۲)P(A|B_۲)$$
$$\Rightarrow P(A)=\frac{۱}{۲}\times\frac{۶}{۱۰}+\frac{۱}{۲}\times\frac{۱۵}{۲۰}=\frac{۶}{۲۰}+\frac{۱۵}{۴۰}=\frac{۲۷}{۴۰}$$

۳ روش اول: $P(A)=\frac{۱}{۲}\times۰/۰۳+\frac{۱}{۲}\times۰/۰۸=\frac{۳}{۲۰۰}+\frac{۸}{۲۰۰}=\frac{۱۱}{۲۰۰}$

روش دوم: به نمودار درختی نیز به تناسب، نمره تعلق گیرد.

۴ روش اول: $P(A)=\frac{۶}{۱۰}\times\frac{۶}{۱۳}+\frac{۴}{۱۰}\times\frac{۵}{۱۳}=\frac{۳۶}{۱۳۰}+\frac{۲۰}{۱۳۰}=\frac{۵۶}{۱۳۰}$

روش دوم: نمودار درختی نیز نمره داده شود.

۵ $\frac{۶}{۱۱}\times\frac{۸}{۱۲}+\frac{۵}{۱۱}\times\frac{۷}{۱۲}=\frac{۸۳}{۱۳۲}$

(به نمودار درختی نیز نمره تعلق گیرد.)

۶ $P(A)=\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۸}+\frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۴}=\frac{۷}{۱۶}$

توجه نمایید که فضای نمونه‌ای هم‌شانس نیست.

۷ $P=\left(\frac{۱}{۳}\times\frac{۳}{۱۵}\right)+\left(\frac{۱}{۳}\times۰\right)+\left(\frac{۱}{۳}\times\frac{۶}{۱۲}\right)=\frac{۷}{۳۰}$

۸ $p=(۰/۴۵\times۰/۰۴)+(۰/۵۵\times۰/۰۶)=۰/۰۵۱$

۹ $P(A)=P(B)P(A|B)+P(C)P(A|C)=\frac{۱}{۲}\times\frac{۹}{۱۲}+\frac{۱}{۲}\times\frac{۱۰}{۱۵}=\frac{۱۷}{۲۴}$

به روش حل نمودار درختی نمره تعلق گیرد.

۱۰ الف) $P(A)=\frac{۳}{۴}\,,P(B)=\frac{۱}{۴}$

ب) $P(C)=P(A)P(C|A)+P(B)P(C|B)=\frac{۳}{۴}\times\frac{۳۵}{۱۰۰}+\frac{۱}{۴}\times\frac{۱۵}{۱۰۰}=\frac{۳}{۱۰}$

به روش حل نمودار درختی نمره تعلق گیرد.

۱۱ $P(A)=P(B_۱)P(B_۱|A)+P(B_۲)P(B_۲|A)$

$$P(A)=\frac{۵}{۸}\times\frac{۵}{۱۱}+\frac{۳}{۸}\times\frac{۴}{۱۱}=\frac{۳۷}{۸۸}$$

به روش حل نمودار درختی نمره تعلق گیرد.

Telegram: @konkur_in

۱۲ $P(R) = P(A_۱)P(R|A_۱) + P(A_۲)P(R|A_۲) + P(A_۳)P(R|A_۳) + P(A_۴)(R|A_۴)$

$\Rightarrow P(R) = \frac{۱}{۴} \times \frac{۶}{۱۰} + \frac{۱}{۴} \times ۱ + \frac{۱}{۴} \times \frac{۴}{۱۲} + \frac{۱}{۴} \times ۰ = \frac{۲۹}{۶۰}$

حل به روش نمودار درختی نمره کامل تعلق گیرد.

۱۳ $P(A) = P(B_۱)P(A|B_۱) + P(B_۲)P(A|B_۲)$

$P(A) = \frac{۶}{۱۰} \times \frac{۶}{۱۳} + \frac{۴}{۱۰} \times \frac{۵}{۱۳} = \frac{۵۶}{۱۳۰}$

حل به روش نمودار درختی نمره کامل تعلق گیرد.

