www.konkur.in

آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دهم	مرحله دوازدهم
سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴	۰۴/اردیبهشت/۱۴۰۵

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	دهم
ریاضی	۲۰	۱	۲۰	۳۵ دقیقه	فصل ۶ (درس ۲ و ۳) صفحهٔ ۱۲۷ تا ۱۴۰
هندسه	۱۰	۲۱	۳۰	۲۰ دقیقه	فصل ۴ (درس ۱) صفحهٔ ۷۷ تا ۸۶
فیزیک	۲۰	۳۱	۵۰	۳۰ دقیقه	فصل ۵ (از ابتدای تبادل انرژی تا ابتدای ماشین‌های گرمایی) صفحهٔ ۱۲۹ تا ۱۴۰
شیمی	۲۰	۵۱	۷۰	۲۵ دقیقه	فصل ۳ (از ابتدای محلول و مقدار حل‌شونده‌ها تا ابتدای کدام مواد با یکدیگر محلول می‌سازند؟) صفحهٔ ۹۳ تا ۱۱۰
مجموع	۷۰ سؤال			۱۱۰ دقیقه	–

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس ـ گزینشگر
ریاضی	طراحان: کوروش اسلامی ـ عادل حسینی ـ مصطفی دیداری ـ محمدرضا راسخ محمد گودرزی ـ حسین نادری ـ جهانبخش نیکنام کارشناسان علمی: فرشاد حسن‌زاده ـ محمد گودرزی	عادل حسینی
هندسه	طراح: سیدعباس حسینی کارشناس علمی: مریم نظری	سیدعباس حسینی
فیزیک	طراحان: مهران اسماعیلی ـ علیرضا جباری ـ علیرضا جعفری‌آثار ـ رضا سبزمیدانی کارشناسان علمی: سعید محبی ـ هادی نجفی	رضا سبزمیدانی ـ علیرضا جباری
شیمی	طراحان: سلیم بهرامی ـ پیمان خواجوی‌مجد ـ علی رفیعی ـ سروش عبادی یاسر عبداللهی ـ محمد مرادی کارشناس علمی: مرتضی نصیرزاده	یاسر عبداللهی ـ سروش عبادی

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانپور

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

دفتر چه سؤالات آزمون های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه ها، نوع صفحه آرایی، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه ترین حالت به دفتر چه سؤالات کنکور سراسری طراحی می شود.

ویژه دهمی های ۱۴۰۴

Azmoon.kheilisabz.com

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

ریاضی دهم

۱- با ارقام ۱، ۲، ۳ و ۵، چند عدد سه‌رقمی با ارقام غیرتکراری می‌توان نوشت؟

۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) ۳۰ ۴) ۶۰

۲- تعداد جایگشت‌های سه‌تایی از ۹ شیء متمایز کدام است؟

۱) ۴۷۷ ۲) ۴۸۶ ۳) ۴۹۵ ۴) ۵۰۴

۳- چند عدد چهاررقمی وجود دارد که حاصل‌ضرب ارقام آن برابر ۲۱ باشد؟

۱) ۶ ۲) ۱۲ ۳) ۱۸ ۴) ۲۴

۴- از بین n نفر می‌خواهیم سه نفر را برای مقام‌های رئیس، معاون و منشی انتخاب کنیم. اگر تعداد حالت‌های مختلف برای این کار ۷۲۰ باشد، n کدام است؟

۱) ۱۱ ۲) ۱۰ ۳) ۹ ۴) ۸

۵- با حروف کلمهٔ «مرجان» چند کلمهٔ پنج‌حرفی می‌توان نوشت، به طوری که اگر حروف دیگر را حذف کنیم، کلمهٔ «جان» دیده شود؟

۱) ۲۰ ۲) ۲۴ ۳) ۴۰ ۴) ۶۰

۶- ۶ نفر قرار است در یک جلسه سخنرانی کنند. در چند حالت، دو نفر خاص پشت هم سخنرانی می‌کنند؟

۱) ۶۰ ۲) ۲۴۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۸۰

۷- در چند جایگشت از ارقام عدد ۹۳۶۱۲۴، اعداد اول کنار هم قرار ندارند؟

۱) ۴۸۰ ۲) ۲۴۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۳۶۰

۸- یک کتاب زبان، دو کتاب فارسی و سه کتاب عربی در اختیار داریم. این کتاب‌ها را به چند طریق می‌توانیم در یک ردیف بچینیم به طوری که همهٔ کتاب‌های عربی کنار هم باشند، اما کتاب‌های فارسی کنار هم نباشند؟ (همهٔ کتاب‌ها متفاوت‌اند.)

۱) ۱۴۴ ۲) ۱۰۸ ۳) ۷۲ ۴) ۳۶

۹- گل‌فروشی در فروشگاه خود ۱۰ نوع گل مختلف دارد. او در هر دسته‌گل از ۳ تا ۵ شاخه‌گل متمایز قرار می‌دهد. او چند دسته‌گل مختلف می‌تواند درست کند؟

۱) ۵۵۵ ۲) ۵۷۶ ۳) ۵۸۲ ۴) ۵۹۰

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰- از میان ۸ ریاضی‌دان، ۶ فیزیک‌دان و ۵ شیمی‌دان قرار است اعضای کمیته‌ای چهارنفره انتخاب شود. به چند طریق می‌توان این کمیته را تشکیل داد به طوری که از هر رشته حداقل یک نفر در آن عضو باشد؟

۱) ۱۹۲۰ ۲) ۱۹۱۰ ۳) ۱۹۰۰ ۴) ۱۸۹۰

۱۱- از بین ۱۰ دانش‌آموز کلاس A و ۹ دانش‌آموز کلاس B، می‌خواهیم ۱۲ دانش‌آموز انتخاب کنیم. به چند طریق این کار امکان‌پذیر است به طوری که تعداد دانش‌آموزان انتخاب‌شده از کلاس A، ۲ یا ۳ برابر تعداد دانش‌آموزان انتخاب‌شده از کلاس B باشد؟

۱) ۶۵۰۰ ۲) ۶۵۰۵ ۳) ۶۵۱۰ ۴) ۶۵۱۵

۱۲- در یک مجتمع مسکونی، ۵ زوج (زن و شوهر) زندگی می‌کنند و قرار است یک شورای چهارنفره متشکل از اعضای مجتمع تشکیل شود. به چند طریق می‌توان این شورا را تشکیل داد به طوری که از هر زوج فقط یک نفر عضو شود؟

۱) ۸۰ ۲) ۹۰ ۳) ۱۱۰ ۴) ۱۲۰

۱۳- ۸ کتاب در موضوعات مختلف داریم که زیست، هندسه و تاریخ هم جزء آن‌هاست. به چند طریق می‌توانیم از بین این کتاب‌ها سه کتاب انتخاب کنیم به طوری که هندسه و تاریخ با هم انتخاب شوند یا اگر زیست انتخاب شد، هندسه انتخاب نشود؟

۱) ۲۵ ۲) ۳۰ ۳) ۲۰ ۴) ۲۱

۱۴- با حروف کلمهٔ «کفشدوز» چند کلمهٔ ۶ حرفی می‌توان نوشت به طوری که هیچ دو حرف نقطه‌داری کنار هم نباشند؟

۱) ۱۳۸ ۲) ۱۵۰ ۳) ۱۳۲ ۴) ۱۴۴

۱۵- ۸ نفر به چند طریق می‌توانند در ۴ اتاق دونفرهٔ یکسان یک هتل، اسکان یابند؟

۱) ۹۱ ۲) ۹۶ ۳) ۱۰۵ ۴) ۱۱۵

۱۶- اعضای مجموعهٔ A، اعداد طبیعی تک‌رقمی هستند. مجموعهٔ A چند زیرمجموعه دارد که شامل ۵ باشد، اما شامل ۶ نباشد؟

۱) ۱۴۰ ۲) ۱۰۵ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۲۸

محل انجام محاسبات

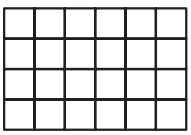
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۷- هفت نقطهٔ A، B، C، D، E، F و G با همین ترتیب روی یک دایره قرار گرفته‌اند. چند پنج‌ضلعی محدب با این نقاط می‌توان کشید به طوری که AD یک قطر آن باشد؟

۱) ۷
۲) ۸
۳) ۹
۴) ۱۰

۱۸- در شکل زیر، چند مستطیل وجود دارد؟ (خطوط افقی موازی و خطوط عمودی نیز موازی‌اند.)



۱) ۱۰۵
۲) ۲۱۰
۳) ۹۶
۴) ۱۹۲

۱۹- اگر $۲P(n,۲) = P(۲n,۲) - ۵۰$ باشد، $C(۹,n)$ کدام است؟

۱) ۳۶
۲) ۵۶
۳) ۸۴
۴) ۱۲۶

۲۰- حاصل عبارت $\binom{۱۴}{۵}+\binom{۱۳}{۵}+\binom{۱۲}{۵}+\binom{۱۱}{۵}+\binom{۱۰}{۶}+\binom{۱۰}{۵}$ کدام است؟

۱) $\binom{۱۵}{۱۰}$
۲) $\binom{۱۴}{۶}$
۳) $\binom{۱۴}{۴}$
۴) $\binom{۱۵}{۶}$

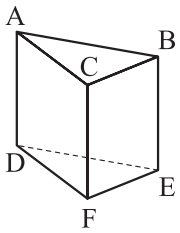
محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

هندسه دهم

۲۱- در منشور سه‌پهلوی شکل زیر، تعداد خطوطی را که منطبق بر یالی بوده و موازی خط گذرا بر BE هستند، m و تعداد خطوط متنافر گذرا بر یالی نسبت به AD را n فرض می‌کنیم، m.n کدام است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۶

۲۲- دو صفحهٔ P و Q بر هم عمود بوده و خط d موازی Q و عمود بر P است. نقطهٔ A روی d به فاصلهٔ ۵ از P و ۴ از Q است. فاصلهٔ A از فصل مشترک P و Q کدام است؟

۱) $\sqrt{۴۱}$ ۲) $\sqrt{۳۵}$ ۳) ۳ ۴) ۵

۲۳- اگر m تعداد صفحاتی باشد که بر دو خط متنافر عمودند و n تعداد خطوطی باشد که بر این دو خط متنافر عمودند، حاصل m − n کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) −۱ ۴) ۲

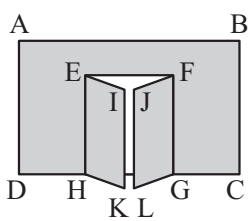
۲۴- در فضا دو خط $L_۱$ و $L_۲$ موازی‌اند. اگر خط d با $L_۱$ متنافر باشد، کدام مورد درخصوص وضعیت دو خط d و $L_۲$ هیچ‌گاه رخ نمی‌دهد؟

۱) متقاطع‌بودن ۲) متنافربودن
۳) موازی‌بودن ۴) عمودبودن

۲۵- از کدام‌یک از گزینه‌های زیر همواره فقط یک صفحه نمی‌گذرد؟

۱) دو خط متقاطع ۲) دو خط موازی
۳) سه نقطهٔ متمایز ۴) یک خط و یک نقطهٔ خارج آن

۲۶- فرض کنید دو لنگهٔ در هر کدام ۳۰° باز شده‌اند. اگر هر لنگهٔ در دارای عرض ۱ متر باشد، فاصلهٔ دو خط موازی شامل JL و IK چه‌قدر است؟



۱) $\sqrt{۳}-۱$
۲) $۲-\sqrt{۳}$
۳) $۴-\sqrt{۳}$
۴) $\sqrt{۳}+۱$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۷- مشخص کنید چند جمله از جملات زیر درست است؟

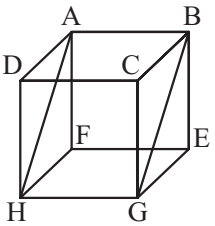
الف) اگر خطی بر یک خط صفحه‌ای عمود باشد، بر آن صفحه عمود است.

ب) اگر خطی بر دو خط موازی از صفحه‌ای عمود باشد، بر آن صفحه عمود است.

پ) اگر خطی بر دو خط متقاطع از صفحه‌ای عمود باشد، بر آن صفحه عمود است.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۸- در شکل زیر، خط شامل پاره‌خط BG و خط شامل پاره‌خط AF وضعیتی مشابه خط‌های شامل کدام پاره‌خط‌های زیر را دارند؟



۱) BC و GE

۲) CD و DA

۳) CG و GE

۴) HG و BE

۲۹- سه نقطهٔ A، B و C را که در یک راستا نیستند در نظر گرفته، خط d را چنان فرض کنید که صفحهٔ شامل نقاط فوق را قطع کند. مشخص کنید چند صفحه وجود دارد که با d موازی بوده و فاصلهٔ نقاط A، B و C از آن یکسان باشد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۳۰- خط d در فضا بر صفحهٔ P عمود است و نقطهٔ A خارج از آن‌ها مفروض است. چند صفحه می‌توان رسم کرد که از نقطهٔ A گذشته، با خط d موازی باشد و بر صفحهٔ P عمود باشد؟

۱) صفر ۲) ۱

۳) ۲ ۴) بی‌شمار

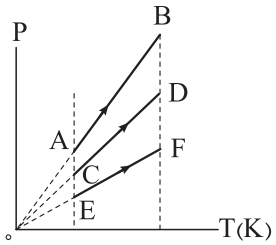
محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

فیزیک دهم

۳۱- شکل زیر، نمودار $(P-T)$ یک مول گاز کامل را طی سه فرایند AB، CD و EF را نشان می‌دهد. کدام گزینه، مقایسهٔ حجم گاز و انرژی درونی آن در فرایندها را درست نشان می‌دهد؟



۱) $V_{AB} > V_{CD} > V_{EF}$ ، $\Delta U_{AB} = \Delta U_{CD} = \Delta U_{EF}$

۲) $V_{AB} < V_{CD} < V_{EF}$ ، $\Delta U_{AB} = \Delta U_{CD} = \Delta U_{EF}$

۳) $V_{AB} > V_{CD} > V_{EF}$ ، $\Delta U_{AB} < \Delta U_{CD} < \Delta U_{EF}$

۴) $V_{AB} < V_{CD} < V_{EF}$ ، $\Delta U_{AB} > \Delta U_{CD} > \Delta U_{EF}$

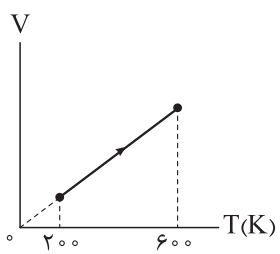
۳۲- درون یک سیلندر به حجم ثابت، دمای مقدار معینی گاز آرمانی را از $127\ ^\circ C$ به $327\ ^\circ C$ می‌رسانیم. اگر طی این فرایند، $180\ J$ گرما به گاز داده باشیم، انرژی درونی اولیهٔ گاز چند ژول است؟

۱) ۱۸۰ ۲) ۳۶۰ ۳) ۴۸۰ ۴) ۵۴۰

۳۳- درون استوانه‌ای به حجم $5\ L$ مقداری گاز آرمانی وجود دارد. طی یک فرایند ایستاوار و در فشار ثابت $4\times10^5\ Pa$، حجم گاز را به $3\ L$ می‌رسانیم. اگر گاز در این فرایند، $2200\ J$ گرما از دست بدهد، انرژی درونی آن چند ژول کاهش می‌یابد؟

۱) ۱۴۰۰ ۲) ۱۲۰۰ ۳) ۸۰۰ ۴) ۶۰۰

۳۴- نمودار $V-T$ مربوط به $0/5\ mol$ گاز کامل، مطابق شکل زیر است. اگر تغییر انرژی درونی گاز $800\ J$ باشد، گرمایی که گاز در طی این فرایند دریافت می‌کند، چند ژول است؟ $(R = 8\ \frac{J}{mol.K})$



۱) ۸۰۰

۲) ۶۰۰

۳) ۲۴۰۰

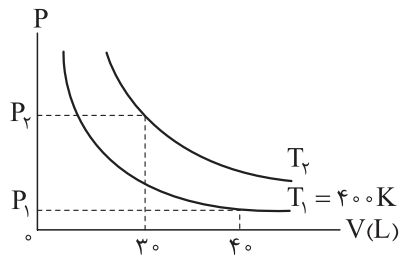
۴) ۴۰۰۰

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

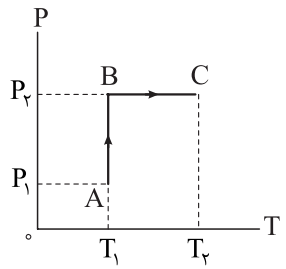
www.konkur.in

۳۵- شکل زیر، نمودار فرایند هم‌دمای گاز کاملی را در دماهای $T_1 = 400K$ و T_2 نشان می‌دهد. اگر $P_2 = \frac{5}{3}P_1$ باشد، T_2 چند کلوین است؟



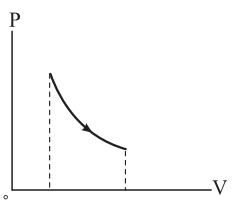
۱) ۵۰۰
۲) ۶۰۰
۳) ۸۰۰
۴) ۱۰۰۰

۳۶- مطابق شکل زیر، مقدار معینی گاز کامل در مسیر ABC از حالت A به حالت C می‌رود. در فرایند AB کدام مورد رخ می‌دهد؟



۱) حجم گاز افزایش می‌یابد.
۲) محیط، روی گاز کار منفی انجام می‌دهد.
۳) انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد.
۴) گاز گرما از دست می‌دهد.

۳۷- شکل زیر، فرایند بی‌دررروی مقدار معینی گاز کامل را نشان می‌دهد. کدام یک از عبارت‌های زیر در رابطه با این فرایند درست است؟



۱) دمای گاز، کاهش می‌یابد.
۲) دمای گاز، افزایش می‌یابد.
۳) انرژی درونی گاز، ثابت می‌ماند.
۴) کار انجام‌شده روی گاز، مثبت است.

۳۸- در یک فرایند ایستاوار، فشار مقدار معینی گاز کامل، ۵۰ درصد افزایش و حجم آن ۶۰ درصد کاهش می‌یابد. انرژی درونی گاز چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ۴۰ درصد افزایش
۲) ۴۰ درصد کاهش
۳) ۶۰ درصد افزایش
۴) ۶۰ درصد کاهش

۳۹- برای آن‌که دمای مقدار معینی گاز کامل را از T_1 به T_2 افزایش دهیم، در یک فرایند هم‌حجم، ۳۰ J و در یک فرایند هم‌فشار، ۵۰ J گرما لازم است. کار انجام‌شده توسط گاز در فرایند هم‌فشار، چند ژول است؟

۱) ۸۰
۲) −۸۰
۳) ۲۰
۴) −۲۰

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۰- ابتدا دمای نیم مول گاز کامل، طی یک فرایند هم‌فشار از $7\ ^\circ C$ به $147\ ^\circ C$ می‌رسد. سپس فشار همین گاز طی یک فرایند هم‌حجم، ۲۵ درصد کاهش می‌یابد. دمای نهایی گاز چند واحد SI است؟

۱) ۵۶۰ ۲) ۴۹۰ ۳) ۳۱۵ ۴) ۲۱۰

۴۱- گازی را که در فشار P_1 و حجم V_1 قرار دارد، یک بار به طور هم‌دما و یک بار به طور بی‌دررو تا حجم V_2 متراکم می‌کنیم. کدام‌یک از موارد زیر، نادرست است؟ (W کاری است که محیط بر روی گاز انجام داده است.)

۱) $W_{\text{هم‌دما}} > W_{\text{بی‌دررو}}$

۲) $\Delta U_{\text{هم‌دما}} > \Delta U_{\text{بی‌دررو}}$

۳) در تراکم هم‌دما، گاز گرما از دست می‌دهد.

۴) افزایش فشار در تراکم بی‌دررو کم‌تر از افزایش فشار در تراکم هم‌دما است.

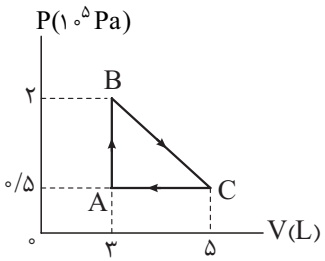
۴۲- یک گاز آرمانی ۲۰ L حجم دارد. اگر یک بار آن را به صورت هم‌دما (a) و بار دیگر به صورت بی‌دررو (b) به حجم ۳۰ L برسانیم، کدام عبارت‌ها در مورد کار انجام‌شده روی گاز (W)، فشار نهایی آن (P_2) و دمای نهایی آن (T_2) درست است؟

الف) $|W_a| > |W_b|$ ب) $P_{2a} < P_{2b}$ پ) $T_{2a} > T_{2b}$

۱) (الف) و (ب) ۲) (ب) و (پ)

۳) (الف) و (پ) ۴) (الف)، (ب) و (پ)

۴۳- مطابق شکل زیر، مقداری گاز کامل، چرخهٔ ABCA را طی می‌کند. کار خالصی که گاز در هر چرخه روی محیط انجام می‌دهد چند ژول است؟



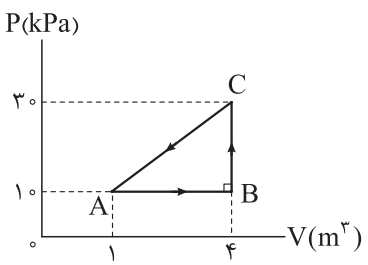
۱) ۳۰۰−

۲) ۳۰۰

۳) ۱۵۰−

۴) ۱۵۰

۴۴- نمودار $P - V$ یک چرخهٔ ترمودینامیکی به شکل زیر است. گرمای دریافتی توسط دستگاه در این چرخه، چند کیلوژول است؟



۱) ۳۰

۲) ۳۰−

۳) ۳۰۰

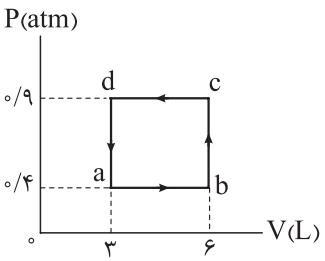
۴) ۳۰۰−

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۵- مقدار معینی از یک گاز کامل، چرخهٔ زیر را می‌پیماید. کدام گزینه در مورد کار و گرمایی که گاز در یک چرخهٔ کامل با محیط مبادله می‌کند، درست است؟



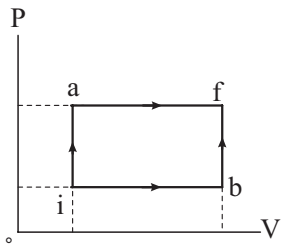
۱) ۱۵۰ J گرما از محیط گرفته و ۱۵۰ J کار روی محیط انجام می‌دهد.

۲) ۱۵۰ J کار از محیط گرفته و ۱۵۰ J گرما به محیط می‌دهد.

۳) ۷۵ J گرما از محیط گرفته و ۷۵ J کار روی محیط انجام می‌دهد.

۴) ۷۵ J کار از محیط گرفته و ۷۵ J گرما به محیط می‌دهد.

۴۶- مطابق شکل زیر، یک گاز کامل در طول مسیر iaf از حالت i به f می‌رود. در این فرایند $|Q| = ۵۰\,cal$ و $|W| = ۲۰\,cal$ است. اگر گاز تغییر حالت i به f را از مسیر ibf طی کند، تغییر انرژی درونی آن در این مسیر چند کالری است؟



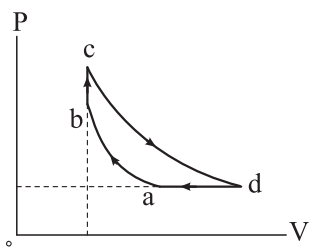
۱) ۳۰-

۲) ۷۰

۳) ۳۰

۴) ۷۰-

۴۷- یک گاز کامل چرخهٔ abcda را به ترتیب به صورت بی‌دررو، هم‌حجم، بی‌دررو و هم‌فشار طی می‌کند. بیشترین و کم‌ترین دمای گاز به ترتیب از راست به چپ در کدام نقاط است؟



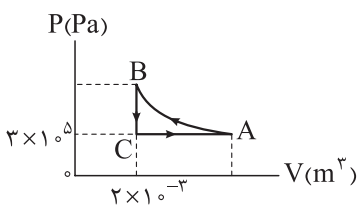
۱) b و d

۲) b و a

۳) c و d

۴) c و a

۴۸- گاز کاملی چرخهٔ زیر را می‌پیماید. اگر $Q_{CA} = ۲۱۰۰\,J$، $Q_{BC} = -۱۵۰۰\,J$ و فرایند AB هم‌دما باشد، حجم گاز در حالت A چند لیتر است؟ (Q گرمای دریافتی توسط گاز است.)



۱) ۲/۵

۲) ۳

۳) ۳/۵

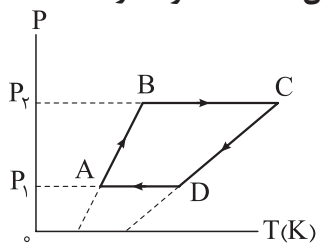
۴) ۴

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۹- مقدار معینی از یک گاز کامل، چرخه‌ای را مطابق نمودار $P - T$ زیر طی می‌کند. کدام گزینه در مورد کار انجام‌شده بر روی دستگاه (W) و گرمای دریافتی توسط دستگاه (Q) در این چرخه، در فرایندهای نشان داده شده الزاماً درست است؟



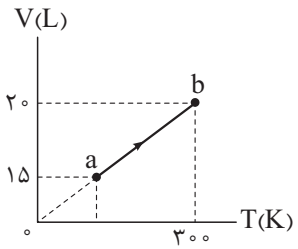
۱) $W_{CD} < |W_{AB}|$

۲) $|Q_{DA}| < W_{DA}$

۳) $Q_{BC} > |W_{BC}|$

۴) $|W_{BC}| < W_{DA}$

۵۰- ۱۶ g گاز اکسیژن، فرایند ab را مطابق شکل زیر می‌پیماید. اگر گاز در این فرایند ۱۰۵۰ J گرما دریافت کرده باشد، تغییرات انرژی درونی آن چند ژول است؟ (جرم مولی گاز اکسیژن ۳۲ g / mol و $R = ۸ \frac{J}{mol.K}$ است.)



