

آزمون آزمایشی خیلی سبز



مرحله پانزدهم

پایه دوازدهم

۱۴۰۵/ فروردین

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

دفترچه شماره یک

پایه						
مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	دوازدهم	یازدهم
حسابان و ریاضیات پایه	۱۸	۱	۱۸	۷۰ دقیقه	—	کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۵۱
هندسه	۱۲	۱۹	۳۰		—	کل کتاب صفحه ۹ تا ۹۶
آمار و احتمال و ریاضی پایه	۱۰	۳۱	۴۰		—	کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۳۱
مجموع	۴۰ سؤال			۷۰ دقیقه	—	

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس - گزینشگر
حسابان و ریاضیات پایه	طراحان: کاظم اجلائی - کوروش اسلامی - فرشاد حسن زاده - عادل حسینی علی شهربانی - محمد گودرزی - میلاد منصوری - سروش موئینی - محمدسجاد نقیه کارشناسان علمی: فرشاد حسن زاده - محمد گودرزی	محمدسجاد نقیه
هندسه	طراحان: امیرحسین ابومحبوب - سید محمدرضا حسینی فرد - محمدطاهر شعاعی حمید گلزاری - صبا مهدوی - حسین هاشمی طاهری کارشناس علمی: سید عباس حسینی	حمید گلزاری
آمار و احتمال و ریاضی پایه	طراحان: مصطفی دیداری - سوگند روشنی - عطا صادقی کارشناس علمی: سیدعباس حسینی	مصطفی دیداری

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاچانپور

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

دفترچه سؤالات آزمون های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه ها، نوع صفحه آرایی، فونت سؤالات، سبک کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و ...) در شبیه ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می شود.



Azmoon.kheilisabz.com

۱- اگر $x = \alpha$ جواب معادله $\log_3(x-2) + \log_3(x^2 + 2x + 4) = 1$ باشد، مقدار $\log_8(\alpha^3 + 5)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۲- اگر دامنه و برد تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{ax-1}{2x+b}$ به ترتیب $\mathbb{R} - \{2\}$ و $\mathbb{R} - \{1\}$ باشد، دامنه تابع g با ضابطه

$$g(x) = \sqrt{abx-4} - x$$

- (۱) $[\frac{1}{4}, +\infty)$ (۲) $[0, +\infty)$
(۳) $(-\infty, 0]$ (۴) $(-\infty, -\frac{1}{4}]$

۳- دو تابع $f = \{(1, a), (2, b), (-3, c)\}$ و $g(x) = \sqrt{1-x} + b$ مفروض اند. اگر $f + g = \{(1, 5), (b, a)\}$ باشد، حاصل $\frac{ac}{b}$

کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) -۲۴ (۳) ۱۲ (۴) -۱۲

۴- اگر $f(x) = x + 2[x]$ باشد، حاصل $(f^{-1} \circ f^{-1})(18)$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است).

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) تعریف نشده

۵- در دوزنقه متساوی الساقینی که طول قاعده کوچک و طول هر ساق آن به ترتیب ۲ و ۵ است، سینوس یکی از زاویه‌ها

برابر $\frac{8}{10}$ است. فاصله هر سر قاعده بزرگ از ساق روبه‌روی آن کدام است؟

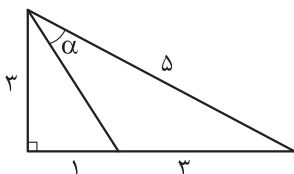
- (۱) ۶ (۲) $\frac{6}{2}$ (۳) $\frac{6}{4}$ (۴) $\frac{6}{8}$

۶- حاصل عبارت $\sin 93^\circ \cos 85^\circ + \sqrt{6} \tan 105^\circ$ چند برابر $\sqrt{2}$ است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $-\frac{5}{4}$

۷- در شکل زیر، $\cos \alpha$ چند برابر $\sqrt{10}$ است؟

- (۱) $\frac{5}{12}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{5}{25}$ (۴) $\frac{5}{26}$



محل انجام محاسبات



۸- اگر α و β جواب‌های معادله $x^2 + 1 = 7x$ باشند، جواب‌های کدام معادله $\alpha\sqrt{\beta}$ و $\beta\sqrt{\alpha}$ هستند؟

$$x^2 + 1 = 9x \quad (2)$$

$$x^2 + 2 = 9x \quad (1)$$

$$x^2 + 1 = 3x \quad (4)$$

$$x^2 + 2 = 3x \quad (3)$$

۹- سه ماشین A، B و C اگر هم‌زمان شروع به کاری کنند، کار را در ۲۰ ساعت به اتمام می‌رسانند. سرعت ماشین A از سرعت ماشین B، ۲۵٪ بیشتر است و ماشین A به نسبت ماشین C، کار را ۶ ساعت زودتر انجام می‌دهد. اگر فقط ماشین‌های A و B با هم کار کنند، کار مورد نظر در چند ساعت تمام می‌شود؟

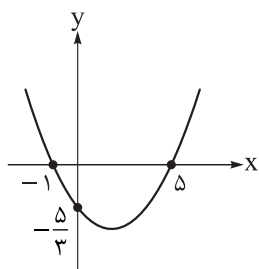
$$35 \quad (4)$$

$$32 \quad (3)$$

$$30 \quad (2)$$

$$25 \quad (1)$$

۱۰- شکل زیر، نمودار تابع درجه دوم $y = f(x)$ را نشان می‌دهد. مجموعه جواب‌های نامعادله $f(x-2) + 3 \leq 0$ شامل چند عدد صحیح است؟



$$0 \quad (1)$$

$$1 \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$3 \quad (4)$$

۱۱- به ازای چند مقدار صحیح x ، نامساوی $\sqrt{x(x+4)} + 2|x+2| + 5 < \frac{x}{3} + 3$ برقرار است؟

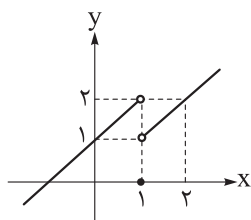
$$1 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

۱۲- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. اگر $g(x) = \cos \pi x$ باشد، $\lim_{x \rightarrow 0^-} (f \circ g)(x)$ کدام است؟



$$-1 \quad (1)$$

$$0 \quad (2)$$

$$1 \quad (3)$$

$$2 \quad (4)$$

۱۳- تابع f با ضابطه $f(x) = a\left[\frac{x-4}{3}\right] + 3\left[\frac{x+5}{2}\right]$ در $x=1$ حدی برابر L دارد. حاصل $\frac{L}{a}$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

$$-4 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$-6 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

محل انجام محاسبات

۱۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos^3 x}}{x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{6}}{2}$

۱۵- تابع f با ضابطه $f(x) = [\frac{x^2 - 2x}{3}]$ روی بازه $(\frac{5}{4}, k)$ پیوسته است. بیشترین مقدار k کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۳ (۲) $1 + \sqrt{7}$

- (۳) ۲ (۴) $1 + \sqrt{10}$

۱۶- ریشه سوم عدد $\sqrt[3]{5\sqrt{2} + 7} + \sqrt[3]{5\sqrt{2} - 7}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{\frac{1}{2}}$ (۴) $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$

۱۷- دنباله $x, -\frac{1}{4}, y, \dots$ هندسی و دنباله $x-1, -\frac{1}{4}, y, \dots$ حسابی است. قدرنسبت دنباله حسابی کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۱۸- اگر A' قرینه نقطه $A(3, 6)$ نسبت به خط $y = 2x - 10$ باشد، طول پاره خط AA' کدام است؟

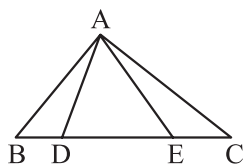
- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $4\sqrt{3}$ (۴) $4\sqrt{5}$



۱۹- می‌خواهیم به کمک برهان غیرمستقیم، ثابت کنیم «در مثلث ABC ، اگر $\hat{A} > \hat{B}$ ، آن‌گاه $BC > AC$ ». فرض اولیه در این فرایند کدام است؟

- (۱) $BC < AC$ (۲) $\hat{A} < \hat{B}$ (۳) $BC \leq AC$ (۴) $\hat{A} \leq \hat{B}$

۲۰- اگر در شکل زیر داشته باشیم $DE = 2BD$ و $2DE = 3EC$ ، آن‌گاه نسبت مساحت مثلث ABD به مساحت مثلث AEC کدام است؟



(۲) $\frac{6}{5}$

(۴) $\frac{5}{6}$

(۱) $\frac{4}{3}$

(۳) $\frac{3}{4}$

۲۱- نقطه O محل تقاطع قطرهای مربعی به طول ضلع ۵ است. به ازای کدام مقدار x ، دقیقاً ۸ نقطه روی محیط مربع و به فاصله x از نقطه O وجود دارد؟

(۴) $\sqrt{13}$

(۳) $\sqrt{6}$

(۲) ۳

(۱) $\frac{2}{5}$

۲۲- از نقطه O ، محل تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC که درون این مثلث قرار دارد، عمودهایی بر اضلاع آن رسم می‌کنیم تا اضلاع AB ، AC و BC را به ترتیب در نقاط D ، E و F قطع کنند. نقطه O چه نقطه‌ای برای مثلث DEF است؟

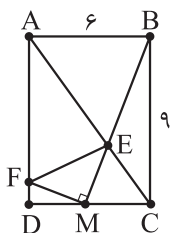
(۲) محل تلاقی عمودمنصف‌ها

(۱) محل تلاقی ارتفاع‌ها

(۴) محل تلاقی میانه‌ها

(۳) محل تلاقی نیمسازهای داخلی

۲۳- مطابق شکل، طول و عرض مستطیل $ABCD$ به ترتیب ۹ و ۶ است. اگر M وسط CD و MF بر BM عمود باشد، آن‌گاه اندازه EF کدام است؟



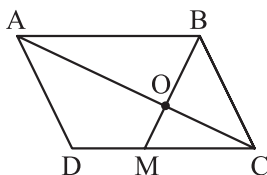
(۱) $\sqrt{10}$

(۲) $2\sqrt{3}$

(۳) $2\sqrt{5}$

(۴) $3\sqrt{2}$

۲۴- در متوازی‌الاضلاع شکل زیر، اگر مساحت مثلث‌های OAB و OCM به ترتیب ۱ و ۹ باشد، آن‌گاه مساحت چهارضلعی $OADM$ کدام است؟



(۱) ۱۴

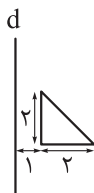
(۲) ۱۲

(۳) ۱۵

(۴) ۱۱

محل انجام محاسبات

۲۵- مطابق شکل، حجم حاصل از دوران مثلث قائم الزاویه، حول خط d کدام است؟



(۱) 6π

(۲) $\frac{20\pi}{3}$

(۳) $\frac{16\pi}{3}$

(۴) $\frac{17\pi}{3}$

۲۶- در دوزنقه قائم الزاویه $ABCD$ ، طول قاعده‌ها $AB = 3$ و $CD = 5$ است. اگر طول ساق مایل $BC = 8$ باشد، وضعیت دایره‌ای به قطر BC با ساق قائم چگونه است؟

(۱) مماس

(۲) بدون نقطه مشترک

(۳) متقاطع

(۴) بستگی به طول ساق قائم دارد.

۲۷- دو دایره C_1 و C_2 با شعاع‌های ۱ و ۳، مماس خارجاند و خط d ، مماس مشترک خارجی آن‌هاست. بازتاب دایره C_2 را نسبت به خط d به دست آورده و C'_2 می‌نامیم. طول خط‌المركزین دو دایره C_1 و C'_2 کدام است؟

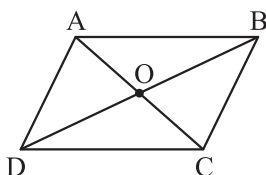
(۱) $2\sqrt{7}$

(۲) $2\sqrt{5}$

(۳) $2\sqrt{6}$

(۴) ۴

۲۸- در شکل زیر، چهارضلعی $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است. با کدام تبدیل نمی‌توان ضلع AB را بر ضلع CD تصویر کرد؟



(۱) انتقال

(۲) دوران

(۳) تجانس مستقیم

(۴) تجانس معکوس

۲۹- در مثلث ABC ، طول ضلع AB برابر با ۱۲ و نقطه M وسط آن است. نیمساز زاویه AMC ، را رسم می‌کنیم تا AC را در نقطه D قطع کند. سپس از M عمودی بر MD رسم می‌کنیم تا BC را در E قطع کند. اگر $BC = 8$ و $CE = 6$ ، آن‌گاه طول پاره خط DE کدام است؟

(۱) ۶

(۲) ۹

(۳) $4/5$

(۴) $5/5$

۳۰- در مثلث ABC ، دایره محاطی خارجی نظیر ضلع $BC = 7$ در دو نقطه T و T' به ترتیب بر امتداد اضلاع $AB = 4$ و $AC = 5$ مماس است. مساحت مثلث ATT' چند برابر $\sqrt{6}$ است؟

(۱) $12/8$

(۲) $12/6$

(۳) $12/4$

(۴) $12/2$

محل انجام محاسبات



۳۱- گزاره $(p \Rightarrow q) \Rightarrow q \Rightarrow q$ هم‌ارز کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

$$p \vee \sim q \quad (۱) \quad \sim p \vee \sim q$$

$$p \vee q \quad (۳) \quad \sim p \vee q$$

۳۲- مجموعه‌های ناتهی $X = (A - B)' \cap (B \cap A)$ و $Y = (A' - B)'$ به صورتی هستند که $X \times Y = Y \times X$. کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست است؟

$$A \cap B = \emptyset \quad (۲) \quad A = B \quad (۱)$$

$$B = \emptyset \text{ یا } A = \emptyset \quad (۳) \quad B = U \text{ یا } A = U \quad (۴)$$

۳۳- ۶ نفر شامل A و B به چند طریق ممکن است در یک صف بایستند به طوری که A نفر i ام و B نفر j ام صف بوده، i فرد و j زوج باشد؟

$$۱۲۰ \quad (۱) \quad ۱۸۰ \quad (۲) \quad ۲۴۰ \quad (۳) \quad ۲۱۶ \quad (۴)$$

۳۴- مجموعه مرجع برابر با مجموعه اعداد طبیعی یک‌رقمی بوده و B مجموعه‌ای ۵ عضوی است. چند مجموعه مثل C وجود دارد به طوری که $B \cap C$ دارای تعدادی فردی عضو باشد؟

$$۶۴ \quad (۱) \quad ۲۴۰ \quad (۲) \quad ۲۵۶ \quad (۳) \quad ۳۲۰ \quad (۴)$$

۳۵- فضای نمونه یک آزمایش تصادفی به صورت $S = \{a, b, c, d, e, f\}$ است. احتمال رخ دادن a یا b برابر $\frac{1}{4}$ است، ولی احتمال آن که e و f هیچ‌کدام رخ ندهند برابر $\frac{4}{5}$ است. احتمال رخ دادن پیشامد $\{a, b, e, f\}$ چه قدر است؟

$$\frac{9}{20} \quad (۱) \quad \frac{1}{2} \quad (۲) \quad \frac{11}{20} \quad (۳) \quad \frac{3}{5} \quad (۴)$$

۳۶- احتمال به موقع رسیدن یک ماشین به مقصد برابر $\frac{7}{10}$ است، اما اگر این ماشین در بین راه خراب شده باشد با احتمال $\frac{4}{10}$ به موقع می‌رسد. اگر احتمال خرابی ماشین در راه $\frac{5}{10}$ باشد، احتمال آن که ماشین دیر برسد به شرط آن که بدانیم در راه خراب نشده، چه قدر است؟

$$\frac{27}{95} \quad (۱) \quad \frac{77}{95} \quad (۲)$$

$$\frac{5}{19} \quad (۳) \quad \frac{4}{95} \quad (۴)$$

۳۷- در دو جعبه به ترتیب، ۱۰ و ۱۲ لامپ موجود است. در جعبه اول چهار لامپ و در جعبه دوم ۳ لامپ معیوب است. از هر کدام از جعبه‌ها ۵ لامپ به تصادف انتخاب و در یک جعبه جدید قرار می‌دهیم. اگر لامپ انتخابی از جعبه جدید معیوب باشد، با کدام احتمال این لامپ از جعبه اول درون جعبه جدید قرار گرفته است؟

$$\frac{1}{40} \quad (۱) \quad \frac{8}{13} \quad (۲) \quad \frac{13}{40} \quad (۳) \quad \frac{5}{13} \quad (۴)$$

محل انجام محاسبات

۳۸- در جدول فراوانی داده‌های زیر، میانگین داده‌ها برابر ۹ است، درصد فراوانی نسبی متناظر با داده ۸ کدام است؟

داده	x	۸	x+۷	۶۲/۵ (۲)	۳۱/۲۵ (۱)
فراوانی	۴	x	۷	۵۰ (۴)	۳۲ (۳)

۳۹- اگر میانگین داده‌های آماری $x-7$, $m-5$, $t-12$, $y-1$, $2x-4$ برابر با ۶ و انحراف معیار آن‌ها برابر با صفر باشد. ضریب تغییرات داده‌های x, y, z, t, m کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{9} (۴) \quad \frac{2\sqrt{2}}{9} (۳) \quad \frac{4\sqrt{3}}{9} (۲) \quad \frac{\sqrt{3}}{9} (۱)$$

۴۰- اندازه یک نمونه انتخابی از یک جامعه را ۱۰۰ برابر کردیم. طول بازه اطمینان ۹۵ درصد و انحراف معیار برآورد میانگین چه تغییری می‌کند؟

$$(۲) \frac{2}{5} \text{ برابر } \frac{1}{10} \text{ برابر} \quad (۱) \frac{2}{5} \text{ برابر } \frac{1}{10} \text{ برابر}$$

$$(۴) \frac{1}{10} \text{ برابر } \frac{1}{10} \text{ برابر} \quad (۳) \frac{1}{10} \text{ برابر} - \text{تغییری نمی‌کند.}$$

پاسخ‌نامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

محل انجام محاسبات

آزمون آزمایشی خیلی سبز



مرحله پانزدهم

پایه دوازدهم

۱۴۰۵/ فروردین

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

دفترچه شماره دو

پایه		دوازدهم	یازدهم	دهم
مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه
مجموع	۶۵ سؤال	۷۵ دقیقه		—

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس - گزینشگر
فیزیک	طراحان: هادی حمزه پور - رضا سبزمیدانی - نوید شاهی کارشناسان علمی: علیرضا جباری - سعید محبی - هادی نجفی	رضا سبزمیدانی - نوید شاهی
شیمی	طراحان: فرشید ابراهیمی - سروش عبادی - یاسر عبداللہی - آرمن عظیمی امیر قاسمی پور - محمد قهرمانی نژاد - محسن مجنونی کارشناسان علمی: مرتضی نصیرزاده - یاشار ذریه	یاسر عبداللہی - سروش عبادی

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاچانپور

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

دفترچه سؤالات آزمون های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه ها، نوع صفحه آرایی، فونت سؤالات، سائز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و ...) در شبیه ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می شود.



Azmoon.kheilisabz.com



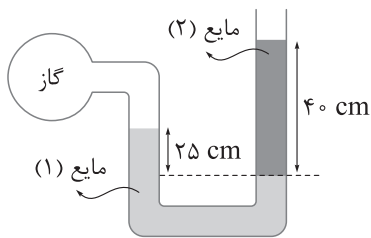
۴۱- جرم کره زمین، 10 برابر جرم کره مریخ و شعاع آن، 2 برابر شعاع کره مریخ است. چگالی متوسط کره مریخ چند درصد از چگالی متوسط کره زمین کم تر است؟

- (۱) 20 (۲) 40 (۳) 60 (۴) 25

۴۲- در یک ظرف استوانه‌ای به سطح مقطع 150 cm^2 ، $2/4 \text{ kg}$ روغن ریخته شده است. فشار در کف این ظرف چند کیلوپاسکال است؟ ($P_0 = 75 \text{ cmHg}$ ، $g = 10 \text{ N/kg}$ و چگالی جیوه $13/6 \text{ g/cm}^3$ است.)

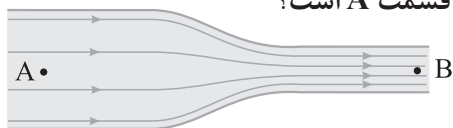
- (۱) $102/6$ (۲) $103/6$ (۳) 117 (۴) 118

۴۳- در شکل زیر، اگر چگالی مایع (۱) برابر 4 g/cm^3 و فشار پیمانه‌ای گاز برابر 5 kPa باشد، چگالی مایع (۲) چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



- (۱) $1/25$
(۲) $3/75$
(۳) 1250
(۴) 3750

۴۴- در شکل زیر، آب به صورت پیوسته در لوله جاری است. اگر قطر مقطع لوله در بخش B، 40 درصد کم تر از قطر مقطع لوله در بخش A باشد، تندی آب در قسمت B چند برابر تندی آب در قسمت A است؟

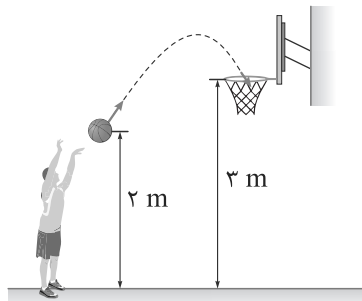


- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{25}{4}$ (۴) $\frac{25}{9}$

۴۵- تندی خودرویی به جرم 1200 kg ، 18 km/h افزایش می‌یابد. اگر در این مدت کار کل انجام‌شده روی خودرو 105 kJ باشد، تندی اولیه خودرو چند کیلومتر بر ساعت بوده است؟

- (۱) 15 (۲) 20 (۳) 54 (۴) 72

۴۶- در شکل زیر، توپی به جرم 600 g با تندی 8 m/s پرتاب شده و با تندی 5 m/s وارد سبد می‌شود. در این حرکت، اندازه کار انجام‌شده توسط نیروی مقاومت هوا روی توپ، چند ژول است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



- (۱) $5/7$
(۲) $6/7$
(۳) $11/7$
(۴) $16/7$

محل انجام محاسبات

۴۷- توان ورودی یک تلمبه برقی 5 kW است. این تلمبه در هر دقیقه 1200 L نفت با چگالی 0.8 g/cm^3 را با تندی ثابت به اندازه 15 m بالا می‌برد. بازده این تلمبه چند درصد است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

- (۱) ۴۸ (۲) ۵۲ (۳) ۶۰ (۴) ۶۴

۴۸- ضریب انبساط طولی مس برابر $\frac{1}{K} \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$ است. اگر دمای یک قطعه مسی توپر 150°F افزایش یابد، حجم آن چند درصد تغییر می‌کند؟

- (۱) ۴۵ / ۰ (۲) ۵ / ۴ (۳) ۸۱ / ۰ (۴) ۸ / ۱

۴۹- کدام یک از موارد زیر درست است؟

(الف) در رساناهای فلزی، سهم الکترون‌های آزاد در رسانش گرما بیشتر از اتم‌ها است.

(ب) گرما از مرکز خورشید به سطح آن، به روش رسانش منتقل می‌شود.

(پ) تفسنج تابش جزء دماسنج‌های معیار محسوب می‌شود.

(ت) در ترموکوپل، کمیت دماسنجی ولتاژ است.

- (۱) الف و پ (۲) الف و ت (۳) ب و پ (۴) ب و ت

۵۰- چند گرم یخ با دمای 0°C را درون 3 kg آب با دمای 40°C بریزیم تا در نهایت آب با دمای 10°C حاصل شود؟ (اتلاف گرما ناچیز بوده و گرمای ویژه آب $4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$ و گرمای نهان ذوب یخ 336 kJ/kg است.)

- (۱) ۲۵۰ (۲) ۵۰۰ (۳) ۷۵۰ (۴) ۱۰۰۰

۵۱- فشار مقدار معینی گاز کامل، ۳ برابر فشار هوا است. اگر فشار پیمانه‌ای این گاز، ۲ برابر و حجم آن نصف شود، انرژی درونی آن چند برابر می‌شود؟

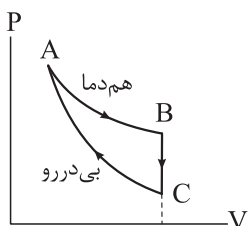
- (۱) $\frac{3}{10}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{6}{5}$ (۴) $\frac{5}{6}$

۵۲- در طی فرایندی ایستوار، دمای 50°C گاز هیدروژن، در فشار ثابت، 8°C افزایش می‌یابد. در این فرایند، کار انجام‌شده روی گاز برابر چند کیلوژول است؟ ($R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}$ و $M_{\text{H}_2} = 2 \text{ g/mol}$)

- (۱) ۱۶ (۲) -۱۶ (۳) ۳۲ (۴) -۳۲

محل انجام محاسبات

۵۳- نمودار $P - V$ مقدار معینی گاز کامل در طی چرخه‌ای به شکل زیر است. این چرخه از سه فرایند بی‌دررو، هم‌دما و هم‌حجم تشکیل شده است. چه تعداد از موارد زیر درست است؟



و هم‌حجم تشکیل شده است. چه تعداد از موارد زیر درست است؟

(الف) در فرایند CA، انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد.

(ب) در فرایند AB، گاز گرما دریافت می‌کند.

(پ) در فرایند BC، گاز گرما از دست می‌دهد.

(ت) در این چرخه، گاز روی محیط کار انجام می‌دهد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۴- یک ماشین گرمایی با بازده ۲۵ درصد، در هر چرخه، ۶ kJ گرما به منبع دما پایین می‌دهد. اگر این ماشین در هر دقیقه، ۳۰ چرخه را طی کند، توان خروجی آن چند کیلووات است؟

(۱) ۷۵۰ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۵- یک جسم رسانای خنثی، چند الکترون و چگونه مبادله کند تا بار الکتریکی آن برابر $12 \mu C$ شود؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)

(۱) $7/5 \times 10^{13}$ ، دریافت کند. (۲) $7/5 \times 10^{13}$ ، از دست دهد.

(۳) $7/5 \times 10^{19}$ ، دریافت کند. (۴) $7/5 \times 10^{19}$ ، از دست دهد.

۵۶- ذره‌ای به جرم $5/0 \text{ g}$ و بار الکتریکی $20 \mu C$ در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E} = (4 \times 10^3 \text{ N/C})\vec{i}$ رها می‌شود.

شتاب این ذره برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟ (از نیروی وزن ذره چشم‌پوشی کنید.)

(۱) $16\vec{i}$ (۲) $160\vec{i}$ (۳) $-16\vec{i}$ (۴) $-160\vec{i}$

۵۷- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی محور x قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2

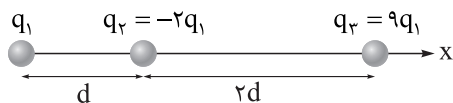
برابر $\vec{F}_2 = (25\text{N})\vec{i}$ باشد، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 برحسب نیوتون کدام است؟

(۱) $35\vec{i}$

(۲) $-35\vec{i}$

(۳) $55\vec{i}$

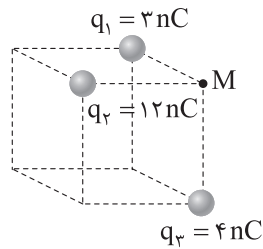
(۴) $-55\vec{i}$



محل انجام محاسبات

۵۸- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی سه رأس یک مکعب به ضلع 30 cm قرار دارند. اندازه میدان الکتریکی

خالص در رأس M چند نیوتون بر کولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$



(۱) ۳۹۰

(۲) ۱۳۰

(۳) ۳۹۰۰

(۴) ۱۳۰۰

۵۹- ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -50\text{ }\mu\text{C}$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطه A به نقطه B پتانسیل الکتریکی

100 V منتقل می‌شود. اگر در این جابه‌جایی انرژی جنبشی ذره، 10 mJ کاهش یابد، پتانسیل الکتریکی نقطه A چند

ولت است؟ (تنها نیروی مؤثر بر ذره، نیروی الکتریکی است.)

(۴) ۳۰۰

(۳) ۲۰۰

(۲) -۱۰۰

(۱) -۲۰۰

۶۰- در شکل زیر، فاصله نقطه M از دو صفحه فلزی و موازی A و B یکسان است. اگر با ثابت ماندن صفحه A ، صفحه B

5 mm به سمت پایین جابه‌جا شود، پتانسیل الکتریکی نقطه M برابر V_1 می‌شود و اگر با ثابت ماندن صفحه B ، صفحه A

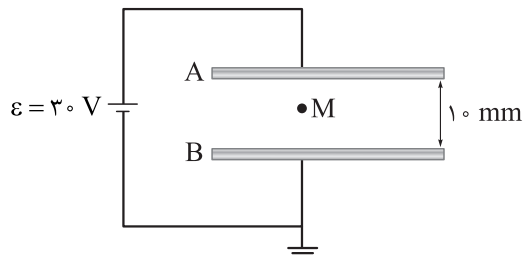
5 mm به سمت بالا جابه‌جا شود، پتانسیل الکتریکی نقطه M برابر V_2 می‌شود. $V_2 - V_1$ برابر چند ولت است؟

(۱) ۱۰

(۲) -۱۰

(۳) ۲۰

(۴) -۲۰



۶۱- حجم فضای بین صفحه‌های یک خازن تخت $2/5\text{ cm}^3$ است و در این فضا هوا وجود دارد. اگر اندازه میدان الکتریکی

بین دو صفحه خازن $4 \times 10^5\text{ N/C}$ باشد، انرژی ذخیره‌شده در خازن چند میکروژول است؟ $(\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12}\text{ F/m})$

(۴) ۳/۶

(۳) ۱/۸

(۲) ۰/۹

(۱) ۰/۴

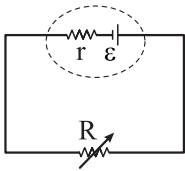
۶۲- طول سیم مسی A ، ۲۰ درصد بیشتر از طول سیم مسی B است. اگر مقاومت الکتریکی دو سیم برابر باشد، جرم

سیم A چند برابر جرم سیم B است؟

(۴) $\frac{36}{25}$ (۳) $\frac{25}{36}$ (۲) $\frac{6}{5}$ (۱) $\frac{5}{6}$

محل انجام محاسبات

۶۳- در مدار شکل زیر، اگر مقدار مقاومت متغیر از $4\ \Omega$ به $9\ \Omega$ برسد، جریان الکتریکی عبوری از آن از 4 A به 2 A می‌رسد. نیروی محرکه باتری چند ولت است؟



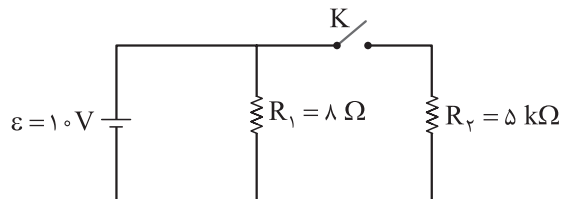
(۲) ۱۸

(۱) ۱۶

(۴) ۲۴

(۳) ۲۰

۶۴- در مدار شکل زیر، با بستن کلید K، جریان عبوری از باتری آرمانی چند میلی آمپر تغییر می‌کند؟



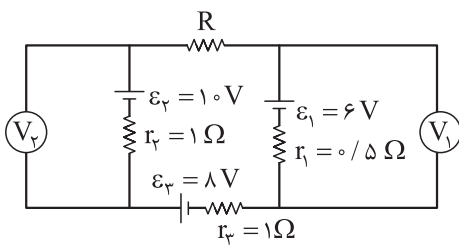
(۱) ۲

(۲) ۲۰

(۳) ۱/۲۵

(۴) ۱۲/۵

۶۵- در مدار شکل زیر، مقداری که ولت‌سنج آرمانی V_2 نشان می‌دهد، $\frac{14}{15}$ برابر مقداری است که ولت‌سنج آرمانی V_1 نشان می‌دهد. R چند اهم است؟



(۱) ۱

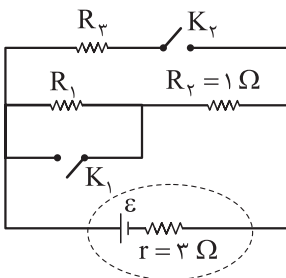
(۲) ۱/۵

(۳) ۲/۵

(۴) ۴

۶۶- در مدار شکل زیر، هر دو کلید K_1 و K_2 باز هستند. اگر فقط کلید K_1 بسته شود، توان خروجی باتری تغییری

نمی‌کند و اگر فقط کلید K_2 بسته شود، توان خروجی باتری، بیشینه می‌شود. R_3 برابر چند اهم است؟



(۱) ۴

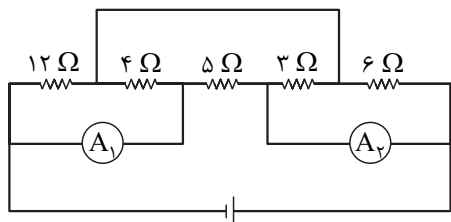
(۲) ۴/۵

(۳) ۸

(۴) ۹

محل انجام محاسبات

۶۷- در مدار شکل زیر، مقداری که آمپرسنج آرمانی A_2 نشان می‌دهد، چند برابر مقداری است که آمپرسنج آرمانی A_1 نشان می‌دهد؟



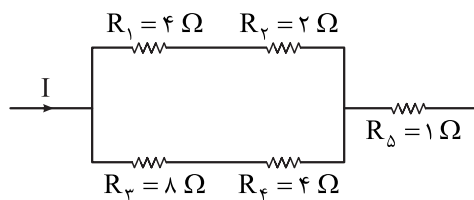
$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{20}{21} \quad (4)$$

$$\frac{10}{11} \quad (1)$$

$$\frac{8}{9} \quad (3)$$

۶۸- در شکل زیر، بیشینه توان قابل تحمل هر یک از مقاومت‌ها، 64 W است. بیشینه جریان I چند آمپر باشد، تا هیچ کدام از مقاومت‌ها آسیب نبینند؟



$$6\sqrt{2} \quad (1)$$

$$6 \quad (2)$$

$$8\sqrt{2} \quad (3)$$

$$8 \quad (4)$$

۶۹- کدام موارد دارای دوقطبی مغناطیسی، اما فاقد حوزه مغناطیسی هستند؟

(۲) دیامغناطیسی

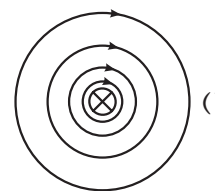
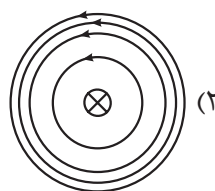
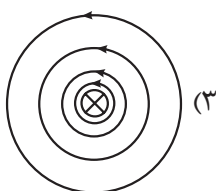
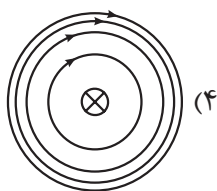
(۱) پارامغناطیسی

(۴) فرومغناطیسی سخت

(۳) فرومغناطیسی نرم

۷۰- از یک سیم راست بلند، جریان ثابت I می‌گذرد. سیم، عمود بر صفحه کاغذ و جریان آن به طرف داخل صفحه است.

خطوط میدان مغناطیسی اطراف این سیم در کدام شکل، درست نمایش داده شده است؟



۷۱- جریان الکتریکی عبوری از یک سیم‌لوله آرمانی به طول 10 cm که دارای 500 حلقه است، چند آمپر باشد تا اندازه

میدان مغناطیسی یکنواخت ایجادشده در درون آن برابر 157 G شود؟ $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$

$$2/5 \quad (2)$$

$$2 \quad (4)$$

$$0/25 \quad (1)$$

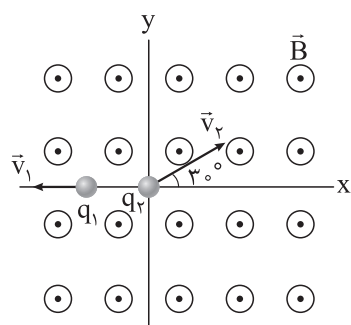
$$0/2 \quad (3)$$

محل انجام محاسبات



۷۲- در شکل زیر، دو ذره باردار با بارهای q_1 و q_2 که $q_2 = -q_1$ است، با تندی‌های یکسان در میدان مغناطیسی

یکنواخت $\vec{B}$ در جهت‌های نشان داده شده، پرتاب می‌شوند. اگر نیروی مغناطیسی وارد بر دو ذره به ترتیب $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$



باشد، به ترتیب $|\frac{F_2}{F_1}|$ برابر کدام و زاویه بین آن‌ها برابر چند درجه است؟

(۱) ۳۰، ۱

(۲) ۱۵۰، ۱

(۳) ۳۰، ۲

(۴) ۱۵۰، ۲

۷۳- میدان مغناطیسی عبوری از حلقه‌ای به مساحت 500 cm^2 که سطح آن عمود بر محور y است، در SI برابر

$\vec{B} = 0/6 \vec{i} + 0/8 \vec{j}$ است. شار مغناطیسی گذرنده از این حلقه چند میلی‌وبر است؟ ($\sin 37^\circ = 0/6$)

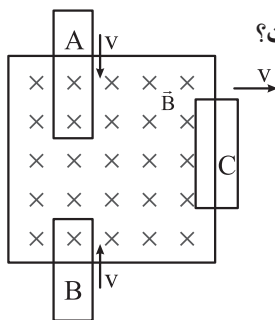
(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۴۰

(۱) ۳۰

۷۴- در شکل زیر، میدان مغناطیسی یکنواخت درون سو در محدوده مشخص شده برقرار است و حلقه‌های رسانای مشابه در



جهت‌های نشان داده شده با تندی ثابت و یکسان حرکت می‌کنند. کدام یک از موارد زیر درست است؟

(۱) جریان القاشده در حلقه‌های A و C ساعتگرد است.

(۲) جریان القاشده در حلقه‌های B و C ساعتگرد است.

(۳) جریان القاشده در حلقه‌های A و B پادساعتگرد است.

(۴) اندازه جریان القاشده در سه حلقه، یکسان است.

۷۵- معادله جریان عبوری از یک سیم‌لوله آرمانی به ضریب القاوری 5 mH بر حسب زمان، در SI به صورت $I = 4 \sin(50\pi t)$

است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، انرژی ذخیره شده در سیم‌لوله برای دومین مرتبه برابر 10 mJ می‌شود؟

(۴) $\frac{1}{300}$

(۳) $\frac{1}{150}$

(۲) $\frac{1}{60}$

(۱) $\frac{1}{30}$

۷۶- اگر مجموع شمار ذره‌های زیراتمی در یون X^{4+} برابر ۱۶۶ باشد، کدام مورد نادرست است؟

(۱) تفاوت شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها در یون X^{2+} برابر ۲۲ است.

(۲) X ، نخستین فلز گروه خود محسوب می‌شود.

(۳) در آرایش الکترونی اتم X ، ۶ زیرلایه دارای دو الکترون وجود دارد.

(۴) شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم X با شمار این الکترون‌ها در اتم عنصر A برابر است.

۷۷- در اتم هیدروژن برانگیخته، در اثر انتقال الکترون از لایه‌ای که، به لایه دوم، پرتویی با طول موج نانومتر نشر می‌شود.

(۱) کم‌ترین اختلاف انرژی را با لایه چهارم دارد - ۶۵۶

(۲) دارای گنجایش ۳۲ الکترون است - ۴۱۰

(۳) مجموع عدد کوانتومی فرعی زیرلایه‌های آن برابر با ۳ است - ۴۸۶

(۴) ۲۰٪ گنجایش آن مربوط به زیرلایه با $l = 2$ است - ۴۳۴

۷۸- در نمونه‌ای از مس شامل دو ایزوتوپ ^{63}Cu و ^{65}Cu ، درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر برابر ۸۰٪ است. بر این اساس، جرم $2/0$ مول مس (I) سولفات، چند گرم است؟ (جرم اتمی ایزوتوپ‌ها برابر عدد جرمی آن‌ها در نظر گرفته شود و $O = 16$, $S = 32 \text{ g.mol}^{-1}$)

(۴) ۲۲۲ / ۸

(۳) ۱۵۹ / ۴

(۲) ۴۴ / ۵۶

(۱) ۳۱ / ۸۸

۷۹- چند مورد، جمله زیر را به درستی کامل می‌کنند؟

«در اتم عنصرهای دوره جدول تناوبی، در حال پرشدن هستند.»

الف) دوم، زیرلایه‌های $2s$ و $2p$

ب) سوم، زیرلایه‌هایی با $n + l = 3$

پ) چهارم، سه زیرلایه الکترونی

ت) پنجم، زیرلایه‌هایی با $n = 5$

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

۸۰- کدام مورد درباره عنصری از دوره چهارم که اتم آن، ۲۶ الکترون با $l \geq 1$ دارد، درست است؟

(۱) مجموع $(n + l)$ الکترون‌های ظرفیتی آن با این مجموع در اتم چهارمین فلز واسطه جدول برابر است.

(۲) عنصر هم‌دوره بعد از آن در جدول دوره‌ای، در دمای اتاق مایع است.

(۳) تفاوت عدد اتمی آن با عدد اتمی دومین عنصر گروه ۱۵ جدول برابر ۱۸ است.

(۴) در واکنش با دیگر اتم‌ها، تنها می‌تواند الکترون به اشتراک گذارد.

محل انجام محاسبات

۸۱- کدام مورد درست است؟

- (۱) در خانه مربوط به عنصر چهل و سوم جدول تناوبی، عددی برای جرم اتمی میانگین گزارش نشده است.
 (۲) در ایزوتوپ طبیعی منیزیم با کمترین فراوانی، برخلاف فراوانترین ایزوتوپ طبیعی لیتیم، تفاوت شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها برابر یک است.

- (۳) در یک نمونه طبیعی از گاز کلر که حاوی ۱۰۰ اتم است، بیش از ۲۰۰۰ نوترون وجود دارد.
 (۴) عنصرهای فسفر و تکنسیم در دو دوره متوالی از جدول تناوبی قرار داشته و رادیوایزوتوپ آن‌ها در ایران تولید شده است.

۸۲- در کدام گزینه، مجموع شمار پیوندهای اشتراکی هر اتم از عنصر مشخص شده در ساختار لوویس دو گونه با هم برابر است؟

- (۱) O در کربن مونوکسید و کربن دی‌اکسید
 (۲) N در آمونیاک و یون آمونیوم
 (۳) Cl در اکسیژن دی‌کلرید و یون پرکلرات
 (۴) S در گوگرد تری‌اکسید و یون سولفات

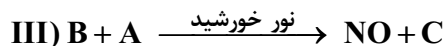
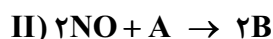
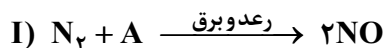
۸۳- درصد حجمی چهار گاز نجیب نخست جدول تناوبی در لایه تروپوسفر به صورت زیر است. کدام مورد، نادرست است؟

گاز	A	X	D	E
درصد حجمی	۰/۹۲۸	۰/۰۰۱۸	۰/۰۰۰۵	۰/۰۰۰۱

- (۱) از لامپ حاوی گاز X در ساخت تابلوهای تبلیغاتی برای ایجاد نوشته‌های نورانی سرخ‌فام استفاده می‌شود.
 (۲) گاز D از واکنش‌های شیمیایی در ژرفای زمین تولید شده و پس از نفوذ به لایه‌های زمین وارد میدان‌های گازی می‌شود.
 (۳) گاز نجیب E، متعلق به دوره چهارم جدول تناوبی بوده و عدد اتمی آن دو برابر عدد اتمی گاز نجیب A است.
 (۴) در هر صد مترمکعب از هوا، ۵/۰ لیتر از گازی که برای خنک کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری استفاده می‌شود، وجود دارد.

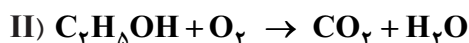
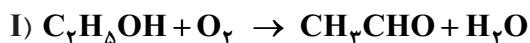
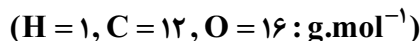
۸۴- با توجه به واکنش‌های زیر که مربوط به فرایند تولید اوزون تروپوسفری است، کدام مطلب نادرست است؟

$$(N = 14, O = 16 : g \cdot mol^{-1})$$



- (۱) نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در ساختار لوویس هر مولکول C، برابر با شمار الکترون‌های جفت‌نشده در آرایش الکترون - نقطه‌ای هر اتم از A است.
 (۲) در شرایط یکسان، نسبت چگالی گاز C به A برابر با ۱/۵ است.
 (۳) گاز B قهوه‌ای‌رنگ است و در هر مولکول از آن، ۳ اتم از دو نوع عنصر متوالی در جدول تناوبی وجود دارد.
 (۴) اگر دمای ظرفی حاوی مخلوط مایع از A و C را به تدریج افزایش دهیم، C زودتر از مخلوط جدا می‌شود.

۸۵- مقدار یکسانی از اتانول در دو آزمایش جداگانه، مطابق معادله‌های موازنه‌نشده زیر مصرف می‌شود. اگر مجموع جرم فراورده‌های کربن‌دار تولیدشده در دو واکنش، ۱۵۴ گرم باشد، جرم اتانول مورد استفاده در هر آزمایش چند گرم است؟ (بازده درصدی واکنش‌های (I) و (II) را به ترتیب برابر با ۷۵٪ و ۵۰٪ در نظر بگیرید.)