۱۴ $P(A) = P(B_۱)P(A|B_۱) + P(B_۲)P(A|B_۲) + P(B_۳)P(A|B_۳) + P(B_۴)P(A|B_۴)$

$P(A) = \frac{۱}{۴} \times \frac{۴}{۱۴} + \frac{۱}{۴} \times ۱ + \frac{۱}{۴} \times \frac{۶}{۸} + \frac{۱}{۴} \times ۰ = \frac{۵۷}{۱۱۲}$

۱۵ $P(A) = P(G)P(A|G) + P(B)P(A|B)$

$P(A) = \frac{۳}{۱۰} \times \frac{۸}{۱۳} + \frac{۷}{۱۰} \times \frac{۹}{۱۳} = \frac{۸۷}{۱۳۰}$

۱۶ $P(A) = \frac{۱}{۳} \times \frac{۳}{۸} + \frac{۱}{۳} \times ۱ + \frac{۱}{۳} \times ۰ = \frac{۱۱}{۲۴}$

۱۷ $P(A) = \frac{۱}{۲} \times \frac{۷}{۱۰۰} + \frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{۱۰۰} = \frac{۱۱}{۲۰۰}$

۱۸ $P(A) = P(B_۱)P(A|B_۱) + P(B_۲)P(A|B_۲)$

$P(A) = \frac{۱}{۲} \times \frac{۸}{۱۰۰} + \frac{۱}{۲} \times \frac{۳}{۱۰۰} = \frac{۱۱}{۲۰۰}$

۱۹ $P(A) = \frac{۴۰}{۱۰۰} \times \frac{۳}{۱۰۰} + \frac{۶۰}{۱۰۰} \times \frac{۵}{۱۰۰} = \frac{۴۲}{۱۰۰۰}$

۲۰ $p(A) = \frac{۷}{۱۲} \times \frac{۷}{۱۵} + \frac{۵}{۱۲} \times \frac{۶}{۱۵} = \frac{۷۹}{۱۸۰}$

۲۱ $P(A) = \underbrace{\frac{۱}{۳}}_{۰/۵} \times \underbrace{\frac{۴}{۹}}_{۰/۵} + \underbrace{\frac{۱}{۳}}_{۰/۵} \times \underbrace{\frac{۳}{۱۰}}_{۰/۵} + \underbrace{\frac{۱}{۳}}_{۰/۵} \times \underbrace{۰}_{۰/۲۵} = \frac{۶۷}{۲۷۰}$

۲۲ $P(A) = \underbrace{\overbrace{\frac{۱}{۲}}^{(۰/۵)} + \left(\frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲}\right)}_{(۰/۷۵)} \times ۳ = \frac{۱۱}{۱۶}$ $(۰/۲۵)$

Telegram: @konkur_in

۲۳ الف) $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۶}{۲۱۶}=\frac{۱}{۳۶}$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

(۰/۲۵)

ب) $P(B)=\frac{(۶\times۵\times۴)}{۲۱۶}=\frac{۱۲۰}{۲۱۶}$ (۰/۲۵)

ج) $C=\{(۶,۶,۶)\}$ (۰/۲۵)

$P(C)=\frac{۱}{۲۱۶}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow P(C')=۱-P(C)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow P(C')=\frac{۲۱۵}{۲۱۶}$ (۰/۲۵)

۲۴ الف) $A=\{۳,۶\}$ (۰/۵) ب) $B=\{۵,۶,۷,۸\}$ (۰/۵) ج) $C=\{۱,۲,۳,۵\}$ (۰/۵)

۲۵ الف) دختر: g و پسر: b

S={(b,b,b,b),(b,b,b,g),(b,b,g,b),(b,b,g,g),(b,g,b,b),(b,g,b,g),(b,g,g,b),(b,g,g,g),(g,b,b,b),(g,b,b,g),(g,b,g,b),(g,b,g,g),(g,g,b,b),(g,g,b,g),(g,g,g,b),(g,g,g,g){ (۰/۵)

ب) دختر: g و پسر: b

A={(b,b,b,b),(b,b,b,g),(b,b,g,b),(b,b,g,g),(b,g,b,b),(b,g,b,g),(b,g,g,b),(g,b,b,b),(g,b,g,b),(g,g,b,b){ (۰/۵)

$p(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۱۱}{۱۶}$ (۰/۵)

۲۶ الف) دختر: g و پسر: b

S={(b,b,b,b),(b,b,b,g),(b,b,g,b),(b,b,g,g),(b,g,b,b),(b,g,b,g),(b,g,g,b),(b,g,g,g),(g,b,b,b),(g,b,b,g),(g,b,g,b),(g,b,g,g),(g,g,b,b),(g,g,b,g),(g,g,g,b),(g,g,g,g){ (۰/۵)