۱) ۵۵۰

۲) ۱۳۵۰

۳) ۲۶۵۰

۴) ۷۵۰

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

شیمی دهم

۵۱- کدام مورد، نادرست است؟

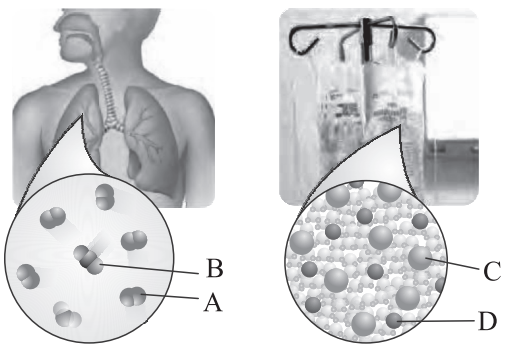
۱) سرکهٔ خوراکی خاصیت اسیدی ملایمی دارد و در هر ۱۰۰ گرم از آن، حدود ۹۵ گرم آب وجود دارد.

۲) حل‌شدن مقداری حل‌شونده در حجم مشخصی حلال، بیانی از تعریف غلظت است.

۳) مقدار نمک‌های حل‌شده در واحد جرم آب دریای سرخ، کم‌تر از آب دریای مدیترانه است.

۴) در اثر مخلوط‌کردن حجم‌های برابری از دو محلول سدیم کلرید و نقره نیترات با غلظت ۰/۱ مولار، غلظت یون‌های موجود در محلول‌های اولیه کاهش می‌یابد.

۵۲- با توجه به شکل‌های زیر که قسمتی از سرم فیزیولوژی و هوای پاکی که تنفس می‌کنیم را نشان می‌دهند، کدام موارد درست است؟



(I) (II)

الف) D فراوان‌ترین آنیون تک‌اتمی موجود در آب دریا محسوب شده و آرایش الکترونی آن مشابه با فراوان‌ترین گاز نجیب هواکره می‌باشد.

ب) شکل (II)، مخلوط همگن، اما شکل (I)، یک مخلوط ناهمگن را نشان می‌دهد.

پ) A می‌تواند نخستین گازی باشد که در ستون تقطیر جزءبه‌جزء هوای مایع از مخلوط جدا می‌شود.

ت) مولکول B، مهم‌ترین گاز گلخانه‌ای هواکره است.

۱) الف ـ ب ۲) الف ـ پ ۳) پ ـ ت ۴) ب ـ ت

۵۳- اگر دمای محلول سیرشده‌ای از نمک‌های پتاسیم نیترات، لیتیم سولفات و پتاسیم کلرید را از دمای $50\ ^\circ C$ تا دمای $10\ ^\circ C$ کاهش دهیم، .....

۱) مقداری رسوب در هر سه ظرف تشکیل می‌شود.

۲) هر سه محلول، به محلول‌های سیرنشده تبدیل می‌شوند.

۳) تنها در یکی از ظرف‌ها، مقداری رسوب تشکیل می‌شود.

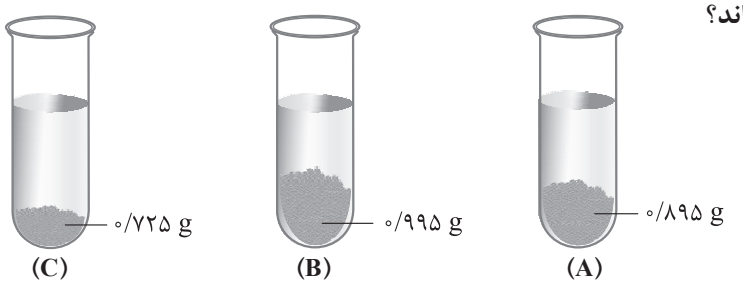
۴) تنها یکی از محلول‌ها، به محلول سیرنشده تبدیل می‌شود.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۴- در دمای $25\ ^\circ C$، به ۱۰ گرم از آب موجود در هر سه لولهٔ آزمایش، یک گرم از مواد A، B و C اضافه کرده‌ایم. با توجه به شکل‌های زیر، مواد محلول در آب کدام‌اند؟



۱) A و C ۲) B و C ۳) فقط C ۴) A و B

۵۵- اگر غلظت یون پتاسیم در محلولی از پتاسیم فسفات به جرم ۵ کیلوگرم، برابر ppm ۸۴۰ باشد، با افزودن ۲۰۰۰ گرم آب خالص به این محلول، غلظت ppm یون پتاسیم به اندازهٔ چند واحد تغییر می‌کند؟

۱) ۳۶۰ ۲) ۱۸۰ ۳) ۲۴۰ ۴) ۱۲۰

۵۶- اگر به ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول کلسیم برمید ۰/۲ مولار، ۴ گرم کلسیم برمید جامد اضافه کنیم، غلظت یون برمید در محلول حاصل، چند مولار خواهد بود؟ (از تغییر حجم محلول چشم‌پوشی کنید؛ $Ca = 40, Br = 80 : g.mol^{-1}$)

۱) ۵ ۲) ۰/۳ ۳) ۳ ۴) ۰/۵

۵۷- در چند مورد از موارد زیر، مولکول دارای جرم مولی بیشتر، نقطهٔ جوش کم‌تری دارد؟

- H_2S, H_2O
- HCl, HF
- AsH_3, NH_3
- CH_3COCH_3, C_2H_5OH

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۸- با توجه به واکنش زیر، برای تولید ۱۷۹/۲ لیتر گاز کربن دی‌اکسید در شرایط STP، چند لیتر محلول سولفوریک اسید با غلظت ppm ۱۵۶۸ نیاز است؟ (چگالی محلول سولفوریک اسید را ۱ گرم بر میلی‌لیتر در نظر بگیرید: $H = 1, O = 16, S = 32 : g.mol^{-1}$)

$$MgCO_3(s) + H_2SO_4(aq) \rightarrow MgSO_4(aq) + CO_2(g) + H_2O(l)$$

۱) ۲۵۰ ۲) ۵۰۰ ۳) ۵۰ ۴) ۱۰۰

۵۹- کدام ترتیب در مورد مقایسهٔ مصرف NaCl، درست است؟

A: تولید سدیم کربنات
B: مصارف خانگی
C: تولید گاز کلر، فلز سدیم، سود سوزآور و گاز هیدروژن
D: ذوب‌کردن یخ در جاده‌ها

۱) $B < A < D < C$ ۲) $B < D < A < C$ ۳) $D < B < C < A$ ۴) $D < C < B < A$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۰- اگر در اثر واکنش ۴ / ۲۹ گرم از مخلوطی شامل فلزهای پتاسیم و سدیم با آب، محلولی حاصل شود که بتواند با ۲۵۰ میلی‌لیتر محلول دو مولار سولفوریک اسید به طور کامل واکنش دهد، به تقریب چند درصد جرمی مخلوط اولیه را فلز سدیم تشکیل می‌دهد؟ (هر مول سولفوریک اسید، می‌تواند با ۲ مول سدیم هیدروکسید یا پتاسیم هیدروکسید واکنش دهد؛ $Na = ۲۳, K = ۳۹ : g.mol^{-۱}$)

$$۲Na(s) + ۲H_۲O(l) \rightarrow ۲NaOH(aq) + H_۲(g)$$
$$۲K(s) + ۲H_۲O(l) \rightarrow ۲KOH(aq) + H_۲(g)$$

۱) ۴۷ ۲) ۵۳ ۳) ۴۰ ۴) ۶۰

۶۱- درستی یا نادرستی کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟

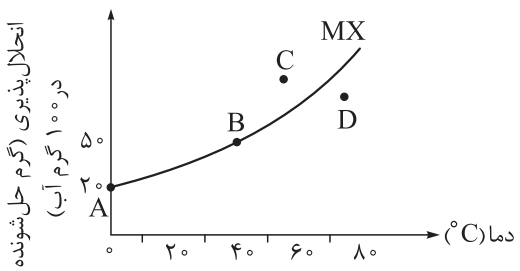
۱) گشتاور دوقطبی آب نسبت به هیدروژن سولفید، بیشتر است؛ اما حالت فیزیکی آن‌ها در دمای اتاق یکسان است.

۲) آب همانند سایر مواد، در طبیعت به هر سه حالت جامد، مایع و گاز وجود دارد.

۳) در شرایط استاندارد، در میان ترکیبات هیدروژن‌دار عنصرهای گروه‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۷، تنها $H_۲O$ به حالت مایع است.

۴) شکل مولکول‌های آب و هیدروژن سولفید، خمیده است.

۶۲- با توجه به شکل زیر، کدام گزینه دربارهٔ نمک MX درست است؟ (از تبخیر حلال بر اثر افزایش دما صرف نظر کنید.)



۱) در نقطهٔ D، حلال توانسته است مقدار بیشتر از حد سیرشدن از این نمک را در خود حل کند.

۲) در محلول سیرشده‌ای از این نمک در دمای $۴۰\ ^\circ C$، جرم حلال و حل‌شونده برابر است.

۳) اگر دمای ۱۵۰ گرم محلول سیرشده‌ای از این نمک را $۲۰\ ^\circ C$ افزایش دهیم، جرم محلول تغییری نمی‌کند.

۴) اگر دمای ۳۰۰ گرم محلول سیرشدهٔ این نمک را از $۴۰\ ^\circ C$ به دمای $۰\ ^\circ C$ برسانیم، جرم محلول به ۲۶۰ گرم می‌رسد.

۶۳- کدام دسته از مولکول‌های زیر، در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند؟

۱) $O_۲$ ـ $N_۲$ ـ CO

۲) $CH_۴$ ـ $CO_۲$ ـ $F_۲$

۳) $Cl_۲$ ـ $CO_۲$ ـ $H_۲S$

۴) HBr ـ $CH_۴$ ـ HF

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

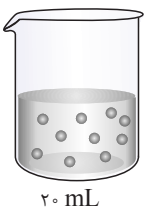
www.konkur.in

۶۴- دو ظرف جداگانه در اختیار داریم که در ظرف اول، ۱ لیتر محلول ۰/۲ مولار کلسیم کلرید و در ظرف دوم، ۰/۵ لیتر محلول ۰/۱ مولار لیتیم سولفات وجود دارد. با افزودن مقدار کافی نقره نیترات به ظرف اول و مقدار کافی باریم کلرید به ظرف دوم، در مجموع در دو ظرف، چند گرم رسوب به دست می‌آید؟

$(O = ۱۶, S = ۳۲, Cl = ۳۵/۵, Ca = ۴۰, Ag = ۱۰۸, Ba = ۱۳۷ : g.mol^{-1})$

۱) ۴۰/۱۵ ۲) ۵۷/۴۰ ۳) ۶۹/۰۵ ۴) ۴۹/۱۵

۶۵- اگر غلظت مولار و درصد جرمی محلول نشان داده شده در شکل زیر به ترتیب ۰/۵ مولار و ۲ درصد باشد، هر ذرهٔ حل‌شده در شکل، معادل چند مول بوده و جرم مولی حل‌شونده، برابر با چند گرم بر مول است؟ (چگالی محلول را ۱ گرم بر میلی‌لیتر در نظر بگیرید. گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید.)



۱) ۰/۰۱ ـ ۸۰
۲) ۰/۰۱ ـ ۴۰
۳) ۰/۰۰۱ ـ ۸۰
۴) ۰/۰۰۱ ـ ۴۰

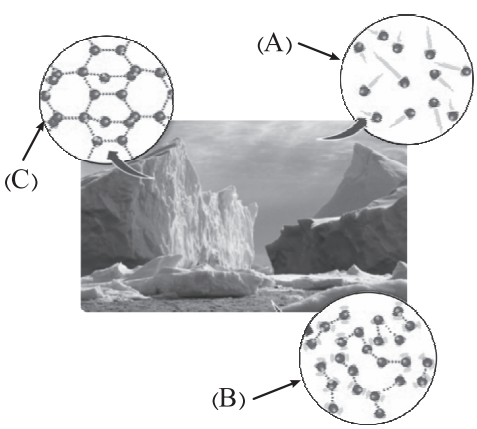
۶۶- با توجه به نمودار تغییرات نقطهٔ جوش مواد نسبت به شمارهٔ دورهٔ عنصرها، کدام موارد زیر، جملهٔ داده‌شده را به درستی کامل می‌کنند؟

«در مولکول‌های ..... عنصرهای گروه .....، از بالا به پایین، نقطهٔ جوش ..... می‌یابد.»

الف) هیدروژن‌دار ـ ۱۴ ـ ابتدا کاهش و سپس افزایش
ب) دواتمی ـ ۱۷ ـ افزایش
پ) هیدروژن‌دار ـ ۱۷ ـ ابتدا کاهش و سپس افزایش
ت) هیدروژن‌دار ـ ۱۵ ـ کاهش

۱) الف ـ ب ۲) ب ـ پ ۳) الف ـ ت ۴) ب ـ ت

۶۷- شکل زیر، حالت‌های فیزیکی مختلف آب را نشان می‌دهد. کدام گزینه دربارهٔ آن نادرست است؟



۱) در جرم‌های برابری از آب در حالت‌های B و C، حجم C بیشتر از B است.
۲) در ساختار C، اتم‌های اکسیژن در رأس حلقه‌های شش‌ضلعی قرار داشته و هر اتم اکسیژن با ۲ اتم هیدروژن، پیوند اشتراکی دارد.
۳) میان مولکول‌های آب در حالت A، پیوند هیدروژنی وجود نداشته و این مولکول‌ها می‌توانند به صورت منظم حرکت کنند.
۴) هر مولکول آب در ساختار C، می‌تواند چهار پیوند هیدروژنی برقرار کند که سبب تشکیل فضاهای خالی میان مولکول‌ها می‌شود.

محل انجام محاسبات

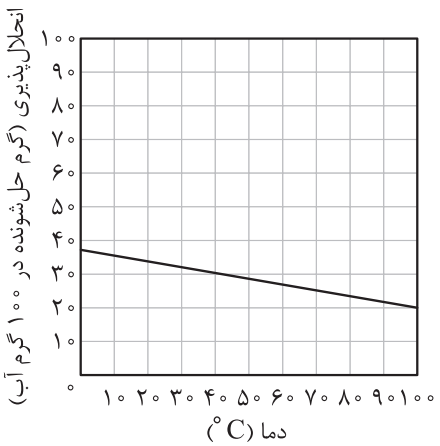
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۸- در کدام گزینه، اگر دو جزء داده‌شده را مخلوط کنیم، در محلول حاصل، جزء با جرم مولی بیشتر، حلال خواهد بود؟
$(H=1, Li=7, C=12, O=16, S=32 : g.mol^{-1})$

۱) ۲۰ گرم آب و ۵۰ گرم استون
۲) ۶ گرم آب و ۲۰ گرم اتانول
۳) ۲۰ گرم لیتیم سولفات و ۱۸ گرم آب
۴) ۸۶ گرم هگزان و ۱۵ گرم آب

۶۹- شکل زیر، نمودار انحلال‌پذیری نمک X را نشان می‌دهد. ۵۲ گرم محلولی سیرشده از نمک X در دمای $40\ ^\circ C$ را چند درجهٔ سلسیوس گرم کنیم تا پس از جداکردن رسوب‌های حاصل، جرم محلول باقی‌مانده برابر با ۴۸ گرم باشد؟



۱) ۶۰
۲) ۵۰
۳) ۴۰
۴) ۲۰

۷۰- اگر در دمای معین، نسبت درصد جرمی NaCl در محلول سیرشدهٔ این نمک در آب به انحلال‌پذیری آن، برابر با ۰/۸ باشد، میزان انحلال‌پذیری این نمک در این دما، برابر با چند گرم در ۱۰۰ گرم آب است؟

۱) ۵۰ ۲) ۳۰ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون را ساعت ۱۶:۰۰ از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.
azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همهٔ پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ‌نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دهم	مرحله دوازدهم
سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴	۰۴/اردیبهشت/۱۴۰۵

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
ریاضی	کوروش اسلامی ـ عادل حسینی ـ مصطفی دیداری ـ محمدرضا راسخ ـ محمد گودرزی ـ حسین نادری ـ جهانبخش نیکنام
هندسه	سید عباس حسینی
فیزیک	مهران اسماعیلی ـ علیرضا جباری ـ علیرضا جعفری‌آثار ـ رضا سبزمیدانی
شیمی	سلیم بهرامی ـ پیمان خواجوی‌مجد ـ علی رفیعی ـ سروش عبادی ـ یاسر عبداللهی ـ محمد مرادی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
ریاضی	عادل حسینی	عادل حسینی	عادل حسینی	فرشاد حسن‌زاده محمد گودرزی	منصور زرکش اصفهانی سهیل تقی‌زاده
هندسه	سید عباس حسینی	سید عباس حسینی	سید عباس حسینی	مریم نظری	زهرا جالینوسی منصور زرکش اصفهانی ماهان فنی‌فر ابوالفضل ناصری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	علیرضا جباری	مریم گلی‌حسنلو	سعید محبی هادی نجفی	آیدین طهماسقلی‌زاده امیر محمودی انزابی سعید محبی فاطمه نجفی محمدرضا یاری
شیمی	یاسر عبداللهی	سروش عبادی	سروش عبادی صدرا عبادی	مرتضی نصیرزاده	محمدرضا بیاتلو هادی عبادی محمدمهدی کریمیان

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانپور

ویژه دهمی‌های ۱۴۰۴

Azmoon.kheilisabz.com

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

آزمون آزمایشی خیلی سبز

تیم اجرایی و تألیف آزمون	بیتا ابراهیمی ـ علیرضا جعفری ـ عادل حسینی

سرپرست تولید	الناز علی‌یاری‌زاده
ویراستاران فنی	نیلوفر اعتمادی ـ نیوشا پیمان ـ هدیه خسروی زهرا صفری ـ الهه صفری ـ فاطمه علی‌اکبری محیا غنی‌فرد ـ زهرا فرهادی‌مهر ـ نادره نازآوری ساعده نمازی
رسام	ندا فخاری سارا گنجی آزادپور
صفحه‌آرایی	صدف امام ـ مریم حسین‌زاده سپیده سخائی ـ الهام سهرابی ـ طاهره صادق‌نژاد مائده صبری ـ نیلوفر فرخجسته ـ فاطمه قیاسوند مهدیه گل‌پور ـ دریا لطفی

Azmoon.kheilisabz.com

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱ با ارقام ۱، ۲، ۳ و ۵، چند عدد سه‌رقمی با ارقام غیرتکراری می‌توان نوشت؟

۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) ۳۰ ۴) ۶۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

تعداد جایگشت‌های n شیء متمایز در یک ردیف، برابر $n!$ است.

جایگشت k شیء از بین n شیء متمایز از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$n\times(n-1)\times\cdots\times(n-k+1)=\frac{n!}{(n-k)!}$$

که آن را با نماد $P(n,k)$ نیز نمایش می‌دهیم.

نکته **فاکتوریل:** برای نمایش ضرب هر عدد طبیعی در اعداد طبیعی کوچک‌تر از خودش، یعنی عبارت $n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times1$، از نماد ! استفاده می‌کنیم و آن را فاکتوریل می‌خوانیم:

$$n!=n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times1$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ طبق درس‌باکس، تعداد جایگشت‌های ۳تایی از ۴ شیء متمایز برابر است با:

$$P(4,3)=\frac{4!}{(4-3)!}=\frac{4!}{1!}=24$$

کتاب درسی **با عددهای ۵، ۳، ۲ و ۱، چند عدد سه‌رقمی با ارقام غیرتکراری می‌توان نوشت؟** *(ریاضی (۱) ـ کار در کلاس ۲ صفحهٔ ۱۳۱ کتاب درسی)*

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲ تعداد جایگشت‌های سه‌تایی از ۹ شیء متمایز کدام است؟

۱) ۴۷۷ ۲) ۴۸۶ ۳) ۴۹۵ ۴) ۵۰۴

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint از فرمول درس‌باکس قبل استفاده کن.

پاسخ خیلی تشریحی طبق رابطهٔ درس‌باکس پاسخ قبلی، پاسخ این سؤال برابر است با:

$$P(9,3)=\frac{9!}{6!}=\frac{9\times8\times7\times6!}{6!}=9\times8\times7=504$$

کتاب درسی تعداد جایگشت‌های چهارتایی از نه شیء متمایز را به دست آورید. (ریاضی (۱) ـ فعالیت ۳ صفحهٔ ۱۲۹ کتاب درسی)

Telegram: @konkur_in

۳ **چند عدد چهاررقمی وجود دارد که حاصل‌ضرب ارقام آن برابر ۲۱ باشد؟**

۱) ۶ ۲) ۱۲ ۳) ۱۸ ۴) ۲۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته

اگر k شیء از بین n شیء، تکراری و یکسان باشند، تعداد کل جایگشت‌های این n شیء برابر است با: $\frac{n!}{k!}$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: عدد ۲۱ بزرگ‌تر از ۹ است و از آن‌جا که $۷ \times ۳ = ۲۱$ است، عدد چهاررقمی مورد نظر، حتماً ارقام ۳ و ۷ را باید داشته باشد، زیرا ۳ و ۷ جزء اعداد اول هستند.

عدد چهاررقمی است، پس بدیهی است که دو رقم دیگر هر دو ۱ هستند.

گام دوم: پس ارقام ۱، ۱، ۳ و ۷ را داریم که طبق نکته، تعداد اعداد ساخته‌شده با این ارقام برابر است با: $\frac{۴!}{۲!} = ۱۲$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

به‌سبک امتحان نهایی

۴ از بین n نفر می‌خواهیم سه نفر را برای مقام‌های رئیس، معاون و منشی انتخاب کنیم. اگر تعداد حالت‌های مختلف برای این کار ۷۲۰ باشد، n کدام است؟

ترتیب انتخاب افراد مهم است.

۱) ۱۱
۲) ۱۰
۳) ۹
۴) ۸

مشاوره هرگاه چند شیء از بین اشیاء متمایز انتخاب کنیم که در آن‌ها ترتیب مهم باشد، با مسئلهٔ جایگشت هم مواجه هستیم.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: طبق آن چیزی که در مشاوره و تعبیر توضیح داده‌ایم، باید جایگشت ۳ شیء از بین n شیء را بنویسیم:

$$P(n,3)=\frac{n!}{(n-3)!}=n(n-1)(n-2)$$

گام دوم: حالا طبق فرض، تعداد جایگشت‌ها را برابر ۷۲۰ قرار می‌دهیم و لازم است که ۷۲۰ را به گونه‌ای تجزیه کنیم که حاصل‌ضرب ۳ عدد طبیعی، متوالی باشد:

$$720=72\times10=8\times9\times10$$

$$\xrightarrow{n(n-1)(n-2)=10\times9\times8} n=10$$

کتاب درسی

از بین تعدادی کتاب مختلف می‌خواهیم سه کتاب را انتخاب کنیم و در قفسه‌ای بچینیم، اگر تعداد حالت‌های مختلف برای این کار ۲۱۰ باشد، تعداد کتاب‌ها چندتاست؟

(ریاضی (۱) ـ تمرین ۲ صفحهٔ ۱۳۱ کتاب درسی)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵ **با حروف کلمهٔ «مرجان» چند کلمهٔ پنج‌حرفی می‌توان نوشت، به طوری که اگر حروف دیگر را حذف کنیم، کلمهٔ «جان» دیده شود؟**

۱) ۲۰ ۲) ۲۴ ۳) ۴۰ ۴) ۶۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

نکته فرض کنید n شیء متمایز داریم که قصد داریم k شیء از بین آن‌ها ترتیب خاص و ثابتی داشته باشند؛ تعداد جایگشت‌های مورد نظر برابر است با: $\frac{n!}{k!}$

پاسخ خیلی تشریحی ترتیب سه حرف مشخص است: ج، ا، ن. حالا طبق نکتهٔ بالا تعداد جایگشت‌ها برابر است با:

$$\frac{۵!}{۳!} = \frac{۱۲۰}{۶} = ۲۰$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶ ۶ نفر قرار است در یک جلسه سخنرانی کنند. در چند حالت، دو نفر خاص پشت هم سخنرانی می‌کنند؟

دو نفر کنار هم هستند، مهم نیست کدام‌یک اول باشد، کدام دوم.

۱) ۶۰
۲) ۲۴۰
۳) ۱۲۰
۴) ۱۸۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

اگر بخواهیم k شیء از بین n شیء متمایز کنار هم قرار بگیرند، تعداد جایگشت‌ها برابر است با:

$$k!(n-k+1)!$$

در واقع k شیء خاص را یک بسته قرار داده‌ایم که با $n-k$ شیء دیگر، تشکیل $n-k+1$ شیء متمایز می‌دهند. در داخل بسته نیز k شیء متمایز به $k!$ حالت جایگشت می‌کنند.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

طبق رابطهٔ ارائه‌شده در درس‌باکس، داریم:

$$\xrightarrow{n=۶,k=۲} \text{تعداد حالات} = ۲! \times ۵! = ۲۴۰$$

کنکور

۵ ۵ نفر قرار است در یک جلسه سخنرانی کنند. در چند حالت، دو نفر خاص پشت سر هم سخنرانی می‌کنند؟

(سؤال ۲۰ کنکور ریاضی ۱۴۰۲ ـ نوبت اول)

۱) ۲۴
۲) ۴۸
۳) ۷۲
۴) ۹۶

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷ در چند جایگشت از ارقام عدد ۹۳۶۱۲۴، اعداد اول کنار هم قرار ندارند؟

۲ و ۳ هستند.

