

آزمون خیلی سبز؛ یک آزمون استراتژیک



مثل کنکورترین آزمون آزمایشی

دفترچه سوالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه آرای، فونت سوالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه‌ترین حالت به دفترچه سوالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.



مرحله ۶ دوازدهم تجربی | زیست‌شناسی

صفحه ۲

- ۱- در بخشی از کتاب درسی، آزمایشات دانشمندی در سه مرحله کلی آورده شده است که به بحث‌ها و پژوهش‌های چندساله درباره ماهیت ماده ژنتیک خاتمه داد. در هر مرحله‌ای از این آزمایشات که از پروتئازها استفاده شد، کدام مورد زیر مشاهده می‌شود؟
 - (۱) عدم تجزیه ماده وراثتی
 - (۲) انتقال صفت بین یاخته‌های زنده
 - (۳) عدم استفاده از گریزان (سانتریفیوژ)
 - (۴) قرارگیری باکتری‌ها در چهار ظرف متمایز
- ۲- کدام ویژگی، درباره هیچ‌یک از کاتالیزورهای زیستی فعال در یاخته‌های کبدی انسان صادق نیست؟
 - (۱) در طی شرکت در واکنش‌های شیمیایی مصرف می‌شوند.
 - (۲) پس از قرارگرفتن مواد سمی در جایگاه فعال آن‌ها، به فعالیت صحیحشان ادامه می‌دهند.
 - (۳) با اثر بر یک نوع پیش‌ماده خاص، قادر به تولید چند نوع فرآورده مختلف در درون یاخته می‌باشند.
 - (۴) بدون نیاز به شکل‌گیری جایگاه فعال در نتیجه تشکیل ساختار سوم پروتئینی، به انجام واکنش‌های شیمیایی می‌پردازند.
- ۳- کدام مورد برای تکمیل عبارت زیر، مناسب است؟
 «فقط یکی از آنزیم‌های شرکت‌کننده در فرایند همانندسازی دنا که بلافاصله بعد از تشکیل دوراهی همانندسازی، فعالیت خود را آغاز می‌کند،»
 - (۱) مارپیچ دنا و دو رشته آن را از هم باز می‌کند
 - (۲) در ساخت یک رشته دنا در مقابل رشته الگو نقش دارد
 - (۳) بین گروه فسفات و گروه هیدروکسیل، پیوند اشتراکی می‌سازد
 - (۴) فاقد توانایی شکستن پیوند اشتراکی در فعالیت بسیارازی خود است
- ۴- با توجه به اطلاعات کتاب درسی درباره انواع نوکلئیک اسیدهای دورشته‌ای در یاخته‌های مورو، نوکلئیک اسیدی که ساختار حلقوی دارد نسبت به نوکلئیک اسیدی که ساختار خطی دارد، چه مشخصه‌ای دارند؟ (در نظر بگیرید هر یک در زمان مشابهی همانندسازی می‌شوند.)
 - (۱) توسط تعداد غشای کم‌تری محصور شده است.
 - (۲) همانندسازی را در جهت بیشتری انجام می‌دهد.
 - (۳) تعداد دوراهی‌های همانندسازی بیشتری دارد.
 - (۴) برای تکثیر آن، مقدار نوکلئوتیدهای آزاد کم‌تری مصرف می‌شود.
- ۵- کدام مورد، در خصوص آزمایشات یا نتایج کارهای گریفیت، نادرست است؟
 - (۱) در یکی از آزمایشات خود، علی‌رغم استفاده از باکتری‌های زنده بدون پوشینه، سبب مرگ موش شد.
 - (۲) در یکی از آزمایشات خود، علی‌رغم تزریق باکتری‌های زنده به موش، شاهد زنده ماندن موش بود.
 - (۳) در یکی از آزمایشات خود، باکتری‌های پوشینه‌دار زنده را در محلی غیر از خون موش‌های مرده مشاهده کرد.
 - (۴) در یکی از آزمایشات خود، بدون پی‌بردن به ماهیت ماده ژنتیک، نحوه انتقال آن بین یاخته‌های زنده را متوجه شد.
- ۶- کدام عبارت در خصوص پیوندهایی که در ساختار «عامل اصلی انتقال صفات وراثتی» حضور دارند، نادرست است؟
 - (۱) پیوندی که بین قندهای دو نوکلئوتید مجاور برقرار است، «فوسفودیستر» نام دارد.
 - (۲) پیوندی که بین قندهای دو نوکلئوتید مجاور برقرار است، «فوسفودیستر» نام دارد.

Green Page

- سؤال‌هایی که با توجه به تمرین‌ها و مثال‌های کتاب درسی و سؤال‌های امتحان‌های نهایی برگزار شده، تو آزمون خیلی سبز براتون شبیه‌سازی شدن، البته سؤال‌های خاص امتحان نهایی؛ همون سؤال‌هایی که تضمین می‌کنه ۲۰ بگیری
- (سبک و نوع نگارش سؤال‌ها مشابهت دقیق با امتحان‌های نهایی دارن)
- تقریباً تو هر آزمون، برای هر درس ۲ یا ۳ تا سؤال شبیه‌ساز نهایی (Green Page) داریم.
- رنگ زمینه صفحه پاسخنامه این سؤال‌ها سبزرنگه به همین دلیل معروفن به (Green page)

فیزیک ۶۲ هر میکروقرن، تقریباً چند دقیقه است؟

۸ / ۷۶ (۲)
۸۷ / ۶ (۴)
۵ / ۲۶ (۱)
۵۲ / ۶ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

تبدیل یکای زنجیره‌ای: برای تبدیل یکای یک کمیت به یکاهای دیگر، از روش تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. برای نمونه، برای این که ببینیم ۲۰ in معادل چند cm است، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

الف) ابتدا تساوی بین دو یکا را می‌نویسیم، تا کسر تبدیل مناسب به دست آید:

$$1 \text{ in} = 2.54 \text{ cm} \Rightarrow \frac{1 \text{ in}}{2.54 \text{ cm}} = 1 \quad \text{یا} \quad \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} = 1$$

ب) سپس به کمک کسر تبدیل مناسب، تبدیل یکای زنجیره‌ای را می‌نویسیم:

$$20 \text{ in} = 20 \text{ in} \times \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} = 50.8 \text{ cm}$$

از روش تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$1 \text{ میکروقرن} = 1 \text{ میکروقرن} \times \frac{10^{-6} \text{ قرن}}{1 \text{ میکروقرن}} \times \frac{100 \text{ سال}}{1 \text{ قرن}} \times \frac{365 \text{ روز}}{1 \text{ سال}} \times \frac{24 \text{ ساعت}}{1 \text{ روز}} \times \frac{60 \text{ دقیقه}}{1 \text{ ساعت}} = 10^{-6} \times 100 \times 365 \times 24 \times 60 = 52.56 \text{ دقیقه} \approx 52.6 \text{ دقیقه}$$

الف) هر میکروقرن، تقریباً چند دقیقه است؟

کتاب درسی

(فیزیک (۱) - تمرین ۶ پایان فصل صفحه ۱۹ کتاب درسی)

پایین صفحه پاسخنامه این سؤال‌ها، سؤال اصلی که تو امتحان نهایی اومده (یا تمرین و مثال کتاب) با ذکر آدرسش نوشته شده.

Red Page

- برای این که با سبک سؤال‌های کنکور خیلی دقیق آشنا بشین؛ خیلی سبز تو هر آزمون برای هر درس ۲ یا ۳ تا از سؤال‌های کنکور رو شبیه‌سازی می‌کنه.
- همیشه سعی میشه که این مدل شبیه‌سازی‌ها از بین (سؤال‌های کنکور) که معمولاً تکرار میشن انجام بشه
- توی پاسخنامه صفحه مربوط به پاسخ این سؤال‌ها رنگ زمینه قرمز داره به خاطر همین بهش می‌گیم (Red page)
- اگه دقت کنید می‌بینید که سبک و مدل این سؤال‌های شبیه‌سازی شده دقیقاً مثل همون سؤال کنکوره



فیزیک

۴۵ معادله سرعت-زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = t^2 - 4t + 5$ است. شتاب متوسط این متحرک از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که سرعت آن به $\vec{v} = (1 \text{ m/s})\vec{i}$ می‌رسد، بر حسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟

$4\vec{i}$ (۱)
 $2\vec{i}$ (۳)
 $-4\vec{i}$ (۲)
 $-2\vec{i}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

Hint سرعت در مبدأ زمان (v_0) و لحظه t_1 که بردار سرعت در آن لحظه برابر $\vec{v}_1 = (1 \text{ m/s})\vec{i}$ است را به دست آورید و سپس از رابطه $\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ خواسته سؤال را حساب کنید.

بردار شتاب متوسط متحرک از رابطه زیر به دست می‌آید:

($\vec{v}$): بردار سرعت متحرک (m/s)
 t : زمان (s)

گام اول: سرعت متحرک در مبدأ زمان را به دست می‌آوریم:

$$v_0 = (0)^2 - 4(0) + 5 = 5 \text{ m/s}$$

گام دوم: اکنون لحظه‌ای را که سرعت متحرک 1 m/s است، محاسبه می‌کنیم:

$$v = t^2 - 4t + 5 = 1 \Rightarrow t^2 - 4t + 4 = 0 \Rightarrow (t-2)^2 = 0 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

گام سوم: بردار شتاب متوسط متحرک را در بازه زمانی ۰ تا ۲ ثانیه به دست می‌آوریم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_{2s} - \vec{v}_0}{2 - 0} = \frac{(1-5)\vec{i}}{2} = (-2 \text{ m/s}^2)\vec{i}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

کنکور

معادله سرعت-زمان متحرکی در SI به صورت $v = 2t^2 - 8$ است. شتاب متوسط آن در ۲ ثانیه دوم چند متر بر مربع ثانیه است؟

18 (۱)
 12 (۲)
 8 (۳)
 4 (۴)

(سؤال ۴۸ کنکور ریاضی ۱۳۰۴ - نوبت اول)

سؤال اصلی کنکور که این سؤال از درشش شبیه‌سازی شده رو می‌تونن پایین صفحه پاسخنامه ببینید.

Purple Page

- مرسومه که هر سال سؤال های یکی دو تا درس تو کنکور سراسری سخت تر (یا خاص تر) طراحی میشن
- مثلاً کنکور سال ۱۴۰۴ تو رشته ریاضی و تجربی درس های ریاضی و شیمی اینجوری بودن و برای رشته انسانی این اتفاق برای علوم و فنون و فلسفه (کمی هم جغرافیا) افتاده بود.
- خیلی سبز این مدل سؤال های خاص رو هم تو هر آزمون شبیه سازی می کنه (۱ یا ۲ سؤال برای هر درس)
- صفحه پاسخ هر کدوم از این سؤال ها رنگ زمینه بنفش داره.
- Purple Page برای همه درس ها نیست و فقط برای درس هایی که سؤال خاص تر (یا سخت تر) تو کنکور همون سال داشتن از این مدل شبیه سازی ها داریم.

مشابه کنکور ۱۴۰۴

ریاضی

۱۱۴ تابع f ثابت و تابع g همانی است. اگر $6x = 2f(2x-1) + 3g(2x+1)$ باشد، حاصل $(\frac{g}{f})(3)$ کدام است؟

تابع $g(x) = x$ است.

$-\frac{1}{2}$ (۲)
 -2 (۴)

$\frac{1}{2}$ (۱)
 2 (۳)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ضابطه تابع f را $f(x) = c$ و ضابطه تابع g را $g(x) = x$ در نظر می گیریم. حالا طبق رابطه مفروض داریم:

$$2c + 3(2x+1) = 6x \Rightarrow 6x + 2c + 3 = 6x$$

برای این که تساوی بالا همواره برقرار باشد، لازم است $2c + 3$ برابر صفر باشد:

$$c = -\frac{3}{2}$$

گام دوم: یعنی $f(x) = -\frac{3}{2}$ است و داریم:

$$(\frac{g}{f})(3) = \frac{g(3)}{f(3)} = \frac{3}{-\frac{3}{2}} = -2$$

اگر f تابعی همانی و g تابع ثابت بوده و $g(3x) + 2f(3+x) = 3 + 2x$ باشد، مقدار $\frac{f(-1)}{g(4)}$ کدام است؟

(سؤال ۱۱۶ کنکور تهرانی ۱۳۰۴ - نوبت دوم)

$\frac{1}{3}$ (۲)
 $-\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۱)
 $-\frac{1}{4}$ (۳)

سؤال اصلی کنکور که این سؤال با توجه به اون شبیه سازی شده هم پایین صفحه پاسخنامه سؤال آورده شده که بتونی بلافاصله بعد از حل کردنش سؤال اصلی کنکور رو هم ببینی و این مدل سؤال خاص رو دقیقاً به ذهن بسپری.

پاسخنامه‌ای برای تکمیل یادگیری

- پاسخنامه خیلی سبز فقط یک پاسخنامه معمولی نیست، بلکه به مسیره؛ به مسیر فکر شده و مرحله به مرحله برای تکمیل یادگیری.
- هر سؤال و پاسخ رو تو به صفحه میاریم که دسترسی به هر سؤال راحت‌تر باشه.

گاهی وقت‌ها دلیل اینکه نتونستی به جواب برسی اینه که صورت سؤال رو خوب متوجه نشدی، **تعبیر سؤال** (که دقیقاً رو قسمت خاص فهم سؤال نوشته می‌شه) به فهم دقیق سؤال کمک می‌کنه.

صورت سؤال رو دوباره اینجا میاره که حین بررسی پاسخنامه صورت سؤال هم دم دست باشه.

زیست‌شناسی

۱۶ شکل زیر، ترسیمی ساده مربوط به یکی از انواع الگوهای پیشنهادی برای همانندسازی دنا است. کد به این شکل، درست بیان شده است؟ (فرض کنید تمام نوکلئوتیدهای دنا A معمولی هستند، در فرآیند برای یک رشته پلی‌نوکلئوتیدی در نظر بگیرید.)

(۱) شکستن پیوند اشتراکی در این الگو تنها به واسطه فعالیت نوکلئازی دنباسپاراز محتمل است.

(۲) در این الگو برخلاف الگوی تأییدشده توسط مزلسون و استال، تغییر ساختار رشته الگو محتمل نیست.

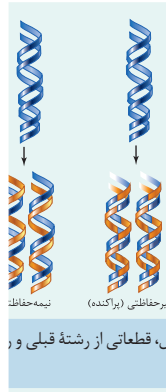
(۳) به دنبال ۲ دور همانندسازی دنا B با این الگو و در شرایطی مشابه با آزمایش مزلسون و استال، تشکیل نوار در میانه لوله محتمل است.

(۴) در پی ۴ دور همانندسازی دنا C با این الگو و در محیط دارای ^{15}N ، فقط یک نوار در لوله تشکیل می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴

زیرمبحث: زیست دوازدهم - فصل ۱ - طرح‌های همانندسازی

شکل، نشان‌دهنده طرح همانندسازی حفاظتی است، چراکه در آن، هر دو رشته دنا اولیه به صورت دسته‌وارد یکی از یاخته‌های حاصل می‌شوند. دو رشته دنا جدید هم، با هم، وارد یاخته دیگر می‌شوند. از طرفی، دارای نیتروژن ۱۴ هستند و دنا C هم فقط دارای نیتروژن ۱۵ است.



حفاظتی: هر دو رشته دنا قبلی (اولیه) به صورت دست‌نخورده باقی مانده، وارد یکی از یاخته‌های حاصل از تقسیم می‌شوند، دو رشته دنا جدید هم وارد یاخته دیگر می‌شوند؛ چون دنا اولیه به صورت دست‌نخورده در یکی از یاخته‌ها حفظ شده است.

طرح‌های پیشنهادی همانندسازی دنا

نیمه‌حفاظتی: در این طرح در هر یاخته یکی از دو رشته دنا مربوط به دنا اولیه است و رشته دیگر با نوکلئوتیدهای جدید ساخته شده است، چون در هر یاخته حاصل، فقط یکی از دو رشته دنا قبلی وجود دارد.

غیرحفاظتی (پراکنده): هر کدام از رشته‌های دناهای حاصل، قطعاتی از رشته قبلی و صورت پراکنده در خود دارند.

اگر دنا با نیتروژن ۱۵ (دنا C)، یک بار در محیط دارای نیتروژن ۱۵ به روش حفاظتی همانندسازی شود، در دنا با نوکلئوتیدهای حاوی نیتروژن ۱۵ ایجاد می‌شود. اگر این دو دنا جدید دوباره به صورت حفاظتی همانند دناهای دارای نیتروژن ۱۵ ایجاد می‌شود. پس در نهایت، فقط یک نوار در سانتیفریوژ ایجاد می‌شود که دناهای بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): طی همانندسازی دنا، هنگام اضافه شدن هر نوکلئوتید سه فسفات به انتهای رشته پلی‌نوکلئوتیدی در طی فعالیت بسپارازی دنباسپاراز، دوتا از فسفات‌های آن از نوکلئوتید جدا می‌شوند. طی فعالیت نوکلئازی د فسفودی‌استر برای رفع اشتباه شکسته می‌شود. پس هم طی همانندسازی دنا (فعالیت بسپارازی) و هم طی دنباسپاراز شکستن پیوند اشتراکی رخ می‌دهد.

اگر همانندسازی دنا در آزمایش‌های مزلسون و استال با الگوی حفاظتی ممکن باشد، به ازای هر دور همانندسازی تشکیل شده دارای چگالی سبک یا سنگین هستند و در لوله آزمایش هیچ‌گاه دناهایی با چگالی متوسط تشکیل

هدف اصلی این مدل پاسخنامه اینه که فقط پاسخنامه رو نخونی و رد بشی بلکه مرحله به مرحله بهت کمک بکنه خودت سؤال رو حل کنی.

Hint به اشاره دقیقیه برای اینکه بدونی برای جواب دادن به این سؤال از کجا شروع کنی و چیکار کنی.

درس‌Box به درسنامه کامل در عین حال جمع‌وجوره برای یادآوری درسنامه مربوط به اون سؤال. اگه تا این مرحله هنوز به جواب نرسیدی درس باکس کمک می‌کنه به یادآوری و تلاش مجدد برای حل سؤال.

پاسخ خیلی تشریحی به پاسخنامه خیلی خیلی تشریحی که هم پاسخ درست رو کامل تشریح می‌کنه و هم تکتک گزینه‌هارو بررسی می‌کنه. معمولاً این پاسخنامه گام به گام و برای اینکه با خوندن گام اول دوباره سعی کنی ادامه راه حل رو خودت پیدا کنی.

نکته نکته‌های خیلی خاص (کنکوری)

پاسخ خیلی تشریحی ✓

موارد (ب) و (ت) درست‌اند.

بررسی موارد:

(الف) یون‌ها با قرارگیری در مدار الکتریکی به سوی قطب‌های ناهمنام خود حرکت می‌کنند، نه قطب‌های همنام!

(ب) گرافیت، رسانای الکتریکی است و دو ماده دیگر، رسانای جریان برق نیستند.

ترکیب‌های یونی در حالت جامد، رسانای جریان برق نیستند؛ زیرا یون‌ها در حالت جامد نمی‌توانند آزادانه جابه‌جا شوند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: برای این که نمودار سهمی پایین‌تر از خط قرار گیرد باید $(-2, 3)$ مجموعه جواب‌های نامعادله زیر باشد:

$$b < 2ax + 4b \Rightarrow x^2 - 2ax - 5b < 0$$

گام دوم: با توجه به تعیین علامت عبارت درجه ۲، می‌توان نتیجه گرفت که $x = -2$ و $x = 3$ جواب

$$x^2 - 2ax - 5b = 0 \text{ هستند، در نتیجه:}$$

$$\begin{cases} 9a - 5b = 0 \\ 4a - 5b = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{بالایی را از پایینی کم می‌کنیم.}} \begin{cases} 5a = 0 \\ 5a - 5b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{5}, b = \frac{4}{5}$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{25} = 0.16$$

می‌توانستی برای مشخص کردن a و b از S و P استفاده کنی.

$$3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$-5b = -4 \Rightarrow b = \frac{4}{5}$$

په‌چور دیگه

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: از جدول تعیین علامت استفاده می‌کنیم؛ زیرا دامنه تابع f مجموعه جواب‌های نامعادله $\frac{1-2x}{\sqrt{x}-1} \geq 0$ است

$$\frac{1-2x}{\sqrt{x}-1}$$

و براساس روابط درس‌پاکس، جدول تعیین علامت عبارت $\sqrt{x}-1$ را می‌نویسیم:

$$\frac{1}{\sqrt{x}-1}$$

گام دوم: حالا جدول هم‌زمان این دو عبارت را داریم:

$\frac{1}{\sqrt{x}-1}$	$\frac{1-2x}{\sqrt{x}-1}$
+	-
-	+
-	-
+	-

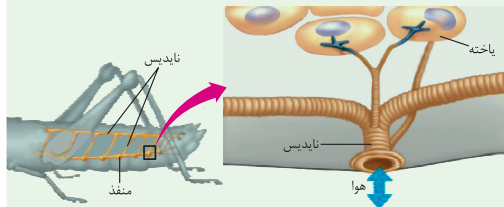
با توجه به جدول بالا، مجموعه جواب‌های نامعادله $\frac{1-2x}{\sqrt{x}-1} \geq 0$ که همان دامنه تابع f است، بازه $(\frac{1}{4}, 1)$ خواهد هیچ عدد صحیحی را شامل نمی‌شود.اگر $x \in \mathbb{Z}$ ، آن‌گاه $[x] = x$ و ضابطه تابع f به صورت $f(x) = \sqrt{x}-1$ خواهد شد که غیر قابل قبول است؛ پس شامل هیچ عدد صحیحی نیست.

تیزبازی

شکل‌نامه

(۱) قطر نایدیس‌ها با میزان انشعابات آن‌ها، رابطه عکس دارد؛ یعنی هر چه قدر از بخش‌های ابتدایی به سمت انت می‌رویم، قطر کاهش می‌یابد.

(۲) جهت جریان هوا درون نایدیس‌ها دوطرفه است.



(۳) از یک نایدیس می‌تواند انشعابات با قطر متفاوت جدا شود. این انشعابات می‌توانند به بخش‌های مختلف بدن بروند، گ به سمت منافذ تنفسی دیگر می‌روند تا با انشعابات آن‌ها یکی شوند، گروهی هم می‌توانند بروند و انشعابات پایانی نایدیس در مجاورت هر یاخته، ممکن است بیش از یک انشعاب پایانی وجود داشته باشد.

درون سیتوپلاسم کروموزوم کمکی نیز حضور دارد و از نظر تعداد جایگاه آغاز همانندسازی و یک یا دو همانند اغلب پروکاریوت‌ها است.

(الف) ساختاری متشکل از دو رشته موازی است که در جهتی خاص حول محور فرضی پیچیده شده‌اند.

(ب) در یک نقطه ویژه از دنا، فرایند همانندسازی، آغاز شده و با رسیدن مجدد به آن پایان می‌یابد.

(ج) مشابه دنا، کمکی، از طریق بخش مشترک به غشای یاخته اتصال می‌یابد.

(د) تعداد ساختارهای Y شکل آن حین همانندسازی کم‌تر از دنا، اصلی آغازیان است.

(۲) «الف»، «ب» و «د»

(۱) «الف» و «د»

(۴) «الف»، «ب»، «ج» و «د»

(۳) «ب»، «ج» و «د»

مشاوره تو یکی از سؤال‌های کنکور که تپ مشابهی با سؤال ما داشت، یکی از موارد تو همه گزینه‌ها تکرار شده بود (مثل مورد د) تو این‌جا) خب این یعنی این گزینه درسته و لازم نیست بخونیش، پس با خیالت راحت برو سراغ بقیه گزینه‌ها و زمانت رو save کن.

گول نخوری ✖ سعی کردیم اشتباهات

متدوالی که تو هر سؤال اتفاق می‌افته رو تحت عنوان گول نخوری برای هر سؤال بیاریم.

این قراره بهت کمک کنه که تو دام سؤال‌ها نیفتی و بعد از به مدتی دام سؤال‌ها رو بشناسی.

په‌چور دیگه ➡ اگر سؤال رو درست حل

کردی به راه حل متفاوت هم اینجا ببین.

په‌چور دیگه نگاه کردن به هر سؤال کمک زیادی به بالا بردن سرعت حل تست‌ها می‌کنه.