ب) دختر: g و پسر: b

A={(b,b,b,b),(b,b,b,g),(b,b,g,b),(b,b,g,g),(b,g,b,b),(b,g,b,g),(b,g,g,b),(g,b,b,b),(g,b,g,b),(g,g,b,b){ (۰/۵)

$p(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۱۱}{۱۶}$ (۰/۵)

۲۷ الف) $P(A)=\frac{۷}{۷}\times\frac{۱}{۷}\times\frac{۱}{۷}\times\frac{۱}{۷}=\left(\frac{۱}{۷}\right)^{۳}$ (۰/۵)

ب) $P(B)=\frac{۷}{۷}\times\frac{۶}{۷}\times\frac{۵}{۷}\times\frac{۴}{۷}=\frac{۱۲۰}{۷^{۳}}$ (۰/۵) (صفحه ۱۹)

۲۸ الف) $S=\{(p,p,p),(p,d,p),(p,p,d),(d,p,p),(d,d,p),(d,p,d),(p,d,d),(d,d,d)\}$ (۰/۵)

ب) $A=\{(d,d,p),(d,p,d),(p,d,d),(d,d,d)\}$ (۰/۵)

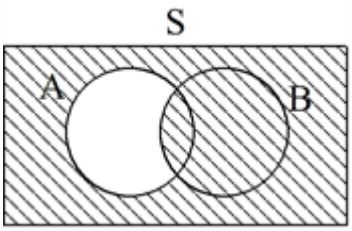
ج) $B=\{(p,d,d),(d,p,d),(d,d,p)\}$ (۰/۵)

د) $C=\{(p,d,p),(d,p,d)\}\Rightarrow P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{۲}{۸}=\frac{۱}{۴}$ (۰/۵)

(صفحات ۸ و ۱۳)

Telegram: @konkur_in

۲۹



تشخیص تفاضل (۰/۲۵) - تشخیص متمم (۰/۲۵) - (صفحه ۴)

۳۰ صفحه ۱۵

$$p(A)=\underbrace{\frac{۳۶۵}{۳۶۵}\times\frac{۳۶۴}{۳۶۵}}_{(۰/۲۵)}\times\underbrace{\frac{۳۶۳}{۳۶۵}\times\frac{۳۶۲}{۳۶۵}}_{(۰/۲۵)}\times\underbrace{\frac{۳۶۱}{۳۶۵}\times\frac{۳۶۰}{۳۶۵}}_{(۰/۲۵)}$$

۳۱

الف) $P(A)=\dfrac{\overbrace{\binom{۶}{۲}\binom{۵}{۱}}^{(۰/۲۵)}}{\underbrace{\binom{۱۱}{۳}}_{(۰/۲۵)}}=\frac{۷۵}{۱۶۵}$ (۰/۲۵) ب) و $P(B)=\dfrac{\overbrace{\binom{۵}{۲}\binom{۶}{۱}}^{(۰/۲۵)}+\overbrace{\binom{۵}{۳}}^{(۰/۲۵)}}{\binom{۱۱}{۳}}=\frac{۷۰}{۱۶۵}$ (۰/۲۵)

صفحه ۹

۳۲

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ (۰/۲۵)

$\frac{۱}{۲}=\frac{۲}{۵}+P(B)-\frac{۲}{۵}\times P(B)$ (۰/۲۵)

$P(B)=\frac{۱}{۶}$ (۰/۲۵) و $P(B')=۱-\frac{۱}{۶}=\frac{۵}{۶}$ (۰/۲۵) صفحه ۷

۳۳

الف) $p(A\cap B)=\underbrace{p(A)\times p(B)}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\frac{۳۰}{۱۰۰}\times\frac{۱۵}{۱۰۰}=\frac{۴۵}{۱۰۰۰}}_{(۰/۲۵)}$

ب) $p(A\cup B)=\underbrace{p(A)+p(B)-p(A\cap B)}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\frac{۳۰}{۱۰۰}\times\frac{۱۵}{۱۰۰}-\frac{۴۵}{۱۰۰۰}=\frac{۴۰۵}{۱۰۰۰}}_{(۰/۵)}$

۳۴

الف) $n(A)=\underbrace{\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۴!\times۲!}{۵!}}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\frac{۲}{۵}}_{(۰/۲۵)}$