۱) ۴۸۰

۲) ۲۴۰

۳) ۱۲۰

۴) ۳۶۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

اصل متمم: اگر محاسبهٔ تعداد اعضای مجموعهٔ A در مجموعهٔ مرجع S، به صورت مستقیم کار دشواری باشد، ابتدا تعداد اعضای مجموعهٔ A' را حساب و سپس از تعداد اعضای مجموعهٔ مرجع کم می‌کنیم:

$$n(A) = n(S) - n(A')$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: طبق درس‌باکس عمل می‌کنیم و تعداد کل جایگشت‌ها را بدون شرط خاصی به دست می‌آوریم:

$$n(S) = ۶! = ۷۲۰$$

گام دوم: تعداد جایگشت‌هایی را حساب می‌کنیم که ۲ و ۳ کنار هم باشند:

$$\xrightarrow{\text{درس‌باکس پاسخ قبل}} n(A') = ۲!۵! = ۲ \times ۱۲۰ = ۲۴۰$$

گام سوم: تعداد جایگشت‌های مورد نظر برابر است با:

$$n(A) = n(S) - n(A') = ۷۲۰ - ۲۴۰ = ۴۸۰$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸ **یک کتاب زبان، دو کتاب فارسی و سه کتاب عربی در اختیار داریم. این کتاب‌ها را به چند طریق می‌توانیم در یک ردیف بچینیم به طوری که همهٔ کتاب‌های عربی کنار هم باشند، اما کتاب‌های فارسی کنار هم نباشند؟ (همهٔ کتاب‌ها متفاوت‌اند.)**

۱) ۱۴۴ ۲) ۱۰۸ ۳) ۷۲ ۴) ۳۶

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: تعداد حالت‌هایی را که کتاب‌های عربی کنار هم باشند؛ $n(A)$ می‌نامیم و طبق دستور ارائه‌شده در درس‌باکس پاسخ ۶، برابر است با:

$$n(A) = ۳!۴! = ۶ \times ۲۴ = ۱۴۴$$

گام دوم: حالا باید تعداد حالت‌هایی را پیدا کنیم که کتاب‌های عربی کنار هم باشند، اما کتاب‌های فارسی کنار هم نباشند؛ بنابراین از اصل متمم استفاده می‌کنیم و از ۱۴۴ حالت به‌دست‌آمده در گام اول، تعداد حالت‌هایی را پیدا می‌کنیم که اتفاقاً کتاب‌های فارسی هم کنار هم هستند؛ این تعداد را $n(A \cap F)$ می‌نامیم و داریم:

$$n(A \cap F) = \underbrace{۳!}_{\text{جایگشت کتاب‌های عربی}} \times \underbrace{۲!}_{\text{جایگشت کتاب‌های فارسی}} \times \underbrace{۳!}_{\text{جایگشت ۳ بسته کتاب}} = ۶ \times ۲ \times ۶ = ۷۲$$

گام سوم: حالا اگر $n(A \cap F)$ را از $n(A)$ کم کنیم، تعداد حالت‌های مطلوب به دست می‌آید:

$$n(A \cap F') = n(A) - n(A \cap F) = ۱۴۴ - ۷۲ = ۷۲$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹ گل‌فروشی در فروشگاه خود ۱۰ نوع گل مختلف دارد. او در هر دسته‌گل از ۳ تا ۵ شاخه‌گل متمایز قرار می‌دهد. او چند دسته‌گل مختلف می‌تواند درست کند؟

۳ یا ۴ یا ۵

۱) ۵۵۵ ۲) ۵۷۶ ۳) ۵۸۲ ۴) ۵۹۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

در انتخاب k شیء از بین n شیء متمایز، اگر ترتیب مهم نباشد، با مسئلهٔ **ترکیب** مواجه هستیم و تعداد حالت‌های ممکن برابر است با:

$$C(n,k)=\binom{n}{k}=\frac{n!}{(n-k)!k!}$$

روابط خاص ترکیب:

$$\binom{n}{1}=\binom{n}{n-1}=n$$

$$\binom{n}{2}=\frac{n(n-1)}{2}$$

$$\binom{n}{3}=\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: گل‌فروش دسته‌های ۳تایی، ۴تایی یا ۵تایی از گل‌هایش می‌سازد، پس تعداد هر دسته را حساب می‌کنیم:

$$\text{تعداد دسته‌های ۳تایی}=\binom{10}{3}=\frac{10\times9\times8}{6}=120$$

$$\text{تعداد دسته‌های ۴تایی}=\binom{10}{4}=\frac{10\times9\times8\times7}{24}=210$$

$$\text{تعداد دسته‌های ۵تایی}=\binom{10}{5}=\frac{10\times9\times8\times7\times6}{120}=252$$

گام دوم: تعداد کل دسته‌های ممکن برابر است با:

$$120+210+252=582$$

توجه دقت کنید که تعداد شاخه‌گل‌های هر دسته ۳ یا ۴ یا ۵ است و از آن‌جا که «یا» به معنای اجتماع است. طبق اصل جمع تعداد حالت‌های به‌دست‌آمده در هر کدام از اعداد ۳، ۴ و ۵ را با هم جمع می‌کنیم.

کتاب درسی

گل‌فروشی در فروشگاه خود ۱۰ نوع گل مختلف دارد. او در هر دسته‌گل از ۳ تا ۵ شاخه‌گل متمایز قرار می‌دهد. او چند دسته‌گل مختلف می‌تواند درست کند؟

(ریاضی (۱) ـ تمرین ۴ صفحهٔ ۱۳۹ کتاب درسی)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰ **از میان ۸ ریاضی‌دان، ۶ فیزیک‌دان و ۵ شیمی‌دان قرار است اعضای کمیته‌ای چهارنفره انتخاب شود. به چند طریق می‌توان این کمیته را تشکیل داد به طوری که از هر رشته حداقل یک نفر در آن عضو باشد؟**

۱) ۱۹۲۰ ۲) ۱۹۱۰ ۳) ۱۹۰۰ ۴) ۱۸۹۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

فرض کنید k مجموعهٔ جدا از هم داریم که تعداد اعضای آن‌ها $n_1, n_2, \cdots, n_k$ باشد و قرار است که از بین کل اعضای این مجموعه‌ها m عضو انتخاب کنیم، به طوری که r_1 تا از مجموعهٔ اول، r_2 تا از مجموعه دوم،... و r_k تا از مجموعهٔ kاُم باشد. تعداد کل انتخاب‌های ما طبق اصل ضرب برابر است با:

$$\binom{n_1}{r_1}\binom{n_2}{r_2}\cdots\binom{n_k}{r_k}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: کمیته‌ای چهارنفره باید تشکیل دهیم و از هر رشته حداقل یک نفر باید انتخاب کنیم، یعنی از دو رشته فقط یک نفر انتخاب می‌شود و از رشتهٔ دیگر ۲ نفر. چون سه رشته داریم در سه حالت، تعداد انتخاب‌ها را حساب می‌کنیم:

ریاضی ۲ نفر، فیزیک ۱ نفر، شیمی ۱ نفر:
$$\text{تعداد} = \binom{8}{2}\binom{6}{1}\binom{5}{1} = \frac{8\times7}{2}\times6\times5 = 840$$

ریاضی ۱ نفر، فیزیک ۲ نفر، شیمی ۱ نفر:
$$\text{تعداد} = \binom{8}{1}\binom{6}{2}\binom{5}{1} = 8\times\frac{6\times5}{2}\times5 = 600$$

ریاضی ۱ نفر، فیزیک ۱ نفر، شیمی ۲ نفر:
$$\text{تعداد} = \binom{8}{1}\binom{6}{1}\binom{5}{2} = 8\times6\times\frac{5\times4}{2} = 480$$

گام دوم: طبق اصل جمع تعداد حالت‌های ممکن برای انتخاب کمیتهٔ چهارنفره با شرط مورد نظر برابر است با:

$$840+600+480 = 1920$$

یه جور دیگه

طبق فرض، از هر رشته باید یک نفر انتخاب کنیم، پس ابتدا ۳ نفر اولیه را انتخاب می‌کنیم و طبق اصل ضرب تعداد حالات برابر است با:

$$\binom{8}{1}\binom{6}{1}\binom{5}{1} = 8\times6\times5 = 240$$

از بین ۱۹ نفر تا این‌جا ۳ نفر انتخاب کرده‌ایم و چون دیگر مهم نیست که نفر چهارم از کدام رشته است، کافی است از میان ۱۶ نفر باقی‌مانده یک نفر را انتخاب کنیم که به $\binom{16}{1} = 16$ حالت امکان‌پذیر است.

اما باید توجه داشته باشید که با این کار هر حالت را ۲ بار حساب کرده‌ایم، پس باید تعداد کل را تقسیم بر ۲ کنیم، یعنی پاسخ سؤال برابر می‌شود با:

$$\frac{8\times6\times5\times16}{2} = 1920$$

کتاب درسی

از میان ۸ ریاضی‌دان و ۶ فیزیک‌دان و ۵ شیمی‌دان قرار است کمیته‌ای علمی انتخاب شود. به چند طریق این کمیته می‌تواند انتخاب شود، هرگاه: *(ریاضی (۱) ـ کار در کلاس ۳ صفحهٔ ۱۳۶ کتاب درسی)*

الف) کمیتهٔ ۶ نفره باشد و از هر رشته ۲ نفر در آن عضو باشند؟

ب) کمیتهٔ ۳نفره باشد و از هر رشته حداقل یک نفر در آن عضو باشند؟

پ) کمیتهٔ ۲ نفره باشد و حداقل یک ریاضی‌دان در آن باشد؟

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱ **از بین ۱۰ دانش‌آموز کلاس A و ۹ دانش‌آموز کلاس B، می‌خواهیم ۱۲ دانش‌آموز انتخاب کنیم. به چند طریق این کار امکان‌پذیر است به طوری که تعداد دانش‌آموزان انتخاب‌شده از کلاس A، ۲ یا ۳ برابر تعداد دانش‌آموزان انتخاب‌شده از کلاس B باشد؟**

دو حالت داری، یا ۲ برابر یا ۳ برابر

۱) ۶۵۰۰

۲) ۶۵۰۵

۳) ۶۵۱۰

۴) ۶۵۱۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint مثل مسئلهٔ قبله، فقط باید تعداد دانش‌آموزان هر دو کلاس رو حالت‌بندی کنی.

نکته **ویژگی مهم ترکیب:**

$$\binom{n}{r}=\binom{n}{n-r}$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** قرار است که ۱۲ نفر انتخاب کنیم، به طوری که تعداد دانش‌آموزان کلاس A دو برابر یا سه برابر تعداد دانش‌آموزان کلاس B باشد؛ بنابراین حالت‌های اصلی ما برای انتخاب به صورت زیر است:

۲ برابر ← از B، ۴ نفر و از A، ۸ نفر

۳ برابر ← از B، ۳ نفر و از A، ۹ نفر

گام دوم: در هر حالت اصلی تعداد انتخاب‌ها را محاسبه می‌کنیم:

حالت اول: $\binom{10}{8}\binom{9}{4}=\binom{10}{2}\binom{9}{4}=45\times126=5670$

حالت دوم: $\binom{10}{9}\binom{9}{3}=\binom{10}{1}\binom{9}{3}=10\times84=840$

گام سوم: طبق اصل جمع، تعداد کل انتخاب‌هایمان برابر است با:

$$5670+840=6510$$

Telegram: @konkur_in

۱۲ **در یک مجتمع مسکونی، ۵ زوج (زن و شوهر) زندگی می‌کنند و قرار است یک شورای چهارنفره متشکل از اعضای مجتمع تشکیل شود. به چند طریق می‌توان این شورا را تشکیل داد به طوری که از هر زوج فقط یک نفر عضو شود؟**

۱) ۸۰ ۲) ۹۰ ۳) ۱۱۰ ۴) ۱۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

در مسائلی که با زوج‌ها (زن و شوهر، جفت‌کفش، جفت‌جوراب و هر چیزی که جفت باشد.) مواجه هستیم، ابتدا انتخاب‌هایمان را به انتخاب خود زوج‌ها محدود می‌کنیم و سپس شرط مسئله را برای دیگر افراد یا زوج‌ها اعمال می‌کنیم. مثال را ببینید تا کامل متوجه شوید.

مثال ۵ جفت جوراب داریم و از بین ۱۰ لنگهٔ موجود، ۴ لنگه انتخاب می‌کنیم. در چند حالت، در بین لنگه‌های انتخاب‌شده فقط یک جفت جوراب قرار دارد؟

ابتدا به جفت‌ها می‌پردازیم. از ۴ لنگهٔ انتخاب‌شده، ۲ لنگه مربوط به یک جفت و ۲ لنگهٔ دیگر مربوط به ۲ جفت دیگر هستند، پس این ۴ لنگه عملاً از بین ۳ جفت جوراب انتخاب شده‌اند؛ پس ما در ابتدا باید از بین ۵ جفت موجود، ۳ جفت انتخاب کنیم: $\binom{۵}{۳}$

حالا از این ۳ جفت باید یک جفت را انتخاب کنیم تا هر دو لنگهٔ آن را برداریم: $\binom{۳}{۱}$

پس از هر دو جفت باقی‌مانده باید یک لنگه برداریم: $\binom{۲}{۱}\binom{۲}{۱}$

در نهایت تعداد کل انتخاب‌های ما برابر می‌شود با: $\binom{۵}{۳}\binom{۳}{۱}\binom{۲}{۱}\binom{۲}{۱}=۱۲۰$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ۴ نفر قرار است انتخاب شوند که هر کدام از زوج‌های متفاوتی هستند، پس عملاً باید ۴ زوج انتخاب کنیم: $\binom{۵}{۴}$

گام دوم: از هر زوج یک نفر باید انتخاب شود: $\binom{۲}{۱}\binom{۲}{۱}\binom{۲}{۱}\binom{۲}{۱}$

گام سوم: در نهایت داریم:

تعداد کل حالت‌ها $= \binom{۵}{۴}\times ۲^۴ = ۵\times ۱۶ = ۸۰$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۳ **۸ کتاب در موضوعات مختلف داریم که زیست، هندسه و تاریخ هم جزء آن‌هاست. به چند طریق می‌توانیم از بین این کتاب‌ها، سه کتاب انتخاب کنیم به طوری که هندسه و تاریخ با هم انتخاب شوند، یا اگر زیست انتخاب شد، هندسه انتخاب نشود؟**

۱) ۲۵ ۲) ۳۰ ۳) ۲۰ ۴) ۲۱

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ۸ ابتدا خواستهٔ سؤال را ترجمه می‌کنیم؛ «هندسه و تاریخ با هم انتخاب شوند» به این معنی است که دو کتاب هندسه و تاریخ را انتخاب کنیم و کتاب دیگر از ۵ کتاب موضوعات دیگر باشد؛ زیرا نباید زیست را انتخاب کنیم. «اگر زیست انتخاب شود، هندسه انتخاب نشود.» به معنای آن است که یک کتاب زیست را به همراه دو کتاب از ۵ کتابِ موضوعات دیگر انتخاب کنیم، زیرا در این صورت اجازه نداریم هیچ‌کدام از کتاب‌های هندسه و تاریخ را انتخاب کنیم. درضمن اصلاً می‌توانیم هیچ‌کدام از کتاب‌های زیست، هندسه و تاریخ را انتخاب نکنیم.

گام دوم: حالا مشابه چند پاسخ قبلی عمل می‌کنیم:

انتخاب کتاب دیگر از ۵ کتاب موضوعات دیگر

انتخاب هندسه و تاریخ: $\binom{5}{1}=5$

انتخاب زیست: $\binom{5}{2}=10$

انتخاب دو کتاب دیگر از ۵ کتاب موضوعات دیگر

هیچ‌کدام از کتاب‌های خاص انتخاب نشود: $\binom{5}{3}=10$

و حالا طبق اصل جمع تعداد کل حالت‌های مطلوب برای انتخاب ۳ کتاب برابر $25=10+10+5$ است.

کنکور

۷ کتاب در موضوعات مختلف که ریاضی، فیزیک و زیست هم جزء آن‌هاست، در اختیار داریم. به چند طریق می‌توان ۴ کتاب را طوری انتخاب کرد که اگر ریاضی انتخاب شود، زیست نیز انتخاب شود و اگر فیزیک انتخاب شود، زیست انتخاب نشود؟

(سؤال ۱۲۶ کنکور تجربی ۱۴۰۱)

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۵ ۴) ۱۶

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۴ با حروف کلمهٔ «کفشدوز» چند کلمهٔ ۶ حرفی می‌توان نوشت به طوری که هیچ دو حرف نقطه‌داری کنار هم نباشند؟

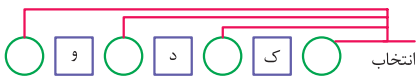
۱) ۱۳۸ ۲) ۱۵۰ ۳) ۱۳۲ ۴) ۱۴۴

پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته اگر بخواهیم که k شیء خاص از بین n شیء متمایز، به‌هیچ‌وجه کنار هم نباشند، ابتدا $n-k$ شیء دیگر را به $(n-k)!$ حالت می‌چینیم. جاهای خالیِ قبل، بعد و بین این $n-k$ شیء، برابر $n-k+1$ است که باید k جای خالی انتخاب کنیم تا اشیاء خاصمان را در آن‌ها قرار دهیم. پس تعداد کل حالت‌ها برابر می‌شود با:

$$\binom{n-k+1}{k}k!(n-k)!$$

پاسخ خیلی تشریحی ۳ حرف نقطه‌دار و ۳ حرف دیگر بی‌نقطه‌اند. طبق رابطهٔ به‌دست‌آمده در نکته، تعداد کلمات مورد نظر برابر است با:



جاهای خالی برای انتخاب حروف ف، ش، ز

$$\binom{۴}{۳}۳!۳! = ۴\times۶\times۶ = ۱۴۴$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۵ ۸ نفر به چند طریق می‌توانند در ۴ اتاق دونفرهٔ یکسان یک هتل، اسکان یابند؟

۱) ۹۱ ۲) ۹۶ ۳) ۱۰۵ ۴) ۱۱۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

اگر kn شیء متمایز را بخواهیم در n بستهٔ یکسان با ظرفیت هر کدام k شیء توزیع کنیم، تعداد حالات توزیع برابر است با:

$$\frac{\binom{n}{k}\binom{n-k}{k}\binom{n-2k}{k}\cdots\binom{k}{k}}{n!}$$

عبارت $n!$ در مخرج به این خاطر است که حالت‌های تکراری رخ می‌دهد.

مثال فرض کنید ۴ شیء a، b، c و d را می‌خواهیم در دو جعبهٔ یکسان با ظرفیت ۲ شیء توزیع کنیم. لازم است که ابتدا از ۴ شیء، دو شیء برای جعبهٔ اول و سپس دو شیء باقی‌مانده را برای جعبهٔ دوم انتخاب کنیم:

$$\binom{۴}{۲}\binom{۲}{۲}=۶\times۱=۶$$

فرض کنید برای جعبهٔ اول دو شیء a و b را انتخاب کرده‌ایم، پس c و d در جعبهٔ دوم قرار می‌گیرند. حالا اگر برای جعبهٔ اول c و d انتخاب شوند، مجدداً a و b در یک جعبه قرار می‌گیرند، پس حالت قبلی مجدداً تکرار شد.

چون ۲ جعبه داریم باید تعداد به‌دست‌آمده را بر $۲!$ تقسیم کنیم، بنابراین تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$\frac{\binom{۴}{۲}\binom{۲}{۲}}{۲!}=\frac{۶}{۲}=۳:\begin{cases}(a,b),(c,d)\\(a,c),(b,d)\\(a,d),(b,c)\end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی [حتماً مثال درس‌باکس را بخوانید.] طبق درس‌باکس عمل می‌کنیم. تعداد حالت‌های توزیع برابر است با:

$$\frac{\binom{۸}{۲}\binom{۶}{۲}\binom{۴}{۲}\binom{۲}{۲}}{۴!}=\frac{۲۸\times۱۵\times۶}{۲۴}=۱۰۵$$

کنکور

۱۰ نفر به چند طریق می‌توانند در پنج اتاق ۲نفرهٔ یکسان واقع در یک هتل اسکان یابند؟

(سؤال ۳۸ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)

۱) ۱۸۹ ۲) ۳۱۵ ۳) ۵۶۷ ۴) ۹۴۵

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۶ اعضای مجموعهٔ A، اعداد طبیعی تک‌رقمی هستند. مجموعهٔ A چند زیرمجموعه دارد که شامل ۵ باشد، اما شامل ۶ نباشد؟

۱) ۱۴۰ ۲) ۱۰۵ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۲۸

پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته

فرض کنید مجموعهٔ A دارای n عضو باشد؛

- تعداد کل زیرمجموعه‌های آن برابر است با: ۲^n
- تعداد زیرمجموعه‌های kعضوی آن برابر است با: $\binom{n}{k}$
- تعداد زیرمجموعه‌های kعضوی آن که p عضو خاص را شامل شود و q عضو خاص را شامل نشود، برابر است با: $\binom{n-p-q}{k-p}$

پاسخ خیلی تشریحی

زیرمجموعهٔ ما حتماً شامل ۵ است و نباید شامل ۶ باشد، پس حق داریم اعضای مجموعهٔ $B = \{۱,۲,۳,۴,۷,۸,۹\}$ را به دلخواه انتخاب کنیم. تعداد زیرمجموعه‌های B برابر است با $۲^۷ = ۱۲۸$؛ این دقیقاً جواب مسئله است.

کتاب درسی

فرض کنیم A یک مجموعهٔ nعضوی و a یکی از اعضای آن باشد. $(a \in A)$ (ریاضی (۱) ـ فعالیت ۴ صفحهٔ ۳۸ کتاب درسی)

الف) تعداد زیرمجموعه‌های rعضوی مجموعهٔ A برابر است با: $\binom{\ }{\ }$

ب) تعداد زیرمجموعه‌های rعضوی A که a در آن‌ها هست، برابر است با: $\binom{\ }{\ }$

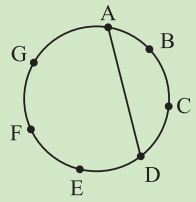
پ) تعداد زیرمجموعه‌های rعضوی A که a در آن‌ها نیست، برابر است با: $\binom{\ }{\ }$

ت) بنابراین: $\binom{\ }{\ } + \binom{\ }{\ } = \binom{\ }{\ }$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۷ هفت نقطهٔ A، B، C، D، E، F و G با همین ترتیب روی محیط یک دایره قرار گرفته‌اند. چند پنج‌ضلعی محدب با این نقاط می‌توان کشید به طوری که AD یک قطر آن باشد؟



۱) ۷

۲) ۸

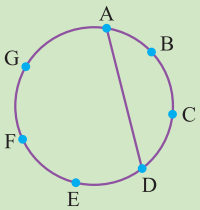
۳) ۹

۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint ۳ رأس دیگه باید دو طرف AD باشن.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** شکل مسئله را رسم می‌کنیم:



برای این‌که AD یک قطر پنج‌ضلعی ما باشد، لازم است که سه نقطهٔ دیگر B، C و یک نقطه از بین G، F و E باشد یا باید از بین نقاط B و C یکی و از بین نقاط E، F و G دو نقطه انتخاب کنیم.

گام دوم: حالا تعداد هر کدام را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} \text{انتخاب B و C}: \binom{۲}{۲}=۱ \text{ و } \text{انتخاب یکی از نقاط E، F و G}: \binom{۳}{۱}=۳ \xrightarrow{\text{اصل ضرب}} \text{تعداد} = ۱\times ۳ = ۳ \\ \text{انتخاب ۱ نقطه از بین B و C}: \binom{۲}{۱}=۲ \text{ و } \text{انتخاب ۲ نقطه از E، F و G}: \binom{۳}{۲}=۳ \xrightarrow{\text{اصل ضرب}} \text{تعداد} = ۲\times ۳ = ۶ \end{cases}$$

بنابراین طبق اصل جمع تعداد کل پنج‌ضلعی‌های مورد نظر برابر است با:

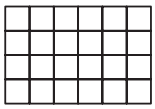
$$۳+۶=۹$$

کتاب درسی هفت نقطهٔ A، B، C، D، E، F و G روی محیط یک دایره قرار دارند، چند مثلث مختلف می‌توان کشید که رئوس آن از این هفت نقطه انتخاب شده باشند.

(ریاضی (۱) ـ تمرین ۶ صفحهٔ ۱۳۹ کتاب درسی)

Telegram: @konkur_in

۱۸ در شکل زیر، چند مستطیل وجود دارد؟ (خطوط افقی موازی و خطوط عمودی نیز موازی‌اند.)



۱) ۱۰۵

۲) ۲۱۰

۳) ۹۶

۴) ۱۹۲

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint از بین خط‌های افقی ۲تا و از بین خط‌های عمودی هم ۲تا انتخاب کن

پاسخ خیلی تشریحی طبق hint، برای ساختن مستطیل به دو پاره‌خط افقی موازی و دو پاره‌خط عمودی موازی نیاز داریم.