تیزبازی 🏆 حتی اگر یکی دوتا سؤال

رو بتونی سر جلسه آزمون (مخصوصاً کنکور) سریع و خاص حل کنی علاوه بر ذخیره کردن زمان از نظر روحی هم خیلی خیلی بهت کمک می‌کنه. تیزبازی به آیتم جذابه برای یاد گرفتن و تمرین کردن حل سؤال‌ها باروش‌های تند و تیز.

شکل‌نامه 📐 شکل‌های کتاب

تو بعضی از درس‌ها (مخصوصاً زیست‌شناسی) خیلی خیلی مهمه. موشکافی شکل‌های مهم کتاب درسی رو اینجا ببین.

مشاوره 🗣 اهمیت تست‌ها توی

کنکور، پرتکرار بودنشون و توضیحات تخصصی به طراح حرفه‌ای رو توی مشاوره هر تست دقیق بخون.

این همه آیتم توی پاسخنامه به خاطر اینکه هر کسی متناسب با نیاز خودش از اون بهره‌مند بشه.

مثلاً کسی که به به سؤال جواب درست داده فقط می‌تونه په‌چور دیگه یا تیزبازی سؤال رو ببینه نه همه پاسخنامه رو.

آزمون آزمایشی خیلی سبز



مرحله پانزدهم

پایه یازدهم

۱۸ اردیبهشت/۱۴۰۵

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	یازدهم
حسابان	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه	فصل ۳ تا ۵ صفحه ۷۱ تا ۱۵۱
هندسه	۱۰	۲۱	۳۰	۲۰ دقیقه	فصل ۲ (درس ۱ از ابتدای تجانس و درس ۲) و فصل ۳ صفحه ۴۳ تا ۷۵
آمار و احتمال	۱۰	۳۱	۴۰	۲۰ دقیقه	فصل ۲ (درس ۳ و ۴) و فصل ۳ و ۴ صفحه ۴۸ تا ۱۲۱
فیزیک	۲۰	۴۱	۶۰	۳۰ دقیقه	فصل ۲ (از ابتدای توان در مدارهای الکتریکی) و فصل ۳ و ۴ صفحه ۶۷ تا ۱۳۰
شیمی	۲۰	۶۱	۸۰	۲۰ دقیقه	فصل ۲ (از ابتدای آنتالپی، همان محتوای انرژی است) و فصل ۳ صفحه ۶۵ تا ۱۲۳
مجموع	۸۰ سؤال			۱۲۰ دقیقه	—

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس - گزینشگر
حسابان	طراحان: کوروش اسلامی - فرشاد حسن زاده - عادل حسینی - علی شهبابی محمد گودرزی - محسن علی نجاری کارشناس علمی: سروش موئینی	محسن علی نجاری
هندسه	طراحان: امیرحسین ابومحبوب - محمدمهدی زنگنه - حسین هاشمی طاهری کارشناس علمی: سید عباس حسینی	امیرحسین ابومحبوب
آمار و احتمال	طراحان: عطا صادقی - سروش موئینی کارشناسان علمی: امیرحسین ابومحبوب - نیلوفر مهدوی	مسعود شفیعی
فیزیک	طراحان: یاشار انگوتی - نوید شاهی کارشناسان علمی: سعید محبی - هادی نجفی	نوید شاهی - یاشار انگوتی
شیمی	طراحان: ارژنگ خانلری - یاسر عبداللہی - محمد عظیمیان زواره - امیر قاسمی پور محمد قهرمانی نژاد - امیرحسین مسلمی کارشناسان علمی: یاشار ذریه - محمدمهدی کریمیان - مرتضی نصیرزاده	یاسر عبداللہی - امیرحسین مسلمی

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاچانیور

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

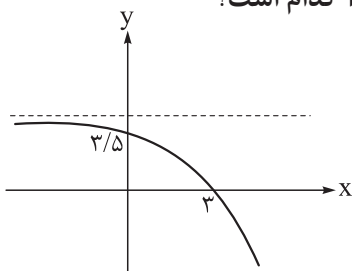
دفتر چه سوالات آزمون های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه ها، نوع صفحه آرای، فونت سوالات، سایر کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه ترین حالت به دفتر چه سوالات کنکور سراسری طراحی می شود.





حسابان یازدهم

۱- اگر نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = 4 - 2^{ax+b}$ به صورت زیر باشد، حاصل $b + f(a)$ کدام است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۲- برد تابع f با ضابطه $f(x) = 2x - 4^{\log_2 x}$ کدام است؟

(۱) $(-\infty, 1)$ (۲) $(-\infty, 1]$ (۳) $(1, +\infty)$ (۴) $[1, +\infty)$

۳- اگر $\log_4 4 \approx 0/6$ و $\log_2 3 \approx 1/6$ باشد، مقدار تقریبی عبارت $\log_5 18$ کدام است؟

(۱) $1/6$ (۲) $1/7$ (۳) $1/8$ (۴) $1/5$

۴- اگر به عددی ۲۰ واحد اضافه کنیم به لگاریتمش در مبنای ۳، یک واحد اضافه می‌شود. جزء صحیح لگاریتم این عدد در مبنای ۲ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۵- طول برف‌پاک‌کن عقب خودرویی ۲۵ سانتی‌متر است. اگر برف‌پاک‌کن، کمانی به اندازه 108° طی کند، طول کمان طی‌شده توسط نوک برف‌پاک‌کن L سانتی‌متر است. جزء صحیح L کدام است؟

(۱) ۴۱ (۲) ۴۳ (۳) ۴۵ (۴) ۴۷

۶- اگر $\cot 29^\circ \approx 1/8$ باشد، مقدار تقریبی عبارت $\frac{2 \sin 331^\circ + \cos 151^\circ}{\cos 119^\circ - 3 \sin 209^\circ}$ کدام است؟

(۱) $-0/1$ (۲) $0/1$ (۳) $-0/2$ (۴) $0/2$

۷- تابع f با ضابطه $f(x) = \sin x$ مفروض است. نمودار توابع g و h با ضابطه‌های $g(x) = f(\pi - x) - 1$ و $h(x) = -f(x + \frac{\pi}{4})$ در بازه $[0, 2\pi]$ ، چند نقطه مشترک دارند؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۸- α و β دو زاویه متمم‌اند. اگر $\sin \alpha + \sin \beta = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\cos(\beta - \alpha)$ کدام است؟

(۱) $\frac{8}{9}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $-\frac{8}{9}$ (۴) $-\frac{4}{9}$

محل انجام محاسبات

۹- حاصل $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{12}\right)^-} \sin x \cos 11x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۱۰- اگر مجموعه $(b-a, \frac{a}{b}) \cup (4b+b^2, 4b-b^2)$ یک همسایگی محذوف عدد ۴ باشد، مقدار ab کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

۱۱- مجموع حدهای راست و چپ تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 - [x]^2}{[x]^3 - x^3}$ در $x=1$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است).

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) -۲ (۴) $-\frac{5}{3}$

۱۲- تابع f با ضابطه $f(x) = \sqrt{-x^2 + (m+1)x - m}$ در نقاطی به طولهای a و $a+3$ تعریف می‌شود ولی حد ندارد. مقدار am کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۱۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{[x]x^2 + 2}{x+1}$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است).

- (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) صفر

۱۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{a\sqrt{x} - [x]}{x^2 - 2x - 8}$ در صورت وجود، چند برابر a است؟ ([]، نماد جزء صحیح است).

- (۱) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{18}$ (۳) $\frac{1}{24}$ (۴) $\frac{1}{36}$

۱۵- نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ را ۲ واحد به راست و یک واحد به پایین می‌بریم. نمودار جدید روی نمودار تابع f منطبق می‌شود. اگر g تابع همانی باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{g(x) - 3}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{6}$

۱۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \cos^2 x}{\sin x \sin 2x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$



۱۷- تابع f روی $\mathbb{R}$ پیوسته است. مقدار $f(-1)$ کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x-1}} & ; x > 1 \\ 2-b & ; x = 1 \\ ax+b & ; x < 1 \end{cases}$$

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۵ (۴) -۵

۱۸- تابع f با ضابطه $f(x) = \left[\frac{x}{3}\right]$ روی بازه $(k, 4)$ پیوسته است. حداکثر مقدار k کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۹- تابع f با ضابطه $f(x) = (x^3 - x)[x]$ روی بازه $(k, -1)$ پیوسته است. حداکثر مقدار k کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

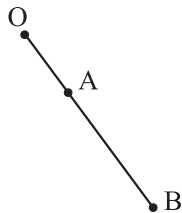
۲۰- اگر تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - \sqrt{x^2}}{x^2 - m\sqrt{x^2}} & ; x \neq 0 \\ \frac{m-1}{m+3} & ; x = 0 \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow f(0)} f(x)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{8}$



هندسه یازدهم

۲۱- در شکل زیر $AB = 2OA = 12$ است. اگر A' و B' به ترتیب مجانس نقاط A و B به مرکز O و نسبت $k = \frac{3}{4}$ باشند، آن گاه نسبت $\frac{AB'}{A'B}$ کدام است؟



$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{5}{9} \quad (1)$$

$$\frac{7}{12} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

۲۲- اگر G نقطه هم‌رسی میانه‌های مثلث ABC و مثلث $A'B'C'$ مجانس مثلث ABC به مرکز G و با نسبت $\frac{1}{4}$ باشد، نسبت مساحت ناحیه محصور بین این دو مثلث به مساحت مثلث $A'B'C'$ کدام است؟

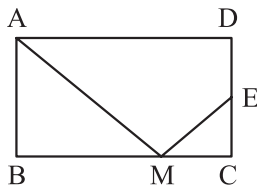
$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{4}{3} \quad (1)$$

۲۳- در شکل زیر، چهارضلعی $ABCD$ مستطیل و نقطه E وسط CD است. می‌خواهیم از نقطه A به نقطه‌ای مانند M روی ضلع BC رفته و از آن جا به نقطه E برویم. اگر طول مسیر شکسته AME کم‌ترین مقدار ممکن باشد، نسبت $\frac{BM}{BC}$ کدام است؟



$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

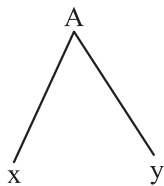
$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3)$$

۲۴- دو متحرک از نقطه A ، اولی در مسیر Ax و دومی در مسیر Ay هم‌زمان و با سرعت ثابت شروع به حرکت می‌کنند. سرعت متحرک اول دو برابر سرعت متحرک دوم است. پس از مدت زمان t ، متحرک اول به نقطه B و متحرک دوم به

نقطه C می‌رسد. نسبت $\frac{\sin B}{\sin C}$ کدام است؟



$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

۲۵- طول اضلاع یک متوازی‌الاضلاع ۴ و ۶ و مساحت آن $16\sqrt{2}$ است. طول قطر بزرگ این متوازی‌الاضلاع کدام است؟

$$6\sqrt{2} \quad (4)$$

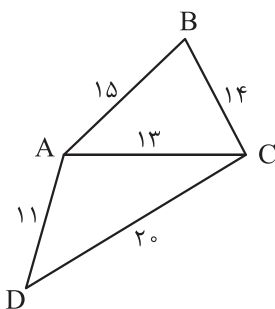
$$2\sqrt{17} \quad (3)$$

$$8 \quad (2)$$

$$2\sqrt{15} \quad (1)$$

محل انجام محاسبات

۲۶- مساحت چهارضلعی ABCD در شکل مقابل کدام است؟



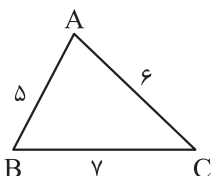
(۱) ۱۳۰

(۲) ۱۴۰

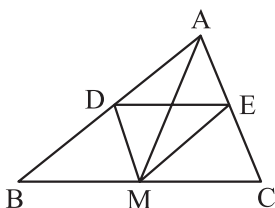
(۳) ۱۵۰

(۴) ۱۶۰

۲۷- اگر h_a و h_c به ترتیب ارتفاع‌های وارد بر اضلاع BC و AB در مثلث ABC باشند، آنگاه حاصل $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_c}$ کدام است؟

(۲) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (۱) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۲۸- در مثلث ABC، $AC = 7$ ، $BC = 12$ و طول میانه AM برابر ۸ است. اگر MD نیمساز زاویه AMB و $DE \parallel BC$ باشد، آنگاه طول ME کدام است؟

(۱) $2\sqrt{6}$

(۲) ۵

(۳) $4\sqrt{2}$

(۴) ۶

۲۹- در مثلث ABC، $AB = 3$ ، $AC = 6$ و $\hat{A} = 120^\circ$ است. اگر AD نیمساز زاویه داخلی A باشد (D روی ضلع BC قرار دارد)، مساحت مثلث ABD کدام است؟

(۴) $3\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۲) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (۱) $\sqrt{3}$

۳۰- فرض کنید m_a ، m_b و m_c اندازه میانه‌های مثلثی به طول اضلاع $a = 8$ ، $b = 6$ و $c = 4$ باشند. مثلثی به طول اضلاع m_a ، m_b و m_c چگونه است؟

(۱) حاده‌الزاویه

(۲) قائم‌الزاویه

(۳) منفرجه‌الزاویه

(۴) چنین مثلثی وجود ندارد.

محل انجام محاسبات



آمار و احتمال

۳۱- تعداد اعضای یک جامعه در جدول زیر آمده است:

x_i	۱	۲	۳	۴
f_i	۳	۴	۳	۱۰

احتمال آن که یک نمونه سه عضوی پارامتر میانگین را دقیق برآورد کند، کدام است؟

$$\frac{۶۴}{۲۸۵} \quad (۴) \quad \frac{۱۲۹}{۵۷۰} \quad (۳) \quad \frac{۹۱}{۵۷۰} \quad (۲) \quad \frac{۴۶}{۲۸۵} \quad (۱)$$

۳۲- حقوق مهندسان یک شرکت ۲۲، ۲۳، ۲۵، ۲۷ و ۲۷ میلیون تومان است. چند نمونه دو عضوی میانگین را کم تر از مقدار واقعی اش برآورد می کنند؟

$$۷ \quad (۴) \quad ۶ \quad (۳) \quad ۵ \quad (۲) \quad ۴ \quad (۱)$$

۳۳- اگر نمونه های ۲۵، ۱۳ و ۱۱ از جامعه $N, ۱, ۲, \dots, N$ به کمک میانگین به کدام نزدیک تر است؟

$$۳۱ \quad (۱) \quad ۳۲ \quad (۲) \quad ۳۳ \quad (۳) \quad ۳۴ \quad (۴)$$

۳۴- انحراف معیار برآورد میانگین جامعه ای با نمونه های ۴۰۰ عضوی و واریانس ۵۷۶ کدام است؟

$$۱/۴ \quad (۱) \quad ۱/۲ \quad (۲) \quad ۱/۳۳ \quad (۳) \quad ۱/۲۵ \quad (۴)$$

۳۵- اگر بخواهیم طول بازه اطمینان ۹۵ درصدی برای برآورد میانگین نصف شود، باید چند عضو دیگر به نمونه ۱۰۰ عضوی اضافه کنیم؟

$$۱۰۰ \quad (۱) \quad ۲۰۰ \quad (۲) \quad ۳۰۰ \quad (۳) \quad ۴۰۰ \quad (۴)$$

۳۶- از یک جامعه، نمونه ای ۲۲۵ عضوی انتخاب کردیم که بازه اطمینان بیش از ۹۵٪ برای برآورد میانگین با استفاده از این نمونه به صورت $[۱۲/۸, ۱۳/۴]$ شده است. اگر به این نمونه ۱۷۵ عضو اضافه کنیم، به طوری که میانگین و انحراف معیار تغییر نکند، طول بازه اطمینان بیش از ۹۵٪ جدید برای برآورد میانگین چه قدر می شود؟

$$۰/۳ \quad (۱) \quad ۰/۳۶ \quad (۲) \quad ۰/۴ \quad (۳) \quad ۰/۴۵ \quad (۴)$$

۳۷- بازه اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین یک جامعه با توجه به نمونه ۳۳۷، ۲۹، ۲۲، ۱۵، ۸، ۱ کدام است؟ (انحراف معیار جامعه را برابر با انحراف معیار نمونه بگیرد.)

$$[۱۹۶ - ۱۰\sqrt{۲}, ۱۹۶ + ۱۰\sqrt{۲}] \quad (۱) \quad [۱۶۹ - ۱۰\sqrt{۲}, ۱۶۹ + ۱۰\sqrt{۲}] \quad (۲) \\ [۱۹۶ - ۲۰\sqrt{۲}, ۱۹۶ + ۲۰\sqrt{۲}] \quad (۳) \quad [۱۶۹ - ۲۰\sqrt{۲}, ۱۶۹ + ۲۰\sqrt{۲}] \quad (۴)$$

محل انجام محاسبات

۳۸- بازه اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین جامعه‌ای $[2/88, 3/12]$ است. با فرض برابری انحراف معیار در جامعه و نمونه، ضریب تغییرات در نمونه ۱۶ عضوی چند درصد است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۳۹- در آزمایش پرتاب سه سکه، دو پیشامد A و B مستقل‌اند و هیچ کدام زیرمجموعه دیگری نیست و $A \cap B = \{(ر, ر, ر), (پ, ر, ر), (ر, ر, پ), (پ, ر, پ)\}$ در این صورت $P(A \cup B)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{7}{8}$ (۳) ۱ (۴) نمی توان گفت.

۴۰- اگر $P(A|B) = 0/3$ و $P(A|B') = 0/2$ باشد، با فرض $P(A) = 0/22$ مقدار $P(B|A)$ کدام است؟

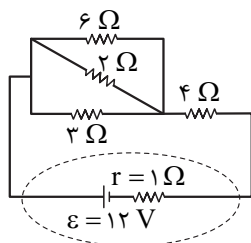
- (۱) $\frac{1}{11}$ (۲) $\frac{2}{11}$ (۳) $\frac{3}{11}$ (۴) $\frac{4}{11}$

فیزیک یازدهم

۴۱- اگر در یک آذرخش، جریان الکتریکی متوسط 200 A بین دو ابر با اختلاف پتانسیل الکتریکی 40 kV برقرار شود، توان الکتریکی آن چند مگاوات است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۴۰ (۴) ۸۰

۴۲- در مدار شکل زیر، توان خروجی باتری چند وات است؟



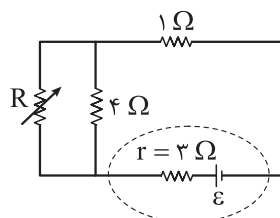
(۱) ۱۶

(۲) ۱۸

(۳) ۲۰

(۴) ۲۲

۴۳- در مدار شکل زیر، با افزایش مقاومت متغیر R از صفر تا 12Ω ، توان خروجی باتری چگونه تغییر می‌کند؟



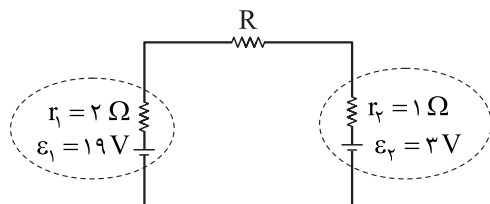
(۱) کاهش می‌یابد.

(۲) افزایش می‌یابد.

(۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

(۴) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

۴۴- در مدار شکل زیر، اگر توان خروجی باتری (۱)، سه برابر توان ورودی باتری (۲) باشد، مقاومت R چند اهم است؟



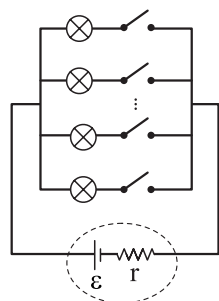
(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

۴۵- در مدار شکل زیر، تعدادی لامپ مشابه به طور موازی به یک باتری متصل شده‌اند و هر لامپ با یک کلید همراه است. اگر کلیدها را به ترتیب یکی پس از دیگری ببندیم، با بسته شدن کلید n ام، جریان گذرنده از هر یک از لامپ‌های روشن قبلی، چند برابر می‌شود؟ (مقاومت درونی باتری برابر با مقاومت هر یک از لامپ‌هاست.)



(۱) $\frac{n+1}{n}$

(۲) $\frac{n}{n+1}$

(۳) $\frac{n-1}{n}$

(۴) $\frac{n}{n-1}$

محل انجام محاسبات

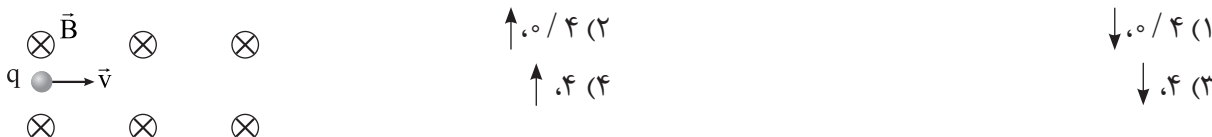


۴۶- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

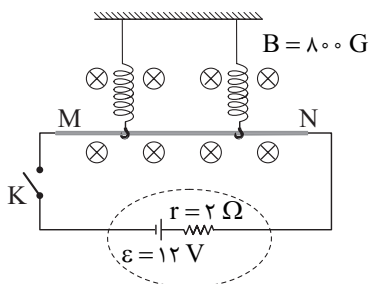
- (الف) شیب مغناطیسی در هر نقطه برابر با زاویه میدان مغناطیسی زمین با محور قائم بر زمین است.
 (ب) میدان مغناطیسی درون آهنرباها از قطب N به S است.
 (پ) برای ساخت آهنربای دائم از مواد فرومغناطیس سخت استفاده می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۴۷- ذره باردار $q = -5 \mu C$ ، مطابق شکل زیر با تندی $v = 400 \text{ m/s}$ به طور عمود وارد میدان مغناطیسی یکنواخت و درون سوی $B = 0.2 \text{ T}$ می‌شود. نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره، چند میلی‌نیوتون و در کدام جهت است؟



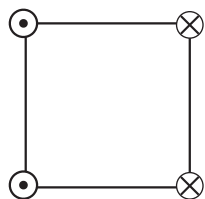
۴۸- در مدار شکل زیر، میله MN به طول 50 cm و مقاومت الکتریکی 2Ω از دو نیروسنج مشابه آویزان است. با بسته شدن کلید، مقداری که هر نیروسنج نشان می‌دهد، چند میلی‌نیوتون و چگونه تغییر می‌کند؟ (مقاومت الکتریکی



سیم‌های رابط ناچیز است.)

- (۱) 120 ، افزایش
 (۲) 120 ، کاهش
 (۳) 60 ، افزایش
 (۴) 60 ، کاهش

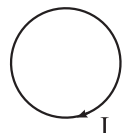
۴۹- در شکل زیر، چهار سیم راست و بلند، حامل جریان‌های مساوی، در رأس‌های مربعی، عمود بر صفحه قرار دارند. اگر بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از هر یک از سیم‌ها در مرکز مربع برابر با B باشد، میدان مغناطیسی خالص در مرکز مربع، چند برابر B و در کدام جهت است؟



- (۱) 2 / $\uparrow$
 (۲) 2 / $\downarrow$
 (۳) $2\sqrt{2}$ / $\uparrow$
 (۴) $2\sqrt{2}$ / $\downarrow$

۵۰- در شکل زیر از حلقه‌ای با مساحت سطح $36\pi \text{ cm}^2$ ، جریان الکتریکی $I = 5 \text{ A}$ در جهت ساعتگرد می‌گذرد.

بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از حلقه در مرکز آن چند گاوس و در کدام جهت است؟ ($\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$)

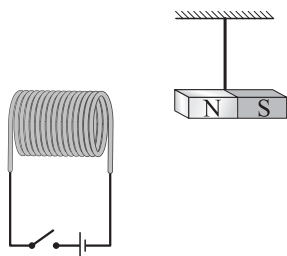


- (۱) 5 / $\odot$
 (۲) 5 / $\otimes$
 (۳) 5 / $\odot$
 (۴) 5 / $\otimes$

محل انجام محاسبات



۵۱- سیملوله‌ای که در هر سانتی‌متر آن ۵ حلقه وجود دارد، مطابق شکل زیر در کنار یک آهنربای آویزان قرار دارد. با وصل شدن کلید، جریان الکتریکی 4 A از سیملوله می‌گذرد. در این حالت، بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملوله چند گاوس است و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر آهنربا از طرف سیملوله کدام است؟ $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$

(۱) ۱۸، $\rightarrow$ (۲) ۱۸، $\leftarrow$ (۳) ۲۴، $\rightarrow$ (۴) ۲۴، $\leftarrow$

۵۲- میدان مغناطیسی یکنواختی با بزرگی 0.6 T ، با سطح حلقه‌ای زاویه 30° می‌سازد. اگر شار مغناطیسی گذرنده از درون حلقه برابر با $9 \times 10^{-3}\text{ Wb}$ باشد، قطر حلقه چند سانتی‌متر است؟ $(\pi = 3)$

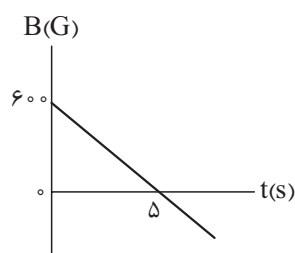
(۴) ۲۵

(۳) ۲۰

(۲) ۱۰

(۱) ۵

۵۳- میدان مغناطیسی یکنواختی از درون حلقه‌رسانایی با مساحت 500 cm^2 می‌گذرد. این میدان با سطح حلقه زاویه 37° می‌سازد. نمودار تغییرات اندازه این میدان مغناطیسی بر حسب زمان به شکل زیر است. اندازه نیروی محرکه القایی متوسط در حلقه در ۳ ثانیه اول، چند میلی‌ولت است؟ $(\cos 37^\circ = 0.6)$



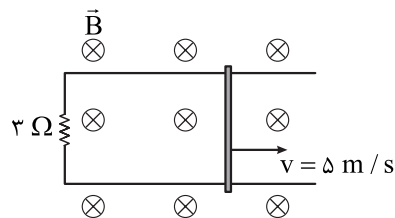
(۱) ۲۴ / ۰

(۲) ۶ / ۰

(۳) ۳۶ / ۰

(۴) ۴۸ / ۰

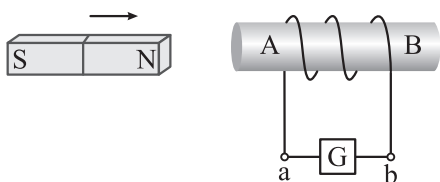
۵۴- در شکل زیر، میله‌رسانایی به طول 80 cm با تندی ثابت $v = 5\text{ m/s}$ روی رسانای U شکلی، در جهت نشان داده شده، در حرکت است. اگر در این محیط میدان مغناطیسی یکنواخت و درون‌سوی $B = 0.3\text{ T}$ برقرار باشد، نیروی مغناطیسی وارد بر میله چند نیوتون و در کدام جهت است؟ (مقاومت الکتریکی میله و سیم‌های رابط ناچیز است).

(۱) 96×10^{-3} ، $\leftarrow$ (۲) 96×10^{-3} ، $\rightarrow$ (۳) 96×10^{-2} ، $\leftarrow$ (۴) 96×10^{-2} ، $\rightarrow$

محل انجام محاسبات



۵۵- در شکل زیر آهنربای میله‌ای در حال نزدیک شدن به سیملوله است. در این حالت، جریان الکتریکی القایی که از گالوانومتر می‌گذرد، به کدام جهت است و در ناحیه A چه قطب مغناطیسی ایجاد می‌شود؟



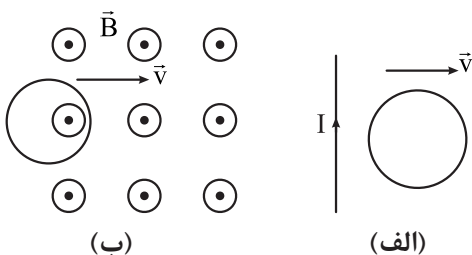
(۱) از a به b، S

(۲) از a به b، N

(۳) از b به a، S

(۴) از b به a، N

۵۶- در شکل (الف)، سیم بلند و حامل جریان ثابت I در صفحه قرار دارد و در شکل (ب)، میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ عمود بر صفحه به سمت بیرون صفحه است. در هر دو شکل حلقهٔ رسانایی در حال حرکت به طرف راست است. در وضعیت‌های نشان داده شده، جهت جریان القاشده در حلقه در شکل‌های (الف) و (ب) به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



(۱) ساعتگرد، ساعتگرد

(۲) ساعتگرد، پادساعتگرد

(۳) پادساعتگرد، ساعتگرد

(۴) پادساعتگرد، پادساعتگرد

۵۷- القاگری با ضریب القاوری ۵ mH حامل جریان الکتریکی I است. اگر جریان گذرنده از القاگر ۲ A افزایش یابد، انرژی ذخیره شده در آن ۷۰ میلی ژول افزایش می‌یابد. I برابر با چند آمپر است؟

(۴) ۷

(۳) ۶

(۲) ۵

(۱) ۴

۵۸- در لحظه‌ای که شار مغناطیسی گذرنده از پیچۀ یک مولد جریان متناوب، ۴۰ درصد کم‌تر از بیشینهٔ شار مغناطیسی عبوری از آن است، جریان تولیدی مولد ۴ A کم‌تر از بیشینهٔ جریان تولیدی آن است. بیشینهٔ جریان تولیدشده توسط این مولد چند آمپر است؟

(۴) ۲۰

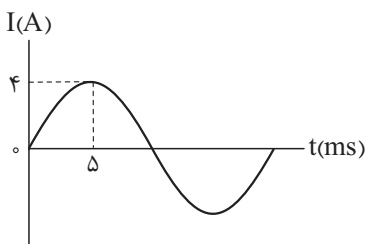
(۳) ۱۶

(۲) ۱۲

(۱) ۱۰

۵۹- شکل زیر نمودار جریان متناوب سینوسی حاصل از یک مولد جریان متناوب را نشان می‌دهد. جریان عبوری در

لحظهٔ $t = \frac{9}{400} \text{ s}$ چند آمپر است؟



(۱) صفر

(۲) $2\sqrt{2}$

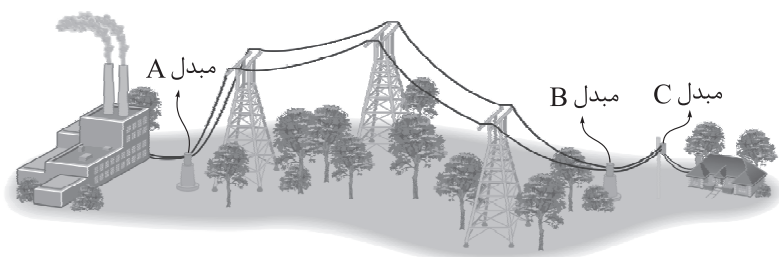
(۳) $2\sqrt{3}$

(۴) ۴

محل انجام محاسبات



۶۰- شکل زیر خطوط انتقال انرژی الکتریکی از یک نیروگاه تا محل مصرف را نشان می‌دهد. نوع مبدل‌های A، B و C



به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- (۱) کاهنده، کاهنده، افزایشنده
- (۲) کاهنده، افزایشنده، افزایشنده
- (۳) افزایشنده، کاهنده، افزایشنده
- (۴) افزایشنده، کاهنده، کاهنده



شیمی یازدهم

۶۱- کدام گزینه جمله زیر را به درستی تکمیل می کند؟

«در مولکول الکل سازنده اتیل بوتانوات، نسبت شمار اتم های هیدروژن به کربن برابر و اختلاف جرم مولی ساده ترین آمین و آشناترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها گرم است.»

($H = 1, C = 12, N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$)

(۲) ۳ - ۲۹

(۱) ۳ - ۱۴

(۴) ۲ - ۲۹

(۳) ۲ - ۱۴

۶۲- کدام گزینه درباره کولار نادرست است؟

(۱) در ساختار آن علاوه بر هیدروژن، عنصرهایی از گروه های ۱۴، ۱۵ و ۱۶ جدول دوره ای نیز وجود دارد.

(۲) پوشاک دوخته شده از کولار، سبک و بسیار محکم بوده و در برابر ضربه، خراش و بریدگی مقاوم است.

(۳) از این پلیمر می توان در تولید لباس های مخصوص موتورسواری، جلیقه های ضدگلوله و تایر اتومبیل استفاده کرد.

(۴) نوعی پلی آمید طبیعی بوده و از فولاد هم جرم خود پنج برابر مقاوم تر است.

۶۳- اگر در واکنش $2CH_4(g) \rightarrow C_2H_6(g) + H_2(g)$ ، به ازای تولید ۵ لیتر فراورده، ۹/۶ کیلوژول گرما مصرف شود،

آنتالپی واکنش هیدروژن دارشدن اتن چند کیلوژول خواهد بود؟ (میانگین آنتالپی پیوند $C \equiv C$ ، $C - H$ به ترتیب ۴۱۵

و ۶۱۴ کیلوژول بر مول، آنتالپی پیوند $H - H$ ، ۴۳۶ کیلوژول بر مول و حجم مولی گازها در شرایط واکنش ۲۵ لیتر است.)

(۴) -۲۱۴

(۳) -۱۹۱

(۲) -۱۰۵

(۱) -۱۵۰

۶۴- پس از موازنه معادله واکنش $NH_3(g) + O_2(g) \rightarrow N_2(g) + H_2O(l)$ ، کدام موارد درست است؟

$$\text{الف) واکنش } \bar{R} = \frac{\Delta[N_2]}{2} = \frac{\Delta[O_2]}{3}$$

$$\text{ب) } \Delta n_{N_2} = \frac{-2\Delta n_{O_2}}{3} = \frac{-\Delta n_{NH_3}}{2}$$

$$\text{پ) واکنش } \bar{R}_{O_2} = \frac{3}{2} \bar{R}_{N_2} = 3\bar{R}$$

$$\text{ت) } \frac{\Delta[N_2]}{\Delta[NH_3]} = \frac{\Delta[H_2O]}{1/5\Delta[NH_3]}$$

(۲) ب - پ

(۱) ب - پ - ت

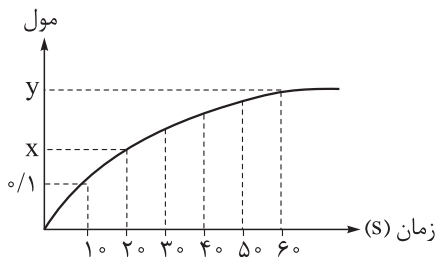
(۴) الف - ت

(۳) الف - پ

محل انجام محاسبات



۶۵- با توجه به نمودار زیر که مربوط به تغییرات شمار مول یکی از فراورده‌های واکنش $2HI(g) + F_2(g) \rightarrow I_2(s) + 2HF(g)$ می‌باشد، کدام گزینه درست است؟ (سرعت متوسط واکنش تا ثانیه دهم برابر $3 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$ است.)



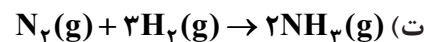
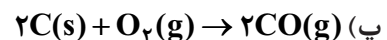
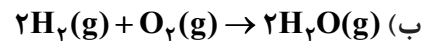
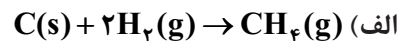
(۱) نمودار داده شده، مربوط به فراورده جامد واکنش است.

(۲) سرعت متوسط واکنش در بازه صفر تا ۲۰ ثانیه از سرعت متوسط مصرف فلئور در بازه ۲۰ تا ۴۰ ثانیه کم‌تر است.

(۳) اگر $y - x = 0.2$ باشد، سرعت متوسط مصرف هیدروژن یدید در بازه ۲۰ تا ۶۰ ثانیه برابر 5×10^{-3} مول بر ثانیه خواهد بود.

(۴) با انتقال واکنش به ظرف بزرگ‌تر، سرعت واکنش بر حسب مولار بر زمان افزایش می‌یابد.

۶۶- اندازه‌گیری گرمای کدام واکنش‌ها به طور تجربی امکان‌پذیر نیستند و برای به دست آوردن آنتالپی آن‌ها از قانون هس می‌توان کمک گرفت؟



(۱) الف - پ (۲) الف - ب (۳) پ - ت (۴) ب - ت

۶۷- با توجه به این که چگالی دو پلی‌اتن A و پلی‌اتن B به ترتیب 0.92 و 0.97 گرم بر سانتی‌متر مکعب است، پاسخ درست پرسش‌های زیر، به ترتیب از راست به چپ، در کدام گزینه آمده است؟
(الف) استحکام کدام پلیمر بیشتر است؟

(ب) در تولید کدام پلیمر، برخی از مونومرهای آن از کناره‌ها به یکدیگر افزوده می‌شوند؟

(پ) کدام پلیمر در ساخت بطری کدر شیر به کار می‌رود؟

(۱) B - A - B (۲) A - A - B

(۳) A - B - B (۴) A - B - A

۶۸- کدام موارد زیر درست است؟

(الف) سالانه بیش از $\frac{1}{4}$ از غذایی که در جهان فراهم می‌شود، به مصرف نمی‌رسد.

(ب) افزایش مصرف گوشت و لبنیات، سبب کاهش ورود مواد شیمیایی ناخواسته به محیط زیست می‌شود.

(پ) سهم تولید CO_2 در رد پای غذا، به مراتب بیشتر از سوخت‌های فسیلی است.

(ت) مطابق با الگوی کنونی مصرف غذا، ظرف چند سال آینده، مساحت زمین مورد نیاز برای تأمین غذا کاهش می‌یابد.

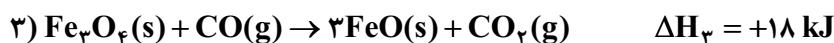
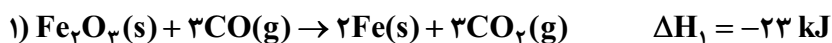
(۱) ب - پ (۲) ب - ت (۳) الف - پ (۴) الف - ت

محل انجام محاسبات



۶۹- کدام مورد نادرست است؟

- (۱) با قراردادن محفظه‌ای شیشه‌ای حاوی گازهای NO_2 و N_2O_4 در آب گرم، مخلوط تیره‌تر می‌شود.
 (۲) فرمول $\text{C}_8\text{H}_8\text{O}$ ، می‌تواند مربوط به الکی با یک حلقه آروماتیک باشد.
 (۳) گرماسنج لیوانی روشی مستقیم و مناسب برای تعیین آنتالپی واکنش‌های سوختن است.
 (۴) واکنش تبدیل اکسیژن به اوزون همانند واکنش $6\text{CO}_2 + 6\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6\text{O}_2$ ، گرماگیر است.
 ۷۰- با توجه به واکنش‌های داده‌شده، اگر با مصرف ۲ / ۰ مول CO در واکنش $\text{FeO(s)} + \text{CO(g)} \rightarrow \text{Fe(s)} + \text{CO}_2\text{(g)}$ ،
 ۲ / ۲ کیلوژول گرما آزاد شود، ΔH واکنش (۲) چند کیلوژول است؟



$$-171 \text{ (۴)} \quad +171 \text{ (۳)} \quad -39 \text{ (۲)} \quad +39 \text{ (۱)}$$

۷۱- کدام گزینه درباره عوامل مؤثر بر سرعت واکنش درست است؟

- (۱) در واکنش سوختن قند آغشته به خاک باغچه و تجزیه هیدروژن پراکسید در حضور پتاسیم یدید، خاک باغچه و پتاسیم یدید باعث کاهش زمان انجام واکنش و تولید بیشتر فراورده می‌شوند.
 (۲) عامل افزایش سرعت در بی‌رنگ شدن محلول پتاسیم پرمنگنات مخلوط‌شده با اسید آلی، همانند عامل افزایش سرعت سوختن آهن داغ درون ظرف پر از اکسیژن است.
 (۳) فلزهای قلیایی سدیم و پتاسیم در شرایط یکسان با آب سرد واکنش می‌دهند و دلیل تفاوت سرعت آن‌ها، تفاوت در واکنش‌پذیری آن‌ها است.
 (۴) با افزایش سطح تماس، سرعت واکنش‌های مفید برخلاف واکنش‌های مضر مانند فاسدشدن مواد غذایی، افزایش می‌یابد.
 ۷۲- ۴ مول گاز A را در ظرفی وارد می‌کنیم تا به گازهای NO_2 و O_2 تجزیه شود. مطابق داده‌های جدول زیر، کدام مورد درست است؟

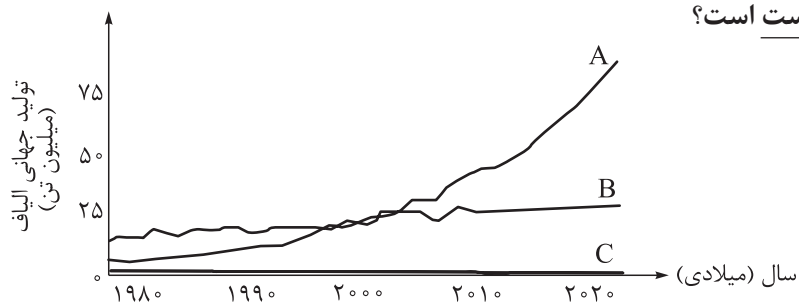
mol			زمان (ثانیه)
O_2	NO_2	A	
۰ / ۱۵	۰ / ۶۰	۳ / ۷۰	۱۰
۰ / ۲۵	۱	۳ / ۵۰	۲۰
a	۱ / ۲۴	c	۳۰
۰ / ۳۵	b	۳ / ۳۰	۴۰

- (۱) ۴ / ۰ مول از A، جرمی برابر با ۳۶ / ۸ گرم دارد.
 (۲) سرعت واکنش در ۱۰ ثانیه چهارم، ۳۶ / ۰ مول بر دقیقه است.
 (۳) سرعت متوسط مصرف A در ۳۰ ثانیه اول واکنش به تقریب برابر 32×10^{-3} مول بر ثانیه است.
 (۴) سرعت تولید NO_2 در بازه ۴۰ تا ۵۰ ثانیه می‌تواند ۳۷ / ۶ گرم بر دقیقه باشد.

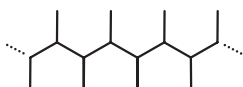
محل انجام محاسبات



۷۳- با توجه به نمودار زیر، کدام مورد نادرست است؟

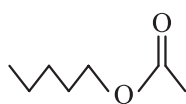


- (۱) الیاف A را می‌توان از واکنش الکل‌های دو عاملی با کربوکسیلیک اسیدهای دو عاملی تهیه کرد.
 (۲) نوع عنصرهای سازنده الیاف C و کولار یکسان است.
 (۳) حدود ۵۰ درصد از لباس‌های تولیدی در جهان از الیاف B تهیه می‌شود.
 (۴) مونومر سازنده الیاف B، سلولز بوده و شمار اتم‌های سازنده هر مولکول آن بسیار زیاد است.
- ۷۴- ساختار زیر، بخشی از یک پلیمر را نشان می‌دهد. با توجه به آن کدام مورد نادرست است؟ ($H = 1, C = 12 : g.mol^{-1}$)



- (۱) شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول شیمیایی مونومر سازنده آن با شمار این اتم‌ها در استیرن یکسان است.
 (۲) مونومر سازنده آن ۲- بوتن بوده و تفاوت جرم مولی آن با پنجمین عضو آلکن‌ها برابر ۱۴ گرم است.
 (۳) با قراردادن دو گروه متیل به جای دو اتم هیدروژن در اتیلن، می‌توان مونومر این پلیمر را تهیه نمود.
 (۴) اگر نمونه‌ای از این پلیمر $10^{26} \times 18 / 0.6$ اتم کربن داشته باشد، جرم آن برابر 42×10^3 گرم است.

۷۵- کدام مورد درست است؟



- (۱) ویتامین A برخلاف ویتامین‌های C و D، در آب نامحلول است.
 (۲) الکل سازنده استری با ساختار روبه‌رو در آب، نامحلول است.

- (۳) شاخ حیوانات و پشم گوسفند، نمونه‌ای از پلیمرهای دارای گروه عاملی $-C(=O)-O-N-$ می‌باشند.
 (۴) شمار پیوندهای یگانه در سیانواتن با شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در فورمیک اسید یکسان است.

۷۶- از سوزاندن مقداری گاز اتان، $13/2$ گرم فراورده گازی و 234 کیلوژول گرما در شرایط STP تولید شده است. اگر ارزش سوختی متان برابر $55/625$ کیلوژول بر گرم باشد، آنتالپی سوختن پروپان در این شرایط چند کیلوژول بر مول خواهد بود؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)

۲۴۳۰ (۴)

۲۲۳۰ (۳)

۲۳۲۰ (۲)

۲۱۲۰ (۱)

محل انجام محاسبات



۷۷- اگر جرم مولی نوعی پلی اتن برابر ۱۴ کیلوگرم بر مول باشد، تعداد واحد تکرارشونده هر مولکول از آن، چند برابر تعداد واحد تکرارشونده نوعی پلی سیانو اتن با جرم مولی ۱۰۶۰ گرم بر مول است؟
($H = 1, C = 12, N = 14, O = 16: g.mol^{-1}$)

(۴) ۳۲

(۳) ۴۰

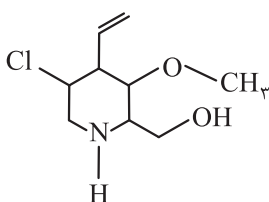
(۲) ۲۰

(۱) ۲۵

۷۸- کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) واکنش کلردار شدن اتن در حضور کاتالیزگر آهن (III) کلرید انجام می شود.
- (۲) جرم مولی میانگین پلی اتن می تواند با تغییر نسبت جرم کاتالیزگر حاوی Al به جرم کاتالیزگر حاوی Ti تغییر کند.
- (۳) پلی لاکتیک اسید که به طور غیرمستقیم از نشاسته به دست می آید، امکان تبدیل شدن به کود را دارد و نوعی پلیمر سبز محسوب می شود.
- (۴) هر پلیمری که طی بسپارش مونومرهای آن، پیوندهای $C = C$ به $C - C$ تبدیل شوند، ترکیبی سیر شده است.

۷۹- کدام مورد درباره ساختار روبهرو درست است؟



- (۱) شمار پیوندهای $C - H$ در آن، ۵/۱ برابر شمار جفت الکترونهای ناپیوندی روی اتمهای آن است.
- (۲) همانند پلی تترافلورو اتن، ترکیبی سیر نشده محسوب می شود و فاقد حلقه آروماتیک است.
- (۳) همانند مونومر سازنده کیسه خون دارای اتم هالوژن است و طی بسپارش آن پلیمری سیر شده به دست می آید.
- (۴) شمار پیوندهای $C - C$ در آن برابر شمار اتمهای هیدروژن در متیل بوتانوات است.

۸۰- کدام مقایسه به درستی انجام شده است؟

- (۱) آنتالپی پیوند: $N - H > H - H$
- (۲) گرمای سوختن مولی: اتانول > اتین
- (۳) سرعت واکنش: تجزیه سلولز < تشکیل رسوب نقره کلرید در واکنش سدیم کلرید و نقره نیترات
- (۴) شمار پیوند کربن - کربن: پروپانوئیک اسید < متیل متانوات

پاسخ‌نامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۶:۰۰ از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید
از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.