۱۳۸ (۴)

۶۹ (۳)

۱۸۴ (۲)

۹۲ (۱)

۸۶- سولفات دومین، سومین و پنجمین فلز قلیایی خاکی جدول دوره‌ای، از نظر انحلال‌پذیری در آب، به ترتیب جزء کدام دسته از مواد هستند؟

(۲) محلول - کم‌محلول - کم‌محلول

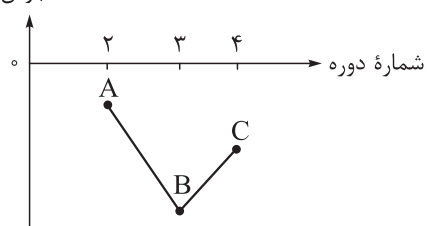
(۱) محلول - کم‌محلول - نامحلول

(۴) کم‌محلول - نامحلول - محلول

(۳) کم‌محلول - محلول - کم‌محلول

۸۷- با توجه به نمودار داده‌شده که مربوط به ترکیب‌های هیدروژن دار سه عنصر نخست یکی از گروه‌های ۱۴ تا ۱۷ جدول تناوبی است، کدام مطلب درست است؟

نقطه جوش (°C)



(۱) شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی در ساختار لوویس ترکیب B، با شمار الکترون‌های با $l = 2$ در اتم عنصر Sc برابر است.

(۲) محلول آبی ترکیب A، کاغذ pH را به رنگ آبی درمی‌آورد.

(۳) آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم مرکزی در ترکیب C را می‌توان به صورت $\ddot{X}:$ در نظر گرفت.

(۴) مولکول‌های A را می‌توان از واکنش میان گازهای نیتروژن و هیدروژن در دما و فشار اتاق و در حضور کاتالیزگر به دست آورد.

۸۸- درصد جرمی سدیم نیترات ($S = 0 / 80 + 72$) در محلول سیرشده آن، در دمای $35^\circ C$ کدام است و به 200 گرم

از این محلول در دمای ثابت، چند گرم آب باید اضافه شود تا درصد جرمی نمک در محلول به ۲۰٪ برسد؟

۲۰۰ - ۴۰ (۲)

۳۰۰ - ۵۰ (۱)

۲۸۰ - ۴۰ (۴)

۴۰۰ - ۵۰ (۳)

محل انجام محاسبات

۸۹- اگر در ۱۰۰ گرم آب در دمای 25°C و فشار ۲ atm، حداکثر 4×10^{-4} مول گاز NO حل شود، کدام گزینه می‌تواند مربوط به انحلال پذیری گاز اکسیژن در دمای 25°C و فشار ۸ atm در ۱۰۰ گرم آب باشد؟ ($N = 14, O = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

۰/۰۵۰ (۱) ۰/۰۴۸ (۲) ۰/۰۶۴ (۳) ۰/۰۳۳ (۴)

۹۰- درستی یا نادرستی کدام گزینه با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

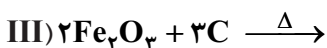
- (۱) در تصفیه آب، روش اسمز معکوس برخلاف روش تقطیر، راه مناسبی برای حذف ترکیب‌های آلی فرار به شمار می‌آید.
- (۲) کیفیت آب می‌تواند بر مدت زمان استفاده مؤثر از غشای نیمه تراوا برای شیرین سازی آب دریا در فرایند اسمز معکوس، تأثیر بگذارد.
- (۳) در فرایند اسمز معکوس، با گذشت زمان و جابه جایی مولکول‌های آب، تفاوت غلظت مولی محلول‌های دو سمت غشا کاهش پیدا می‌کند.

(۴) در فرایند شیرین کردن آب دریا، پمپ ایجاد فشار در سمت محلولی است که چگالی بیشتری دارد.

۹۱- مجموع عدد اتمی سه عنصر متوالی دوره سوم به ترتیب (D و X و A) برابر ۴۵ و مجموع شعاع اتمی آن‌ها برابر ۳۳۱ پیکومتر است. اگر تفاوت شعاع اتمی A و X، یک واحد بیشتر از تفاوت شعاع اتمی X و D باشد، کدام مورد درست است؟

- (۱) تفاوت عدد اتمی و تفاوت شعاع اتمی A و D به ترتیب برابر ۲ و ۶ پیکومتر است.
- (۲) میان موقعیت عنصر D و تنها نافلز مایع در جدول دوره‌ای، ۱۹ عنصر دیگر وجود دارد.
- (۳) X، اولین نافلز دوره سوم بوده و شعاع اتمی آن برابر ۱۱۰ پیکومتر است.
- (۴) A، رسانایی الکتریکی اندکی داشته، در اثر ضربه خرد می‌شود و عنصر قبل و بعد هم گروه آن، به ترتیب نافلز و فلز هستند.

۹۲- با توجه به واکنش‌های زیر، کدام مطلب درست است؟



- (۱) واکنش (I) در حضور گاز نیتروژن که واکنش پذیری بسیار کمی دارد، انجام پذیر است؛ اما حضور اکسیژن مانع از انجام واکنش می‌شود.
- (۲) فراورده واکنش (II) در آب محلول است و اگر به جای H_2O ، از گاز هیدروژن استفاده شود، در شرایط مناسب فراورده‌ای تولید می‌شود که نقطه جوش آن کم‌تر از دمای اتاق است.
- (۳) یکی از فراورده‌های واکنش (III)، گازی بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمی است که میل ترکیبی هموگلوبین خون با آن، بیش از ۲۰۰ برابر گاز اکسیژن است.
- (۴) به جای کربن در واکنش (III)، می‌توان از یکی از اکسیدهای کربن نیز استفاده کرد و در این صورت، ضرایب گونه‌های گازی در دو طرف معادله موازنه شده واکنش حاصل، متفاوت خواهد بود.

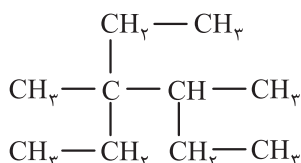
محل انجام محاسبات



۹۳- کدام مورد به یقین درست است؟

- (۱) در ساختار پیوند - خط ترکیب‌های آلی، اتم‌های هیدروژن نشان داده نمی‌شوند.
- (۲) شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول مولکولی هیدروکربن‌ها، عددی زوج است.
- (۳) با افزایش شمار اتم‌های کربن در هیدروکربن‌ها، درصد جرمی کربن در آن‌ها افزایش می‌یابد.
- (۴) شمار پیوندهای $C-H$ در ساختار یک ترکیب آلی، با شمار اتم‌های هیدروژن آن ترکیب برابر است.

۹۴- اگر در ترکیب مقابل، به جای گروه متیل متصل به اتم کربنی که هیچ اتم هیدروژنی

به آن متصل نیست، گروه اتیل قرار گیرد، کدام مطلب نا درست است؟

- (۱) نام ترکیب اولیه همانند نام ترکیب به‌دست‌آمده، به هگزان ختم می‌شود.
 - (۲) در نام ترکیب اول، پیشوند دی‌متیل و در نام ترکیب حاصل، پیشوند دی‌اتیل وجود دارد.
 - (۳) در نام ترکیب اول، برخلاف نام ترکیب به‌دست‌آمده، دو عدد ۳ وجود دارد.
 - (۴) شمار اتم‌های هیدروژن در ترکیب اول، دو برابر شمار اتم‌های کربن در ترکیب به‌دست‌آمده است.
- ۹۵- اگر از سوختن کامل یک هیدروکربن، $7/04$ گرم گاز کربن دی‌اکسید و $2/88$ گرم بخار آب حاصل شود، هیدروکربن مورد نظر کدام می‌تواند باشد؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)

- (۱) نفتالن (۲) بنزن (۳) ۲-متیل پنتان (۴) سیکلوهگزان

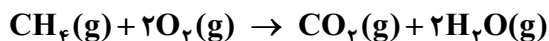
۹۶- جرم دو جسم A و B به ترتیب برابر با ۵ و ۱۰ گرم است. اگر به هر دوی آن‌ها به یک اندازه گرما دهیم و دمای هر دو نیز به یک میزان افزایش یابد، کدام نتیجه‌گیری درست است؟

- (۱) ظرفیت گرمایی ویژه A و B با هم برابر است، اما ظرفیت گرمایی B، دو برابر A است.
 - (۲) ظرفیت گرمایی ویژه A و B با هم برابر است، اما ظرفیت گرمایی A، دو برابر B است.
 - (۳) ظرفیت گرمایی A و B با هم برابر است، اما ظرفیت گرمایی ویژه A، دو برابر B است.
 - (۴) ظرفیت گرمایی A و B با هم برابر است، اما ظرفیت گرمایی ویژه B، دو برابر A است.
- ۹۷- در کدام واکنش زیر، سرعت متوسط واکنش با سرعت تولید هیچ‌یک از فراورده‌ها برابر نیست؟

- (۱) واکنش ترمیت
- (۲) واکنش تبدیل کربن دی‌اکسید به مواد معدنی با استفاده از آهک
- (۳) واکنش تهیه عنصر اصلی سازنده سلول‌های خورشیدی
- (۴) واکنش مالتوز با آب و تبدیل آن به گلوکز



۹۸- اگر آنتالپی پیوند $O-H$ به اندازه $50 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ از آنتالپی پیوند $C-H$ بیشتر و آنتالپی $O=O$ به اندازه $305 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ از آنتالپی پیوند $C=O$ کم تر باشد، ΔH واکنش زیر برحسب کیلوژول، چه قدر است؟



-۸۴۰ (۴)

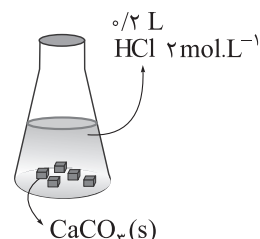
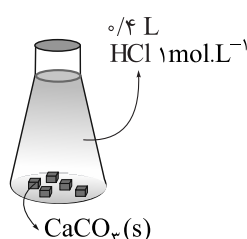
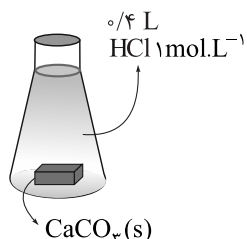
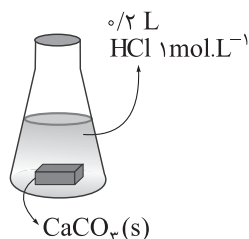
-۸۱۰ (۳)

-۷۹۰ (۲)

-۷۶۰ (۱)

۹۹- کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) برخلاف گرمای سوختن مولی، گرمای سوختن یک گرم متان بیشتر از یک گرم اتان است.
 - (۲) هرچند همه واکنش های سوختن، گرماده هستند، اما آنتالپی سوختن مواد بدون علامت منفی گزارش می شود.
 - (۳) گرمای حاصل از سوختن یک مول پروپان نسبت به نیم مول هگزان، می تواند مقدار بیشتری آب 25°C را به جوش آورد.
 - (۴) گرمای حاصل از سوختن یک گرم گاز هیدروژن کم تر از یک گرم اتم هیدروژن است.
- ۱۰۰- با توجه به شکل های زیر که مربوط به واکنش ۵ گرم کلسیم کربنات با محلول هیدروکلریک اسید در دما و فشار اتاق است، در کدام گزینه، سرعت آغازین واکنش ها به درستی مقایسه شده اند؟



$$R_{IV} = R_{III} > R_{II} = R_I \quad (2)$$

$$R_{IV} > R_{III} > R_{II} = R_I \quad (1)$$

$$R_{IV} > R_{III} > R_{II} > R_I \quad (4)$$

$$R_{III} > R_{II} > R_{IV} > R_I \quad (3)$$

۱۰۱- مخلوطی از لیتیم کربنات و کلسیم کربنات با جرم مشخص در اختیار داریم. اگر این مخلوط را حرارت دهیم، پس از گذشت ۵ دقیقه، جرم لیتیم اکسید تولیدشده برابر ۲۲/۵ گرم و معادل ۲۵ درصد جرم مواد جامد باقی مانده است. اگر سرعت متوسط مصرف کلسیم کربنات در این بازه زمانی برابر ۶ مول بر ساعت باشد، جرم مخلوط اولیه چند گرم بوده است؟ (واکنش ها هنوز به پایان نرسیده اند، $\text{Li} = 7, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{Ca} = 40 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



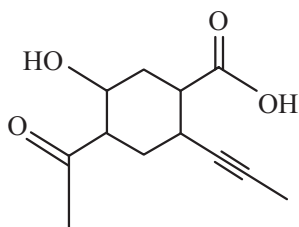
۲۹۰ (۴)

۵۵ (۳)

۹۰ (۲)

۱۴۵ (۱)

محل انجام محاسبات



۱۰۲- با توجه به ساختار ترکیب داده شده، کدام مطلب درست است؟

- (۱) یک ترکیب آلی آروماتیک است که بین مولکول های آن، می تواند پیوند هیدروژنی برقرار شود.
- (۲) دارای دو گروه عاملی هیدروکسیل و یک گروه عاملی کتونی است.
- (۳) در ساختار آن، ۴ اتم کربن وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.
- (۴) در ساختار مولکول این ترکیب، ۱۲ اتم کربن، ۱۸ اتم هیدروژن و ۴ اتم اکسیژن وجود دارد.

۱۰۳- کدام گزینه، جمله زیر را به درستی تکمیل نمی کند؟

«پلیمری که در ساخت کاربرد دارد، پلیمری است که در هر واحد تکرارشونده خود، و مونومر سازنده آن دارای پیوند اشتراکی است.»

- (۱) پتو - سیر شده - یک جفت الکترون ناپیوندی دارد - ۷
- (۲) سرنگ های پلاستیکی - سیر شده - جفت الکترون ناپیوندی ندارد - ۹
- (۳) ظروف یکبار مصرف - سیر نشده - جفت الکترون ناپیوندی ندارد - ۲۰
- (۴) کیسه خون - سیر شده - ۳ جفت الکترون ناپیوندی دارد - ۶

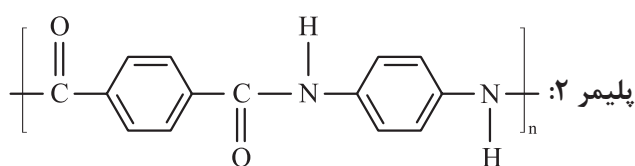
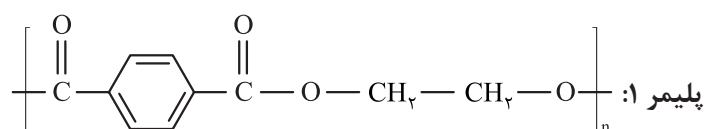
۱۰۴- با توجه به جدول زیر که انحلال پذیری سه الکل یک عاملی و سیر شده غیر حلقوی A، B و C را در ۱۰۰ گرم آب

نشان می دهد، کدام مورد درست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)

الکل	انحلال پذیری
A	به هر نسبتی حل می شود.
B	۰/۰۴۶
C	۰/۶

- (۱) الکل C می تواند ۱- پنتانول باشد.
- (۲) حداکثر جرم مولی الکل A می تواند ۶۰ گرم باشد.
- (۳) گشتاور دوقطبی الکل B بسیار کم بوده و این الکل در آب نامحلول است.
- (۴) نیروی بین مولکولی غالب در الکل C برخلاف الکل B، از نوع پیوند هیدروژنی است.

۱۰۵- با توجه به ساختار پلیمرهای زیر، کدام مورد، نادرست است؟ ($H = 1, C = 12, N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$)



- (۱) پلیمرهای (۱) و (۲) به ترتیب از دسته پلی استرها و پلی آمیدها هستند.
- (۲) اگر n برابر ۵۰۰ باشد، جرم مولی پلیمر (۱)، برابر $9/6 \times 10^4$ گرم است.
- (۳) تفاوت شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار لوویس دی الکل سازنده پلیمر (۱) با دی آمین سازنده پلیمر (۲)، برابر ۱۱ است.
- (۴) تفاوت مجموع جرم مولی مونومرهای سازنده این دو پلیمر، برابر ۴۶ گرم است.

محل انجام محاسبات

پاسخ‌نامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحه
شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید
از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

پاسخ نامه آزمون آزمایشی خلی سبز



مرحله پانزدهم

پایه دوازدهم

۱۴/ فروردین ۱۴۰۵

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان و ریاضیات پایه	کاظم اجلالی - کوروش اسلامی - فرشاد حسن زاده - عادل حسینی - علی شهرابی - محمد گودرزی میلاذ منصوری - سروش موئینی - محمدسجاد نقیه
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - سید محمدرضا حسینی فرد - محمدطاهر شعاعی - حمید گلزاری صبا مهدوی - حسین هاشمی طاهری
آمار و احتمال و ریاضیات پایه	مصطفی دیداری - سوگند روشنی - عطا صادقی
فیزیک	هادی حمزه پور - رضا سبزمیدانی - نوید شاهی
شیمی	فرشید ابراهیمی - سروش عبادی - یاسر عبداللہی - آرمین عظیمی - امیر قاسمی پور محمد قهرمانی نژاد - محسن مجنونی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان و ریاضیات پایه	محمدسجاد نقیه	محمدسجاد نقیه	عادل حسینی	فرشاد حسن زاده محمد گودرزی	سهیل تقی زاده فهیمة تورانی منصور زرکش اصفهانی
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	حمید گلزاری	سید عباس حسینی	زهره جالینوسی ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
آمار و احتمال و ریاضیات پایه	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	سید عباس حسینی	منصور زرکش اصفهانی ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	علیرضا جباری علیرضا جعفری آثار	علیرضا جباری سعید محبی هادی نجفی	پوریا علاقه مند آیدین طهماسبقی زاده سعید محبی امیر محمودی انزلی محمدرضا یاری
شیمی	یاسر عبداللہی	یاسر عبداللہی	نیلوفر درخشان	یاشار ذریه مرتضی نصیرزاده	محمدرضا بیاتلو هادی عبادی آرمین عظیمی مهدیس محبت پناه

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانپور

ویژه کنکوری های ۱۴۰۵



آزمون آزمایشی خیلی سبز

تیم اجرایی و تألیف آزمون

بیتا ابراهیمی - علیرضا جعفری - عادل حسینی

سرپرست تولید	الناز علی یاری زاده
ویراستاران فنی	نیلوفر اعتمادی - نیوشا پیمان - هدیه خسروی زهره صفری - الهه صفری - فاطمه علی اکبری محیا غنی فرد - زهرا فرهادی مهر - نادره نازآوری ساعده نمازی
رسام	ندا فخاری سارا گنجی آزادپور
صفحه آرایی	صدف امام - مریم حسین زاده سپیده سخائی - الهام سهرابی - طاهره صادق نژاد مائده صبری - نیلوفر فرخجسته - فاطمه قیاسوند مهدیه گل پور - دریا لطفی



ریاضیات

اگر $x = \alpha$ جواب معادله $\log_3(x-2) + \log_3(x^2 + 2x + 4) = 1$ باشد، مقدار $\log_8(\alpha^3 + 5)$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

$\frac{4}{3}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

دوتا لگاریتم را با خاصیت جمع به ضرب لگاریتم، یکی کن.

Hint

درس Box

ویژگی های لگاریتم:

$$\log_a x = b \Leftrightarrow a^b = x$$

$$\log_a x + \log_a y = \log_a xy$$

$$\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b$$

اتحاد چاق و لاغر:

نکته

$$(A \pm B)(A^{\mp} \mp AB + B^{\mp}) = A^{\mp} \pm B^{\mp}$$

گام اول: $x = \alpha$ جواب معادله است، پس در معادله صدق می کند:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\log_3(\alpha - 2) + \log_3(\alpha^2 + 2\alpha + 4) = 1 \Rightarrow \log_3((\alpha - 2)(\alpha^2 + 2\alpha + 4)) = 1$$

طبق اتحاد چاق و لاغر داریم:

$$\log_3(\alpha^3 - 8) = 1 \xrightarrow{\text{تعریف لگاریتم}} \alpha^3 - 8 = 3 \Rightarrow \alpha^3 = 11$$

گام دوم: حالا کافی است که مقدار α^3 را در عبارت خواسته سؤال جای گذاری کنیم:

$$\log_8(\alpha^3 + 5) = \log_8(11 + 5) = \log_8 16 = \log_8 2^4 = \frac{4}{3} \log_8 2 = \frac{4}{3}$$

ریاضیات

۲

اگر دامنه و برد تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{ax-1}{2x+b}$ به ترتیب $\mathbb{R} - \{2\}$ و $\mathbb{R} - \{1\}$ باشد، دامنه تابع g با ضابطه

تابع f هموگرافیک است.

$g(x) = \sqrt{abx-4} - x$ کدام است؟

x بیرون رادیکال روی دامنه بی‌تأثیر است.

$$(2) [0, +\infty)$$

$$(1) [\frac{1}{2}, +\infty)$$

$$(4) (-\infty, -\frac{1}{2}]$$

$$(3) (-\infty, 0]$$

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

تابع گویا: تابعی با ضابطه کسری چند جمله‌ای چند جمله‌ای را گویا می‌نامیم و دامنه این تابع {ریشه‌های چندجمله‌ای مخرج} - $\mathbb{R}$ است.

تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ را با شرط‌های $c \neq 0$ و $ad \neq bc$ ، هموگرافیک می‌نامیم. دامنه و برد این تابع به ترتیب $\mathbb{R} - \{-\frac{d}{c}\}$ و $\mathbb{R} - \{\frac{a}{c}\}$ است.

دامنه تابع رادیکالی $f(x) = \sqrt{\text{cloud}}$ ، مجموعه جواب‌های نامعادله $\text{cloud} \geq 0$ است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: تابع f هموگرافیک است و طبق درس باکس، دامنه آن $\mathbb{R} - \{-\frac{b}{a}\}$ و برد آن $\mathbb{R} - \{\frac{a}{b}\}$ است. حالا این دو مجموعه را برابر با مجموعه‌های مفروض سؤال قرار می‌دهیم:

$$\text{دامنه: } \mathbb{R} - \{-\frac{b}{a}\} = \mathbb{R} - \{2\} \Rightarrow -\frac{b}{a} = 2 \Rightarrow b = -4$$

$$\text{برد: } \mathbb{R} - \{\frac{a}{b}\} = \mathbb{R} - \{1\} \Rightarrow \frac{a}{b} = 1 \Rightarrow a = 2$$

گام دوم: حالا ضابطه تابع g را تکمیل می‌کنیم:

$$g(x) = \sqrt{-4x-4} - x$$

و طبق درس باکس، دامنه این تابع را به صورت زیر به دست می‌آوریم.

$$-4x-4 \geq 0 \Rightarrow 4x \leq -4 \Rightarrow x \leq -1 \Rightarrow D_g = (-\infty, -1]$$

۳ دو تابع $f = \{(1, a), (2, b), (-3, c)\}$ و $g(x) = \sqrt{1-x} + b$ مفروض اند. اگر $f + g = \{(1, \delta), (b, a)\}$ باشد، حاصل $\frac{ac}{b}$ کدام است؟

(۱) ۲۴ (۲) -۲۴ (۳) ۱۲ (۴) -۱۲

پاسخ: گزینه ۲

در جبر توابع، حتماً باید بین دامنه‌های توابع موجود اشتراک بگیریم:

$$D_{f \pm g} = D_f \cap D_g$$

$$D_{f \times g} = D_f \cap D_g$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$$

و سپس برای محاسبه مقدار تابع نهایی یا به دست آوردن ضابطه آن، کافی است عملیات جبری داده شده را بین y های دو تابع یا ضابطه آن‌ها اعمال کنیم؛ یعنی:

$$(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$$

$$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

در نمایش زوج مرتبی توابع، پس از به دست آوردن دامنه تابع نهایی (یعنی اشتراک گیری و ...)، کافی است عملیات جبری مفروض را بین مؤلفه‌های دوم زوج‌های مرتب انجام دهیم تا تابع نهایی به دست آید.

گام اول: دامنه تابع f مجموعه $D_f = \{-3, 1, 2\}$ و دامنه تابع g نیز (مطابق درس باکس پاسخ سؤال قبل) بازه $D_g = (-\infty, 1]$ است. حالا دامنه تابع $f + g$ را به دست می‌آوریم:

$$D_{f+g} = \{-3, 1, 2\} \cap (-\infty, 1] = \{-3, 1\}$$

گام دوم: دامنه تابع $f + g$ ، مطابق آن‌چه که در صورت سؤال مفروض است، مجموعه $\{1, b\}$ است و ما در گام اول مجموعه $\{-3, 1\}$ را برای آن به دست آورده‌ایم، پس $b = -3$ است و داریم:

$$\begin{cases} f = \{(-3, c), (1, a), (2, -3)\} \\ g(x) = \sqrt{1-x} - 3 \end{cases}$$

گام سوم: حالا تابع $f + g$ را به دست می‌آوریم:

$$f + g = \{(-3, f(-3) + g(-3)), (1, f(1) + g(1))\}$$

$$\frac{f(-3)=c, f(1)=a}{g(-3)=-1, g(1)=-3} \rightarrow f + g = \{(-3, c-1), (1, a-3)\}$$

گام چهارم: تابع داده شده صورت سؤال $f + g = \{(-3, a), (1, \delta)\}$ است و ما باید آن را با تابع به دست آمده در گام قبلی برابر قرار دهیم:

$$\{(-3, a), (1, \delta)\} = \{(-3, c-1), (1, a-3)\} \Rightarrow \begin{cases} \delta = a-3 \Rightarrow a = 8 \\ a = c-1 \xrightarrow{a=8} c = 9 \end{cases}$$

گام پنجم: خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$\frac{ac}{b} = \frac{8 \times 9}{-3} = -24$$

درس Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۴

اگر $f(x) = x + 2[x]$ باشد، حاصل $(f^{-1} \circ f^{-1})(18)$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

تابع f وارون پذیر است.

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۶

(۴) تعریف نشده

پاسخ: گزینه ۱



ویژگی مهم تابع وارون این است که اگر $f(\alpha) = \beta$ باشد، آن گاه $f^{-1}(\beta) = \alpha$ است.

گام اول: برای محاسبه مقدار $(f^{-1} \circ f^{-1})(18)$ ، لازم است ابتدا مقدار $f^{-1}(18)$ را حساب کنیم. اگر این مقدار را α در نظر بگیریم

$$f(\alpha) = 18$$

طبق نکته داریم:

توجه دقت کنید که تابع f یک به یک و وارون پذیر است و مشخص است که اگر $f(n) = 3n$ ، $n \in \mathbb{Z}$ ، این یعنی:

$$n \in \mathbb{Z} \Rightarrow f^{-1}(3n) = n$$

بنابراین $f^{-1}(18) = 6$ است.

گام دوم: حالا می توانیم مقدار نهایی را حساب کنیم:

$$(f^{-1} \circ f^{-1})(18) = f^{-1}(6) \xrightarrow{\text{طبق توجه گام اول}} f^{-1}(6) = 2$$

ضابطه تابع f^{-1} را به دست می آوریم:

$$y = f(x) = x + 2[x] \Rightarrow [y] = [x + 2[x]] = 3[x] \Rightarrow [x] = \frac{[y]}{3}$$

از تساوی $y = x + 2[x]$ داریم: $x = y - 2[x]$. حالا به جای $[x]$ عبارت $\frac{[y]}{3}$ را قرار می دهیم:

$$\Rightarrow x = y - \frac{2}{3}[y]$$

$$\xrightarrow{\text{جای } x \text{ عوض شود}} f^{-1}(x) = x - \frac{2}{3}[x] ; D_{f^{-1}} = \{3k \leq x < 3k+1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$$

$$\Rightarrow (f^{-1} \circ f^{-1})(18) = f^{-1}(18 - 12) = f^{-1}(6) = 6 - 4 = 2$$

یه جور دیگه

ریاضیات

۵

در دوزنقه متساوی الساقینی که طول قاعده کوچک و طول هر ساق آن به ترتیب ۲ و ۵ است، سینوس یکی از زاویه‌ها برابر ۰/۸ است. فاصله هر سر قاعده بزرگ از ساق روبه‌روی آن کدام است؟

۶/۸ (۴)

۶/۴ (۳)

۶/۲ (۲)

۶ (۱)

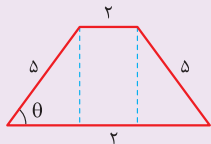
پاسخ: گزینه ۳

سؤال از مبحث هندسه نیست، بلکه از مبحث مثلثات سال دهمه. کافیست شکل مسئله رو رسم کنی.

Hint

گام اول: شکل مسئله را رسم می‌کنیم:

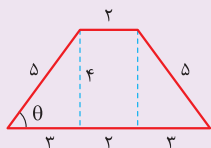
پاسخ خیلی تشریحی



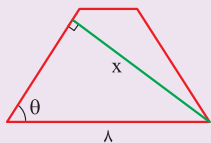
طبق فرض $\sin \theta = 0/8$ است، در نتیجه $\cos \theta = 6/8$ است و داریم:

$$\sin \theta = \frac{\text{ارتفاع}}{5} = 0/8 \Rightarrow \text{ارتفاع} = 4$$

و با استفاده از $\cos \theta$ اندازه‌های روی شکل به صورت زیر تکمیل می‌شود:



گام دوم: حالا خواسته سؤال را به دست می‌آوریم. هدف محاسبه طول x در شکل زیر است:



$$\sin \theta = 4/5 \rightarrow 0/8 = \frac{x}{5} \Rightarrow x = 6/4$$

در یک دوزنقه متساوی الساقین، اندازه قاعده کوچک و هر ساق، به ترتیب، ۲ و ۵ است. اگر $\cos \theta = 0/6$ و θ زاویه حاده بین ساق و یکی از قاعده‌ها باشد، مساحت دوزنقه کدام است؟

(سؤال ۱۲۲ کنکور تهری ۱۴۰۴ (خارج از کشور))

۴۰ (۴)

۳۲ (۳)

۲۰ (۲)

۱۶ (۱)

کنکور

ریاضیات

۶ حاصل عبارت $\sin 93^\circ \cos 855^\circ + \sqrt{6} \tan 105^\circ$ چند برابر $\sqrt{2}$ است؟

$$-\frac{5}{4} \quad (4)$$

$$\frac{5}{4} \quad (3)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

کمان‌ها رو برحسب زوایای آشنا بنویس.

Hint

درس Box

نسبت‌های مثلثاتی $k\pi + \alpha$:

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{\text{فرد } k} \begin{cases} \sin(k\pi + \alpha) = -\sin \alpha \\ \cos(k\pi + \alpha) = -\cos \alpha \\ \tan(k\pi + \alpha) = \tan \alpha \\ \cot(k\pi + \alpha) = \cot \alpha \end{cases} \quad \text{و} \quad \xrightarrow{\text{زوج } k} \begin{cases} \sin(k\pi + \alpha) = \sin \alpha \\ \cos(k\pi + \alpha) = \cos \alpha \\ \tan(k\pi + \alpha) = \tan \alpha \\ \cot(k\pi + \alpha) = \cot \alpha \end{cases} \end{array}$$

گام اول: براساس روابط درس‌باکس، مقدار نسبت‌های مثلثاتی را حساب می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\sin(93^\circ) = \sin(5 \times 18^\circ + 3^\circ) \xrightarrow{\text{فرد } k} \sin 93^\circ = -\sin 3^\circ = -\frac{1}{4}$$

$$\cos 855^\circ = \cos(90^\circ - 45^\circ) = \cos(5 \times 18^\circ - 45^\circ) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

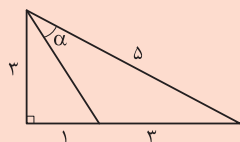
$$\tan 105^\circ = \tan(108^\circ - 3^\circ) = \tan(6 \times 18^\circ - 3^\circ) = -\tan 3^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

گام دوم: حالا مقدار عبارت را حساب می‌کنیم:

$$\sin 93^\circ \cos 855^\circ + \sqrt{6} \tan 105^\circ = \left(-\frac{1}{4}\right)\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \sqrt{6} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{4} - \sqrt{2} = -\frac{3}{4}\sqrt{2}$$

ریاضیات

در شکل زیر، $\cos \alpha$ چند برابر $\sqrt{10}$ است؟



○ / ۱۲۵ (۱)

○ / ۲ (۲)

○ / ۲۵ (۳)

○ / ۲۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

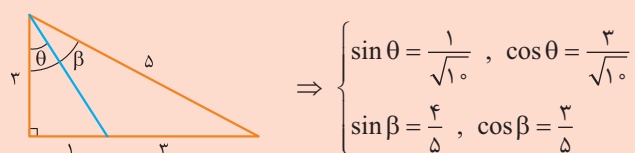
اتحادهای مثلثاتی مجموع و تفاضل کمان:

درس Box

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: زوایای θ و β را در شکل در نظر می‌گیریم:

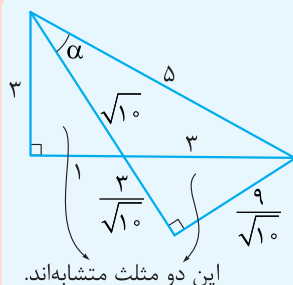


گام دوم: بنابراین $\alpha = \beta - \theta$ است و داریم:

$$\cos \alpha = \cos(\beta - \theta) = \cos \beta \cos \theta + \sin \beta \sin \theta$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5} \times \frac{3}{\sqrt{10}} + \frac{4}{5} \times \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{13}{5\sqrt{10}} = \frac{13}{50} \sqrt{10} = \frac{13}{26} \sqrt{10}$$

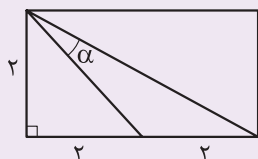
یادچور دیگه



$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{10} + \frac{3}{\sqrt{10}}}{5} = \frac{13}{5\sqrt{10}} = \frac{13}{50} \sqrt{10} = \frac{13}{26} \sqrt{10}$$

(سؤال ۱۰ کنکور ریاضی ۱۴۰۲ - نوبت دوم)

در شکل زیر، مقدار $\cot \alpha$ کدام است؟



۱ (۱)

۳ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۴)

کنکور

اگر α و β جواب‌های معادله $x^2 + 1 = 7x$ باشند، جواب‌های کدام معادله $\alpha\sqrt{\beta}$ و $\beta\sqrt{\alpha}$ هستند؟

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 7 \\ \alpha\beta = 1 \end{cases}$$

$$x^2 + 1 = 9x \quad (2)$$

$$x^2 + 1 = 3x \quad (4)$$

$$x^2 + 2 = 9x \quad (1)$$

$$x^2 + 2 = 3x \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

کافیه که مجموع و حاصل ضرب اون دو ریشه رو حساب کنی.

Hint

درس Box

روابط بین ضریب و جواب‌های معادله درجه دوم:

$$\alpha^r + \beta^r = S^r - rP$$

$$\alpha^r + \beta^r = S^r - rSP$$

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{S^r}{P} - r$$

$$\alpha\sqrt{\alpha} + \beta\sqrt{\beta} = \sqrt{S^r - rSP + rP\sqrt{P}}$$

$$\alpha\sqrt{\beta} + \beta\sqrt{\alpha} = \sqrt{P(S + r\sqrt{P})}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: جواب‌های معادله جدید را α' و β' می‌نامیم:

$$\alpha' = \alpha\sqrt{\beta} \quad \text{و} \quad \beta' = \beta\sqrt{\alpha}$$

$$\Rightarrow \alpha'\beta' = \alpha\beta\sqrt{\alpha\beta} \xrightarrow{\alpha\beta=1} \alpha'\beta' = 1$$

پس حاصل ضرب جواب‌های معادله جدید نیز برابر ۱ است و یکی از گزینه‌های (۲) یا (۴) درست است.

گام دوم: مجموع α' و β' را حساب می‌کنیم:

$$\alpha' + \beta' = \alpha\sqrt{\beta} + \beta\sqrt{\alpha} \xrightarrow{\text{درس یاکس}} \alpha' + \beta' = \sqrt{\alpha\beta(\alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta})}$$

$$\xrightarrow{\alpha + \beta = 7, \alpha\beta = 1} \alpha' + \beta' = \sqrt{1(7 + 2)} = 3$$

گام سوم: پس معادله مجهول $x^2 - 3x + 1 = 0$ یا $x^2 + 1 = 3x$ است.

سه ماشین A، B و C اگر همزمان شروع به کاری کنند، کار را در ۲۰ ساعت به اتمام می‌رسانند. سرعت ماشین A از سرعت ماشین B، ۲۵٪ بیشتر است و ماشین A به نسبت ماشین C، کار را ۶ ساعت زودتر انجام می‌دهد. اگر فقط

ماشین‌های A و B با هم کار کنند، کار مورد نظر در چند ساعت تمام می‌شود؟

مدت زمان ماشین B، $\frac{5}{4}$ مدت زمان ماشین A است.

(۱) ۲۵

(۲) ۳۰

(۳) ۳۲

پاسخ: گزینه ۲

مدت زمان ماشین A رو X بگیر و یه معادله گویا حل کن.

Hint

فرض کنید فرد اول کاری را به تنهایی در مدت زمان t_1 ، فرد دوم در مدت زمان t_2 ، ... و فرد n ام در مدت زمان t_n انجام دهند.

اگر همه این افراد با هم کار کنند و کار در مدت زمان T به اتمام برسد، رابطه زیر برقرار خواهد بود:

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \dots + \frac{1}{t_n} = \frac{1}{T}$$

درس Box

گام اول: مدت زمانی را که ماشین A بر حسب ساعت، کار را به اتمام می‌رساند، n در نظر می‌گیریم. در این صورت مدت زمان کار ماشین B، برابر $\frac{5}{4}n$ و مدت زمان کار ماشین C نیز $n+6$ است.

پاسخ خیلی تشریحی

توجه: ۲۵٪ بیشتر، یعنی $1/25$ برابر، یعنی $\frac{5}{4}$ برابر. حالا $\frac{1}{t_n}$ نماینده سرعت کار ماشین‌هاست و داریم:

$$\frac{1}{t_A} = \frac{5}{4} \frac{1}{t_B} \Rightarrow t_B = \frac{5}{4} t_A$$

پس معادله زیر را داریم:

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{\frac{5}{4}n} + \frac{1}{n+6} = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{9}{5n} + \frac{1}{n+6} = \frac{1}{20} \quad (*)$$

گام دوم: مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{9n+54+5n}{5n^2+30n} = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{14n+54}{5n^2+30n} = \frac{1}{20} \xrightarrow{\times 5} \frac{14n+54}{n^2+6n} = \frac{1}{4}$$

و حالا طرفین وسطین می‌کنیم:

$$n^2+6n = 56n+216 \Rightarrow n^2-50n-216=0 \Rightarrow (n-54)(n+4)=0 \xrightarrow{n>0} n=54$$

گام سوم: پس ماشین A کار را به تنهایی در ۵۴ ساعت و ماشین‌های B و C، به ترتیب در $\frac{135}{4}$ و ۶۰ ساعت کار را به اتمام می‌رسانند. حالا اگر فقط ماشین‌های A و B کار کنند، داریم:

$$\frac{1}{t_A} + \frac{1}{t_B} = \frac{1}{54} + \frac{1}{\frac{135}{4}} = \frac{1}{27 \times 2} + \frac{4}{27 \times 5} = \frac{1}{27} \left(\frac{1}{2} + \frac{4}{5} \right) = \frac{1}{27} \times \frac{9}{10} = \frac{1}{30}$$

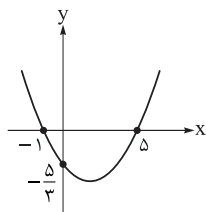
پس این دو کار را در ۳۰ ساعت به اتمام می‌رسانند.

ریاضیات

۱۰

شکل زیر، نمودار تابع درجه دوم $y = f(x)$ را نشان می‌دهد. مجموعه جواب‌های نامعادله $f(x-2) + 3 \leq 0$ شامل

چند عدد صحیح است؟



(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

• اگر صفرهای یک تابع درجه دوم x_1 و x_2 باشند، ضابطه تابع را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

• معادله محور تقارن تابع (یا طول رأس سهمی معادل)، برابر $\frac{x_1 + x_2}{2}$ است.

گام اول: صفرهای تابع درجه دوم f اعداد -1 و 5 هستند و داریم:

$$f(x) = a(x+1)(x-5) \xrightarrow{f(0)=-\frac{5}{3}} -5a = -\frac{5}{3} \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

گام دوم: حالا ضابطه تابع f را به فرم مربع کامل می‌نویسیم:

$$\xrightarrow{\frac{x_1+x_2}{2}=2} f(x) = \frac{1}{3}((x-2)+3)((x-2)-3) = \frac{1}{3}((x-2)^2 - 9) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3$$

گام سوم: حالا نامعادله مطلوب مسئله را تشکیل می‌دهیم و حل می‌کنیم:

$$f(x-2) + 3 = \frac{1}{3}(x-2-2)^2 - 3 + 3 = \frac{1}{3}(x-4)^2 \xrightarrow{f(x-2)+3 \leq 0} \frac{1}{3}(x-4)^2 \leq 0 \Rightarrow (x-4)^2 \leq 0 \Rightarrow x=4$$

در نتیجه مجموعه جواب‌های نامعادله مورد نظر، مجموعه تک‌عضوی $\{4\}$ است که آن عضو هم از قضا عددی صحیح است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۱۱ به ازای چند مقدار صحیح x ، نامساوی $\sqrt{x(x+4)+2|x+2|+5} < \frac{x}{3} + 3$ برقرار است؟

۴ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

۱ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

عبارت زیر رادیکال مربع کامل یه عبارتیست.

Hint

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: عبارت زیر رادیکال، عبارت پیچیده‌ای است و سعی می‌کنیم آن را ساده‌تر کنیم:

$$x(x+4)+2|x+2|+5 = \frac{x^2}{4+1} + \frac{4x+4}{(x+2)^2} + 2|x+2|+1 = |x+2|^2 + 2|x+2|+1 = (|x+2|+1)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x(x+4)+2|x+2|+5} = \sqrt{(|x+2|+1)^2} = |x+2|+1$$

همواره مثبت است.

پس عملاً نامعادله زیر را داریم:

$$|x+2|+1 < \frac{x}{3} + 3 \Rightarrow |x+2| < \frac{x}{3} + 2 \quad (*)$$

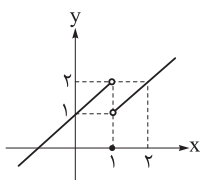
گام دوم: در دو محدوده $x < -2$ و $x \geq -2$ نامعادله را حل می‌کنیم:

$$\bullet x < -2: -x-2 < \frac{x}{3} + 2 \Rightarrow \frac{4x}{3} > -4 \Rightarrow x > -3 \xrightarrow{x < -2} -3 < x < -2 \quad (1)$$

$$\bullet x \geq -2: x+2 < \frac{x}{3} + 2 \Rightarrow \frac{2x}{3} < 0 \Rightarrow x < 0 \xrightarrow{x \geq -2} -2 \leq x < 0 \quad (2)$$

گام سوم: از اجتماع مجموعه جواب‌های (۱) و (۲)، مجموعه جواب‌های کلی معادله، بازه $(-3, 0)$ به دست می‌آید که شامل ۲ عدد صحیح است.

نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. اگر $g(x) = \cos \pi x$ باشد، $\lim_{x \rightarrow 0^-} (f \circ g)(x)$ کدام است؟



کسینوس همیشه از ۱ کمتر است.

۱ (۱)

۲ (۲)

۱ (۳)

۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

اول حد چپ تابع g رو توی صفر حساب کن.

Hint

درس Box

اگر حد تابع g در $x = x_0$ برابر L باشد، حد تابع $f \circ g$ در $x = x_0$ برابر حد تابع f در $x = L$ است.

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f \circ g)(x) = \lim_{x \rightarrow L} f(x)$$

در شرایطی که حدهای چپ و راست تابع f در $x = L$ نابرابر باشند، برایمان مهم است که تابع g از مقادیر بیشتر از L به آن نزدیک می‌شود یا از مقادیر کمتر.

حد تابع g در $x = 0$ برابر ۱ است $\left(\lim_{x \rightarrow 0} \cos \pi x = 1 \right)$. از آنجا که $\cos \pi x$ همواره از ۱ کمتر است، بدون محاسبه اضافه‌ای کافی است حد چپ تابع f را در $x = 1$ حساب کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} (f \circ g)(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

ریاضیات

۱۳

تابع f با ضابطه $f(x) = a\left[\frac{x-4}{3}\right] + 3\left[\frac{x+5}{2}\right]$ در $x=1$ حدی برابر L دارد. حاصل $\frac{L}{a}$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

-۴ (۴)

۴ (۳)

-۶ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

Hint

حد راست و چپ رو به دست بیار و مساوی هم قرار بده.

درس Box

تابع f در $x = x_0$ حد دارد، اگر و فقط اگر حدهای چپ و راست تابع در این نقطه برابر باشند: $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$

گام اول: حدهای چپ و راست تابع f را در $x=1$ برحسب a می‌نویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \left(a\left[\frac{x-4}{3}\right] + 3\left[\frac{x+5}{2}\right] \right) = a[-1^-] + 3[3^-] = -2a + 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(a\left[\frac{x-4}{3}\right] + 3\left[\frac{x+5}{2}\right] \right) = a[-1^+] + 3[3^+] = -a + 9$$

گام دوم: حالا باید دو عبارت به دست آمده را برابر قرار دهیم تا تابع f در $x=1$ حد داشته باشد:

$$-2a + 6 = -a + 9 \Rightarrow a = -3$$

گام سوم: با جای‌گذاری $a = -3$ در هر کدام از عبارت‌های به دست آمده برای حدهای چپ و راست، حد تابع f در $x=1$ به دست می‌آید:

$$L = -2(-3) + 6 = 12$$

و خواسته سؤال برابر می‌شود با:

$$\frac{L}{a} = \frac{12}{-3} = -4$$

تابع با ضابطه $f(x) = 2\left[\frac{2-x}{3}\right] + a\left[\frac{x+2}{3}\right]$ در نقطه $x = -2$ حد دارد. مقدار $\left[\frac{a}{3}\right]$ کدام است؟

(سؤال ۱۲۸ کنکور تهری ۱۴۰۴ - نوبت دوم)

۴ (صفر)

۳ (۱)

۲ (۲)

۳ (۱)

کنکور

۲۴ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos^3 x}}{x}$ کدام است؟

$$-\frac{\sqrt{6}}{2} \quad (۴)$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۳)$$

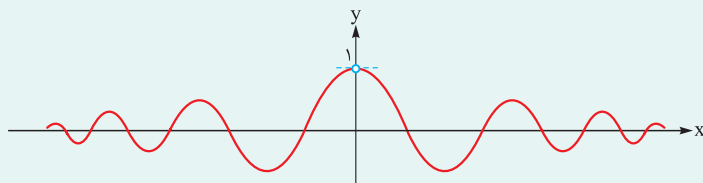
$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{2} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴

Hint از اتحاد چاق و لاغر برای عبارت زیر رادیکال استفاده کن.