پس از بین ۵ پاره‌خط افقی ۲تا و از بین ۷ پاره‌خط عمودی هم ۲تا انتخاب می‌کنیم و طبق اصل ضرب، تعداد کل مستطیل‌ها برابر است با:

$$\binom{۵}{۲}\binom{۷}{۲}=۱۰\times۲۱=۲۱۰$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۹ اگر $P(۲n,۲)-۵۰=۲P(n,۲)$ باشد، $C(۹,n)$ کدام است؟

۱) ۳۶ ۲) ۵۶ ۳) ۸۴ ۴) ۱۲۶

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint چیز خاصی نداره، کافیه از فرمول‌های P و C استفاده کنی.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** فرمول جایگشت به صورت مقابل است:

$$P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}$$

پس داریم:

$$\begin{cases} P(n,۲)=\frac{n!}{(n-۲)!}=\frac{n\times(n-۱)(n-۲)!}{(n-۲)!}=n(n-۱) \\ P(۲n,۲)=\frac{(۲n)!}{(۲n-۲)!}=۲n(۲n-۱) \end{cases}$$

گام دوم: حالا تساوی مفروض را می‌سازیم:

$$\xrightarrow{۲P(n,۲)=P(۲n,۲)-۵۰} ۲n(n-۱)=۲n(۲n-۱)-۵۰$$

$$\Rightarrow ۲n^۲-۲n=۴n^۲-۲n-۵۰ \Rightarrow ۲n^۲=۵۰ \xrightarrow{n\in\mathbb{N}} n=۵$$

گام سوم: حالا می‌رویم سراغ ترکیب:

$$C(۹,n)=C(۹,۵)=\binom{۹}{۴}=\frac{۹\times۸\times۷\times۶}{۲۴}=۱۲۶$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۰ حاصل عبارت $\binom{۱۴}{۵}+\binom{۱۳}{۵}+\binom{۱۲}{۵}+\binom{۱۱}{۵}+\binom{۱۰}{۶}+\binom{۱۰}{۵}$ کدام است؟

۱) $\binom{۱۵}{۱۰}$ ۲) $\binom{۱۴}{۶}$ ۳) $\binom{۱۴}{۴}$ ۴) $\binom{۱۵}{۶}$

مشاوره در سؤالاتی شبیه این که قرار است مجموع چند ترکیب را ساده‌تر کنید، اگر عدد بالا ثابت نباشد، حتماً از پاسکال استفاده کنید.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

ویژگی‌های ترکیب:

۱) $\binom{n}{r}=\binom{n}{n-r}$

۲) $\binom{n}{۰}+\binom{n}{۱}+\binom{n}{۲}+\cdots+\binom{n}{n}=۲^n$

$\Rightarrow \binom{n}{۰}+\binom{n}{۲}+\binom{n}{۴}+\cdots=\binom{n}{۱}+\binom{n}{۳}+\binom{n}{۵}+\cdots=۲^{n-۱}$

۳) اتحاد مهم پاسکال: $\binom{n}{r}+\binom{n}{r+۱}=\binom{n+۱}{r+۱}$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا با ویژگی اول ترکیب عبارت را بازنویسی می‌کنیم:

$$\binom{۱۰}{۶}=\binom{۱۰}{۴},\binom{۱۱}{۵}=\binom{۱۱}{۶},\binom{۱۲}{۵}=\binom{۱۲}{۷},\binom{۱۳}{۵}=\binom{۱۳}{۸},\binom{۱۴}{۵}=\binom{۱۴}{۹}$$

پس داریم:

$$A=\binom{۱۰}{۴}+\binom{۱۰}{۵}+\binom{۱۱}{۶}+\binom{۱۲}{۷}+\binom{۱۳}{۸}+\binom{۱۴}{۹}$$

گام دوم: حالا از اتحاد پاسکال استفاده می‌کنیم:

$$\binom{۱۰}{۴}+\binom{۱۰}{۵}=\binom{۱۱}{۵}$$

$$\Rightarrow \binom{۱۰}{۴}+\binom{۱۰}{۵}+\binom{۱۱}{۶}=\binom{۱۱}{۵}+\binom{۱۱}{۶}=\binom{۱۲}{۶}$$

$$\Rightarrow \binom{۱۰}{۴}+\binom{۱۰}{۵}+\binom{۱۱}{۶}+\binom{۱۲}{۷}=\binom{۱۲}{۶}+\binom{۱۲}{۷}=\binom{۱۳}{۷}$$

$$\Rightarrow \binom{۱۰}{۴}+\binom{۱۰}{۵}+\binom{۱۱}{۶}+\binom{۱۲}{۷}+\binom{۱۳}{۸}=\binom{۱۳}{۷}+\binom{۱۳}{۸}=\binom{۱۴}{۸}$$

$$\Rightarrow A=\binom{۱۴}{۸}+\binom{۱۴}{۹}=\binom{۱۵}{۹}$$

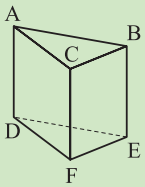
گام سوم: حالا طبق ویژگی اول عبارت A برابر است با:

$$\binom{۱۵}{۶}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۱ در منشور سه‌پهلوی شکل زیر، تعداد خطوطی را که منطبق بر یالی بوده و موازی خط گذرا بر **BE** هستند، **m** و تعداد خطوط متنافر گذرا بر یالی نسبت به **AD** را **n** فرض می‌کنیم، **m.n** کدام است؟



۱) ۱

۲) ۲

۳) ۴

۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

تعریف: دو خط را که نقطهٔ اشتراکی ندارند، در نظر بگیرید:

۱) اگر صفحه‌ای وجود داشته باشد که شامل هر دوی آن‌ها باشد، آن دو خط را موازی می‌نامیم.

۲) اگر هیچ صفحه‌ای وجود نداشته باشد که شامل هر دوی آن‌ها باشد، آن دو خط را متنافر می‌نامیم.

در حالت کلی:

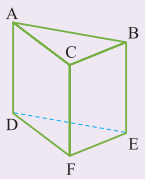
دو خط در فضا نسبت به هم موازی یا متنافر یا متقاطع هستند.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ خطوط CF و AD موازی BE هستند، پس $m = ۲$ و خطوط BC و EF متنافر با AD هستند، یعنی $n = ۲$؛ بنابراین:

$$m.n = ۲ \times ۲ = ۴$$

امتحان نهایی

منشور سه‌پهلوی زیر را در نظر بگیرید و به سؤالات زیر پاسخ دهید. *(سؤال ۱۷ ـ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳)*



الف) یک خط متنافر با CF نام ببرید.

ب) یک خط موازی با CF نام ببرید.

پ) دو صفحهٔ موازی نام ببرید.

Telegram: @konkur_in

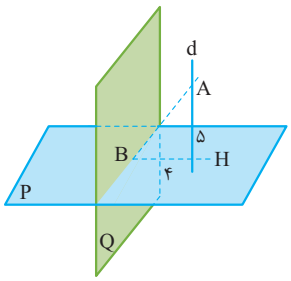
۲۲ دو صفحهٔ P و Q بر هم عمود بوده و خط d موازی Q و عمود بر P است. نقطهٔ A روی d به فاصلهٔ ۵ از P و ۴ از Q است. فاصلهٔ A از فصل مشترک P و Q کدام است؟

۱) $\sqrt{۴۱}$ ۲) $\sqrt{۳۵}$ ۳) ۳ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint تجسم درست شکل و استفاده از قضیهٔ فیثاغورس مهم است.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** صفحات عمود P و Q به صورت زیر هستند و خط d روی آن‌ها مشخص شده است. نقطهٔ A را روی خط d در نظر گرفته و در مثلث ABH رابطهٔ فیثاغورس را می‌نویسیم:



گام دوم:

$$AB^۲ = BH^۲ + AH^۲ = ۲۵ + ۱۶ = ۴۱$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{۴۱}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۳ **اگر m تعداد صفحاتی باشد که بر دو خط متنافر عمودند و n تعداد خطوطی باشد که بر این دو خط متنافر عمودند، حاصل $m-n$ کدام است؟**

۱) صفر ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

حالت‌های مختلف خط و صفحه:

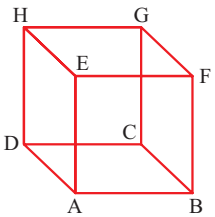
اگر خط و صفحه با هم اشتراکی نداشته باشند، نسبت به هم موازی هستند.

اگر خط و صفحه در یک نقطه مشترک باشند، نسبت به هم متقاطع هستند.

اگر خط و صفحه بی‌شمار نقطهٔ اشتراک داشته باشند، خط بر صفحه واقع است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: هیچ صفحه‌ای وجود ندارد که بر دو خط متنافر عمود باشد، اما خطی هست که به هر دو خط متنافر عمود باشد که آن را عمودمشترک دو خط متنافر می‌نامند. مثل خط GF برای دو خط متنافر HG و FB در شکل زیر. پس:



گام دوم:

$$\begin{matrix} m=۰ \\ n=۱ \end{matrix} \Rightarrow m-n=۰-۱=-۱$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

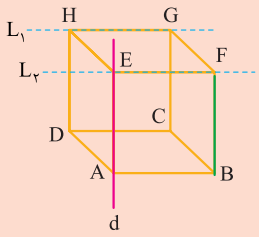
۲۴ در فضا دو خط L_1 و L_2 موازی‌اند. اگر خط d با L_1 متنافر باشد، کدام مورد درخصوص وضعیت دو خط d و L_2 هیچ‌گاه رخ نمی‌دهد؟

۱) متقاطع‌بودن
۲) متنافربودن
۳) موازی‌بودن
۴) عمودبودن

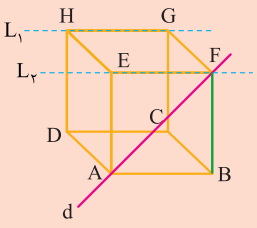
پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: اگر L_1 و L_2 موازی باشند و d با L_1 متنافر باشد، می‌تواند L_2 را قطع کند و با آن متقاطع باشد و در حالت خاص عمود شود.

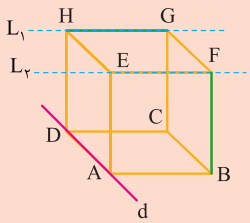


$d \perp L_2$



d با L_2 متقاطع

گام دوم: خط d می‌تواند با L_2 متنافر باشد.



بنابراین خط d نمی‌تواند موازی L_2 باشد.

کنکور

در فضا، دو خط L_1 و L_2 موازی هستند. اگر خط d خط L_1 را در یک نقطه قطع کند، کدام مورد درخصوص خط d و L_2 همواره درست است؟ *(سؤال ۲۸ کنکور ریاضی ۱۴۰۲)*

۱) متنافرند
۲) موازی‌اند
۳) غیرمتقاطع‌اند
۴) غیرموازی‌اند

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۵ **از کدام‌یک از گزینه‌های زیر همواره فقط یک صفحه نمی‌گذرد؟**

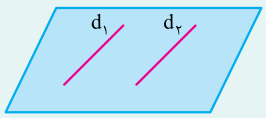
۱) دو خط متقاطع
۲) دو خط موازی
۳) سه نقطهٔ متمایز
۴) یک خط و یک نقطهٔ خارج آن

پاسخ: گزینهٔ ۳

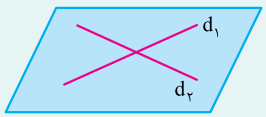
درس Box

تنها یک صفحه وجود دارد که شامل:

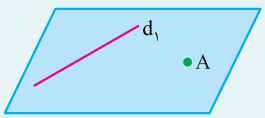
الف) دو خط موازی باشد.



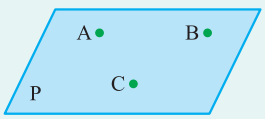
ب) دو خط متقاطع باشد.



پ) یک خط و یک نقطه خارج آن باشد.

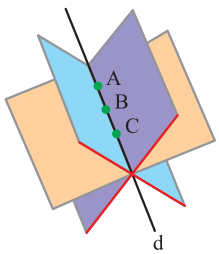


ت) سه نقطهٔ متمایز غیرواقع بر یک خط راست باشد.



پاسخ خیلی تشریحی

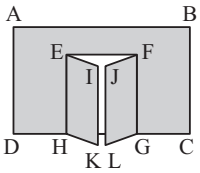
برای این‌که از سه نقطه بتوان فقط یک صفحه رسم کرد، آن سه نقطه نباید روی یک خط راست باشند. اگر سه نقطه یا حتی بیشتر روی یک خط راست باشند، از آن‌ها بی‌شمار صفحه می‌گذرد. این مورد در شکل زیر دیده می‌شود که از خط d یا نقاط روی آن مثل A، B و C بی‌شمار صفحه می‌گذرد.



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۶ فرض کنید دو لنگهٔ در هر کدام ۳۰° باز شده‌اند. اگر هر لنگهٔ در دارای عرض ۱ متر باشد، فاصلهٔ دو خط موازی شامل **JL** و **IK** چه‌قدر است؟



۱) $\sqrt{۳}-۱$

۲) $۲-\sqrt{۳}$

۳) $۴-\sqrt{۳}$

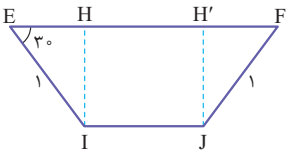
۴) $\sqrt{۳}+۱$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint به وضعیت بسته‌بودن و بازبودن لنگه‌های در از نظر طولی دقت کنید.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ذوزنقهٔ EFJI را در نظر می‌گیریم:



$$\cos ۳۰^\circ = \frac{EH}{EI} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{EH}{۱} \Rightarrow EH = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

پس به همین شکل:

$$FH' = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

گام دوم: بنابراین:

$$HH' = IJ = EF - ۲\times EH = ۲ - ۲\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۲-\sqrt{۳}$$

(IJ همان فاصلهٔ دو خط موازی است و دقت شود EF با حالتی که دو لنگهٔ در بسته شوند برابر است، پس $EF = ۲$.)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۷ مشخص کنید چند جمله از جملات زیر درست است؟

الف) اگر خطی بر یک خط صفحه‌ای عمود باشد، بر آن صفحه عمود است.

ب) اگر خطی بر دو خط موازی از صفحه‌ای عمود باشد، بر آن صفحه عمود است.

پ) اگر خطی بر دو خط متقاطع از صفحه‌ای عمود باشد، بر آن صفحه عمود است.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲

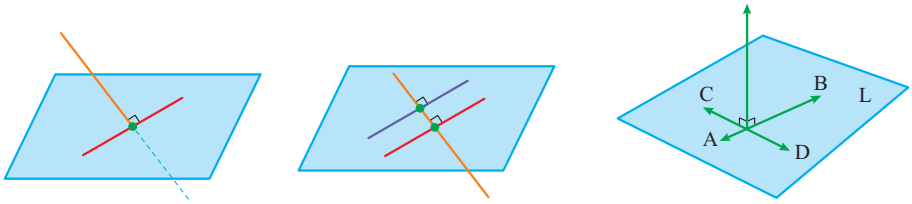
درس Box

تعریف: فرض کنید خط l در نقطهٔ A، صفحهٔ P را قطع می‌کند. خط l بر صفحهٔ P عمود است، هرگاه بر تمام خط‌های صفحهٔ P که از نقطهٔ A می‌گذرند، عمود باشد.

و اگر خطی بر دو خط متقاطع از صفحه‌ای، در محل تقاطع عمود باشد، بر آن صفحه عمود است.

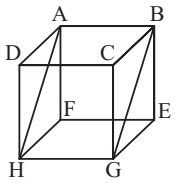
پاسخ خیلی تشریحی

موارد «الف» و «ب» صحیح نیستند و ممکن است خط در این حالات طبق شکل‌های زیر بر صفحه عمود نباشد، ولی مورد «پ» درست است.



Telegram: @konkur_in

۲۸ در شکل زیر، خط شامل پاره‌خط BG و خط شامل پاره‌خط AF وضعیتی مشابه خط‌های شامل کدام پاره‌خط‌های زیر را دارند؟



۱) BC و GE

۲) CD و DA

۳) CG و GE

۴) HG و BE

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی خطوط شامل پاره‌خط‌های BG و AF متنافرند، پس باید گزینهٔ (۴) انتخاب شود که در آن خطوط شامل HG و BE نیز متنافرند.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

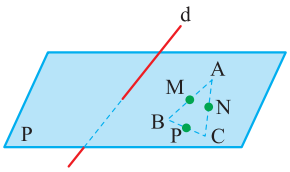
۲۹ **سه نقطهٔ A، B و C را که در یک راستا نیستند در نظر گرفته، خط d را چنان فرض کنید که صفحهٔ شامل نقاط فوق را قطع کند. مشخص کنید چند صفحه وجود دارد که با d موازی بوده و فاصلهٔ نقاط A، B و C از آن یکسان باشد؟**

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

وسط اضلاع AB، AC و BC را به ترتیب M، N و P می‌نامیم. صفحات شامل MN، NP و PM سه صفحه‌ای هستند که از نقاط A، B و C به یک فاصله‌اند و می‌توان این صفحات را به نوعی رسم کرد که موازی d باشند، پس سه صفحه با شرایط فوق وجود دارد.



Telegram: @konkur_in

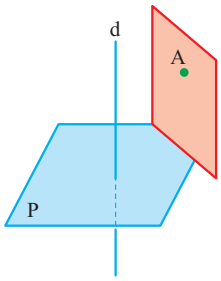
www.konkur.in

۳۰ **خط d در فضا بر صفحهٔ P عمود است و نقطهٔ A خارج از آن‌ها مفروض است. چند صفحه می‌توان رسم کرد که از نقطهٔ A گذشته، با خط d موازی باشد و بر صفحهٔ P عمود باشد؟**

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) بی‌شمار

پاسخ: گزینهٔ ۴

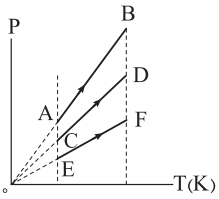
پاسخ خیلی تشریحی با توجه به شکل زیر، مشخص است که **بی‌شمار** صفحه وجود دارد که از A گذشته، با d موازی باشد و بر P عمود باشد که یک نمونهٔ آن در شکل دیده می‌شود.



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۱ شکل زیر، نمودار $(P-T)$ یک مول گاز کامل را طی سه فرایند AB، CD و EF را نشان می‌دهد. کدام گزینه، مقایسهٔ حجم گاز و انرژی درونی آن در فرایندها را درست نشان می‌دهد؟



۱) $V_{AB} > V_{CD} > V_{EF}$ ، $\Delta U_{AB} = \Delta U_{CD} = \Delta U_{EF}$

۲) $V_{AB} < V_{CD} < V_{EF}$ ، $\Delta U_{AB} = \Delta U_{CD} = \Delta U_{EF}$

۳) $V_{AB} > V_{CD} > V_{EF}$ ، $\Delta U_{AB} < \Delta U_{CD} < \Delta U_{EF}$

۴) $V_{AB} < V_{CD} < V_{EF}$ ، $\Delta U_{AB} > \Delta U_{CD} > \Delta U_{EF}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

۱) قانون گازهای کامل (آرمانی) یا معادلهٔ حالت که رابطهٔ بین کمیت‌های ترمودینامیکی را بیان می‌کند، به صورت زیر است:

$PV = nRT$ (فشار: Pa، حجم: m^3، تعداد مول: mol، ثابت جهانی گازها: $\frac{J}{mol.K}$، دما: K)

۲) قانون اول ترمودینامیک: در یک فرایند ایستاوار، تغییر انرژی درونی دستگاه برابر است با مجموع کار انجام‌شده توسط محیط روی دستگاه (گاز) و گرمای داده‌شده به دستگاه.

$\Delta U = Q + W$ (ΔU: تغییرات انرژی درونی، W: کار انجام‌شده روی دستگاه، Q: گرمایی که دستگاه می‌گیرد)

- برای مقدار معینی گاز، ΔU به مسیر فرایند ترمودینامیکی بستگی ندارد و فقط تابع تغییرات دمای گاز است.

$\Delta U \propto \Delta T$

۳) نمودار $P-T$ در یک فرایند هم‌حجم، به صورت خط شیبداری است که امتداد آن از مبدأ نمودار می‌گذرد و شیب این خط برابر با $\frac{nR}{V}$ است.

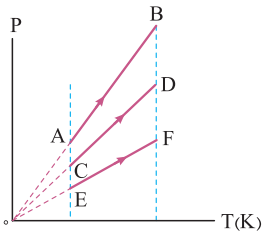
پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: نمودار $P-T$ هر سه فرایند، از مبدأ عبور کرده است، پس هر سه فرایند در حجم ثابت رخ داده‌اند:

طبق معادلهٔ حالت داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow P = \underbrace{\frac{nR}{V}}_{\text{شیب نمودار}} T \Rightarrow \text{شیب} \propto \frac{1}{V}$$

شیب نمودار $P-T$ با عکس حجم رابطه دارد، پس:



$$\text{شیب}_{AB} > \text{شیب}_{CD} > \text{شیب}_{EF} \Rightarrow V_{AB} < V_{CD} < V_{EF}$$

گام دوم: تغییرات انرژی درونی تابع تغییرات دماست $(\Delta U \propto \Delta T)$، از آن‌جا که دمای اولیه و دمای ثانویه هر سه فرایند یکسان است، پس تغییرات انرژی درونی یکسانی دارند:

$$\Delta U_{AB} = \Delta U_{CD} = \Delta U_{EF}$$

Telegram: @konkur_in

۳۲ درون یک سیلندر به حجم ثابت، دمای مقدار معینی گاز آرمانی را از $127\,^{\circ}C$ به $327\,^{\circ}C$ می‌رسانیم. اگر طی این فرایند، $180\,J$ گرما به گاز داده باشیم، انرژی درونی اولیهٔ گاز چند ژول است؟

۱) ۱۸۰ ۲) ۳۶۰ ۳) ۴۸۰ ۴) ۵۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

به کمک رابطهٔ $\frac{U_2}{U_1}=\frac{T_2}{T_1}$، نسبت انرژی درونی ثانویه به انرژی درونی اولیه را به دست آورده و با توجه به این‌که در فرایند هم‌حجم، $U_2-U_1=\Delta U=Q$ است، U_1 را محاسبه کنید.

درس Box

۱) وقتی حجم گاز ثابت بماند یعنی گاز نه منبسط شود و نه متراکم، روی گاز (دستگاه) کار انجام نشده است، پس:

$$V:\text{ثابت} \Rightarrow W=0$$

در این فرایند، تغییرات انرژی درونی برابر است با: $\Delta U=Q+W \Rightarrow \Delta U=Q$

۲) انرژی درونی یک گاز آرمانی فقط تابع دماست؛ یعنی با افزایش دما، انرژی درونی افزایش می‌یابد و با کاهش دما، انرژی درونی کاهش می‌یابد:

$$\frac{U_2}{U_1}=\frac{T_2}{T_1}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: از آن‌جا که فرایند در حجم ثابت انجام می‌شود، داریم:

$$\Delta U=Q=+180J \Rightarrow U_2-U_1=180J \qquad (1)$$

گام دوم: با توجه به این‌که تغییرات انرژی درونی فقط تابع دماست، پس:

$$\frac{U_2}{U_1}=\frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1}=\frac{327+273}{127+273}=\frac{600}{400}=\frac{3}{2} \Rightarrow U_2=\frac{3}{2}U_1 \qquad (2)$$

گام سوم: از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$U_2-U_1=180 \Rightarrow \frac{3}{2}U_1-U_1=180 \Rightarrow U_1=360J$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۳ درون استوانه‌ای به حجم $5\,L$ مقداری گاز آرمانی وجود دارد. طی یک فرایند ایستاوار و در فشار ثابت $4\times10^{5}\,Pa$، حجم گاز را به $3\,L$ می‌رسانیم. اگر گاز در این فرایند، $2200\,J$ گرما از دست بدهد، انرژی درونی آن چند ژول کاهش می‌یابد؟

۱) ۱۴۰۰ ۲) ۱۲۰۰ ۳) ۸۰۰ ۴) ۶۰۰

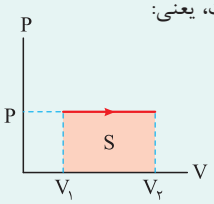
پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

براساس رابطهٔ $W=-P\Delta V$ در فرایند هم‌فشار، کار انجام‌شده روی گاز را به دست آورید و سپس با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ $\Delta U=Q+W$، خواستهٔ سؤال را که میزان کاهش انرژی درونی است، محاسبه کنید.

درس Box

۱) با توجه به نمودار زیر، در فرایند هم‌فشار، اندازهٔ کار انجام‌شده روی گاز برابر با سطح زیر نمودار است، یعنی:



$$|W|=S=|P\times\Delta V|$$

در فرایند هم‌فشار، علامت کار انجام‌شده قرینهٔ ΔV است؛ یعنی در فرایند تراکمی که $\Delta V<0$ است، کار مثبت و در فرایند انبساطی که $\Delta V>0$ است، کار منفی است؛ بنابراین کار انجام‌شده روی گاز در فرایند هم‌فشار طبق رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$W=-P\Delta V$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا طبق رابطهٔ $W=-P\Delta V$، کار انجام‌شده روی گاز را محاسبه می‌کنیم:

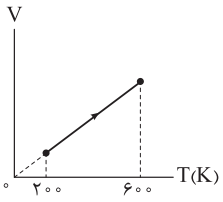
$$W=-P\Delta V=-(4\times10^{5})(3-5)\times10^{-3}=+800\,J$$

گام دوم: تغییر انرژی درونی را به دست می‌آوریم:

$$\Delta U=Q+W=-2200+800=-1400\,J$$

Telegram: @konkur_in

۳۴ نمودار $V-T$ مربوط به $0/5\ mol$ گاز کامل، مطابق شکل زیر است. اگر تغییر انرژی درونی گاز $800\ J$ باشد، گرمایی که گاز در طی این فرایند دریافت می‌کند، چند ژول است؟ $(R = 8\ \frac{J}{mol.K})$



۱) ۸۰۰

۲) ۶۰۰

۳) ۲۴۰۰

۴) ۴۰۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

۱) کار در فرایند هم‌فشار از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

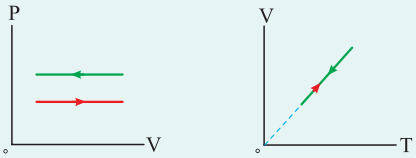
$$W = -P\Delta V$$

طبق رابطهٔ بالا، علامت ΔV و W همیشه قرینه است، یعنی اگر فرایند انبساطی باشد، کار انجام‌شده منفی است و اگر فرایند تراکمی باشد، کار انجام‌شده مثبت است.