آزمون‌های تشریحی خیلی سبز



۵ مرحله در طول سال

شبیه‌سازی کامل امتحان نهایی

- منطبق بر بارم‌بندی آموزش و پرورش
- تشابه کامل فرم برگه سوال، پاسخ‌برگ، کلید، پاسخنامه و حتی فونت سوال‌ها با امتحان نهایی
- پوشش همه مطالب و انواع سوالات
- ارائه یک یا دو تست عیناً مشابه امتحان نهایی
- هم‌سطح با دشواری سوالات امتحان نهایی



پاسخنامه‌های خیلی تشریحی

- ارائه پاسخ کامل و مرحله به مرحله
- محتوای یاددهنده شامل درسنامه
- ارائه نکات کلیدی هر سوال

تصحیح کاملاً مکانیزه

- تصحیح کاملاً حرفه‌ای توسط دو مصحح
- تصحیح سوم در صورت اختلاف نظر دو مصحح قبل
- تصحیح به صورت بررسی یک سوال برای گروهی از دانش‌آموزان
- امکان کامنت‌گذاری مصحح در فرایند تصحیح
- امکان درخواست تصحیح مجدد در پل ثبت اعتراض

کارنامه‌های بسیار کاربردی

- کارنامه تحلیلی و مقایسه‌ای
- نمره به تفکیک سوال
- کارنامه مبحثی



باسخ نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز



مرحله پانزدهم

پایه یازدهم

۱۸/ اردیبهشت/ ۱۴۰۵

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

ویژه یازدهمی های ۱۴۰۴

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	کوروش اسلامی - فرشاد حسن زاده - عادل حسینی - علی شهبازی - محمد گودرزی - محسن علی نجاری
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - محمدمهدی زنگنه - حسین هاشمی طاهری
آمار و احتمال	عطا صادقی - سروش موئینی
فیزیک	یاشار انگوتی - نوید شاهی
شیمی	ارژنگ خانلری - یاسر عبداللهی - محمد عظیمیان زواره - امیر قاسمی پور - محمد قهرمانی نژاد - امیرحسین مسلمی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	محسن علی نجاری	محسن علی نجاری	عادل حسینی	سروش موئینی	سهیل تقی زاده منصور زرکش اصفهانی
هندسه	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	سید عباس حسینی	منصور زرکش اصفهانی ماهان فنی فر مریم نظری
آمار و احتمال	مسعود شفیعی	مسعود شفیعی	علیرضا کاظمی بقا	امیرحسین ابومحبوب نیلوفر مهدوی	ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
فیزیک	نوید شاهی	یاشار انگوتی	مریم گلی حسنلو	سعید محبی هادی نجفی	آیدین طهماسقلی زاده امیر محمودی انزلی سعید محبی فاطمه نجفی محمد رضا یاری
شیمی	یاسر عبداللهی	امیرحسین مسلمی	امیرحسین مسلمی	یاشار ذریه محمدمهدی کریمیان مرتضی نصیرزاده	محمد رضا بیاتلو هادی عبادی مهدیس محبت پناه

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانپور



Azmoon.kheilisabz.com

آزمون آزمایشی خلی سبز

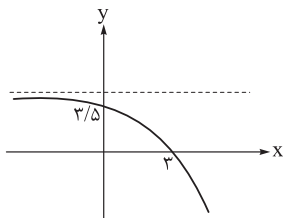
بیتا ابراهیمی - علیرضا جعفری - عادل حسینی

تیم اجرایی و تألیف آزمون

سرپرست تولید	الناز علی یاری زاده
ویراستاران فنی	نیلوفر اعتمادی - نیوشا پیمان - زهرا صفری الهه صفری - فاطمه علی اکبری - محیا غنی فرد نادره نازآوری - ساعده نمازی
رسام	ندا فخاری سارا گنجی آزادپور
صفحه آرایی	صدف امام - مریم حسین زاده سپیده سخائی - الهام سهرابی - طاهره صادق نژاد مائده صبری - نیلوفر فرخجسته - فاطمه قیاسوند مهدیه گل پور - دریا لطفی



اگر نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = 4 - 2^{ax+b}$ به صورت زیر باشد، حاصل $b + f(a)$ کدام است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

مختصات نقاط روی ضابطه تابع جای گذاری کن.

Hint

گام اول: مطابق نمودار، تابع f از نقاط $(3, 0)$ و $(0, 3/5)$ عبور می کند، پس این نقاط در ضابطه تابع صدق می کنند:

$$\frac{f(0)=3/5}{\rightarrow} \quad 3/5 = 4 - 2^b \Rightarrow 2^b = \frac{1}{5} \Rightarrow b = -1$$

$$\frac{f(x)=4-2^{ax-1}, f(3)=0}{\rightarrow} \quad 0 = 4 - 2^{3a-1} \Rightarrow 2^{3a-1} = 2^2 \Rightarrow 3a-1=2 \Rightarrow a=1$$

گام دوم: بنابراین $f(x) = 4 - 2^{x-1}$ است و داریم:

$$f(a) = f(1) = 4 - 2^0 = 3 \Rightarrow b + f(a) = -1 + 3 = 2$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۲ برد تابع f با ضابطه $f(x) = 2x - 4^{\log_2 x}$ کدام است؟

(۴) $[1, +\infty)$ (۳) $(1, +\infty)$ (۲) $(-\infty, 1]$ (۱) $(-\infty, 1)$

پاسخ: گزینه ۲

ضابطه رو ساده کنی به یه تابع درجه دوم می‌رسی.

Hint

ویژگی‌های لگاریتم:

درس Box

۱) $\log_a x + \log_a y = \log_a xy$

۲) $\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$

۳) $\log_y x = \frac{\log_c x}{\log_c y}$: ویژگی تغییر مبنا:

۴) $\log_{y^m} x^n = \frac{n}{m} \log_y x$

۵) $x^{\log_c y} = y^{\log_c x}$

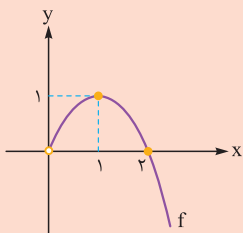
پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ابتدا با استفاده از ویژگی آخر درس باکس، ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$4^{\log_2 x} = x^{\log_2 4} = x^2 ; x > 0$$

دقت کنید که محدوده x در عبارت $\log_2 x$ ، x ‌های مثبت است.

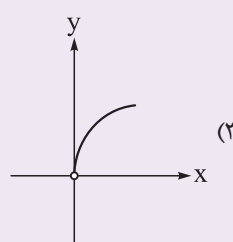
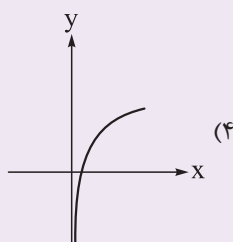
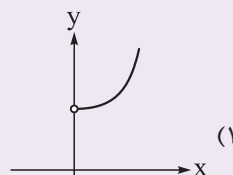
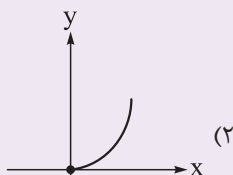
$$\Rightarrow f(x) = 2x - x^2 ; x > 0$$

گام دوم: می‌توانیم به کمک رسم، برد تابع را پیدا کنیم.



مطابق شکل بالا، برد تابع f بازه $(-\infty, 1]$ است.

(سوال ۱۱۵ کنکور ریاضی ۱۴۰۰)

نمودار تابع $f(x) = 9^{\log_3 x}$ ، کدام است؟

کنکور

ریاضیات

اگر $\log_2 4 \approx 0.6$ و $\log_2 3 \approx 1.6$ باشد، مقدار تقریبی عبارت $\log_5 18$ کدام است؟

۱/۵ (۴)

۱/۸ (۳)

۱/۷ (۲)

۱/۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ابتدا مقادیر تقریبی $\log_2 3$ و $\log_2 4$ را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} \log_2 4 = 2 \log_2 2 = 0.6 \Rightarrow \log_2 2 \approx 0.3 \\ \log_2 3 = \frac{\log_2 3}{\log_2 2} \approx 1.6 \xrightarrow{\log_2 2 \approx 0.3} \log_2 3 \approx 0.3 \times 1.6 = 0.48 \end{cases}$$

گام دوم: خواسته سؤال را حساب می کنیم:

$$\log_5 18 = \frac{\log_2 18}{\log_2 5} = \frac{\log_2 (2 \times 3^2)}{\log_2 \frac{10}{2}} = \frac{\log_2 2 + 2 \log_2 3}{1 - \log_2 2}$$

حالا مقادیر تقریبی را برای $\log_2 3$ و $\log_2 2$ جای گذاری می کنیم:

$$\Rightarrow \log_5 18 \approx \frac{0.3 + 2 \times 0.48}{1 - 0.3} = \frac{1.26}{0.7} = 1.8$$

$$\log_5 18 = \frac{\log_2 18}{\log_2 5} = \frac{1 + 2 \log_2 3}{\log_2 10 - 1} = \frac{1 + 2 \log_2 3}{\log_2 2 - 1} \approx \frac{1 + 2 \times 1.6}{0.3 - 1} = 1.8$$

یه جور دیگه

اگر به عددی ۲۰ واحد اضافه کنیم به لگاریتمش در مبنای ۳، یک واحد اضافه می‌شود. جزء صحیح لگاریتم این عدد در مبنای ۲ کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا باید معادله لگاریتمی مورد نظر را بنویسیم:

اگر به عددی ۲۰ واحد اضافه کنیم.

$$\log_3 (x + 20) = \underbrace{\log_3 (x)}_{\substack{\text{به لگاریتمش} \\ \text{در مبنای ۳} \\ \text{یک واحد اضافه می‌شود.}}} + 1$$

گام دوم: حالا معادله بالا را حل می‌کنیم:

$$\log_3 (x + 20) = \log_3 3x \Rightarrow x + 20 = 3x \Rightarrow x = 10$$

گام سوم: بنابراین عدد مورد نظر ۱۰ است و باید جزء صحیح $\log_2 10$ را حساب کنیم:

$$2^3 < 10 < 2^4 \Rightarrow 3 < \log_2 10 < 4 \Rightarrow [\log_2 10] = 3$$

ریاضیات

۵

طول برف پاک کن عقب خودرویی ۲۵ سانتی متر است. اگر برف پاک کن، کمانی به اندازه 108° طی کند، طول کمان طی شده توسط نوک برف پاک کن L سانتی متر است. جزء صحیح L کدام است؟

۴۷ (۴)

۴۵ (۳)

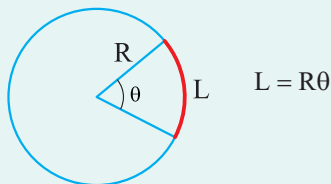
۴۳ (۲)

۴۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

طول کمان: طول کمان روبه رو به زاویه مرکزی θ در دایره ای به شعاع R ، برابر است با $R\theta$ ؛ در این رابطه باید θ برحسب رادیان باشد.



اگر در یک دایره به شعاع R ، دو زاویه مرکزی θ_1 و θ_2 را داشته باشیم که طول کمان های روبه رو به آن ها به ترتیب L_1 و L_2 باشد، داریم:

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{\theta_2}{\theta_1}$$

نکته

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ابتدا اندازه کمان طی شده توسط برف پاک کن را به رادیان تبدیل می کنیم:

$$\theta = \frac{108^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{3\pi}{5} \text{ rad}$$

گام دوم: سپس طول کمان طی شده توسط نوک برف پاک کن را به دست می آوریم:

$$\frac{L=R\theta}{R=25 \text{ cm}} \rightarrow L = 25 \times \frac{3\pi}{5} = 15\pi$$

مقدار تقریبی π را $3/14$ در نظر می گیریم:

$$\xrightarrow{\pi \approx 3/14} L \approx 15 \times 3/14 = 47/1 \Rightarrow [L] = 47$$

طول برف پاک کن عقب خودرویی ۲۴ سانتی متر است. فرض کنید برف پاک کن، کمانی به اندازه 120° طی می کند.

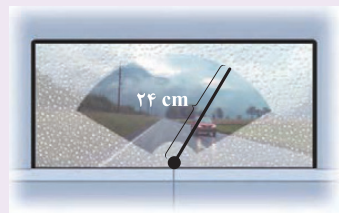
$$(\pi \approx 3/14)$$

کتاب
درسی

الف) اندازه کمان را برحسب رادیان به دست آورید.

ب) طول کمان طی شده توسط نوک برف پاک کن چند سانتی متر است؟

(مسأله (۱) - تمرین ۲ صفحه ۹۶ کتاب درسی)



اگر $\cot 29^\circ \approx 1/8$ باشد، مقدار تقریبی عبارت $\frac{2 \sin 331^\circ + \cos 151^\circ}{\cos 119^\circ - 3 \sin 209^\circ} + \tan 61^\circ$ کدام است؟

۰/۲ (۴)

-۰/۲ (۳)

۰/۱ (۲)

-۰/۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

همه زاویه‌ها رو باید برحسب 29° بنویسی.

Hint

نسبت‌های مثلثاتی $k\pi + \alpha$:

درس‌Box

زوج k

$\sin(k\pi + \alpha) = \sin \alpha$

$\cos(k\pi + \alpha) = \cos \alpha$

$\tan(k\pi + \alpha) = \tan \alpha$

$\cot(k\pi + \alpha) = \cot \alpha$

فرد k

$\sin(k\pi + \alpha) = -\sin \alpha$

$\cos(k\pi + \alpha) = -\cos \alpha$

$\tan(k\pi + \alpha) = \tan \alpha$

$\cot(k\pi + \alpha) = \cot \alpha$

نسبت زوایای قرینه

$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$

$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$

$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$

$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$

گام اول: ابتدا نسبت‌های داده‌شده را برحسب نسبت مثلثاتی زاویه 29° می‌نویسیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$\sin 331^\circ = \sin(360^\circ - 29^\circ) = -\sin 29^\circ$

$\cos 151^\circ = \cos(180^\circ - 29^\circ) = -\cos 29^\circ$

$\cos 119^\circ = \cos(90^\circ + 29^\circ) = -\sin 29^\circ$

$\sin 209^\circ = \sin(180^\circ + 29^\circ) = -\sin 29^\circ$

$\tan 61^\circ = \tan(90^\circ - 29^\circ) = \cot 29^\circ \approx 1/8$

گام دوم: حالا داریم:

$$\frac{2 \sin 331^\circ + \cos 151^\circ}{\cos 119^\circ - 3 \sin 209^\circ} + \tan 61^\circ = \frac{-2 \sin 29^\circ - \cos 29^\circ}{-\sin 29^\circ + 3 \sin 29^\circ} + \cot 29^\circ = \frac{-2 \sin 29^\circ - \cos 29^\circ}{2 \sin 29^\circ} + \cot 29^\circ$$

$$= -1 - \frac{1}{2} \cot 29^\circ + \cot 29^\circ = \frac{1}{2} \cot 29^\circ - 1$$

حالا مقدار تقریبی $\cot 29^\circ$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{2 \sin 331^\circ + \cos 151^\circ}{\cos 119^\circ - 3 \sin 209^\circ} + \tan 61^\circ \approx \frac{1}{2} (1/8) - 1 = 0/9 - 1 = -0/1$$

تابع f با ضابطه $f(x) = \sin x$ مفروض است. نمودار توابع g و h با ضابطه‌های $g(x) = f(\pi - x) - 1$ و

$h(x) = -f(x + \frac{\pi}{2})$ در بازه $[0, 2\pi]$ ، چند نقطه مشترک دارند؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

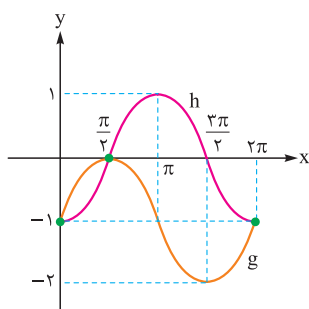


$$\sin(\theta + \frac{\pi}{2}) = \cos \theta$$

$$\cos(\theta + \frac{\pi}{2}) = -\sin \theta$$

گام اول: ابتدا ضابطه‌های دو تابع g و h را به دست می‌آوریم: ✓ پاسخ خیلی تشریحی

$$\begin{cases} g(x) = \sin(\pi - x) - 1 = \sin x - 1 \\ h(x) = -\sin(x + \frac{\pi}{2}) = -\cos x \end{cases}$$



گام دوم: حالا نمودارهای دو تابع g و h را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. برای رسم نمودار تابع g نمودار تابع f را یک واحد به پایین انتقال می‌دهیم و نمودار تابع h نیز از قرینه کردن نمودار تابع $y = \cos x$ نسبت به محور x به دست می‌آید:

همان‌طور که از شکل بالا پیداست، نمودارهای توابع g و h سه نقطه مشترک به طول‌های صفر، $\frac{\pi}{2}$ و 2π دارند.

ضابطه‌های دو تابع g و h را مساوی هم قرار می‌دهیم:

یه‌جور دیگه

$$\sin x - 1 = -\cos x \Rightarrow \sin x + \cos x = 1$$

طرفین تساوی بالا را به توان ۲ می‌رسانیم. از آن‌جا که $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ است، نتیجه می‌گیریم که $\sin x \cos x = 0$ است.

یعنی در بازه $[0, 2\pi]$ یکی از مقادیر $\sin x$ و $\cos x$ باید صفر باشد، بنابراین باید $x \in \{0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi\}$ باشد، اما با

چک کردن این مقادیر می‌بینیم که $x = \pi$ و $x = \frac{3\pi}{2}$ در تساوی $\sin x + \cos x = 1$ صدق نمی‌کنند.



α و β دو زاویه متمم‌اند. اگر $\sin \alpha + \sin \beta = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\cos(\beta - \alpha)$ کدام است؟

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{4}{9} \quad (2)$$

$$\frac{8}{9} \quad (1)$$

$$-\frac{4}{9} \quad (4)$$

$$-\frac{8}{9} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

اتحادهای مثلثاتی مجموع و تفاضل دو کمان

درس Box

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

اتحادهای مثلثاتی دو برابر کمان

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = 1 - 2 \sin^2 \theta$$

یک اتحاد کاربردی و مهم



$$(\sin \alpha \pm \cos \alpha)^2 = 1 \pm \sin 2\alpha$$

گام اول: از فرض سؤال داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$$

پس $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$ است و در عبارت خواسته سؤال جای گذاری می‌کنیم:

$$\cos(\beta - \alpha) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right) = \sin 2\alpha$$

گام دوم: از آن جا که α و β متمم‌اند، $\sin \beta = \cos \alpha$ است و در تساوی فرض سؤال داریم:

$$\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3}$$

حالا از اتحاد نکته استفاده می‌کنیم:

$$\Rightarrow (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow 1 + \sin 2\alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \sin 2\alpha = -\frac{8}{9}$$



۹ حاصل $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{12})^-} \sin x \cos 11x$ کدام است؟

$$-\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

$x = \frac{\pi}{12}$ رو جای گذاری کن.

Hint

کوتی Box

توابعی هستند که روی دامنه‌شان همواره حد دارند و حدشان با مقدارشان در آن نقطه برابر است؛ یعنی در این توابع برای محاسبه حد در $x = a$ کافی است $x = a$ را در ضابطه تابع جای‌گذاری کنیم، این توابع عبارت‌اند از:

توابع چندجمله‌ای، توابع قدرمطلق، توابع گویا، توابع گنگ، توابع نمایی و لگاریتمی، توابع مثلثاتی

گام اول: اگر $f(x) = \sin x \cos 11x$ باشد، خواسته سؤال $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{12})^-} f(x)$ است که مطابق درس‌باکس برابر $f(\frac{\pi}{12})$ است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: خواسته سؤال را حساب می‌کنیم:

$$f\left(\frac{\pi}{12}\right) = \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{11\pi}{12} = \sin \frac{\pi}{12} (-\cos \frac{\pi}{12}) = -\frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{4}$$

۱۰ اگر مجموعه $(b-a, \frac{a}{b}) \cup (4b-b^2, 4b+b^2)$ یک همسایگی محذوف عدد ۴ باشد، مقدار ab کدام است؟

۲۴ (۴)

۱۸ (۳)

۱۶ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

• همسایگی: اگر x_0 عضو بازه (a, b) باشد، این بازه یک همسایگی عدد x_0 است.

• بازه (x_0, b) یک همسایگی راست و بازه (a, x_0) یک همسایگی چپ x_0 است.

• همسایگی محذوف: مجموعه $(a, b) - \{x_0\}$ یا $(a, x_0) \cup (x_0, b)$ یک همسایگی محذوف عدد x_0 است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: برای این که مجموعه مورد نظر همسایگی محذوف ۴ باشد، لازم است مجموعه به صورت $(4, \beta) \cup (\alpha, 4)$ باشد، بنابراین باید در دو حالت مسئله را بررسی کنیم:

حالت اول: $(b-a, \frac{a}{b}) \cup (4b-b^2, 4b+b^2)$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4b+b^2=4 \Rightarrow b^2+4b-4=0 \Rightarrow b=-2 \pm 2\sqrt{2} \\ b-a=4 \Rightarrow \begin{cases} b_1=-2-2\sqrt{2} \rightarrow -2-2\sqrt{2}-a_1=4 \Rightarrow a_1=-6-2\sqrt{2} \\ b_2=-2+2\sqrt{2} \rightarrow -2+2\sqrt{2}-a_2=4 \Rightarrow a_2=-6+2\sqrt{2} \end{cases} \end{cases}$$

گام دوم: حالا باید نسبت $\frac{a}{b}$ را حساب کنیم و حالتی قابل قبول است که $\frac{a}{b}$ از ۴ بزرگتر باشد.

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{-6-2\sqrt{2}}{-2-2\sqrt{2}} = \frac{3+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}-1$$

$$\frac{a_2}{b_2} = \frac{-6+2\sqrt{2}}{-2+2\sqrt{2}} = \frac{3-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = -2\sqrt{2}-1$$

که هیچ کدام از مقادیر به دست آمده از ۴ بزرگتر نیستند.

گام سوم: پس حالت دوم، حالت مورد نظر سؤال است:

حالت دوم: $(b-a, \frac{a}{b}) \cup (4b-b^2, 4b+b^2)$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4b-b^2=4 \Rightarrow b^2-4b+4=(b-2)^2=0 \Rightarrow b=2 \\ \frac{a}{b}=4 \xrightarrow{b=2} a=8 \end{cases}$$

در این شرایط مجموعه $(4, 12) \cup (-6, 4)$ را داریم که قابل قبول است.

خواسته سؤال برابر $a \times b = 16$ است.

۱۱ مجموعه حدهای راست و چپ تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 - [x]^2}{[x]^2 - x^3}$ در $x = 1$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

$$-\frac{5}{3} \quad (4)$$

$$-2 \quad (3)$$

$$-\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$-1 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

Hint

حد صفر صفرم داری، عامل صفر کننده هم $x - [x]$ هستش.

گام اول: قبل از این که حدهای چپ و راست را حساب کنیم، ابتدا ضابطه تابع f را ساده تر می کنیم:

$$f(x) = \frac{(x - [x])(x + [x])}{([x] - x)([x]^2 + [x]x + x^2)} \Rightarrow f(x) = -\frac{x + [x]}{x^2 + [x]x + [x]^2}; D_f = \mathbb{R} - \mathbb{Z}$$

گام دوم: حالا می توانیم حدهای چپ و راست را حساب کنیم. در یک همسایگی چپ $x = 1$ ، $[x] = 0$ و در یک همسایگی راست آن $[x] = 1$ است:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(-\frac{x}{x^2} \right) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(-\frac{x+1}{x^2+x+1} \right) = -\frac{2}{3}$$

بنابراین مجموعه حدهای چپ و راست تابع f در $x = 1$ برابر $-\frac{5}{3}$ است.

مجموع مقادیر حدهای چپ و راست تابع $f(x) = \frac{x-2}{x^2 - [x]^2}$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟

(سؤال ۱۵ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ - نوبت اول)

$$\text{صفر} \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

کنکور

۱۲

تابع f با ضابطه $f(x) = \sqrt{-x^2 + (m+1)x - m}$ در نقاطی به طول های a و $a+3$ تعریف می شود ولی حد ندارد. مقدار am کدام است؟

یعنی این نقاط ریشه های عبارت زیر را دیگال هستند.

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲



اگر دامنه تابع f بازه $[a, b]$ باشد، تابع f در نقاطی به طول a و b تعریف می شود، اما حد ندارد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: با توجه به نکته بالا، دامنه تابع f باید بازه $[a, a+3]$ باشد. حالا دامنه تابع f را با توجه به ضابطه آن به دست می آوریم:

$$f(x) = \sqrt{-(x-1)(x-m)} \Rightarrow \begin{cases} D_f = [m, 1] ; m < 1 \\ \text{یا} \\ D_f = [1, m] ; m > 1 \end{cases}$$

گام دوم: در هر دو حالت دامنه به دست آمده را مساوی بازه $[a, a+3]$ قرار می دهیم:

$$\Rightarrow \begin{cases} m < 1 : [a, a+3] = [m, 1] \Rightarrow \begin{cases} a+3=1 \Rightarrow a=-2 \\ m=-2 \end{cases} \\ m > 1 : [a, a+3] = [1, m] \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ m=a+3=4 \end{cases} \end{cases}$$

در هر دو حالت حاصل $a \times m$ برابر ۴ است.

اختلاف ۱ و m برابر اختلاف a و $a+3$ یعنی ۳ است:

په جور دیگه

$$|m-1|=3 \Rightarrow \begin{cases} m-1=-3 \Rightarrow m=-2 \Rightarrow a=-2 \\ m-1=3 \Rightarrow m=4 \Rightarrow a=1 \end{cases}$$



۱۳ حاصل $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{[x]x^2 + 2}{x+1}$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

۴) صفر

۳) ۴

۲) ۲

۱) -۱

پاسخ: گزینه ۳

 Hint  [x] رو بنذار -۲.