تابع $f(x) = \frac{\sin x}{x}$: دامنه این تابع $\mathbb{R} - \{0\}$ است.



همان طور که مشاهده می شود، $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ است.

این تابع نشان می دهد که در اعداد حقیقی خیلی خیلی نزدیک صفر، سینوس عدد با خود عدد تقریباً برابر است:

$$x \rightarrow 0 \Rightarrow \sin^n x \sim x^n$$

می توان هم ارزی های زیر را از هم ارزی بالا نتیجه گرفت:

$$x \rightarrow 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos^n x \sim 1 - \frac{nx^2}{2} \\ 1 - \cos^n x \sim \frac{nx^2}{2} \end{cases}$$

$$x \rightarrow 0 \Rightarrow \tan x \sim x$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: از اتحاد چاق و لاغر استفاده می کنیم:

$$L = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{(1 - \cos x)(1 + \cos x + \cos^2 x)}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{3(1 - \cos x)}}{x} = \sqrt{3} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{x}$$

$$= \sqrt{6} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|\sin \frac{x}{2}|}{x} = -\sqrt{6} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin \frac{x}{2}}{x}$$

گام دوم: حالا صورت و مخرج عبارت داخل حد بالا را در ۲ ضرب می کنیم:

$$L = -\sqrt{6} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} = -\sqrt{6} \lim_{x \rightarrow 0^-} \underbrace{\frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}}}_1 = -\frac{\sqrt{6}}{2}$$

از هم ارزی استفاده می کنیم: 

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos^3 x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{\frac{3x^2}{2}}}{x} = \sqrt{\frac{3}{2}} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x} = -\sqrt{\frac{3}{2}} = -\frac{\sqrt{6}}{2}$$

په جور دیگه 

تابع f با ضابطه $f(x) = \left[\frac{x^2 - 2x}{3} \right]$ روی بازه $\left[\frac{5}{4}, k \right]$ پیوسته است. بیشترین مقدار k کدام است؟ () نماد جزء صحیح است.

$$1 + \sqrt{7} \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

$$1 + \sqrt{10} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

فرض کنید تابع f روی $\mathbb{R}$ پیوسته است. تابع g با ضابطه $g(x) = [f(x)]$ روی بازه‌ای پیوسته است که به ازای آن مقدار تابع f بین دو عدد صحیح متوالی قرار بگیرد.

گام اول: مقدار عبارت داخل براکت را به ازای $x = \frac{5}{4}$ حساب می‌کنیم:

$$\xrightarrow{x=\frac{5}{4}} \frac{x^2 - 2x}{3} = \frac{(x-1)^2 - 1}{3} = \frac{\frac{1}{16} - 1}{3} = -\frac{5}{16}$$

گام دوم: $-\frac{5}{16}$ بین دو عدد صحیح -1 و 0 قرار گرفته است، حالا از آنجا که تابع g با ضابطه $g(x) = \frac{x^2 - 2x}{3}$ روی بازه $x \geq \frac{5}{4}$ اکیداً صعودی است، بیشترین مقدار k جایی است که مقدار عبارت داخل براکت برابر صفر شود:

$$\frac{k^2 - 2k}{3} = 0 \Rightarrow k(k-2) = 0 \xrightarrow{k > \frac{5}{4}} k = 2$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

ریشه سوم عدد $\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7} + \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$ کدام است؟

$$\sqrt[3]{\frac{1}{2}} \quad (۴)$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}} \quad (۳)$$

$$\sqrt{2} \quad (۲)$$

$$\sqrt[3]{2} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

اتحاد مکعب دوجمله‌ای:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$$

گام اول: با توجه به فرجه رادیکال‌ها و هم‌چنین سادگی اعداد در گزینه‌ها، باید عبارت‌های زیر رادیکال‌ها را طوری بازنویسی کنیم که بتوانیم آن‌ها را به فرم مکعب کامل بنویسیم:

$$5\sqrt{2}+7 = 3\sqrt{2}+2\sqrt{2}+6+1 = 2\sqrt{2}+6+3\sqrt{2}+1 = (\sqrt{2})^3 + 3(\sqrt{2})^2 + 3(\sqrt{2}) + 1^3 = (\sqrt{2}+1)^3$$

$$\text{و بدین ترتیب } 5\sqrt{2}-7 = (\sqrt{2}-1)^3 \text{ است.}$$

گام دوم: بنابراین عبارت صورت سؤال برابر است با:

$$\sqrt{2}+1+\sqrt{2}-1 = 2\sqrt{2} = (\sqrt{2})^3$$

که ریشه سوم آن برابر $\sqrt{2}$ است.

درسی Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

ریاضیات

دنباله ... $y, -\frac{1}{4}, x$ ، هندسی و دنباله ... $y, -\frac{1}{4}, x-1$ ، حسابی است. قدرنسبت دنباله حسابی کدام است؟

۷

۱ (۴)

 $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۲)

-۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

از ویژگی جملات متوالی استفاده کن.

Hint

درسی Box

• اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، رابطه $a + c = 2b$ برقرار است.• اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، رابطه $ac = b^2$ برقرار است.

گام اول: ویژگی جملات متوالی را در هر دو دنباله می‌نویسیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$(۱) \quad xy = \frac{1}{16} \quad \text{دنباله هندسی}$$

$$(۲) \quad x + y = \frac{1}{4} \Rightarrow x - 1 + y = -\frac{1}{4} \quad \text{دنباله حسابی}$$

گام دوم: x و y جواب‌های معادله $t^2 - \frac{1}{4}t + \frac{1}{16} = 0$ هستند:

$$\Rightarrow (t - \frac{1}{4})^2 = 0 \Rightarrow x = y = \frac{1}{4}$$

گام سوم: بنابراین $\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}, -\frac{3}{4}$ دنباله حسابی مورد نظر است که قدرنسبت آن برابر $\frac{1}{4} - (-\frac{1}{4}) = \frac{1}{2}$ است.

ریاضیات

۸

اگر A' قرینه نقطه $A(3, 6)$ نسبت به خط $y = 2x - 10$ باشد، طول پاره خط AA' کدام است؟

دو برابر طول AH

$$2\sqrt{5} \quad (2)$$

$$2\sqrt{3} \quad (1)$$

$$4\sqrt{5} \quad (4)$$

$$4\sqrt{3} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

فاصله A رو از خط حساب کن و ضربدر ۲ کن!

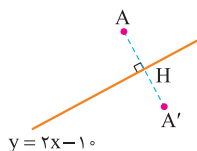
Hint

فاصله نقطه (x_0, y_0) از خط به معادله $y = mx + h$ برابر است با $\frac{|y_0 - mx_0 - h|}{\sqrt{1 + m^2}}$

درس Box

طول AA' ، دو برابر طول AH است:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$AH = \frac{|6 - 2(3) + 10|}{\sqrt{1 + 2^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \Rightarrow AA' = 4\sqrt{5}$$



می‌خواهیم به کمک برهان غیرمستقیم، ثابت کنیم «در مثلث ABC ، اگر $\hat{A} > \hat{B}$ ، آن‌گاه $BC > AC$ ». فرض اولیه در این

فرایند کدام است؟

$$BC < AC \quad (۱)$$

$$BC \leq AC \quad (۳)$$

$$\hat{A} < \hat{B} \quad (۲)$$

$$\hat{A} \leq \hat{B} \quad (۴)$$

مشاوره این سؤال، از اثبات «عکس قضیه ۱» در صفحه ۲۴ کتاب درسی هندسه (۱) طراحی شده است.

پاسخ: گزینه ۳

درس‌Box

نوعی استدلال که در مسائل ریاضی و هندسه کاربرد دارد، برهان غیرمستقیم یا برهان خلف است. بدین صورت که به جای این‌که به طور مستقیم از فرض شروع کنیم و به درستی حکم برسیم، فرض می‌کنیم حکم غلط باشد (یا به عبارتی فرض می‌کنیم، نقیض حکم درست باشد) و به یک تناقض یا به یک گزاره غلط غیرممکن می‌رسیم. در این حالت نتیجه می‌گیریم که فرض غلط بودن حکم، نادرست بوده و حکم نمی‌تواند غلط باشد.

با توضیحی که در درس‌باکس دادیم، در فرایند اثبات قضیه گفته‌شده در سؤال به کمک برهان غیرمستقیم، فرض اولیه، «نقیض $BC > AC$ » است، یعنی $BC \leq AC$.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

عکس قضیه ۱: اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع مقابل به زاویه بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر. (هندسه (۱) - عکس قضیه (۱) صفحه ۲۴ کتاب درسی)



ریاضیات

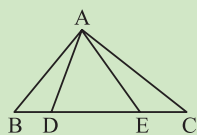
۲۰

اگر در شکل زیر داشته باشیم $DE = 2BD$ و $DE = 3EC$ ، آن گاه نسبت مساحت مثلث ABD به مساحت مثلث AEC

کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$
(۳) $\frac{3}{4}$

- (۲) $\frac{6}{5}$
(۴) $\frac{5}{6}$

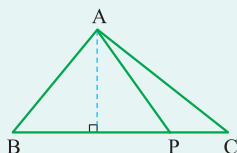


مشاوره این سؤال، مشابه تمرین ۳، صفحه ۳۳ کتاب درسی هندسه (۱) طراحی شده است.

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

اگر دو مثلث دارای یک ارتفاع برابر باشند، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با نسبت قاعده‌های نظیر آن ارتفاع.



مثلاً در شکل مقابل داریم:

$$\frac{S_{ABP}}{S_{ACP}} = \frac{BP}{CP}, \quad \frac{S_{ABC}}{S_{ABP}} = \frac{BC}{BP}$$

گام اول: از $DE = 2BD$ ، نتیجه می‌گیریم $BD = \frac{1}{2}DE$ و از $DE = 3EC$ ، نتیجه می‌گیریم $EC = \frac{2}{3}DE$.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

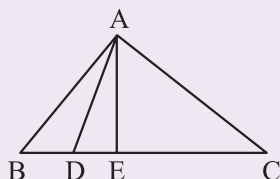
گام دوم: اگر در دو مثلث ABD و AEC قاعده‌ها را BD و EC بگیریم، آن گاه ارتفاع‌های نظیر این دو قاعده با هم برابرند، پس نسبت مساحت‌های این دو مثلث، برابر با نسبت قاعده‌های آن‌ها می‌باشد و داریم:

$$\frac{S_{ABD}}{S_{AEC}} = \frac{BD}{EC} = \frac{\frac{1}{2}DE}{\frac{2}{3}DE} = \frac{3}{4}$$

در شکل زیر، مساحت مثلث ACE سه برابر مساحت مثلث ADE و دو برابر مساحت مثلث ABD است. نسبت‌های $\frac{DE}{BD}$

(هندسه (۱) - تمرین ۳ صفحه ۳۳ کتاب درسی)

و $\frac{BC}{DE}$ را به دست آورید.



کتاب درسی

نقطه O محل تقاطع قطرهای مربعی به طول ضلع ۵ است. به ازای کدام مقدار x، دقیقاً ۸ نقطه روی محیط مربع و به فاصله x از نقطه O وجود دارد؟

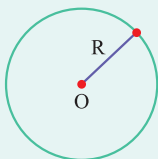
$$\begin{aligned} & 3 \quad (2) \\ & \sqrt{13} \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2/5 \quad (1) \\ & \sqrt{6} \quad (3) \end{aligned}$$

پاسخ: گزینه ۲

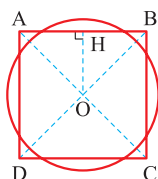
درس Box

(۱) همه نقاطی از صفحه، که از نقطه O واقع در آن صفحه، به فاصله R هستند، روی دایره‌ای به مرکز O و شعاع R واقع‌اند.



(۲) طول قطر مربعی به ضلع a، برابر است با $a\sqrt{2}$.

گام اول: باید دایره‌ای به مرکز O و شعاع x دقیقاً ۸ نقطه مشترک با محیط مربع داشته باشد، پس مطابق شکل داریم:



$$OH < x < OA \quad (*)$$

گام دوم: از آنجا که OH نصف طول ضلع مربع و OA نصف طول قطر آن است از (*) نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{5}{2} < x < \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

بنابراین گزینه (۲) درست است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

از نقطه O ، محل تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC که درون این مثلث قرار دارد، عمودهایی بر اضلاع آن رسم می‌کنیم تا اضلاع AB ، AC و BC را به ترتیب در نقاط D ، E و F قطع کنند. نقطه O چه نقطه‌ای برای مثلث DEF است؟

(۲) محل تلاقی عمودمنصف‌ها

(۱) محل تلاقی ارتفاع‌ها

(۴) محل تلاقی میانه‌ها

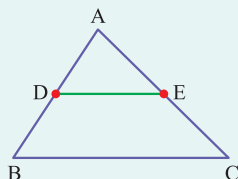
(۳) محل تلاقی نیمسازهای داخلی

پاسخ: گزینه ۱

درس Box

(۱) ارتفاع‌ها، میانه‌ها، نیمسازهای داخلی و عمودمنصف‌های هر مثلث، هم‌رس هستند.

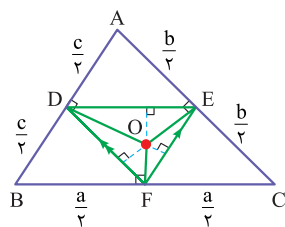
(۲) عکس قضیه تالس: مطابق شکل، در مثلث ABC ، اگر نقاط D و E را روی AB و AC طوری در نظر بگیریم که، $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$ آن‌گاه DE با BC موازی است.



نتیجه پاره‌خطی که وسط‌های دو ضلع یک مثلث را به هم وصل کند، با ضلع سوم آن مثلث، موازی است.

گام اول: چون O محل تلاقی عمودمنصف‌های مثلث ABC است و OD ، OE و OF بر اضلاع مثلث ABC عمود هستند، پس نقاط D ، E و F به ترتیب وسط اضلاع AB ، AC و BC قرار دارند.

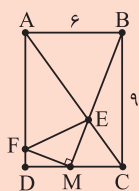
پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام دوم: D و E وسط‌های اضلاع AB و AC هستند، پس $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} = 1$ و طبق عکس قضیه تالس، DE با BC موازی است، به همین ترتیب DF با AC و EF با AB موازی است، یعنی مثلث DEF ، مثلی است که وسط‌های اضلاع مثلث ABC را به هم وصل کرده، پس اضلاع مثلث DEF نظیر به نظیر موازی اضلاع مثلث ABC هستند.

گام سوم: در نتیجه عمود بر DE ، OE عمود بر DF و OD عمود بر EF است، یعنی پاره‌خط‌های OD ، OE و OF روی ارتفاع‌های مثلث DEF واقع‌اند و O محل تلاقی ارتفاع‌های این مثلث است.

مطابق شکل، طول و عرض مستطیل ABCD به ترتیب ۹ و ۶ است. اگر M وسط CD و MF بر BM عمود باشد،



آن گاه اندازه EF کدام است؟

(۱) $\sqrt{10}$

(۲) $2\sqrt{3}$

(۳) $2\sqrt{5}$

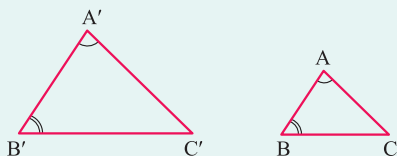
(۴) $3\sqrt{2}$

مشاوره از موضوع «تشابه مثلث‌ها»، هر سال در کنکور سؤال داریم و در بسیاری مواقع، این سؤال‌ها، سؤال‌های ساده‌ای نیستند، پس این موضوع را خیلی تمرین کنید.

پاسخ: گزینه ۳

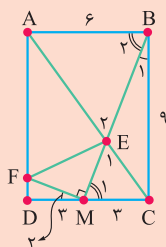
درس Box

اگر دو زاویه از یک مثلث، با دو زاویه از مثلث دیگری برابر باشد، آن گاه آن دو مثلث با هم متشابه‌اند.



$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{A}' \\ \hat{B} = \hat{B}' \end{cases} \Rightarrow \hat{C} = \hat{C}', \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$$

گام اول: در مثلث قائم‌الزاویه BCM، بنا بر رابطه فیثاغورس داریم $BM = \sqrt{9^2 - 6^2} = 3\sqrt{5}$.



گام دوم: از آن جا که دو زاویه E_1 و E_2 متقابل به رأس هستند $\hat{E}_1 = \hat{E}_2$ و به دلیل قضیه موازی - مورب داریم $\hat{B}_2 = \hat{M}_1$ ؛ بنابراین دو مثلث AEB و CEM بنا به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند، پس داریم:

$$\frac{BE}{EM} = \frac{AB}{MC} \Rightarrow \frac{BE}{EM} = \frac{6}{3} \Rightarrow BE = 2EM \Rightarrow EM = \sqrt{5}$$

گام سوم: دقت کنید که:

$$\begin{cases} \hat{B}_1 + \hat{M}_1 = 90^\circ \\ \hat{M}_1 + \hat{M}_2 = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{M}_2$$

ضمن آن که $\hat{FDM} = \hat{BCM} = 90^\circ$ ، پس داریم $\triangle FDM \sim \triangle BMC$ ؛ بنابراین:

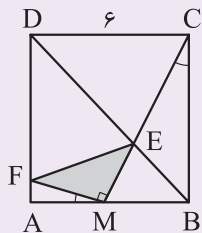
$$\frac{FM}{BM} = \frac{DM}{BC} \Rightarrow \frac{FM}{3\sqrt{5}} = \frac{3}{9} \Rightarrow FM = \sqrt{5}$$

گام چهارم: بنا به قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه FME، داریم:

$$EF^2 = FM^2 + EM^2 \Rightarrow EF^2 = 5 + 5 \Rightarrow EF = \sqrt{10} = 2\sqrt{5}$$

در مربع شکل زیر، نقطه M وسط ضلع AB و $\widehat{BCE} = \widehat{AMF}$ است. مساحت مثلث سایه خورده کدام است؟

(سوال ۲۸ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ - نوبت اول)



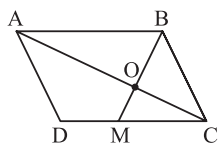
۴ / ۷۵ (۱)

۴ / ۲۵ (۲)

۳ / ۷۵ (۳)

۳ / ۲۵ (۴)

در متوازی الاضلاع شکل زیر، اگر مساحت مثلث‌های OCM و OAB به ترتیب ۱ و ۹ باشد، آن‌گاه مساحت چهارضلعی OADM کدام است؟ **۲۴**



کدام است؟

۱۴ (۱)

۱۲ (۲)

۱۵ (۳)

۱۱ (۴)

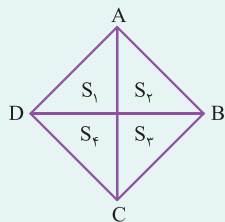
پاسخ: گزینه ۴

از A به M وصل کنید.

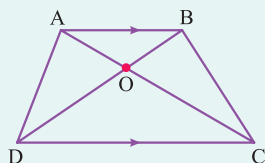
Hint

درس Box

(۱) مطابق شکل، اگر قطرهای چهارضلعی محدب ABCD را رسم کنیم، بین مساحت‌های چهار مثلث ایجادشده، رابطه $S_1 \times S_3 = S_2 \times S_4$ برقرار است.

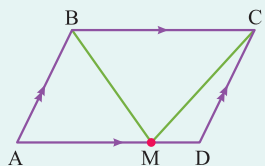


(۲) اگر مطابق شکل، قطرهای دوزنقه ABCD را رسم کنیم، آن‌گاه:



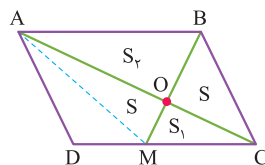
$$S_{OAD} = S_{OBC}$$

(۳) مطابق شکل، اگر نقطه دلخواه واقع بر ضلع AD از متوازی الاضلاع ABCD باشد، آن‌گاه:



$$S_{MBC} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ **گام اول:** از A به M وصل می‌کنیم، با توجه به درس باکس، در دوزنقه ABCM داریم:

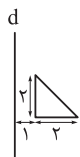


$$S_1 \times S_2 = S_{AOM} \times S_{BOC} \Rightarrow 1 \times 9 = S^2 \Rightarrow S = 3$$

گام دوم: مساحت مثلث ABM، نصف مساحت متوازی الاضلاع است:

$$S_{ABM} = 9 + 3 = 12 \Rightarrow S_{ABCD} = 24 \Rightarrow S_{ADC} = \frac{24}{2} = 12 \Rightarrow S_{AOMD} = 12 - S_1 = 12 - 1 = 11$$

مطابق شکل، حجم حاصل از دوران مثلث قائم الزاویه، حول خط d کدام است؟



$$(۱) ۶\pi$$

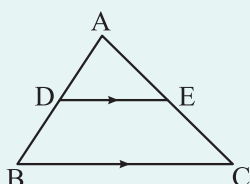
$$(۲) \frac{۲۰\pi}{۳}$$

$$(۳) \frac{۱۶\pi}{۳}$$

$$(۴) \frac{۱۷\pi}{۳}$$

پاسخ: گزینه ۲

درس Box



(۱) در شکل زیر DE با BC موازی است، داریم:

(الف) $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ (قضیه تالس در مثلث ABC)

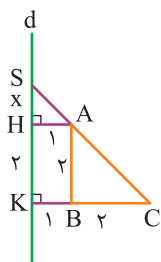
(ب) $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$ (تعمیم قضیه تالس در مثلث ABC)

(۲) حجم مخروطی به شعاع قاعده r و ارتفاع h برابر است با: $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

(۳) حجم استوانه‌ای به شعاع قاعده r و ارتفاع h برابر است با: $\pi r^2 h$.

گام اول: با توجه به شکل، بنا به تعمیم قضیه تالس در مثلث SKC داریم:

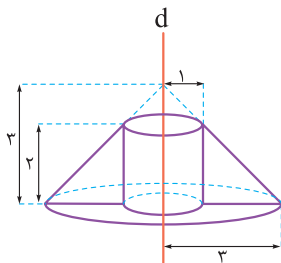
پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$\frac{SH}{SK} = \frac{AH}{CK} \Rightarrow \frac{x}{x+2} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3x = x+2 \Rightarrow x=1$$

گام دوم: همان‌طور که می‌بینید شکل حاصل از این دوران، یک مخروط ناقص است که یک استوانه از داخل آن خالی شده است

با توجه به شکل داریم:



$$\text{مخروط بزرگ} = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 3 = 9\pi$$

$$\text{مخروط کوچک} = \frac{1}{3} \times \pi \times 1^2 \times 1 = \frac{\pi}{3}$$

گام سوم: حالا می‌توانیم حجم مخروط ناقص را حساب کنیم:

$$\text{مخروط ناقص} = V_{\text{مخروط بزرگ}} - V_{\text{مخروط کوچک}} = 9\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{26\pi}{3}$$

گام چهارم: حجم استوانه را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{استوانه توخالی} = \pi \times 1^2 \times 2 = 2\pi$$

بنابراین:

$$\text{حجم مورد نظر} = V_{\text{مخروط ناقص}} - V_{\text{استوانه توخالی}} = \frac{26\pi}{3} - 2\pi = \frac{20\pi}{3}$$

در دوزنقه قائم‌الزاویه $ABCD$ ، طول قاعده‌ها $AB = 3$ و $CD = 5$ است. اگر طول ساق مایل $BC = 8$ باشد، وضعیت دایره‌ای به قطر BC با ساق قائم چگونه است؟

- (۲) بدون نقطه مشترک
(۴) بستگی به طول ساق قائم دارد.

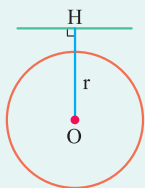
- (۱) مماس
(۳) متقاطع

مشاوره با یک سؤال ترکیبی از «وضعیت نسبی خط و دایره» و «قضیه میان خط در دوزنقه» مواجه هستیم. توجه کنید که طرح سؤال‌های ترکیبی، در سؤال‌های هندسه کنکور، بسیار رایج است.

پاسخ: گزینه ۱

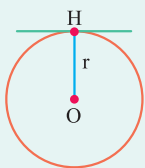
درس‌Box

(۱) وضعیت نسبی خط و دایره، از مقایسه شعاع دایره با فاصله مرکز دایره تا آن خط معلوم می‌شود.



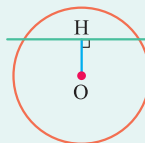
$$OH > r$$

خط و دایره فاقد نقطه مشترک‌اند.



$$OH = r$$

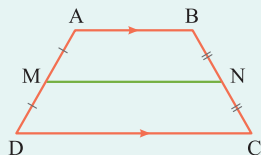
خط و دایره بر هم مماس‌اند (فقط یک نقطه مشترک دارند).



$$OH < r$$

خط و دایره متقاطع‌اند (دارای دو نقطه مشترک‌اند).

(۲) قضیه میان خط در دوزنقه: اگر وسط‌های ساق‌های یک دوزنقه را به هم وصل کنیم، پاره خط حاصل با قاعده‌های دوزنقه موازی بوده و طول آن، میانگین طول‌های قاعده‌های دوزنقه است.

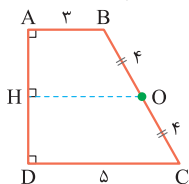


$$MN \parallel AB \parallel CD, \quad MN = \frac{AB + CD}{2}$$

گام اول: مرکز دایره‌ای به قطر BC ، نقطه O وسط BC است و شعاع آن برابر است با $r = \frac{1}{2}BC = 4$.

گام دوم: برای بررسی وضعیت این دایره با خط AD ، باید فاصله O را از AD به دست آورده و با شعاع دایره مقایسه کنیم.

گام سوم: اگر از وسط BC عمودی بر ساق AD رسم کنیم، آن‌گاه پای عمود (نقطه H) وسط AD است و داریم:



$$OH = \frac{AB + CD}{2} = 4$$

پس فاصله مرکز دایره تا خط AD با شعاع دایره برابر است و دایره به قطر BC بر خط AD مماس است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

دو دایره C_1 و C_2 با شعاع‌های ۱ و ۳، مماس خارج‌اند و خط d ، مماس مشترک خارجی آن‌هاست. بازتاب دایره C_2 را نسبت به خط d به دست آورده و C'_2 می‌نامیم. طول خط‌المركزین دو دایره C_1 و C'_2 کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{7}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $2\sqrt{6}$ (۴) ۴

پاسخ: گزینه ۱

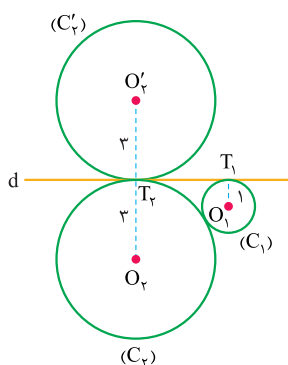
درس‌Box

(۱) در دو دایره مماس خارج، طول خط‌المركزین، برابر است با مجموع طول شعاع‌های دو دایره.

(۲) اگر دو دایره $C_1(O_1, R_1)$ و $C_2(O_2, R_2)$ دارای مماس مشترک داخلی باشند، طول مماس مشترک داخلی آن‌ها $\sqrt{O_1O_2^2 - (R_1 + R_2)^2}$ و اگر مماس مشترک خارجی باشند، طول مماس مشترک خارجی آن‌ها $\sqrt{O_1O_2^2 - (R_1 - R_2)^2}$ است. (۳) بازتاب، یک تبدیل طولی است، پس تصویر هر دایره در یک بازتاب، دایره‌ای است که شعاع آن با دایره اصلی برابر است.

گام اول: شکل مناسب را رسم می‌کنیم. با توجه به درس‌باکس، طول مماس مشترک خارجی دو دایره C_1 و C_2 برابر است با:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$T_1T_2 = \sqrt{O_1O_2^2 - (R_1 - R_2)^2} \Rightarrow T_1T_2 = \sqrt{(1+3)^2 - (1-3)^2} = 2\sqrt{3}$$

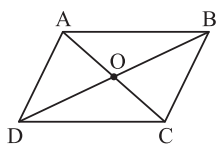
گام دوم: همان‌طور که در شکل می‌بینید، T_1T_2 ، مماس مشترک داخلی دو دایره C_1 و C'_2 است، پس:

$$T_1T_2 = \sqrt{O_1O'_2^2 - (R_1 + R'_2)^2}$$

$$2\sqrt{3} = \sqrt{O_1O'_2^2 - (1+3)^2} \Rightarrow 12 = O_1O'_2^2 - 16$$

$$\Rightarrow O_1O'_2^2 = 28 \Rightarrow O_1O'_2 = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

در شکل زیر، چهار ضلعی ABCD متوازی الاضلاع است. با کدام تبدیل نمی توان ضلع AB را بر ضلع CD تصویر کرد؟



(۱) انتقال

(۲) دوران

(۳) تجانس مستقیم

(۴) تجانس معکوس

پاسخ: گزینه ۳

چون AB و CD موازی و هم اندازه اند، پس تبدیلی می تواند ضلع AB را بر ضلع CD تصویر کند که شیب خطها را حفظ کرده و طولی باشد.

Hint

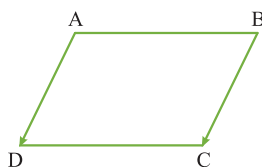
درس Box

(۱) بازتاب، انتقال و دوران تبدیلی هایی طولی هستند. تجانس فقط در صورتی که نسبت تجانس برابر ۱ یا -۱ باشد، طولی است.
(۲) انتقال و تجانس همواره شیب خطها را حفظ می کنند. دوران در حالتی که زاویه دوران مضرب 180° باشد و بازتاب در صورتی که محور بازتاب موازی با خط و یا عمود بر آن باشد، شیب خطها را ثابت نگه می دارند.

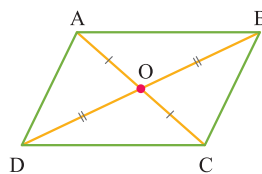
بررسی گزینه ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه (۱): در متوازی الاضلاع، اضلاع مقابل دوه دو موازی و مساوی یکدیگرند، پس در صورتی که متوازی الاضلاع ABCD با بردار $\overrightarrow{AD}$ یا $\overrightarrow{BC}$ انتقال یابد، ضلع AB بر ضلع CD منطبق می شود:



گزینه (۲): در متوازی الاضلاع، قطرهای منصف یکدیگرند، یعنی مطابق شکل $OA = OC$ و $OB = OD$ است، پس با دوران به مرکز O و تحت زاویه 180° ، ضلع AB بر ضلع CD منطبق می شود:



گزینه (۳): تجانس مستقیم تنها در صورتی طولی است که نسبت تجانس برابر ۱ باشد. از طرفی در تجانس با نسبت $k = 1$ ، هر باره خط بر خودش تصویر می شود، پس با توجه به مساوی بودن اندازه های اضلاع AB و CD، هیچ گاه در یک تجانس مستقیم، نمی توان ضلع AB را بر ضلع CD تصویر کرد.

گزینه (۴): تجانس با نسبت $k = -1$ ، دقیقاً معادل دوران 180° است، پس با تجانس معکوس به مرکز O و نسب $k = -1$ ، می توان ضلع AB را بر ضلع CD تصویر نمود.



در مثلث ABC ، طول ضلع AB برابر با ۱۲ و نقطه M وسط آن است. نیمساز زاویه AMC ، را رسم می‌کنیم تا AC را در نقطه D قطع کند. سپس از M عمودی بر MD رسم می‌کنیم تا BC را در E قطع کند. اگر $BC = ۸$ و $CE = ۶$ ، آن گاه طول پاره خط DE کدام است؟

$$۹ \quad (۲)$$

$$۶ \quad (۱)$$

$$۵/۵ \quad (۴)$$

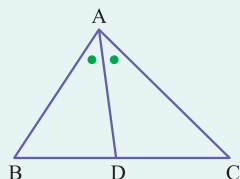
$$۴/۵ \quad (۳)$$

مشاوره این سؤال، مشابه سؤال ۳۰ کنکور ریاضی تیرماه ۱۴۰۳ طراحی شده است.

پاسخ: گزینه ۲

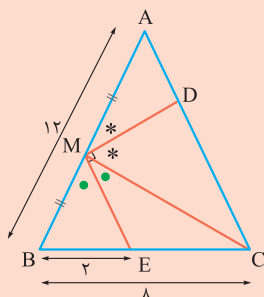
درس: Box

قضیه نیمساز داخلی: مطابق شکل، اگر در مثلث ABC ، نیمساز زاویه داخلی A ، ضلع BC را در D قطع کند، آن گاه داریم:



$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$$

گام اول: می‌دانیم نیمسازهای دو زاویه BMC و AMC بر یکدیگر عمودند، پس ME نیمساز زاویه BMC است:



گام دوم: در مثلث BMC ، پاره خط ME نیمساز زاویه داخلی M است، پس داریم:

$$\frac{BE}{CE} = \frac{MB}{MC} \xrightarrow{MB=MA} \frac{BE}{CE} = \frac{MA}{MC} \quad (۱)$$

گام سوم: در مثلث AMC ، پاره خط MD نیمساز زاویه داخلی M است و داریم:

$$\frac{AD}{CD} = \frac{MA}{MC} \quad (۲)$$

گام چهارم: از رابطه‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$\frac{AD}{CD} = \frac{BE}{CE} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} DE \parallel AB$$

از این که $DE \parallel AB$ ، بنا بر تعمیم قضیه تالس خواهیم داشت:

$$\frac{DE}{AB} = \frac{CE}{BC} \Rightarrow \frac{DE}{12} = \frac{6}{8} \Rightarrow DE = 9$$

در مثلث ABC ، $BC = ۱۰$ ، نقطه D وسط BC و DE و DF به ترتیب نیمساز زوایای ADC و ADB هستند. اگر $AF = ۱۲\sqrt{۲}$ و $BF = ۳\sqrt{۲}$ باشد، طول نیمساز DE کدام است؟ (سؤال ۳۰ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ - نوبت دوم)

$$۶ \quad (۲)$$

$$۳ \quad (۱)$$

$$۲\sqrt{۷} \quad (۴)$$

$$\sqrt{۷} \quad (۳)$$

ریاضیات

۳۰. در مثلث ABC ، دایره محاطی خارجی نظیر ضلع $BC = 7$ در دو نقطه T و T' به ترتیب بر امتداد اضلاع $AB = 4$ و $AC = 5$ مماس است. مساحت مثلث ATT' چند برابر $\sqrt{6}$ است؟

$$12/6 \quad (2)$$

$$12/8 \quad (1)$$

$$12/2 \quad (4)$$

$$12/4 \quad (3)$$

مشاوره بایک سؤال ترکیبی از فصل اول و فصل سوم هندسه (۲) مواجهیم.

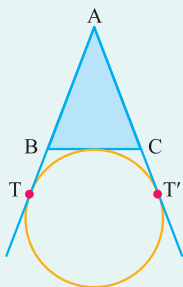
پاسخ: گزینه ۱

$$S_{ATT'} = \frac{1}{2} AT \times AT' \times \sin \hat{A}$$

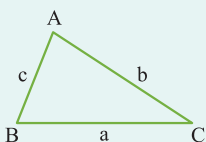
Hint

درس Box

(۱) مطابق شکل، اگر دایره محاطی نظیر ضلع BC در مثلث ABC ، در نقاط T و T' بر امتداد اضلاع AB و AC مماس باشد، آن گاه $AT = AT' = P$ (نصف محیط مثلث ABC)



(۲) قضیه کسینوسها: مطابق شکل، در مثلث ABC ، داریم:

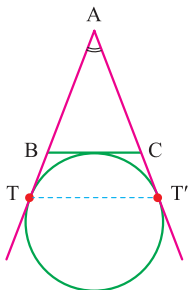


$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \\ b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos \hat{B} \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C} \end{cases}$$

(۳) رابطه سینوسی مساحت مثلث: در شکل بالا داریم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A} = \frac{1}{2} ca \sin \hat{B} = \frac{1}{2} ab \sin \hat{C}$$

گام اول: طول مماس‌هایی که از رأس A بر دایره محاطی خارجی نظیر ضلع BC رسم می‌شود، برابر با نصف محیط مثلث ABC است، پس در شکل فرضی مقابل داریم:



$$AT = AT' = \frac{AB + BC + AC}{2} = \frac{4 + 7 + 5}{2} = 8$$

گام دوم: بنابر قضیه کسینوسها در مثلث ABC ، داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A} \Rightarrow 49 = 16 + 25 - 2 \times 4 \times 5 \cos \hat{A} \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{-1}{5}$$

$$\Rightarrow \sin \hat{A} = \sqrt{1 - \cos^2 \hat{A}} = \sqrt{1 - \frac{1}{25}} = \frac{\sqrt{24}}{5} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

گام سوم: برای محاسبه مساحت مثلث ATT' ، داریم:

$$S_{ATT'} = \frac{1}{2} AT \times AT' \times \sin \hat{A}$$

$$\Rightarrow S_{ATT'} = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{2\sqrt{6}}{5} = \frac{64}{5} \sqrt{6} = 12/8 \sqrt{6}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۳۱ گزاره $((p \Rightarrow q) \Rightarrow q) \Rightarrow q$ هم‌ارز کدام‌یک از گزاره‌های زیر است؟

$$\sim p \vee \sim q \quad (۱)$$

$$p \vee \sim q \quad (۲)$$

$$\sim p \vee q \quad (۳)$$

$$p \vee q \quad (۴)$$

مشاوره منطق ریاضی با این‌که حجم کمی دارد پای ثابت سؤال‌های کنکور در سال‌های اخیر بوده است. حواستان باشد که سؤال منطق جزء چند سؤال اول است، پس با پاسخ درست به آن روحیه شما هم خوب می‌شود.

پاسخ: گزینه ۲

جدول ارزش گزاره را رسم کن یا این‌که برخی از ردیف‌های جدول را بگیر و رد گزینه کن.

Hint

درس‌Box

ارزش گزاره‌های ترکیبی

ترکیب گزاره‌ها	ریاضی	فارسی	ارزش
ترکیب فصلی	$p \vee q$	p یا q	وقتی درست است که حداقل یکی از گزاره‌های p یا q درست باشد.
ترکیب عطفی	$p \wedge q$	p و q	وقتی درست است که p و q هر دو درست باشند.
ترکیب شرطی	$p \Rightarrow q$	اگر p آن‌گاه q	فقط در حالت «ن $\Rightarrow$ د» نادرست است و در بقیه حالت‌ها درست است.
ترکیب دوشروطی	$p \Leftrightarrow q$	p اگر و فقط اگر q	وقتی درست است که p و q هم‌ارز باشند.
نقیض	$\sim p$	نقیض p	ارزش آن برعکس p است.

هم‌ارزی‌های مهم

اسم قانون	مجموعه	گزاره
قوانین شرکت‌پذیری	$\begin{cases} A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C \end{cases}$	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$ $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$
قوانین پخش (عکس آن فاکتورگیری)	$\begin{cases} \overline{A \cup (B \cap C)} = (\overline{A \cup B}) \cap (\overline{A \cup C}) \\ \overline{A \cap (B \cup C)} = (\overline{A \cap B}) \cup (\overline{A \cap C}) \end{cases}$ فاکتور	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
قوانین زیرمجموعه	$\begin{aligned} A \subseteq B &\begin{cases} \rightarrow A \cup B = B \\ \rightarrow A \cap B = A \\ \rightarrow A - B = \emptyset \end{cases} \\ &\text{(تمامی روابط دوطرفه هستند.)} \end{aligned}$	-
قوانین دمورگان	$\begin{cases} (A \cup B)' = A' \cap B' \\ (A \cap B)' = A' \cup B' \end{cases}$	$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$ $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$
قانون تبدیل تفاضل به اشتراک	$A - B = A \cap B'$	-
قوانین جذب	$\begin{cases} \overline{A \cup (A \cap B)} = A & (\text{چون } A \cap B \subseteq A) \\ \overline{A \cap (A \cup B)} = A & (\text{چون } A \subseteq A \cup B) \end{cases}$	$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$
ترکیب شرطی	-	$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$
مقدماتی	$\begin{aligned} A \cup A' &= U & A \cup U &= U & A \cup \emptyset &= A \\ A \cap A' &= \emptyset & A \cap U &= A & A \cap \emptyset &= \emptyset \end{aligned}$	$\begin{aligned} p \vee \sim p &\equiv T & p \vee T &\equiv T & p \vee F &\equiv p \\ p \wedge \sim p &\equiv F & p \wedge T &\equiv p & p \wedge F &\equiv F \end{aligned}$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: جدول ارزش را رسم می‌کنیم:

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \Rightarrow q$	$((p \Rightarrow q) \Rightarrow q) \Rightarrow q$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	د	د
ن	ن	د	ن	د

گام دوم: ستون سوم و پنجم یکسان هستند، پس گزاره داده شده با $p \Rightarrow q$ هم‌ارز است، از طرفی طبق هم‌ارزی ترکیب شرطی:

$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

(سؤال ۴ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)

گزاره $(p \wedge q) \Rightarrow r$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟

$$r \Rightarrow (\sim p \Rightarrow \sim q) \quad (۲)$$

$$\sim r \Rightarrow (p \Rightarrow q) \quad (۴)$$

$$p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q) \quad (۱)$$

$$\sim p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q) \quad (۳)$$



ریاضیات

۳۲

مجموعه‌های ناتهی $X = (A - B)' \cap (B \cap A)$ و $Y = (A' - B)'$ به صورتی هستند که $X \times Y = Y \times X$. کدام

نتیجه‌گیری الزاماً درست است؟

$$A \cap B = \emptyset \quad (۲)$$

$$A = B \quad (۱)$$

$$B = U \text{ یا } A = U \quad (۴)$$

$$B = \emptyset \text{ یا } A = \emptyset \quad (۳)$$

مشاوره سؤال ترکیبی خوب از جبر مجموعه‌ها و ضرب دکارتی. شبیه این سؤال را در آینده خواهید دید.

پاسخ: گزینه ۱

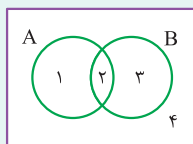
با نمودار ون یا جبر مجموعه‌ها حاصل X و Y رو به دست بیار و بعد، از این که اگر X و Y ناتهی بوده و $X \times Y = Y \times X$ باشد، نتیجه‌گیری $X = Y$.

Hint

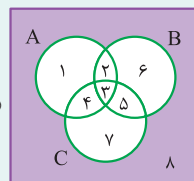
درس‌Box

روش شماره‌گذاری برای به دست آوردن عبارت‌های مجموعه‌ای:

و اگر سه مجموعه داشته باشیم شکلی به صورت



اگر دو مجموعه داشته باشیم شکلی به صورت



رسم کرده و نواحی را شماره‌گذاری می‌کنیم.

مدل اول: اگر بخواهیم حاصل مجموعه داده شده را به دست آوریم با توجه به نمودار بررسی می‌کنیم که مجموعه داده شده شامل کدام نواحی می‌شود و آن مجموعه با کدام گزینه برابر است.

مدل دوم: اگر تساوی یک مجموعه‌ای داشته باشیم نواحی هر کدام را از دو طرف مشخص می‌کنیم. دقت می‌کنیم که نواحی که فقط در یک طرف تساوی هستند، تهی باید باشند. به زبان دیگر نواحی مشترک را کنار می‌گذاریم، سایر نواحی $\emptyset$ باید باشند.

تعریف ضرب دکارتی و ویژگی‌های آن:

$A \times B$ شامل تمام زوج‌های مرتبی است که مؤلفه اول آن‌ها عضو A و مؤلفه دوم آن‌ها عضو B باشد. اگر A دارای m و B دارای n عضو باشد، $A \times B$ دارای $m \times n$ عضو است.

خواص ضرب دکارتی:

$$۱) A \times \emptyset = \emptyset \times A = \emptyset$$

$$۲) A \times A = A^2$$

۳) ضرب دکارتی روی $\cup$ و $\cap$ و - خاصیت پخشی دارد، یعنی:

$$\bullet A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

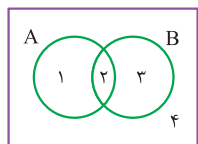
$$\bullet A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$$

$$\bullet A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$$

۴) ضرب دکارتی برای مجموعه‌های ناتهی و متمایز خاصیت جابه‌جایی ندارد؛ یعنی در حالت کلی $A \times B \neq B \times A$ ؛ اما اگر A و B ناتهی باشند، از تساوی $A \times B = B \times A$ نتیجه می‌شود $A = B$.