با جای‌گذاری معادلهٔ حالت گاز کامل $(PV = nRT)$ در رابطهٔ بالا داریم:

$$W = -P\Delta V \xrightarrow{P\Delta V = nR\Delta T} W = -nR\Delta T$$

۲) نمودارهای $V-T$ و $P-V$ فرایند هم‌فشار به صورت زیر است:



پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: نمودار $V-T$، نشان دهندهٔ یک فرایند هم‌فشار است، پس کار انجام‌شده را به صورت زیر، محاسبه می‌کنیم:

$$W = -nR\Delta T = -nR(T_2 - T_1) = -0/5 \times 8 \times (600 - 200) = -1600J$$

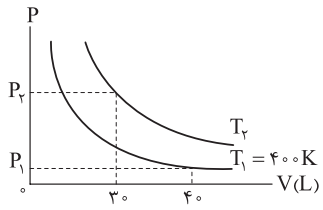
گام دوم: طبق رابطهٔ $\Delta U = Q + W$ داریم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta T > 0 \Rightarrow \Delta U > 0} 800 = Q + (-1600) \Rightarrow Q = 2400J$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۵ شکل زیر، نمودار فرایند هم‌دمای گاز کاملی را در دماهای $T_1 = 400K$ و T_2 نشان می‌دهد. اگر $P_2 = \frac{5}{3}P_1$ باشد، T_2 چند کلوین است؟



۱) ۵۰۰

۲) ۶۰۰

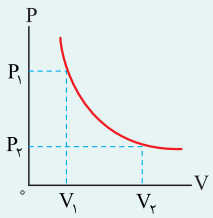
۳) ۸۰۰

۴) ۱۰۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

طبق رابطهٔ $P = nRT(\frac{1}{V})$، نمودار $P - V$ فرایند هم‌دما به صورت مقابل است:



- در فرایند هم‌دما، چون $\Delta T = 0$ است، در نتیجه تغییرات انرژی درونی هم صفر است:

$$\Delta T = 0 \xrightarrow{\Delta U \propto \Delta T} \Delta U = 0$$

$$\Delta U = Q + W = 0 \Rightarrow Q = -W$$

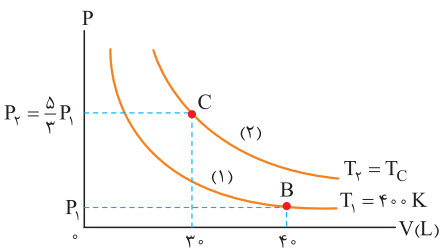
- طبق معادلهٔ حالت داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow PV = \text{مقدار ثابت}$$

از طرفی چون فرایند هم‌دما است، حاصل‌ضرب PV در تمام حالت‌ها با هم برابر است:

$$P_1V_1 = P_2V_2 = \cdots$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔



گام اول: به کمک معادلهٔ حالت نقطهٔ B در فرایند (۱)، نسبت $\frac{P_1}{nR}$ را محاسبه می‌کنیم:

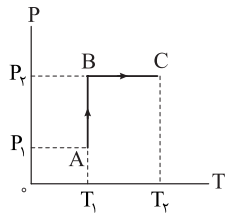
$$P_BV_B = nRT_B \Rightarrow P_1 \times 40 \times 10^{-3} = nR(400) \Rightarrow \frac{P_1}{nR} = 10^4$$

گام دوم: با نوشتن معادلهٔ حالت نقطهٔ C برای فرایند (۲)، T_2 را به دست می‌آوریم:

$$P_CV_C = nRT_C \Rightarrow \frac{5}{3}P_1 \times 30 \times 10^{-3} = nRT_2 \Rightarrow T_2 = 50 \times 10^{-3} \times 10^4 = 500K$$

Telegram: @konkur_in

۳۶ مطابق شکل زیر، مقدار معینی گاز کامل در مسیر ABC از حالت A به حالت C می‌رود. در فرایند AB کدام مورد رخ می‌دهد؟



۱) حجم گاز افزایش می‌یابد.

۲) محیط، روی گاز کار منفی انجام می‌دهد.

۳) انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد.

۴) گاز گرما از دست می‌دهد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint با توجه به این‌که فرایند AB هم‌دما است، ویژگی‌های آن را بررسی کنید.

پاسخ خیلی تشریحی فرایند AB هم‌دما است و در آن فشار افزایش یافته است، پس:

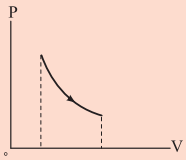
$PV = nRT = \text{ثابت} \xrightarrow{\text{افزایش P}} V: \text{کاهش}$ (رد گزینهٔ (۱))

$\Delta V < 0 \Rightarrow W > 0$ (رد گزینهٔ (۲))

فرایند هم‌دما: $\Delta U = Q + W = 0$ (رد گزینهٔ (۳)) $\Rightarrow Q = -W \Rightarrow Q < 0$

Telegram: @konkur_in

۳۷ **شکل زیر، فرایند بی‌دررو مقدار معینی گاز کامل را نشان می‌دهد. کدام یک از عبارت‌های زیر در رابطه با این فرایند درست است؟**



۱) دمای گاز، کاهش می‌یابد.

۲) دمای گاز، افزایش می‌یابد.

۳) انرژی درونی گاز، ثابت می‌ماند.

۴) کار انجام‌شده روی گاز، مثبت است.

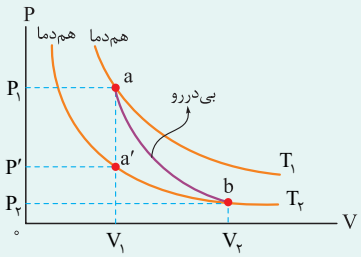
پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

۱) اگر فرایند ترمودینامیکی آنقدر سریع انجام شود که گاز فرصت مبادلهٔ گرما با محیط را نداشته باشد $(Q = ۰)$، فرایند بی‌دررو نامیده می‌شود؛ در فرایند بی‌دررو تغییرات انرژی درونی برابر با کار انجام‌شده روی گاز است: $\Delta U = Q + W \xrightarrow{Q=۰} \Delta U = W$

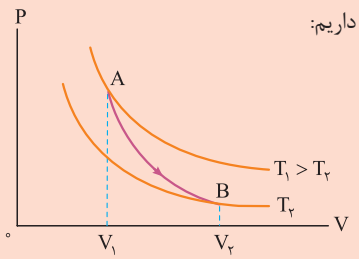
۲) نمودار $P - V$ فرایندهای بی‌دررو و هم‌دما ظاهراً مشابه هم هستند، با این تفاوت که اگر نقطهٔ شروع دو نمودار یکسان باشد، نموداری که شیب آن بیشتر است، مربوط به نمودار بی‌دررو است.

هم‌چنین در نمودار زیر $T_۱ > T_۲$ است؛ چون در حجم ثابت، (مثلاً نقاط a و a') داریم:



$$\left.\begin{array}{l} P_۱V_۱ = nRT_۱ \Rightarrow T_۱ = P_۱(\frac{V_۱}{nR}) \\ P'V_۱ = nRT_۲ \Rightarrow T_۲ = P'(\frac{V_۱}{nR}) \end{array}\right\} \Rightarrow T_۱ > T_۲$$

پاسخ خیلی تشریحی با توجه به مورد ۲ درس‌باکس، با رسم دو نمودار هم‌دما بین نمودار بی‌دررو سؤال داریم:



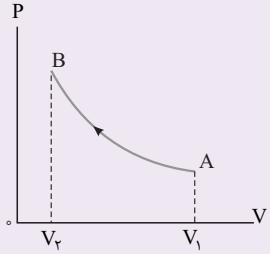
چون $T_۱ > T_۲$ است و فرایند AB از دمای $T_۱$ به $T_۲$ رسیده، پس دمای گاز در فرایند بی‌دررو AB کاهش پیدا کرده است؛ همین جا گزینهٔ درست مشخص شد، اما سایر گزینه‌ها را هم بررسی می‌کنیم:

چون فرایند بی‌درو است، $Q = ۰$ و $\Delta U = W$ است؛ از طرفی حجم گاز افزایش یافته، در نتیجه:

$\Delta V > ۰ \Rightarrow W < ۰ \Rightarrow \Delta U < ۰$ (رد گزینه‌های (۳) و (۴))

کنکور

مطابق شکل زیر، حجم مقدار معینی گاز آرمانی، در یک فرایند بی‌دررو از $V_۱$ به $V_۲$ می‌رسد. کدام موارد زیر درست است؟ (سؤال ۱۹۸ـ کنکور ریاضی ۱۴۰۰)



الف) انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد.

ب) دمای گاز کاهش می‌یابد.

پ) دمای گاز ثابت می‌ماند.

ت) کار انجام‌شده روی گاز برابر گرمایی است که گاز می‌گیرد.

ث) کار انجام‌شده روی گاز برابر تغییر انرژی درونی گاز است.

۱) الف و ث

۲) الف و ت

۳) ب و ث

۴) پ و ت

Telegram: @konkur_in

۳۸ **در یک فرایند ایستاوار، فشار مقدار معینی گاز کامل، ۵۰ درصد افزایش و حجم آن ۶۰ درصد کاهش می‌یابد. انرژی درونی گاز چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟**

۱) ۴۰ درصد افزایش
۲) ۴۰ درصد کاهش
۳) ۶۰ درصد افزایش
۴) ۶۰ درصد کاهش

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

با توجه به این‌که $U \propto T$ است، کافی است به کمک معادلهٔ حالت، نسبت T_2 را برحسب T_1 به دست آورده و سپس درصد تغییرات دما را محاسبه کنید.

پاسخ خیلی تشریحی

با توجه به این‌که تغییرات انرژی درونی گاز فقط تابع دمای گاز است، کافی است تغییرات دمای گاز را به دست آوریم؛ به کمک معادلهٔ حالت داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow \begin{cases} P_1V_1 = nRT_1 \\ P_2V_2 = nRT_2 \end{cases} \xrightarrow[V_2 = 0/4V_1]{P_2 = 1/5P_1} (1/5P_1)(0/4V_1) = nRT_2 \Rightarrow 0/6P_1V_1 = nRT_2$$

دو معادله را به صورت نسبی می‌نویسیم:

$$\frac{P_1V_1}{0/6P_1V_1} = \frac{nRT_1}{nRT_2} \Rightarrow T_2 = 0/6T_1$$

$$\text{درصد تغییرات دما} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} \times 100 = \frac{0/6T_1 - T_1}{T_1} \times 100 = -\%40$$

در نتیجه انرژی درونی گاز نیز در این فرایند ۴۰٪ کاهش یافته است.

Telegram: @konkur_in

۳۹ **برای آن‌که دمای مقدار معینی گاز کامل را از T_1 به T_2 افزایش دهیم، در یک فرایند هم‌حجم، ۳۰ J و در یک فرایند هم‌فشار، ۵۰ J گرما لازم است. کار انجام‌شده توسط گاز در فرایند هم‌فشار، چند ژول است؟**

۱) ۸۰ ۲) −۸۰ ۳) ۲۰ ۴) −۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ با توجه به این‌که در هر دو فرایند دمای گاز کامل از T_1 به T_2 افزایش یافته و انرژی درونی گاز کامل فقط تابع دماست، پس ΔU در هر دو فرایند با هم برابر و مثبت است؛ هم‌چنین در فرایند هم‌حجم تغییرات انرژی درونی برابر با گرما است، پس:

$$\Delta U_{\text{هم‌حجم}} = \Delta U_{\text{هم‌فشار}} \Rightarrow Q_{\text{هم‌حجم}} + \cancel{W_{\text{هم‌حجم}}} = Q_{\text{هم‌فشار}} + W_{\text{هم‌فشار}}$$

$$\Rightarrow W_{\text{هم‌فشار}} = Q_{\text{هم‌حجم}} - Q_{\text{هم‌فشار}} = ۳۰ - ۵۰ = -۲۰\,J$$

کار انجام‌شده روی گاز $-۲۰\,J$ است، پس کار انجام‌شده توسط گاز قرینهٔ این مقدار یعنی $W' = -(-۲۰) = ۲۰\,J$ است.

گول نخوری ✘ *خواستهٔ سؤال، کار انجام‌شده توسط گاز است، پس اگه با محاسبهٔ W که کار انجام‌شده روی گاز است، سراغ گزینه‌ها بری، توی دام گزینهٔ (۴) می‌افتی.*

Telegram: @konkur_in

۴۰ **ابتدا دمای نیم مول گاز کامل، طی یک فرایند هم‌فشار از $7\ ^\circ C$ به $147\ ^\circ C$ می‌رسد. سپس فشار همین گاز طی یک فرایند هم‌حجم، ۲۵ درصد کاهش می‌یابد. دمای نهایی گاز چند واحد SI است؟**

۱) ۵۶۰ ۲) ۴۹۰ ۳) ۳۱۵ ۴) ۲۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

دمای گاز طی فرایند هم‌فشار به $147\ ^\circ C$ رسیده و حالا فشار این گاز طی فرایند هم‌حجم کاهش پیدا کرده، فقط کافیه داده‌ها رو توی رابطهٔ $\frac{P_1}{T_1}=\frac{P_2}{T_2}$ جای‌گذاری کنی.

درس Box

در فرایند هم‌حجم طبق معادلهٔ حالت داریم:

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\xrightarrow{V_1=V_2}\frac{P_1}{T_1}=\frac{P_2}{T_2}$$

پاسخ خیلی تشریحی

فقط کافی است از رابطهٔ $\frac{P_1}{T_1}=\frac{P_2}{T_2}$ در فرایند هم‌حجم کمک بگیریم تا دمای نهایی گاز را به دست آوریم:

$$\frac{P_1}{T_1}=\frac{P_2}{T_2}\Rightarrow\frac{P_1}{(147+273)}=\frac{0/75P_1}{T_2}\Rightarrow T_2=0/75\times420=315\,K$$

گول نخوری

خواست باشه توی فرایند هم‌حجم دمای گاز به $147\ ^\circ C$ رسیده، اگه در رابطهٔ $\frac{P_1}{T_1}=\frac{P_2}{T_2}$ دمای T_1 رو $7\ ^\circ C$ در نظر بگیری، توی دام گزینهٔ (۴) می‌افتی.

Telegram: @konkur_in

۴۱ گازی را که در فشار P_1 و حجم V_1 قرار دارد، یک بار به طور هم‌دما و یک بار به طور بی‌دررو تا حجم V_2 متراکم می‌کنیم. کدام‌یک از موارد زیر، نادرست است؟ (W کاری است که محیط بر روی گاز انجام داده است.)

۱) $W_{\text{هم‌دما}} > W_{\text{بی‌دررو}}$

۲) $\Delta U_{\text{هم‌دما}} > \Delta U_{\text{بی‌دررو}}$

۳) در تراکم هم‌دما، گاز گرما از دست می‌دهد.

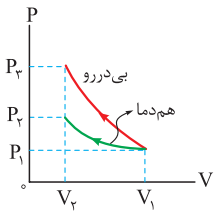
۴) افزایش فشار در تراکم بی‌دررو کم‌تر از افزایش فشار در تراکم هم‌دما است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint نمودار هر دو فرایند را رسم کنید و سپس گزینه‌ها را تک به تک بررسی کنید.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: با توجه به این‌که هر دو فرایند تراکمی است و شیب نمودار بی‌دررو از شیب نمودار هم‌دما همواره بیشتر است، نمودار $P-V$ هر دو فرایند بی‌دررو و هم‌دما را مطابق شکل رسم می‌کنیم.



گام دوم: گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ (۱): در نمودار $P-V$ سطح زیر نمودار برابر با کار انجام شده است، پس:

$$S_{\text{هم‌دما}} < S_{\text{بی‌دررو}} \Rightarrow |W_{\text{هم‌دما}}| < |W_{\text{بی‌دررو}}| \xrightarrow{\Delta V<0 \Rightarrow W>0} W_{\text{هم‌دما}} < W_{\text{بی‌دررو}} \quad ✓$$

گزینهٔ (۲) و (۳):

$$\left.\begin{array}{l} \Delta U_{\text{هم‌دما}} = 0 \Rightarrow Q = -W < 0 \ (\text{گاز گرما از دست داده است.}) \\ \Delta U_{\text{بی‌دررو}} = Q + W \xrightarrow{Q=0} \Delta U_{\text{بی‌دررو}} = W_{\text{بی‌دررو}} \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta U_{\text{بی‌دررو}} > \Delta U_{\text{هم‌دما}} = 0 \quad ✓$$

گزینهٔ (۴): همان‌طور که از نمودار بالا مشخص است، در تراکم بی‌دررو افزایش فشار $(P_3 - P_1)$ بیشتر از افزایش فشار در تراکم هم‌دما $(P_2 - P_1)$ است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

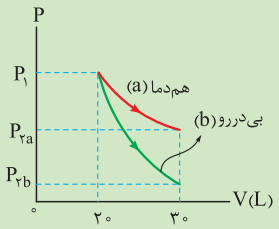
۴۲ یک گاز آرمانی ۲۰ L حجم دارد. اگر یک بار آن را به صورت هم‌دما (a) و بار دیگر به صورت بی‌دررو (b) به حجم ۳۰ L برسانیم، کدام عبارت‌ها در مورد کار انجام‌شده روی گاز (W)، فشار نهایی آن (P_2) و دمای نهایی آن (T_2) درست است؟

الف) $|W_a| > |W_b|$ ب) $P_{2a} < P_{2b}$ پ) $T_{2a} > T_{2b}$

۱) (الف) و (ب)
۲) (ب) و (پ)
۳) (الف) و (پ)
۴) (الف)، (ب) و (پ)

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ نمودار هر دو فرایند را مطابق شکل رسم می‌کنیم و سپس عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم:



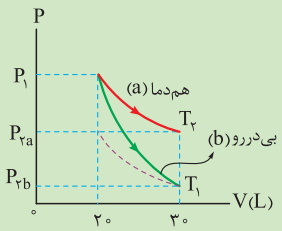
عبارت (الف): سطح زیر نمودار در نمودار $P-V$ برابر با بزرگی کار انجام‌شده روی گاز است:

$S_a > S_b \Rightarrow |W_a| > |W_b|$ ✓

عبارت (ب): همان‌طور که در نمودار بالا می‌بینید، فشار نهایی گاز در فرایند بی‌دررو (P_{2b}) از فشار نهایی گاز در فرایند هم‌دما (P_{2a}) کوچک‌تر است، چون همواره شیب نمودار بی‌دررو بیشتر از نمودار هم‌دما است؛ درنتیجه در فرایند انبساط بی‌دررو، کاهش فشار، بیشتر است.

$P_{2b} < P_{2a}$ ×

عبارت (پ): با رسم دو نمودار هم‌دمای T_1 و T_2 که فرایند b بین آن‌ها قرار دارد و با توجه به این‌که $T_2 > T_1$ است، پس دمای فرایند b کاهش یافته است؛ یعنی:

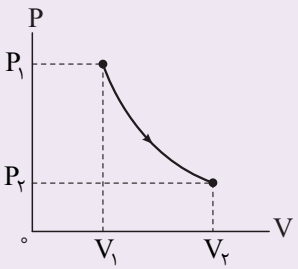


$T_{2b} < T_{2a}$ ✓

کتاب درسی

گازی آرمانی را با حجم V_1 و فشار P_1 در نظر بگیرید. اگر این گاز را با یک فرایند بی‌دررو منبسط کنیم، نشان داده می‌شود که نمودار $P-V$ ی آن خمی مشابه شکل زیر می‌شود که اندکی با خم یک فرایند هم‌دما متفاوت است. با فرض آن‌که گاز در طی دو فرایند هم‌دما و بی‌دررو که از حجم و فشار یکسانی شروع می‌شوند، به حجم یکسانی انبساط یابد، نمودارهای این دو فرایند را در یک صفحهٔ $P-V$ رسم و با هم مقایسه کنید. در کدام فرایند مقدار کار بیشتر است؟

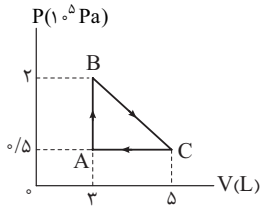
(فیزیک (۱) ـ مثال ۵-۶ صفحهٔ ۱۳۸ کتاب درسی)



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۳ مطابق شکل زیر، مقداری گاز کامل، چرخهٔ **ABCA** را طی می‌کند. کار خالصی که گاز در هر چرخه روی محیط انجام می‌دهد چند ژول است؟



۱) ۳۰۰−

۲) ۳۰۰

۳) ۱۵۰−

۴) ۱۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

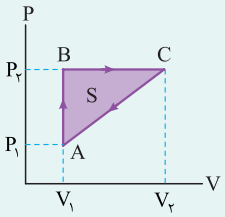
درس Box

اگر گازی با طی‌کردن چند فرایند پی‌درپی دوباره به حالت اول برگردد، یک چرخه را پیموده است.

چون حالت ابتدایی و نهایی گاز یکسان است، پس تغییرات انرژی درونی گاز برابر با صفر است.

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = 0 \Rightarrow \Delta U_{\text{چرخه}} = Q_{\text{چرخه}} + W_{\text{چرخه}} = 0 \Rightarrow Q_{\text{چرخه}} = -W_{\text{چرخه}}$$

در نمودار $P-V$ مربوط به یک چرخه، کار انجام‌شده توسط گاز روی محیط برابر با قدر مطلق مساحت داخل چرخه است.



$$|W_{\text{چرخه}}| = \text{مساحت داخل چرخه}$$

$$S = ABC \text{ مساحت مثلث} = \frac{(V_2 - V_1)\times(P_2 - P_1)}{2}$$

اگر چرخه **ساعتگرد** باشد، کار انجام‌شده روی دستگاه **منفی** است:

$$P-V \text{ چرخهٔ ساعتگرد} \Rightarrow W < 0$$

اگر چرخه **پادساعتگرد** باشد، کار انجام‌شده روی دستگاه **مثبت** است:

$$P-V \text{ چرخهٔ پادساعتگرد} \Rightarrow W > 0$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در نمودار $P-V$ مربوط به چرخه، کار انجام‌شده روی گاز برابر با مساحت داخل چرخه است و چون چرخه ساعتگرد است، پس $W < 0$ است:

$$S = |W| = \frac{(5-3)\times 10^{-3}\times(2-0/5)\times 10^{5}}{2} = 150\,J \xrightarrow{\text{چرخه ساعتگرد}} W = -150\,J$$

گام دوم: خواستهٔ سؤال کار خالصی است که گاز در هر چرخه روی محیط انجام می‌دهد که قرینهٔ کار انجام شده روی گاز توسط محیط است، یعنی:

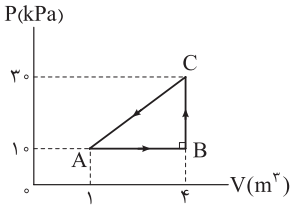
$$W' = -W = -(-150) = 150\,J$$

گول نخوری

خواستهٔ سؤال، کار خالص گاز روی محیط است که با کار خالص محیط روی گاز (W) متفاوت است؛ بنابراین مراقب باش در دام گزینهٔ (۳) نیفتی.

Telegram: @konkur_in

۴۴ نمودار $P - V$ یک چرخهٔ ترمودینامیکی به شکل زیر است. گرمای دریافتی توسط دستگاه در این چرخه، چند کیلوژول است؟



۱) ۳۰

۲) −۳۰

۳) ۳۰۰

۴) −۳۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint کافیه مساحت داخل چرخه که برابر با کار انجام شده است را محاسبه و چون $Q_{\text{چرخه}} = -W_{\text{چرخه}}$ است، آن را قرینه کنی تا گرمای دریافتی توسط دستگاه محاسبه بشه.

پاسخ خیلی تشریحی گرمایی که دستگاه در این چرخه دریافت می‌کند برابر با $-W_{\text{چرخه}}$ است. از طرفی چون چرخهٔ پادساعتگرد است، کار انجام‌شده مثبت و برابر با مساحت داخل چرخه است:

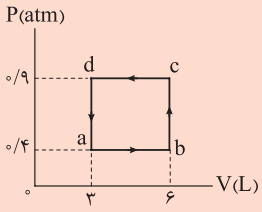
$$W_{\text{چرخه}} = S_{\text{چرخه}} = \frac{(۴-۱)(۳۰-۱۰)\times ۱۰^{۳}}{۲} = +۳۰\times ۱۰^{۳}\ \text{J} = ۳۰\ \text{kJ}$$

$$Q = -W_{\text{چرخه}} = -۳۰\ \text{kJ}$$

گول نخوری *اگه هواست به علامت‌ها نباشه، توی دام گزینهٔ (۱) می‌افتی.*

Telegram: @konkur_in

۴۵ مقدار معینی از یک گاز کامل، چرخهٔ زیر را می‌پیماید. کدام گزینه در مورد کار و گرمایی که گاز در یک چرخهٔ کامل با محیط مبادله می‌کند، درست است؟



۱) ۱۵۰ J گرما از محیط گرفته و ۱۵۰ J کار روی محیط انجام می‌دهد.

۲) ۱۵۰ J کار از محیط گرفته و ۱۵۰ J گرما به محیط می‌دهد.

۳) ۷۵ J گرما از محیط گرفته و ۷۵ J کار روی محیط انجام می‌دهد.

۴) ۷۵ J کار از محیط گرفته و ۷۵ J گرما به محیط می‌دهد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

با توجه به این‌که $Q_{\text{چرخه}} = -W_{\text{چرخه}}$ است و کاری که روی دستگاه انجام شده برابر با مساحت چرخه است، کار و گرما را محاسبه کرده و با تعیین علامت آن‌ها، گزینهٔ درست را پیدا کنید.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: چرخه پادساعتگرد است، در نتیجه علامت کاری که روی دستگاه انجام شده است، مثبت و از دستگاه گرما گرفته شده است ($Q_{\text{چرخه}} = -W_{\text{چرخه}}$) (رد گزینه‌های (۱) و (۳))

گام دوم: کار انجام‌شده برابر با مساحت مستطیل abcd است:

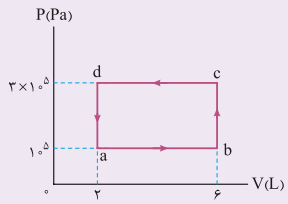
$$W_{\text{چرخه}} = \text{abcd مساحت مستطیل} = (۶-۳)\times۱۰^{-۳}\times(۰/۹-۰/۴)\times۱۰^{۵} = ۱۵۰\text{J}$$

دستگاه ۱۵۰J کار از محیط گرفته است.

$Q_{\text{چرخه}} = -W_{\text{چرخه}} = -۱۵۰\text{J}$ (علامت منفی یعنی دستگاه ۱۵۰J گرما به محیط داده است.)