 پاسخ خیلی تشریحی ✓ در یک همسایگی چپ $x = -1$ ، $[x] = -2$ است:

$$-2 < x < -1 \Rightarrow [x] = -2$$

بنابراین داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{[x]x^2 + 2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-2x^2 + 2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-2(x-1)(x+1)}{x+1} = 4$$

(سوال ۱۷ (قسمت ب) - امتحان نهایی فردا ۱۴۰۳)

حدود زیر را محاسبه کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)

الف) $\lim_{x \rightarrow 3} 5$

ب) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2[x] - 27}{x - 3}$

پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin x}{\cos x}$

 امتحان
نهایی

۱۴

حاصل $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{a\sqrt{x} - [x]}{x^2 - 2x - 8}$ در صورت وجود، چند برابر a است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

← حاصل حد عددی حقیقی شود.

$$\frac{1}{36} (4)$$

$$\frac{1}{24} (3)$$

$$\frac{1}{18} (2)$$

$$\frac{1}{12} (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

Hint

اول $[x]$ رو ۴ بذار، بعدش از اتحاد مزدوج استفاده کن.

گام اول: در یک همسایگی راست $x = 4$ ، $[x] = 4$ است و داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$L = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{a\sqrt{x} - 4}{x^2 - 2x - 8}$$

حد عبارت مخرج صفر است، بنابراین برای این که L یک عدد حقیقی باشد، لازم است که حد صورت هم صفر باشد:

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4^+} (a\sqrt{x} - 4) = 2a - 4 = 0 \Rightarrow a = 2$$

گام دوم: حالا مقدار L را حساب می کنیم:

$$L = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{2\sqrt{x} - 4}{(x-4)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{2(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{2}{(\sqrt{x} + 2)(x+2)} = \frac{2}{4 \times 6} = \frac{1}{12}$$

گام سوم: خواسته سؤال را حساب می کنیم:

$$\frac{L}{a} = \frac{\frac{1}{12}}{2} = \frac{1}{24}$$

نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ را ۲ واحد به راست و یک واحد به پایین می‌بریم. نمودار جدید روی نمودار تابع f منطبق می‌شود.

$$\sqrt{x-2}-1$$

اگر g تابع همانی باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{g(x)-3}$ کدام است؟

$$g(x) = x$$

$$\frac{1}{6} (4)$$

$$1 (3)$$

$$\frac{1}{3} (2)$$

$$\frac{1}{2} (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ضابطه تابع g که $g(x) = x$ است. حالا ضابطه تابع f را به دست می‌آوریم:

$$y = \sqrt{x} \xrightarrow[\text{۲ واحد به راست}]{x \rightarrow x-2} y = \sqrt{x-2} \xrightarrow[\text{یک واحد به پایین}]{f(x)} f(x) = \sqrt{x-2}-1$$

گام دوم: حالا حاصل حد را به کمک اتحاد مزدوج به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{g(x)-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\sqrt{x-2}-1}{x-3} \times \frac{\sqrt{x-2}+1}{\sqrt{x-2}+1} \right) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{(x-3)(\sqrt{x-2}+1)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{\sqrt{x-2}+1} = \frac{1}{2}$$



۱۶ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \cos^2 x}{\sin x \sin^2 x}$ کدام است؟

$$\frac{1}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

حد صفرصفر مثلثاتی: در حد $0/0$ توابع کسری مثلثاتی، برعکس توابع گویا، عامل صفرکننده دیگر $x - x$ نیست، بلکه یک عبارت مثلثاتی است. این عبارت را باید به کمک اتحادهای مثلثاتی پیدا کرد و سپس با ساده کردن آن‌ها از صورت و مخرج، حاصل حد را به راحتی حساب کرد.

مثال

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{1 + 2 \sin x \cos x}}{\frac{1}{2} - \sin^2 x} &= \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{(\sin x + \cos x)^2}}{\frac{1}{2} - \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \frac{|\sin x + \cos x|}{\frac{1}{2} - \sin^2 x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \frac{-(\sin x + \cos x)}{\frac{1}{2} - \sin^2 x} = 2 \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \left(\frac{\sin x + \cos x}{2 \sin^2 x - 1} \times \frac{\sin x - \cos x}{\sin x - \cos x} \right) \\ &= 2 \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{-\sqrt{2}(2 \sin^2 x - 1)} = -\sqrt{2} \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \frac{2 \sin^2 x - 1}{2 \sin^2 x - 1} = -\sqrt{2} \end{aligned}$$

گام اول: در ابتدا داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x (1 - \cos x)}{\sin x \times 2 \sin x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{2} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x}$$

گام دوم: اگر عبارت $\sin^2 x$ را به صورت $1 - \cos^2 x$ بنویسیم، به کمک اتحاد مزدوج می‌توانیم تجزیه کنیم و عامل صفرکننده را حذف کنیم:

$$L = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

۱۷ تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} & ; x > 1 \\ 2-b & ; x = 1 \\ ax+b & ; x < 1 \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته است. مقدار $f(-1)$ کدام است؟

در $x=1$ نیز پیوسته است.

-۵ (۴)

۵ (۳)

-۳ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

درس: Box

تابع f در $x=a$ پیوسته است؛ اگر و فقط اگر حد تابع در $x=a$ با $f(a)$ برابر باشد:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$

گام اول: تابع روی $\mathbb{R}$ پیوسته است، پس قطعاً در $x=1$ هم پیوسته است، یعنی حدهای چپ و راست و مقدار تابع در $x=1$ با هم برابرند.

در ابتدا حد راست را حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(\sqrt[3]{x}-1)(\sqrt[3]{x}^2 + \sqrt[3]{x} + 1)}{\sqrt[3]{x}-1} = 3$$

گام دوم: حالا مقدار و حد چپ را نیز برابر ۳ قرار می‌دهیم:

$$f(1) = 2 - b = 3 \Rightarrow b = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax + b) = a + b = 3 \xrightarrow{b=-1} a = 4$$

گام سوم: بنابراین داریم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} & ; x > 1 \\ 4x-1 & ; x \leq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(-1) = 4(-1) - 1 = -5$$

(سؤال ۱۸ - امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳)

مقادیر a و b را چنان تعیین کنید که تابع زیر در $x=1$ پیوسته باشد.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} & x > 1 \\ b-1 & x = 1 \\ x-2a & x < 1 \end{cases}$$

 امتحان
نهایی

ریاضیات

۱۸

تابع f با ضابطه $f(x) = \lfloor \frac{x}{3} \rfloor$ روی بازه $(4, k)$ پیوسته است. حداکثر مقدار k کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

۹ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

از نکته استفاده کن.

Hint

درس Box

• تابع f روی بازه (a, b) پیوسته است؛ اگر و فقط اگر در تمام نقاط بازه (a, b) پیوسته باشد.

• تابع f روی بازه $[a, b]$ پیوسته است؛ اگر و فقط اگر در تمام نقاط بازه (a, b) پیوسته باشد، همچنین در $x = a$ پیوستگی راست و در $x = b$ پیوستگی چپ داشته باشد.

تابع g با ضابطه $g(x) = [f(x)]$ مفروض است. مادامی که مقدار تابع f (صرف نظر از پیوستگی آن) در بازه (a, b) بین دو عدد صحیح n و $n+1$ قرار داشته باشد، تابع روی بازه (a, b) پیوسته است و مقدار آن برابر n خواهد بود.

نکته

پاسخ خیلی تشریحی ✓ از آن جا که $f(4) = 1$ است، حدود عبارت $\frac{x}{3}$ باید بین دو عدد صحیح ۱ و ۲ باشد:

$$1 < \frac{x}{3} < 2 \Rightarrow 3 < x < 6 \xrightarrow{k > 4} 4 < k \leq 6$$

دقت کنید که k می تواند برابر ۶ باشد و به این معنی است که تابع f روی بازه $(4, 6)$ پیوسته است.

تابع $f(x) = [x]$ در بازه $(2, k)$ پیوسته است. حداکثر مقدار k چه قدر است؟ (مسئله ۱ - تمرین ۵ صفحه ۵۱ کتاب درسی)

کتاب درسی

تابع f با ضابطه $f(x) = (x^3 - x)[x]$ روی بازه $(-1, k)$ پیوسته است. حداکثر مقدار k کدام است؟ $(\quad)$ ، نماد جزء صحیح است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

• تابع g با ضابطه $g(x) = [f(x)]$ مفروض است به طوری که تابع روی دامنه‌اش پیوسته است. آن گاه اگر $f(x_0) \in \mathbb{Z}$ باشد، تابع g در $x = x_0$ ناپیوسته است مگر این که $x = x_0$ طول نقطه مینیمم نمودار تابع f باشد.

• تابع h با ضابطه $h(x) = f(x) \times g(x)$ مفروض است که در آن تابع f روی دامنه‌اش پیوسته است. اگر تابع g در $x = x_0$ ناپیوسته اما $f(x_0) = 0$ باشد، تابع h در $x = x_0$ پیوسته خواهد شد.

گام اول: ضابطه تابع f را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم: ✓ پاسخ خیلی تشریحی

$$f(x) = x(x+1)(x-1)[x]$$

تابع $y = [x]$ فقط در نقاط به طول صحیح ناپیوسته است، اما از آنجایی که عوامل صفرکننده $x, x+1$ و $x-1$ را در ضابطه تابع f داریم، مطابق درس‌بکس، تابع f در نقاط به طول -1 ، صفر و 1 پیوسته خواهد شد.

گام دوم: نقاط مشکوک به ناپیوستگی تابع f در بازه $(-1, k)$ نقاط صحیح هستند. حال مطابق گام اول، تابع در نقاط به طول -1 ، 0 و 1 پیوسته است؛ بنابراین برای این که تابع روی بازه $(-1, k)$ پیوسته باشد، لازم است k عضو بازه $(-1, 2]$ باشد، بنابراین بیشترین مقدار k برابر 2 است.

دقت کنید که اگر $k > 2$ باشد، آن گاه تابع در $x = 2$ ناپیوسته خواهد شد.



۲۰ اگر تابع f با ضابطه

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - \sqrt{x^2}}{x^2 - m\sqrt{x^2}} & ; x \neq 0 \\ \frac{m-1}{m+3} & ; x = 0 \end{cases}$$

روی $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ کدام است؟

در $x = 0$ هم پیوسته است.

$$\frac{1}{8} (4)$$

$$\frac{1}{4} (3)$$

$$\frac{1}{2} (2)$$

$$1 (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

$$\sqrt{x^2} \text{ همون } |x|, x^2 \text{ هم بذار } |x|^2.$$

Hint

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ابتدا حد تابع f را در $x = 0$ به دست می آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 - \sqrt{x^2}}{x^2 - m\sqrt{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2|x|^2 - |x|}{|x|^2 - m|x|}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|(2|x| - 1)}{|x|(|x| - m)} = \frac{0 - 1}{0 - m} = \frac{1}{m}$$

گام دوم: حالا برای پیوستگی حد تابع را برابر مقدار تابع در $x = 0$ قرار می دهیم:

$$\frac{1}{m} = \frac{m-1}{m+3} \Rightarrow m^2 - m = m + 3 \Rightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Rightarrow (m-3)(m+1) = 0 \Rightarrow m = 3 \text{ یا } -1$$

اما چون طبق فرض دامنه تابع f برابر $\mathbb{R}$ است، مقدار ۳ برای m غیر قابل قبول است؛ زیرا در این صورت ± 3 ریشه های مخرج خواهند بود و دامنه دیگر $\mathbb{R}$ نیست.

گام سوم: ضابطه تابع را می نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2|x| - 1}{|x| + 1} & ; x \neq 0 \\ -1 & ; x = 0 \end{cases}$$

خواسته سؤال را حساب می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2|x| - 1}{|x| + 1} = \frac{1}{2}$$

اگر تابع f با ضابطه

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + |x|}{x^2 + a|x|} & x \neq 0 \\ \frac{2a-1}{2a+2} & x = 0 \end{cases}$$

پیوسته باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{a}} f(x)$ کدام است؟

(سؤال ۹ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)

$$\frac{3}{5} (4)$$

$$\frac{3}{4} (3)$$

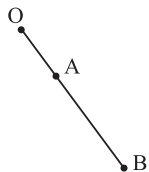
$$1 (2)$$

$$2 (1)$$

کنکور

۲۱ در شکل زیر $AB = 2OA = 12$ است. اگر A' و B' به ترتیب مجانس نقاط A و B به مرکز O و نسبت $k = \frac{3}{4}$ باشند،

آن گاه نسبت $\frac{AB'}{A'B}$ کدام است؟



$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{5}{9} \quad (1)$$

$$\frac{7}{12} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

طول پاره‌های OA' و OB' را به دست آورید.

Hint

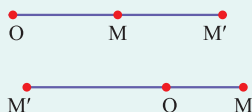
درس Box

تعریف تجانس:

اگر O نقطه‌ای ثابت در صفحه و $k \neq 0$ یک عدد حقیقی باشد، نقطه M' را مجانس نقطه M در تجانس به مرکز O و نسبت k گوییم، هرگاه سه شرط زیر برقرار باشد:

الف) سه نقطه O, M, M' روی یک خط راست باشند.

$$OM' = |k| OM$$

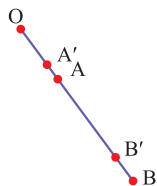


ب) اگر k مثبت باشد، M' و M در یک طرف نقطه O قرار دارند.

پ) اگر k منفی باشد، نقطه O بین نقاط M و M' قرار می‌گیرد.

گام اول: با استفاده از نسبت تجانس، طول پاره‌های OA' و OB' را به دست می‌آوریم.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$2OA = 12 \Rightarrow OA = 6$$

$$OB = OA + AB = 6 + 12 = 18$$

$$\frac{OA'}{OA} = k \Rightarrow \frac{OA'}{6} = \frac{3}{4} \Rightarrow OA' = \frac{9}{2}$$

$$\frac{OB'}{OB} = k \Rightarrow \frac{OB'}{18} = \frac{3}{4} \Rightarrow OB' = \frac{27}{2}$$

گام دوم: نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{AB'}{A'B} = \frac{OB' - OA}{OB - OA'} = \frac{\frac{27}{2} - 6}{18 - \frac{9}{2}} = \frac{\frac{15}{2}}{\frac{27}{2}} = \frac{15}{27} = \frac{5}{9}$$

۲۲ اگر نقطه همرسی میانه‌های مثلث ABC و مثلث $A'B'C'$ مجانس مثلث ABC به مرکز G و با نسبت $\frac{1}{3}$ باشد، نسبت مساحت ناحیه محصور بین این دو مثلث به مساحت مثلث $A'B'C'$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

 $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۱)

مشاوره این سؤال مشابه تمرین ۴ صفحه ۵۴ کتاب درسی هندسه ۱ طراحی شده است.

پاسخ: گزینه ۴

میانه‌های مثلث یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، یعنی فاصله نقطه همرسی میانه‌ها از هر رأس مثلث، دو برابر فاصله این نقطه از وسط ضلع مقابل به آن رأس است.

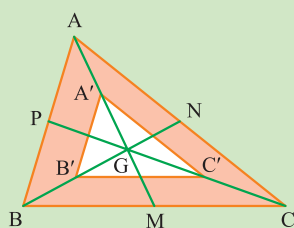
Hint

در تجانس با نسبت k ، طول پاره‌خط‌ها $|k|$ برابر و مساحت اشکال هندسی k^2 برابر می‌شود.

درس Box

گام اول: مجانس رأس A در تجانس به مرکز G (نقطه همرسی میانه‌های مثلث ABC) و نسبت $\frac{1}{3}$ ، نقطه A' است که دقیقاً در وسط پاره‌خط AG قرار دارد. به طور مشابه نقاط B' و C' که به ترتیب مجانس نقاط B و C در همین تجانس هستند، به ترتیب وسط پاره‌خط‌های BG و CG قرار دارند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام دوم: می‌دانیم در تجانس با نسبت k ، مساحت شکل‌ها k^2 برابر می‌شود؛ بنابراین داریم:

$$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow S_{ABC} = 9S_{A'B'C'}$$

گام سوم: نسبت مساحت ناحیه محصور بین دو مثلث ABC و $A'B'C'$ به مساحت مثلث $A'B'C'$ برابر است با:

$$\frac{S_{ABC} - S_{A'B'C'}}{S_{A'B'C'}} = \frac{9S_{A'B'C'} - S_{A'B'C'}}{S_{A'B'C'}} = \frac{8S_{A'B'C'}}{S_{A'B'C'}} = 8$$

فرض کنید G محل برخورد میانه‌های مثلث ABC (مرکز ثقل آن) باشد و مثلث $A'B'C'$ مجانس مثلث ABC در تجانس به مرکز G و نسبت $k = -\frac{1}{3}$ باشد.

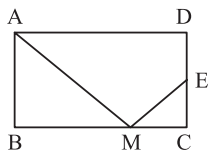
کتاب درسی

(هندسه ۲) - تمرین ۴ صفحه ۵۴ کتاب درسی

الف) جایگاه رأس‌های A' ، B' و C' نسبت به مثلث ABC کجاست؟

ب) مساحت مثلث $A'B'C'$ چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

در شکل زیر، چهارضلعی ABCD مستطیل و نقطه E وسط CD است. می‌خواهیم از نقطه A به نقطه‌ای مانند M روی ضلع BC رفته و از آن‌جا به نقطه E برویم. اگر طول مسیر شکسته AME کم‌ترین مقدار ممکن باشد، نسبت $\frac{BM}{BC}$ کدام است؟



$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

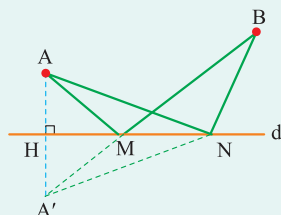
طبق مسئله هرون، بازتاب E را نسبت به BC پیدا کنید.

Hint

درس Box

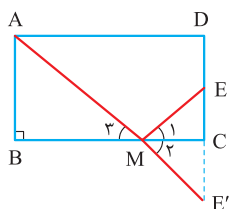
مسئله هرون (پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر):

فرض کنید دو نقطه A و B در یک طرف خط d باشند و بخواهیم از A به نقطه‌ای مانند M روی خط d رفته و از آن‌جا به B برویم. برای پیدا کردن کوتاه‌ترین طول ممکن برای خط شکسته AMB، کافی است بازتاب نقطه A را نسبت به خط d پیدا کنیم (نقطه A') و سپس از A' به B وصل کنیم تا خط d را در نقطه‌ای مانند M قطع کند. نقطه M جواب مسئله است. برای اثبات این ادعا نقطه‌ای مانند N روی خط d در نظر می‌گیریم. طبق نامساوی مثلثی در مثلث A'NB داریم:



$$A'B < A'N + NB \Rightarrow A'M + MB < A'N + NB \xrightarrow{\substack{A'M=AM \\ A'N=AN}} AM + MB < AN + NB$$

$\Rightarrow AB < AB$ به تناقض رسیدیم.



گام اول: برای پیدا کردن موقعیت نقطه M به طوری که مسیر AME کوتاه‌ترین مسیر ممکن باشد، بازتاب نقطه E را نسبت به BC پیدا کرده و آن را E' می‌نامیم. نقطه برخورد AE' با BC همان نقطه مطلوب M است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: با توجه به هم‌نهستی دو مثلث EMC و E'MC، زوایای $\hat{M}_1$ و $\hat{M}_2$ برابر یکدیگرند. از طرفی زوایای $\hat{M}_2$ و $\hat{M}_3$ متقابل به رأس هستند، پس نتیجه می‌گیریم: $\hat{M}_1 = \hat{M}_3$.

گام سوم: نقطه E وسط CD است، پس $AB = CD = 2CE$. حال برای دو مثلث ABM و ECM داریم:

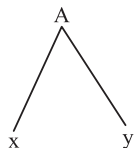
$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{C} = 90^\circ \\ \hat{M}_2 = \hat{M}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABM \sim \triangle ECM \Rightarrow \frac{BM}{CM} = \frac{AB}{CE} = \frac{2}{1} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{BM}{BC} = \frac{2}{3}$$

ریاضیات

۲۴

دو متحرک از نقطه A، اولی در مسیر Ax و دومی در مسیر Ay هم‌زمان و با سرعت ثابت شروع به حرکت می‌کنند. سرعت متحرک اول دو برابر سرعت متحرک دوم است. پس از مدت زمان t، متحرک اول به نقطه B و متحرک دوم به

نقطه C می‌رسد. نسبت $\frac{\sin B}{\sin C}$ کدام است؟



$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

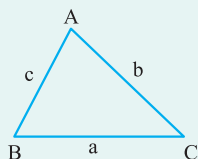
پاسخ: گزینه ۲

از رابطه حرکت مستقیم‌الخط یکنواخت برای محاسبه مسافت طی‌شده استفاده کنید.

Hint

درس‌Box

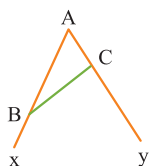
قضیه سینوس‌ها:



در هر مثلث دلخواه، نسبت اندازه هر ضلع به سینوس زاویه روبه‌روی آن، برابر است با قطر دایره محیطی مثلث؛ بنابراین اگر اندازه‌های اضلاع مثلث ABC، برابر $AB = c$ ، $AC = b$ و $BC = a$ باشند، آن‌گاه داریم:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

گام اول: فرض کنید متحرک دوم در مسیر Ay با سرعت v حرکت کند. در این صورت سرعت حرکت متحرک اول در مسیر Ax برابر ۲v است. چون هر دو حرکت با سرعت ثابت انجام می‌گیرد، پس بعد از گذشتن زمان t، مسافت طی‌شده توسط دو متحرک برابر است با:



$$AB = 2vt, \quad AC = vt$$

گام دوم: طبق قضیه سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \frac{vt}{\sin B} = \frac{2vt}{\sin C} \Rightarrow \frac{\sin B}{\sin C} = \frac{vt}{2vt} = \frac{1}{2}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

طول اضلاع یک متوازی‌الاضلاع ۴ و ۶ و مساحت آن $۱۶\sqrt{۲}$ است. طول قطر بزرگ این متوازی‌الاضلاع کدام است؟

$$۶\sqrt{۲} \quad (۴)$$

$$۲\sqrt{۱۷} \quad (۳)$$

$$۸ \quad (۲)$$

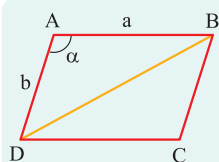
$$۲\sqrt{۱۵} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۳



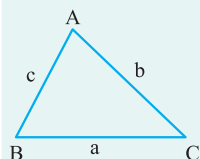
در یک متوازی‌الاضلاع با رسم قطر بزرگ، دو مثلث هم‌نهشت پدید می‌آید که در هر کدام از این مثلث‌ها، زاویهٔ روبه‌رو به این قطر، زاویه‌ای منفرجه است.

درس‌Box



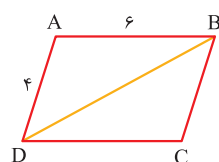
(۱) اگر طول دو ضلع غیرمجاور یک متوازی‌الاضلاع برابر a و b و زاویهٔ بین آن‌ها α باشد، آن‌گاه مساحت این متوازی‌الاضلاع برابر است با: $S = ab \sin \alpha$

(۲) قضیهٔ کسینوس‌ها: در هر مثلث، مربع اندازهٔ هر ضلع، برابر است با مجموع مربع‌های اندازه‌های دو ضلع دیگر، منهای دو برابر حاصل ضرب اندازه‌های آن دو ضلع در کسینوس زاویهٔ بین آن‌ها.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

مثال



گام اول: طبق رابطهٔ مساحت متوازی‌الاضلاع می‌توان نوشت:

$$S_{ABCD} = AB \times AD \times \sin A \Rightarrow 16\sqrt{2} = 6 \times 4 \times \sin A \Rightarrow \sin A = \frac{16\sqrt{2}}{24} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

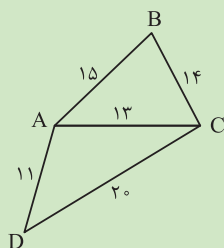
گام دوم: کسینوس زاویهٔ A را محاسبه می‌کنیم. با توجه به شکل واضح است که زاویهٔ A (زاویهٔ روبه‌رو به قطر بزرگ متوازی‌الاضلاع)، زاویه‌ای منفرجه است.