گام اول: با نمودار ون حاصل X را به دست می‌آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$(A - B)' \cap (B \cap A) = \{2\}' \cap \{2\} = \{2, 3, 4\} \cap \{2\} = \{2\} = A \cap B$$

پایه دوازدهم ریاضی

چهاردهم فروردین ماه ۱۴۰۵

مرحله پانزدهم

۳۶

گام دوم: با جبر مجموعه‌ها (یا نمودار ون) Y را هم محاسبه می‌کنیم:

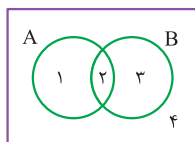
$$(A' - B)' = (A' \cap B')' = A \cup B = \{1, 2, 3\}$$

گام سوم: از قضیه داریم:

$$X \times Y = Y \times X \xrightarrow{X, Y \neq \emptyset} X = Y$$

پس $A \cup B = A \cap B$ است.

گام چهارم: دو مجموعه A و B داریم که اجتماع آن‌ها با اشتراک آن‌ها مساوی شده است. پس طبق روش شماره‌گذاری داریم:



$$A \cup B = A \cap B$$

$$\{1, 2, 3\} = \{2\}$$

در ناحیه (۱) و (۳) عضوی نمی‌تواند وجود داشته باشد، چون در غیر این صورت $A \cup B = A \cap B$ نمی‌شود، پس نتیجه می‌شود نواحی (۱) و (۳) تهی بوده و $A = B$.

ریاضیات

۳۳

۶ نفر شامل A و B به چند طریق ممکن است در یک صف بایستند به طوری که A نفر i ام و B نفر j ام صف بوده، i

فرد و j زوج باشد؟

۱۲۰ (۱)

۱۸۰ (۲)

۲۴۰ (۳)

۲۱۶ (۴)

مشاوره روی این تیپ ترکیبی از انتخاب و جایگشت خیلی کار کنید. به مفهوم اصل ضرب توجه کنید. مرحله به مرحله جلو می‌رویم و تعداد حالت‌ها را در هم ضرب می‌کنیم تا کار تمام شود.

پاسخ: گزینه ۴

اول یک شماره فرد برای A و بعد شماره زوج برای B انتخاب کن و بعد جایگشت بقیه افراد را ضرب کن.

Hint

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در بین شماره‌های ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶، سه شماره زوج و سه شماره فرد داریم. ابتدا به $\binom{3}{1}$ روش، یک شماره فرد در نظر گرفته و A را در آن قرار می‌دهیم.

گام دوم: به $\binom{3}{1}$ روش یک شماره زوج انتخاب می‌کنیم و B را در آن قرار می‌دهیم.

گام سوم: ۴ نفر باقی‌مانده به ۴! روش ممکن است در ۴ مکان باقی‌مانده قرار بگیرند.

گام چهارم: طبق اصل ضرب تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$\binom{3}{1} \times \binom{3}{1} \times 4! = 3 \times 3 \times 24 = 216$$



ریاضیات

۳۴

مجموعه مرجع برابر با مجموعه اعداد طبیعی یک‌رقمی بوده و B مجموعه‌ای ۵ عضوی است. چند مجموعه مثل C وجود دارد به طوری که $B \cap C$ دارای تعدادی فردی عضو باشد؟

(۱) ۶۴

(۲) ۲۴۰

(۳) ۲۵۶

(۴) ۳۲۰

مشاوره این سؤال مشابه یکی از سؤال‌های مرحله اول المپیاد بوده است. در سال‌های اخیر حضور سؤال‌های کمی تا قسمتی المپیادی در کنکور پررنگ شده است.

پاسخ: گزینه ۳

مجموعه C یک قسمت مشترک فرد عضوی با B و یک قسمت غیرمشترک با B دارد.

Hint

درس‌Box

تعداد زیرمجموعه‌ها:

فرض می‌کنیم مجموعه A دارای n عضو باشد. تعداد زیرمجموعه‌ها با شرایط خاص از روابط زیر به دست می‌آید:

تعداد کل زیرمجموعه‌ها	زیرمجموعه‌های ناتمامی	زیرمجموعه‌های غیرخودش (سره)	زیرمجموعه‌های شامل k عضو خاص (فاقد k عضو خاص)	زیرمجموعه‌های k عضوی
2^n	$2^n - 1$	$2^n - 1$	2^{n-k}	$\binom{n}{k}$

زیرمجموعه‌های k عضوی شامل x عضو خاص	زیرمجموعه‌های k عضوی فاقد x عضو خاص
$\binom{n-x}{k-x}$	$\binom{n-x}{k}$

گام اول: فرض کنید $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ باشد. مجموعه C با B یا در یک عضو مشترک است یا در ۳ عضو و یا در ۵ عضو، پس مجموعه $B \cap C$ به $\binom{5}{1} + \binom{5}{3} + \binom{5}{5} = 16$ حالت ممکن است انتخاب شود.

گام دوم: اعداد ۶, ۷, ۸, ۹ ممکن است عضو C باشند یا نباشند، پس هر کدام ۲ حالت دارند، بنابراین تعداد زیرمجموعه‌های C برابر است با:

$$16 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^8 = 256$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۳۵ فضای نمونه یک آزمایش تصادفی به صورت $S = \{a, b, c, d, e, f\}$ است. احتمال رخ دادن a یا b برابر $\frac{1}{4}$ است، ولی

احتمال آن که e و f هیچ کدام رخ ندهند برابر $\frac{4}{5}$ است. احتمال رخ دادن پیشامد $\{a, b, e, f\}$ چه قدر است؟

$$\frac{3}{5} \quad (۴)$$

$$\frac{11}{20} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{9}{20} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

$$P(\{a, b\}) + P(\{c, d\}) = \frac{4}{5}$$

Hint

درس Box

نکته

اگر احتمال رخ دادن حداقل دو عضو فضای نمونه متفاوت باشد، می‌گوییم فضای نمونه غیرهم‌شانس است.

در فضای نمونه غیرهم‌شانس S داریم:

S	S_1	S_2	$\dots$	S_n
احتمال	$P(S_1)$	$P(S_2)$	$\dots$	$P(S_n)$

$$۱) \text{ جمع احتمالات } \Rightarrow P(S_1) + \dots + P(S_n) = ۱$$

$$۲) \underbrace{P(\{S_1, S_2\})}_{\text{احتمال } S_1 \text{ یا } S_2} = P(S_1) + P(S_2)$$

$$۳) P(S_1) = ۱ - P(\text{بقیه}) \text{ یا } P(\{S_1, S_2\}) = ۱ - P(\text{بقیه})$$

$$۴) \underbrace{A \cap B = \emptyset, A \cup B = S}_{\text{A و B یک افراز روی S}} \Rightarrow P(A) + P(B) = ۱$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول:

$$\text{فضای نمونه } S = \{a, b, c, d, e, f\} \quad , \quad P(\{a, b\}) = \frac{1}{4}$$

گام دوم: اگر e و f هیچ کدام رخ ندهد، یکی از d, c, b, a رخ می‌دهد. داریم:

$$P(\{a, b, c, d\}) = \frac{4}{5} \Rightarrow \underbrace{P(\{a, b\})}_{\frac{1}{4}} + P(\{c, d\}) = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow P(\{c, d\}) = \frac{4}{5} - \frac{1}{4} = \frac{11}{20}$$

گام سوم: مجموع احتمالات برابر ۱ است، پس داریم:

$$P(S) = ۱ \Rightarrow P(\{a, b, e, f\}) + P(\{c, d\}) = ۱$$

$$\Rightarrow P(\{a, b, e, f\}) + \frac{11}{20} = ۱$$

$$\Rightarrow P(\{a, b, e, f\}) = \frac{9}{20}$$

ریاضیات

۳۶

احتمال به موقع رسیدن یک ماشین به مقصد برابر $\frac{7}{10}$ است، اما اگر این ماشین در بین راه خراب شده باشد با احتمال $\frac{4}{10}$ به موقع می‌رسد. اگر احتمال خرابی ماشین در راه $\frac{5}{10}$ باشد، احتمال آن که ماشین دیر برسد به شرط آن که بدانیم در راه خراب نشده، چقدر است؟

$$\frac{77}{95} \quad (2)$$

$$\frac{4}{95} \quad (4)$$

$$\frac{27}{95} \quad (1)$$

$$\frac{5}{19} \quad (3)$$

مشاوره از قوانین احتمال معمولاً یک سال در میان سؤال می‌آید. سؤال قانون احتمال ممکن است در قالب مسئله باشد، حواستان باشد پیشامدها را به درستی تعریف کرده و از قوانین احتمال خواسته مسئله را به دست آورید.

پاسخ: گزینه ۱

مسئله $P(A), P(B|A), P(B|A')$ را داده و $P(B'|A')$ را می‌خواهد.

Hint

درس Box

قوانین احتمال

۱	احتمال رخ دادن A یا B	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
۲	احتمال رخداد A و عدم رخداد B	$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$
۳	احتمال آن که A رخ ندهد.	$P(A') = 1 - P(A)$
۴	احتمال آن که فقط یکی از A و B رخ بدهد.	$P(A - B) \cup P(B - A) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$
۵	احتمال آن که نه A رخ بدهد و نه B	$P(A' \cap B') = P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B)$
۶	احتمال آن که حداکثر یکی از A و B رخ بدهد.	$P(A' \cup B') = 1 - P(A \cap B)$
۷	احتمال رخ دادن B به شرط رخ دادن A	$P(B A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$

گام اول: پیشامدهای A و B را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\begin{cases} A = \text{خرابی ماشین} \\ B = \text{به موقع رسیدن} \end{cases} \Rightarrow P(B|A) = \frac{4}{10}, P(A) = \frac{5}{10}, P(B) = \frac{7}{10}$$

گام دوم: از فرمول احتمال شرطی داریم:

به موقع رسیدن

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \Rightarrow \frac{P(B \cap A)}{5/10} = 4/10 \Rightarrow P(B \cap A) = 2/10$$

خرابی ماشین

گام سوم: خواسته مسئله برابر است با:

به موقع نرسیدن

$$P(B'|A') = \frac{P(B' \cap A')}{P(A')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)} = \frac{1 - (7/10 + 5/10 - 2/10)}{1 - 5/10} = \frac{27/100}{50/100} = \frac{27}{95}$$

خراب نشدن

در دو جعبه به ترتیب، ۱۰ و ۱۲ لامپ موجود است. در جعبه اول چهار لامپ و در جعبه دوم ۳ لامپ معیوب است. از هر کدام از جعبه‌ها ۵ لامپ به تصادف انتخاب و در یک جعبه جدید قرار می‌دهیم. اگر لامپ انتخابی از جعبه جدید معیوب باشد، با کدام احتمال این لامپ از جعبه اول درون جعبه جدید قرار گرفته است؟

- (۱) $\frac{1}{40}$ (۲) $\frac{8}{13}$ (۳) $\frac{13}{40}$ (۴) $\frac{5}{13}$

مشاوره کتاب درسی در فصل احتمال تمرین‌های خیلی خوبی دارد که در سال‌های اخیر بارها در کنکور مطرح شده‌اند. این سؤال تبدیل‌یافته یکی از تمرین‌های کتاب درسی به قانون بیز است.

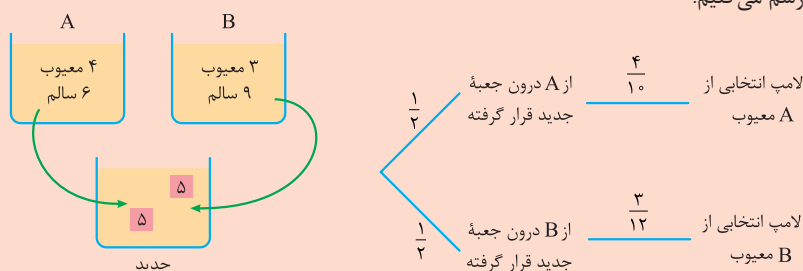
پاسخ: گزینه ۲

Hint

اول احتمال این که لامپ خارج شده از جعبه جدید معیوب باشد رو پیدا کن و بعد از قانون بیز استفاده کن.

گام اول: درون جعبه جدید ۱۰ لامپ داریم که نصف آن‌ها از A و نصف دیگر از B آمده است.

گام دوم: نمودار درختی را رسم می‌کنیم:



گام سوم: از قانون احتمال کل داریم:

$$P(\text{معیوب}) = \frac{1}{2} \times \frac{4}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{12} = \frac{1}{5} + \frac{1}{8} = \frac{13}{40}$$

گام چهارم: از قانون بیز احتمال مطلوب (شاخه A) را در صورت و احتمال کل را در مخرج قرار می‌دهیم:

$$P(A | \text{معیوب}) = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{13}{40}} = \frac{8}{13}$$

دانش‌آموزان دو مدرسه A و B در یک آزمون شرکت کرده‌اند. ۶۰ درصد از دانش‌آموزان مدرسه A و ۷۰ درصد از دانش‌آموزان مدرسه B در آزمون قبول شده‌اند. اگر تعداد دانش‌آموزان مدرسه A، $\frac{3}{4}$ تعداد دانش‌آموزان مدرسه B باشد و فردی به تصادف از قبول‌شدگان انتخاب شود، با کدام احتمال این فرد از مدرسه A است؟

(سؤال ۲۵ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ - نوبت اول)

- (۱) $\frac{9}{16}$ (۲) $\frac{7}{16}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{3}{8}$

در جدول فراوانی داده‌های زیر، میانگین داده‌ها برابر ۹ است، درصد فراوانی نسبی متناظر با داده ۸ کدام است؟

داده	x	۸	x+۷	۶۲/۵ (۲)	۳۱/۲۵ (۱)
فراوانی	۴	x	۷	۵۰ (۴)	۳۲ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

مجموع داده‌ها:

درس: Box

اگر n داده $x_1, x_2, \dots, x_n$ داشته باشیم، مجموع آن داده‌ها را با نماد سیگما (Σ) نمایش می‌دهیم و داریم:

$$\sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

و عبارت $\sum_{i=1}^n x_i$ ، سیگمای i از ۱ تا n ، x_i می‌خوانیم.

میانگین یا متوسط داده‌ها:

میانگین یا متوسط n داده $x_1, x_2, \dots, x_n$ را با نماد $\bar{x}$ نشان می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

میانگین موزون داده‌ها:

اگر n داده $x_1, x_2, \dots, x_n$ داشته باشیم به طوری که هر یک از این داده‌ها به ترتیب دارای فراوانی $f_1, f_2, \dots, f_n$ باشند،

میانگین موزون داده‌ها را با نماد $\bar{x}_w$ یا $\bar{x}_F$ نشان می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_n x_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}$$

اسم	تعریف
f_i = فراوانی	تعداد تکرار داده i ام
$\bar{f}_i$ = فراوانی نسبی	$\bar{f}_i = \frac{\text{فراوانی}}{\text{تعداد کل}}$
درصد فراوانی نسبی	$\bar{f}_i \times 100$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: از فرمول میانگین وزنی داریم:

$$\bar{x} = \frac{4x + 8x + 7x + 49}{4 + x + 7} = \frac{19x + 49}{11 + x} = 9$$

$$\Rightarrow 19x + 49 = 99 + 9x \Rightarrow 10x = 50 \Rightarrow x = 5$$

گام دوم:

$$\text{درصد فراوانی نسبی داده ۸} = \frac{x}{4 + x + 7} = \frac{5}{16} \times 100 = \frac{5}{4} \times 25 = 31/25 \text{ (درصد)}$$

ریاضیات

۳۹

اگر میانگین داده‌های آماری $m - 7$, $t - 5$, $2z - 12$, $y - 1$, $2x - 4$ برابر با ۶ و انحراف معیار آن‌ها برابر با صفر باشد. ضریب تغییرات داده‌های x, y, z, t, m کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{9} \quad (۴)$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{9} \quad (۳)$$

$$\frac{4\sqrt{3}}{9} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{9} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

وقتی $\sigma = 0$ است، یعنی همه داده‌ها برابر هستند.

Hint

درس‌Box

شاخص‌های پراکندگی

توضیح فارسی	فرمول	شاخص
هر داده را منهای میانگین کرده به توان ۲ می‌رسانیم، سپس با هم جمع کرده و تقسیم بر تعداد می‌کنیم. به زبان دیگر واریانس برابر میانگین مربع انحراف از میانگین‌هاست.	$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$ یا $\sigma^2 = \frac{x_1^2 + \dots + x_n^2}{n} - (\bar{x})^2$	واریانس
جذر واریانس است.	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$	انحراف معیار
$\frac{\text{انحراف معیار}}{\text{میانگین}}$	$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$	ضریب تغییرات
اگر اعداد تشکیل دنباله حسابی بدهند، این فرمول راحت‌تر از تعریف واریانس است.	$\sigma^2 = \left(\frac{n^2 - 1}{12}\right)d^2$	واریانس n عدد حسابی با قدرنسبت d

گام اول: انحراف معیار برابر صفر است، پس همه داده‌های اولیه مساوی و برابر ۶ بوده‌اند:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$2x - 4 = y - 1 = 2z - 12 = t - 5 = m - 7 = 6 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 7 \\ z = 9 \\ t = 11 \\ m = 13 \end{cases}$$

گام دوم: داده‌های جدید تشکیل دنباله حسابی می‌دهند. میانگین آن‌ها برابر با عدد وسطی یعنی ۹ است، پس واریانس این داده‌ها برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{(\Delta - 9)^2 + (7 - 9)^2 + (9 - 9)^2 + (11 - 9)^2 + (13 - 9)^2}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

گام سوم: ضریب تغییرات برابر است با:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{8}}{9} = \frac{2\sqrt{2}}{9}$$

ریاضیات

۴۰. اندازه یک نمونه انتخابی از یک جامعه را ۱۰۰ برابر کردیم. طول بازه اطمینان ۹۵ درصد و انحراف معیار برآورد میانگین چه تغییری می کند؟

مشاوره از موضوع بازه اطمینان تا حالا سوالی در کنکور نیامده است، بعید نیست امسال از آن سوال بیاید. حواستان باشد که این موضوع یک فرمول بیشتر ندارد، پس حتماً آن را یاد بگیرید.

- (۱) $\frac{2}{5}$ برابر - $\frac{1}{10}$ برابر
(۲) $\frac{2}{5}$ برابر - 10 برابر
(۳) $\frac{1}{10}$ برابر - تغییری نمی کند.
(۴) $\frac{1}{10}$ برابر - $\frac{1}{10}$ برابر

پاسخ: گزینه ۴

طول بازه اطمینان $\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$ و انحراف معیار برآورد میانگین هم $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ است.

Hint

درس Box

• انحراف معیار برآورد میانگین

از هر نمونه به اندازه n میانگین نمونه $\bar{X}$ به دست می آید. هر میانگین نمونه، برآوردی از میانگین جامعه (یا همان پارامتر جامعه μ) است.

انحراف معیار این برآوردها از رابطه زیر به دست می آید:

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\text{انحراف معیار جامعه}}{\sqrt{\text{اندازه نمونه}}}$$

(دقت کنید در این رابطه تعداد اعضهای جامعه بسیار زیاد است.)

اگر اندازه نمونه k برابر شود، انحراف معیار برآورد میانگین بر $\sqrt{k}$ تقسیم می شود.

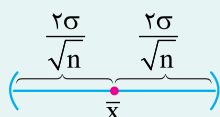
• برآورد بازه ای

برآورد بازه ای یا بازه اطمینان پارامتر جامعه عبارت است از بازه ای عددی برای پارامتر به همراه یک درصد اطمینان که به ضریب اطمینان شهرت دارد.

• برآورد بازه ای برای میانگین جامعه:

اگر نمونه ای تصادفی به اندازه n در اختیار داشته باشیم، با اطمینان بیش از ۹۵٪ می توانیم بگوییم:

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$



که μ میانگین جامعه و σ انحراف معیار جامعه است.

نکته ها:

(۱) وسط بازه اطمینان همان میانگین نمونه ($\bar{X}$) است.

(۲) طول بازه اطمینان برابر با $\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$ است.

(۳) اگر اندازه نمونه k برابر شود طول بازه اطمینان بر $\sqrt{k}$ تقسیم می شود.

گام اول:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\text{طول بازه اطمینان} = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \frac{\text{طول بازه جدید}}{\text{طول بازه قدیم}} = \frac{\frac{4\sigma}{\sqrt{100n}}}{\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{\sqrt{n}}{10\sqrt{n}} = \frac{1}{10}$$

گام دوم:

$$\text{انحراف معیار برآورد میانگین جدید} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \frac{\text{انحراف معیار برآورد میانگین قدیم}}{\text{انحراف معیار برآورد میانگین جدید}} = \frac{\frac{\sigma}{\sqrt{100n}}}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{1}{10}$$

جرم کره زمین، ۱۰ برابر جرم کره مریخ و شعاع آن، ۲ برابر شعاع کره مریخ است. چگالی متوسط کره مریخ چند درصد از چگالی متوسط کره زمین کم تر است؟

۲۵ (۴)

۶۰ (۳)

۴۰ (۲)

۲۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

نسبت جرم به حجم جسم را چگالی می گوئیم.

کارت Box

$$\text{جرم (kg)} \rightarrow \rho = \frac{m}{V} \rightarrow \text{چگالی (kg / m}^3\text{)}$$

حجم کره از رابطه زیر به دست می آید:

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

با استفاده از رابطه چگالی و نوشتن شکل نسبتی آن، نسبت چگالی مریخ به زمین را به دست می آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\frac{\rho_{\text{مریخ}}}{\rho_{\text{زمین}}} = \frac{\frac{m_{\text{مریخ}}}{V_{\text{مریخ}}}}{\frac{m_{\text{زمین}}}{V_{\text{زمین}}}} = \frac{m_{\text{مریخ}} \times V_{\text{زمین}}}{m_{\text{زمین}} \times V_{\text{مریخ}}} \xrightarrow{V = \frac{4}{3} \pi R^3} \frac{\rho_{\text{مریخ}}}{\rho_{\text{زمین}}} = \frac{m_{\text{مریخ}}}{m_{\text{زمین}}} \times \left(\frac{R_{\text{زمین}}}{R_{\text{مریخ}}} \right)^3$$

$$\frac{m_{\text{زمین}} = 10 \times m_{\text{مریخ}}}{R_{\text{زمین}} = 2 R_{\text{مریخ}}} \rightarrow \frac{\rho_{\text{مریخ}}}{\rho_{\text{زمین}}} = \frac{m_{\text{مریخ}}}{10 \times m_{\text{مریخ}}} \times \left(\frac{2 R_{\text{مریخ}}}{R_{\text{مریخ}}} \right)^3 = \frac{1}{10} \times 8 = 0.8 \Rightarrow \rho_{\text{مریخ}} = 0.8 \rho_{\text{زمین}}$$

$$\frac{\rho_{\text{مریخ}} - \rho_{\text{زمین}}}{\rho_{\text{زمین}}} \times 100 = \frac{0.8 \rho_{\text{زمین}} - \rho_{\text{زمین}}}{\rho_{\text{زمین}}} \times 100 = \frac{-0.2 \rho_{\text{زمین}}}{\rho_{\text{زمین}}} \times 100 = -20\%$$

پس چگالی متوسط کره مریخ، ۲۰ درصد از چگالی متوسط کره زمین کم تر است.



در یک ظرف استوانه‌ای به سطح مقطع ۱۵۰ cm^2 ، $۲/۴ \text{ kg}$ روغن ریخته شده است. فشار در کف این ظرف چند

کیلوپاسکال است؟ ($P_0 = ۷۵ \text{ cmHg}$ ، $g = ۱۰ \text{ N/kg}$ و چگالی جیوه $۱۳/۶ \text{ g/cm}^3$ است.)

m

A

۱۰۳/۶ (۲)

۱۰۲/۶ (۱)

۱۱۸ (۴)

۱۱۷ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

فشار کل در کف یک ظرف استوانه‌ای، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P = P_0 + \frac{mg}{A} \quad \text{یا} \quad P_0 + \rho gh$$

P : فشار کل (Pa)

P_0 : فشار جو (Pa)

m : جرم (kg)

g : شتاب گرانش (m/s^2 یا N/kg)

A : مساحت مقطع (m^2)

ρ : چگالی (kg/m^3)

h : ارتفاع مایع (m)

برای تبدیل یکای فشار از cmHg به Pa یا بالعکس، با فرض آن که چگالی جیوه $۱۳/۶ \text{ g/cm}^3$ باشد، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

فشار بر حسب Pa = $۱۳۶۰ \times$ فشار بر حسب cmHg



گام اول: ابتدا با استفاده از نکته انتهای درس باکس، فشار جو را بر حسب پاسکال به دست می‌آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

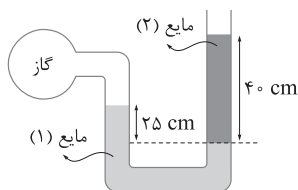
$$P_0 = ۷۵ \text{ cmHg} \xrightarrow{\times ۱۳۶۰} P_0 = ۱۰۲۰۰۰ \text{ Pa}$$

گام دوم: حالا با توجه به فرمول فشار کل، جای‌گذاری مقادیر را انجام داده و فشار کل را به دست می‌آوریم:

$$P = P_0 + \frac{mg}{A} \xrightarrow{\substack{P_0 = ۱۰۲۰۰۰ \text{ Pa}, m = ۲/۴ \text{ kg}, g = ۱۰ \text{ N/kg} \\ A = ۱۵۰ \text{ cm}^2 = ۱۵۰ \times ۱۰^{-۴} \text{ m}^2}} P = ۱۰۲۰۰۰ + \frac{۲/۴ \times ۱۰}{\frac{۱۵۰ \times ۱۰^{-۴}}{۱۶۰۰}} = ۱۰۳۶۰۰ \text{ Pa} \quad \text{یا} \quad ۱۰۳/۶ \text{ kPa}$$



در شکل زیر، اگر چگالی مایع (۱) برابر 4 g/cm^3 و فشار پیمانه‌ای گاز برابر -5 kPa باشد، چگالی مایع (۲) چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



$$1/25 \quad (1)$$

$$3/75 \quad (2)$$

$$1250 \quad (3)$$

$$3750 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۱

درس Box

(۱) اگر یک مایع روی مایع دیگری در حال تعادل قرار گیرد، فشارهای آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

(۲) به اختلاف فشار مطلق گاز (P) و فشار هوای محیط (P_0)، فشار پیمانه‌ای می‌گویند و آن را با نماد P_g نمایش می‌دهند:

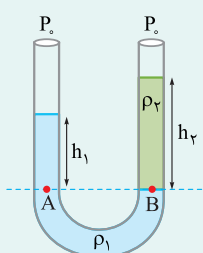
$$\rho: \text{چگالی مایع (kg/m}^3\text{)}$$

$$h: \text{ارتفاع مایع (m)}$$

$$g \approx 10 \text{ N/kg}: \text{شتاب گرانش در سطح زمین}$$

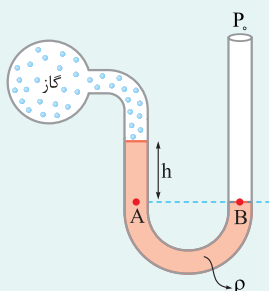
$$P = P_0 + \rho gh \Rightarrow P_g = P - P_0 = \rho gh$$

در لوله‌های U شکل، مطابق شکل زیر، در نقاط هم‌تراز که در یک مایع قرار دارند، فشار برابر است:



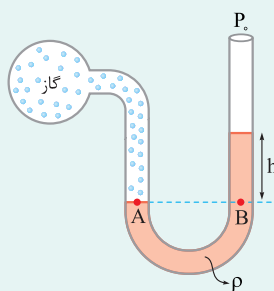
$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 gh_1 + P_0 = \rho_2 gh_2 + P_0 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

وسیله اندازه‌گیری فشار گاز (مانومتر):



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + \rho gh = P_0$$

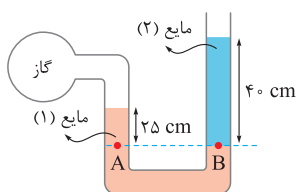
(فشار پیمانه‌ای: $P_{\text{گاز}} - P_0 = -\rho gh$)



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = \rho gh + P_0$$

(فشار پیمانه‌ای: $P_{\text{گاز}} - P_0 = \rho gh$)

گام اول: با توجه به اصل هم‌فشاری و خط‌چین مشخص شده در سؤال عمل می‌کنیم و دو نقطه را مشخص می‌کنیم؛ نقطه A در مایع (۱) و نقطه B در مایع (۲).



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + \rho_1 gh_1 = P_0 + \rho_2 gh_2 \Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 + \rho_1 gh_1 = \rho_2 gh_2$$

$$\Rightarrow P_g + \rho_1 gh_1 = \rho_2 gh_2$$

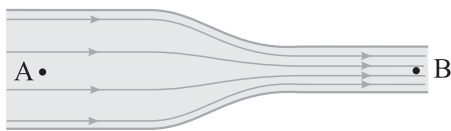
پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: مقادیر داده شده در سؤال را جای گذاری می کنیم.

$$\frac{\rho_1 = 4 \text{ g/cm}^3 = 4000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 10 \text{ N/kg}, \quad h_1 = 25 \text{ cm} = 0.25 \text{ m}}{h_2 = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}, \quad P_g = -5 \text{ kPa}} \rightarrow -5000 + 4000 \times 10 \times 0.25 = \rho_2 \times 10 \times 0.4$$

$$\Rightarrow -5000 + 1000 = 4\rho_2 \Rightarrow \frac{5000}{4} = \rho_2 \Rightarrow \rho_2 = 1250 \text{ kg/m}^3 \text{ یا } 1.25 \text{ g/cm}^3$$

در شکل زیر، آب به صورت پیوسته در لوله جاری است. اگر قطر مقطع لوله در بخش B، ۴۰ درصد کم‌تر از قطر مقطع لوله در بخش A باشد، تندی آب در قسمت B چند برابر تندی آب در قسمت A است؟



$$\frac{25}{9} \text{ (۴)}$$

$$\frac{25}{4} \text{ (۳)}$$

$$\frac{5}{3} \text{ (۲)}$$

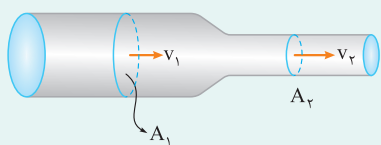
$$\frac{5}{2} \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۴

معادله پیوستگی:

درس Box

همانند شکل زیر، اگر شاره تراکم‌ناپذیری درون لوله با جریان لایه‌ای در حال حرکت باشد، در حالت پایا، آهنگ شارش حجمی شاره از همه مقاطع لوله یکسان است:



$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$v_1 = \text{تندی شاره هنگام عبور از مساحت } A_1 \text{ (m/s)}$$

$$v_2 = \text{تندی شاره هنگام عبور از مساحت } A_2 \text{ (m/s)}$$

اصل برنولی: برای شاره‌ای که به طور لایه‌ای و در امتداد افق حرکت می‌کند، در مسیر حرکت شاره و با افزایش تندی شاره، فشار کاهش می‌یابد.

$$A_2 < A_1 \Rightarrow v_2 > v_1 \Rightarrow P_2 < P_1$$

قطر مقطع لوله در بخش B، ۴۰ درصد کم‌تر از قطر مقطع لوله در بخش A است؛ یعنی:

$$d_B = d_A - \frac{40}{100} d_A = \frac{60}{100} d_A = \frac{3}{5} d_A$$

با استفاده از معادله پیوستگی داریم:

$$A_A v_A = A_B v_B \xrightarrow{A = \pi \frac{d^2}{4}} \pi \frac{d_A^2}{4} \times v_A = \pi \frac{d_B^2}{4} \times v_B$$

$$\Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^2 = \left(\frac{d_A}{\frac{3}{5}d_A}\right)^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۴۵ تندی خودرویی به جرم 1200 kg ، 18 km/h افزایش می‌یابد. اگر در این مدت کار کل انجام‌شده روی خودرو 105 kJ باشد، تندی اولیهٔ خودرو چند کیلومتر بر ساعت بوده است؟

۷۲ (۴)

۵۴ (۳)

۲۰ (۲)

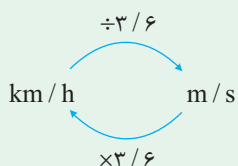
۱۵ (۱)

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

قضیهٔ کار - انرژی جنبشی: کار کل انجام‌شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_f - K_i$$

کار برآیند $W_t : (J)$ انرژی جنبشی در حالت ۲ $K_f : (J)$ انرژی جنبشی در حالت ۱ $K_i : (J)$ برای تبدیل سرعت از km/h به m/s ، می‌توانیم از ضرب و تقسیم عدد $3/6$ صورت زیر، استفاده کنیم.

نکته

گام اول: ابتدا برای آن که محاسبات در SI باشد، یکای تغییر تندی را از km/h به m/s تبدیل می‌کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$18 \text{ km/h} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 5 \text{ m/s} \quad \text{یا} \quad 18 \text{ km/h} \div 3/6 = 5 \text{ m/s}$$

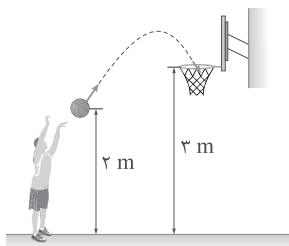
گام دوم: حالا با استفاده از قضیهٔ کار - انرژی جنبشی، تندی اولیه را به دست می‌آوریم.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_f - K_i = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$\xrightarrow{W_t = 105 \text{ kJ}, m = 1200 \text{ kg}} 105 \times 10^3 = \frac{1}{2} \times 1200 \times ((v_o + 5)^2 - (v_o)^2) \Rightarrow 105 \times 10^3 = 600 (v_o^2 + 10v_o + 25 - v_o^2)$$

$$\Rightarrow 175 = 10v_o + 25 \Rightarrow 150 = 10v_o \Rightarrow v_o = 15 \text{ m/s} \xrightarrow{\times 3/6} v_o = 54 \text{ km/h}$$

۴۶ در شکل زیر، توپی به جرم 600 g با تندی 8 m/s پرتاب شده و با تندی 5 m/s وارد سبد می‌شود. در این حرکت، اندازه کار انجام شده توسط نیروی مقاومت هوا روی توپ، چند ژول است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$)



(۱) ۵ / ۷

(۲) ۶ / ۷

(۳) ۱۱ / ۷

(۴) ۱۶ / ۷

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓ با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی تست را حل می‌کنیم:

$$W_t = \Delta K = K_f - K_i$$

$$\Rightarrow W_{mg} + W_f = K_f - K_i \Rightarrow -mg\Delta h + W_f = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\xrightarrow[m=600\text{ g}=0.6\text{ kg}, g=10\text{ N/kg}, v_i=8\text{ m/s}]{v_f=5\text{ m/s}, \Delta h=1\text{ m}} (-0.6 \times 10 \times 1) + W_f = \frac{1}{2} \times 0.6 \times (25 - 64)$$

$$\Rightarrow -6 + W_f = 0.3 \times (-39) \Rightarrow W_{fk} = -11.7 + 6 \Rightarrow |W_{fk}| = 5.7\text{ J}$$

فیزیک

۴۷

توان ورودی یک تلمبه برقی 5 kW است. این تلمبه در هر دقیقه 1200 L نفت با چگالی 0.8 g/cm^3 را با تندی ثابت به اندازه 15 m بالا می‌برد. بازده این تلمبه چند درصد است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

۶۴ (۴)

۶۰ (۳)

۵۲ (۲)

۴۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

درستی Box

توان: کار انجام شده در واحد زمان (آهنگ انجام کار) را توان متوسط می‌گوییم.

$$\text{کار مفید (J)} \rightarrow W \quad \leftarrow P_{\text{av}} = \frac{W}{\Delta t} \rightarrow \text{توان متوسط (W)}$$

$$\text{بازه زمانی (s)} \rightarrow \Delta t$$

بازده: بازده یک ماشین از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$Ra = \frac{\text{کار خروجی (مفید)}}{\text{انرژی ورودی}} \times 100 \Rightarrow \text{بازده برحسب درصد} = \frac{P_{\text{خروجی (مفید)}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100$$

$$Ra = \text{بازده برحسب درصد}$$

گام اول: ابتدا توان خروجی (مفید) تلمبه را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} \quad \frac{m = \rho V = 1/2 m^3 \times 800 \text{ kg/m}^3 = 400 \text{ kg}}{t = 60 \text{ s}, g = 10 \text{ N/kg}, h = 15 \text{ m}} \rightarrow P_{\text{خروجی}} = \frac{400 \times 10 \times 15}{60} = 1000 \text{ W} = 1 \text{ kW}$$

گام دوم: حالا بازده تلمبه را به دست می‌آوریم:

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{1}{5} \times 100 = 20\%$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

ضریب انبساط طولی مس برابر $\frac{1}{K} \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$ است. اگر دمای یک قطعه مسی توپر 15°F افزایش یابد، حجم آن چند درصد تغییر می‌کند؟

$$4/5 \text{ (۲)}$$

$$0/45 \text{ (۱)}$$

$$8/1 \text{ (۴)}$$

$$0/81 \text{ (۳)}$$

پاسخ: گزینه ۱

درس Box

(۱) فرمول تبدیل تغییرات دما از مقیاس کلوین به فارنهایت $\Delta F = \frac{9}{5} \Delta T$ تغییر دما بر حسب فارنهایت
تغییر دما بر حسب کلوین ΔT

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta T \rightarrow \text{می‌تونی } \Delta \theta \text{ هم بنویسی!}$$

(۲) رابطه محاسبه انبساط حجمی در اثر تغییر دمای ΔT برای جامدات و مایعات:

$$\Delta V = V_1 \times \alpha \Delta T \text{ : جامدات}$$

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta T \text{ : مایعات}$$

α : ضریب انبساط طولی (K^{-1})

β : ضریب انبساط حجمی جامد (K^{-1})

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ابتدا تغییرات را بر حسب فارنهایت می‌نویسیم.

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta$$

$$15^\circ = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = \frac{25^\circ}{3} \text{ } ^\circ\text{C}$$

گام دوم: حالا با توجه به فرمول انبساط حجمی، درصد تغییر حجم را به دست می‌آوریم.

$$\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \alpha \Delta \theta \times 100 = \frac{1}{8} \times 10^{-5} \times \frac{25^\circ}{3} \times 100 = 450 \times 10^{-5} \times 100 = 4.5\%$$

کدام یک از موارد زیر درست است؟

- (الف) در رساناهای فلزی، سهم الکترون‌های آزاد در رسانش گرما بیشتر از اتم‌ها است.
 (ب) گرما از مرکز خورشید به سطح آن، به روش رسانش منتقل می‌شود.
 (پ) تف‌سنج تابش جزء دماسنج‌های معیار محسوب می‌شود.
 (ت) در ترموکوپل، کمیت دماسنجی ولتاژ است.

(۲) الف و ت

(۱) الف و پ

(۴) ب و ت

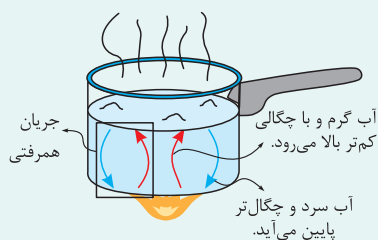
(۳) ب و پ

پاسخ: گزینه ۲

درس: Box

روش‌های انتقال گرما:

- (۱) **رسانش گرمایی:** با گرم شدن قسمتی از یک جسم، جنبش ذرات در آن ناحیه بیشتر می‌شود و به وسیله ذرات ماده، این انرژی به قسمت‌های دیگر منتقل می‌شوند تا در نهایت همه بخش‌های جسم، گرم شوند.
 حواستان باشد: در این روش، ذرات نقش منتقل‌کننده انرژی را دارند و خود ذرات منتقل نمی‌شوند.
 در رسانش گرمایی، ارتعاش اتم‌ها و الکترون‌ها و حرکت سریع الکترون‌های آزاد، نقش اساسی دارند. در رساناهای فلزی که دارای الکترون آزاد هستند، سهم الکترون‌های آزاد در رسانش گرمایی بیشتر است.
- (۲) **همرفت:** در این روش، گرما همراه با جابه‌جایی ماده منتقل می‌شود و این ذرات ماده هستند که وظیفه انتقال گرما را دارند؛ بنابراین همرفت فقط در مایع‌ها و گازها رخ می‌دهد، زیرا مولکول‌های جامد حرکت انتقالی ندارند.
 دو نوع همرفت وجود دارد:



- (الف) **همرفت طبیعی:** با گرم شدن قسمتی از شاره، حجم شاره در آن قسمت زیاد شده و چگالی آن قسمت کم می‌شود؛ بنابراین شاره در آن قسمت به سمت بالا حرکت می‌کند و شاره با دمای کمتر که چگالی‌اش بیشتر است، به سمت پایین حرکت می‌کند. شکل مقابل جریان همرفتی را نشان می‌دهد.
- (ب) **همرفت واداشته:** در این حالت، به کمک یک تلمبه، شاره را وادار به چرخش

و انتقال گرما می‌کنیم؛ به عنوان مثال دستگاه گردش خون در بدن که توسط یک تلمبه طبیعی (قلب) جریان خون را در بدن به حرکت وادار می‌دهد، نمونه‌ای از همرفت واداشته است.

(۳) **تابش گرمایی:** در این روش، دیگر نیاز به محیط مادی نیست و انتقال گرما در خلأ نیز انجام می‌شود.

هر جسمی که دمایش بالاتر از صفر مطلق باشد، از خود امواج الکترومغناطیسی تابش می‌کند که به آن تابش گرمایی گفته می‌شود. امواج الکترومغناطیس با تندی نور منتشر می‌شوند و به همین دلیل، تابش گرمایی سریع‌ترین روش انتقال گرماست؛ به عنوان مثال، گرمای خورشید از طریق نور به زمین می‌رسد، در صورتی که میان زمین و خورشید خلأ است.

دماسنج‌های معیار عبارت‌اند از:

(۱) دماسنج گازی

(۲) دماسنج مقاومت پلاتینی

(۳) تف‌سنج (پیرومتر)

کمیت دماسنجی در ترموکوپل، ولتاژ است.

فیزیک

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به درس یاکس به بررسی عبارت‌ها می‌پردازیم:

الف) درست

ب) نادرست؛ گرما از مرکز خورشید به سطح آن به روش همرفت طبیعی انجام می‌شود.

پ) نادرست؛ تفسنج نوری جزء دماسنج‌های معیار است.

ت) درست



۵۰ چند گرم یخ با دمای °C را درون ۳ kg آب با دمای °C ۴۰ بریزیم تا در نهایت آب با دمای °C ۱۰ حاصل شود؟

(اتلاف گرما ناچیز بوده و گرمای ویژه آب $\frac{J}{kg.K}$ ۴۲۰۰ و گرمای نهان ذوب یخ kJ/kg ۳۳۶ است.)

۵۰۰ (۲)

۲۵۰ (۱)

۱۰۰۰ (۴)

۷۵۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

(۱) برای جسمی بدون تغییر حالت، در اثر تبادل گرمایی، فقط دمای آن تغییر می‌کند، می‌توان نوشت:

$$Q = mc\Delta T$$

گرما (J): Q

جرم (kg): m

گرمای ویژه (J/kg.K): c

تغییر دما (K) یا (°C): $\Delta T = \Delta \theta$

(۲) وقتی جسم جامدی در دمای ذوب خود از حالت جامد به مایع تبدیل شود و یا مایعی در همین دما به جامد تبدیل شود، روابط زیر را داریم:

$$Q = \pm mL_F$$

↑ ذوب
↓ انجماد

گرما (J): Q

جرم (kg): m

گرمای نهان ذوب (J/kg): L_F

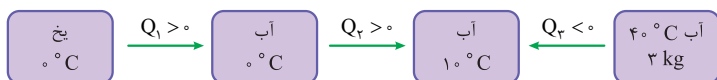
(۳) اگر دو یا چند جسم با دماهای متفاوت در تماس با یکدیگر قرار بگیرند، پس از مدتی هم‌دما می‌شوند و به تعادل می‌رسند. براساس قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$Q_1 + Q_2 + \dots = 0$$

در این رابطه، برای اجسامی که گرما می‌گیرند، $Q > 0$ و برای اجسامی که گرما از دست می‌دهند، $Q < 0$ است.

گام اول: ابتدا طرح‌واره معروف مسائل گرما را رسم می‌کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام دوم: گرمای مورد نیاز تبدیل یخ °C به آب °C را به دست می‌آوریم:

$$Q_1 = mL_F \xrightarrow{m=? , L_F=336 \text{ kJ/kg}} Q_1 = +m \times 336 \text{ kJ}$$

گام سوم: گرمای مورد نیاز تبدیل آب °C به آب °C ۱۰ را می‌نویسیم:

$$Q_2 = mc\Delta\theta \xrightarrow{\Delta\theta=10^\circ\text{C}, c=4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}} Q_2 = m \times 4200 \times 10 = 42000 m = 42m \text{ kJ}$$

گام چهارم: گرمای تبدیل ۳ kg آب °C ۴۰ به آب °C ۱۰ را نیز می‌نویسیم و از جمع جبری Q ها، جرم یخ را به دست می‌آوریم:

$$Q_3 = mc\Delta\theta \xrightarrow{\Delta\theta=-30^\circ\text{C}, c=4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}} Q_3 = 3(-30) \times 4200 = -378000 \text{ J} = -378 \text{ kJ}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow 336m + 42m - 378 = 0 \Rightarrow 378m = 378$$

$$m = 1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$$

فشار مقدار معینی گاز کامل، ۳ برابر فشار هوا است. اگر فشار پیمانه‌ای این گاز، ۲ برابر و حجم آن نصف شود، انرژی درونی آن چند برابر می‌شود؟

$$\frac{5}{6} \quad (۴)$$

$$\frac{6}{5} \quad (۳)$$

$$\frac{10}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{10} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

انرژی درونی: انرژی درونی یک ماده (U) با مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل ذره‌های آن ماده، برابر است. انرژی درونی مقدار معینی گاز آرمانی، فقط تابع دمای مطلق گاز (T) است؛ بنابراین با افزایش دما، انرژی درونی گاز نیز زیاد می‌شود.