کنکور

در شکل زیر، نمودار P ـ V برای یک گاز آرمانی نشان داده شده است. کل کار انجام‌شده روی گاز در این چرخه، چند ژول است؟ (سؤال ۱۹۰ ـ کنکور ریاضی ۱۴۰۱)



۱) ۸۰۰

۲) −۸۰۰

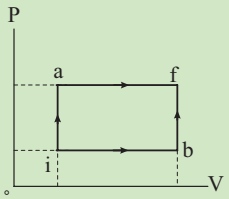
۳) ۴۰۰

۴) −۴۰۰

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۶ مطابق شکل زیر، یک گاز کامل در طول مسیر iaf از حالت i به f می‌رود. در این فرایند $|Q| = 50\,cal$ و $|W| = 20\,cal$ است. اگر گاز تغییر حالت i به f را از مسیر ibf طی کند، تغییر انرژی درونی آن در این مسیر چند کالری است؟



۱) -30

۲) 70

۳) 30

۴) -70

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint با توجه به این‌که نقاط ابتدایی و انتهایی مسیر یکسان است، از برابری تغییرات انرژی درونی دو مسیر $(\Delta U_{iaf} = \Delta U_{ibf})$ کمک بگیرید.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** تغییر انرژی درونی گاز تابع مسیر نیست و فقط به دمای نقاط ابتدایی و انتهایی مسیر وابسته است، پس با توجه به این‌که در مسیر iaf، اندازهٔ گرما و کار را داریم، کافی است علامت آن‌ها را مشخص کرده و در رابطهٔ $\Delta U = Q + W$ جای‌گذاری کنیم تا تغییر انرژی درونی در مسیر ibf را به دست آوریم.

$$\frac{U_i}{U_f} = \frac{T_i}{T_f} = \frac{P_i V_i}{P_f V_f} \xrightarrow{P_f > P_i \ ,\ V_f > V_i} U_f > U_i \Rightarrow \Delta U_{if} > 0$$

(رد گزینه‌های (۱) و (۴))

گام دوم: به سراغ مشخص کردن علامت کار مسیر iaf می‌رویم:

$$|W_{iaf}| = |W_{ia} + W_{af}| \xrightarrow{\text{فرایند ia : حجم‌ثابت} \Rightarrow W_{ia} = 0} |W_{iaf}| = |W_{af}| = 20\,cal$$

در فرایند af، حجم افزایش یافته، پس:

$$\Delta V_{af} > 0 \Rightarrow W_{iaf} = W_{af} < 0 \Rightarrow W_{iaf} = W_{af} = -20\,cal$$

گام سوم: نوبت تعیین علامت گرما در مسیر iaf است؛ از گام‌های اول و دوم کمک می‌گیریم:

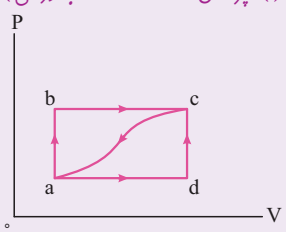
$$\left.\begin{matrix}\Delta U_{iaf} = W_{iaf} + Q_{iaf} > 0 \\ W_{iaf} < 0\end{matrix}\right\} \Rightarrow Q_{iaf} > 0 \Rightarrow Q_{iaf} = +50\,cal$$

گام چهارم: حالا خواستهٔ سؤال را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta U_{ibf} = \Delta U_{iaf} = Q_{iaf} + W_{iaf} = 50 - 20 = 30\,cal$$

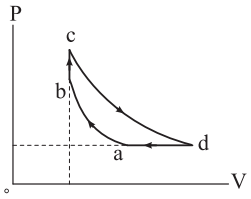
کتاب درسی **گازی مطابق شکل زیر، از طریق مسیر abc از حالت a به c، می‌رود. گاز در این مسیر، ۹۰ ژول گرما می‌گیرد و ۷۰ ژول کار انجام می‌دهد. الف) تغییر انرژی درونی گاز در مسیر abc چه‌قدر است؟ ب) اگر برای رسیدن به حالت c فرایند از مسیر adc انجام شود، کار انجام شده توسط گاز در مقایسه با مسیر abc بیشتر است یا کم‌تر؟ گرمای داده شده به گاز بیشتر است یا کم‌تر؟ پ) اگر گاز را از مسیر خمیده از حالت c به حالت a برگردانیم، چه‌قدر باید از آن انرژی بگیریم؟**

(فیزیک (۱) - پرسش ۵ صفحهٔ ۴۸ کتاب درسی)



Telegram: @konkur_in

۴۷ یک گاز کامل چرخهٔ abcda را به ترتیب به صورت بی‌دررو، هم‌حجم، بی‌دررو و هم‌فشار طی می‌کند. بیشترین و کم‌ترین دمای گاز به ترتیب از راست به چپ در کدام نقاط است؟



۱) b و d

۲) b و a

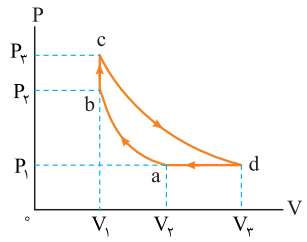
۳) c و d

۴) c و a

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طبق معادلهٔ حالت $(PV = nRT)$، دمای گاز با حاصل PV رابطهٔ مستقیم دارد:



$T_a \propto P_۱V_۲$

$T_b \propto P_۲V_۱$

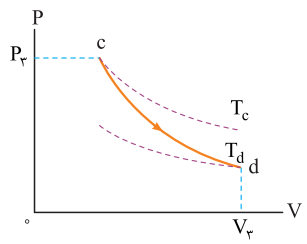
$T_c \propto P_۳V_۱$

$T_d \propto P_۱V_۳$

بین نقاط b و c که حجم ثابت است، چون $P_۳ > P_۲$ است پس: $T_c > T_b$

بین نقاط a و d که فشار ثابت است، چون $V_۳ > V_۲$ است پس: $T_d > T_a$

گام دوم: کافی است دمای نقطه‌های c و d را باهم مقایسه کنیم؛ فرایند cd انبساط بی‌دررو است، پس اگر دو نمودار هم‌دمای نقاط c و d را رسم کنیم متوجه می‌شویم دما در فرایند cd کاهش یافته است.



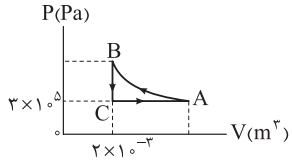
$T_c > T_d$

گام سوم: مشابه گام دوم، با مقایسهٔ دو فرایند هم‌دمای T_a و T_b مشخص می‌شود که $T_b > T_a$ است.

گام چهارم: از نتایج به دست آمده در گام‌های قبل مشخص می‌شود T_c بیشترین دما و T_a کم‌ترین دما را دارد.

Telegram: @konkur_in

۴۸ گاز کاملی چرخهٔ زیر را می‌پیماید. اگر $Q_{CA} = ۲۱۰۰\ J$ ، $Q_{BC} = -۱۵۰۰\ J$ و فرایند **AB** هم‌دما باشد، حجم گاز در حالت **A** چند لیتر است؟ (**Q** گرمای دریافتی توسط گاز است.)



۱) ۲/۵

۲) ۳

۳) ۳/۵

۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: می‌دانیم تغییر انرژی درونی، در یک چرخهٔ کامل، صفر است.

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = ۰$$

با توجه به این‌که فرایند AB هم‌دما است و تغییر انرژی درونی در فرایند هم‌دما صفر است، می‌توان نوشت:

$$\Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = ۰$$

گام دوم: قانون اول ترمودینامیک را برای هر دو مرحلهٔ BC و CA می نویسیم:

$$Q_{BC} + W_{BC} + Q_{CA} + W_{CA} = ۰$$

فرایند BC هم‌حجم است، بنابراین $W_{BC} = ۰$ است. به کمک مقادیر داده‌شده در متن سؤال، W_{CA} را حساب می‌کنیم.

$$-۱۵۰۰ + ۰ + ۲۱۰۰ + W_{CA} = ۰ \Rightarrow W_{CA} = -۶۰۰\ J$$

گام سوم: رابطهٔ کار، در فرایند هم‌فشار CA را می‌نویسیم و حجم گاز در حالت A را به دست می‌آوریم:

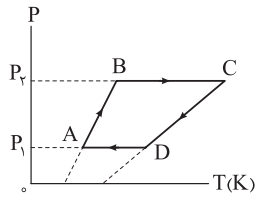
$$W_{CA} = -P(V_A - V_C) \Rightarrow -۶۰۰ = -۳\times۱۰^{۵}(V_A - ۲\times۱۰^{-۳})$$

$$\Rightarrow ۲\times۱۰^{-۳} = V_A - ۲\times۱۰^{-۳} \Rightarrow V_A = ۴\times۱۰^{-۳}\ m^۳ = ۴\ Lit$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۹ مقدار معینی از یک گاز کامل، چرخه‌ای را مطابق نمودار $P - T$ زیر طی می‌کند. کدام گزینه در مورد کار انجام‌شده بر روی دستگاه (W) و گرمای دریافتی توسط دستگاه (Q) در این چرخه، در فرایندهای نشان داده شده الزاماً درست است؟



۱) $W_{CD} < |W_{AB}|$

۲) $|Q_{DA}| < W_{DA}$

۳) $Q_{BC} > |W_{BC}|$

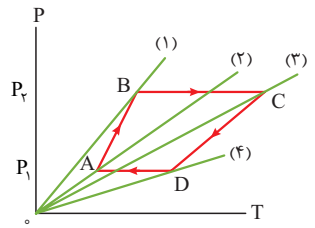
۴) $|W_{BC}| < W_{DA}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint نمودار $P - V$ چرخه را رسم کنید و سپس گزینه‌ها را تک به تک بررسی کنید. توجه داشته باشید که فرایندهای AB و CD هم‌حجم نیستند و بین دو فرایند هم‌حجم که از مبدأ مختصات می‌گذرند، قرار دارند.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: فرایندهای AB و CD هر کدام بین دو فرایند هم‌حجم قرار دارند و طبق رابطهٔ $P = \frac{nR}{V}T$، هر چقدر شیب نمودار بیشتر باشد، حجم کم‌تر است. از آن‌جایی که شیب چهار فرایند هم‌حجم رسم شده به ترتیب زیر است، رابطهٔ حجم چهار نقطهٔ A، B، C و D را مشخص می‌کنیم:



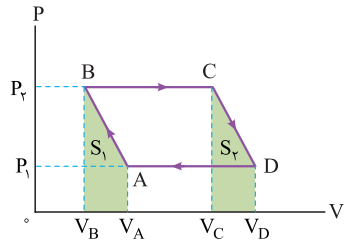
شیب ۴ < شیب ۳ < شیب ۲ < شیب ۱

$V_B < V_A < V_C < V_D$

هم‌چنین مطابق با نمودار بالا، چون شیب فرایند AB بیشتر از فرایند CD است یعنی:

$\Delta V_{AB} < \Delta V_{CD}$

گام دوم: به کمک اطلاعات گام اول و نمودار صورت سؤال، نمودار $P - V$ چرخه را رسم می‌کنیم تا بتوانیم با استفاده از مساحت زیر نمودار، کار انجام‌شده در فرایندها را مقایسه کنیم:



گام سوم: حالا به سراغ بررسی گزینه‌ها می‌رویم:

گزینهٔ (۱) :

$$\left.\begin{array}{l} W_{AB} = S_{۱,\text{ذوزنقه}} = \dfrac{(P_۲ + P_۱)(V_A - V_B)}{۲} \\ |W_{CD}| = S_{۲,\text{ذوزنقه}} = \dfrac{(P_۲ + P_۱)(V_D - V_C)}{۲} \end{array}\right\} \xrightarrow{V_D - V_C > V_A - V_B} |W_{CD}| > W_{AB} \quad \times$$

گزینهٔ (۲) : فرایند DA یک فرایند هم‌فشار است که در آن حجم و دما کاهش یافته‌اند $(\Delta V < ۰ , \Delta T < ۰)$، در نتیجه:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta V < ۰ \Rightarrow W > ۰ \\ \Delta T < ۰ \Rightarrow \Delta U < ۰ \end{array}\right. \xrightarrow{Q = \Delta U - W} Q < ۰$$

با توجه به این‌که Q منفی و W مثبت است، پس باید $|Q|$ از W بزرگ‌تر باشد تا حاصل‌جمع آن‌ها عددی منفی شود، یعنی:

$|Q_{DA}| > W_{DA}$ ×

Telegram: @konkur_in

گزینهٔ (۳) : فرایند BC هم یک فرایند هم‌فشار است که در آن حجم و دما افزایش یافته $(\Delta V > 0 , \Delta T > 0)$:

$$\begin{matrix} \Delta V > 0 \Rightarrow W < 0 \\ \Delta T > 0 \Rightarrow \Delta U > 0 \end{matrix} \xrightarrow{Q=\Delta U - W} Q > 0$$

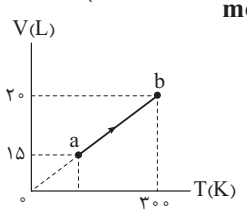
با توجه به این‌که Q مثبت و W منفی است و حاصل‌جمع آن‌ها $(\Delta U = Q + W)$ عددی مثبت است پس Q باید از $|W|$ بزرگ‌تر باشد:

$Q_{BC} > |W_{BC}|$ ✓

گزینهٔ (۴) هم که کاملاً واضحه که غلطه، فقط کافیه مساحت زیر نمودارها رو بررسی کنید.

Telegram: @konkur_in

۵۰ **۱۶ g گاز اکسیژن، فرایند ab را مطابق شکل زیر می‌پیماید. اگر گاز در این فرایند ۱۰۵۰ J گرما دریافت کرده باشد، تغییرات انرژی درونی آن چند ژول است؟ (جرم مولی گاز اکسیژن ۳۲ g / mol و $R = ۸ \frac{J}{mol.K}$ است.)**



۱) ۵۵۰

۲) ۱۳۵۰

۳) ۲۶۵۰

۴) ۷۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

ابتدا با توجه به هم‌فشار بودن فرایند، به کمک معادلهٔ حالت $(\frac{V_a}{T_a} = \frac{V_b}{T_b})$، دمای حالت a را به دست آورید، سپس طبق رابطهٔ $W = -\frac{m}{M}R\Delta T$، کار انجام‌شده روی گاز را محاسبه کرده و در نهایت با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ $\Delta U = Q + W$، تغییرات انرژی درونی را به دست آورید.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به این‌که نمودار $V - T$ رسم شده از مبدأ گذشته، نمودار فرایند هم‌فشار را نشان می‌دهد. به کمک قانون عمومی گازها داریم:

$$\frac{P_a V_a}{T_a} = \frac{P_b V_b}{T_b} \xrightarrow{\text{P:ثابت}} \frac{۱۵}{T_a} = \frac{۲۰}{۳۰۰} \Rightarrow T_a = ۲۲۵\,K$$

گام دوم: برای محاسبهٔ تغییرات انرژی درونی به کار انجام‌شده روی گاز نیاز داریم، پس:

$$W = -P\Delta V \xrightarrow{P\Delta V = nR\Delta T} W = -nR\Delta T \xrightarrow{n=\frac{m}{M}} W = -\frac{۱۶}{۳۲} \times ۸ \times (۳۰۰ - ۲۲۵) \Rightarrow W = -۳۰۰\,J$$

گام سوم: گاز در این فرایند ۱۰۵۰ J گرما دریافت کرده که یعنی $Q > ۰$ است، حال تغییرات انرژی درونی را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta U = Q + W = ۱۰۵۰ - ۳۰۰ = +۷۵۰\,J$$

گول نخوری

اگه به علامت منفی رابطهٔ $W = -P\Delta V$ دقت نکنی، $W = ۳۰۰\,J$ به دست می‌آید که باعث می‌شه توی دام گزینهٔ (۲) بیفتی.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۱ کدام مورد، نادرست است؟

۱) سرکهٔ خوراکی خاصیت اسیدی ملایمی دارد و در هر ۱۰۰ گرم از آن، حدود ۹۵ گرم آب وجود دارد.

۲) حل‌شدن مقداری حل‌شونده در حجم مشخصی حلال، بیانی از تعریف غلظت است.

۳) مقدار نمک‌های حل‌شده در واحد جرم آب دریای سرخ، کم‌تر از آب دریای مدیترانه است.

۴) در اثر مخلوط‌کردن حجم‌های برابری از دو محلول سدیم کلرید و نقره نیترات با غلظت ۰/۱ مولار، غلظت یون‌های موجود در محلول‌های اولیه کاهش می‌یابد.

مشاوره برخی از سؤالات آزمون‌ها و حتی خود کنکور سراسری، به طور مستقیم از متن کتاب درسی و تمرینات آن طرح می‌شوند. همهٔ عبارت‌های این تست هم، متن واضح کتاب درسی است! پس لطفاً به همه جای متن کتاب، اهمیت بدین که این سؤالات ساده و راحت رو از دست ندین!

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

بیایید به ترتیب گزینه‌ها را بررسی کنیم:

گزینهٔ (۱): سرکهٔ خوراکی به طور معمول، **محلول ۵ درصد جرمی استیک اسید در آب است**؛ بنابراین در هر ۱۰۰ گرم از این محلول، ۵ گرم استیک اسید و ۹۵ گرم آب وجود دارد. ✓

گزینهٔ (۲): براساس متن کتاب درسی، شیمی‌دان‌ها غلظت یک محلول را **مقدار حل‌شونده در مقدار معینی از حلال یا محلول تعریف می‌کنند**؛ بنابراین حل‌شدن مقداری حل‌شونده در حجم مشخصی از حلال، می‌تواند بیانی از تعریف غلظت باشد. ✓

گزینهٔ (۳): درصد جرمی نمک‌ها در دریاهای مختلف، به صورت زیر است:

اقیانوس آرام (٪۳/۵) < دریای مدیترانه (٪۳/۹) < دریای سرخ (٪۴/۱) < دریای مرده (٪۲۷) : مقدار نمک در ۱۰۰ گرم آب (درصد جرمی نمک‌های حل‌شده)

بنابراین مقدار نمک‌های حل‌شده در واحد جرم آب دریای سرخ، بیشتر از آب دریای مدیترانه است. ✗

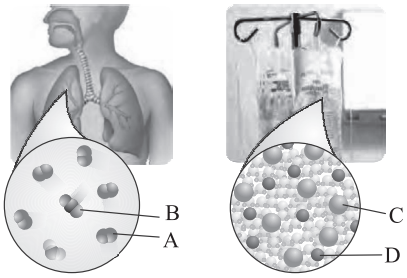
گزینهٔ (۴): معادلهٔ واکنش انجام شده به صورت زیر است:

$$AgNO_3(aq) + NaCl(aq) \rightarrow AgCl(s) + NaNO_3(aq)$$

با انجام واکنش، یون‌های Ag^+ و Cl^- رسوب داده و غلظت آن‌ها در محلول کاهش می‌یابد. هم‌چنین با مخلوط‌کردن دو محلول، حجم افزایش می‌یابد، در حالی که شمار مول‌های Na^+ و NO_3^- ثابت است؛ در نتیجه غلظت این دو یون نیز کاهش می‌یابد. ✓

Telegram: @konkur_in

۵۲ با توجه به شکل‌های زیر که قسمتی از سرم فیزیولوژی و هوای پاکی که تنفس می‌کنیم را نشان می‌دهند، کدام موارد درست است؟



(I) (II)

الف) D فراوان‌ترین آنیون تک‌اتمی موجود در آب دریا محسوب شده و آرایش الکترونی آن مشابه با فراوان‌ترین گاز نجیب هواکره می‌باشد.

Cl^- — آرگون

ب) شکل (II)، مخلوط همگن، اما شکل (I)، یک مخلوط ناهمگن را نشان می‌دهد.

پ) A می‌تواند نخستین گازی باشد که در ستون تقطیر جزءبه‌جزء هوای مایع از مخلوط جدا می‌شود.

ت) مولکول B، مهم‌ترین گاز گلخانه‌ای هواکره است.

N_2 — CO_2

۱) الف ـ ب
۲) الف ـ پ
۳) پ ـ ت
۴) ب ـ ت

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

عبارت‌های «پ» و «ت» درست‌اند.

شکل‌های (I) و (II) به ترتیب هوا و سرم فیزیولوژی را نشان می‌دهد.

بررسی عبارت‌ها:

الف) سرم فیزیولوژی، محلول نمک در آب است. اندازهٔ یون‌های کلرید (Cl^-)، بزرگ‌تر از یون‌های سدیم (Na^+) می‌باشد؛ بنابراین در شکل (II)، C یون Cl^- و D یون Na^+ است. بدین ترتیب می‌توان گفت که D فراوان‌ترین کاتیون (نه آنیون!) تک‌اتمی موجود در آب دریا بوده و آرایش الکترونی آن مشابه با گاز نجیب نئون (نه آرگون به عنوان فراوان‌ترین گاز نجیب هواکره!) می‌باشد.

ب) هر دو شکل یک مخلوط همگن (محلول) را نشان می‌دهد.

پ) در شکل (I) یعنی هوا، A می‌تواند N_2 باشد. ترتیب جداشدن گازها در ستون تقطیر هوای مایع به صورت زیر است:

ترتیب جداشدن: $\underset{(۱)}{N_2} \rightarrow \underset{(۲)}{Ar} \rightarrow \underset{(۳)}{O_2}$

ت) مولکول B، همان CO_2 است که مهم‌ترین گاز گلخانه‌ای محسوب می‌شود.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۳ اگر دمای محلول سیرشده‌ای از نمک‌های پتاسیم نیترات، لیتیم سولفات و پتاسیم کلرید را از دمای $50\ ^\circ C$ تا دمای $10\ ^\circ C$ کاهش دهیم، .....

۱) مقداری رسوب در هر سه ظرف تشکیل می‌شود.

۲) هر سه محلول، به محلول‌های سیرنشده تبدیل می‌شوند.

۳) تنها در یکی از ظرف‌ها، مقداری رسوب تشکیل می‌شود.

۴) تنها یکی از محلول‌ها، به محلول سیرنشده تبدیل می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

بهتر است اطلاعات زیر را در مورد موادی که نمودار انحلال‌پذیری آن‌ها در کتاب درسی رسم شده است، *تو مغزتون save کنین.*

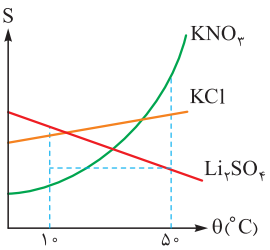
ماده	نمودار انحلال‌پذیری	شرایط مناسب برای انحلال‌پذیری بیشتر در آب
لیتیم سولفات (Li_2SO_4)	خطی، نزولی	دمای پایین
سدیم نیترات ($NaNO_3$)	خطی، صعودی	دمای بالا
پتاسیم نیترات (KNO_3)	منحنی (با شیب زیاد)، صعودی	دمای بالا
پتاسیم کلرید (KCl)	خطی، صعودی	دمای بالا
سدیم کلرید ($NaCl$)	خطی (با شیب کم)، صعودی	دمای بالا

پاسخ خیلی تشریحی ✔

انحلال‌پذیری نمک‌های پتاسیم نیترات (KNO_3) و پتاسیم کلرید (KCl) در آب، مانند اغلب نمک‌ها، با دما رابطهٔ مستقیم دارد؛ بنابراین با کاهش دمای محلول سیرشده‌ای از این دو نمک، از انحلال‌پذیری آن کاسته شده و مقداری رسوب تشکیل می‌شود، به طوری که محلول حاصل هم‌چنان به حالت سیرشده می‌باشد (حذف گزینه‌های (۲) و (۳)).

انحلال‌پذیری نمک لیتیم سولفات (Li_2SO_4) در آب، با دما رابطهٔ معکوس دارد؛ بنابراین اگر دمای محلول سیرشده از این نمک را کاهش دهیم، به انحلال‌پذیری آن افزوده می‌شود؛ اما چون حل‌شونده‌ای به محلول مورد نظر اضافه نشده است (فقط دما را کم کرده‌ایم)، این محلول به یک محلول سیرنشده تبدیل می‌شود (حذف گزینهٔ (۱)).

بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

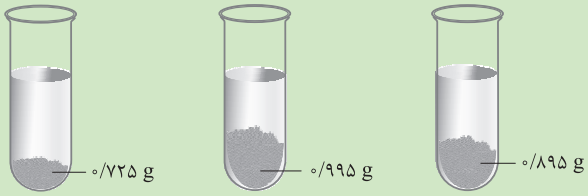


Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۴ در دمای $25\ ^\circ C$، به ۱۰ گرم از آب موجود در هر سه لولهٔ آزمایش، یک گرم از مواد A، B و C اضافه کرده‌ایم. با توجه به شکل‌های زیر، مواد محلول در آب کدام‌اند؟

$S > 1$



(A) (B) (C)

۱) A و C ۲) B و C ۳) فقط C ۴) A و B

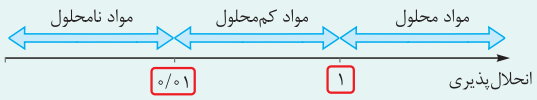
پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

مواد حل‌شونده براساس میزان انحلال‌پذیری در آب در دمای اتاق، به ۳ دسته تقسیم می‌شوند.

انواع مواد از نظر انحلال‌پذیری در آب:
- مواد محلول ← موادی که انحلال‌پذیری آن‌ها از ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب بیشتر است.
- مواد نامحلول ← موادی که انحلال‌پذیری آن‌ها از ۰/۰۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب کم‌تر است.
- مواد کم‌محلول ← موادی که انحلال‌پذیری آن‌ها بین ۰/۰۱ تا ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.