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1 \Rightarrow \frac{8}{9} + \cos^2 A = 1 \Rightarrow \cos^2 A = \frac{1}{9} \xrightarrow{\cos A < 0} \cos A = -\frac{1}{3}$$

گام سوم: طبق قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث ABD داریم:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \times AD \times \cos A = 6^2 + 4^2 - 2 \times 6 \times 4 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = 68 \Rightarrow BD = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$$

پاسخ خیلی تشریحی



۲۶ مساحت چهارضلعی ABCD در شکل مقابل کدام است؟

(۱) ۱۳۰

(۲) ۱۴۰

(۳) ۱۵۰

(۴) ۱۶۰

مشاوره این سؤال مشابه تمرین ۲ صفحه ۷۳ طراحی شده است.

پاسخ: گزینه ۳

مساحت هر یک از دو مثلث ABC و ACD را از طریق قضیه هرون محاسبه کنید.

Hint

درس Box

قضیه هرون:

در مثلث ABC به طول اضلاع a، b و c، اگر مساحت و نصف محیط مثلث را به ترتیب با S و P نمایش دهیم، آن گاه داریم:

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

گام اول: طبق قضیه هرون برای مساحت مثلث ABC داریم:

$$P_{ABC} = \frac{13+14+15}{2} = 21$$

$$S_{ABC} = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6} = 84$$

گام دوم: طبق قضیه هرون برای مساحت مثلث ACD داریم:

$$P_{ACD} = \frac{11+13+20}{2} = 22$$

$$S_{ACD} = \sqrt{22(22-11)(22-13)(22-20)} = \sqrt{22 \times 11 \times 9 \times 2} = 66$$

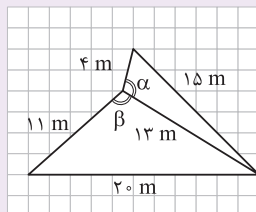
گام سوم: مساحت چهارضلعی ABCD، مجموع مساحت‌های دو مثلث ABC و ACD است، پس می‌توان نوشت:

$$S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ACD} = 84 + 66 = 150$$

کتاب درسی

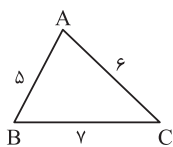
دو زمین کوچک به شکل مثلث با یک دیوار به طول ۱۳ متر مطابق شکل از هم جدا شده‌اند. ابعاد زمین‌ها هم در شکل مشخص شده‌اند. اگر با برداشتن دیوار، دو زمین به یک زمین تبدیل شود، مساحت آن چه قدر می‌شود؟

(هندسه (۲) - تمرین ۲ صفحه ۷۳ کتاب درسی)



نشان دهید دیوار مشترک با اضلاع ۴ متری و ۱۱ متری زاویه‌های برابر می‌سازد. ($\alpha = \beta$)

۲۷ اگر h_a و h_c به ترتیب ارتفاع‌های وارد بر اضلاع BC و AB در مثلث ABC باشند، آن‌گاه حاصل $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_c}$ کدام است؟



$$\frac{\sqrt{6}}{3} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{6} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

مساحت مثلث ABC را با استفاده از قضیه هرون به دست آورید.

Hint

مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل ضرب اندازه یک قاعده مثلث در اندازه ارتفاع وارد بر آن قاعده؛ بنابراین مثلاً برای ضلع به طول a در مثلث ABC می‌توان نوشت:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} a \times h_a \Rightarrow h_a = \frac{2S}{a}$$

گام اول: با استفاده از قضیه هرون، مساحت مثلث ABC را پیدا می‌کنیم.

$$P = \frac{5+6+7}{2} = 9$$

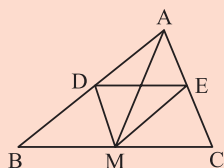
$$S_{ABC} = \sqrt{9(9-5)(9-6)(9-7)} = \sqrt{9 \times 4 \times 3 \times 2} = 6\sqrt{6}$$

گام دوم: با توجه به توضیح ارائه شده در درس باکس داریم:

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{\frac{2S}{a}} + \frac{1}{\frac{2S}{c}} = \frac{a}{2S} + \frac{c}{2S} = \frac{a+c}{2S} = \frac{7+5}{12\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در مثلث ABC ، $AC = ۷$ ، $BC = ۱۲$ و طول میانه AM برابر ۸ است. اگر MD نیمساز زاویه AMB و $DE \parallel BC$ باشد، آن گاه طول ME کدام است؟



(۱) $۲\sqrt{۶}$

(۲) ۵

(۳) $۴\sqrt{۲}$

(۴) ۶

پاسخ: گزینه ۴

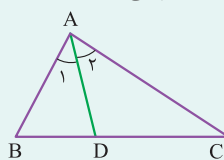
نشان دهید ME نیمساز زاویه AMC است.

Hint

درس Box

قضیه نیمسازهای زوایای داخلی:

در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبرو به آن زاویه را به نسبت اندازه‌های ضلع‌های آن زاویه تقسیم می‌کند.



$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$$

رابطه طول نیمساز زاویه داخلی:

در هر مثلث، مربع اندازه هر نیمساز داخلی برابر است با حاصل ضرب اندازه دو ضلع زاویه منتهای حاصل ضرب اندازه دو قطعه‌ای که نیمساز روی ضلع مقابل ایجاد می‌کند. به عبارت دیگر اگر در شکل فوق AD نیمساز زاویه داخلی A باشد، آن گاه:

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC$$

گام اول: طبق فرض MD نیمساز زاویه AMB است، پس طبق قضیه نیمساز زاویه‌های داخلی داریم:

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AM}{BM} \quad (۱)$$

گام دوم: طبق قضیه تالس در مثلث ABC می‌توان نوشت:

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC} \quad (۲)$$

حال طبق رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{AM}{BM} = \frac{AE}{EC} \xrightarrow{BM=CM} \frac{AM}{CM} = \frac{AE}{EC}$$

گام سوم: رابطه قضیه نیمسازها برای پاره خط ME در مثلث AMC برقرار است، پس ME نیمساز زاویه AMC است:

$$\frac{AE}{EC} = \frac{AM}{CM} = \frac{۸}{۶} = \frac{۴}{۳} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{AE}{AC} = \frac{۴}{۷} \xrightarrow{AC=۷} AE = ۴, EC = ۳$$

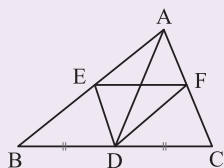
طبق رابطه طول نیمساز داخلی داریم:

$$ME^2 = AM \times CM - AE \times EC = ۸ \times ۶ - ۴ \times ۳ = ۳۶ \Rightarrow ME = ۶$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در مثلث ABC ، DE نیمساز زاویه $A\hat{D}B$ و $EF \parallel BC$ است. اگر $AC = ۸$ ، $BC = ۱۴$ و $AD = ۳$ باشد، اندازه DF

(سؤال ۳۰ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)



کدام است؟

(۱) $\sqrt{۷}$

(۲) $۰/۹\sqrt{۷}$

(۳) $۰/۵\sqrt{۳۱}$

(۴) $۰/۶\sqrt{۲۱}$

کنکور

در مثلث ABC ، $AB = 3$ ، $AC = 6$ و $\hat{A} = 120^\circ$ است. اگر AD نیمساز زاویه داخلی A باشد (D روی ضلع BC قرار دارد)، مساحت مثلث ABD کدام است؟

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} \quad (2)$$

$$\sqrt{3} \quad (1)$$

$$3\sqrt{3} \quad (4)$$

$$2\sqrt{3} \quad (3)$$

مشاوره سؤالات ترکیبی در مباحث روابط طولی در مثلث چه در تمرینات کتاب درسی و چه در سؤالات کنکور به میزان زیادی به چشم می‌خورد و تسلط بر تمام روابط این فصل ضروری است.

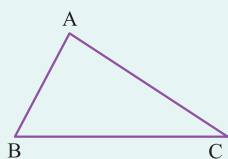
پاسخ: گزینه ۲

ابتدا مساحت مثلث ABC را محاسبه کنید.

Hint

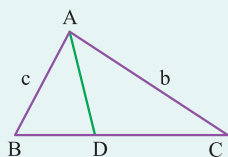
درس Box

(۱) مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل ضرب اندازه‌های هر دو ضلع در سینوس زاویه بین آن‌ها.



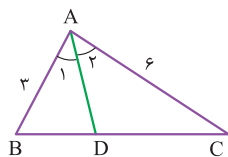
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} bc \sin A$$

(۲) اگر اندازه اضلاع $AB = c$ و $AC = b$ و اندازه زاویه A را در اختیار داشته باشیم، آن‌گاه طول نیمساز زاویه داخلی A از رابطه زیر محاسبه می‌شود.



$$AD = \frac{2bc}{b+c} \cos \frac{A}{2}$$

گام اول: ابتدا با استفاده از مورد دوم درس باکس، طول نیمساز زاویه داخلی A را محاسبه می‌کنیم:



$$AD = \frac{2 \times 3 \times 6}{3+6} \cos 60^\circ = \frac{36}{9} \times \frac{1}{2} = 2$$

گام دوم: AD نیمساز زاویه داخلی A است، پس $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = 60^\circ$ و در نتیجه برای مثلث ABD داریم:

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} AB \times AD \times \sin A_1 = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

گام اول: ابتدا با استفاده از رابطه سینوسی مساحت مثلث، مساحت مثلث ABC را پیدا می‌کنیم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin A = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

گام دوم: می‌دانیم نسبت مساحت‌های دو مثلث که ارتفاع مشترکی دارند، برابر نسبت قاعده‌های آن‌ها است، یعنی:

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ADC}} = \frac{BD}{DC}$$

از طرفی طبق قضیه نیمسازهای زوایای داخلی $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$ است، پس داریم:

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ADC}} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{6} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{S_{ABD}}{S_{ABC}} = \frac{3}{9} \Rightarrow S_{ABD} = \frac{1}{3} \times \frac{9\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

پاسخ خیلی تشریحی

یه جور دیگه

۳۰ فرض کنید m_a ، m_b و m_c اندازه میانه‌های مثلثی به طول اضلاع $a=8$ ، $b=6$ و $c=4$ باشند. مثلثی به طول اضلاع m_a ، m_b و m_c چگونه است؟

- (۱) حاده‌الزاویه
(۲) قائم‌الزاویه
(۳) منفرجه‌الزاویه
(۴) چنین مثلثی وجود ندارد.

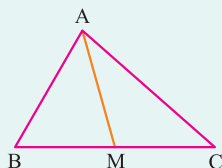
پاسخ: گزینه ۳

اندازه میانه‌ها را به کمک قضیه میانه‌ها محاسبه کنید.

Hint

درس‌Box

(۱) قضیه میانه‌ها: اگر AM میانه نظیر ضلع BC در مثلث ABC باشد، آن‌گاه داریم:



$$AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2}$$

(۲) در مثلث ABC:

(الف) $\hat{A} > 90^\circ$ اگر و تنها اگر $a^2 > b^2 + c^2$

(ب) $\hat{A} = 90^\circ$ اگر و تنها اگر $a^2 = b^2 + c^2$

(پ) $\hat{A} < 90^\circ$ اگر و تنها اگر $a^2 < b^2 + c^2$

گام اول: ابتدا با استفاده از قضیه میانه‌ها، طول میانه‌های m_a ، m_b و m_c را محاسبه می‌کنیم.

$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow 6^2 + 4^2 = 2m_a^2 + \frac{8^2}{2} \Rightarrow m_a^2 = 10 \Rightarrow m_a = \sqrt{10}$$

$$a^2 + c^2 = 2m_b^2 + \frac{b^2}{2} \Rightarrow 8^2 + 4^2 = 2m_b^2 + \frac{6^2}{2} \Rightarrow m_b^2 = 31 \Rightarrow m_b = \sqrt{31}$$

$$a^2 + b^2 = 2m_c^2 + \frac{c^2}{2} \Rightarrow 8^2 + 6^2 = 2m_c^2 + \frac{4^2}{2} \Rightarrow m_c^2 = 46 \Rightarrow m_c = \sqrt{46}$$

گام دوم: ابتدا شرط تشکیل مثلث را بررسی می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} 3 < \sqrt{10} < 4 \\ 5 < \sqrt{31} < 6 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 8 < \sqrt{10} + \sqrt{31} < 10$$

از طرفی $6 < \sqrt{46} < 7$ پس $\sqrt{10} + \sqrt{31} > \sqrt{46}$ و مثلثی به طول اضلاع $\sqrt{10}$ ، $\sqrt{31}$ و $\sqrt{46}$ وجود دارد.

گام سوم: حال باید وضعیت بزرگ‌ترین زاویه این مثلث را تعیین کنیم. ضلع به طول m_c بزرگ‌ترین ضلع این مثلث است. با توجه به اندازه اضلاع این مثلث داریم:

$$46 > 31 + 10 \Rightarrow (\sqrt{46})^2 > (\sqrt{31})^2 + (\sqrt{10})^2 \Rightarrow m_c^2 > m_b^2 + m_a^2$$

بنابراین با توجه به مورد (۲) درس‌بکس، زاویه مقابل به ضلع به طول m_c ، بزرگ‌تر از 90° و در نتیجه مثلث منفرجه‌الزاویه است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

تعداد اعضای یک جامعه در جدول زیر آمده است:

x_i	۱	۲	۳	۴
f_i	۳	۴	۳	۱۰

احتمال آن که یک نمونه سه‌عضوی پارامتر میانگین را دقیق برآورد کند، کدام است؟

$$\frac{۶۴}{۲۸۵} \quad (۴)$$

$$\frac{۱۲۹}{۵۷۰} \quad (۳)$$

$$\frac{۹۱}{۵۷۰} \quad (۲)$$

$$\frac{۴۶}{۲۸۵} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

پارامتر یا پارامتر جامعه:

یک مشخصه عددی است که توصیف‌کننده جنبه‌ای خاص از جامعه است و در صورتی که داده‌های کل جامعه در اختیار باشند، قابل محاسبه است.

آماره یا آماره نمونه:

مشخصه‌ای عددی که توصیف‌کننده جنبه‌ای خاص از نمونه است و از داده‌های نمونه به دست می‌آید.

برآورد نقطه‌ای پارامتر جامعه:

برابر است با مقدار عددی حاصل از جای‌گذاری اعداد نمونه تصادفی در آماره نظیر آن پارامتر. به بیان دیگر مقدار عددی آماره را برآورد یا برآورد نقطه‌ای می‌نامند.

گام اول: ابتدا میانگین جامعه را به دست می‌آوریم:

$$\mu = \frac{۳ \times ۱ + ۴ \times ۲ + ۳ \times ۳ + ۱۰ \times ۴}{۳ + ۴ + ۳ + ۱۰} = \frac{۶۰}{۲۰} = ۳$$

گام دوم: تعداد کل نمونه‌های ۳‌عضوی برابر می‌شود با:

$$\text{تعداد کل نمونه‌های ۳‌عضوی} = \binom{۲۰}{۳} = \frac{۲۰ \times ۱۹ \times ۱۸}{۳ \times ۲ \times ۱} = ۱۱۴۰$$

گام سوم: می‌خواهیم که نمونه‌های ۳‌عضوی $\mu = ۳$ را برآورد کنند، پس باید مجموع اعضای نمونه‌ها $۳ \times ۳ = ۹$ باشد:

$$\left. \begin{array}{l} ۳, ۳, ۳ \Rightarrow \text{یک حالت} \\ ۲, ۳, ۴ \Rightarrow \binom{۴}{۱} \binom{۳}{۱} \binom{۱۰}{۱} = ۳ \times ۴ \times ۱۰ = ۱۲۰ \\ ۱, ۴, ۴ \Rightarrow \binom{۳}{۱} \binom{۱۰}{۲} = ۳ \times ۴۵ = ۱۳۵ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{جمع همه حالت‌های مطلوب (+)}} ۲۵۶$$

گام چهارم: پس احتمال خواسته شده برابر می‌شود با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۲۵۶}{۱۱۴۰} = \frac{۶۴}{۲۸۵}$$

(سوال ۲۰ - امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳)

داده‌های مربوط به مطالعه یک جامعه ۷‌عضوی به صورت زیر است:

۳, ۱, ۴, ۰, ۲, ۶, ۵

الف) تمام نمونه‌های دو‌عضوی از جامعه را بنویسید که میانگین آن‌ها ۳ باشد.

ب) احتمال آن که یک نمونه دو‌عضوی که به تصادف انتخاب شده است، دارای میانگین ۳ باشد، را به دست آورید.

امتحان
نهایی

ریاضیات

۳۲

حقوق مهندسان یک شرکت ۲۲، ۲۳، ۲۵، ۲۷ و ۲۷ میلیون تومان است. چند نمونه دوعضوی میانگین را کمتر از مقدار واقعی اش برآورد می کنند؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: میانگین واقعی $\frac{۲۷+۲۷+۲۵+۲۳+۲۲}{۵} = \frac{۱۲۴}{۵} = ۲۴/۸$ است. پس نمونه دوعضوی اگر جمع اعضایش از $۲ \times ۲۴/۸ = ۴۹/۶$

کمتر باشد، میانگین را کمتر از مقدار واقعی برآورد می کند.

گام دوم: در $\binom{۵}{۲} = ۱۰$ نمونه دوعضوی، مجموع اعضای $\{۲۳, ۲۲\}$ ، $\{۲۵, ۲۲\}$ ، $\{۲۵, ۲۳\}$ ، $\{۲۲, ۲۷\}$ از $۴۹/۶$

کمتر است. پس این ۵ نمونه برآورد کمتر از واقعیت دارند.



ریاضیات

۳۳ اگر نمونه‌های ۲۵، ۱۳ و ۱۱ از جامعه $N, 1, 2, \dots, N$ انتخاب شوند، برآورد N به کمک میانگین به کدام نزدیک‌تر است؟

۳۴ (۴)

۳۳ (۳)

۳۲ (۲)

۳۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

میانگین نمونه و میانگین جامعه رو برابر هم قرار بدین.

Hint

اگر داده‌ها تشکیل دنباله حسابی بدهند، میانگین آن‌ها برابر می‌شود با:

نکته

$$\bar{x} = \frac{\text{داده اول} + \text{داده آخر}}{2}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: میانگین جامعه، $\mu = \frac{0+N}{2} = \frac{N}{2}$ است.

گام دوم: میانگین نمونه، $\bar{x} = \frac{11+13+25}{3} = \frac{49}{3}$ است.

گام سوم: پس داریم $N \approx \frac{98}{3} \Rightarrow \frac{N}{2} \approx \frac{49}{3}$ ، یعنی برآورد از N تقریباً ۳۳ است.

از اعداد ۰ تا N ، پنج عدد ۹، ۲، ۵، ۸ و ۱۱ به تصادف انتخاب شده‌اند. برآورد نقطه‌ای N به کمک میانگین، کدام است؟

(سؤال ۱۲۸ کنکور ریاضی ۱۴۰۵ (فارج از کشور))

۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)



ریاضیات

۳۴

انحراف معیار برآورد میانگین جامعه‌ای با نمونه‌های ۴۰۰ عضوی و واریانس ۵۷۶ کدام است؟

۱/۲۵ (۴)

۱/۳۳ (۳)

۱/۲ (۲)

۱/۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

انحراف معیار برآورد میانگین جامعه:

درس Box

انحراف معیار برآورد میانگین جامعه برابر است با تقسیم انحراف معیار جامعه بر جذر اندازه نمونه.

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\sigma = \sqrt{576} = 24$$

گام اول: واریانس جامعه برابر $\sigma^2 = 576$ است، پس انحراف معیار جامعه برابر می‌شود با:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: انحراف معیار برآورد میانگین جامعه در این جا برابر می‌شود با:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{24}{\sqrt{400}} = \frac{24}{20} = 1/2$$

اگر از مطالعات سال‌های گذشته بدانیم که انحراف معیار درآمد هر فرد در کشور ۲ میلیون تومان است، انحراف معیار برآورد میانگین درآمد افراد جامعه را برای اندازه نمونه‌های ذکر شده محاسبه کنید. (آمار و احتمال - کار در کلاس صفحه ۱۱۵ کتاب درسی)

n	۲۵	۱۰۰	۱۰۰۰۰
$\sigma_{\bar{x}}$			

کتاب درسی

اگر بخواهیم طول بازه اطمینان ۹۵ درصدی برای برآورد میانگین نصف شود، باید چند عضو دیگر به نمونه ۱۰۰ عضوی اضافه کنیم؟

۴۰۰ (۴)

۳۰۰ (۳)

۲۰۰ (۲)

۱۰۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

کارت Box

برآورد بازه‌ای برای میانگین جامعه:

اگر نمونه‌ای تصادفی به اندازه n در اختیار داشته باشیم، با اطمینان بیش از ۹۵٪ می‌توانیم بگوییم:

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

که μ میانگین جامعه و σ انحراف معیار جامعه است.

طول این بازه برابر می‌شود با:

$$L = \left(\bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}\right) - \left(\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$$

گام اول: طول بازه اطمینان $L = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$ است، پس:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{\frac{4\sigma}{\sqrt{n_2}}}{\frac{4\sigma}{\sqrt{n_1}}} = \sqrt{\frac{n_1}{n_2}}$$

گام دوم: پس برای نصف شدن L باید داشته باشیم:

$$\sqrt{\frac{n_1}{n_2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow n_2 = 4n_1 \xrightarrow{n_1=100} n_2 = 4(100) = 400$$

پس باید نمونه ۴۰۰ عضوی شود، یعنی ۳۰۰ عضو به آن افزود.



ریاضیات

۳۶

از یک جامعه، نمونه‌ای ۲۲۵ عضوی انتخاب کردیم که بازه اطمینان بیش از ۹۵٪ برای برآورد میانگین با استفاده از این نمونه به صورت $[۱۲/۸, ۱۳/۴]$ شده است. اگر به این نمونه ۱۷۵ عضو اضافه کنیم، به طوری که میانگین و انحراف معیار تغییر نکند، طول بازه اطمینان بیش از ۹۵٪ جدید برای برآورد میانگین چه قدر می‌شود؟

۰/۴۵ (۴)

۰/۴ (۳)

۰/۳۶ (۲)

۰/۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

با استفاده از طول بازه داده شده، انحراف معیار جامعه رو به دست بیار.

Hint

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: طول بازه اطمینان $L = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$ است، پس:

$$\frac{4\sigma}{\sqrt{n_1}} = \frac{4\sigma}{\sqrt{225}} = 13/4 - 12/8 \Rightarrow \frac{4\sigma}{15} = 0/6 \Rightarrow 4\sigma = 9$$

گام دوم: با افزودن ۱۷۵ عضو به نمونه، $n_2 = 225 + 175 = 400$ و داریم:

$$L = \frac{4\sigma}{\sqrt{n_2}} = \frac{9}{\sqrt{400}} = \frac{9}{20} = 0/45$$

ریاضیات

۳۷

بازه اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین یک جامعه با توجه به نمونه ۳۳۷، ۲۹، ۲۲، ۱۵، ۸، ۱ کدام است؟ (انحراف معیار جامعه را برابر با انحراف معیار نمونه بگیرید.)

$$(۱) [۱۹۶ - ۱۰\sqrt{۲}, ۱۹۶ + ۱۰\sqrt{۲}]$$

$$(۲) [۱۶۹ - ۱۰\sqrt{۲}, ۱۶۹ + ۱۰\sqrt{۲}]$$

$$(۳) [۱۹۶ - ۲۰\sqrt{۲}, ۱۹۶ + ۲۰\sqrt{۲}]$$

$$(۴) [۱۶۹ - ۲۰\sqrt{۲}, ۱۶۹ + ۲۰\sqrt{۲}]$$

پاسخ: گزینه ۴

داده‌های داده شده تشکیل دنباله حسابی می‌دهند، از نکته‌ها استفاده کن.

Hint

نکته

● جمله عمومی دنباله حسابی a_n به صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ است که a_1 جمله اول و d قدرنسبت است.