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

U_1 : انرژی درونی در دمای T_1 (J)

U_2 : انرژی درونی در دمای T_2 (J)

T_1 : دما در حالت اول (K)

T_2 : دما در حالت دوم (K)

فشار پیمانه‌ای: اختلاف فشار مطلق با فشار جو را فشار پیمانه‌ای (P_g) می‌گوییم.

$$P_g = P - P_0$$

قانون گازهای کامل (آرمانی):

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2}$$

P: فشار مطلق (Pa)

V: حجم (m^3)

n: تعداد مول (mol)

T: دمای مطلق (K)

گام اول: در قانون گازهای کامل، باید از فشار مطلق استفاده کنیم. با توجه به متن سؤال داریم:

$$P_{g2} = 2P_{g1} \Rightarrow P_2 - P_0 = 2(P_1 - P_0) \xrightarrow{P_1 = 3P_0} P_2 - P_0 = 2(3P_0 - P_0) \Rightarrow P_2 - P_0 = 4P_0 \Rightarrow P_2 = 5P_0$$

گام دوم: به کمک معادله قانون گازهای کامل، نسبت $\frac{T_2}{T_1}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} \xrightarrow{P_2 = 5P_0, V_2 = \frac{1}{2}V_1, P_1 = 3P_0} \frac{T_2}{T_1} = \frac{5P_0 \times \frac{1}{2}V_1}{3P_0 \times V_1} = \frac{5}{6}$$

گام سوم: با توجه به این که انرژی درونی مقدار معینی گاز کامل ($n_1 = n_2$) فقط تابع دمای مطلق آن است؛ داریم:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{5}{6}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

فیزیک

۵۲

در طی فرایندی ایستاوار، دمای ۵۰ g گاز هیدروژن، در فشار ثابت، ۸°C افزایش می‌یابد. در این فرایند، کار

انجام‌شده روی گاز برابر چند کیلوژول است؟ ($M_{\text{H}_2} = 2 \text{ g/mol}$ و $R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}$)

۱۶ (۲)

۱۶ (۱)

۳۲ (۴)

۳۲ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

رابطه کار در فرایند هم‌فشار:

$$W = -nR\Delta T$$

W: کار محیط روی دستگاه یا کار انجام‌شده روی گاز (J)

n: تعداد مول (mol)

R: ثابت جهانی گازها ($\frac{\text{J}}{\text{mol.K}}$)

ΔT : تغییر دما (K)

(۱) تغییر دما برحسب کلون با تغییر دما برحسب سلسیوس، یکسان است.

$$\Delta T = \Delta \theta$$

(۲) تعداد مول‌های گاز از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$n = \frac{m}{M} \rightarrow \begin{matrix} \text{جرم (g)} \\ \text{جرم مولی (g/mol)} \end{matrix} \leftarrow n = \frac{m}{M} \text{ تعداد مول (mol)}$$

گام اول: ابتدا تعداد مول‌های گاز هیدروژن را به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{m}{M} = \frac{50}{2} = 25 \text{ mol}$$

گام دوم: کار انجام‌شده روی گاز را محاسبه می‌کنیم:

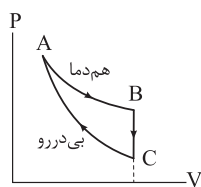
$$W = -nR\Delta T \xrightarrow[n=25 \text{ mol}, R=8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}]{\Delta T=\Delta\theta=8^{\circ}\text{K}} W = -25 \times 8 \times 8 \Rightarrow W = -16000 \text{ J} = -16 \text{ kJ}$$

درس‌Box

نکته

پاسخ خیلی تشریحی ✓

نمودار $P - V$ مقدار معینی گاز کامل در طی چرخه‌ای به شکل زیر است. این چرخه از سه فرایند بی‌دررو، هم‌دما و هم‌حجم تشکیل شده است. چه تعداد از موارد زیر درست است؟



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

الف) در فرایند CA، انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد.

ب) در فرایند AB، گاز گرما دریافت می‌کند.

پ) در فرایند BC، گاز گرما از دست می‌دهد.

ت) در این چرخه، گاز روی محیط کار انجام می‌دهد.

پاسخ: گزینه ۴

قانون اول ترمودینامیک:

در یک فرایند ایستوار، تغییر انرژی درونی دستگاه، برابر است با مجموع کار انجام‌شده توسط محیط روی دستگاه (گاز) و گرمای داده‌شده به دستگاه (گاز).

$$\Delta U = Q + W$$

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \text{تغییر انرژی درونی (J)}$$

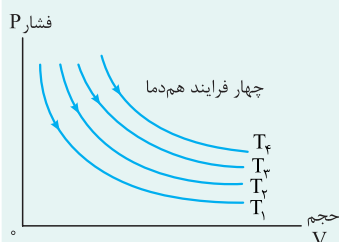
U_1 : انرژی درونی اولیه (J)

U_2 : انرژی درونی نهایی (J)

اگر دستگاه گرما بگیرد، $Q > 0$ و اگر دستگاه گرما از دست بدهد، $Q < 0$

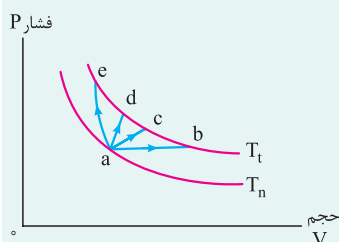
هنگام تراکم $W > 0$ و هنگام انبساط $W < 0$

فرایند هم‌دما: دمای دستگاه در این فرایند ثابت می‌ماند.



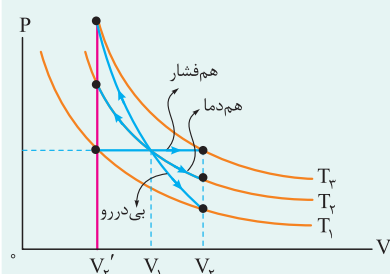
۱) اگر چند فرایند هم‌دما در یک دستگاه مختصات $P - V$ رسم شوند، نموداری که بالاتر قرار می‌گیرد، دمای بیشتری دارد.

$$T_4 > T_3 > T_2 > T_1$$



۲) روی نمودار $P - V$ ، هر چه به سمت بالا یا به سمت راست برویم و یا به هر شکل دیگر به دمای بالاتری برسیم، $\Delta U > 0$ است. (برعکس این موضوع نیز درست است).

$$Q = 0$$



فرایند بی‌دررو: در این فرایند، بین دستگاه و محیط، گرما مبادله نمی‌شود.

اگر گازی را که در فشار P_1 و حجم V_1 قرار دارد، یک بار به طور هم‌دما و یک بار به طور بی‌دررو و یک بار به طور هم‌فشار تا حجم V_2 منبسط کنیم، در فرایند هم‌دما افت فشار کم‌تر از حالت بی‌دررو است، زیرا در انبساط هم‌دما به گاز گرما داده می‌شود تا دمای آن ثابت بماند. اما در انبساط بی‌دررو، گرما داده نشده و فشار آن افت زیادی پیدا می‌کند. همچنین کار انجام‌شده در انبساط هم‌فشار مقدار بیشتری دارد، زیرا مساحت سطح آن بزرگ‌تر است.

نکته Box

نکته

نکته



حال اگر گاز را متراکم کنیم، در فرایند هم‌دما، چون مقداری گرما از گاز گرفته می‌شود، فشار آن افزایش کم‌تری دارد. در حالت تراکم، کار انجام‌شده در فرایند بی‌دررو نسبت به دو فرایند دیگر بیشتر است.

چرخهٔ ترمودینامیکی:

وقتی دستگاه پس از طی چند فرایند به حالت اولیهٔ خود برمی‌گردد، به مجموعهٔ این فرایندها چرخهٔ ترمودینامیکی گفته می‌شود. مساحت سطح داخل یک چرخه در مختصات $P - V$ با قدرمطلق کار انجام‌شده در آن چرخه برابر است. اگر جهت چرخه ساعتگرد باشد، $W < 0$ و اگر پادساعتگرد باشد، $W > 0$ خواهد بود.

کار محیط روی دستگاه (کار انجام‌شده روی گاز) را با W و کار دستگاه روی محیط را با W' نشان می‌دهیم.

$$W' = -W$$

فرایند هم‌حجم: در این فرایند، حجم گاز ثابت می‌ماند و کار انجام‌شده صفر است؛ بنابراین گاز با محیط فقط تبادل گرما دارد.

موارد «الف» تا «ت» را بررسی می‌کنیم:

الف) فرایند CA ، تراکم بی‌دررو است:

$$\Delta U = \overset{\circ}{Q} + W \xrightarrow{W>0} \Delta U > 0 \Rightarrow U_A > U_C$$

بنابراین انرژی درونی گاز افزایش یافته و عبارت «الف» درست است.

ب) فرایند AB ، انبساط هم‌دما است:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U=0} Q = -W \xrightarrow{W<0} Q > 0$$

بنابراین گاز گرما را دریافت می‌کند و عبارت «ب» درست است.

پ) فرایند BC ، هم‌حجم است.

$$\begin{cases} U_A > U_C \\ U_A = U_B \end{cases} \Rightarrow U_B > U_C \Rightarrow \Delta U < 0$$

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{W=0} \Delta U = Q \xrightarrow{\Delta U<0} Q < 0$$

بنابراین گاز گرما از دست می‌دهد و عبارت «پ» درست است.

ت) چرخه ساعتگرد و در نتیجه $W < 0$ است. بنابراین کار گاز روی محیط (W') مثبت بوده و عبارت «ت» درست است.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

یک ماشین گرمایی با بازده ۲۵ درصد، در هر چرخه، ۶ kJ گرما به منبع دمای پایین می‌دهد. اگر این ماشین در هر دقیقه، ۳۰ چرخه را طی کند، توان خروجی آن چند کیلووات است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

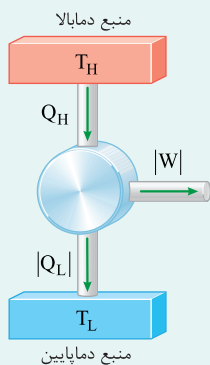
۱ (۲)

۰/۷۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

بازده ماشین گرمایی:

درس Box



هر ماشین گرمایی، گرمای Q_H را به عنوان گرمای دریافتی، از یک منبع با دمای بالا گرفته و مقداری از آن را به صورت کار $|W|$ روی محیط انجام می‌دهد که به عنوان انرژی مفید خروجی است. باقی‌مانده آن را نیز که گرمای $|Q_L|$ است و به یک منبع با دمای پایین می‌دهد که همان انرژی تلف‌شده است. در یک ماشین گرمایی آرمانی:

$$Q_H = |W| + |Q_L|$$

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H}$$

توان خروجی یک ماشین گرمایی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P = \frac{|W|}{\Delta t} \rightarrow (J) \text{ کار مفید خروجی} \leftarrow \text{توان خروجی } (W) \rightarrow (s) \text{ بازه زمانی}$$

گام اول: ابتدای گرمای Q_H را که از منبع با دمای بالا به ماشین گرمایی داده می‌شود، حساب می‌کنیم:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} \Rightarrow 0/25 = 1 - \frac{6}{Q_H} \Rightarrow \frac{6}{Q_H} = 0/75 \Rightarrow Q_H = 8 \text{ kJ}$$

گام دوم: کار مفید انجام‌شده در هر چرخه را به دست می‌آوریم:

$$Q_H = |W| + |Q_L| \Rightarrow 8 = |W| + 6 \Rightarrow |W| = 2 \text{ kJ}$$

گام سوم: با توجه به این‌که در هر دقیقه، $n = 30$ چرخه طی می‌شود، توان مفید خروجی را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{n |W|}{\Delta t} \xrightarrow[n=30, |W|=2 \text{ kJ}]{\Delta t=1 \text{ min}=60 \text{ s}} P = \frac{30 \times 2}{60} = 1 \text{ kW}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۵۵ یک جسم رسانای خنثی، چند الکترون و چگونه مبادله کند تا بار الکتریکی آن برابر $12 \mu\text{C}$ شود؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

(۲) 7.5×10^{13} ، از دست دهد.

(۱) 7.5×10^{13} ، دریافت کند.

(۴) 7.5×10^{19} ، از دست دهد.

(۳) 7.5×10^{19} ، دریافت کند.

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

اصل کوانتیده بودن بار الکتریکی:

بار الکتریکی یک جسم، مضرب درستی از بار بنیادی e است.

$$q = \pm ne$$

$n = 0, 1, 2, 3, \dots$: اختلاف تعداد پروتون‌ها و الکترون‌های جسم

+ در صورتی که تعداد پروتون‌ها بیشتر از تعداد الکترون‌ها باشد.

- در صورتی که تعداد الکترون‌ها بیشتر از تعداد پروتون‌ها باشد.

وقتی n الکترون از جسم خنثای A به جسم خنثای B انتقال یابد، جسمی که الکترون از دست می‌دهد، دارای بار مثبت و جسمی که الکترون اضافی دریافت می‌کند، دارای بار منفی خواهند شد.

با استفاده از رابطه کوانتیده بودن بار الکتریکی، تعداد الکترون‌های مبادله شده (n) را به دست می‌آوریم:

$$q = ne \Rightarrow n = \frac{q}{e} = \frac{12 \times 10^{-6}}{1.6 \times 10^{-19}} = 7.5 \times 10^{13}$$

با توجه به این که بار الکتریکی جسم، مثبت شده، یعنی الکترون از دست داده است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

ذره‌ای به جرم $g/5$ و بار الکتریکی $-20 \mu C$ در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E} = (4 \times 10^3 \text{ N/C}) \vec{i}$ رها می‌شود. شتاب این ذره بر حسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟ (از نیروی وزن ذره چشم‌پوشی کنید.)

- (۱) $16 \vec{i}$ (۲) $160 \vec{i}$
(۳) $-16 \vec{i}$ (۴) $-160 \vec{i}$

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

(۱) رابطه نیروی الکتریکی وارد بر یک ذره باردار که در میدان الکتریکی $\vec{E}$ قرار می‌گیرد، به صورت زیر است:

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

میدان الکتریکی (N/C) $\uparrow$
نیروی الکتریکی (N) $\leftarrow$
بار الکتریکی (C) $\downarrow$

اگر $q > 0$ باشد؛ $\vec{F}$ و $\vec{E}$ هم‌جهت هستند.

اگر $q < 0$ باشد؛ $\vec{F}$ و $\vec{E}$ در خلاف جهت هم هستند.

(۲) رابطه قانون دوم نیوتون:

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

جرم (kg) $\uparrow$
نیرو (N) $\leftarrow$
شتاب (m/s^2) $\downarrow$

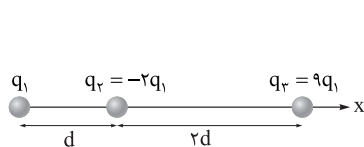
رابطه نیروی الکتریکی وارد بر ذره باردار را با رابطه قانون دوم نیوتون ترکیب می‌کنیم و از آن‌جا، شتاب حرکت ذره را بر حسب بردار یکه به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \vec{F} = q\vec{E} \\ \vec{F} = m\vec{a} \end{cases} \Rightarrow m\vec{a} = q\vec{E} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

$$\frac{q = -20 \mu C = -20 \times 10^{-6} C, m = 0.5 g = 0.5 \times 10^{-3} kg}{\vec{E} = (4 \times 10^3 \text{ N/C}) \vec{i}} \rightarrow \vec{a} = \frac{-20 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^3 \vec{i}}{0.5 \times 10^{-3}} = -(160 \text{ m/s}^2) \vec{i}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۵۷ در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی محور x قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 برابر $\vec{F}_2 = (25\text{N})\vec{i}$ باشد، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 برحسب نیوتون کدام است؟



$$35\vec{i} \quad (1)$$

$$-35\vec{i} \quad (2)$$

$$55\vec{i} \quad (3)$$

$$-55\vec{i} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲

قانون کولن:

اندازه نیروی الکتریکی (الکتروستاتیکی) بین دو بار نقطه‌ای که در راستای خط مستقیم بین آنها اثر می‌کند، با حاصل ضرب بزرگی آنها متناسب است و با مربع فاصله بین آنها نسبت وارون دارد.

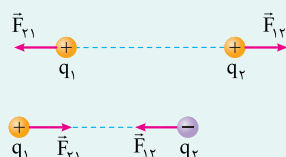
$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}$$

F : اندازه نیروی الکتریکی (N)

$$k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2} \quad \text{ثابت کولن}$$

q_1 و q_2 : بارهای الکتریکی نقطه‌ای (C)

r : فاصله بین دو بار (m)



گام اول: نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_2 را روی شکل نشان می‌دهیم و نیروی خالص آنها را برابر با $(25\text{ N})\vec{i}$ قرار می‌دهیم:

$$F_2 = F_{23} - F_{12} \Rightarrow 25 = k \frac{|q_2| |q_3|}{(2d)^2} - k \frac{|q_1| |q_2|}{d^2}$$

$$\frac{|q_2| = 2|q_1|}{|q_2| = 9|q_1|} \Rightarrow 25 = k \frac{18|q_1|^2}{4d^2} - k \frac{2|q_1|^2}{d^2} \Rightarrow 2/5 k \frac{|q_1|^2}{d^2} = 25 \Rightarrow k \frac{|q_1|^2}{d^2} = 10 \text{ N}$$

گام دوم: نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 را روی شکل نشان می‌دهیم و نیروی خالص آنها را به دست می‌آوریم:

$$F_3 = F_{32} - F_{13} \Rightarrow F_3 = k \frac{|q_2| |q_3|}{(2d)^2} - k \frac{|q_1| |q_3|}{(3d)^2}$$

$$\frac{|q_2| = 2|q_1|}{|q_2| = 9|q_1|} \Rightarrow F_3 = k \frac{18|q_1|^2}{4d^2} - k \frac{9|q_1|^2}{9d^2} = 3/5 k \frac{|q_1|^2}{d^2} = 3/5 \times 10 = 35 \text{ N}$$

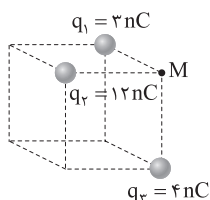
از آنجا که جهت نیروی $\vec{F}_3$ به طرف چپ است، داریم:

$$\vec{F}_3 = -(35\text{ N})\vec{i}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی سه رأس یک مکعب به ضلع 30 cm قرار دارند. اندازه میدان الکتریکی

خالص در رأس M چند نیوتون بر کولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$



(۱) ۳۹۰

(۲) ۱۳۰

(۳) ۳۹۰۰

(۴) ۱۳۰۰

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار:

می‌خواهیم میدان الکتریکی حاصل از بار ذره‌ای q را در نقطه‌ای به فاصله r از آن به دست آوریم:

$$E = k \frac{|q|}{r^2}$$

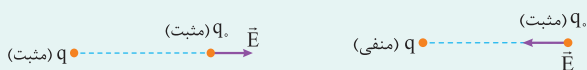
E : اندازه میدان الکتریکی (N/C)

$k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$: ثابت کولن

q : بار الکتریکی‌ای که میدان را ایجاد کرده است (C).

r : فاصله بار q تا نقطه‌ای که میدان الکتریکی را در آن نقطه می‌خواهیم (m).

جهت بردار میدان الکتریکی $\vec{E}$ همان‌طور که قبلاً گفته شد، هم‌جهت با نیروی الکتریکی وارد بر بار آزمون q_0 است که به طور فرضی در آن نقطه قرار می‌گیرد. پس جهت میدان الکتریکی، از بارهای مثبت رو به خارج و به سوی بارهای منفی است.



گام اول: بزرگی میدان الکتریکی هر یک از بارهای الکتریکی را در نقطه M به دست می‌آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r^2} \xrightarrow[k=9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}, |q_1|=3 \text{ nC}=3 \times 10^{-9} \text{ C}]{r=30 \text{ cm}=3 \times 10^{-1} \text{ m}} E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{3 \times 10^{-9}}{9 \times 10^{-2}} = 300 \text{ N/C}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{q_2}{q_1} \Rightarrow \frac{E_2}{300} = \frac{12}{3} \Rightarrow E_2 = 1200 \text{ N/C}$$

$$\frac{E_3}{E_1} = \frac{q_3}{q_1} \Rightarrow \frac{E_3}{300} = \frac{4}{3} \Rightarrow E_3 = 400 \text{ N/C}$$

گام دوم: با توجه به این که میدان‌های الکتریکی $\vec{E}_1, \vec{E}_2$ و $\vec{E}_3$ دوه‌دو بر هم عمودند، اندازه میدان الکتریکی خالص آن‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + E_3^2} = \sqrt{300^2 + 1200^2 + 400^2} = 100 \sqrt{3^2 + 12^2 + 4^2}$$

$$\Rightarrow E_T = 100 \sqrt{9 + 144 + 16} = 100 \sqrt{169} = 1300 \text{ N/C}$$

ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -50 \mu\text{C}$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطه A به نقطه B با پتانسیل الکتریکی 100 V منتقل می‌شود. اگر در این جابه‌جایی انرژی جنبشی ذره، 10 mJ کاهش یابد، پتانسیل الکتریکی نقطه A چند ولت است؟ (تنها نیروی مؤثر بر ذره، نیروی الکتریکی است.)

$$-100 \text{ (۲)}$$

$$-200 \text{ (۱)}$$

$$300 \text{ (۴)}$$

$$200 \text{ (۳)}$$

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

اختلاف پتانسیل الکتریکی:

وقتی ذره باردار بین دو نقطه دلخواه جابه‌جا می‌شود، نسبت تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی به بار ذره را اختلاف پتانسیل الکتریکی بین آن دو نقطه می‌گوییم.

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$$

$$\Delta V = V_p - V_1 \text{ : اختلاف پتانسیل الکتریکی (V)}$$

$$V_1 \text{ : پتانسیل الکتریکی در نقطه (۱) (V)}$$

$$V_p \text{ : پتانسیل الکتریکی در نقطه (۲) (V)}$$

رابطه فوق برای تمام میدان‌های الکتریکی برقرار است.

در رابطه فوق تمام کمیت‌ها نرده‌ای هستند و علامت بار q دخالت دارد.

اگر تنها نیروی وارد بر بار الکتریکی q ، نیروی حاصل از میدان الکتریکی باشد، طبق قضیه کار - انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$\Delta K = W_E = -\Delta U_E$$

$$\Delta K \text{ : تغییر انرژی جنبشی (J)}$$

$$W_E \text{ : کار میدان الکتریکی (J)}$$

$$\Delta U_E \text{ : تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی (J)}$$

گام اول: تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی را به دست می‌آوریم:

$$\Delta K = -\Delta U_E \xrightarrow{\Delta K = -10 \text{ mJ} = -10 \times 10^{-3} \text{ J} = -10^{-2} \text{ J}} \Delta U_E = 10^{-2} \text{ J}$$

گام دوم: اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه A و B را حساب می‌کنیم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \xrightarrow{\Delta U_E = 10^{-2} \text{ J}, q = -50 \mu\text{C} = -50 \times 10^{-6} \text{ C}} \Delta V = \frac{10^{-2}}{-50 \times 10^{-6}} \Rightarrow \Delta V = -200 \text{ V}$$

گام سوم: پتانسیل نقطه A را پیدا می‌کنیم:

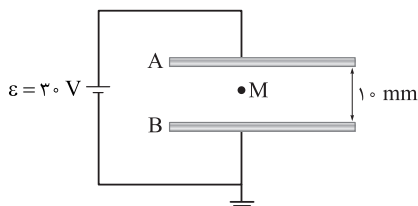
$$\Delta V = V_B - V_A \Rightarrow -200 = 100 - V_A \Rightarrow V_A = 300 \text{ V}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

فیزیک

۶۰

در شکل زیر، فاصله نقطه M از دو صفحه فلزی و موازی A و B، یکسان است. اگر با ثابت ماندن صفحه A، صفحه B، 5 mm به سمت پایین جابه‌جا شود، پتانسیل الکتریکی نقطه M برابر V_1 می‌شود و اگر با ثابت ماندن صفحه B، صفحه A، 5 mm به سمت بالا جابه‌جا شود، پتانسیل الکتریکی نقطه M برابر V_2 می‌شود. $V_2 - V_1$ برابر چند ولت است؟



$$10 \quad (1)$$

$$-10 \quad (2)$$

$$20 \quad (3)$$

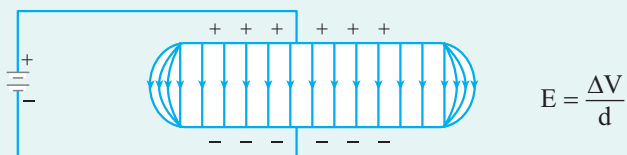
$$-20 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

میدان الکتریکی یکنواخت: میدان الکتریکی‌ای است که خطوط آن مستقیم، موازی و هم‌فاصله‌اند، یعنی بردار میدان الکتریکی در تمام نقاط این میدان هم‌اندازه و هم‌جهت است.

مثلاً در شکل زیر، بین دو صفحه رسانای موازی و دور از لبه‌های آن میدان الکتریکی یکنواخت وجود دارد.



E: اندازه میدان الکتریکی یکنواخت (N/C) یا (V/m)

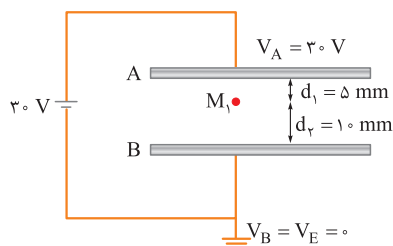
ΔV : اختلاف پتانسیل میان دو صفحه (V)

d: فاصله میان دو صفحه (m)

با حرکت در جهت میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و برعکس با حرکت در خلاف جهت میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد. این موضوع مستقل از نوع و اندازه بار جابه‌جاشده بین دو نقطه است. معمولاً پتانسیل زمین یا نقطه‌ای از مدار را به عنوان مرجع پتانسیل، برابر صفر می‌گیرند و پتانسیل نقطه‌های دیگر را نسبت به آن می‌سنجند که به این نقطه اصطلاحاً نقطه زمین می‌گویند و با نماد $\perp$ نشان می‌دهند.

$$V_E = 0$$

گام اول: با ثابت ماندن صفحه A، صفحه B را 5 mm به سمت پایین جابه‌جا می‌کنیم. با توجه به یکنواخت بودن میدان الکتریکی در فضای بین دو صفحه، داریم:



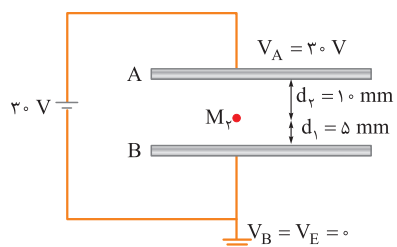
$$E = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow \frac{V_A - V_{M_1}}{d_1} = \frac{V_{M_1} - V_B}{d_2}$$

$$\Rightarrow \frac{30 - V_{M_1}}{5} = \frac{V_{M_1} - 0}{10} \Rightarrow V_{M_1} = 60 - 2V_{M_1}$$

$$\Rightarrow 3V_{M_1} = 60 \Rightarrow V_{M_1} = 20 \text{ V}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: با ثابت ماندن صفحه B، صفحه A را Δ mm به سمت بالا جابه‌جا می‌کنیم. با توجه به یکنواخت بودن میدان الکتریکی در فضای بین دو صفحه، داریم:



$$E = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow \frac{V_A - V_{M_r}}{d_l} = \frac{V_{M_r} - V_B}{d_r}$$

$$\Rightarrow \frac{30 - V_{M_r}}{5} = \frac{V_{M_r} - 0}{10} \Rightarrow 2V_{M_r} = 30 - V_{M_r}$$

$$\Rightarrow 3V_{M_r} = 30 \Rightarrow V_{M_r} = 10 \text{ V}$$

گام سوم: اختلاف پتانسیل نقطه M را در دو حالت (۱) و (۲) به دست می‌آوریم:

$$V_r - V_l = V_{M_r} - V_{M_l} = 10 - 20 = -10 \text{ V}$$

حجم فضای بین صفحه‌های یک خازن تخت $2/5 \text{ cm}^3$ است و در این فضا هوا وجود دارد. اگر اندازه میدان الکتریکی بین دو صفحه خازن $4 \times 10^5 \text{ N/C}$ باشد، انرژی ذخیره شده در خازن چند میکروژول است؟ ($\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \text{ F/m}$)

$$0/9 \text{ (۲)}$$

$$0/4 \text{ (۱)}$$

$$3/6 \text{ (۴)}$$

$$1/8 \text{ (۳)}$$

پاسخ: گزینه ۲

درس: Box

رابطه ظرفیت خازن براساس مشخصات ساختاری آن:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

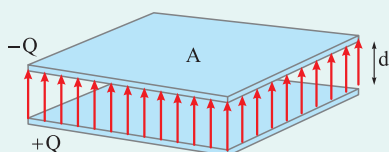
C: ظرفیت خازن (F فاراد)

κ : ثابت دی‌الکتریک

ϵ_0 : ضریب گذردهی الکتریکی خلأ $= 9 \times 10^{-12} \text{ F/m}$

A: مساحت مقابل صفحه‌ها (m^2)

d: فاصله جدایی صفحه‌ها (m)



کم‌ترین κ برای هوا و خلأ بوده و برابر یک فرض می‌شود. برای سایر اجسام نارسا $\kappa > 1$ می‌باشد.

رابطه انرژی ذخیره شده در خازن:

$$U = \frac{1}{2} CV^2$$

U: انرژی (J)

C: ظرفیت خازن (F)

V: اختلاف پتانسیل (V)

رابطه ظرفیت خازن برحسب مشخصات ساختاری آن را با رابطه انرژی خازن ترکیب می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\begin{cases} U = \frac{1}{2} CV^2 \\ C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \end{cases} \Rightarrow U = \frac{1}{2} \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} V^2 \xrightarrow{V=Ed} U = \frac{1}{2} \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \times E^2 d^2 \Rightarrow U = \frac{1}{2} \kappa \epsilon_0 E^2 (Ad)$$

$$\frac{\kappa=1, \epsilon_0=9 \times 10^{-12} \text{ F/m}, E=4 \times 10^5 \text{ N/C}}{(Ad)=2/5 \text{ cm}^3 = 2/5 \times 10^{-6} \text{ m}^3} \rightarrow U = \frac{1}{2} \times 1 \times 9 \times 10^{-12} \times 16 \times 10^{10} \times 2/5 \times 10^{-6} = 18 \times 10^{-8} = 1/8 \times 10^{-6} \text{ J}$$

$$\Rightarrow U = 1/8 \mu\text{J}$$

طول سیم مسی A، ۲۰ درصد بیشتر از طول سیم مسی B است. اگر مقاومت الکتریکی دو سیم برابر باشد، جرم سیم A چند برابر جرم سیم B است؟

$$\frac{36}{25} \quad (4)$$

$$\frac{25}{36} \quad (3)$$

$$\frac{6}{5} \quad (2)$$

$$\frac{5}{6} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

مقاومت الکتریکی رسانا:

درس Box

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad \begin{matrix} \text{طول رسانا (m)} \rightarrow L \\ \text{مساحت مقطع (m}^2\text{)} \rightarrow A \end{matrix}$$

← مقاومت الکتریکی (Ω)

مقاومت ویژه (Ω.m)

گام اول: از رابطه $\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{AL}$ ، A را استخراج کرده و در رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ می‌گذاریم و برای تفکیک بهتر، چگالی را با ρ' و مقاومت ویژه را با ρ نشان داده‌ایم:

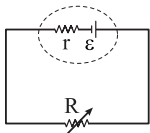
$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{A = \frac{m}{\rho L}} R = \rho \frac{L}{\frac{m}{\rho' L}} = \rho \rho' \frac{L^2}{m}$$

گام دوم: رابطه به دست آمده را به صورت نسبتی می‌نویسیم و چون هر دو سیم هم جنس‌اند؛ چگالی (ρ) و مقاومت ویژه (ρ') آن‌ها یکسان است. در نتیجه:

$$\frac{R_A}{R_B} = \left(\frac{L_A}{L_B}\right)^2 \times \frac{m_B}{m_A} \xrightarrow{\frac{R_A}{L_A} = \frac{R_B}{L_B}} 1 = \frac{144}{100} \times \frac{m_B}{m_A} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{144}{100} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{36}{25}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۶۳ در مدار شکل زیر، اگر مقدار مقاومت متغیر از $4\ \Omega$ به $9\ \Omega$ برسد، جریان الکتریکی عبوری از آن از 4 A به 2 A می‌رسد. نیروی محرکه باتری چند ولت است؟



(۲) ۱۸

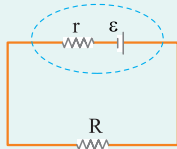
(۱) ۱۶

(۴) ۲۴

(۳) ۲۰

پاسخ: گزینه ۳

رابطه جریان الکتریکی در یک مدار تک حلقه:



$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

I: جریان الکتریکی (A)

ε: نیروی محرکه مولد (V)

R: مقاومت خارجی مدار (Ω)r: مقاومت درونی مولد (Ω)

گام اول: معادله جریان الکتریکی را در هر دو حالت نوشته و آن‌ها را بر هم تقسیم می‌کنیم تا مقاومت درونی مولد به دست آید:

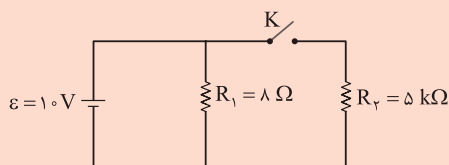
پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{\varepsilon}{R_2 + r}}{\frac{\varepsilon}{R_1 + r}} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1 + r}{R_2 + r} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{4 + r}{9 + r} \Rightarrow 18 + 2r = 16 + 4r \Rightarrow 2 = 2r \Rightarrow r = 1\ \Omega$$

گام دوم: با معلوم بودن مقاومت درونی، نیروی محرکه باتری نیز به دست می‌آید:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r} \Rightarrow 4 = \frac{\varepsilon}{4 + 1} \Rightarrow \varepsilon = 4 \times 5 = 20\text{ V}$$

در مدار شکل زیر، با بستن کلید K، جریان عبوری از باتری آرمانی چند میلی آمپر تغییر می کند؟



(۱) ۲

(۲) ۲۰

(۳) ۱/۲۵

(۴) ۱۲/۵

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: در حالتی که کلید باز است، جریان عبوری از مولد را به دست می آوریم:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r} \xrightarrow{R_1 = 8 \Omega, r = 0} I_1 = \frac{1.0}{8} \text{ A}$$

گام دوم: نسبت جریان الکتریکی در حالت دوم که کلید بسته است، به حالت اول که کلید باز است را به دست می آوریم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{\varepsilon}{R_1 + r}}{\frac{\varepsilon}{R_1 + R_2}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \xrightarrow{r=0} \frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{8}{8 + 5000}$$

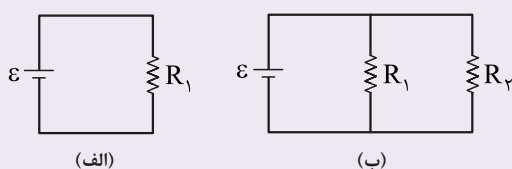
$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{8 + 5000}{5000} = \frac{5008}{5000}$$

گام سوم: اختلاف جریان عبوری از باتری را در دو حالت حساب می کنیم:

$$I_2 - I_1 = \frac{5008}{5000} I_1 - I_1 = I_1 \left(\frac{5008}{5000} - 1 \right) \xrightarrow{I_1 = \frac{1.0}{8} \text{ A}} I_2 - I_1 = \frac{1.0}{8} \times \frac{8}{5000} = \frac{1}{500} = 2 \times 10^{-3} \text{ A} = 2 \text{ mA}$$

در مدار (الف)، مقاومت $R_1 = 10 \Omega$ ، نیروی محرکه باتری آرمانی $\varepsilon = 20 \text{ V}$ است. در مدار (ب)، مقاومت $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ به طور موازی به دو سر مقاومت R_1 متصل می شود. جریان عبوری از باتری چند میلی آمپر تغییر می کند؟

(سوال ۷۲ کنکور تهرانی ۱۴۰۴ (خارج از کشور))



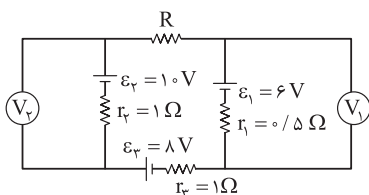
(۱) ۰/۲

(۲) ۱/۸

(۳) ۲/۰

(۴) ۲/۲

۶۵ در مدار شکل زیر، مقداری که ولت‌سنج آرمانی V_1 نشان می‌دهد، $\frac{14}{15}$ برابر مقداری است که ولت‌سنج آرمانی V_2 نشان می‌دهد. R چند اهم است؟



۱ (۱)

۱/۵ (۲)

۲/۵ (۳)

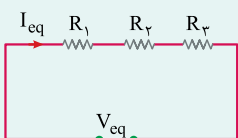
۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

به هم بستن مقاومت‌ها:

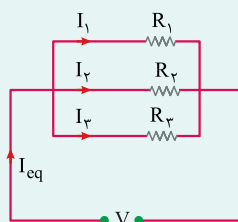
درس‌Box

(۱) اتصال متوالی (سری): در این حالت مطابق شکل زیر، جریان عبوری از تمام مقاومت‌ها یکسان است و داریم:



$$\begin{cases} I_1 = I_2 = I_3 = I_{eq} \\ V_{eq} = V_1 + V_2 + V_3 \end{cases} \Rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

(۲) اتصال موازی: مطابق شکل در اتصال موازی، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها با هم برابر است، پس:



$$\begin{cases} I_{eq} = I_1 + I_2 + I_3 \\ V_{eq} = V_1 = V_2 = V_3 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

در مدارهای تک‌حلقه‌ای که چند منبع نیروی محرکه داریم، به کمک قاعده حلقه، جریان از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$I = \frac{\varepsilon_t - \varepsilon'_t}{R_{eq} + r_t + r'_t}$$

ε_t : مجموع نیروی محرکه باتری‌های مولد (V)

ε'_t : مجموع نیروی محرکه باتری‌های مصرف‌کننده (V)

R_{eq} : مجموع مقاومت‌های خارجی مدار (Ω)

r_t : مجموع مقاومت درونی باتری‌های مولد (Ω)

r'_t : مجموع مقاومت درونی باتری‌های مصرف‌کننده (Ω)

گام اول: در این مدار، باتری‌های (۲) و (۳) به عنوان مولد عمل می‌کنند، اما باتری (۱) به عنوان مصرف‌کننده است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$V_2 = \frac{14}{15} V_1 \Rightarrow \varepsilon_2 - I r_2 = \frac{14}{15} (\varepsilon_1 + I r_1) \Rightarrow 10 - I \times 1 = \frac{14}{15} (6 + I \times 0.5) \Rightarrow 10 - I = \frac{28}{15} + \frac{7}{15} I$$

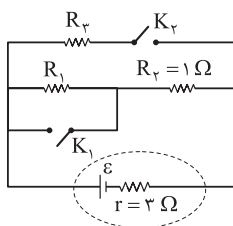
$$\Rightarrow 10 - 5/6 = I + \frac{7}{15} I \Rightarrow 4/4 = \frac{22}{15} I \Rightarrow I = \frac{15 \times 4/4}{22} = 3 \text{ A}$$

گام دوم: رابطه جریان الکتریکی در مدار تک‌حلقه را می‌نویسیم و مقدار R را به دست می‌آوریم. توجه داشته باشید که از ولت‌سنج‌های آرمانی هیچ جریانی نمی‌گذرد.

$$I = \frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_1}{R + r_1 + r_2 + r_3} \Rightarrow I = \frac{8 + 10 - 6}{R + 1 + 1 + 0.5} = \frac{12}{R + 2.5}$$

$$\xrightarrow{I=3A} 3 = \frac{12}{R + 2.5} \Rightarrow R + 2.5 = 4 \Rightarrow R = 1.5 \Omega$$

۶۶ در مدار شکل زیر، هر دو کلید K_1 و K_2 باز هستند. اگر فقط کلید K_1 بسته شود، توان خروجی باتری تغییری نمی‌کند و اگر فقط کلید K_2 بسته شود، توان خروجی باتری، بیشینه می‌شود. R_3 برابر چند اهم است؟



۴ (۱)

۴ / ۵ (۲)

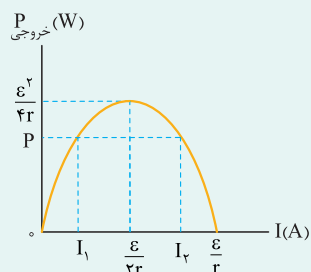
۸ (۳)

۹ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

درس: Box

نمودار توان خروجی بر حسب جریان عبوری از مدار به صورت شکل زیر است:

همان‌طور که از نمودار مشخص است، به ازای جریان $I = \frac{\epsilon}{2r}$ ، توان خروجی باتری بیشینه است.

توان خروجی باتری از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$P_{\text{خروجی}} = \epsilon I - r I^2$$

توان مصرفی توان تولیدی

توان مصرفی در یک مصرف‌کننده از روابط زیر محاسبه می‌شود:

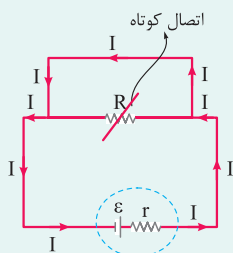
$$P = VI, \quad P = RI^2, \quad P = \frac{V^2}{R}$$

V: اختلاف پتانسیل دو سر مصرف‌کننده (V)

R: مقاومت الکتریکی مصرف‌کننده (Ω)

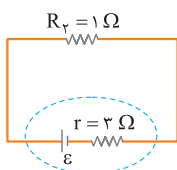
I: جریان الکتریکی عبوری از مصرف‌کننده (A)

● اتصال کوتاه: اگر دو سر مقاومت R، با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل باشد، از مقاومت R جریانی عبور نمی‌کند. یعنی می‌توانیم آن را از مدار حذف کنیم. در این حالت اصطلاحاً می‌گوییم مقاومت R اتصال کوتاه شده است.



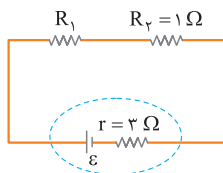
اگر به ازای دو مقاومت خارجی $R_{eq,1}$ و $R_{eq,2}$ ، توان خروجی مولد یکسان باشد، می‌توان مقاومت درونی را از رابطه زیر به دست آورد:

$$r = \sqrt{R_{eq,1} \times R_{eq,2}}$$

گام اول: وقتی فقط کلید K_1 بسته می‌شود، مقاومت R_1 اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

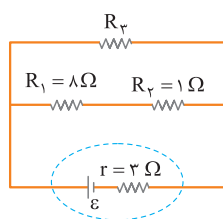
اما در حالتی که هر دو کلید باز است، مدار به صورت زیر است:



از آن جا که توان خروجی باتری در دو حالت فوق تغییر نمی کند، داریم:

$$r^2 = R_2(R_{1,2}) = R_2(R_1 + R_2) \Rightarrow 3^2 = 1(R_1 + 1) \Rightarrow R_1 = 8 \Omega$$

گام دوم: وقتی فقط کلید K_2 بسته شود، مدار به صورت زیر درمی آید. از طرفی برای آن که توان مفید مولد بیشینه شود، باید $r = R_{eq}$ باشد.