ب) $n(B)=\underbrace{\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{۳!\times۲!}{۵!}}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\frac{۱}{۱۰}}_{(۰/۲۵)}$

Telegram: @konkur_in

۳۵ الف) $n(s) = ۲^۳ = ۸$ (۰/۲۵)

ب) $A = \{(d,d,p),(d,p,p),(p,p,p),(p,d,p)\}$ (۰/۵)

ج) $B = \{(d,p,p),(p,d,p),(p,p,p),(p,p,d)\}$ (۰/۲۵)

۳۶ الف) $p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{۱۰}{۳}}{\binom{۱۴}{۳}} = \frac{۱۲۰}{۳۶۴}$ ب) $p(B) = \frac{\binom{۱۰}{۲}\times\binom{۴}{۱}}{\binom{۱۴}{۳}} = \frac{۱۸۰}{۳۶۴}$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

ج) $p(C) = p(A) + p(B) = \frac{۳۰۰}{۳۶۴}$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

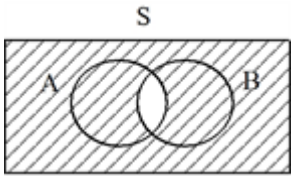
۳۷ الف) $S = \{(۱,p),(۲,p),\ldots,(۶,p),(۱,r),(۲,r),\ldots,(۶,r)\}$ (۰/۵)

ب) $A = \{(۲,p),(۲,r),(۳,p),(۳,r),(۵,p),(۵,r)\}$ (۰/۵)

ج) $B = \{(۱,p),(۲,p),\ldots,(۶,p)\}$ (۰/۵)

۳۸ تشخیص اشتراک (۰/۲۵)

تشخیص متمم (۰/۲۵)



۳۹ اشاره به فرمول احتمال دریک قسمت کافی است.

الف) $n(S) = \binom{۱۱}{۴} = \frac{۱۱!}{۴!\times ۷!} = ۳۳۰$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

$n(A) = \binom{۵}{۴} = ۵$ (۰/۲۵) $p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۵}{۳۳۰}$ (۰/۲۵)

ب) $n(B) = \binom{۶}{۱}\times\binom{۵}{۳} = ۶۰$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) $p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{۶۰}{۳۳۰}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۴۰ الف) $S = \{۲,۴,۶,۸,۱۰,۱۲,۱۴,۱۶,۱۸\}$ (۰/۲۵)

ب) $A = \{۱۰\}$ (۰/۲۵) ج) $B = \{۲\}$ (۰/۲۵)

د) $A \cap B = \emptyset$ (۰/۲۵)

۴۱ $P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - ۰/۳ = ۰/۷$ (۰/۲۵)

$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = ۰/۷ + ۰/۷ - ۰/۹ = ۰/۵$ (۰/۲۵)

Telegram: @konkur_in

۴۲ $P(A)=\frac{n(A)}{n(s)}=\frac{\binom{۴}{۱}\binom{۶}{۲}+\binom{۶}{۳}}{\binom{۱۰}{۳}}=\frac{۸۰}{۱۲۰}=\frac{۲}{۳}$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

۴۳ ۱) $S=\{(۱,R),(۲,R),(۳,R),(۴,R),(۵,R),(۶,R),(۱,P),(۲,P),(۳,P),(۴,P),(۵,P),(۶,P)\}$ (۰/۵)

۲) $A=\{(۱,R),(۳,R),(۵,R),(۱,P),(۳,P),(۵,P)\}$ (۰/۵)

۳) $B=\{(۱,R),(۲,R),(۳,R),(۴,R)\}$ (۰/۲۵)

۴) $A\cap B=\{(۱,R),(۳,R)\}$

$P(A)\times P(B)=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۳}=\frac{۱}{۶}=P(A\cap B)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ مستقل اند B, A (۰/۲۵)

۴۴ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

الف) $P(A')=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{۵}{۳}+\binom{۴}{۳}}{\binom{۹}{۳}}=\frac{۱۴}{۸۴}$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

(۰/۵)

ب) $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{\binom{۴}{۲}\binom{۵}{۱}}{\binom{۹}{۳}}=\frac{۳۰}{۸۴}$ (۰/۲۵)

۴۵ الف) (۰/۷۵)

$S=\{$ (د، د، د) ,(پ، د، د), (د، پ، د), (د، د، پ), (پ، پ، د), (پ، د، پ), (د، پ، پ), (پ، پ، پ) $\}$