به طور خلاصه می‌توان گفت:



پاسخ خیلی تشریحی ✔

ابتدا مقدار گرم حل‌شده از مواد A، B و C را در هر یک از لوله‌های آزمایش به دست می‌آوریم:

$A: \text{مقدار گرم حل‌شده} = \text{مقدار افزوده‌شده} - \text{مقدار رسوب} = 1 - 0/895 = 0/105\ g$

$B: \text{مقدار گرم حل‌شده} = \text{مقدار افزوده‌شده} - \text{مقدار رسوب} = 1 - 0/995 = 0/005\ g$

$C: \text{مقدار گرم حل‌شده} = \text{مقدار افزوده‌شده} - \text{مقدار رسوب} = 1 - 0/725 = 0/275\ g$

هنوز به جواب آخر نرسیدیم! این مقادیر حل‌شده به ازای ۱۰ g آب است، اما تعریف انحلال‌پذیری، مقدار مادهٔ حل‌شونده در ۱۰۰ g آب است؛ پس باید برای هر یک از لوله‌های آزمایش، مقدار حل‌شونده را برحسب ۱۰۰ g آب به دست آوریم:

$$A: 100\ g\ \text{آب} \times \frac{0/105\ g\ \text{حل‌شونده}}{10\ g\ \text{آب}} = 1/05\ g$$

$$B: 100\ g\ \text{آب} \times \frac{0/005\ g\ \text{حل‌شونده}}{10\ g\ \text{آب}} = 0/05\ g$$

$$C: 100\ g\ \text{آب} \times \frac{0/275\ g\ \text{حل‌شونده}}{10\ g\ \text{آب}} = 2/75\ g$$

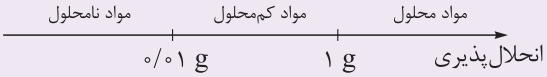
با توجه به مقدار انحلال‌پذیری که برای مواد محلول و کم‌محلول گفتیم، مواد A و C، محلول و مادهٔ B، کم‌محلول است.

Telegram: @konkur_in

کتاب درسی

شیمی‌دان‌ها مواد حل‌شوندهٔ جامد را براساس انحلال‌پذیری در آب و دمای اتاق به صورت زیر دسته‌بندی می‌کنند:

(شیمی (۱) ـ سؤال ۲ خود را بیازمایید صفحهٔ ۱۰۱ کتاب درسی)



هر یک از ترکیب‌های جدول زیر را در این دسته‌بندی جای دهید.

نام حل‌شونده	فرمول شیمیایی	انحلال‌پذیری $\left(\frac{\text{گرم حل‌شونده}}{۱۰۰\ g\ H_2O}\right)$
شکر	$C_{۱۲}H_{۲۲}O_{۱۱}$	۲۰۵
سدیم نیترات	$NaNO_۳$	۹۲
سدیم کلرید	$NaCl$	۳۶
کلسیم سولفات	$CaSO_۴$	۰/۲۳
کلسیم فسفات	$Ca_۳(PO_۴)_۲$	۵×۱۰^{-۴}
نقره کلرید	$AgCl$	$۲/۱\times۱۰^{-۴}$
باریم سولفات	$BaSO_۴$	$۱/۹\times۱۰^{-۴}$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۵ اگر غلظت یون پتاسیم در محلولی از پتاسیم فسفات به جرم ۵ کیلوگرم، برابر ppm ۸۴۰ باشد، با افزودن ۲۰۰۰ گرم آب خالص به این محلول، غلظت ppm یون پتاسیم به اندازهٔ چند واحد تغییر می‌کند؟

۱) ۳۶۰ ۲) ۱۸۰ ۳) ۲۴۰ ۴) ۱۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته

روابط مختلف ppm:

فرمول‌های ppm

$\xrightarrow{(۱)}$ $ppm = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰^۶$ (برای همهٔ محلول‌ها)

$\xrightarrow{(۲)}$ $ppm = \frac{\text{جرم حل شونده (mg)}}{\text{جرم محلول (kg)}}$ (برای همهٔ محلول‌ها)

$\xrightarrow{(۳)}$ $ppm = \frac{\text{جرم حل شونده (mg)}}{\text{جرم حلال (kg)}}$ (برای محلول‌های بسیار رقیق)

$\xrightarrow{(۴)}$ $ppm = \frac{\text{جرم حل شونده (mg)}}{\text{حجم محلول (L)}}$ (برای محلول‌های بسیار رقیق که حلال آن‌ها آب است.)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: جرم یون پتاسیم موجود در محلول اولیه را به دست می‌آوریم:

$$ppm = \frac{\text{میلی‌گرم حل شونده}}{\text{کیلوگرم محلول}} \Rightarrow ۸۴۰ = \frac{x}{۵} \Rightarrow x = ۴۲۰۰\ mg$$

گام دوم: غلظت ppm جدید را پس افزودن ۲۰۰۰ گرم یا ۲ kg آب خالص به محلول اولیه حساب می‌کنیم:

$$ppm_{\text{نهایی}} = \frac{\text{میلی‌گرم حل شونده}}{\text{کیلوگرم محلول نهایی}} \Rightarrow ppm_{\text{نهایی}} = \frac{۴۲۰۰}{۵+۲} = ۶۰۰$$

بنابراین میزان تغییر غلظت ppm یون پتاسیم برابر با $۸۴۰ - ۶۰۰ = ۲۴۰$ واحد است.

Telegram: @konkur_in

۵۶ **اگر به ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول کلسیم برمید ۰/۲ مولار، ۴ گرم کلسیم برمید جامد اضافه کنیم، غلظت یون برمید در محلول حاصل، چند مولار خواهد بود؟ (از تغییر حجم محلول چشم‌پوشی کنید؛ $Ca = ۴۰, Br = ۸۰ : g.mol^{-۱}$)**

۱) ۵ ۲) ۰/۳ ۳) ۳ ۴) ۰/۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

ابتدا تعداد مول یون برمید (Br^-) موجود در محلول اولیه را به دست بیاور، سپس شمار مول‌های یون Br^- موجود در ۴ گرم کلسیم برمید ($CaBr_۲$) اضافه‌شده را حساب کن. *حالا که* تعداد مول یون Br^- و حجم مول نهایی *رو در اختیار داریم*، به راحتی می‌تونی غلظت مولی یون Br^- را در محلول نهایی محاسبه کنی.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: تعداد مول یون برمید (Br^-) موجود در محلول اولیهٔ کلسیم برمید ($CaBr_۲$) را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{تعداد مول حل‌شونده}}{\text{حجم محلول (L)}} \Rightarrow ۰/۲ = \frac{\text{تعداد مول } CaBr_۲}{۴۰۰\ mL \times \frac{۱\ L}{۱۰۰۰\ mL}} \Rightarrow \text{تعداد مول } CaBr_۲ = ۰/۰۸\ mol$$

$$\text{تعداد مول } Br^- \text{ موجود در محلول اولیه} = ۰/۰۸\ mol\ CaBr_۲ \times \frac{۲\ mol\ Br^-}{۱\ mol\ CaBr_۲} = ۰/۱۶\ mol$$

گام دوم: تعداد مول یون Br^- افزوده‌شده به محلول را حساب می‌کنیم:

$$\text{تعداد مول } Br^- \text{ اضافه شده به محلول} = ۴\ g\ CaBr_۲ \times \frac{۱\ mol\ CaBr_۲}{۲۰۰\ g\ CaBr_۲} \times \frac{۲\ mol\ Br^-}{۱\ mol\ CaBr_۲} = ۰/۰۴\ mol$$

گام سوم: غلظت یون Br^- را در محلول نهایی به دست می‌آوریم:

$$\text{غلظت مولی } Br^- = \frac{\text{مول } Br^-}{\text{حجم محلول (L)}} = \frac{۰/۱۶ + ۰/۰۴}{۰/۴} = ۰/۵\ mol.L^{-۱}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

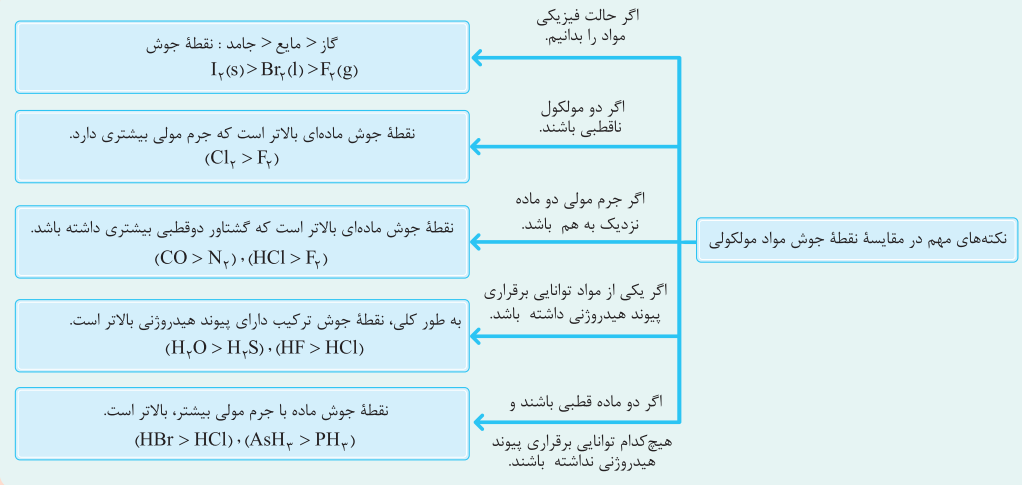
۵۷ در چند مورد از موارد زیر، مولکول دارای جرم مولی بیشتر، نقطهٔ جوش کم‌تری دارد؟

- H_2S, H_2O
- HCl, HF
- AsH_3, NH_3
- CH_3COCH_3, C_2H_5OH

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box



پاسخ خیلی تشریحی ✔

در همهٔ موارد داده شده، مولکولی که جرم مولی بیشتری دارد، از نقطهٔ جوش پایین‌تری برخوردار است.

بیایید به ترتیب موارد داده‌شده را بررسی کنیم:

- هر دو ترکیب آب (H_2O) و هیدروژن سولفید (H_2S)، دارای مولکول‌های خمیده و قطبی هستند و با این‌که جرم مولی آب تقریباً نصف جرم مولی هیدروژن سولفید است، اما نقطهٔ جوش آب بسیار بالاتر از نقطهٔ جوش هیدروژن سولفید می‌باشد:

$$\text{اختلاف دمای جوش آب و هیدروژن سولفید} = \underbrace{۱۰۰}_{\text{آب}} - \underbrace{(-۶۰)}_{\text{هیدروژن سولفید}} = ۱۶۰\ ^\circ C$$

نقطهٔ جوش غیرعادی و بالای H_2O، به دلیل توانایی تشکیل پیوندهای هیدروژنی بین مولکول‌های آب است.

- مولکول HF جرم مولی کم‌تری از HCl دارد، اما به علت وجود پیوندهای هیدروژنی در میان مولکول‌های آن، نقطهٔ جوش بالاتری دارد:

$$\text{نقطهٔ جوش} : \underset{\text{توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی دارد}}{HF} > \underset{\text{توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی ندارد}}{HCl}$$

- مولکول NH_3 نیز جرم مولی کم‌تری از AsH_3 دارد، اما به علت وجود پیوندهای هیدروژنی در میان مولکول‌های آن، نقطهٔ جوش بالاتری دارد:

$$\text{نقطهٔ جوش} : \underset{\text{توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی دارد}}{NH_3} > \underset{\text{توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی ندارد}}{AsH_3}$$

- در ساختار اتانول، پیوند $O-H$ وجود دارد؛ در نتیجه این ماده توانایی برقراری پیوندهای هیدروژنی را با مولکول‌های خود دارد؛ اما در استون *خبری از این حرفا نیست!* به همین دلیل، هر چند اتانول جرم مولی کم‌تری نسبت به استون دارد، اما نقطهٔ جوش آن بالاتر است.

$$\text{جرم مولی} : \underset{(C_3H_6O)}{\text{استون}} < \underset{(C_2H_6O)}{\text{اتانول}}$$

$$\text{نقطهٔ جوش} : \underset{\text{توانایی برقراری پیوند هیدروژنی دارد}}{\text{اتانول}} < \text{استون}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۸ با توجه به واکنش زیر، برای تولید ۱۷۹/۲ لیتر گاز کربن دی‌اکسید در شرایط STP، چند لیتر محلول سولفوریک اسید با غلظت ۱۵۶۸ ppm نیاز است؟ (چگالی محلول سولفوریک اسید را ۱ گرم بر میلی‌لیتر در نظر بگیرید: $H=1, O=16, S=32 : g.mol^{-1}$)

$$MgCO_3(s)+H_2SO_4(aq)\rightarrow MgSO_4(aq)+CO_2(g)+H_2O(l)$$

۱) ۲۵۰ ۲) ۵۰۰ ۳) ۵۰ ۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا مقدار مول مصرفی سولفوریک اسید (H_2SO_4) در واکنش را حساب می‌کنیم:

$$179/2\ L\ CO_2\times\frac{1\ mol\ CO_2}{22/4\ L\ CO_2}\times\frac{1\ mol\ H_2SO_4}{1\ mol\ CO_2}=8\ mol\ H_2SO_4$$

گام دوم: غلظت مولی سولفوریک اسید را با استفاده از چگالی محلول و غلظت آن برحسب ppm و هم‌چنین جرم مولی سولفوریک اسید، حساب می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی}=\frac{10\,ad}{\text{جرم مولی}}\xrightarrow{a=ppm\times10^{-4}}\text{غلظت مولی}=\frac{10\times1568\times10^{-4}\times1}{98}=1/6\times10^{-2}\ mol\cdot L^{-1}$$

گام سوم: حجم محلول سولفوریک اسید را با توجه به غلظت مولی و شمار مول‌های حل‌شوندهٔ موجود در محلول محاسبه می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی}=\frac{\text{شمار مول‌های مادهٔ حل‌شونده}}{\text{حجم محلول برحسب لیتر}}\Rightarrow 1/6\times10^{-2}=\frac{8}{\text{حجم محلول}}\Rightarrow \text{حجم محلول}=\frac{\overset{5}{\cancel{8}}}{\underset{1}{\cancel{1/6}}\times10^{-2}}=500\ L$$

یه‌جور دیگه

$$\frac{\text{جرم محلول}\times\frac{ppm}{10^6}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{H_2SO_4}}=\frac{\text{حجم}}{\underbrace{\text{حجم مولی}\times\text{ضریب}}_{CO_2}}\Rightarrow\frac{x\times\frac{1568}{10^6}}{1\times98}=\frac{179/2}{1\times22/4}$$

$$\Rightarrow x=5\times10^5\ g=5\times10^2\ L=500\ L\ \text{محلول}$$

کنکور

با توجه به واکنش زیر، چند گرم ید لازم است تا ۰/۲ مول گاز NO_2 تشکیل شود و نیتریک اسید مصرفی، هم‌ارز چند لیتر محلول ppm ۵۰۰۰ آن است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید. $I=127, O=16, N=14, H=1 : g.mol^{-1}$)

(سؤال ۲۰۷ کنکور ریاضی ۹۹)

$$I_2(s)+HNO_3(aq)\rightarrow HIO_3(aq)+NO_2(g)+H_2O(l)$$

۱) ۲/۲۵ , ۵/۰۸ ۲) ۲/۵۲ , ۵/۰۸

۳) ۲/۲۵ , ۲/۵۴ ۴) ۲/۵۲ , ۲/۵۴

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۹ کدام ترتیب در مورد مقایسهٔ مصرف NaCl، درست است؟

A: تولید سدیم کربنات

B: مصارف خانگی

C: تولید گاز کلر، فلز سدیم، سود سوزآور و گاز هیدروژن

D: ذوب‌کردن یخ در جاده‌ها

۱) $B < A < D < C$

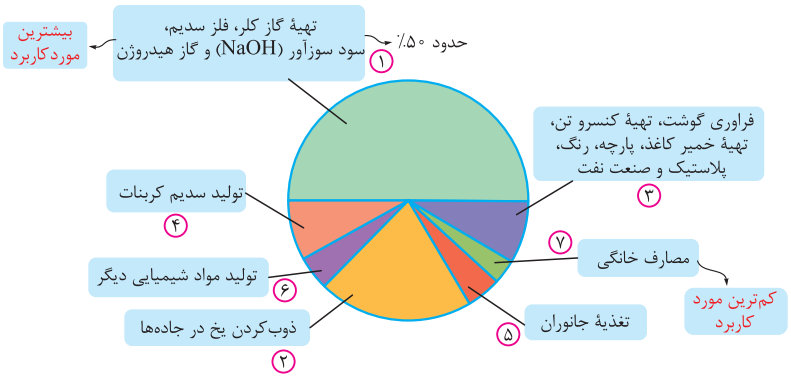
۲) $B < D < A < C$

۳) $D < B < C < A$

۴) $D < C < B < A$

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔ نمودار زیر کاربردهای نمک خوراکی (NaCl) در زندگی روزانه و صنایع گوناگون را نشان می‌دهد:



با توجه به این نمودار، مقایسهٔ مصرف NaCl در موارد داده‌شده به صورت زیر است:

تولید گاز کلر، فلز سدیم، سود سوزآور و گاز هیدروژن (C) > ذوب‌کردن یخ در جاده‌ها (D) > تولید سدیم کربنات (A) > مصارف خانگی (B)

Telegram: @konkur_in

۶۰ اگر در اثر واکنش ۲۹/۴ گرم از مخلوطی شامل فلزهای پتاسیم و سدیم با آب، محلولی حاصل شود که بتواند با ۲۵۰ میلی‌لیتر محلول دو مولار سولفوریک اسید به طور کامل واکنش دهد، به تقریب چند درصد جرمی مخلوط اولیه را فلز سدیم تشکیل می‌دهد؟ (هر مول سولفوریک اسید، می‌تواند با ۲ مول سدیم هیدروکسید یا پتاسیم هیدروکسید واکنش دهد؛ $(Na = ۲۳, K = ۳۹ : g.mol^{-۱})$

$$۲Na(s) + ۲H_۲O(l) \rightarrow ۲NaOH(aq) + H_۲(g)$$

$$۲K(s) + ۲H_۲O(l) \rightarrow ۲KOH(aq) + H_۲(g)$$

۱) ۴۷ ۲) ۵۳ ۳) ۴۰ ۴) ۶۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔ مقدار مول سدیم و پتاسیم موجود در مخلوط اولیه را به ترتیب برابر با x و y در نظر می‌گیریم و با توجه به جرم مخلوط اولیه، رابطهٔ زیر را می‌نویسیم:

$$۲۳ \times x + ۳۹ \times y = ۲۹/۴$$

با توجه به ضرایب استوکیومتری مواد در معادله‌های موازنه‌شدهٔ واکنش‌های انجام‌شده، داریم:

$$۲Na \sim ۲NaOH \sim ۱H_۲SO_۴$$

$$x\ mol\ Na \times \frac{۱\ mol\ H_۲SO_۴}{۲\ mol\ Na} = \frac{x}{۲}\ mol\ H_۲SO_۴$$

$$۲K \sim ۲KOH \sim ۱H_۲SO_۴$$

$$y\ mol\ K \times \frac{۱\ mol\ H_۲SO_۴}{۲\ mol\ K} = \frac{y}{۲}\ mol\ H_۲SO_۴$$

$$۰/۲۵\ L\ H_۲SO_۴ \times \frac{۲\ mol\ H_۲SO_۴}{۱\ L\ H_۲SO_۴} = ۰/۵\ mol\ H_۲SO_۴$$

$$\frac{x}{۲} + \frac{y}{۲} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x + y = ۱$$

حال با توجه به روابط به‌دست‌آمده، مقادیر x و y را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} ۲۳x + ۳۹y = ۲۹/۴ \\ x + y = ۱ \xrightarrow{\times(-۲۳)} -۲۳x - ۲۳y = -۲۳ \end{cases}$$

$$۱۶y = ۶/۴ \Rightarrow y = \frac{۶/۴}{۱۶} = ۰/۴,\ x = ۰/۶$$

در نهایت باید درصد جرمی سدیم را در مخلوط اولیه حساب کنیم:

$$\text{درصد جرمی سدیم} = \frac{\text{جرم سدیم}}{\text{جرم مخلوط اولیه}} \times ۱۰۰ = \frac{۰/۶\ mol\ Na \times \frac{۲۳\ g\ Na}{۱\ mol\ Na}}{۲۹/۴} \times ۱۰۰ = \frac{۱۳/۸}{۲۹/۴} \times ۱۰۰ \simeq ٪۴۷$$

Telegram: @konkur_in

۶۱ **درستی یا نادرستی کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟**

۱) گشتاور دوقطبی آب نسبت به هیدروژن سولفید، بیشتر است؛ اما حالت فیزیکی آن‌ها در دمای اتاق یکسان است.

۲) آب همانند سایر مواد، در طبیعت به هر سه حالت جامد، مایع و گاز وجود دارد.

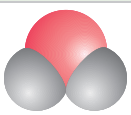
۳) در شرایط استاندارد، در میان ترکیبات هیدروژن‌دار عنصرهای گروه‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۷، تنها H_2O به حالت مایع است.

۴) شکل مولکول‌های آب و هیدروژن سولفید، خمیده است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

آب (H_2O) و هیدروژن سولفید (H_2S) هر دو دارای مولکول‌های خمیده و قطبی هستند و با این‌که جرم مولی آب تقریباً نصف جرم مولی هیدروژن سولفید است، اما مولکول‌های آب به دلیل قطبیت بیشتر و داشتن پیوند هیدروژنی، نقطهٔ جوش غیرعادی و بالاتری نسبت به هیدروژن سولفید دارند.

ماده	فرمول شیمیایی	مدل فضاپرکن	قطبیت مولکول	جرم مولی ($g.mol^{-1}$)	حالت فیزیکی (۲۵ °C)	نقطهٔ جوش (°C)	گشتاور دوقطبی (D)
آب	H_2O		قطبی	۱۸	مایع	۱۰۰	۱/۸۵
هیدروژن سولفید	H_2S		قطبی	۳۴	گاز	−۶۰	۰/۹۷

پاسخ خیلی تشریحی ✔ گزینهٔ (۴) برخلاف سایر گزینه‌ها درست است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در دمای اتاق (۲۵ °C)، **آب** به حالت **مایع** و **هیدروژن سولفید** به حالت **گاز** وجود دارد؛ بنابراین حالت فیزیکی آن‌ها در دمای اتاق *متفاوته!*

گزینهٔ (۲): *هواستون باشه که* آب **تنها ماده‌ای است** که به هر سه حالت جامد، مایع و گاز (بخار) در طبیعت یافت می‌شود.

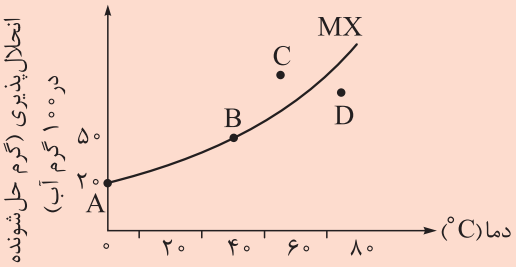
گزینهٔ (۳): با توجه به نقطهٔ جوش H_2O (۱۰۰ °C) و HF (۱۹ °C)، می‌توان گفت که **هر دو ماده در شرایط استاندارد** (دمای ۰ °C و فشار ۱ atm) **به حالت مایع هستند.**

گزینهٔ (۴): با توجه به مدل فضا پرکن مولکول‌های آب (H_2O) و هیدروژن سولفید (H_2S)، مشخص است که هر دوی این مولکول‌ها، خمیده (Vشکل) هستند.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۲ با توجه به شکل زیر، کدام گزینه دربارهٔ نمک MX درست است؟ (از تبخیر حلال بر اثر افزایش دما صرف نظر کنید.)



۱) در نقطهٔ D، حلال توانسته است مقدار بیشتر از حد سیرشدن از این نمک را در خود حل کند.

۲) در محلول سیرشده‌ای از این نمک در دمای $40\ ^\circ C$، جرم حلال و حل‌شونده برابر است.

۳) اگر دمای ۱۵۰ گرم محلول سیرشده‌ای از این نمک را $20\ ^\circ C$ افزایش دهیم، جرم محلول تغییری نمی‌کند.

۴) اگر دمای ۳۰۰ گرم محلول سیرشدهٔ این نمک را از $40\ ^\circ C$ به دمای $0\ ^\circ C$ برسانیم، جرم محلول به ۲۶۰ گرم می‌رسد.

مشاوره برخی از سؤالات کنکور سراسری مانند این تست چندگزینه‌ای، شامل عبارت‌های حفظی، مفهومی و هم‌چنین محاسباتی است. در حل چنین سؤالاتی، *توصیهٔ ما اینه* که سعی کنید بررسی عبارت‌ها را از ساده‌ترین عبارت شروع کنید و بعد سراغ عبارت‌های دشوارتر و به‌ویژه عبارت‌های محاسباتی بروید.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

از آن‌جایی که انحلال‌پذیری نمک مورد نظر با افزایش دما افزایش پیدا می‌کند (انحلال گرماگیر)، در صورتی که دمای محلول سیرشده‌ای از این نمک را ۲۰ درجهٔ سلسیوس افزایش دهیم، با صرف نظر کردن از اثر تبخیر بر روی جرم حلال، جرم محلول تغییری نمی‌کند؛ زیرا رسوبی تشکیل نمی‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): هر نقطهٔ زیر منحنی انحلال‌پذیری، مانند نقطهٔ D، یک محلول **سیرنشده** را نشان می‌دهد. در این حالت، محلول هنوز *جا داره تا سیر بشه!* در واقع نقطهٔ C (بالای منحنی انحلال‌پذیری)، نشان‌دهندهٔ محلول **فراسیرشده** است، نه نقطهٔ D! در محلول **فراسیرشده**، مقدار مادهٔ حل‌شونده بیشتر از مقدار انحلال‌پذیری آن ماده در همان دما است.

نکته

در نمودار انحلال‌پذیری بر حسب دما، هر نقطه روی منحنی، نشان‌دهندهٔ محلول سیرشده است؛ زیرا در این حالت، مادهٔ حل‌شونده دقیقاً به اندازهٔ انحلال‌پذیری خودش حل شده است. این در حالی است که هر نقطه زیر منحنی انحلال‌پذیری، یک محلول سیرنشده (کم‌تر از مقدار انحلال‌پذیری مادهٔ حل‌شونده) و هر نقطه بالای منحنی، یک محلول فراسیرشده (بیشتر از مقدار انحلال‌پذیری مادهٔ حل‌شونده) را نشان می‌دهد.