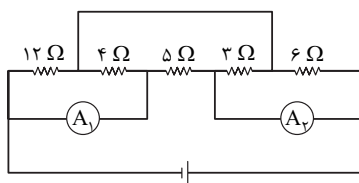


$$R_{1,2} = R_1 + R_2 = 8 + 1 = 9 \Omega$$

$$R_{eq} = \frac{R_{1,2} \times R_2}{R_{1,2} + R_2} = \frac{9R_2}{9 + R_2}$$

$$r = R_{eq} \Rightarrow 3 = \frac{9R_2}{9 + R_2} \Rightarrow 3R_2 = 9 + R_2 \Rightarrow 2R_2 = 9 \Rightarrow R_2 = 4.5 \Omega$$

۶۷ در مدار شکل زیر، مقداری که آمپرسنج آرمانی A_2 نشان می‌دهد، چند برابر مقداری است که آمپرسنج آرمانی A_1 نشان می‌دهد؟



$$\frac{1}{11} \quad (1)$$

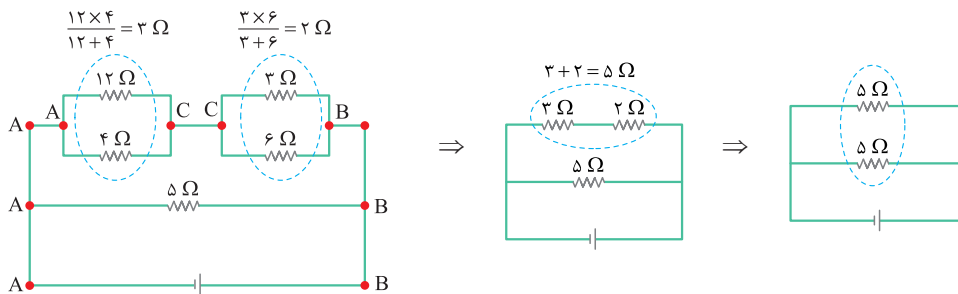
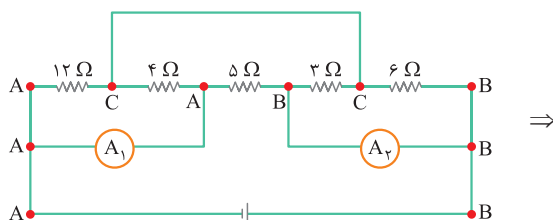
$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{8}{9} \quad (3)$$

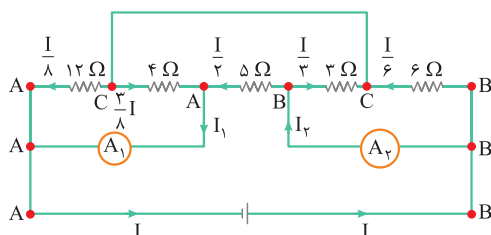
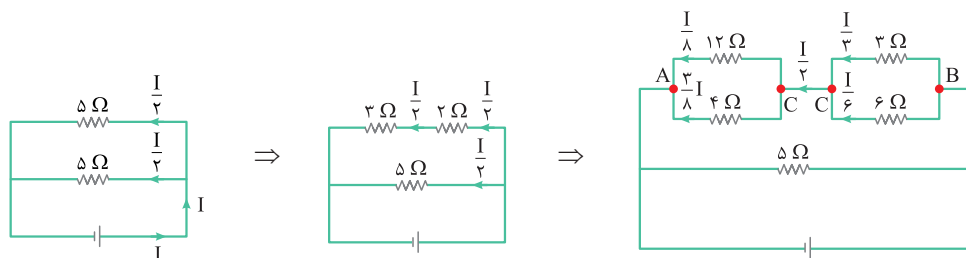
$$\frac{20}{21} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓ **گام اول:** ابتدا شکل ساده‌تری از مدار را رسم می‌کنیم. از آن‌جا که مقاومت آمپرسنج‌های آرمانی، صفر فرض می‌شود، دو سر هر یک از آمپرسنج‌ها هم‌پتانسیل هستند.



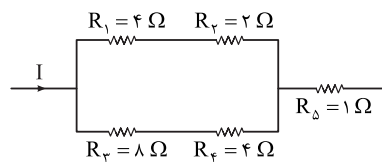
گام دوم: جریان عبوری از مولد (I) را بین شاخه‌های مدار تقسیم می‌کنیم و جریان هر شاخه را بر حسب I می‌نویسیم. باید توجه داشت که بین دو شاخه موازی، جریان به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود:



گام سوم: با استفاده از این نکته که جمع جریان‌های ورودی به هر نقطهٔ انشعاب با جمع جریان‌های خروجی از آن برابر است، داریم:

$$\begin{cases} I_1 = \frac{3}{8}I + \frac{I}{2} = \frac{5}{8}I \\ I_2 = \frac{I}{2} + \frac{I}{3} = \frac{5I}{6} \end{cases} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{5}{6}I}{\frac{5}{8}I} = \frac{40}{42} = \frac{20}{21}$$

در شکل زیر، بیشینه توان قابل تحمل هر یک از مقاومت‌ها، 64 W است. بیشینه جریان I چند آمپر باشد، تا هیچ کدام از مقاومت‌ها آسیب نبینند؟



$$6\sqrt{2} \quad (1)$$

$$6 \quad (2)$$

$$8\sqrt{2} \quad (3)$$

$$8 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲

توان مصرفی در یک مقاومت از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$P = VI, \quad P = RI^2, \quad P = \frac{V^2}{R}$$

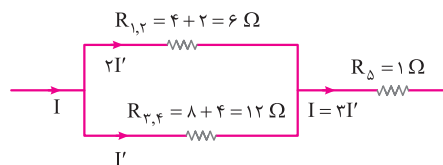
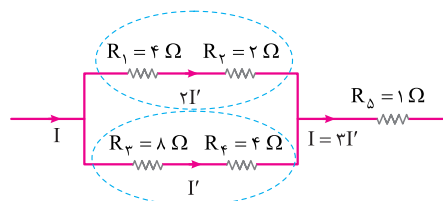
V : اختلاف پتانسیل دو سر مصرف‌کننده (V)

R : مقاومت الکتریکی مصرف‌کننده (Ω)

I : جریان الکتریکی عبوری از مصرف‌کننده (A)

کزنس Box

گام اول: جریان عبوری از شاخه پایین را I' را در نظر می‌گیریم و براساس آن، جریان شاخه بالا و جریان I را به دست می‌آوریم.



گام دوم: توان مصرفی هر یک از مقاومت‌ها را به کمک رابطه $P = RI^2$ به دست می‌آوریم و آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم.

$$P_1 = R_1 (2I')^2 = 4 \times 4I'^2 = 16I'^2$$

$$P_2 = R_2 (2I')^2 = 2 \times 4I'^2 = 8I'^2$$

$$P_3 = R_3 I'^2 = 8I'^2$$

$$P_4 = R_4 I'^2 = 4I'^2$$

$$P_5 = R_5 I^2 = 1(3I')^2 = 9I'^2$$

گام سوم: با توجه به مقادیر به دست آمده، $P_{\max} = P_1$ است و داریم:

$$P_1 = 16I'^2 \Rightarrow 64 = 16I'^2 \Rightarrow I'^2 = 4 \Rightarrow I' = 2 \text{ A}$$

در پایان مقدار I را محاسبه می‌کنیم:

$$I = 3I' = 3 \times 2 = 6 \text{ A}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

کدام موارد دارای دوقطبی مغناطیسی، اما فاقد حوزه مغناطیسی هستند؟

- (۱) پارامغناطیسی
(۲) دیامغناطیسی
(۳) فرومغناطیسی نرم
(۴) فرومغناطیسی سخت

مشاوره یکی از مباحث فیزیک ۲ که قابلیت طرح سؤال مفهومی و بدون محاسبات را دارد، موضوع ویژگی‌های مغناطیسی مواد است.

پاسخ: گزینه ۱

درس: Box

مواد پارامغناطیسی:

اتم‌های مواد پارامغناطیسی، خاصیت مغناطیسی دارند، اما دوقطبی‌های مغناطیسی وابسته به آن‌ها، به طور کاتوره‌ای سمت‌گیری کرده‌اند و میدان مغناطیسی خالصی ایجاد نمی‌کنند. با قراردادن مواد پارامغناطیسی درون میدان مغناطیسی خارجی قوی (مثلاً نزدیک یک آهنربای قوی)، دوقطبی‌های مغناطیسی آن‌ها، به مقدار مختصری در راستای خط‌های میدان مغناطیسی منظم می‌شوند. با دور کردن آهنربا از این مواد، دوقطبی‌های مغناطیسی آن‌ها، دوباره به طور کاتوره‌ای سمت‌گیری می‌کنند.

مواد دیامغناطیسی:

اتم‌های مواد دیامغناطیسی، نظیر مس، نقره، سرب و بیسموت، به طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی‌اند، به عبارت دیگر، هیچ‌یک از اتم‌های این مواد، دارای دوقطبی مغناطیسی خالصی نیستند. با وجود این، حضور میدان مغناطیسی خارجی، می‌تواند به طور موقت، سبب القای دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی، در مواد دیامغناطیسی شود.

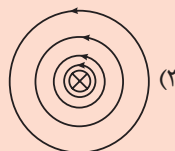
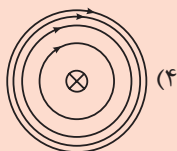
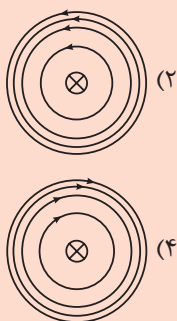
مواد فرومغناطیسی:

اتم‌های مواد فرومغناطیسی به طور ذاتی دارای دوقطبی مغناطیسی هستند. آهن، نیکل، کبالت و بسیاری از آلیاژهای دارای این عنصرها فرومغناطیسی‌اند. برهم‌کنش‌های قوی بین دوقطبی‌های مغناطیسی در این مواد موجب می‌شود که این دوقطبی‌ها، حتی در نبود میدان خارجی، در ناحیه‌هایی که حوزه‌های مغناطیسی نامیده می‌شود، هم‌سو شوند. بنابراین مواد فرومغناطیس، چه از نوع نرم، مثل آهن و چه از نوع سخت، مثل فولاد باشند، دارای دوقطبی مغناطیسی و حوزه مغناطیسی هستند.

با توجه به درس‌بکس، مواد پارامغناطیس، دوقطبی مغناطیسی دارند، اما حوزه مغناطیسی ندارند. مواد دیامغناطیس دوقطبی مغناطیسی ندارند. مواد فرومغناطیس، هم دارای حوزه مغناطیسی و هم دارای دوقطبی مغناطیسی هستند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

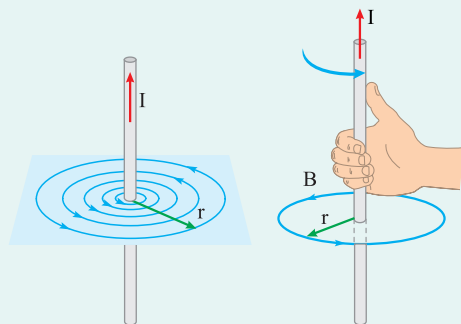
از یک سیم راست بلند، جریان ثابت I می‌گذرد. سیم، عمود بر صفحه کاغذ و جریان آن به طرف داخل صفحه است. خطوط میدان مغناطیسی اطراف این سیم در کدام شکل، درست نمایش داده شده است؟



پاسخ: گزینه ۱

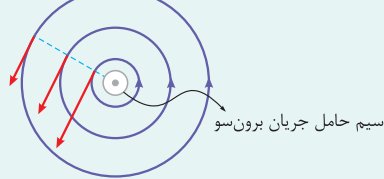
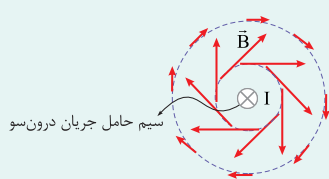
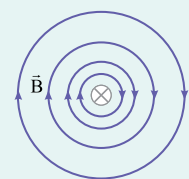
درس Box

(۱) هنگامی که از یک سیم مستقیم، جریان الکتریکی عبور می‌کند، در اطراف آن میدان مغناطیسی ایجاد می‌شود. اگر سیم را در دست راست خود بگیریم، به گونه‌ای که انگشت شست دست راست، در جهت جریان باشد، جهت بسته شدن چهار انگشت دیگر، سوی میدان مغناطیسی در اطراف آن را نشان می‌دهد.



خطاهای میدان مغناطیسی در اطراف سیم مستقیم و بلند حامل جریان الکتریکی، به صورت دایره‌هایی هم‌مرکزند. هر چه از سیم دور شویم، میدان مغناطیسی ضعیف‌تر شده و تراکم این خط‌ها کاهش می‌یابد؛ اما هر چه جریان سیم بیشتر باشد، میدان مغناطیسی بزرگ‌تر است.

اگر سیم حامل جریان، عمود بر صفحه کاغذ باشد، بردار میدان مغناطیسی در هر نقطه از صفحه، بر خطی که آن نقطه را به سیم وصل می‌کند، عمود است.



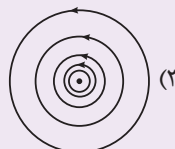
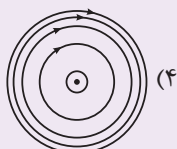
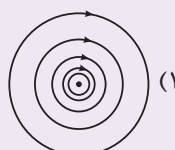
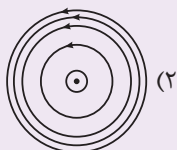
سیم حامل جریان درون سو

سیم حامل جریان برون سو

با توجه به این که جریان عبوری از سیم، درون سو است، میدان مغناطیسی در اطراف آن به صورت دایره‌هایی هم‌مرکز و ساعتگرد هستند. هم‌چنین در نزدیکی سیم، میدان مغناطیسی قوی‌تر و خطوط میدان، متراکم‌تر هستند؛ بنابراین گزینه (۱) درست است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

از یک سیم راست بلند، جریان ثابت I می‌گذرد. سیم، عمود بر صفحه کاغذ و جریان آن به طرف بیرون صفحه است. خطوط میدان مغناطیسی در کدام شکل، درست نمایش داده شده است؟ (سوال ۴۷ - کنکور تهرانی ۱۴۰۴ - نوبت اول)



جریان الکتریکی عبوری از یک سیملوله آرمانی به طول ۱۰ cm که دارای ۵۰۰ حلقه است، چند آمپر باشد تا اندازه

میدان مغناطیسی یکنواخت ایجادشده در درون آن برابر ۱۵۷ G شود؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$)

۲ (۴)

۰/۲ (۳)

۲/۵ (۲)

۰/۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

میدان مغناطیسی درون یک سیملوله:

اگر قطر حلقه‌های سیملوله در مقایسه با طول آن، بسیار کوچک و حلقه‌های آن، خیلی به هم نزدیک باشند، به این سیملوله، سیملوله آرمانی گفته می‌شود. میدان مغناطیسی داخل یک سیملوله آرمانی در نقطه‌های دور از لبه‌ها یکنواخت است و اندازه آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$$

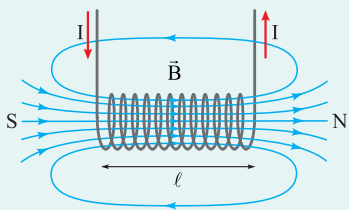
B: اندازه میدان مغناطیسی (T)

$$\mu_0: \text{تراوایی مغناطیسی خلأ} = 4\pi \times 10^{-7} \left(\frac{T.m}{A} \right)$$

N: تعداد حلقه‌ها

I: جریان الکتریکی (A)

ℓ : طول سیملوله (m)



یکای میدان مغناطیسی در SI، تسلا (T) می‌باشد و یکای دیگر آن گaus (G) است.

$$1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$$

رابطه میدان مغناطیسی را برای یک سیملوله آرمانی می‌نویسیم و مقادیر داده‌شده را در آن جای گذاری می‌کنیم تا جریان الکتریکی عبوری از آن به دست آید:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} \rightarrow \frac{B=157 \text{ G}=157 \times 10^{-4} \text{ T}, N=500, \pi=3/14}{\mu_0=4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}, \ell=10 \text{ cm}=10^{-1} \text{ m}} \rightarrow 157 \times 10^{-4} = \frac{4(3/14) \times 10^{-7} \times 500 \times I}{10^{-1}}$$

$$\Rightarrow I = \frac{157 \times 10^{-5}}{2 \times 3/14 \times 10^{-4}} = 2/5 \text{ A}$$

جریان الکتریکی ۲/۵ A از سیملوله آرمانی به طول ۱۰ cm می‌گذرد. اگر میدان مغناطیسی ایجادشده در درون

سیملوله، ۱۵۷ G باشد، تعداد حلقه‌های آن چه قدر است؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$)

(سوال ۶۷ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت اول)

۱۰۰۰ (۲)

۱۵۰۰ (۱)

۲۵۰ (۴)

۵۰۰ (۳)

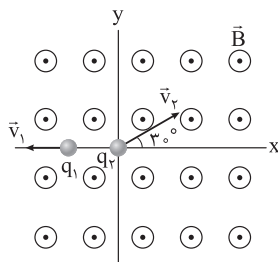
فیزیک

۷۲

در شکل زیر، دو ذره باردار با بارهای q_1 و q_2 که $q_2 = -q_1$ است، با تندی‌های یکسان در میدان مغناطیسی

یکنواخت $\vec{B}$ در جهت‌های نشان داده شده، پرتاب می‌شوند. اگر نیروی مغناطیسی وارد بر دو ذره به ترتیب $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$

باشد، به ترتیب $|\frac{F_2}{F_1}|$ برابر کدام و زاویه بین آن‌ها برابر چند درجه است؟



(۱) ۱، ۳۰

(۲) ۱، ۱۵۰

(۳) ۲، ۳۰

(۴) ۲، ۱۵۰

پاسخ: گزینه ۱

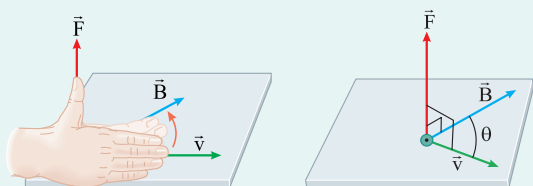
درس Box

(۱) نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی:

اگر ذره باردار q با سرعت $\vec{v}$ در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ حرکت کند (به شرط آن که جهت حرکت آن با میدان مغناطیسی موازی نباشد)، بر آن نیرویی وارد خواهد شد که بر راستای سرعت و میدان مغناطیسی عمود است.

(۲) قاعده دست راست برای تعیین جهت نیروی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی:

اگر دست راست خود را طوری نگه داریم که انگشتان باز شده ما در جهت $\vec{v}$ باشد - به گونه‌ای که وقتی آن‌ها را روی زاویه کوچک‌تری که $\vec{B}$ با $\vec{v}$ می‌سازد، در جهت چرخش طبیعی انگشتان خم کنیم، در جهت $\vec{B}$ قرار گیرد - انگشت شست ما در جهت نیروی وارد بر ذره باردار مثبت خواهد بود. توجه کنید که نیروی وارد بر بار منفی، در خلاف جهت نیروی وارد بر بار مثبت است؛ به عبارت دیگر، طی همین مراحل، ولی با دست چپ تعیین می‌گردد.



(۳) $\odot$ ، نماد بردار عمود بر صفحه به طرف بیرون (برون‌سو) است.

$\otimes$ ، نماد بردار عمود بر صفحه به طرف درون (درون‌سو) است.

(۴) اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F = |q| v B \sin \theta$$

اندازه میدان مغناطیسی (T) تندی ذره m/s

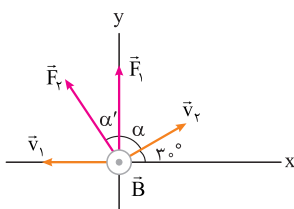
زاویه بین بردارهای سرعت و میدان مغناطیسی اندازه نیرو (N)

اندازه بار الکتریکی (C)

گام اول: نسبت اندازه نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{|q_2| v_2 B \sin \theta_2}{|q_1| v_1 B \sin \theta_1} \xrightarrow{v_2=v_1, \theta_2=\theta_1=90^\circ, |q_2|=|q_1|} \frac{F_2}{F_1} = 1$$

گام دوم: به کمک قاعده دست راست، جهت نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ را تعیین کرده و زاویه بین آن‌ها (α') را پیدا می‌کنیم. برای این کار، فرض می‌کنیم $q_1 > 0$ و $q_2 < 0$ باشد. باید توجه داشت که جهت نیروی وارد بر بار q_2 ، برخلاف جهتی است که با قاعده دست راست به دست می‌آید. درست مانند آن که از دست چپ برای تعیین جهت نیرو استفاده کنیم.



$$\alpha + 30^\circ = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

$$\alpha + \alpha' = 90^\circ \Rightarrow 60^\circ + \alpha' = 90^\circ \Rightarrow \alpha' = 30^\circ$$

اگر فرض، $q_1 < 0$ و $q_2 > 0$ بود، نیز به همین پاسخ می‌رسیدیم.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

میدان مغناطیسی عبوری از حلقه‌ای به مساحت 500 cm^2 که سطح آن عمود بر محور y است، در SI برابر $\vec{B} = 0/6 \vec{i} + 0/8 \vec{j}$ است. شار مغناطیسی گذرنده از این حلقه چند میلی‌ویر است؟ ($\sin 37^\circ = 0/6$)

۴ (۴)

۳ (۳)

۴۰ (۲)

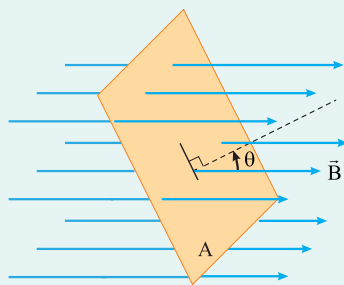
۳۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

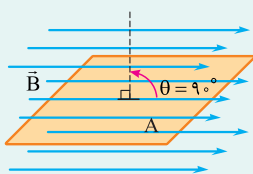
شار مغناطیسی:

درس Box

مجموعه خطوط میدان مغناطیسی که از یک سطح می‌گذرند، شار مغناطیسی نام دارد. شار مغناطیسی، کمیتی نرده‌ای است و برای میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ که از مدار بسته‌ای (مثلاً یک حلقه) به مساحت A می‌گذرد، از رابطه زیر به دست می‌آید:

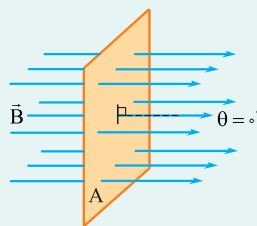


$$\Phi = AB \cos \theta$$



(ب)

$$\Phi = 0$$



(الف)

$$\Phi_{\max}$$

Φ : شار مغناطیسی (Wb) $1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \times 1 \text{ m}^2$

A : مساحت سطح مدار بسته (m^2)

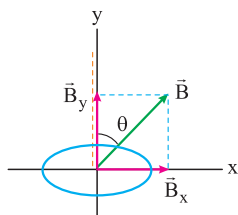
B : اندازه میدان مغناطیسی یکنواخت (T)

θ : زاویه بین بردار میدان مغناطیسی و نیم‌خط عمود بر سطح حلقه

اگر در صورت مسئله، زاویه بین سطح حلقه و خطوط میدان داده شود، زاویه θ متمم آن است. مثلاً وقتی سطح پیچه بر خطوط میدان عمود است، یعنی $\theta = 0^\circ$ است.

با توجه به شکل زیر، شار مغناطیسی حاصل از مؤلفه افقی میدان مغناطیسی ($\vec{B}_x$) صفر است؛ اما مؤلفه قائم آن ($\vec{B}_y$) که با نیم‌خط عمود بر سطح حلقه، در یک جهت هستند، شار مغناطیسی را ایجاد می‌کند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

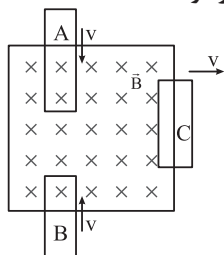


$$\Phi = AB \cos \theta \xrightarrow{B_y = B \cos \theta} \Phi = AB_y$$

$$\xrightarrow{\frac{A = 500 \text{ cm}^2 = 500 \times 10^{-4} \text{ m}^2}{B_y = 0/8 \text{ T}}} \Phi = 500 \times 10^{-4} \times 0/8$$

$$\Rightarrow \Phi = 40 \times 10^{-3} \text{ Wb} = 40 \text{ mWb}$$

در شکل زیر، میدان مغناطیسی یکنواخت درون سو در محدوده مشخص شده برقرار است و حلقه‌های رسانای مشابه در جهت‌های نشان داده شده با تندی ثابت و یکسان حرکت می‌کنند. کدام یک از موارد زیر درست است؟



- (۱) جریان القاشده در حلقه‌های A و C ساعتگرد است.
- (۲) جریان القاشده در حلقه‌های B و C ساعتگرد است.
- (۳) جریان القاشده در حلقه‌های A و B پادساعتگرد است.
- (۴) اندازه جریان القاشده در سه حلقه، یکسان است.

پاسخ: گزینه ۳

قانون لنز:

درس Box

جریان حاصل از نیروی محرکه القایی در یک مدار یا پیچه در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن، با عامل به وجود آورنده جریان القایی، یعنی تغییر شار مغناطیسی، مخالفت می‌کند. علامت منفی در رابطه قانون فاراده، نشان‌دهنده همین مخالفت است. از قانون لنز برای تعیین جهت جریان القایی استفاده می‌شود.

الف) وقتی شار افزایشی است:

میدان القایی (ثانویه) در جهت مخالف میدان اصلی (اولیه) است تا از این راه با افزایش شار مخالفت کند.

اصلی $\vec{B}$ ← القایی $\vec{B}'$ →

ب) وقتی شار کاهشی است:

میدان القایی (ثانویه) هم‌جهت با میدان اصلی (اولیه) است تا از این راه با کاهش شار مخالفت کند.

اصلی $\vec{B}$ ← القایی $\vec{B}'$ ←

قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:

هرگاه شار مغناطیسی‌ای که از مدار بسته‌ای می‌گذرد، تغییر کند، نیروی محرکه‌ای در آن القا می‌شود که بزرگی آن با آهنگ تغییر شار مغناطیسی متناسب است.

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

ε_{av} : نیروی محرکه القایی متوسط (V)

N: تعداد دورها یا حلقه‌های مدار

$\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$: آهنگ تغییر شار مغناطیسی ($\frac{Wb}{s}$)

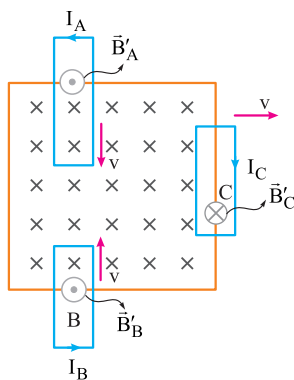
$$I_{av} = \frac{\varepsilon_{av}}{R}$$

I_{av} : جریان القایی متوسط (A)

R: مقاومت الکتریکی (Ω)

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: حلقه‌های A و B در حال وارد شدن به محدوده میدان مغناطیسی هستند. بنابراین شار مغناطیسی عبوری از آن‌ها در حال افزایش است. طبق قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، در این دو حلقه، نیروی محرکه القایی و جریان القایی به وجود می‌آید. طبق قانون لنز، جریان در جهتی القا می‌شود که میدان مغناطیسی ناشی از آن با افزایش شار، یعنی ورود حلقه‌های A و B مخالفت کند. بنابراین میدان مغناطیسی القایی برون‌سوی $\vec{B}'_A$ و $\vec{B}'_B$ ایجاد می‌کنند که طبق قاعده دست راست، جریان ایجاد شده در آن‌ها پادساعتگرد است.



گام دوم: حلقه C در حال خروج از محدوده میدان مغناطیسی است، بنابراین شار مغناطیسی عبوری از آن در حال کاهش است. طبق قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، نیروی محرکه القایی و جریان القایی در آن ایجاد می‌شود که طبق قانون لنز، میدان مغناطیسی ناشی از آن، با کاهش شار، یعنی خروج حلقه C مخالفت می‌کند. بنابراین یک میدان مغناطیسی القایی درون سو $\vec{B}'$ ایجاد می‌کند که طبق قاعده دست راست، جریان ایجاد شده در آن، ساعتگرد است.

به این ترتیب گزینه (۳)، درست و گزینه‌های (۱) و (۲)، نادرست هستند.

گام سوم: آهنگ تغییر شار مغناطیسی در حلقه C بیشتر از حلقه‌های A و B است.

بنابراین جریان القاشده در حلقه C بزرگ‌تر از جریان القاشده در حلقه‌های A و B است.

$$\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon_{av} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \\ I = I_{av} = \frac{\varepsilon_{av}}{R} \end{cases} \Rightarrow I = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \times \frac{1}{R} \xrightarrow{R_A=R_B=R_C} I_C > I_A = I_B$$

توجه داشته باشید که چون حلقه‌ها با تندی ثابت و یکسان حرکت می‌کنند، در این جا $\varepsilon = \varepsilon_{av}$ و $I = I_{av}$ است.

معادله جریان عبوری از یک سیملوله آرمانی به ضریب القاوری 5 mH بر حسب زمان، در SI به صورت $I = 4 \sin(50\pi t)$ می شود؟
است. در چه لحظه ای بر حسب ثانیه، انرژی ذخیره شده در سیملوله برای دومین مرتبه برابر 10 mJ می شود؟

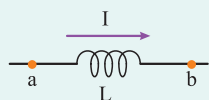
$$\begin{array}{ll} \frac{1}{30} \quad (1) & \frac{1}{60} \quad (2) \\ \frac{1}{150} \quad (3) & \frac{1}{300} \quad (4) \end{array}$$

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

انرژی ذخیره شده در القاگر:

وقتی جریانی در القاگر برقرار شود، مولد به القاگر انرژی می دهد. بخشی از این انرژی در مقاومت الکتریکی سیم های القاگر، به صورت گرما تلف شده (RI^2t) و بقیه آن در میدان مغناطیسی القاگر ذخیره می گردد.



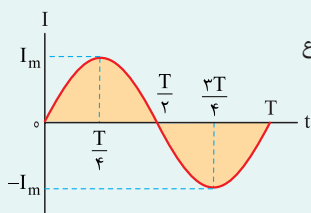
$$U = \frac{1}{2} LI^2$$

U: انرژی ذخیره شده در القاگر (J)

L: ضریب القاوری (H) یا (Ωs)

I: جریان عبوری از القاگر (A)

جریان متناوب:



جریانی است که اندازه، علامت و جهت آن بر حسب زمان تغییر می کند و متداول ترین نوع آن، جریان متناوب سینوسی است.

معادله جریان متناوب سینوسی به صورت زیر است:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t$$

I: جریان الکتریکی در لحظه t (A)

 I_m : بیشینه جریان الکتریکی (A)

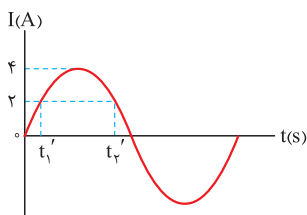
T: دوره (s)

گام اول: به کمک انرژی ذخیره شده در سیملوله (القاگر) و ضریب القاوری آن، جریان عبوری از سیملوله را به دست می آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \quad \frac{U=10 \text{ mJ}=10 \times 10^{-3} \text{ J}}{L=5 \text{ mH}=5 \times 10^{-3} \text{ H}} \rightarrow 10 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^{-3} I^2 \Rightarrow I^2 = 4 \Rightarrow I = 2 \text{ A}$$

گام دوم: با توجه به معادله جریان عبوری داده شده در سؤال، $I_m = 4 \text{ A}$ است. حالا باید ببینیم در چه لحظه ای مانند t' جریان عبوری برای دومین مرتبه به 2 A می رسد.



$$I = 4 \sin(50\pi t) \xrightarrow{I=2 \text{ A}, t=t'} 2 = 4 \sin(50\pi t') \Rightarrow \sin(50\pi t') = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} 50\pi t'_1 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t'_1 = \frac{1}{300} \text{ s} \text{ اولین بار} \\ 50\pi t'_2 = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow t'_2 = \frac{1}{60} \text{ s} \text{ دومین بار} \end{cases}$$

اگر مجموع شمار ذره‌های زیراتمی در یون $^{120}_{50}\text{X}^{4+}$ برابر ۱۶۶ باشد، کدام مورد نادرست است؟

(۱) تفاوت شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها در یون X^{2+} برابر ۲۲ است.

(۲) X ، نخستین فلز گروه خود محسوب می‌شود.

(۳) در آرایش الکترونی اتم X ، ۶ زیرلایه دارای دو الکترون وجود دارد.

(۴) شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم X با شمار این الکترون‌ها در اتم عنصر A برابر است.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

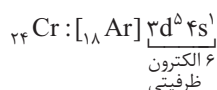
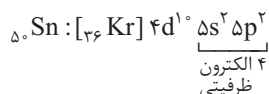
با توجه به این که مجموع شمار ذره‌های زیراتمی در یون $^{120}_{50}\text{X}^{4+}$ ، برابر با ۱۶۶ است، شمار پروتون‌ها (عدد اتمی) را در عنصر X مشخص کرده و در واقع این عنصر را شناسایی می‌کنیم:

$$^{120}_{50}\text{X}^{4+} \begin{cases} n + p = 120 & \text{عدد جرمی (A)} \\ e = p - 4 \end{cases} \Rightarrow \underbrace{\text{شمار نوترون‌ها} + \text{شمار پروتون‌ها}}_{\text{عدد جرمی} = 120} = 166$$

$$\Rightarrow 120 + (p - 4) = 166$$

$$\Rightarrow p - 4 = 46 \Rightarrow p = 50 \text{ (عدد اتمی X)}$$

بنابراین X همان عنصر قلع ($_{50}\text{Sn}$) است. آرایش الکترونی اتم عنصرهای $_{50}\text{Sn}$ و $_{24}\text{Cr}$ به صورت زیر است:



تیزبازی

برای عنصرهای گروه‌های ۱ تا ۱۲، تعداد الکترون‌های ظرفیتی برابر شماره گروه و برای عنصرهای گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ (به جز هلیوم)، تعداد الکترون‌های ظرفیتی برابر عدد یکان شماره گروه است. عنصرهای قلع ($_{50}\text{Sn}$) و کروم ($_{24}\text{Cr}$) به ترتیب در گروه‌های ۱۴ و ۶ جدول تناوبی جای دارند؛ بنابراین شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم آن‌ها به ترتیب برابر با ۴ و ۶ است!

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱):

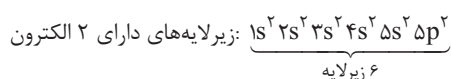
$$^{120}_{50}\text{X}^{2+} \begin{cases} n = A - p = 120 - 50 = 70 \\ p = 50 \\ e = p - 2 = 48 \end{cases} \Rightarrow n - e = 70 - 48 = 22$$

گزینه (۲): سه عنصر ابتدایی گروه ۱۴ (C ، Si ، Ge) به ترتیب نافلز، شبه‌فلز و شبه‌فلز هستند و قلع ($_{50}\text{Sn}$) نخستین فلز گروه ۱۴

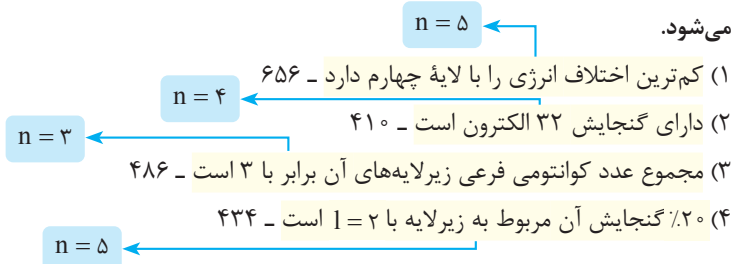
جدول تناوبی محسوب می‌شود:

گروه ۱۴	
۲ دوره	$_{6}\text{C}$ → نافلز
۳ دوره	$_{14}\text{Si}$ → شبه‌فلز
۴ دوره	$_{32}\text{Ge}$ → شبه‌فلز
۵ دوره	$_{50}\text{Sn}$ → فلز
۶ دوره	$_{82}\text{Pb}$ → فلز

گزینه (۳): آرایش الکترونی اتم عنصرهای گروه ۱۴ به $ns^2 np^2$ ختم می‌شود. قلع ($_{50}\text{Sn}$) در دوره پنجم قرار دارد و n برابر ۵ است.



در اتم هیدروژن برانگیخته، در اثر انتقال الکترون از لایه‌ای که به لایه دوم، پرتویی با طول موج نانومتر نشر می‌شود.

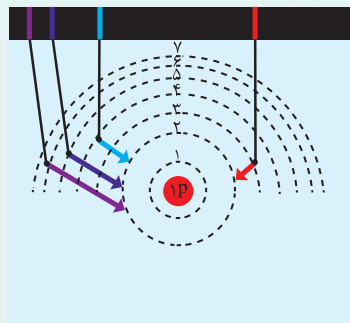


پاسخ: گزینه ۴

درس Box

در گستره مرئی طیف نشری خطی به دست آمده از اتم‌های هیدروژن، چهار خط یا نوار رنگی وجود دارد. این خطوط مربوط به انتقال الکترون از لایه‌های بالاتر ($n = 3, 4, 5, 6$) به لایه دوم ($n = 2$) هستند. ویژگی‌ها و چگونگی تشکیل این خطوط این‌طور است:

طول موج (nm) ۶۵۶ ۴۸۶ ۴۳۴ ۴۱۰



رنگ نوار	طول موج (nm)	چگونگی تشکیل
بنفش	۴۱۰	مربوط به انتقال الکترون از $n = 6$ به $n = 2$
نیلی	۴۳۴	مربوط به انتقال الکترون از $n = 5$ به $n = 2$
آبی	۴۸۶	مربوط به انتقال الکترون از $n = 4$ به $n = 2$
سرخ	۶۵۶	مربوط به انتقال الکترون از $n = 3$ به $n = 2$

رابطه‌های مهم لایه‌ها و زیرلایه‌ها:

- n = تعداد زیرلایه‌ها در هر لایه الکترونی
- $2n^2$ = حداکثر گنجایش الکترونی یک لایه
- $2(2l+1) = 4l+2$ = حداکثر گنجایش الکترونی یک زیرلایه
- $0, 1, \dots, n-1$ = مقادیر مجاز l در هر لایه



زیرلایه $l = 2$ ، همان زیرلایه d است که گنجایش $4(2)+2 = 4(2)+2 = 10$ الکترون را دارد؛ بنابراین لایه‌ای که ۲۰ درصد گنجایش آن مربوط به زیرلایه d است، حداکثر گنجایش ۵۰ الکترون را دارد:

$$2n^2 = 50 \Rightarrow n^2 = 25 \Rightarrow n = 5$$

در اثر انتقال الکترون از لایه پنجم به لایه دوم، پرتوی نیلی‌رنگ با طول موج ۴۳۴ nm نشر می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): با دور شدن لایه‌ها از هسته، اختلاف انرژی لایه‌های متوالی کاهش می‌یابد؛ بنابراین اختلاف انرژی لایه چهارم و لایه پنجم، کمتر از اختلاف انرژی لایه سوم و لایه چهارم است، در نتیجه انتقال الکترون از لایه پنجم به لایه دوم، با نشر پرتو نیلی پررنگ با طول موج ۴۳۴ نانومتر همراه است.

گزینه (۲): لایه چهارم دارای گنجایش ۳۲ الکترون است. گنجایش هر لایه از رابطه $2n^2$ به دست می‌آید:

$$2n^2 = 2(4)^2 = 32$$

انتقال الکترون از لایه چهارم به لایه دوم، با نشر پرتوی آبی به طول موج ۴۸۶ نانومتر همراه است.

گزینه (۳): لایه‌ای که مجموع عدد کوانتومی فرعی زیرلایه‌های آن برابر با ۳ است، لایه سوم است. این لایه دارای سه زیرلایه با عددهای کوانتومی ۰، ۱ و ۲ است. انتقال الکترون از این لایه به لایه دوم، با نشر پرتوی قرمز رنگ با طول موج ۶۵۶ نانومتر همراه است.

در نمونه‌ای از مس شامل دو ایزوتوپ ^{63}Cu و ^{65}Cu ، درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر برابر 80% است. بر این اساس، جرم $2/^\circ$ مول مس (I) سولفات، چند گرم است؟ (جرم اتمی ایزوتوپ‌ها برابر عدد جرمی آن‌ها در نظر گرفته شود و $(\text{O}=16, \text{S}=32; \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$)



$$44/56 (2)$$

$$31/88 (1)$$

$$222/8 (4)$$

$$159/4 (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

گام اول: جرم اتمی میانگین مس را حساب می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به این که درصد فراوانی ایزوتوپ ^{63}Cu برابر 80% است، درصد فراوانی ایزوتوپ دیگر 20% است؛ بنابراین داریم:

$$\begin{cases} M_1 = 63 \text{ amu}, & F_1 = 80\% \\ M_2 = 65 \text{ amu}, & F_2 = 20\% \end{cases}$$

اول با استفاده از فرمول کتاب درسی:

$$M = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2}{100} = \frac{(63 \times 80) + (65 \times 20)}{100} = 63/4 \text{ amu}$$

و حالا به روش تستی:

په‌چور دیگه ➔

$$M = M_1 + \frac{F_2}{F_{\text{کل}}} (M_2 - M_1) \Rightarrow M = 63 + \frac{20}{100} (65 - 63) = 63/4 \text{ amu}$$

گام دوم: جرم $2/^\circ$ مول مس (I) سولفات (Cu_2SO_4) را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{Cu}_2\text{SO}_4 \text{ جرم مولی} = 2(63/4) + 32 + 4(16) = 222/8 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$2/^\circ \text{ mol Cu}_2\text{SO}_4 \times \frac{222/8 \text{ g Cu}_2\text{SO}_4}{1 \text{ mol Cu}_2\text{SO}_4} = 44/56 \text{ g Cu}_2\text{SO}_4$$

اگر فرمول شیمیایی مس (I) سولفات را به اشتباه به صورت CuSO_4 در نظر می‌گرفتید، پاسخ تست را گزینه (۱) انتخاب می‌کردید!

گول نخوری ✗

$$\text{CuSO}_4 \text{ جرم مولی} = 63/4 + 32 + 4(16) = 159/4 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$2/^\circ \text{ mol CuSO}_4 \times \frac{159/4 \text{ g CuSO}_4}{1 \text{ mol CuSO}_4} = 31/88 \text{ g CuSO}_4$$

«در اتم عنصرهای دورهٔ جدول تناوبی، در حال پرشدن هستند.»

(ت) پنجم، زیرلایه‌هایی با $n = 5$

۴ (۱)

درس‌ی Box

ٲs } دسته س

ٳs

ٴs

ٵs

ٶs

ٷs

ٸs

دسته س

ٲd

ٳd

ٴd

ٵd

ٶd

ٷd

دسته د

ٲp

ٳp

ٴp

ٵp

ٶp

ٷp

دسته پ

ٲf

ٳf

دسته ف

$$\text{دوره } n \text{ ام جدول دوره ای} \left\{ \begin{array}{l} \text{ns : زیرلایه } n \geq 1 \\ \text{np : زیرلایه } n \geq 2 \\ (n-1)d : \text{زیرلایه } n \geq 4 \\ (n-2)f : \text{زیرلایه } n \geq 6 \end{array} \right.$$

مقادیر (n + l) زیرلایه‌ها	زیرلایه‌های در حال پرشدن	شمارهٔ دوره
۱	۱s	۱
۲, ۳	۲s ۲p	۲
۳, ۴	۳s ۳p	۳
۴, ۵, ۵	۴s ۳d ۴p	۴
۵, ۶, ۶	۵s ۴d ۵p	۵
۶, ۷, ۷, ۷	۶s ۴f ۵d ۶p	۶
۷, ۸, ۸, ۸	۷s ۵f ۶d ۷p	۷

✓ **پاسخ خیلی تشریحی**

(الف) کاملاً درست! در اتم عنصرهای دوره دوم جدول تناوبی، زیرلایه‌های $2s$ و $2p$ در حال پر شدن از الکترون هستند.

ب) در اتم عنصرهای دوره سوم جدول تناوبی، زیرلایه‌های $3s$ و $3p$ در حال پرشدن از الکترون هستند که مجموع $n+1$ متفاوتی دارند:

$$n+1 \text{ مجموع } \begin{cases} 3s: 3+0=3 \\ 3p: 3+1=4 \end{cases}$$

هم‌چنین به یاد داشته باشید که در اتم عنصرهای هر دوره از جدول تناوبی به‌جز دوره اول، مجموع $n+1$ زیرلایه‌هایی که در حال پرشدن هستند، دو مقدار متفاوت دارد که یکی از این مقادیر برابر با شماره دوره و دیگری، یک واحد بزرگ‌تر از شماره دوره است.

پ) در اتم عنصرهای دوره چهارم، سه زیرلایه $4s$ ، $3d$ و $4p$ در حال پرشدن از الکترون هستند.

ت) در اتم عنصرهای دوره پنجم، سه زیرلایه $5s$ ، $4d$ و $5p$ در حال پرشدن هستند که در میان این سه زیرلایه، دو زیرلایه $5s$ و $5p$ ، دارای $n=5$ هستند، در حالی که زیرلایه $4d$ ، دارای $n=4$ می‌باشد.

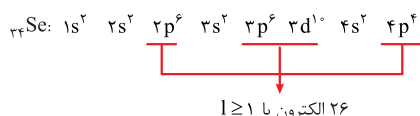
کدام مورد دربارهٔ عنصری از دورهٔ چهارم که اتم آن، ۲۶ الکترون با $I \geq 1$ دارد، درست است؟

- (۱) مجموع $(n+1)$ الکترون‌های ظرفیتی آن با این مجموع در اتم چهارمین فلز واسطهٔ جدول برابر است.
- (۲) عنصر هم‌دورهٔ بعد از آن در جدول دوره‌ای، در دمای اتاق مایع است.
- (۳) تفاوت عدد اتمی آن با عدد اتمی دومین عنصر گروه ۱۵ جدول برابر ۱۸ است.
- (۴) در واکنش با دیگر اتم‌ها، تنها می‌تواند الکترون به اشتراک گذارد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

زیرلایه‌های با $I \geq 1$ ، شامل زیرلایه‌های d ، p ، f هستند؛ بنابراین عنصری از دورهٔ چهارم که اتم آن، ۲۶ الکترون با $I \geq 1$ دارد، دارای زیرلایه‌های $4p^6$ ، $3d^1$ ، $4s^2$ و $4p^6$ در آرایش الکترونی خود بوده و آرایش الکترونی اتم آن به صورت زیر است:



بنابراین عنصر مورد نظر، سلنیم (${}_{34}\text{Se}$) و عنصر بعد از آن در جدول دوره‌ای، برم (${}_{35}\text{Br}$) است. برم در دمای اتاق، به حالت مایع و به شکل مولکول‌های دواتمی (Br_2) وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): مجموع $(n+1)$ الکترون‌های ظرفیتی در اتم سلنیم (${}_{34}\text{Se}$) برابر است با:

$${}_{34}\text{Se}: [{}_{18}\text{Ar}] 3d^1 4s^2 4p^6 \Rightarrow \text{مجموع } (n+1) \text{ الکترون‌های ظرفیت} = \underbrace{2(4+0)}_{4s} + \underbrace{4(4+1)}_{4p} = 28$$

چهارمین فلز واسطهٔ جدول دوره‌ای، کروم (${}_{24}\text{Cr}$) با آرایش الکترونی زیر است:

$${}_{24}\text{Cr}: [{}_{18}\text{Ar}] 3d^5 4s^1 \Rightarrow \text{مجموع } (n+1) \text{ الکترون‌های ظرفیت} = \underbrace{5(3+2)}_{3d} + \underbrace{1(4+0)}_{4s} = 29$$

بنابراین مجموع $(n+1)$ الکترون‌های ظرفیتی در اتم این دو عنصر متفاوت است.