ب) A = {(پ، د، د)، (د، پ، د)، (د، د، پ)، (پ، پ، د)} (۰/۲۵)

B = {(د، پ، د)، (پ، د، د) ، (د، د، پ)} (۰/۲۵)

ج) $A\cap B=\{$(پ، د، د)$\}$

$A\cap B\neq\phi$ (۰/۲۵) A و B ناسازگار نیستند (۰/۲۵)

۴۶ $p(A)=\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۷}+\frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۵}=\frac{۵۸}{۱۴۰}$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۴۷ $p(A)=۱-p(A')=۱-۰/۴=۰/۶$ (۰/۵)

$p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)=۰/۶+۰/۷-۰/۵=۰/۸$ (۰/۷۵)

Telegram: @konkur_in

۴۸ الف) $P(A)=\frac{۱}{۱۲}\times\frac{۱}{۱۲}\times\frac{۱}{۱۲}=\left(\frac{۱}{۱۲}\right)^{۳}$ (۰/۵)

ب) $P(B)=\frac{۱۲}{۱۲}\times\frac{۱۱}{۱۲}\times\frac{۱۰}{۱۲}=\left(\frac{۱۱۰}{۱۴۴}\right)$ (۰/۷۵)

۴۹ $P(A)=\frac{\binom{۴}{۲}\binom{۸}{۲}+\binom{۴}{۱}\binom{۸}{۳}+\binom{۴}{۰}\binom{۸}{۴}}{\binom{۱۲}{۴}}=\frac{۴۶۲}{۴۹۵}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۵۰ $P(B)=۱-P(B')=۱-\frac{۳}{۴}=۱$ (۰/۲۵)

A و B ناسازگار $\Rightarrow P(A\cap B)=\emptyset\Rightarrow P(A\cup B)$(۰/۲۵) $=P(A)+P(B)=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۴}=\frac{۷}{۱۲}$ (۰/۲۵)

۵۱ الف) $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{۴}{۱}\times\binom{۷}{۱}}{\binom{۱۱}{۲}}=\frac{۲۸}{۵۵}$ (۰/۲۵)

ب) $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{\binom{۴}{۱}\binom{۷}{۱}+\binom{۷}{۲}}{\binom{۱۱}{۲}}=\frac{۴۹}{۵۵}$ (۰/۲۵)

۵۲ $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ (۰/۲۵)

$P(A\cup B)=\frac{۳}{۱۰}+\frac{۴}{۱۰}-\left(\frac{۳}{۱۰}\times\frac{۴}{۱۰}\right)=\frac{۵۸}{۱۰۰}$ (۰/۲۵)

۵۳ الف)

$S=\{(۱,پ),(۱,ر),(۲,پ),(۲,ر),(۳,پ),(۳,ر),(۴,پ),(۴,ر),(۵,پ),(۵,ر),(۶,پ),(۶,ر)\}$ (۰/۷۵)

ب)

$A=\{(۲,پ),(۲,ر),(۴,پ),(۴,ر),(۶,پ),(۶,ر),(۳,پ),(۱,پ),(۵,پ)\}$ (۰/۵)

۵۴ الف) $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)=۰/۶۰\times۰/۸۰=۰/۴۸$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

ب) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=۰/۶۰+۰/۸۰-۰/۴۸=۰/۹۲$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

۵۵ $n(s)=\binom{۷}{۲}=۲۱$ (۰/۲۵)

$n(A)=\binom{۳}{۲}+\binom{۴}{۲}=۳+۶=۹\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۹}{۲۱}$ (۰/۲۵)

(۰/۷۵) (۰/۲۵)

Telegram: @konkur_in

۵۶ الف) $S=\{(د\ د\ د)(د\ د\ پ)(د\ پ\ د)(د\ پ\ پ)(پ\ د\ د)(پ\ د\ پ)(پ\ پ\ د)(پ\ پ\ پ)\} \Rightarrow n(s)=۸$ (۰/۵)

ب) $A=\{(د\ پ\ پ)(پ\ د\ پ)(پ\ پ\ د)\} \Rightarrow n(A)=۳ \Rightarrow P(A)=\frac{۳}{۸}$ (۰/۷۵)