هر نقطه روی منحنی انحلال‌پذیری ← محلول سیرشده

هر نقطه بالای منحنی انحلال‌پذیری ← محلول فراسیرشده

هر نقطه زیر منحنی انحلال‌پذیری ← محلول سیرنشده

گزینهٔ (۲): در دمای ۴۰ درجهٔ سلسیوس، انحلال‌پذیری نمک MX برابر با ۵۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است؛ بنابراین در هر ۱۰۰ گرم آب، ۵۰ گرم حل‌شونده می‌تواند حل شود و **جرم حلال دو برابر جرم حل‌شونده است.**

گزینهٔ (۴): انحلال‌پذیری نمک MX در دماهای $40\ ^\circ C$ و $0\ ^\circ C$ به ترتیب برابر با ۵۰ و ۲۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است؛ بنابراین داریم:

$$\text{رسوب } 30\text{ g} \Leftarrow \begin{cases} 40\ ^\circ C: \text{جرم محلول سیرشده} = 100+50=150 \\ 0\ ^\circ C: \text{جرم محلول سیرشده} = 100+20=120 \end{cases}$$

اگر ۱۵۰ گرم محلول سیرشدهٔ نمک MX در دمای $40\ ^\circ C$ را تا $0\ ^\circ C$ سرد کنیم، ۳۰ گرم رسوب ($150-120=30$) یا $50-20=30$) به دست می‌آید. حالا اگر ۳۰۰ گرم محلول سیرشدهٔ نمک MX در دمای $40\ ^\circ C$ را سرد کنیم، مقدار رسوب حاصل (نمک خارج‌شده از محلول) برابر است با:

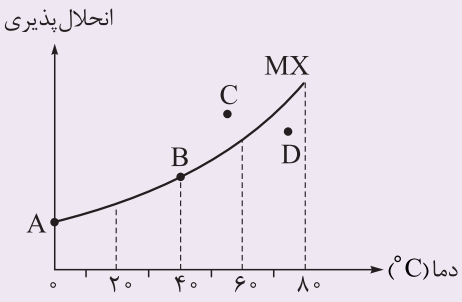
$$\text{رسوب } 60\text{ g} = \frac{\text{رسوب } 30\text{ g}}{\text{محلول سیرشده } 150\text{ g}} \times \text{محلول سیرشده } 300\text{ g}$$

بنابراین جرم محلول، ۶۰ گرم از جرم اولیه کم‌تر شده و به $300-60=240$ گرم می‌رسد.

Telegram: @konkur_in

کنکور

با توجه به شکل زیر، چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ نمک **MX** درست است؟ (سؤال ۲۱۱ کنکور ریاضی ۹۸)



- در نقطهٔ **B** محلول این نمک، حالت سیرشده دارد.
- نقطهٔ **A** انحلال‌پذیری این نمک را در دمای $0\ ^\circ C$ نشان می‌دهد.
- در نقطهٔ **D**، حلال می‌تواند مقدار دیگری از این نمک را در خود حل کند.
- در نقطهٔ **C**، حلال توانسته است مقداری بیشتر از حد سیرشدن این نمک را در خود حل کند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

Telegram: @konkur_in

۶۳ کدام دسته از مولکول‌های زیر، در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند؟

مولکول‌های ناقطبی

۱) O_2 ـ N_2 ـ CO

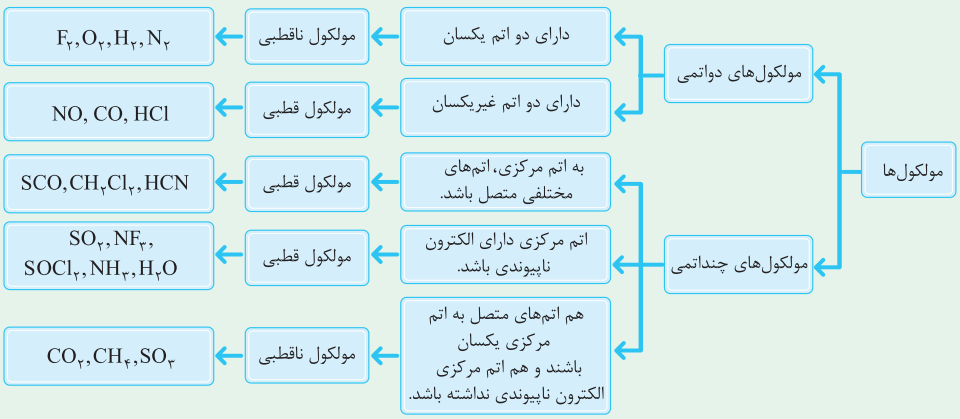
۲) CH_4 ـ CO_2 ـ F_2

۳) Cl_2 ـ CO_2 ـ H_2S

۴) HBr ـ CH_4 ـ HF

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته با استفاده از نمودار زیر، می‌توانید قطبی یا ناقطبی بودن مولکول‌ها را تشخیص دهید:



پاسخ خیلی تشریحی ✔ مولکول‌های F_2، CO_2 و CH_4 ناقطبی هستند و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

در گزینهٔ (۱)، CO، در گزینهٔ (۳)، H_2S و در گزینهٔ (۴)، HF و HBr قطبی‌اند و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

Telegram: @konkur_in

۶۴ دو ظرف جداگانه در اختیار داریم که در ظرف اول، ۱ لیتر محلول ۰/۲ مولار کلسیم کلرید و در ظرف دوم، ۰/۵ لیتر محلول ۰/۱ مولار لیتیم سولفات وجود دارد. با افزودن مقدار کافی نقره نیترات به ظرف اول و مقدار کافی باریم کلرید به ظرف دوم، در مجموع در دو ظرف، چند گرم رسوب به دست می‌آید؟

$(O=16, S=32, Cl=35/5, Ca=40, Ag=108, Ba=137 : g.mol^{-1})$

۱) ۴۰/۱۵ ۲) ۵۷/۴۰ ۳) ۶۹/۰۵ ۴) ۴۹/۱۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته یه *جمع‌بندی توپ* از رسوب‌ها و نحوهٔ شناسایی برخی یون‌های محلول در آب داشته باشیم:

کاتیون مورد شناسایی	آنیونی که باید اضافه کنیم	رسوب تشکیل‌شده
$Ag^+(aq)$	$Cl^-(aq)$	$AgCl(s)$
$Ba^{2+}(aq)$	$SO_4^{2-}(aq)$	$BaSO_4(s)$
$Ca^{2+}(aq)$	$PO_4^{3-}(aq)$	$Ca_3(PO_4)_2(s)$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش‌های انجام‌شده را می‌نویسیم:

$$CaCl_2(aq)+2AgNO_3(aq)\rightarrow \underbrace{2AgCl(s)}_{\text{رسوب سفیدرنگ}}+Ca(NO_3)_2(aq)$$

$$Li_2SO_4(aq)+BaCl_2(aq)\rightarrow \underbrace{BaSO_4(s)}_{\text{رسوب سفیدرنگ}}+2LiCl$$

گام دوم: جرم رسوب تولیدشده در هر واکنش را حساب می‌کنیم:

استفاده از کسر تبدیل:

$$1\ L\ CaCl_2\ \text{محلول}\times\frac{0/2\ mol\ CaCl_2}{1\ L\ CaCl_2\ \text{محلول}}\times\frac{2\ mol\ AgCl}{1\ mol\ CaCl_2}\times\frac{143/5\ g\ AgCl}{1\ mol\ AgCl}=57/4\ g\ AgCl$$

$$0/5\ L\ Li_2SO_4\ \text{محلول}\times\frac{0/1\ mol\ Li_2SO_4}{1\ L\ Li_2SO_4\ \text{محلول}}\times\frac{1\ mol\ BaSO_4}{1\ mol\ Li_2SO_4}\times\frac{233\ g\ BaSO_4}{1\ mol\ BaSO_4}=11/65\ g\ BaSO_4$$

بنابراین در مجموع در دو ظرف، $69/05=11/65+57/4$ گرم رسوب تولید خواهد شد.

یه جور دیگه *و حالا با استفاده از کسر تناسب:*

$$\frac{\text{حجم}\times\text{غلظت مولی}}{\text{ضریب}}_{CaCl_2}=\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{AgCl}\Rightarrow\frac{0/2\times1}{1}=\frac{x}{2\times143/5}\Rightarrow x=57/4\ g\ AgCl$$

$$\frac{\text{حجم}\times\text{غلظت مولی}}{\text{ضریب}}_{Li_2SO_4}=\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{BaSO_4}\Rightarrow\frac{0/1\times0/5}{1}=\frac{y}{1\times233}\Rightarrow y=11/65\ g\ BaSO_4$$

Telegram: @konkur_in

۶۵ **اگر غلظت مولار و درصد جرمی محلول نشان داده شده در شکل زیر به ترتیب ۰/۵ مولار و ۲ درصد باشد، هر ذرهٔ حل‌شده در شکل، معادل چند مول بوده و جرم مولی حل‌شونده، برابر با چند گرم بر مول است؟ (چگالی محلول را ۱ گرم بر میلی‌لیتر در نظر بگیرید. گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید.)**

۱) ۰/۰۱ ـ ۸۰

۲) ۰/۰۱ ـ ۴۰

۳) ۰/۰۰۱ ـ ۸۰

۴) ۰/۰۰۱ ـ ۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به غلظت مولی (مولار) و حجم محلول، شمار مول‌های حل‌شوندهٔ موجود در محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{تعداد مول حل‌شونده}}{\text{حجم محلول (L)}} \Rightarrow ۰/۵ = \frac{\text{تعداد مول حل‌شونده}}{۲۰\ \text{mL} \times \frac{۱\ \text{L}}{۱۰۰۰\ \text{mL}}}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد مول حل‌شونده} = ۰/۵ \times ۰/۰۲ = ۰/۰۱\ \text{mol}$$

گام دوم: با توجه به شمار ذره‌های حل‌شوندهٔ نشان داده شده در شکل *(که ۱۰ تاست!)* و تعداد مول‌های حل‌شوندهٔ موجود در محلول *(که ۰/۰۱ موله!)*، حساب می‌کنیم که هر ذره، معادل چند مول است:

$$\text{ذرهٔ حل‌شونده} ۱ \times \frac{۰/۰۱\ \text{mol}}{\text{ذرهٔ حل‌شونده} ۱۰} = ۰/۰۰۱\ \text{mol}$$

گام سوم: با استفاده از حجم و چگالی محلول، جرم آن را محاسبه کرده و با توجه به درصد جرمی محلول، جرم حل‌شوندهٔ موجود در آن را به دست می‌آوریم:

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} \Rightarrow ۱\ \text{g.mL}^{-۱} = \frac{\text{جرم محلول}}{۲۰\ \text{mL}} \Rightarrow \text{جرم محلول} = ۲۰\ \text{g}$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۲ = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{۲۰} \times ۱۰۰ \Rightarrow \text{جرم حل‌شونده} = ۰/۴\ \text{g}$$

گام چهارم: با توجه به تعداد مول‌ها و جرم حل‌شوندهٔ موجود در محلول، جرم مولی حل‌شونده را حساب می‌کنیم:

$$\text{مول} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow ۰/۰۱ = \frac{۰/۴}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \text{جرم مولی} = \frac{۰/۴}{۰/۰۱} = ۴۰\ \text{g.mol}^{-۱}$$

یه جور دیگه

با توجه به این‌که درصد جرمی، چگالی و هم‌چنین غلظت مولی محلول را داریم، می‌توانیم با استفاده از رابطهٔ $\text{غلظت مولی} = \frac{۱۰\,\text{ad}}{\text{جرم مولی}}$، جرم مولی حل‌شونده را *مثل آب خوردن!* به دست آوریم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{۱۰\,\text{ad}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow ۰/۵ = \frac{۱۰ \times ۲ \times ۱}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \text{جرم مولی} = \frac{۲۰}{۰/۵} = ۴۰\ \text{g.mol}^{-۱}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۶ **با توجه به نمودار تغیرات نقطهٔ جوش مواد نسبت به شمارهٔ دورهٔ عنصرها، کدام موارد زیر، جملهٔ داده‌شده را به درستی کامل می‌کنند؟**

«در مولکول‌های ..... عنصرهای گروه .....، از بالا به پایین، نقطهٔ جوش ..... می‌یابد.»

الف) هیدروژن‌دار ــ ۱۴ ــ ابتدا کاهش و سپس افزایش

ب) دواتمی ــ ۱۷ ــ افزایش

پ) هیدروژن‌دار ــ ۱۷ ــ ابتدا کاهش و سپس افزایش

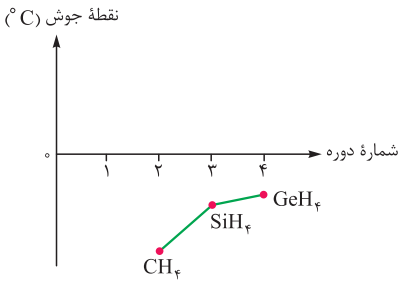
ت) هیدروژن‌دار ــ ۱۵ ــ کاهش

۱) الف ـ ب ۲) ب ـ پ ۳) الف ـ ت ۴) ب ـ ت

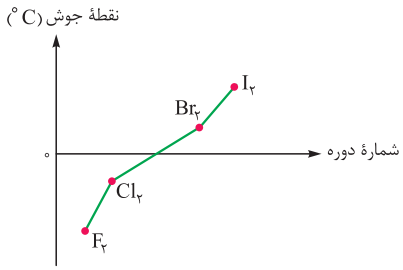
پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ موارد «ب» و «پ» جملهٔ داده‌شده را به درستی کامل می‌کنند.

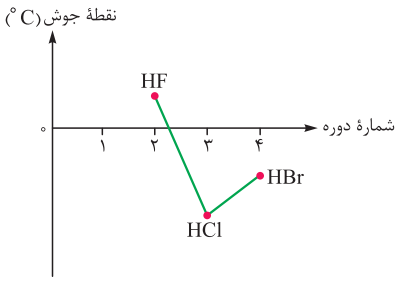
فیلی سریع! مقایسهٔ نقطهٔ جوش مولکول‌های گفته‌شده را ببینیم:



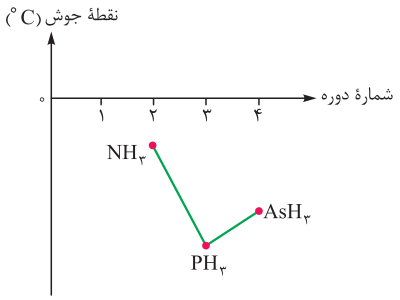
$CH_4 < SiH_4 < GeH_4$: نقطهٔ جوش مولکول‌های هیدروژن‌دار عنصرهای گروه ۱۴



$F_2 < Cl_2 < Br_2 < I_2$: نقطهٔ جوش هالوژن‌ها



$HF > HBr > HCl$: نقطهٔ جوش مولکول‌های هیدروژن‌دار عنصرهای گروه ۱۷

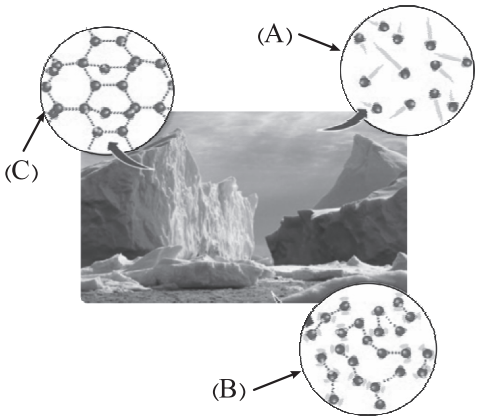


$NH_3 > AsH_3 > PH_3$: نقطهٔ جوش مولکول‌های هیدروژن‌دار عنصرهای گروه ۱۵

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۷ شکل زیر، حالت‌های فیزیکی مختلف آب را نشان می‌دهد. کدام گزینه دربارهٔ آن نادرست است؟



۱) در جرم‌های برابری از آب در حالت‌های B و C، حجم C بیشتر از B است.

۲) در ساختار C، اتم‌های اکسیژن در رأس حلقه‌های شش‌ضلعی قرار داشته و هر اتم اکسیژن با ۲ اتم هیدروژن، پیوند اشتراکی دارد.

۳) میان مولکول‌های آب در حالت A، پیوند هیدروژنی وجود نداشته و این مولکول‌ها می‌توانند به صورت منظم حرکت کنند.

۴) هر مولکول آب در ساختار C، می‌تواند چهار پیوند هیدروژنی برقرار کند که سبب تشکیل فضاهای خالی میان مولکول‌ها می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

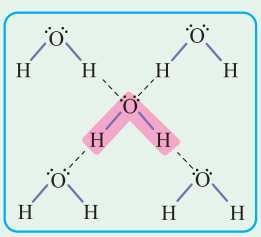
حالت‌های A، B و C به ترتیب بخار آب، آب مایع و یخ هستند. در حالت گاز، مولکول‌های آب به صورت آزادانه و **نامنظم** حرکت می‌کنند و **گویی پیوند هیدروژنی میان آن‌ها وجود ندارد.**

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): می‌دانیم که چگالی یخ کم‌تر از آب است؛ پس در جرم‌های برابر از آب و یخ، حجم یخ بیشتر می‌باشد.

نکته

در مورد ساختار یخ، بهتر است نکات زیر را به یاد داشته باشید:



هر مولکول آب ← ۴ پیوند هیدروژنی با مولکول‌های دیگر تشکیل می‌دهد.
هر مولکول آب ← ۲ پیوند اشتراکی (کووالانسی) درون مولکول خود دارد.

هر اتم اکسیژن ← ۲ پیوند هیدروژنی با اتم‌های H در ۲ مولکول دیگر برقرار می‌کند.
هر اتم اکسیژن ← ۲ پیوند اشتراکی با اتم‌های H مولکول خود دارد.

هر اتم هیدروژن ← ۱ پیوند هیدروژنی با اتم O در مولکول‌های دیگر برقرار می‌کند.
هر اتم هیدروژن ← ۱ پیوند اشتراکی با اتم O مولکول خود دارد.

گزینه‌های (۲) و (۴): در ساختار یخ، آرایش مولکول‌های آب به گونه‌ای است که در آن، اتم‌های اکسیژن در رأس حلقه‌های شش‌ضلعی قرار دارند. هر اتم اکسیژن به دو اتم هیدروژن با پیوند اشتراکی (در خود مولکول) و به دو اتم هیدروژن از مولکول‌های دیگر، با پیوند هیدروژنی متصل است. هم‌چنین در ساختار یخ، در اطراف هر مولکول H_2O، در مجموع چهار پیوند هیدروژنی وجود دارد. ساختار یخ با داشتن حلقه‌های شش‌ضلعی و فضاهای خالی منظم، در سه بُعد گسترش می‌یابد.

Telegram: @konkur_in

۶۸ در کدام گزینه، اگر دو جزء داده‌شده را مخلوط کنیم، در محلول حاصل، جزء با جرم مولی بیشتر، حلال خواهد بود؟ $(H=۱, Li=۷, C=۱۲, O=۱۶, S=۳۲ : g.mol^{-۱})$

۱) ۲۰ گرم آب و ۵۰ گرم استون

۲) ۶ گرم آب و ۲۰ گرم اتانول

۳) ۲۰ گرم لیتیم سولفات و ۱۸ گرم آب

۴) ۸۶ گرم هگزان و ۱۵ گرم آب

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته هر محلول از دو جزء حلال و حل‌شونده تشکیل شده است. حلال جزئی از محلول است که حل‌شونده را در خود حل می‌کند و شمار مول‌های آن (نه جرم آن!) بیشتر است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ بیایید به ترتیب همهٔ گزینه‌ها را بررسی کنیم:

گزینهٔ (۱): آب $(H_۲O)$ و استون $(C_۳H_۶O)$، هر دو دارای حالت فیزیکی مایع هستند؛ بنابراین در محلول حاصل از این دو ماده، ماده‌ای نقش حلال را دارد که شمار مول‌های آن بیشتر است:

$$\text{مول} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} \begin{cases} \nearrow H_۲O \text{ مول} = \frac{۲۰}{۱۸} > ۱ \text{ mol} \\ \searrow C_۳H_۶O \text{ مول} = \frac{۵۰}{۵۸} < ۱ \text{ mol} \end{cases} \Rightarrow \text{آب (ماده با جرم مولی کم‌تر)، حلال است.}$$

گزینهٔ (۲): آب $(H_۲O)$ و اتانول $(C_۲H_۶O)$ نیز هر دو دارای حالت فیزیکی مایع هستند و در محلول حاصل از آن‌ها نیز ماده‌ای که شمار مول‌هایش بیشتر است، نقش حلال را دارد:

$$\text{مول} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} \begin{cases} \nearrow H_۲O \text{ مول} = \frac{۶}{۱۸} = \frac{۱}{۳} \text{ mol} \\ \searrow C_۲H_۶O \text{ مول} = \frac{۲۰}{۴۶} > \frac{۱}{۳} \text{ mol} \end{cases} \Rightarrow \text{اتانول (ماده با جرم مولی بیشتر)، حلال است.}$$

گزینهٔ (۳): در محلول حاصل از نمک لیتیم سولفات $(LiSO_۴)$ و آب، همواره آب نقش حلال را داشته و نمک را در خود حل می‌کند. با توجه به این‌که جرم مولی آب $(H_۲O)$، کم‌تر از لیتیم سولفات $(LiSO_۴)$ است؛ در محلول حاصل از این دو ماده، جزء با جرم مولی کم‌تر نقش حلال را دارد.

گزینهٔ (۴): *هواستون باشه که* هگزان $(C_۶H_{۱۴})$، یک مادهٔ ناقطبی و آب $(H_۲O)$، یک مادهٔ قطبی است؛ بنابراین مخلوط حاصل از این دو ماده ناهمگن می‌باشد. *در واقع این دو ماده در هم حل نمی‌شن و محلول تشکیل نمی‌دن!*

Telegram: @konkur_in

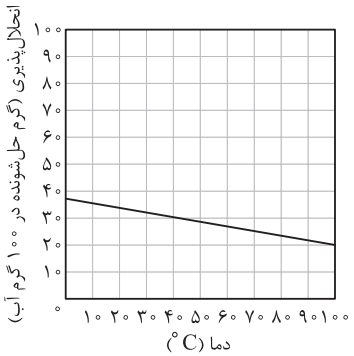
۶۹ شکل زیر، نمودار انحلال‌پذیری نمک X را نشان می‌دهد. ۵۲ گرم محلولی سیرشده از نمک X در دمای $40\ ^\circ C$ را چند درجهٔ سلسیوس گرم کنیم تا پس از جداکردن رسوب‌های حاصل، جرم محلول باقی‌مانده برابر با ۴۸ گرم باشد؟

۱) ۶۰

۲) ۵۰

۳) ۴۰

۴) ۲۰



پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی

با توجه به نمودار، انحلال‌پذیری نمک X در دمای $40\ ^\circ C$، برابر با ۳۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. حال با توجه به این‌که با گرم‌کردن محلول از دمای $40\ ^\circ C$ تا دمای θ_2، پس از جداکردن رسوب‌های حاصل، جرم محلول باقی‌مانده برابر با $48\ g$ می‌باشد، می‌توان گفت که جرم رسوب ایجادشده، برابر با $52 - 48 = 4\ g$ بوده است:

$$\begin{cases} 40\ ^\circ C: \text{جرم محلول سیرشده} = 100 + 30 = 130\ g \\ \theta_2: \text{جرم محلول سیرشده} = 100 + S_2\ g \end{cases} \Rightarrow (30 - S_2)\ g \text{ رسوب}$$

$$\frac{5}{130}\ g \text{ محلول سیرشده} \times \frac{\overset{2}{\cancel{4}}\ g \text{ رسوب}}{\underset{26}{\cancel{52}}\ g \text{ محلول سیرشده}} = (30 - S_2)\ g \text{ رسوب}$$

$$\Rightarrow 10 = 30 - S_2 \Rightarrow S_2 = 20\ \frac{g}{100\ g\ H_2O}$$

با توجه به نمودار، انحلال‌پذیری نمک X در دمای $100\ ^\circ C$، برابر با ۲۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است:

$$\theta_2 = 100\ ^\circ C$$

بنابراین می‌توان گفت که اگر ۵۲ گرم محلول سیرشده‌ای از نمک X را از دمای $40\ ^\circ C$ تا $100\ ^\circ C$ گرم کنیم، ۴ گرم رسوب از این نمک حاصل شده و جرم محلول پس از جداکردن رسوب‌ها به ۴۸ گرم خواهد رسید.

$$\Delta\theta = 100 - 40 = 60\ ^\circ C$$

Telegram: @konkur_in

۷۰ **اگر در دمای معین، نسبت درصد جرمی NaCl در محلول سیرشدهٔ این نمک در آب به انحلال‌پذیری آن، برابر با ۰/۸ باشد، میزان انحلال‌پذیری این نمک در این دما، برابر با چند گرم در ۱۰۰ گرم آب است؟**

۱) ۵۰ ۲) ۳۰ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته اگر انحلال‌پذیری یک ماده در دمای معین، برابر با S گرم باشد، یعنی اگر S گرم ماده در ۱۰۰ گرم آب حل شود، $(S+100)$ گرم محلول سیرشده حاصل می‌شود؛ بنابراین برای محاسبهٔ درصد جرمی (a) یک محلول سیرشده می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$a=\frac{S}{S+100}\times 100$$

پاسخ خیلی تشریحی در دمای مورد نظر، اگر انحلال‌پذیری نمک NaCl را برابر با S فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$\frac{\text{درصد جرمی محلول سیرشدهٔ نمک NaCl}}{\text{انحلال‌پذیری نمک NaCl}}=0/8 \Rightarrow \frac{\frac{S}{S+100}\times 100}{S}=0/8$$

$$\Rightarrow \frac{100}{S+100}=0/8 \Rightarrow 0/8S+80=100 \Rightarrow 0/8S=20 \Rightarrow S=\frac{20}{0/8}=\frac{200}{8}=25\ \frac{g}{100\ g\ H_2O}$$

Telegram: @konkur_in