آله فدایی نکرده هواستون نباشه و آرایش الکترونی کروم را به صورت زیر در نظر بگیرید، این عبارت درست از آتب درمی‌آد:

$${}_{24}\text{Cr}: [{}_{18}\text{Ar}] 3d^4 4s^2 \Rightarrow \text{مجموع } (n+1) \text{ الکترون‌های ظرفیت} = \underbrace{4(3+2)}_{3d} + \underbrace{2(4+0)}_{4s} = 28$$

فلاصه یادتون نره که آرایش کروم استثناست!

گزینهٔ (۳): دومین عنصر گروه ۱۵ جدول دوره‌ای، فسفر (${}_{15}\text{P}$) است:

$${}_{15}\text{P} \text{ و } {}_{34}\text{Se} \text{ تفاوت عدد اتمی عنصرهای } = 34 - 15 = 19$$

گزینهٔ (۴): سلنیم یک نافلز از گروه ۱۶ جدول دوره‌ای است که در واکنش با دیگر اتم‌ها، هم می‌تواند الکترون به اشتراک بگذارد و هم می‌تواند الکترون گرفته و آنیون Se^{2-} را تشکیل دهد.

گول نخوری ✗

کدام مورد درست است؟

۸۱

- (۱) در خانهٔ مربوط به عنصر چهل و سوم جدول تناوبی، عددی برای جرم اتمی میانگین گزارش نشده است.
- (۲) در ایزوتوپ طبیعی منیزیم با کمترین فراوانی، برخلاف فراوانترین ایزوتوپ طبیعی لیتیم، تفاوت شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها برابر یک است.
- (۳) در یک نمونهٔ طبیعی از گاز کلر که حاوی ۱۰۰ اتم است، بیش از ۲۰۰۰ نوترون وجود دارد.
- (۴) عنصرهای فسفر و تکنسیم در دو دورهٔ متوالی از جدول تناوبی قرار داشته و رادیوایزوتوپ آن‌ها در ایران تولید شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

${}^{99}_{43}\text{Tc}$ نخستین عنصر ساخت بشر است که در طبیعت وجود ندارد و در خانهٔ مربوط به این عنصر در جدول تناوبی، عددی برای جرم اتمی میانگین گزارش نشده است.

۱	۱ H هیدروژن ۱/۰۰۸	۲	۳ Li لیتیم ۶/۹۴	۴ Be برلیوم ۹/۰۱	۵	۶	۷	۸	۹
۲	۱۱ Na سدیم ۲۲/۹۹	۱۲ Mg منیزیم ۲۴/۳۱	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹
۳	۱۹ K پتاسیم ۳۹/۱۰	۲۰ Ca کلسیم ۴۰/۰۸	۲۱ Sc اسکاندیم ۴۴/۹۶	۲۲ Ti تیتانیم ۴۷/۸۷	۲۳ V وانادیم ۵۰/۹۴	۲۴ Cr کروم ۵۲/۰۰	۲۵ Mn منگنز ۵۴/۹۴	۲۶ Fe آهن ۵۵/۸۵	۲۷ Co کبالت ۵۸/۹۳
۴	۳۷ Rb روبییدیم ۸۵/۴۷	۳۸ Sr استرانسیم ۸۷/۶۲	۳۹ Y ایتریم ۸۸/۹۱	۴۰ Zr زیرکونیم ۹۱/۲۲	۴۱ Nb نیوبیم ۹۲/۹۱	۴۲ Mo مولیبدن ۹۵/۹۴	۴۳ Tc تکنسیم —	۴۴ Ru روتنیم ۱۰۱/۱	۴۵ Rh رودیم ۱۰۱/۰۲
۵	۵۵ Cs سزیوم ۱۳۲/۹	۵۶ Ba باریم ۱۳۷/۳	۵۷ La لوئسیوم ۱۳۸/۹۰	۵۸ Ce سزمیوم ۱۴۰/۹۰	۵۹ Pr پرمیوم ۱۴۰/۹۰	۶۰ Nd نئودیم ۱۴۴/۲۴	۶۱ Pm پرمیوم —	۶۲ Sm سامریوم ۱۵۰/۰۴	۶۳ Eu یورپوم ۱۵۲/۰۷
۶	۸۷ Fr فرانسیسم [۲۲۳]	۸۸ Ra رادیوم [۲۲۶]	۸۹ Ac آکتینیم [۲۲۷]	۹۰ Th توریم [۲۳۲]	۹۱ Pa پروتاکتینیم [۲۳۱]	۹۲ U اورانیوم [۲۳۸]	۹۳ Np نپتونیم [۲۳۷]	۹۴ Pu پلوتونیوم [۲۳۹]	۹۵ Am آمریسیوم [۲۴۳]
۷	۱۰۱ Db دوبنیوم [۲۶۸]	۱۰۲ Sg سیبورگیوم [۲۶۶]	۱۰۳ Bh بهرلیوم [۲۶۴]	۱۰۴ Hs هاسیم [۲۶۵]	۱۰۵ Mt مایتنریوم [۲۶۶]	۱۰۶ Lr لوئرسیوم [۲۶۰]	۱۰۷ La لوئسیوم [۲۶۰]	۱۰۸ Ce سزمیوم [۲۶۰]	۱۰۹ Pr پرمیوم [۲۶۰]

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۲):



عنصر	شمار ایزوتوپ‌های طبیعی	نماد ایزوتوپ‌های طبیعی	ایزوتوپی با فراوانی بیشتر
منیزیم (${}_{12}\text{Mg}$)	۳	${}^{24}_{12}\text{Mg}$, ${}^{25}_{12}\text{Mg}$, ${}^{26}_{12}\text{Mg}$	${}^{24}_{12}\text{Mg}$ (ایزوتوپ سبک‌تر)
لیتیم (${}_{3}\text{Li}$)	۲	${}^6_3\text{Li}$, ${}^7_3\text{Li}$	${}^7_3\text{Li}$ (ایزوتوپ سنگین‌تر)
هیدروژن (${}_{1}\text{H}$)	۳	${}^1_1\text{H}$, ${}^2_1\text{H}$, ${}^3_1\text{H}$	${}^1_1\text{H}$ (ایزوتوپ سبک‌تر)
کلر (${}_{17}\text{Cl}$)	۲	${}^{35}_{17}\text{Cl}$, ${}^{37}_{17}\text{Cl}$	${}^{35}_{17}\text{Cl}$ (ایزوتوپ سبک‌تر)

ایزوتوپ ${}^{25}_{12}\text{Mg}$ کمترین فراوانی را در بین ایزوتوپ‌های منیزیم دارد. در هر یک از ایزوتوپ‌های مورد نظر، شمار نوترون‌ها یک واحد بیشتر از شمار الکترون‌ها است:

$${}^{25}_{12}\text{Mg} \begin{cases} n = (A) - p = 25 - 12 = 13 \\ p = 12 \\ e = p = 12 \end{cases} \quad {}^7_3\text{Li} \begin{cases} n = (A) - p = 7 - 3 = 4 \\ p = 3 \\ e = p = 3 \end{cases}$$

گزینه (۳): در نمونه طبیعی از گاز کلر، ایزوتوپ‌های $^{35}_{17}\text{Cl}$ و $^{37}_{17}\text{Cl}$ به ترتیب با ۱۸ و ۲۰ نوترون وجود دارد؛ بنابراین تعداد نوترون‌ها در نمونه‌ای حاوی ۱۰۰ اتم کلر، بیشتر از ۱۸۰۰ و کمتر از ۲۰۰۰ عدد است.

گزینه (۴): با توجه به شکل کتاب درسی، رادیوایزوتوپ‌هایی از فسفر و تکنسیم در ایران تولید شده است، اما *هواستان باشد که* در جدول تناوبی، عنصر فسفر ($^{15}_{15}\text{P}$)، هم‌دوره با گاز نجیب آرگون ($^{18}_{18}\text{Ar}$)، در دوره سوم و عنصر تکنسیم ($^{43}_{43}\text{Tc}$)، هم‌دوره با گاز نجیب زنون ($^{54}_{54}\text{Xe}$)، در دوره پنجم قرار دارد؛ در نتیجه این دو عنصر در جدول تناوبی، در دو دوره متوالی قرار ندارند.

در کدام گزینه، مجموع شمار پیوندهای اشتراکی هر اتم از عنصر مشخص شده در ساختار لوویس دو گونه با هم برابر است؟

(۱) O در کربن مونوکسید و کربن دی‌اکسید

(۲) N در آمونیاک و یون آمونیوم

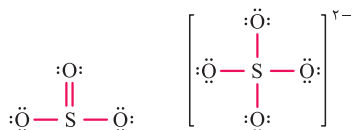
(۳) Cl در اکسیژن دی‌کلرید و یون پرکلرات

(۴) S در گوگرد تری‌اکسید و یون سولفات

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

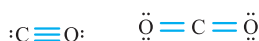
ساختار لوویس گوگرد تری‌اکسید (SO_3) و یون سولفات (SO_4^{2-}) به صورت زیر است:



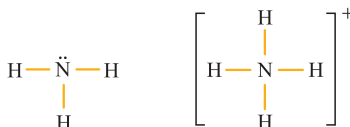
مشفیه که اتم S در هر دو ساختار بالا، چهار پیوند اشتراکی تشکیل می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): با توجه به ساختار لوویس این دو مولکول، می‌توان گفت که هر اتم O در ساختار CO_2 ، دو پیوند اشتراکی تشکیل می‌دهد، در حالی که اتم O موجود در ساختار CO سه پیوند اشتراکی تشکیل داده است:

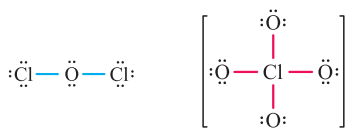


گزینه (۲): ساختار لوویس آمونیاک (NH_3) و یون آمونیوم (NH_4^+) رو ببینیم:



اتم N در ساختار NH_3 ، سه پیوند اشتراکی و در ساختار NH_4^+ ، چهار پیوند اشتراکی تشکیل می‌دهد.

گزینه (۳): با توجه به ساختار لوویس اکسیژن دی‌کلرید (OCl_2) و یون پرکلرات (ClO_4^-)، مشخص است که هر اتم Cl در ساختار OCl_2 ، یک پیوند اشتراکی تشکیل می‌دهد، در حالی که Cl در ساختار ClO_4^- ، چهار پیوند اشتراکی تشکیل داده است:



درصد حجمی چهار گاز نجیب نخست جدول تناوبی در لایهٔ تروپوسفر به صورت زیر است. کدام مورد، نادرست است؟

۸۳

E	D	X	A	گاز
۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۵	۰/۰۰۱۸	۰/۹۲۸	درصد حجمی

- (۱) از لامپ حاوی گاز X در ساخت تابلوهای تبلیغاتی برای ایجاد نوشته‌های نورانی سرخ‌فام استفاده می‌شود.
 (۲) گاز D از واکنش‌های شیمیایی در ژرفای زمین تولید شده و پس از نفوذ به لایه‌های زمین وارد میدان‌های گازی می‌شود.
 (۳) گاز نجیب E، متعلق به دورهٔ چهارم جدول تناوبی بوده و عدد اتمی آن دو برابر عدد اتمی گاز نجیب A است.
 (۴) در هر صد مترمکعب از هوا، ۵/۰ لیتر از گازی که برای خنک کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری استفاده می‌شود، وجود دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

درصد حجمی گازهای نجیب در هواکره:



مقایسهٔ درصد حجمی گازهای نجیب در هوا: $Ar > Ne > He > Kr > Xe$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 دورهٔ سوم دورهٔ دوم دورهٔ اول دورهٔ چهارم دورهٔ پنجم

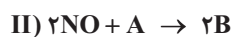
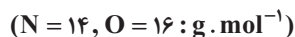
با توجه به نکتهٔ بالا، گازهای A، X، D و E به ترتیب گازهای نجیب Ar ، Ne ، He و Kr هستند. دقت کنید که گاز نجیب هلیوم (He)، طی واکنش‌های هسته‌ای در ژرفای زمین تولید می‌شود و پس از نفوذ به لایه‌های زمین، وارد میدان‌های گازی می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینهٔ (۱): از گاز نفون (Ne) در ساخت تابلوهای تبلیغاتی برای ایجاد نوشته‌های نورانی سرخ‌فام استفاده می‌شود.
 گزینهٔ (۳): عدد اتمی گاز نجیب کریپتون (Kr) به عنوان گاز نجیب دورهٔ چهارم جدول تناوبی، دو برابر عدد اتمی گاز نجیب آرگون (Ar) می‌باشد.
 گزینهٔ (۴): گازی که برای خنک کردن قطعات الکترونیکی در تصویربرداری استفاده می‌شود، هلیوم (He) است. از آن‌جا که هر متر مکعب معادل ۱۰۰۰ لیتر است؛ داریم:

$$۱۰۰m^3 \text{ هوا} \times \frac{۱۰۰۰L \text{ هوا}}{۱m^3 \text{ هوا}} \times \frac{۵ \times ۱۰^{-۴}L \text{ He}}{۱۰۰L \text{ هوا}} = ۰/۵L \text{ He}$$

با توجه به واکنش‌های زیر که مربوط به فرایند تولید اوزون تروپوسفری است، کدام مطلب نادرست است؟



۱) نسبت شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در ساختار لوویس هر مولکول C، برابر با شمار الکترون‌های جفت‌نشده در آرایش الکترون - نقطه‌ای هر اتم از A است.

۲) در شرایط یکسان، نسبت چگالی گاز C به A برابر با ۱/۵ است.

۳) گاز B قهوه‌ای‌رنگ است و در هر مولکول از آن، ۳ اتم از دو نوع عنصر متوالی در جدول تناوبی وجود دارد.

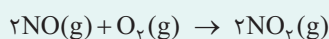
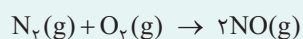
۴) اگر دمای ظرفی حاوی مخلوط مایع از A و C را به تدریج افزایش دهیم، C زودتر از مخلوط جدا می‌شود.

مشاوره یکی از سوالات رایجی که ممکن است در کنکور به آن پرداخته شود، واکنش‌های مربوط به تولید اوزون تروپوسفری است که باید مراحل آن را به ترتیب به خاطر بسپارید. هم‌چنین از آن جایی که به وفور دربارهٔ مولکول‌های O_3 و O_2 در کتاب شیمی اطلاعات وجود دارد، بهتر است همهٔ مطالب مربوط به این مولکول‌ها را در جای‌جای کتاب پیدا کنید تا به طور منظم در ذهنتان طبقه‌بندی شود.

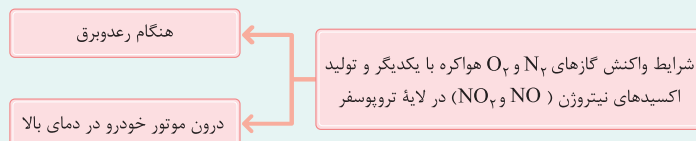
پاسخ: گزینهٔ ۴

مرحل تشکیل اوزون تروپوسفری به صورت زیر است:

مرحلهٔ اول: گاز نیتروژن (N_2) به عنوان اصلی‌ترین جزء سازندهٔ هواکره، واکنش‌پذیری بسیار کمی دارد و به طور معمول با اکسیژن هوا (O_2) واکنش نمی‌دهد، اما هنگام رعدوبرق و بالارفتن دما، این دو گاز در هواکره با یکدیگر ترکیب شده و به اکسیدهای نیتروژن تبدیل می‌شوند:

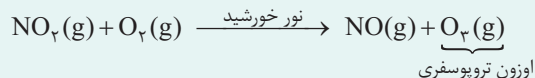


در هوای آلودهٔ شهرهای صنعتی و بزرگ، به مقدار قابل توجهی اکسیدهای نیتروژن وجود دارد. این گازها از واکنش گازهای نیتروژن و اکسیژن درون موتور خودرو و در دمای بالا به وجود می‌آیند.



گاز نیتروژن دی‌اکسید (NO_2) به رنگ قهوه‌ای است، به همین دلیل هوای آلودهٔ کلان‌شهرها اغلب به رنگ قهوه‌ای روشن دیده می‌شود.

مرحلهٔ دوم: در هوای آلودهٔ حاوی گاز نیتروژن دی‌اکسید و در حضور نور خورشید، واکنش زیر رخ می‌دهد و مقداری گاز اوزون تولید می‌شود:



A، B و C به ترتیب O_3 ، NO_2 و O_2 هستند. با توجه به این که نقطهٔ جوش اکسیژن (A) از اوزون (C) پایین‌تر است؛ با گرمادادن به مخلوط مایع آن‌ها، اکسیژن زودتر بخار شده و از مخلوط جدا می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): ساختار لوویس مولکول O_3 به صورت مقابل است: $\frac{6}{3} = 2$ = $\frac{\text{شمار جفت‌الکترون ناپیوندی}}{\text{شمار جفت‌الکترون پیوندی}}$ $\Rightarrow \ddot{O}=\ddot{O}-\ddot{O}:$

آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم اکسیژن به صورت $\ddot{O}:$ بوده که دارای ۲ الکترون جفت‌نشده (تک‌الکترون) است.

گزینهٔ (۲): در شرایط یکسان، نسبت چگالی دو گاز با نسبت جرم مولی آن‌ها برابر است؛ بنابراین داریم:

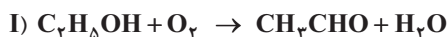
$$\frac{O_3}{O_2} = \frac{\text{جرم مولی } O_3}{\text{جرم مولی } O_2} = \frac{48}{32} = 1.5$$

گزینهٔ (۳): در هر مولکول از NO_2 ، ۳ اتم وجود دارد. در این ترکیب، دو نوع عنصر O و N وجود دارد که عناصر متوالی در جدول تناوبی به حساب می‌آیند. هم‌چنین می‌دانیم که گاز NO_2 ، قهوه‌ای‌رنگ است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

مقدار یکسانی از اتانول در دو آزمایش جداگانه، مطابق معادله‌های موازنه‌نشده زیر مصرف می‌شود. اگر مجموع جرم فراورده‌های کربن‌دار تولیدشده در دو واکنش، ۱۵۴ گرم باشد، جرم اتانول مورد استفاده در هر آزمایش چند گرم است؟ (بازده درصدی واکنش‌های (I) و (II) را به ترتیب برابر با ۷۵٪ و ۵۰٪ در نظر بگیرید.)

$$(H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1})$$



(۲) ۱۸۴

(۱) ۹۲

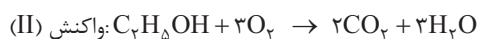
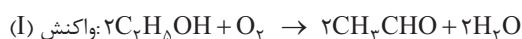
(۴) ۱۳۸

(۳) ۶۹

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا معادلات واکنش‌های انجام‌شده را موازنه می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



با توجه به این که در این سؤال، تنها با فراورده‌های کربن‌دار سروکار داریم، کافی است در معادله هر واکنش، نسبت‌های مولی میان C_7H_8OH و فراورده کربن‌دار را تعیین کنیم؛ یعنی این شکلی:

تیزبازی



مقدار مول اتانول (C_7H_8OH) مصرف‌شده در دو واکنش را x در نظر گرفته و جرم فراورده کربن‌دار تولیدشده در هر واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$(I) \text{ واکنش : } x \text{ mol } C_7H_8OH \times \frac{2 \text{ mol } CH_3CHO}{2 \text{ mol } C_7H_8OH} \times \frac{44 \text{ g } CH_3CHO}{1 \text{ mol } CH_3CHO} \times \frac{75}{100} = 33x \text{ g } CH_3CHO$$

بازده
درصدی

$$(II) \text{ واکنش : } x \text{ mol } C_7H_8OH \times \frac{2 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_7H_8OH} \times \frac{44 \text{ g } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} \times \frac{50}{100} = 44x \text{ g } CO_2$$

بازده
درصدی

حال با توجه به این که مجموع جرم فراورده‌های کربن‌دار تولیدشده در دو واکنش، ۱۵۴ گرم است، مقدار x و در نهایت جرم اتانول مورد استفاده در هر آزمایش را به دست می‌آوریم:

$$33x + 44x = 154 \Rightarrow 77x = 154 \Rightarrow x = \frac{154}{77} = 2 \text{ mol } C_7H_8OH$$

$$2 \text{ mol } C_7H_8OH \times \frac{46 \text{ g } C_7H_8OH}{1 \text{ mol } C_7H_8OH} = 92 \text{ g } C_7H_8OH$$

سولفات دومین، سومین و پنجمین فلز قلیایی خاکی جدول دوره‌ای، از نظر انحلال پذیری در آب، به ترتیب جزء کدام

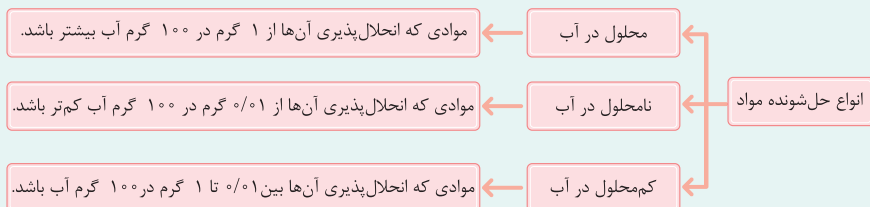
BaSO_4 و CaSO_4 , MgSO_4

دسته از مواد هستند؟

- (۱) محلول - کم محلول - نامحلول
- (۲) محلول - کم محلول - کم محلول
- (۳) کم محلول - محلول - کم محلول
- (۴) کم محلول - نامحلول - محلول

پاسخ: گزینه ۱

مواد را برحسب مقدار انحلال پذیری آن‌ها در آب، در دمای اتاق، می‌توان به سه دسته تقسیم کرد:



همهٔ مواد محلول، کم محلول و نامحلولی که باید (در دمای 25°C) بلد باشید! رو در جدول زیر براتون آورديم:

نامحلول	کم محلول	محلول
- نقره کلرید: AgCl - کلسیم فسفات: $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ - منیزیم فسفات: $\text{Mg}_3(\text{PO}_4)_2$ - باریم سولفات: BaSO_4 - منیزیم هیدروکسید: $\text{Mg}(\text{OH})_2$ - آهن (II) هیدروکسید: $\text{Fe}(\text{OH})_2$ - آهن (III) هیدروکسید: $\text{Fe}(\text{OH})_3$	کلسیم سولفات: CaSO_4	- اتانول ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$) و استون ($\text{CH}_3\text{CCH}_3$) (این دو ماده به هر نسبت در آب حل می‌شوند.) - شکر یا همان ساکارز: $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$ - سدیم نیترات: NaNO_3 - سدیم کلرید: NaCl - سدیم سولفات (Na_2SO_4)، منیزیم سولفات (MgSO_4) و آمونیوم سولفات ($(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$) - سدیم فسفات ($\text{Na}_3\text{PO}_4$) - کلسیم کلرید ($\text{CaCl}_2$) و باریم کلرید ($\text{BaCl}_2$)

دومین، سومین و پنجمین فلز قلیایی خاکی (گروه دوم) جدول دوره‌ای، به ترتیب منیزیم (Mg)، کلسیم (Ca) و باریم (Ba) هستند:

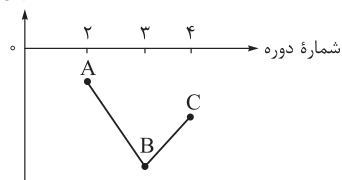
۴ Be برلیوم ۹/۰۱	۱۲ Mg منیزیم ۲۴/۳۱	۲۰ Ca کلسیم ۴۰/۰۸	۳۸ Sr استرانسیم ۸۷/۶۲	۵۶ Ba باریم ۱۳۷/۳	۸۸ Ra رادیوم [۲۲۶]
---------------------------	-----------------------------	----------------------------	--------------------------------	----------------------------	-----------------------------

ترکیب‌های یونی منیزیم سولفات (MgSO_4)، کلسیم سولفات (CaSO_4) و باریم سولفات (BaSO_4)، به ترتیب محلول، کم محلول و نامحلول در آب محسوب می‌شوند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به نمودار داده شده که مربوط به ترکیب‌های هیدروژن دار سه عنصر نخست یکی از گروه‌های ۱۴ تا ۱۷ جدول تناوبی است، کدام مطلب درست است؟

نقطه جوش ($^{\circ}\text{C}$)



(۱) شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی در ساختار لوویس ترکیب B، با شمار الکترون‌های با $l=2$ در اتم عنصر ${}_{21}\text{Sc}$ برابر است.

(۲) محلول آبی ترکیب A، کاغذ pH را به رنگ آبی درمی‌آورد.

(۳) آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم مرکزی در ترکیب C را می‌توان به صورت $\ddot{\text{X}}^{\cdot}$: در نظر گرفت.

(۴) مولکول‌های A را می‌توان از واکنش میان گازهای نیتروژن و هیدروژن در دما و فشار اتاق و در حضور کاتالیزگر به دست آورد.

پاسخ: گزینه ۲

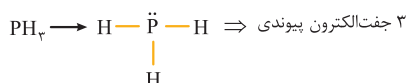
پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به روند نمودار و منفی بودن نقطه جوش هر سه ترکیب هیدروژن دار داده شده، می‌توان نتیجه گرفت که نمودار مربوط به ترکیب‌های هیدروژن دار گروه ۱۵ است و A، B و C به ترتیب NH_3 ، PH_3 و AsH_3 هستند:

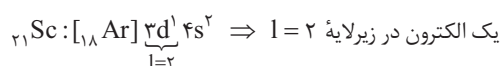
نقطه جوش:	NH_3	$>$	AsH_3	$>$	PH_3
	↓		↓		↓
	پیوند هیدروژنی		جرم مولی بیشتر		جرم مولی کم‌تر
	↓		↓		↓
	A		C		B

محلول آبی آمونیاک خاصیت بازی دارد. رنگ کاغذ pH در محلول‌های بازی، آبی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:



گزینه (۱):



شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی (پیوندهای اشتراکی) در ساختار لوویس PH_3 ، دو واحد بیشتر از شمار الکترون‌های با $l=2$ در اتم ${}_{21}\text{Sc}$ می‌باشد.

گزینه (۳): در لایه ظرفیت عنصرهای گروه ۱۵، ۵ الکترون ظرفیت وجود دارد؛ بنابراین آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم همه عنصرهای این گروه به صورت « $\ddot{\text{X}}^{\cdot}$ » است.

گزینه (۴): دقت کنید که واکنش میان گازهای نیتروژن (N_2) و هیدروژن (H_2) در دما و فشار اتاق (حتی در حضور کاتالیزگر!) انجام نمی‌شود!



درصد جرمی سدیم نیترات ($S = \frac{10}{100} \times 100$) در محلول سیرشده آن، در دمای 35°C کدام است و به 200 گرم از این محلول در دمای ثابت، چند گرم آب باید اضافه شود تا درصد جرمی نمک در محلول به 20% برسد؟

$$200 - 40 \quad (2)$$

$$300 - 50 \quad (1)$$

$$280 - 40 \quad (4)$$

$$400 - 50 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: انحلال پذیری نمک سدیم نیترات (NaNO_3) را در دمای 35°C محاسبه می کنیم:

$$S = \frac{10}{100} \times 100 \Rightarrow \theta = 35^\circ\text{C}: S = \frac{10}{100} \times 100 = 100$$

گام دوم: درصد جرمی محلول سیرشده سدیم نیترات را در دمای 35°C به دست می آوریم:

اگر انحلال پذیری یک ماده در دمای معین، برابر با S گرم باشد، یعنی اگر S گرم ماده در 100 گرم آب حل شود، $(S+100)$ گرم محلول سیرشده حاصل می شود؛ بنابراین برای محاسبه درصد جرمی یک محلول سیرشده می توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$(a) \text{ درصد جرمی محلول سیرشده} = \frac{S}{S+100} \times 100$$

$$(a) \text{ درصد جرمی} = \frac{S}{S+100} \times 100 = \frac{100}{200} \times 100 = 50\%$$

گام سوم: حساب می کنیم که چند گرم آب به 200 گرم محلول سیرشده سدیم نیترات در دمای 35°C ، باید اضافه کنیم تا درصد جرمی نمک در محلول به 20% برسد:

با توجه به این که انحلال پذیری سدیم نیترات در دمای 35°C ، برابر با 100 گرم در 100 گرم آب است؛ می توان گفت که در این دما، 100 گرم سدیم نیترات در 200 گرم محلول سیرشده آن وجود دارد؛ بنابراین داریم:

$$(a) \text{ درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم آب اضافه شده} + \text{جرم محلول اولیه}} \times 100$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{100}{200 + \text{جرم آب اضافه شده}} \times 100$$

$$\Rightarrow 200 + \text{جرم آب اضافه شده} = 500 \Rightarrow \text{جرم آب اضافه شده} = 300 \text{ g}$$



نکته



اگر در ۱۰۰ گرم آب در دمای 25°C و فشار ۲ atm، حداکثر 4×10^{-4} مول گاز NO حل شود، کدام گزینه می‌تواند مربوط به انحلال پذیری گاز اکسیژن در دمای 25°C و فشار ۸ atm در ۱۰۰ گرم آب باشد؟ ($N = 14, O = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) ۰/۰۵۰

(۲) ۰/۰۴۸

(۳) ۰/۰۶۴

(۴) ۰/۰۳۳

مشاوره مسائل مربوط به انحلال پذیری گازها، اخیراً بیشتر مورد توجه طراحان کنکور سراسری قرار گرفته و بر شما واجب که به خوبی به این مبحث و همچنین مفاهیم عوامل مؤثر بر انحلال پذیری گازها، تسلط پیدا کنید.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

انحلال پذیری گاز نیتروژن مونوکسید (NO) را در دمای 25°C و فشار ۲ atm، محاسبه می‌کنیم:

$$4 \times 10^{-4} \text{ mol NO} \times \frac{30 \text{ g NO}}{1 \text{ mol NO}} = 0.012 \text{ g NO}$$

با توجه به این که در دمای 25°C و فشار ۲ atm، حداکثر ۰/۰۱۲ گرم گاز NO در ۱۰۰ گرم آب می‌شود؛ می‌توان نتیجه گرفت که انحلال پذیری گاز NO در دمای 25°C و فشار ۲ atm، برابر با ۰/۰۱۲ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.

حال انحلال پذیری این گاز را در دمای 25°C و فشار ۸ atm، می‌فسابیم؛

نمودار انحلال پذیری گازها بر حسب فشار، به صورت خطی با شیب ثابت و البته صعودی است. در ضمن انحلال پذیری همه گازها در فشار صفر اتمسفر برابر صفر است. قپ! طبیعی هم هست. در فشار صفر اتمسفر، اصولاً گازی وجود ندارد که بتواند در آب حل بشه! بنابراین نمودار انحلال پذیری گازها بر حسب فشار به صورت زیر است و معادله انحلال پذیری گازها بر حسب فشار را می‌توان به صورت معادله خطی بدون عرض از مبدأ ($y = ax$) نشان داد:



با توجه به این معادله، می‌توان گفت که در دمای ثابت، با n برابر کردن فشار یک گاز، انحلال پذیری آن گاز نیز در آب، n برابر می‌شود.

با چهار برابر شدن فشار، انحلال پذیری گاز NO نیز چهار برابر می‌شود:

$$S_p = 4 \times 0.012 = 0.048 \text{ g}$$

گاز NO دارای مولکول‌های قطبی و گاز O_2 دارای مولکول‌های ناقطبی است؛ بنابراین در شرایط یکسان، انحلال پذیری گاز O_2 نسبت به گاز NO کمتر است و با توجه به گزینه‌ها، تنها عدد ۰/۰۳۳ را می‌توان به انحلال پذیری گاز O_2 در دمای 25°C و فشار ۸ atm نسبت داد.

درستی یا نادرستی کدام گزینه با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

- (۱) در تصفیه آب، روش اسمز معکوس برخلاف روش تقطیر، راه مناسبی برای حذف ترکیب‌های آلی فرار به شمار می‌آید.
- (۲) کیفیت آب می‌تواند بر مدت زمان استفاده مؤثر از غشای نیمه‌تراوا برای شیرین سازی آب دریا در فرایند اسمز معکوس، تأثیر بگذارد.
- (۳) در فرایند اسمز معکوس، با گذشت زمان و جابه‌جایی مولکول‌های آب، تفاوت غلظت مولی محلول‌های دو سمت غشا کاهش پیدا می‌کند.
- (۴) در فرایند شیرین کردن آب دریا، پمپ ایجاد فشار در سمت محلولی است که چگالی بیشتری دارد.

پاسخ: گزینه ۳

تفاوت اسمز و اسمز معکوس در یک نگاه!

درس: Box

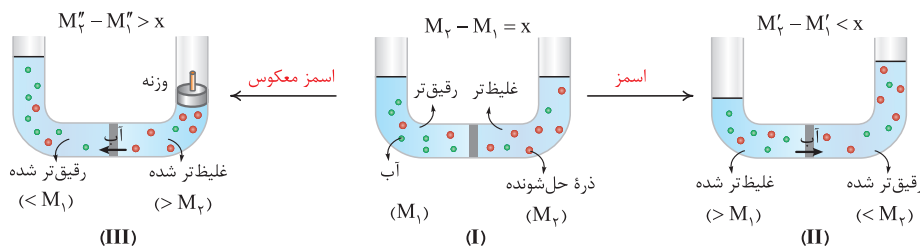
ویژگی	فرایند	اسمز	اسمز معکوس
جهت انتقال مولکول‌های حلال (آب)	از محلول رقیق‌تر به محلول غلیظ‌تر	از محلول غلیظ‌تر به محلول رقیق‌تر	از محلول غلیظ‌تر به محلول رقیق‌تر
تغییر غلظت محلول‌ها با گذشت زمان	محلول رقیق	غلیظ‌تر می‌شود	رقیق‌تر می‌شود
	محلول غلیظ	رقیق‌تر می‌شود	غلیظ‌تر می‌شود
تغییر حجم و ارتفاع محلول‌ها با گذشت زمان	محلول رقیق	کاهش می‌یابد	افزایش می‌یابد
	محلول غلیظ	افزایش می‌یابد	کاهش می‌یابد
نوع فرایند	خودبه‌خودی	غیرخودبه‌خودی (اعمال فشار)	

گزینه (۳) برخلاف سایر گزینه‌ها، نادرست است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

بیاید به ترتیب گزینه‌ها را بررسی کنیم:

- گزینه (۱): ترکیب‌های آلی فرار را می‌توان به روش اسمز معکوس از آب حذف کرد، اما این ترکیب‌ها در روش تقطیر در آب باقی می‌مانند. ✓
- گزینه (۲): هر چه کیفیت آب بهتر باشد، طول عمر غشا بیشتر خواهد شد. در واقع ناخالصی‌های آب می‌توانند منافذ غشا را تخریب کنند! ✓
- گزینه (۳): در فرایند اسمز، آب از سمت محلول رقیق‌تر به سمت محلول غلیظ‌تر جابه‌جا می‌شود و تفاوت غلظت مولی محلول‌ها به مرور کم‌تر می‌شود. اما در فرایند اسمز معکوس، آب از محلول غلیظ‌تر به سمت محلول رقیق‌تر می‌رود؛ بنابراین با توجه به این که به مرور محلول غلیظ، غلیظ‌تر و محلول رقیق، رقیق‌تر می‌شود، با گذشت زمان، تفاوت غلظت مولی محلول‌ها بیشتر می‌شود. ✗



- گزینه (۴): هدف از اسمز معکوس، غلبه بر فشار اسمزی و حرکت در جهت غیرطبیعی از سمت محلول غلیظ به رقیق است؛ در نتیجه پمپ ایجاد فشار باید در سمت محلول غلیظ که چگالی بیشتری دارد، قرار گیرد. ✓

مجموع عدد اتمی سه عنصر متوالی دوره سوم به ترتیب (A, X و D) برابر ۴۵ و مجموع شعاع اتمی آن‌ها برابر ۳۳۱ پیکومتر است. اگر تفاوت شعاع اتمی A و X، یک واحد بیشتر از تفاوت شعاع اتمی X و D باشد، کدام مورد درست است؟

(۱) تفاوت عدد اتمی و تفاوت شعاع اتمی A و D به ترتیب برابر ۲ و ۶ پیکومتر است.

(۲) میان موقعیت عنصر D و تنها نافلز مایع در جدول دوره‌ای، ۱۹ عنصر دیگر وجود دارد.

برم (Br_{۳۵})

(۳) X، اولین نافلز دوره سوم بوده و شعاع اتمی آن برابر ۱۱۰ پیکومتر است.

(۴) A، رسانایی الکتریکی اندکی داشته، در اثر ضربه خرد می‌شود و عنصر قبل و بعد هم‌گروه آن، به ترتیب نافلز و فلز هستند.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

ابتدا بیاید عدد اتمی این سه عنصر را که عنصرهای متوالی از دوره سوم هستند، بیابیم:

$$Z_A + Z_X + Z_D = 45 \quad \frac{Z_A = Z_X - 1}{Z_D = Z_X + 1} \rightarrow (Z_X - 1) + (Z_X) + (Z_X + 1) = 45 \Rightarrow 3Z_X = 45$$

$$\Rightarrow Z_X = \frac{45}{3} = 15$$

بنابراین سه عنصر A, X و D به ترتیب سیلیسیم (Si_{۱۴})، فسفر (P_{۱۵}) و گوگرد (S_{۱۶}) هستند، چون در یک دوره از جدول تناوبی، از چپ به راست، شعاع اتمی عنصرها کاهش می‌یابد و همچنین تفاوت بین شعاع اتمی عنصرهای متوالی در نافلزات، به تدریج کمتر می‌شود. اگر تفاوت شعاع اتمی عنصرهای A و X را t در نظر بگیریم، طبق داده‌های سؤال، تفاوت شعاع اتمی عنصرهای X و D برابر t-۱ خواهد بود؛ بنابراین داریم:

$$\text{شعاع اتمی: } A > X > D$$

$\xrightarrow{-t} \quad \xrightarrow{-(t-1)}$

$$r_A + r_X + r_D = 331 \quad \frac{r_A = r_X + t}{r_D = r_X - (t-1)} \rightarrow (r_X + t) + (r_X) + (r_X - (t-1)) = 331 \Rightarrow 3r_X + 1 = 331$$

$$\Rightarrow 3r_X = 330 \Rightarrow r_X = \frac{330}{3} = 110 \text{ pm}$$

عنصر X (فسفر P_{۱۵})، نخستین نافلز دوره سوم جدول تناوبی است که با توجه به محاسبات بالا، شعاع اتمی آن برابر با ۱۱۰ پیکومتر می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

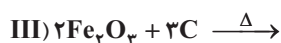
گزینه (۱): کی گفته؟! به عنوان مثال اگر شعاع اتمی عنصرهای A و D به ترتیب برابر با ۱۱۸ و ۱۰۳ پیکومتر باشد، تفاوت شعاع آن‌ها برابر با ۱۵ پیکومتر خواهد بود.

گزینه (۲): تنها نافلز مایع جدول، برم (Br_{۳۵}) است. شمار عنصرهای موجود میان Br_{۳۵} و S_{۱۶} در جدول دوره‌ای، یک واحد کمتر از تفاوت عدد اتمی آن‌ها می‌باشد:

$$(35 - 16) - 1 = 18$$

گزینه (۴): عنصر سیلیسیم (Si) به عنوان یک شبه‌فلز، رسانایی الکتریکی اندکی دارد (نیمه‌رسانا). همچنین شکننده بوده و در اثر ضربه خرد می‌شود، اما *هواستان* باشد که عنصر هم‌گروه قبل از آن در جدول (کربن)، یک عنصر نافلزی و عنصر بعد از آن در گروه ۱۴ (ژرمانیم)، یک عنصر شبه‌فلزی است.

با توجه به واکنش‌های زیر، کدام مطلب درست است؟



(۱) واکنش (I) در حضور گاز نیتروژن که واکنش‌پذیری بسیار کمی دارد، انجام‌پذیر است؛ اما حضور اکسیژن مانع از انجام واکنش می‌شود.

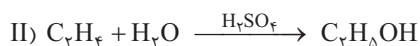
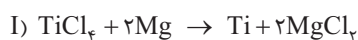
(۲) فراوردهٔ واکنش (II) در آب محلول است و اگر به جای H_2O ، از گاز هیدروژن استفاده شود، در شرایط مناسب فراورده‌ای تولید می‌شود که نقطهٔ جوش آن کم‌تر از دمای اتاق است.

(۳) یکی از فراورده‌های واکنش (III)، گازی بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمی است که میل ترکیبی هموگلوبین خون با آن، بیش از 200° برابر گاز اکسیژن است.

(۴) به جای کربن در واکنش (III)، می‌توان از یکی از اکسیدهای کربن نیز استفاده کرد و در این صورت، ضرایب گونه‌های گازی در دو طرف معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش حاصل، متفاوت خواهد بود.

پاسخ: گزینهٔ ۲

ابتدا بیا باید معادلهٔ واکنش‌های انجام‌شده را کامل و هم‌چنین موازنه کنیم:

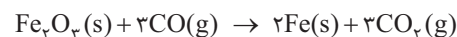


فراوردهٔ واکنش اتن (C_7H_6) با آب (H_2O) مطابق واکنش (II)، اتانول ($\text{C}_7\text{H}_8\text{OH}$) است که به هر نسبتی در آب حل می‌شود. هم‌چنین فراوردهٔ واکنش اتن با گاز هیدروژن (H_2)، گاز اتان (C_7H_8) به عنوان دومین عضو خانوادهٔ آلکان‌ها است که مطابق نمودار صفحهٔ ۳۶ کتاب درسی، در دمای اتاق گازی است، یعنی نقطهٔ جوش آن کم‌تر از دمای اتاق است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): برای تهیهٔ فلز تیتانیوم (Ti)، باید واکنش (I) را در حضور گاز آرگون (Ar) انجام داد. وجود گازهای اکسیژن و نیتروژن در محیط واکنش، مانع از انجام واکنش می‌شود.

گزینهٔ (۳): گاز بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمی که میل ترکیبی آن با هموگلوبین خون، بیش از 200° برابر گاز اکسیژن است، همون گاز کربن مونوکسید (CO) فودموئه! در حالی که در واکنش (III)، گاز کربن دی‌اکسید (CO_2) تولید می‌شود؛ نه گاز کربن مونوکسید! گزینهٔ (۴): برای استخراج آهن، می‌توان از گاز CO نیز مطابق واکنش زیر استفاده کرد:



مشفیه که در هر دو طرف معادلهٔ فوق، ضرایب استوکیومتری گونه‌های گازی، برابر با ۳ است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

- (۱) در ساختار پیوند - خط ترکیب‌های آلی، اتم‌های هیدروژن نشان داده نمی‌شوند.
 (۲) شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول مولکولی هیدروکربن‌ها، عددی زوج است.
 (۳) با افزایش شمار اتم‌های کربن در هیدروکربن‌ها، درصد جرمی کربن در آن‌ها افزایش می‌یابد.
 (۴) شمار پیوندهای $C-H$ در ساختار یک ترکیب آلی، با شمار اتم‌های هیدروژن آن ترکیب برابر است.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

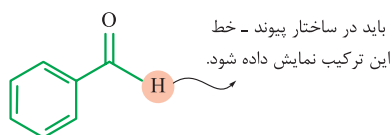
در هیدروکربن‌ها برای محاسبه شمار اتم‌های هیدروژن (H)، می‌توانیم از فرمول زیر استفاده کنیم که n ، شمار اتم‌های کربن را نشان می‌دهد:

$$\text{شمار اتم‌های هیدروژن یک هیدروکربن } n \text{ کربنی} = (2n + 2) - 2 \times (\text{تعداد پیوندهای دوگانه}) - 4 \times (\text{تعداد پیوندهای سه‌گانه})$$

شمار اتم‌های H در آلکان‌های n کربنی، از رابطه $2n + 2$ به دست می‌آید که با توجه به ضریب ۲، همواره عددی زوج است. همچنین از آنجایی که به ازای هر پیوند دوگانه و حلقه در ساختار یک هیدروکربن، ۲ اتم H و به ازای هر پیوند سه‌گانه، ۴ اتم H (هفت‌شون مفسر ۲ هستن!) از شمار اتم‌های هیدروژن آن نسبت به آلکان هم‌کربن خود، کم می‌کنیم؛ بنابراین می‌توان گفت که در فرمول مولکولی هیدروکربن‌ها، شمار اتم‌های H همواره عددی زوج است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

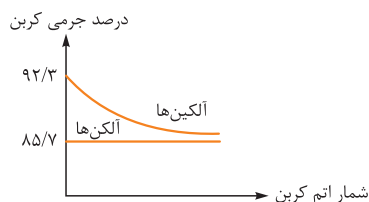
گزینه (۱): به عنوان مثال اگر اتم H جزء گروه عاملی آلدهیدی (—C(=O)—H) باشد، در ساختار پیوند - خط ترکیب مورد نظر باید نشان داده شود. مثلاً ساختار پیوند - خط بنزآلدهید (C_7H_6O) به صورت زیر است:

بنزآلدهید (C_7H_6O)

گزینه (۳): کی گفته؟! درصد جرمی کربن و هیدروژن در همه آلکان‌ها با هم برابر و مستقل از شمار اتم‌های کربن آن‌ها است:

$$\text{درصد جرمی کربن در آلکان‌ها } (C_n H_{2n}) = \frac{12n}{12n + 2n} \times 100 = \frac{12}{14} \times 100 = \frac{6}{7} \times 100 \approx 85.7\%$$

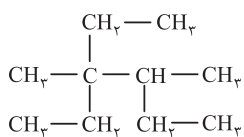
همچنین در آلکین‌ها با افزایش شمار اتم‌های کربن، درصد جرمی کربن کاهش می‌یابد. نمودار درصد جرمی کربن در آلکین‌ها و آلکین‌ها برحسب شمار اتم‌های کربن آن‌ها به صورت زیر است:



بنابراین با افزایش شمار اتم‌های کربن در هیدروکربن‌ها، درصد جرمی کربن در همه آن‌ها لزوماً افزایش نمی‌یابد.