ج) $B=\{(پ\ پ\ پ)(پ\ پ\ د)(پ\ د\ پ)(پ\ د\ د)\} \Rightarrow n(B)=۴ \Rightarrow P(B)=\frac{۴}{۸}=\frac{۱}{۲}$ (۰/۷۵)

۵۷ $\left.\begin{array}{c} p(A\cup B)=p(A)+p(B)-P(A\cap B) \\ p(A\cap B)=p(A)\times p(B)=۰/۳\times ۰/۶=۰/۱۸ \\ (۰/۲۵) \end{array}\right\} \Rightarrow p(A\cup B)=۰/۶+۰/۳-۰/۱۸=۰/۷۲$ (۰/۲۵)

۵۸ الف) $n(s)=\binom{۹}{۳}=۸۴$ (۰/۲۵)

$n(A)=\binom{۴}{۲}\binom{۵}{۱}=۶\times ۵=۳۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p(A)=\frac{n(A)}{n(s)}=\frac{۳۰}{۸۴}$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

ب) $n(B')=\binom{۳}{۳}=۱$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p(B')=\frac{n(B')}{n(s)}=\frac{۱}{۸۴}$ (۰/۲۵)

$p(B)=۱-p(B')=۱-\frac{۱}{۸۴}=\frac{۸۳}{۸۴}$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

۵۹ $n(S)=۶^۳=۲۱۶$ (۰/۲۵)

$A=\{(۱,۱,۱),(۱,۱,۲),(۱,۲,۱),(۲,۱,۱)\} \rightarrow n(A)=۴ \rightarrow p(A)=\frac{۱}{۵۴}$ (۰/۲۵)

(۰/۵)

۶۰ $n(S)=\binom{۷}{۲}=۲۱$ (۰/۲۵)

$n(A)=\binom{۳}{۲}+\binom{۴}{۲}=۳+۶=۹$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

$p(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۹}{۲۱}=\frac{۳}{۷}$ (۰/۲۵)

۶۱ الف) $S=\{۲,۴,۶,۸,۱۰,۱۲,۱۴,۱۶,۱۸\}$ (۰/۲۵)

ب) $A=\{۲,۶,۱۲,۱۸\}$ (۰/۵)

۶۲ الف) $A=\{(۶,ر),(۶,پ)\}$ (۰/۲۵)

$\left.\begin{array}{l} (\text{سکه پشت})=\frac{۶}{۱۲} \\ \text{ب)}\quad P(\text{تاس ۴})=\frac{۲}{۱۲} \\ p(\text{اشتراک})=\frac{۱}{۱۲} \end{array}\right\} \Rightarrow p(\text{سکه پشت یا تاس ۴})=\frac{۶}{۱۲}+\frac{۲}{۱۲}-\frac{۱}{۱۲}=\frac{۷}{۱۲}$ (۰/۲۵)

(۰/۵)

Telegram: @konkur_in

۶۳ $P(\text{سیاه بودن}) = \frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۸} + \frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۶} = \frac{۱۷}{۴۸}$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۶۴ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

$P(\text{لامپ‌ها از یک نوع}) = \frac{\binom{۶}{۳} + \binom{۴}{۳}}{\binom{۱۰}{۳}}$

(۰/۲۵)

۶۵ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

الف) $p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{۵}{۲}\binom{۴}{۱} + \binom{۵}{۳}}{\binom{۹}{۳}}$

(۰/۲۵)

(۰/۲۵)

ب) $p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{۴}{۳}}{\binom{۹}{۳}}$

(۰/۲۵)

۶۶ $S = \{(پ،پ،پ), (پ،پ،ر), (پ،ر،پ), (ر،پ،پ), (پ،ر،ر), (ر،پ،ر)(ر،ر،پ), (ر،ر،ر)\}$ (۰/۲۵)

$A = \{(پ،ر،ر), (پ،ر ،پ)(ر،ر،پ), (ر،ر،ر)\}$ (۰/۲۵)

$B = \{(ر،ر،پ), (پ،ر،ر)\}$ (۰/۲۵)

$A \cap B = \{(پ،ر،ر), (ر،ر،پ)\}$

$p(A)\times P(B) = \frac{۱}{۸}$ (۰/۲۵) , $P(A \cap B) = \frac{۲}{۸}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ A و B مستقل نیستند (۰/۲۵)

۶۷ $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = ۰/۷ + ۰/۸۵ - ۰/۶ = ۰/۹۵$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

Telegram: @konkur_in