● اگر داده‌ها، تشکیل یک دنباله حسابی با قدرنسبت d بدهند، آن‌گاه واریانس آن‌ها برابر می‌شود با:

$$\sigma^2 = \left(\frac{n^2 - 1}{12}\right)d^2$$

گام اول: با یک دنباله حسابی سروکار داریم که $a_1 = ۱$ و $d = ۷$ ، تعداد اعضای نمونه را به دست می‌آوریم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow ۳۳۷ = ۱ + ۷(n-1)$$

$$\Rightarrow ۷(n-1) = ۳۳۶ \Rightarrow n-1 = ۴۸ \Rightarrow n = ۴۹$$

گام دوم: میانگین این نمونه برابر می‌شود با:

$$\bar{x} = \frac{۳۳۷ + ۱}{۲} = ۱۶۹$$

گام سوم: واریانس این نمونه برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{d^2(n^2 - 1)}{12} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{49(49^2 - 1)}{12} = \frac{49(49-1)(49+1)}{12} = 49 \times 4 \times 50$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = 49 \times 200 \Rightarrow \sigma = 70\sqrt{2}$$

انحراف معیار جامعه با انحراف معیار نمونه برابر است، پس انحراف معیار نمونه هم برابر $\sigma = 70\sqrt{2}$ است.

گام چهارم: بازه خواسته شده عبارت است از:

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow ۱۶۹ - \frac{۱۴۰\sqrt{2}}{\sqrt{49}} \leq \mu \leq ۱۶۹ + \frac{۱۴۰\sqrt{2}}{\sqrt{49}}$$

$$\Rightarrow ۱۶۹ - ۲۰\sqrt{۲} \leq \mu \leq ۱۶۹ + ۲۰\sqrt{۲}$$

پس گزینه (۴) صحیح است.

ریاضیات

۳۸

بازۀ اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین جامعه‌ای $[۲/۸۸, ۳/۱۲]$ است. با فرض برابری انحراف معیار در جامعه و نمونه، ضریب تغییرات در نمونه ۱۶ عضوی چند درصد است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

میانگین سر و ته بازۀ اطمینان ۹۵ درصدی برابر می‌شود با میانگین نمونه.

گام اول: میانگین نمونه، میانگین سر و ته بازه است:

$$\bar{x} = \frac{۲/۸۸ + ۳/۱۲}{۲} = ۳$$

$$۳/۱۲ - ۲/۸۸ = ۰/۲۴ = \frac{۴\sigma}{\sqrt{۱۶}} \Rightarrow \sigma = ۰/۲۴$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۰/۲۴}{۳} = ۰/۰۸ = ۸\%$$

گام دوم: طول بازه، $L = \frac{۴\sigma}{\sqrt{n}}$ است:

گام سوم: ضریب تغییرات برابر است با:



پاسخ خیلی تشریحی ✓

ریاضیات

۳۹

در آزمایش پرتاب سه سکه، دو پیشامد A و B مستقل اند و هیچ کدام زیرمجموعه دیگری نیست و $A \cap B = \{(ر, ر, ر), (پ, ر, ر), (ر, پ, ر), (ر, ر, پ)\}$ در این صورت $P(A \cup B)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{7}{8}$ (۳) ۱ (۴) نمی توان گفت.

پاسخ: گزینه ۲

Hint

از رابطه $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ استفاده کن.

نکته

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، آن گاه:

$$n(S) = 2^3 = 8$$

گام اول: تعداد اعضای فضای نمونه ای برابر است با:

گام دوم: پیشامدهای A و B مستقل اند، پس:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \Rightarrow \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} \times \frac{n(B)}{n(S)} \Rightarrow \frac{3}{8} = \frac{n(A)}{8} \times \frac{n(B)}{8} \Rightarrow n(A)n(B) = 24$$

گام سوم: حاصل ضرب $n(A)$ و $n(B)$ برابر ۲۴ است و هیچ کدام زیرمجموعه دیگری نیست، حالت های مختلف را امتحان می کنیم:

$n(A)$	$n(B)$	
۱	۲۴	×
۲	۱۲	×
۳	۸	×
۴	۶	✓

(در این حالت $A \subseteq B$)

گام چهارم: خواسته سؤال برابر می شود با:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{4}{8} + \frac{6}{8} - \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$$

توجه اگر $n(B) = 4$ و $n(A) = 6$ ، تفاوتی در پاسخ ایجاد نمی شد.

ریاضیات

۴۰. اگر $P(A|B) = ۰/۳$ و $P(A|B') = ۰/۲$ باشد، با فرض $P(A) = ۰/۲۲$ مقدار $P(B|A)$ کدام است؟

$$\frac{۴}{۱۱} \quad (۴)$$

$$\frac{۳}{۱۱} \quad (۳)$$

$$\frac{۲}{۱۱} \quad (۲)$$

$$\frac{۱}{۱۱} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۳

قانون احتمال کل:

درس Box

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(B')P(A|B')$$

قانون بیز:

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)} = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(B')P(A|B')}$$

گام اول: طبق قاعده احتمال کل:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(B')P(A|B') \Rightarrow ۰/۲۲ = P(B) \times ۰/۳ + P(B') \times ۰/۲$$

گام دوم: در رابطه به دست آمده با در نظر گرفتن $P(B) = x$ خواهیم داشت:

$$۰/۲۲ = ۰/۳x + ۰/۲(۱-x) \Rightarrow ۰/۲۲ = ۰/۱x + ۰/۲ \Rightarrow x = ۰/۲$$

گام سوم: از قاعده بیز داریم:

$$P(B|A) = \frac{P(B)}{P(A)} P(A|B) = \frac{۰/۲}{۰/۲۲} \times ۰/۳ = \frac{۶}{۲۲} = \frac{۳}{۱۱}$$



فیزیک

۴۱

اگر در یک آذرخش، جریان الکتریکی متوسط 200 A بین دو ابر با اختلاف پتانسیل الکتریکی 40 kV برقرار شود، توان الکتریکی آن چند مگاوات است؟

۸۰ (۴)

۴۰ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

کافی است داده‌ها را در رابطه $P = VI$ جاگذاری کنید.

Hint

درس‌Box

توان مصرفی در یک مصرف‌کننده از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$P = VI, P = RI^2, P = \frac{V^2}{R}$$

V : اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مصرف‌کننده (V)

R : مقاومت الکتریکی مصرف‌کننده (Ω)

I : جریان الکتریکی عبوری از مصرف‌کننده (A)

طبق رابطه $P = VI$ ، توان الکتریکی را به دست می‌آوریم:

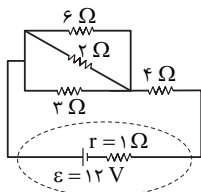
$$P = VI = 40 \times 10^3 \times 200 = 8 \times 10^6 \text{ W} = 8 \text{ MW}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

به تبدیل واحدها دقت کن.

گول نخوری ✗

۴۲ در مدار شکل زیر، توان خروجی باتری چند وات است؟



(۱) ۱۶

(۲) ۱۸

(۳) ۲۰

(۴) ۲۲

پاسخ: گزینه ۳

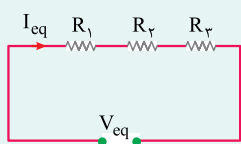
Hint

با توجه به این که توان خروجی باتری با توان مصرفی مقاومت معادل برابر است، لذا مقاومت معادل و جریان کل مدار را به دست آورید سپس و طبق رابطه $P = RI^2$ ، توان مصرفی مقاومت معادل را محاسبه کنید.

درس Box

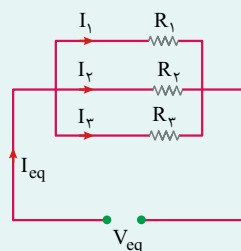
(۱) به هم بستن مقاومت‌ها:

اتصال متوالی (سری): در این حالت مطابق شکل زیر، جریان عبوری از تمام مقاومت‌ها یکسان است و داریم:



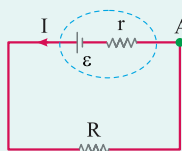
$$\left. \begin{aligned} I_1 = I_2 = I_3 = I_{eq} \\ V_{eq} = V_1 + V_2 + V_3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

اتصال موازی: مطابق شکل، در اتصال موازی، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها با هم برابر است، پس:



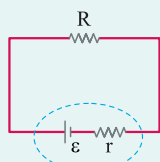
$$\left. \begin{aligned} I_{eq} = I_1 + I_2 + I_3 \\ V_{eq} = V_1 = V_2 = V_3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

(۲) در مدار زیر، با یک دور کامل می‌توانیم جریان الکتریکی را پیدا کنیم:



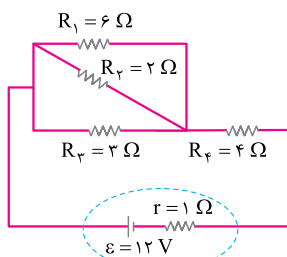
$$V_A - Ir + \varepsilon - IR = V_A \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r + R}$$

در مداری مطابق شکل، توان خروجی مولد با توان مصرفی مقاومت برابر است:



$$P_{\text{مصرفی مقاومت}} = P_{\text{خروجی مولد}}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: مقاومت معادل مدار را محاسبه می‌کنیم:



$$\begin{aligned} R_1 = 6 \Omega, R_2 = 2 \Omega, R_3 = 3 \Omega, R_4 = 4 \Omega \\ \frac{1}{R'} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1+3+2}{6} \Rightarrow R' = 1 \Omega \\ \text{متوالی } R_4, R': R_{eq} = 4 + 1 = 5 \Omega \end{aligned}$$

گام دوم: جریان عبوری از مدار را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{12}{5 + 1} = 2 \text{ A}$$

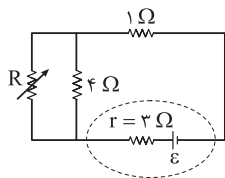
گام سوم: توان خروجی باتری با توان مصرفی مقاومت معادل برابر است، پس:

$$P_{\text{خروجی باتری}} = P_{\text{مصرفی مقاومت معادل}} = R_{eq} I^2 = 5 \times 2^2 = 20 \text{ W}$$

فیزیک

۴۳

در مدار شکل زیر، با افزایش مقاومت متغیر R از صفر تا $12\ \Omega$ ، توان خروجی باتری چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) کاهش می‌یابد.

(۲) افزایش می‌یابد.

(۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

(۴) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۴

Hint

مقاومت معادل را به ازای $R = 0$ و $R = 12\ \Omega$ به دست آورید و سپس با رسم نمودار توان خروجی برحسب مقاومت R_{eq} ، محدوده توان خروجی مولد را مشخص کرده و چگونگی تغییرات آن را به دست آورید.

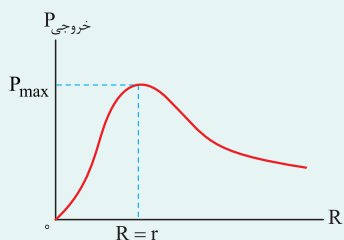
درس Box

با توجه به رابطه توان خروجی باتری داریم:

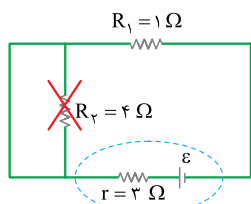
$$P_{\text{خروجی}} = \varepsilon I - rI^2 \xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{R+r}} P_{\text{خروجی}} = \varepsilon \left(\frac{\varepsilon}{R+r} \right) - r \left(\frac{\varepsilon}{R+r} \right)^2 = \frac{\varepsilon^2}{R+r} - \frac{r\varepsilon^2}{(R+r)^2}$$

$$\Rightarrow P_{\text{خروجی}} = \frac{\varepsilon^2}{R+r} \left(1 - \frac{r}{R+r} \right) = \frac{R\varepsilon^2}{(R+r)^2}$$

مطابق رابطه بالا، نمودار توان خروجی برحسب مقاومت R به صورت زیر رسم می‌شود:

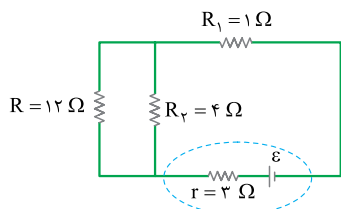


گام اول: مقاومت متغیر R را برابر صفر در نظر گرفته و مقاومت معادل را محاسبه می‌کنیم:
وقتی $R = 0$ باشد، مقاومت ۴ اهمی اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود.



$$R_{eq} = R_1 = 1\ \Omega$$

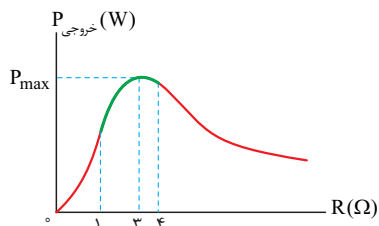
گام دوم: مقاومت متغیر R را برابر با $12\ \Omega$ در نظر گرفته و مقاومت معادل را به دست می‌آوریم:



$$\text{موازی } R_1, R: R' = \frac{4 \times 12}{4 + 12} = 3\ \Omega$$

$$\text{متوالی } R_1, R': R_{eq} = 3 + 1 = 4\ \Omega$$

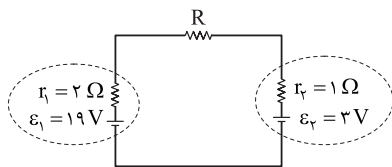
گام سوم: نمودار توان خروجی مولد برحسب مقاومت معادل را رسم می‌کنیم:



طبق نمودار مشخص است که وقتی $1\ \Omega < R_{eq} < 4\ \Omega$ است، توان خروجی ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

فیزیک

۴۴ در مدار شکل زیر، اگر توان خروجی باتری (۱)، سه برابر توان ورودی باتری (۲) باشد، مقاومت R چند اهم است؟



۳ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

درس Box

(۱) توان خروجی باتری از رابطه زیر محاسبه می‌شود و برابر است با توان تولیدی کل منهای توان تلف‌شده:

$$P_{\text{خروجی}} = \underbrace{\varepsilon I}_{\text{توان تولیدی}} - \underbrace{rI^2}_{\text{توان تلف‌شده}}$$

اگر باتری مصرف‌کننده انرژی باشد، توان ورودی آن برابر است با توان تولیدی کل به‌علاوه توان گرفته‌شده، یعنی:

$$P_{\text{ورودی}} = \varepsilon I + rI^2$$

(۲) در مدارهای تک‌حلقه‌ای که چند منبع نیروی محرکه دارد، به کمک قاعده حلقه، جریان الکتریکی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$I = \frac{\sum \varepsilon}{\underbrace{\sum R}_{\text{جمع جبری مقاومت‌های بیرونی}} + \underbrace{\sum r}_{\text{جمع جبری مقاومت‌های درونی}}}$$

نیروهای محرکه جمع جبری

گام اول: با توجه به این که $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ است، پس باتری (۱) تولیدکننده توان و باتری (۲) مصرف‌کننده توان است، پس:

$$\frac{P_1}{P_2} = 3 \Rightarrow \frac{\varepsilon_1 I - r_1 I^2}{\varepsilon_2 I + r_2 I^2} = 3 \Rightarrow \frac{19I - 2I^2}{3I + I^2} = 3 \Rightarrow \frac{19 - 2I}{3 + I} = 3$$

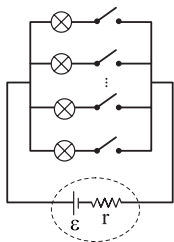
$$\Rightarrow 19 - 2I = 9 + 3I \Rightarrow 10 = 5I \Rightarrow I = 2 \text{ A}$$

گام دوم: به کمک رابطه جریان عبوری از مدار، مقاومت R را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R + r_1 + r_2} \Rightarrow 2 = \frac{19 - 3}{R + 2 + 1} \Rightarrow 1 = \frac{8}{R + 3} \Rightarrow R = 5 \Omega$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در مدار شکل زیر، تعدادی لامپ مشابه به طور موازی به یک باتری متصل شده‌اند و هر لامپ با یک کلید همراه است. اگر کلیدها را به ترتیب یکی پس از دیگری ببندیم، با بسته شدن کلید n ام، جریان گذرنده از هر یک از لامپ‌های روشن قبلی، چند برابر می‌شود؟ (مقاومت درونی باتری برابر با مقاومت هر یک از لامپ‌هاست.)



$$(۱) \frac{n+1}{n}$$

$$(۲) \frac{n}{n+1}$$

$$(۳) \frac{n-1}{n}$$

$$(۴) \frac{n}{n-1}$$

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

● اگر n مقاومت مشابه R به صورت موازی در مدار بسته شوند، مقاومت معادل در مدار برابر است با:

$$R_{eq} = \frac{R}{n}$$

● اگر n مقاومت مشابه R به صورت متوالی در مدار بسته شوند، مقاومت معادل در مدار برابر است با:

$$R_{eq} = nR$$

با بستن کلیدها، لامپ‌ها به صورت موازی در مدار اضافه می‌شوند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$R_{eq} = \frac{R}{n-1}$$

گام اول: مقاومت معادل با بستن $n-1$ کلید برابر است با:

جریان عبوری در کل مدار برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{\varepsilon}{\frac{R}{n-1} + r}$$

چون مقاومت‌ها مشابه هستند، جریان گذرنده از هر یک از لامپ‌ها برابر است با:

$$I_1 = \frac{I}{n-1} = \frac{\frac{\varepsilon}{\frac{R}{n-1} + r}}{n-1} = \frac{\varepsilon}{R + (n-1)r} \xrightarrow{r=R} I_1 = \frac{\varepsilon}{nR}$$

گام دوم: با بستن n کلید، مراحل گام اول را تکرار می‌کنیم:

$$R'_{eq} = \frac{R}{n}$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{\varepsilon}{\frac{R}{n} + r}$$

جریان عبوری در کل مدار:

و حالا جریان گذرنده از هر یک از لامپ‌ها:

$$I'_1 = \frac{I'}{n} = \frac{\frac{\varepsilon}{\frac{R}{n} + r}}{n} \xrightarrow{r=R} I'_1 = \frac{\varepsilon}{R + nR} = \frac{\varepsilon}{R(n+1)}$$

گام سوم: خواسته سؤال نسبت $\frac{I'_1}{I_1}$ است، یعنی:

$$\frac{I'_1}{I_1} = \frac{\frac{\varepsilon}{R(n+1)}}{\frac{\varepsilon}{nR}} = \frac{n}{n+1}$$

چه تعداد از موارد زیر درست است؟

(الف) شیب مغناطیسی در هر نقطه برابر با زاویه میدان مغناطیسی زمین با محور قائم بر زمین است.

(ب) میدان مغناطیسی درون آهنرباها از قطب N به S است.

(پ) برای ساخت آهنربای دائم از مواد فرومغناطیس سخت استفاده می‌شود.

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

پاسخ: گزینه ۱

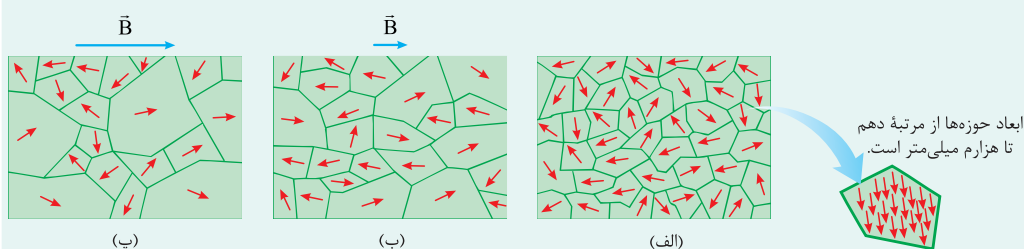
کرتی Box

مواد فرومغناطیسی:

ذرات تشکیل‌دهنده این مواد ذاتاً خاصیت مغناطیسی دارند.

دارای حوزه مغناطیسی است.

حوزه‌های مغناطیسی همسو با میدان خارجی رشد می‌کنند.



(الف) مواد فرومغناطیسی نرم: حوزه‌های مغناطیسی این مواد در حضور میدان مغناطیسی خارجی به سهولت تغییر می‌کنند و ماده به سادگی آهنربا می‌شود و با حذف میدان خارجی نیز خاصیت آهنربایی خود را به راحتی از دست می‌دهد.

(ب) مواد فرومغناطیسی سخت: به سختی آهنربا می‌شوند، یعنی در حضور میدان مغناطیسی خارجی، حجم حوزه‌ها در آن‌ها به سختی تغییر می‌کند و پس از حذف میدان خارجی، تا مدت‌زمان زیادی، تقریباً خاصیت آهنربایی خود را حفظ می‌کند؛ به همین دلیل در ساخت آهنرباهای دائمی کاربرد دارند.

مثال فرومغناطیسی نرم و فرومغناطیسی سخت

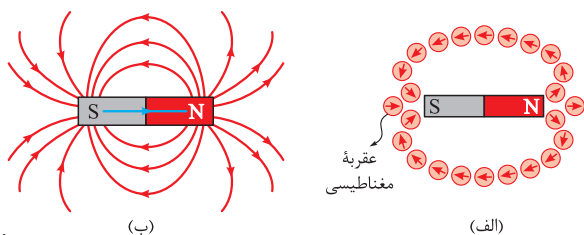
آهن، کبالت، نیکل خالص
فولاد و آلیاژهای آهن، نیکل و کبالت

عبارات را بررسی می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

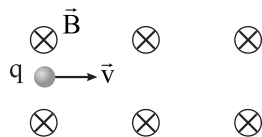
(الف) نادرست؛ در بیشتر نقاط زمین عقربه مغناطیسی به طور افقی قرار نمی‌گیرد و امتداد آن با سطح افقی زمین زاویه می‌سازد که به آن شیب مغناطیسی می‌گویند.

(ب) نادرست؛ در بیرون آهنربا خطوط میدان مغناطیسی از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شوند و در درون آهنربا جهت خطوط میدان مغناطیسی از قطب S به سمت قطب N است.



(پ) درست، طبق درس باکس مورد «پ» درست است.

ذره باردار $q = -5 \mu\text{C}$ ، مطابق شکل زیر با تندی $v = 400 \text{ m/s}$ به طور عمود وارد میدان مغناطیسی یکنواخت و درون سوی $B = 0.2 \text{ T}$ می شود. نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره، چند میلی نیوتون و در کدام جهت است؟



- (۱) $4 \times 10^{-4} \text{ N}$ ، ↓
 (۲) $4 \times 10^{-4} \text{ N}$ ، ↑
 (۳) $4 \times 10^{-4} \text{ N}$ ، ↓
 (۴) $4 \times 10^{-4} \text{ N}$ ، ↑

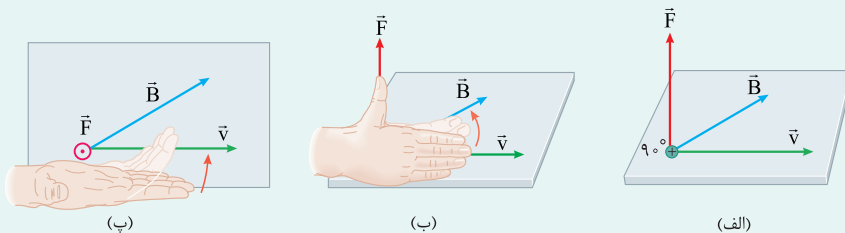
پاسخ: گزینه ۱

طبق قاعده دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره منفی را تعیین کنید و سپس طبق رابطه $F = |q| v B \sin \theta$ ، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره را محاسبه کنید.

Hint

درس Box

(۱) تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار مثبت با استفاده از قاعده دست راست: اگر چهار انگشت دست راست را در جهت $\vec{v}$ قرار دهیم به گونه ای که جهت خم شدن چهار انگشت در جهت $\vec{B}$ باشد، انگشت شست جهت نیروی مغناطیسی را نشان می دهد.



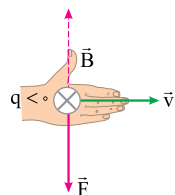
اگر بار ذره منفی باشد، جهت نیروی مغناطیسی را برعکس می کنیم، در واقع برای ذره با بار منفی می توانیم از دست چپ استفاده کنیم.

(۲) نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$F_B = |q| v B \sin \theta$$

زاویه بین بردار سرعت و میدان مغناطیسی $\rightarrow$ $F_B = |q| v B \sin \theta$
 (T) میدان مغناطیسی (C) بزرگی بار
 (N) اندازه نیرو (m/s) تندی

گام اول: به کمک قاعده دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره را پیدا می کنیم: (دقت کنید بار ذره، منفی است، پس در نهایت جهت F را برعکس می کنیم).