گزینه (۴): *هواستون باشه* در ترکیباتی که دارای H متصل به O یا N هستند (به عنوان مثال ترکیبات دارای گروه‌های عاملی

هیدروکسیل (—OH)، کربوکسیل (—C(=O)—OH)، آمینی (—NH_2) یا ...، شمار پیوندهای $C-H$ ، کم‌تر از شمار اتم‌های هیدروژن می‌باشد.



اگر در ترکیب مقابل، به جای گروه متیل متصل به اتم کربنی که هیچ اتم

هیدروژنی به آن متصل نیست، گروه اتیل قرار گیرد، کدام مطلب نادرست است؟

(۱) نام ترکیب اولیه همانند نام ترکیب به دست آمده، به هگزان ختم می شود.

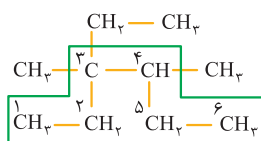
(۲) در نام ترکیب اول، پیشوند دی متیل و در نام ترکیب حاصل، پیشوند دی اتیل وجود دارد.

(۳) در نام ترکیب اول، برخلاف نام ترکیب به دست آمده، دو عدد ۳ وجود دارد.

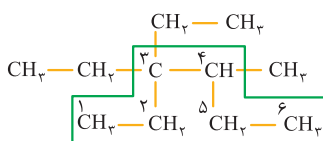
(۴) شمار اتم های هیدروژن در ترکیب اول، دو برابر شمار اتم های کربن در ترکیب به دست آمده است.

پاسخ: گزینه ۲

نام ترکیب اولیه و نام ترکیب به دست آمده به صورت زیر است:



۳ - اتیل، ۳، ۴ - دی متیل هگزان



۳، ۳ - دی اتیل - ۴ - متیل هگزان

بنابراین هم در نام ترکیب اولیه و هم در نام ترکیب به دست آمده، دو عدد ۳ وجود دارد.

با توجه به نام ترکیب های فوق، مشخصه که گزینه های (۱) و (۲) درستن! به قاطر شما! گزینه (۴) رو بررسی می کنیم:

گزینه (۴): در آلکان داده شده، ۱۰ اتم کربن و ۲۲ اتم هیدروژن وجود دارد. اگر به جای گروه متیل این ترکیب، گروه اتیل قرار گیرد،

یکی به تعداد اتم های کربن آن افزوده می شود؛ بنابراین داریم:

$$\frac{\text{شمار اتم های هیدروژن در ترکیب اولیه}}{\text{شمار اتم های کربن در ترکیب به دست آمده}} = \frac{22}{11} = 2$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

اگر از سوختن کامل یک هیدروکربن، $۷/۰۴$ گرم گاز کربن دی‌اکسید و $۲/۸۸$ گرم بخار آب حاصل شود، هیدروکربن مورد نظر کدام می‌تواند باشد؟ ($H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶ : g.mol^{-1}$)

- (۱) نفتالن
(۲) بنزن
(۳) ۲-متیل پنتان
(۴) سیکلوهگزان

پاسخ: گزینه ۴

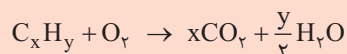
پاسخ خیلی تشریحی ✓

ابتدا با توجه به جرم گاز کربن دی‌اکسید (CO_2) و بخار آب (H_2O) حاصل از سوختن هیدروکربن مورد نظر، شمار مول این فراورده‌ها را به دست می‌آوریم:

$$۷/۰۴ \text{ g } CO_2 \times \frac{۱ \text{ mol } CO_2}{۴۴ \text{ g } CO_2} = ۰/۱۶ \text{ mol } CO_2$$

$$۲/۸۸ \text{ g } H_2O \times \frac{۱ \text{ mol } H_2O}{۱۸ \text{ g } H_2O} = ۰/۱۶ \text{ mol } H_2O$$

از آنجایی که در سوختن کامل هیدروکربن‌ها، کربن به CO_2 و هیدروژن به H_2O تبدیل می‌شود و اتم‌های کربن و هیدروژن، هر کدام در دو سمت معادله تنها در ساختار یک ماده حضور دارند؛ بنابراین می‌توان گفت که در سوختن کامل هیدروکربن‌ها، به اندازه تعداد اتم کربن، CO_2 و به اندازه نصف تعداد هیدروژن‌ها، H_2O تولید می‌شود:



با توجه به این که از سوختن کامل هیدروکربن مورد نظر، شمار مول‌های CO_2 و H_2O یکسانی تولید شده است، می‌توان گفت که:

$$x = \frac{y}{2} \Rightarrow y = 2x$$

حال در گزینه‌ها به دنبال هیدروکربنی می‌گردیم که در فرمول مولکولی آن، شمار اتم‌های هیدروژن، دو برابر شمار اتم‌های کربن است:

گزینه (۱): نفتالن $C_{10}H_8$ ←گزینه (۲): بنزن C_6H_6 ←گزینه (۳): ۲-متیل پنتان C_6H_{14} ←گزینه (۴): سیکلوهگزان C_6H_{12} ← ✓

سیکلوهگزان، چهارمین عضو خانواده سیکلوآلکان‌ها است. فرمول عمومی سیکلوآلکان‌ها همانند آلکن‌ها به صورت C_nH_{2n} بوده و در واقع در فرمول مولکولی آن‌ها، شمار اتم‌های هیدروژن، دو برابر شمار اتم‌های کربن است.

اگر از سوختن کامل $۰/۰۲$ مول از یک آلکان، $۴/۶۸$ گرم آب تشکیل شود، مولکول آلکان، چند اتم کربن دارد و تفاوت جرم مولی آن با جرم مولی دی‌برمو اتان برابر چند گرم است؟ ($Br = ۸۰, O = ۱۶, H = ۱ : g.mol^{-1}$)

(سؤال ۸۸ کنکور تهرانی دی ۱۴۰۱)

(۲) ۱۴، ۱۰

(۱) ۱۲، ۱۰

(۴) ۱۴، ۱۸

(۳) ۱۲، ۱۸

جرم دو جسم A و B به ترتیب برابر با ۵ و ۱۰ گرم است. اگر به هر دوی آنها به یک اندازه گرما دهیم و دمای هر دو نیز به یک میزان افزایش یابد، کدام نتیجه‌گیری درست است؟

- (۱) ظرفیت گرمایی ویژه A و B با هم برابر است، اما ظرفیت گرمایی B، دو برابر A است.
- (۲) ظرفیت گرمایی ویژه A و B با هم برابر است، اما ظرفیت گرمایی A، دو برابر B است.
- (۳) ظرفیت گرمایی A و B با هم برابر است، اما ظرفیت گرمایی ویژه A، دو برابر B است.
- (۴) ظرفیت گرمایی A و B با هم برابر است، اما ظرفیت گرمایی ویژه B، دو برابر A است.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

رابطه ظرفیت گرمایی (C) با مقدار گرمای مبادله‌شده (Q) و تغییرات دمای جسم ($\Delta\theta$) به صورت زیر است:

$$C = \frac{Q}{\Delta\theta}$$

از آنجا که به هر دو جسم A و B به یک اندازه گرما داده شده و دمای هر دو نیز به یک میزان افزایش یافته است، می‌توان به راحتی نتیجه گرفت که ظرفیت گرمایی A و B با هم برابر است.

رابطه ظرفیت گرمایی ویژه (c) با مقدار گرمای مبادله‌شده (Q)، تغییرات دمای جسم ($\Delta\theta$) و جرم جسم (m) به صورت زیر است:

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta\theta}$$

از آنجا که مقادیر Q و $\Delta\theta$ برای هر دو جسم A و B یکسان بوده و جرم B، دو برابر جرم A است، می‌توان به راحتی نتیجه گرفت که ظرفیت گرمایی ویژه A، دو برابر B است.

در کدام واکنش زیر، سرعت متوسط واکنش با سرعت تولید هیچ یک از فراورده‌ها برابر نیست؟

(۱) واکنش ترمیت

(۲) واکنش تبدیل کربن دی‌اکسید به مواد معدنی با استفاده از آهک

(۳) واکنش تهیه عنصر اصلی سازنده سلول‌های خورشیدی

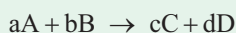
(۴) واکنش مالتوز با آب و تبدیل آن به گلوکز

مشاوره تسلط بر واکنش‌های شیمیایی کتاب درسی، از مهم‌ترین مهارت‌هایی است که به تازگی مورد توجه طراحان کنکور سراسری قرار گرفته است.

پاسخ: گزینه ۴

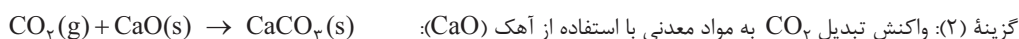


با تقسیم سرعت متوسط تولید یا مصرف یک ماده شرکت‌کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن در معادله موازنه‌شده، **سرعت واکنش** به دست می‌آید. سرعت واکنش، مقدار پیشرفت واکنش در واحد زمان را نشان می‌دهد. به طور کلی می‌توان رابطه میان سرعت مواد شرکت‌کننده در واکنش زیر را چنین نوشت:

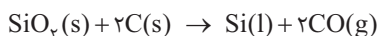


$$R_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_A}{a} = \frac{\bar{R}_B}{b} = \frac{\bar{R}_C}{c} = \frac{\bar{R}_D}{d}$$

سرعت واکنش با سرعت تولید یا مصرف گونه‌ای برابر است که ضریب استوکیومتری آن در معادله موازنه‌شده، برابر یک است. حال باید معادله موازنه‌شده واکنش‌های داده‌شده در گزینه‌ها را بنویسیم:



گزینه (۳): واکنش تهیه سیلیسیم (Si) به عنوان عنصر اصلی سازنده سلول‌های خورشیدی:



گزینه (۴): واکنش مالتوز ($\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$) با آب و تبدیل آن به گلوکز ($\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$):



با توجه به معادله واکنش‌های فوق، مشخصه که تنها در واکنش داده‌شده در گزینه (۴)، فراورده‌ای با ضریب استوکیومتری یک وجود ندارد؛ پس در این واکنش، سرعت متوسط واکنش با سرعت تولید فراورده برابر نیست.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

اگر آنتالپی پیوند O—H به اندازه $۵۰ \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ از آنتالپی پیوند C—H بیشتر و آنتالپی $\text{O}=\text{O}$ به اندازه $۳۰۵ \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ از آنتالپی پیوند $\text{C}=\text{O}$ کم تر باشد، ΔH واکنش زیر بر حسب کیلوژول، چه قدر است؟



$$-۷۹۰ \text{ (۲)}$$

$$-۷۶۰ \text{ (۱)}$$

$$-۸۴۰ \text{ (۴)}$$

$$-۸۱۰ \text{ (۳)}$$

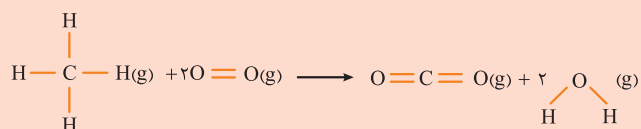
پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

همان طور که می دانیم، در واکنش هایی که همه مواد شرکت کننده در حالت گازی قرار دارند، ΔH واکنش را می توانیم با استفاده از آنتالپی های پیوند محاسبه کنیم:

$$\Delta H(\text{واکنش}) = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}]$$

حال در مورد واکنش داده شده داریم:



$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [4\Delta H(\text{C}-\text{H}) + 2\Delta H(\text{O}=\text{O})] - [2\Delta H(\text{C}=\text{O}) + 4\Delta H(\text{O}-\text{H})]$$

$$= 4\Delta H(\text{C}-\text{H}) + 2\Delta H(\text{O}=\text{O}) - 2\Delta H(\text{C}=\text{O}) - 4\Delta H(\text{O}-\text{H})$$

$$= \underbrace{4(\Delta H(\text{C}-\text{H}) - \Delta H(\text{O}-\text{H}))}_{-۵۰ \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}} + \underbrace{2(\Delta H(\text{O}=\text{O}) - \Delta H(\text{C}=\text{O}))}_{-۳۰۵ \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}} = 4(-۵۰) + 2(-۳۰۵) = -۲۰۰ + (-۶۱۰) = -۸۱۰ \text{ kJ}$$

اگر مجموع آنتالپی پیوندهای $\text{H}-\text{F}$ و $\text{H}-\text{Cl}$ ، برابر ۱۰۰۰ کیلوژول بر مول و نسبت آنتالپی پیوند $\text{Cl}-\text{Cl}$ به آنتالپی پیوند $\text{F}-\text{F}$ ، برابر $۱/۵$ باشد، آنتالپی پیوند $\text{F}-\text{F}$ ، با یکای کیلوژول بر مول، برابر کدام است؟

(سوال ۹۰ کنکور ریاضی تیر ۱۴۰۳)



$$۱۶۰ \text{ (۲)}$$

$$۱۴۵ \text{ (۱)}$$

$$۲۵۵ \text{ (۴)}$$

$$۲۲۰ \text{ (۳)}$$

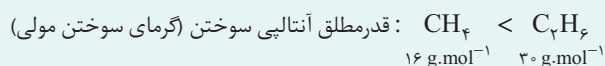
کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) برخلاف گرمای سوختن مولی، گرمای سوختن یک گرم متان بیشتر از یک گرم اتان است.
 (۲) هرچند همه واکنش‌های سوختن، گرماده هستند، اما آنتالپی سوختن مواد بدون علامت منفی گزارش می‌شود.
 (۳) گرمای حاصل از سوختن یک مول پروپان نسبت به نیم مول هگزان، می‌تواند مقدار بیشتری آب 25°C را به جوش آورد.
 (۴) گرمای حاصل از سوختن یک گرم گاز هیدروژن کمتر از یک گرم اتم هیدروژن است.

پاسخ: گزینه ۲

درس: Box

● به طور کلی هر چه مقدار جرم یک هیدروکربن بیشتر باشد، مقدار گرمای حاصل از سوختن آن، بیشتر است. به طور مثال، برای مقایسه آنتالپی سوختن آلکان‌ها، آلکن‌ها و آلکین‌ها «یعنی گرمای حاصل از سوختن ۱ مول از آن‌ها» باید جرم مولی آن‌ها را با هم مقایسه کنیم. هر کدام که جرم مولی بیشتری داشته باشد، گرمای حاصل از سوختن آن نیز بیشتر است.



یک مول اتن (C_2H_2) > نیم مول بوتان (C_4H_{10}): گرمای حاصل از سوختن
 ($1 \times 28 = 28 \text{ g}$) ($0.5 \times 58 = 29 \text{ g}$)

● در مورد هیدروکربن‌های هم‌خانواده، همواره ارزش سوختی هیدروکربن سبک‌تر، بیشتر است. به طور مثال، اتن و پروپن هر دو از خانواده آلکن‌ها هستند؛ بنابراین می‌توان گفت که ارزش سوختی اتن از پروپن بیشتره!

● گرمای سوختن مولی الکل‌هایی که یک گروه OH دارند (الکل‌های تک‌عاملی)، از گرمای سوختن مولی آلکان‌های هم‌کربن آن‌ها کمتر است؛ مثلاً برای متانول و اتانول می‌توانیم بنویسیم:

متان (CH_4) < متانول (CH_3OH): آنتالپی سوختن و ارزش سوختی

اتان (C_2H_6) < اتانول ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$): آنتالپی سوختن و ارزش سوختی

بررسی گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه (۱): با افزایش تعداد اتم‌های کربن در آلکان‌ها، گرمای سوختن مولی افزایش، ولی ارزش سوختی (گرمای سوختن یک گرم) کاهش می‌یابد.

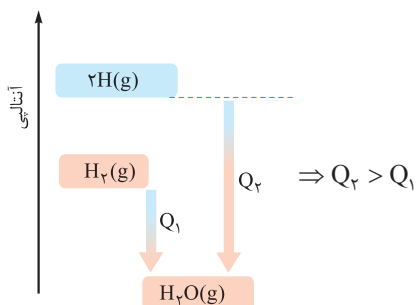
گزینه (۲): هرچند همه واکنش‌های سوختن گرماده هستند، اما ارزش سوختی مواد، بدون علامت منفی گزارش می‌شود. آنتالپی سوختن با علامت منفی گزارش می‌شود.

گزینه (۳): جرم یک مول پروپان (C_3H_8) بیشتر از جرم نیم مول هگزان (C_6H_{14}) است، بنابراین گرمای حاصل از سوختن یک مول پروپان بیشتر از نیم مول هگزان بوده و مقدار بیشتری آب 25°C را به جوش می‌آورد.

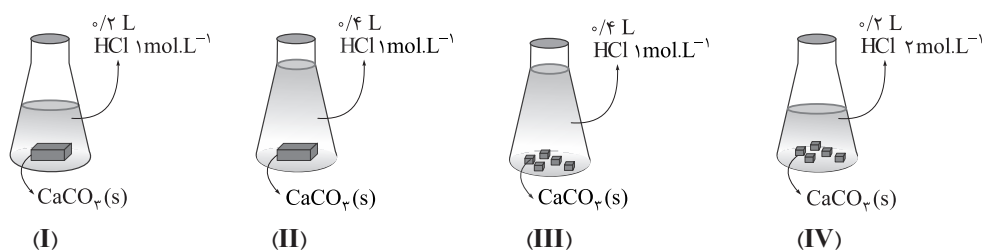
نیم مول C_6H_{14} > یک مول C_3H_8 : گرمای حاصل از سوختن
 (معادل ۱ مول C_3H_8)

گزینه (۴): مطابق نمودار زیر، سطح انرژی $\text{H}_2(\text{g})$ بیشتر از $\text{H}_2(\text{g})$ است؛ بنابراین در جرم یکسان، گرمای حاصل از سوختن

اتم هیدروژن بیشتر از گاز هیدروژن است.



با توجه به شکل‌های زیر که مربوط به واکنش ۵ گرم کلسیم کربنات با محلول هیدروکلریک اسید در دما و فشار اتاق است، در کدام گزینه، سرعت آغازین واکنش‌ها به درستی مقایسه شده‌اند؟



$$R_{\text{IV}} = R_{\text{III}} > R_{\text{II}} = R_{\text{I}} \quad (2)$$

$$R_{\text{IV}} > R_{\text{III}} > R_{\text{II}} = R_{\text{I}} \quad (1)$$

$$R_{\text{IV}} > R_{\text{III}} > R_{\text{II}} > R_{\text{I}} \quad (4)$$

$$R_{\text{III}} > R_{\text{II}} > R_{\text{IV}} > R_{\text{I}} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

سرعت واکنش به عواملی مانند دما، غلظت، نوع مواد واکنش‌دهنده، سطح تماس، کاتالیزگر و فشار (در صورت وجود واکنش‌دهنده گازی) بستگی دارد.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

سرعت واکنش در ارلن (IV) بیشتر از بقیه است، زیرا هم غلظت HCl در آن بیشتر است و هم این که کلسیم کربنات ریزتر شده است. سرعت واکنش در دو ارلن (I) و (II) نیز با هم برابر و کمتر از بقیه است، زیرا هم غلظت HCl در آن‌ها کمتر است و هم این که کلسیم کربنات به صورت تکه‌ای وجود دارد. *هواستان باشد* که متفاوت بودن حجم اسید در ارلن‌های (I) و (II)، تفاوتی در سرعت واکنش ایجاد نمی‌کند. بر این اساس، مقایسه ارائه شده در گزینه (۱) درست است.



مخلوطی از لیتیم کربنات و کلسیم کربنات با جرم مشخص در اختیار داریم. اگر این مخلوط را حرارت دهیم، پس از گذشت ۵ دقیقه، جرم لیتیم اکسید تولیدشده برابر ۲۲/۵ گرم و معادل ۲۵ درصد جرم مواد جامد باقی‌مانده است. اگر سرعت متوسط مصرف کلسیم کربنات در این بازه زمانی برابر ۶ مول بر ساعت باشد، جرم مخلوط اولیه چند گرم بوده است؟ (واکنش‌ها هنوز به پایان نرسیده‌اند، $\text{Li} = ۷, \text{C} = ۱۲, \text{O} = ۱۶, \text{Ca} = ۴۰ : \text{g.mol}^{-1}$)



۹۰ (۲)

۱۴۵ (۱)

۲۹۰ (۴)

۵۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

جرم مخلوط اولیه، برابر با مجموع جرم مواد جامد باقی‌مانده و جرم گاز CO_2 تولیدشده در دو واکنش است؛ بنابراین ابتدا جرم کل مواد جامد باقی‌مانده را محاسبه کن، سپس با توجه به جرم Li_2O تولیدی، جرم گاز CO_2 حاصل از واکنش تجزیه Li_2CO_3 و با توجه به سرعت مصرف CaCO_3 ، جرم گاز CO_2 حاصل از واکنش تجزیه CaCO_3 را به دست بیار. در نهایت با جمع کردن مقادیر به‌دست‌آمده، جرم مخلوط اولیه را حساب کن.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: با توجه به این که ۲۵ درصد از جرم مواد جامد باقی‌مانده، مربوط به لیتیم اکسید (Li_2O) تولیدشده است، جرم کل مواد جامد باقی‌مانده را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{جرم مواد جامد باقی‌مانده} = \text{جرم } \text{Li}_2\text{O} = ۴ \times ۲۲ / ۵ \text{ g} = ۹۰ \text{ g}$$

گام دوم: با توجه به جرم Li_2O تولیدی، جرم گاز کربن دی‌اکسید (CO_2) حاصل از واکنش تجزیه لیتیم کربنات (Li_2CO_3) را حساب می‌کنیم:



استفاده از کسر تبدیل:

$$۲۲ / ۵ \text{ g Li}_2\text{O} \times \frac{۱ \text{ mol Li}_2\text{O}}{۳۰ \text{ g Li}_2\text{O}} \times \frac{۱ \text{ mol CO}_2}{۱ \text{ mol Li}_2\text{O}} \times \frac{۴۴ \text{ g CO}_2}{۱ \text{ mol CO}_2} = ۳۳ \text{ g CO}_2$$

استفاده از کسر تناسب:



$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{۲۲ / ۵}{۱ \times ۳۰} = \frac{x}{۱ \times ۴۴} \Rightarrow x = ۳۳ \text{ g CO}_2$$

گام سوم: با توجه به سرعت متوسط مصرف کلسیم کربنات (CaCO_3)، جرم گاز CO_2 حاصل از واکنش تجزیه CaCO_3 را به دست می‌آوریم:



$$\bar{R}(\text{CaCO}_3) = \bar{R}(\text{CO}_2) = ۶ \text{ mol.h}^{-1} \Rightarrow ۶ \text{ mol.h}^{-1} = \frac{\Delta n(\text{CO}_2)}{\Delta t} \Rightarrow \Delta n(\text{CO}_2) = ۰ / ۵ \text{ mol}$$

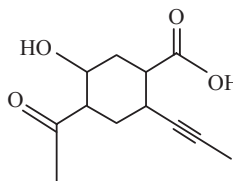
$$\Rightarrow \text{جرم گاز } \text{CO}_2 \text{ تولیدی} = ۰ / ۵ \text{ mol CO}_2 \times \frac{۴۴ \text{ g CO}_2}{۱ \text{ mol CO}_2} = ۲۲ \text{ g CO}_2$$

گام چهارم: جرم مخلوط اولیه را محاسبه می‌کنیم:

جرم مخلوط اولیه، برابر با مجموع جرم مواد جامد باقی‌مانده و مجموع جرم گاز CO_2 تولیدشده در دو واکنش است؛ بنابراین داریم:

$$\text{جرم مخلوط اولیه} = ۹۰ + ۳۳ + ۲۲ = ۱۴۵ \text{ g}$$

با توجه به ساختار ترکیب داده شده، کدام مطلب درست است؟



(۱) یک ترکیب آلی آروماتیک است که بین مولکول‌های آن، می‌تواند پیوند هیدروژنی برقرار شود.

(۲) دارای دو گروه عاملی هیدروکسیل و یک گروه عاملی کتونی است.

(۳) در ساختار آن، ۴ اتم کربن وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.

(۴) در ساختار مولکول این ترکیب، ۱۲ اتم کربن، ۱۸ اتم هیدروژن و ۴ اتم اکسیژن وجود دارد.

پاسخ: گزینه ۲

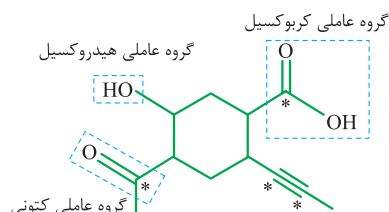


در ترکیب‌های سیرشده زنجیری، به ازای n اتم کربن، $2n + 2$ اتم هیدروژن وجود دارد (مثل آلکان‌ها!) اگر ترکیب، سیر نشده و یا دارای حلقه بود، به ازای هر پیوند دوگانه ۲ اتم هیدروژن، به ازای هر پیوند سه‌گانه ۴ اتم هیدروژن و به ازای هر حلقه ۲ اتم هیدروژن از $(2n + 2)$ کم می‌کنیم. در آفر اگر ترکیب مورد نظر دارای اتم نیتروژن بود، ۱ اتم هیدروژن به تعداد هیدروژن‌ها اضافه و به ازای هر هالوژن، یک اتم هیدروژن کم می‌کنیم:

$$\text{تعداد اتم‌های هیدروژن در ترکیبی با } n \text{ کربن} = (2n + 2) - \left(2 \times \begin{matrix} \text{تعداد پیوندهای دوگانه} \end{matrix} \right) - \left(4 \times \begin{matrix} \text{تعداد پیوندهای سه‌گانه} \end{matrix} \right) - \left(2 \times \begin{matrix} \text{تعداد حلقه‌ها} \end{matrix} \right) + \left(\begin{matrix} \text{تعداد اتم‌های نیتروژن} \end{matrix} \times 1 \right) - \left(\begin{matrix} \text{تعداد اتم‌های هالوژن} \end{matrix} \times 1 \right)$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: بیاید ساختار داده شده رو ببریم زیر ذره بین:



در این ساختار، ۱۲ اتم کربن (C) و ۴ اتم اکسیژن (O) وجود دارد.

حال برای تعیین فرمول مولکولی آن، شمار اتم‌های هیدروژن (H)

را به صورت زیر تعیین می‌کنیم:

$$n = 12 \Rightarrow \text{تعداد اتم‌های هیدروژن} = (2(12) + 2) - (2 \times 2) - (4 \times 1) - (2 \times 1) = 16$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 تعداد پیوندهای دوگانه تعداد حلقه تعداد پیوند سه‌گانه

بنابراین فرمول مولکولی ترکیب داده شده به صورت $C_{12}H_{16}O_4$ است.

در ساختار ترکیب مورد نظر، چهار اتم کربن نشان داده شده، به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): با توجه به این که در ساختار ترکیب داده شده، حلقه بنزنی وجود ندارد، این ترکیب آروماتیک محسوب نمی‌شود.

گزینه (۲): در ساختار داده شده، یک گروه عاملی کربوکسیل، یک گروه عاملی هیدروکسیل و یک گروه عاملی کتونی وجود دارد.

گزینه (۴): در ساختار هیدروکربن داده شده، ۱۶ اتم هیدروژن وجود دارد و نه ۱۸ تا!

کدام گزینه، جمله زیر را به درستی تکمیل نمی‌کند؟

«پلیمری که در ساخت کاربرد دارد، پلیمری است که در هر واحد تکرارشونده خود، و مونومر سازنده آن دارای پیوند اشتراکی است.»

پلیسیانواتن

(۱) پتو - سیرشده - یک جفت الکترون ناپیوندی دارد - ۷

پلیپروپین

(۲) سرنگ‌های پلاستیکی - سیرشده - جفت الکترون ناپیوندی ندارد - ۹

پلیاستیرن

(۳) ظروف یکبارمصرف - سیرشده - جفت الکترون ناپیوندی ندارد - ۲۰

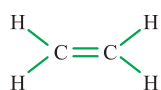
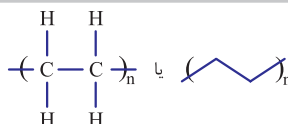
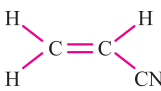
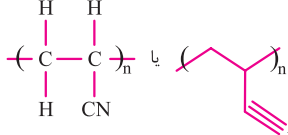
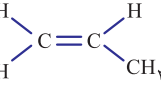
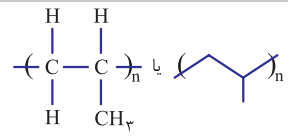
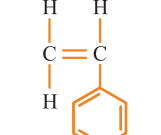
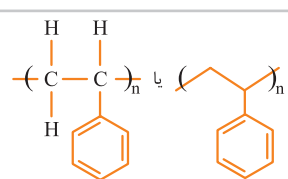
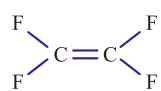
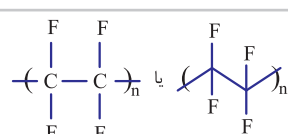
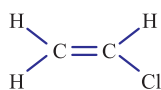
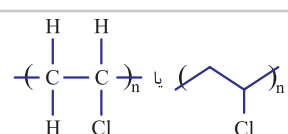
پلیوینیل کلرید

(۴) کیسه خون - سیرشده - ۳ جفت الکترون ناپیوندی دارد - ۶

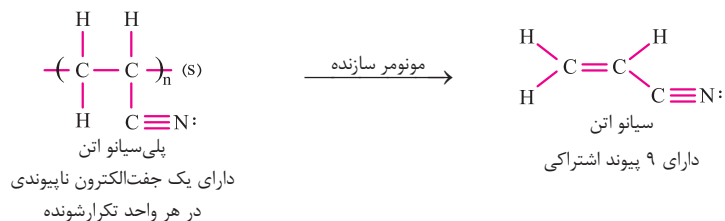
پاسخ: گزینه ۱

از آن‌جا که کتاب درسی، شما را با پلی‌اتن، پلی‌سیانواتن، پلی‌پروپین، پلی‌استیرن، تفلون و پلی‌وینیل کلرید آشنا کرده، بر شما واجب است که ویژگی‌ها و کاربردهای این پلیمرها را به طور کامل بلد باشید:

درس‌Box

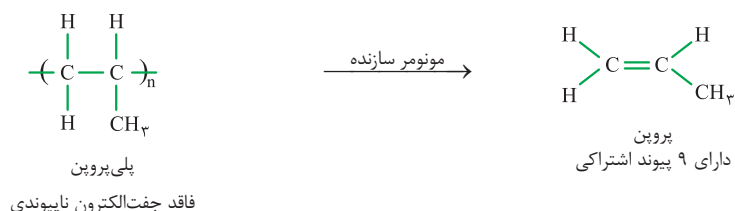
نام و ساختار مونومر	نام و ساختار پلیمر	کاربرد
 اتن	 پلی‌اتن	کیسه‌های پلاستیکی، لوله‌های پلاستیکی، دبه‌های آب یا بطری پلاستیکی
 سیانواتن	 پلی‌سیانواتن	فرش، پارچه، پتو
 پروپین	 پلی‌پروپین	به عنوان پلاستیک در تجهیزات آزمایشگاهی و پزشکی مانند سرنگ
 استیرن	 پلی‌استیرن	به عنوان پلاستیک در صنعت بسته‌بندی مواد غذایی مانند ظروف یکبارمصرف
 تترافلئورو اتن	 پلی‌تترافلئورو اتن یا تفلون	ظروف نجسب، نخ دندان، کف اتو، نوارهای آب‌بندی لوله‌ها
 وینیل کلرید (کلرو اتن)	 پلی‌وینیل کلرید	لوله‌های انتقال آب، فاضلاب و گاز، کیسه خون

پلیمری که در ساخت پتو کاربرد دارد، پلی‌سیانو اتن $(-C_2H_2N)_n$ است. با توجه به این که در محدوده کتاب درسی، فقط وجود پیوندهای دوگانه یا سه‌گانه کربن - کربن $(C \equiv C$ و $C = C)$ ، عامل سیرشدگی محسوب می‌شود، پلی‌سیانو اتن یک پلیمر سیرشده در نظر گرفته می‌شود. هم‌چنین در ساختار واحد تکرارشونده این پلیمر، یک جفت‌الکترون ناپیوندی بر روی اتم N وجود دارد، اما دقت کنید که سیانو اتن (C_2H_2N) به عنوان مونومر سازنده این پلیمر، ۹ پیوند اشتراکی در ساختار خود دارد؛ نه ۷!



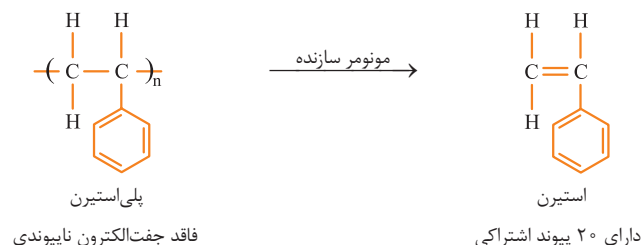
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۲): پلیمری که در ساخت **سرنگ‌های پلاستیکی** کاربرد دارد، **پلی‌پروپن** $(-C_3H_6)_n$ است. در ساختار پلی‌پروپن، همه پیوندها یگانه هستند؛ در نتیجه پلی‌پروپن یک هیدروکربن سیرشده محسوب می‌شود. هم‌چنین مانند سایر هیدروکربن‌ها، فاقد جفت‌الکترون ناپیوندی است. در ساختار پروپن (C_3H_6) نیز به عنوان مونومر سازنده آن، ۹ پیوند اشتراکی وجود دارد. ببینید:

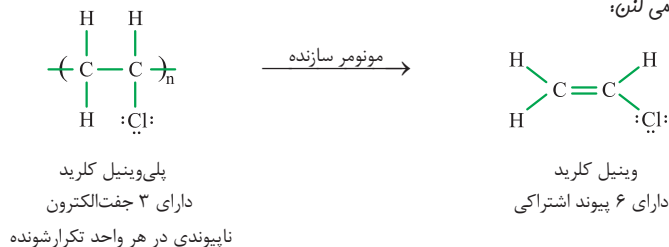


گزینه (۳): پلیمری که در ساخت **ظروف یکبارمصرف** کاربرد دارد، **پلی‌استیرن** $(-C_8H_8)_n$ است. با توجه به این که در ساختار پلی‌استیرن، پیوند دوگانه $C = C$ در حلقه‌ها وجود دارد، این پلیمر سیرنشده محسوب می‌شود. هم‌چنین این پلیمر مانند سایر هیدروکربن‌ها، فاقد جفت‌الکترون ناپیوندی است. در ساختار استیرن (C_8H_8) نیز به عنوان مونومر سازنده آن، ۲۰ پیوند اشتراکی وجود دارد. باز ببینید:

$$C_8H_8 \text{ در } \frac{\overbrace{C}^{(8 \times 4)} + \overbrace{H}^{(8 \times 1)}}{2} = 20$$



گزینه (۴): پلیمری که در ساخت **کیسه خون** کاربرد دارد، **پلی‌وینیل کلرید** $(-C_2H_2Cl)_n$ است. با توجه به این که در ساختار پلی‌وینیل کلرید، همه پیوندها یگانه‌اند، این پلیمر سیرشده است. در ساختار واحد تکرارشونده این پلیمر، سه جفت‌الکترون ناپیوندی بر روی اتم Cl وجود دارد. هم‌چنین در ساختار وینیل کلرید (C_2H_2Cl) به عنوان مونومر سازنده آن، ۶ پیوند اشتراکی وجود دارد. *سافترهای زیر، گفته‌های ما رو تأیید می‌کنن:*

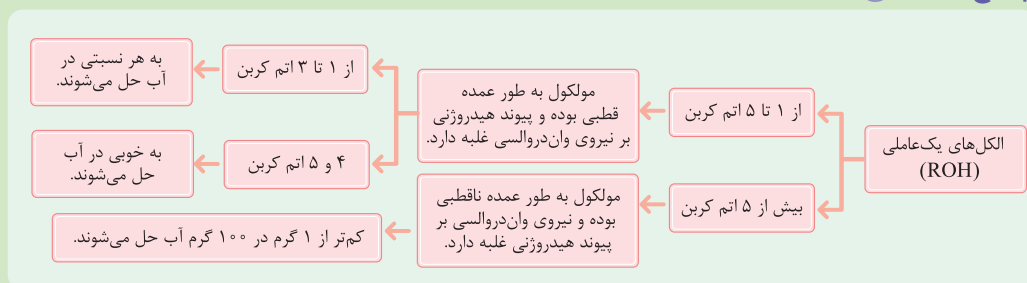


با توجه به جدول زیر که انحلال پذیری سه الکل یک عاملی و سیرشده غیرحلقوی A، B و C را در ۱۰۰ گرم آب نشان می دهد، کدام مورد درست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)

الکل	انحلال پذیری
A	به هر نسبتی حل می شود.
B	۰/۰۴۶
C	۰/۶

- (۱) الکل C می تواند ۱- پنتانول باشد.
 (۲) حداکثر جرم مولی الکل A می تواند ۶۰ گرم باشد.
 (۳) گشتاور دوقطبی الکل B بسیار کم بوده و این الکل در آب نامحلول است.
 (۴) نیروی بین مولکولی غالب در الکل C برخلاف الکل B، از نوع پیوند هیدروژنی است.

پاسخ: گزینه ۲

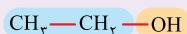


سه الکل اول ($CH_3CH_2CH_2OH$ ، CH_3CH_2OH ، CH_3OH) به هر نسبت در آب حل می شوند. جرم مولی سنگین ترین آن ها یعنی $CH_3CH_2CH_2OH$ ، ۶۰ گرم بر مول است. بررسی سایر گزینه ها:

- گزینه (۱): ۱- پنتانول الکلی ۵ کربنی است، انحلال پذیری الکل ها تا پنج کربن، بیشتر از ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.
 گزینه (۳): *هواستون باشد که* انحلال پذیری الکل B بین ۰/۰۱ تا ۱ گرم است، پس جزء مواد کم محلول به شمار می آید.
 گزینه (۴): انحلال پذیری الکل C در آب کمتر از ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب است، پس نیروی بین مولکولی غالب در آن، وان دروالسی است.

(شیمی ۲ - با هم بیاندیشیم - صفحه ۱۱۲ کتاب درسی)

با توجه به دو ساختار داده شده به پرسش ها پاسخ دهید:

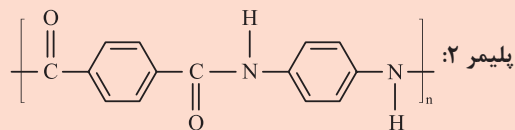
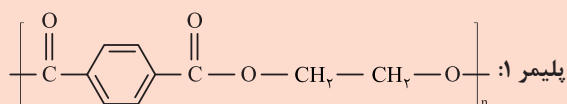


- الف) پیش بینی کنید چه نوع نیروهای بین مولکولی در این دو الکل وجود دارد؟
 ب) مولکول این الکل ها دو بخش قطبی و ناقطبی دارند. با توجه به این که گشتاور دوقطبی هیدروکربن ها حدود صفر است، این دو بخش را در هر مولکول بالا مشخص کنید.
 پ) پیش بینی کنید در شرایط یکسان انحلال پذیری کدام الکل در آب بیشتر است؟
 ت) درستی پیش بینی خود را با توجه به داده های جدول زیر بررسی کنید.

فرمول الکل	انحلال پذیری ($gH_2O / 100g$)
CH_3CH_2OH	به هر نسبتی حل می شود
$CH_3CH_2CH_2CH_2CH_2CH_2CH_2CH_2CH_2OH$	۰/۰۴۶

- ث) درباره درستی جمله زیر گفت و گو کنید.
 «با افزایش طول زنجیر هیدروکربنی در الکل ها، نیروی وان دروالس بر هیدروژنی غلبه می کند و ویژگی ناقطبی الکل افزایش می یابد.»

۱۰۵ با توجه به ساختار پلیمرهای زیر، کدام مورد، نادرست است؟ ($H = 1, C = 12, N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$)



(۱) پلیمرهای (۱) و (۲) به ترتیب از دسته پلی استرها و پلی آمیدها هستند.

(۲) اگر n برابر ۵۰۰ باشد، جرم مولی پلیمر (۱)، برابر $9/6 \times 10^4$ گرم است.

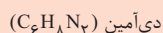
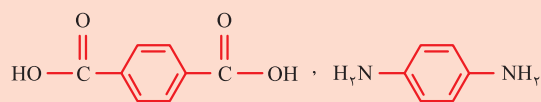
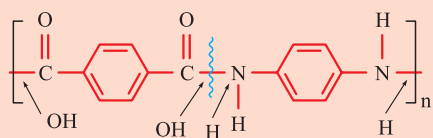
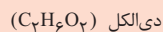
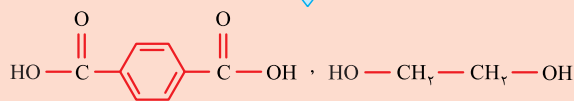
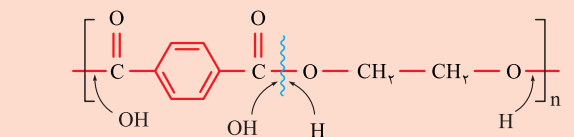
(۳) تفاوت شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار لوویس دی الکل سازنده پلیمر (۱) بادی آمین سازنده پلیمر (۲)، برابر ۱۱ است.

(۴) تفاوت مجموع جرم مولی مونومرهای سازنده این دو پلیمر، برابر ۴۶ گرم است.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به ساختار پلیمرهای داده شده، مونومرهای سازنده آن‌ها را شناسایی می کنیم:



شمار پیوندهای اشتراکی را در دی الکل سازنده پلیمر (۱) و دی آمین سازنده پلیمر (۲) محاسبه کنیم:

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی} = \frac{(C \times 4) + (H \times 1) + (O \times 2) + (N \times 3)}{2}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{دی الکل سازنده پلیمر (۱)} &= \frac{(4 \times 2) + (1 \times 6) + (2 \times 2)}{2} = 9 \\ \text{دی آمین سازنده پلیمر (۲)} &= \frac{(4 \times 6) + (1 \times 8) + (3 \times 2)}{2} = 19 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{تفاوت} = 19 - 9 = 10$$

شیمی

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): پلیمر (۱)، پلی‌استر بوده که از مونومرهای دی‌اسید و دی‌الکل و پلیمر (۲)، پلی‌آمید بوده که از مونومرهای دی‌اسید و دی‌آمین ساخته می‌شود.

گزینه (۲):

$$\begin{aligned} \text{جرم مولی } (C_{10}H_8O_4)_n &= n \times [10(12) + 8(1) + 4(16)] = 192n \text{ g.mol}^{-1} \\ \xrightarrow{n=500} \text{جرم مولی پلیمر (۱)} &= 192 \times 500 = 96000 \text{ g.mol}^{-1} \end{aligned}$$

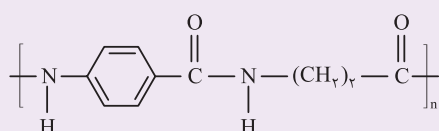
گزینه (۴): با توجه به یکسان بودن دی‌اسید سازنده این دو پلیمر، کافیست که تفاوت جرم مولی دی‌الکل سازنده پلیمر (۱) و دی‌آمین سازنده پلیمر (۲) را محاسبه کنیم:

$$\begin{aligned} \text{جرم مولی } C_6H_8N_2 - \text{جرم مولی } C_7H_6O_2 &= [6(12) + 8(1) + 2(14)] - [7(12) + 6(1) + 2(16)] \\ &= 4(12) + 2(1) - 2(2) = 46 \text{ g} \end{aligned}$$

کنکور

با توجه به ساختار پلیمر زیر و فرمول ساختاری دو مولکول سازنده واحد تکرارشونده آن، که در شرایط مناسب با یکدیگر واکنش داده‌اند، کدام مورد، نادرست است؟ ($H = 1, C = 12, N = 14, O = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

(سؤال ۹۷ کنکور تهرانی - اردیبهشت ۱۴۰۴)



(۱) اگر n برابر ۱۰۰۰ باشد، جرم مولی پلیمر، برابر $1/9 \times 10^5$ است.

(۲) تفاوت جرم مولی مونومرهای سازنده واحد تکرارشونده پلیمر، برابر ۴۴ گرم است.

(۳) نوعی پلی‌آمید است که هر مونومر سازنده واحد تکرارشونده آن می‌تواند با کربوکسیلیک اسید یا آمین مناسب واکنش دهد.

(۴) مجموع شمار اتم‌های هیدروژن و شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی روی اتم‌ها در مونومرهای سازنده واحد تکرارشونده، برابر است.