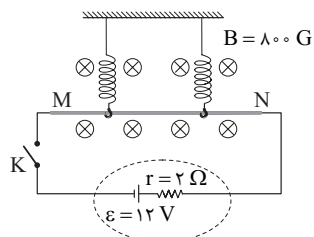
گام دوم: به کمک رابطه $F = |q| v B \sin \theta$ ، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره را محاسبه می کنیم:

$$F = |q| v B \sin \theta \rightarrow \frac{|q|=5 \mu\text{C}=5 \times 10^{-6} \text{ C}}{v=400 \text{ m/s}, B=0.2 \text{ T}, \theta=90^\circ} \rightarrow F = 5 \times 10^{-6} \times 400 \times 0.2 \times \sin 90^\circ = 4 \times 10^{-4} \text{ N}$$

$$\Rightarrow F = 0.4 \text{ mN}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در مدار شکل زیر، میله MN به طول ۵۰ cm و مقاومت الکتریکی $2\ \Omega$ از دو نیروسنج مشابه آویزان است. با بسته شدن کلید، مقداری که هر نیروسنج نشان می‌دهد، چند میلی‌نیوتون و چگونه تغییر می‌کند؟ (مقاومت الکتریکی سیم‌های رابط ناچیز است).



(۱) ۱۲۰، افزایش

(۲) ۱۲۰، کاهش

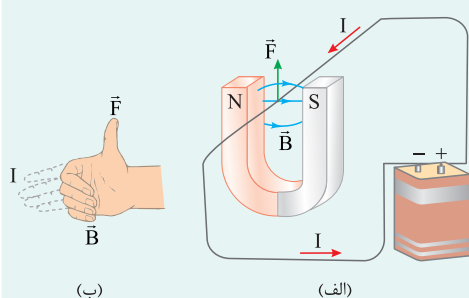
(۳) ۶۰، افزایش

(۴) ۶۰، کاهش

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

اورستد با انجام آزمایش‌هایی نشان داد که میدان مغناطیسی بر سیم حامل جریان نیرو وارد می‌کند، این نیرو بر راستای سیم و بر راستای میدان مغناطیسی عمود است. جهت این نیروی مغناطیسی را می‌توان به کمک قاعده دست راست مطابق شکل به این صورت تعیین کرد که اگر چهار انگشت دست راست را در جهت I قرار دهید به گونه‌ای که جهت خم شدن انگشتان در جهت $\vec{B}$ باشد، انگشت شست جهت $\vec{F}$ را مشخص می‌کند.



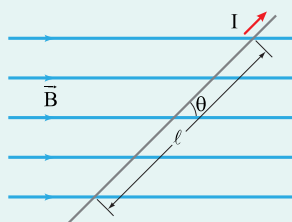
نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی یکنواخت به عامل‌های زیر مربوط است:

$$F = I\ell B \sin \theta$$

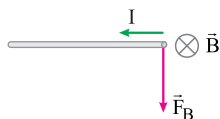
I: جریان الکتریکی (A)

 ℓ : طول بخشی از سیم که در میدان مغناطیسی قرار دارد (m)

B: میدان مغناطیسی (T)

 θ : زاویه‌ای که امتداد سیم با خطوط میدان مغناطیسی می‌سازد.

گام اول: با بسته شدن کلید، جریان پادساعتگرد در مدار برقرار می‌شود، یعنی جریان از N به M در میله برقرار می‌شود، طبق قاعده دست راست داریم:



گام دوم: جریان عبوری از میله که همان جریان عبوری از مدار است را محاسبه می‌کنیم: (دقت کنید میله به عنوان مقاومت در نظر گرفته می‌شود).

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{12}{2 + 2} = 3\text{ A}$$

گام سوم: تغییر عدد نیروسنج در این حالت ناشی از نیروی مغناطیسی وارد بر میله است، یعنی:

$$\Rightarrow 2F_{\text{نیروسنج}} = F_B = I\ell B \sin \theta$$

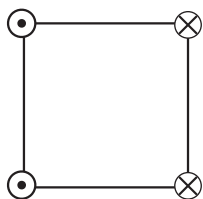
$$\Rightarrow F_{\text{نیروسنج}} = \frac{I\ell B \sin \theta}{2} = \frac{3 \times 50 \times 10^{-2} \times 800 \times 10^{-4} \times \sin 90^\circ}{2} = 0.06\text{ N} \times 10^{-2} = 60\text{ mN}$$

تبدیل N به mN

با وصل کردن کلید، جریان در میله MN برقرار می‌شود و باعث می‌شود نیرویی رو به پایین به میله وارد شود، در نتیجه نیروسنج عدد بیشتری را نشان می‌دهد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در شکل زیر، چهار سیم راست و بلند، حامل جریان‌های مساوی، در رأس‌های مربعی، عمود بر صفحه قرار دارند. اگر بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از هر یک از سیم‌ها در مرکز مربع برابر با B باشد، میدان مغناطیسی خالص در مرکز مربع، چند برابر B و در کدام جهت است؟



$$\uparrow, 2 \quad (1)$$

$$\downarrow, 2 \quad (2)$$

$$\uparrow, 2\sqrt{2} \quad (3)$$

$$\downarrow, 2\sqrt{2} \quad (4)$$

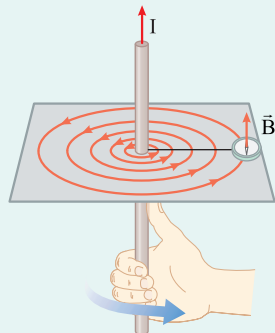
پاسخ: گزینه ۳

Hint

به کمک قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی ناشی از هر سیم را در مرکز مربع مشخص کنید و سپس جهت برابند هر چهار بردار را به دست آورید.

درس‌Box

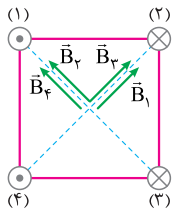
یک سیم حامل جریان الکتریکی در اطراف خود میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند که جهت این میدان به کمک قاعده دست راست مشخص می‌شود. به این صورت که اگر انگشت شست را در جهت جریان قرار دهیم، جهت خم شدن انگشتان دست راست، جهت میدان مغناطیسی اطراف سیم را نشان می‌دهد.



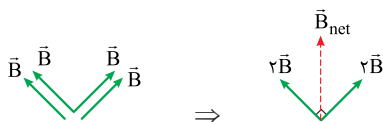
میدان مغناطیسی اطراف سیم راست، با فاصله از آن رابطه عکس و با اندازه جریان رابطه مستقیم دارد.

گام اول: طبق قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی ناشی از هر سیم را در مرکز مربع مشخص می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام دوم: جهت میدان مغناطیسی خالص و اندازه آن را محاسبه می‌کنیم:



جهت میدان مغناطیسی خالص به سمت بالا (↑) است. $\Rightarrow$

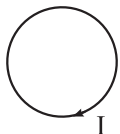
$$B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = B$$

اندازه هر یک از میدان‌های مغناطیسی در مرکز مربع B است، هم‌چنین میدان‌ها در دو راستا بر هم عمود هستند، در نتیجه داریم:

$$B_{\text{net}} = \sqrt{(2B)^2 + (2B)^2} = 2\sqrt{2} B$$

۵۰ در شکل زیر از حلقه‌ای با مساحت سطح $۳۶\pi \text{ cm}^2$ ، جریان الکتریکی $I = ۵ \text{ A}$ در جهت ساعتگرد می‌گذرد. بزرگی

میدان مغناطیسی ناشی از حلقه در مرکز آن چند گاوس و در کدام جهت است؟ ($\mu_0 = ۱۲ \times ۱۰^{-۷} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$)



(۱) ۵، $\odot$

(۲) ۵، $\otimes$

(۳) ۵، $\odot$

(۴) ۵، $\otimes$

پاسخ: گزینه ۴

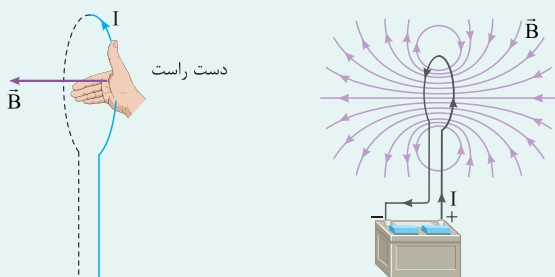
Hint

به کمک مساحت داده‌شده، شعاع پیچه را محاسبه کنید و طبق رابطه $B = \frac{\mu_0 NI}{2R}$ بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه را به دست آورید.

درس‌Box

● میدان مغناطیسی ناشی از یک حلقه دایره‌ای حامل جریان:

مطابق شکل در اطراف یک حلقه رسانای دایره‌ای شکل میدان مغناطیسی ایجاد می‌شود. همان‌طور که می‌بینید خط‌های میدان مغناطیسی در ناحیه داخل حلقه به یکدیگر نزدیک‌ترند؛ یعنی میدان در این ناحیه قوی‌تر است. افزون بر این، در نقطه‌های روی محور حلقه، میدان موازی محور است. جهت خط‌های میدان مغناطیسی حلقه را می‌توان با قاعده دست راست مطابق شکل زیر نشان داد.

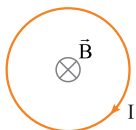


● اندازه میدان مغناطیسی در مرکز یک پیچه حامل جریان I به شعاع R، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R}$$

ضریب تراوایی مغناطیسی خلا μ_0 (T.m/A)
تعداد دورهای پیچه N
جریان الکتریکی (A) I
شعاع حلقه (m) R

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: طبق قاعده دست راست، اگر انگشت شست را در جهت جریان روی سیم قرار دهیم، جهت چرخش چهار انگشت، جهت



میدان مغناطیسی را در مرکز حلقه نشان می‌دهد:

گام دوم: به کمک رابطه مساحت، شعاع پیچه را محاسبه کرده و در رابطه $B = \frac{\mu_0 NI}{2R}$ قرار می‌دهیم تا اندازه میدان مغناطیسی محاسبه شود:

$$A = \pi R^2 \Rightarrow 36\pi = \pi R^2 \Rightarrow R = 6 \text{ cm} = 0.06 \text{ m}$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 5 \times 5}{2 \times 0.06} = 5 \times 10^{-5} \text{ T} \times 10^4 = 0.5 \text{ G}$$

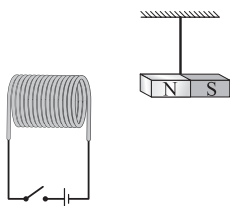
تبدیل T به G

اگره خواست به تبدیل واحدها نباشه، توی دام گزینه (۲) می‌افتی.

گول نخوری

سیملوله‌ای که در هر سانتی‌متر آن ۵ حلقه وجود دارد، مطابق شکل زیر در کنار یک آهنربای آویزان قرار دارد. با وصل شدن کلید، جریان الکتریکی ۴ A از سیملوله می‌گذرد. در این حالت، بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملوله

چند گاوس است و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر آهنربا از طرف سیملوله کدام است؟ ($\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$)



(۱) ۱۸، →

(۲) ۱۸، ←

(۳) ۲۴، →

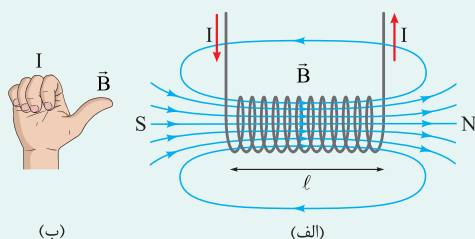
(۴) ۲۴، ←

پاسخ: گزینه ۴

درس‌Box

تعیین جهت میدان مغناطیسی در داخل سیملوله:

به کمک قاعده دست راست جهت میدان مغناطیسی مشخص می‌شود به این صورت که اگر چهار انگشت دست راست را در جهت جریان قرار دهیم، انگشت شست جهت میدان درون سیملوله را نشان می‌دهد.



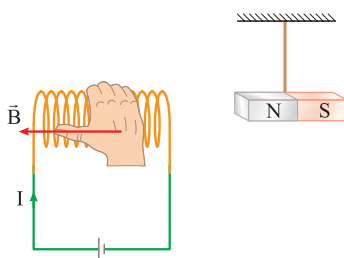
اندازه میدان مغناطیسی در درون سیملوله و دور از لبه‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{L}$$

ضریب تراوایی مغناطیسی خلأ $(\frac{T.m}{A})$ تعداد دورهای سیملوله (N) جریان الکتریکی (A) طول سیملوله (m)

میدان مغناطیسی (T) B μ_0 I L

گام اول: با وصل شدن کلید جهت جریان در مدار را مشخص می‌کنیم. مطابق شکل به کمک قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیملوله به سمت چپ است.



گام دوم: با توجه به این که میدان مغناطیسی سیملوله به سمت چپ است (←) پس کنار قطب N آهنربا، قطب S سیملوله قرار دارد و باعث جذب آهنربا می‌شود؛ بنابراین به آهنربا نیرویی به سمت چپ از طرف سیملوله وارد می‌شود.

گام سوم: بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملوله را محاسبه می‌کنیم:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{L} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 5 \times 4}{1 \times 10^{-2}} = 24 \times 10^{-4} T \times 10^4 = 24 G$$

تبدیل T به G

پاسخ خیلی تشریحی ✓

میدان مغناطیسی یکنواختی با بزرگی 0.6 T ، با سطح حلقه‌ای زاویه 30° می‌سازد. اگر شار مغناطیسی گذرنده از درون حلقه برابر با $9 \times 10^{-3} \text{ Wb}$ باشد، قطر حلقه چند سانتی‌متر است؟ ($\pi = 3$)

۲۵ (۴)

۲۰ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲



داده‌های سؤال را برحسب یکاهای SI در رابطه $\Phi = BA \cos \theta$ جاگذاری کنید تا مساحت حلقه به دست آید، سپس طبق رابطه $A = \pi R^2$ ، شعاع و در نهایت قطر را محاسبه کنید.



شار مغناطیسی کمیتی نرده‌ای است که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

میدان مغناطیسی (T)

$$\Phi = BA \cos \theta$$

زاویه بین نیم خط عمود بر سطح با بردار میدان مغناطیسی

مساحت حلقه شار مغناطیسی

(Wb) (m^2)

گام اول: ابتدا با توجه به داده‌های سؤال، مساحت سطح حلقه را محاسبه می‌کنیم:

$$\Phi = BA \cos \theta \Rightarrow A = \frac{\Phi}{B \cos \theta} \xrightarrow[\theta = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ]{\Phi = 9 \times 10^{-3} \text{ Wb}, B = 0.6 \text{ T}} A = \frac{9 \times 10^{-3}}{0.6 \times \cos 60^\circ} = 3 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

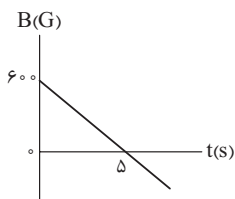
دقت کنید میدان مغناطیسی با سطح حلقه زاویه 30° می‌سازد یعنی زاویه میدان مغناطیسی با نیم خط عمود بر حلقه برابر با 60° ($90^\circ - 30^\circ$) است.

$$A = \pi R^2 \Rightarrow 3 \times 10^{-2} = 3R^2 \Rightarrow R^2 = 10^{-2} \Rightarrow R = 0.1 \text{ m}$$

$$\text{قطر} = 2R = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

میدان مغناطیسی یکنواختی از درون حلقهٔ رسانایی با مساحت 500 cm^2 می‌گذرد. این میدان با سطح حلقه زاویه 37° می‌سازد. نمودار تغییرات اندازهٔ این میدان مغناطیسی بر حسب زمان به شکل زیر است. اندازهٔ نیروی محرکه القایی متوسط در حلقه در ۳ ثانیهٔ اول، چند میلی‌ولت است؟ ($\cos 37^\circ = 0.6$)



(۱) ۲۴/۰

(۲) ۶/۰

(۳) ۳۶/۰

(۴) ۴۸/۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

اطلاعات مسئله را در رابطه $|\varepsilon_{av}| = |-NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t}|$ جاگذاری کنید تا اندازهٔ نیروی محرکه القایی متوسط را به دست آورید.

Hint

طبق قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، با تغییر شار مغناطیسی عبوری از حلقه، نیروی محرکه‌ای در حلقه القا می‌شود، اندازهٔ نیروی محرکه القایی از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned}
 & \text{نیروی محرکه القایی (V)} \quad |\varepsilon_{av}| = |-N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}| \Rightarrow \begin{cases} |\varepsilon_{av}| = |-NAB(\frac{\cos \theta_2 - \cos \theta_1}{\Delta t})| & \text{A و B ثابت و } \theta \text{ متغیر:} \\ |\varepsilon_{av}| = |-NA \cos \theta (\frac{\Delta B}{\Delta t})| & \text{A و } \theta \text{ ثابت و B متغیر:} \\ |\varepsilon_{av}| = |-NB \cos \theta (\frac{\Delta A}{\Delta t})| & \text{B و } \theta \text{ ثابت و A متغیر:} \end{cases} \\
 & \text{تعداد حلقه} \quad \text{آهنگ تغییر شار مغناطیسی} \quad \left(\frac{\text{Wb}}{\text{s}} \right)
 \end{aligned}$$

با توجه به این که تغییر شار مغناطیسی ناشی از تغییرات اندازهٔ میدان مغناطیسی است، پس طبق رابطهٔ $|\varepsilon_{av}| = |-NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t}|$ داریم:

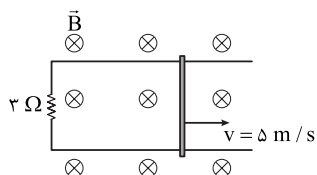
پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$|\varepsilon_{av}| = |-NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t}| = |-1 \times 500 \times 10^{-4} \times \cos(90^\circ - 37^\circ) \times \frac{0 - 600 \times 10^{-8}}{5}|$$

$$\Rightarrow |\varepsilon_{av}| = 5 \times 10^{-2} \times 0.6 \times \frac{6 \times 10^{-2}}{5} = 4 \times 10^{-4} \text{ V} = 0.4 \text{ mV}$$

تبدیل V به mV

در شکل زیر، میله رسانایی به طول 80 cm با تندی ثابت $v = 5 \text{ m/s}$ روی رسانای U شکلی، در جهت نشان داده شده، در حرکت است. اگر در این محیط میدان مغناطیسی یکنواخت و درون سوی $B = 0.3 \text{ T}$ برقرار باشد، نیروی مغناطیسی وارد بر میله چند نیوتون و در کدام جهت است؟ (مقاومت الکتریکی میله و سیم‌های رابط ناچیز است.)



$$(1) \quad \leftarrow, 96 \times 10^{-3}$$

$$(2) \quad \rightarrow, 96 \times 10^{-3}$$

$$(3) \quad \leftarrow, 96 \times 10^{-2}$$

$$(4) \quad \rightarrow, 96 \times 10^{-2}$$

پاسخ: گزینه ۱

درس: Box

(۱) نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی یکنواخت به عامل‌های زیر مربوط است:

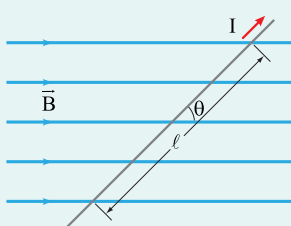
$$F = IlB \sin \theta$$

I: جریان الکتریکی (A)

ℓ : طول بخشی از سیم که در میدان مغناطیسی قرار دارد. (m)

B: میدان مغناطیسی (T)

θ : زاویه‌ای که امتداد سیم با خطوط میدان مغناطیسی می‌سازد.

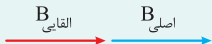


(۲) قانون لنز: قانون لنز بیان می‌کند که وقتی شار مغناطیسی تغییر می‌کند جریان در جهتی در حلقه القا می‌شود که میدان مغناطیسی حاصل از آن با تغییر شار مخالفت می‌کند، یعنی:

• وقتی شار مغناطیسی افزایش می‌یابد، میدان مغناطیسی اصلی و القایی در خلاف جهت هم هستند:



• وقتی شار مغناطیسی کاهش می‌یابد، میدان مغناطیسی اصلی و القایی هم‌جهت هستند:

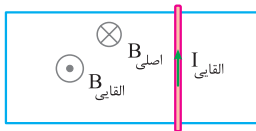


(۳) اگر میله‌ای فلزی با سرعت v عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت در حال حرکت باشد، نیروی محرکه القایی در دو سر میله از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$|\varepsilon| = B \ell v$$

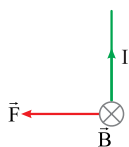
میدان مغناطیسی (T) $\uparrow$ B
 سرعت (m/s) $\uparrow$ v
 طول میله (m) $\downarrow$ ℓ

گام اول: ابتدا باید جهت جریان القایی در میله را پیدا کنیم، چون با حرکت میله به سمت راست، مساحت حلقه و در نتیجه اندازه شار مغناطیسی افزایش می‌یابد، طبق قانون لنز، میدان مغناطیسی القایی باید در خلاف جهت میدان اصلی باشد تا با این افزایش شار مخالفت کند. به کمک قاعده دست راست، جهت جریان القایی در حلقه را مشخص می‌کنیم:



پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: با توجه به جهت جریان و جهت میدان مغناطیسی، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر میله را مشخص می‌کنیم:



گام سوم: نیروی محرکه القاشده در میله برابر با $\mathcal{E} = B\ell v$ است و از طرفی $\mathcal{E} = RI$ است؛ پس:

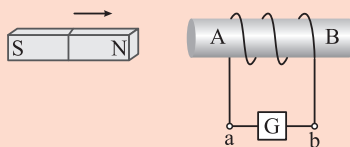
$$RI = B\ell v \Rightarrow I = \frac{B\ell v}{R} = \frac{0.3 \times 80 \times 10^{-2} \times 5}{3} = 0.4 \text{ A}$$

گام چهارم: برای محاسبه نیروی مغناطیسی وارد بر میله داریم:

$$F = I\ell B \sin \theta = 0.4 \times 80 \times 10^{-2} \times 0.3 \times \sin 90 = 96 \times 10^{-3} \text{ N}$$



در شکل زیر آهنربای میله‌ای در حال نزدیک شدن به سیملوله است. در این حالت، جریان الکتریکی القایی که از گالوانومتر می‌گذرد، به کدام جهت است و در ناحیه A چه قطب مغناطیسی ایجاد می‌شود؟



(۱) از a به b، S

(۲) از a به b، N

(۳) از b به a، S

(۴) از b به a، N

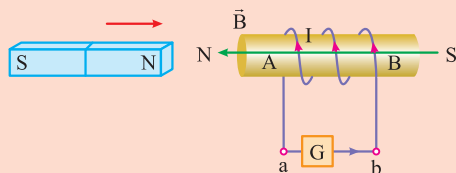
پاسخ: گزینه ۲

براساس قانون لنز، جهت میدان مغناطیسی القایی و جهت جریان القایی را پیدا کنید.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

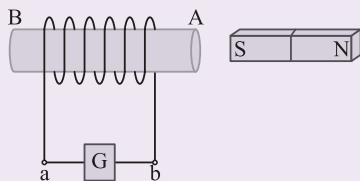
گام اول: با نزدیک شدن آهنربای میله‌ای به سیملوله، شار مغناطیسی در سیملوله افزایش می‌یابد، طبق قانون لنز باید میدان مغناطیسی القایی در سیملوله در جهتی باشد که با نزدیک شدن آهنربا و افزایش شار مخالفت کند، پس جهت میدان مغناطیسی القایی در سیملوله باید مطابق شکل به سمت چپ باشد یعنی در نقطه A، قطب N ایجاد شود تا با نزدیک شدن آهنربا با قطب N مخالفت کند.



گام دوم: با مشخص شدن جهت میدان مغناطیسی در سیملوله، طبق قاعده دست راست، جهت جریان در سیملوله و در گالوانومتر را مشخص می‌کنیم؛ به این صورت که اگر انگشت شست دست راست را در جهت میدان مغناطیسی القایی قرار دهیم جهت چرخش چهار انگشت روی هسته سیملوله جهت جریان القایی را نشان می‌دهد، پس جریان القایی در گالوانومتر از a به b است.

شکل زیر، آهنربای تیغه‌ای را نشان می‌دهد که از سیملوله دور می‌شود. در این حالت جریان الکتریکی القایی که از گالوانومتر می‌گذرد، به کدام جهت است و در A و B به ترتیب چه قطب‌های مغناطیسی ایجاد می‌شود؟

(سوال ۳۳ کنکور ریاضی - اردیبهشت ۱۴۰۴)



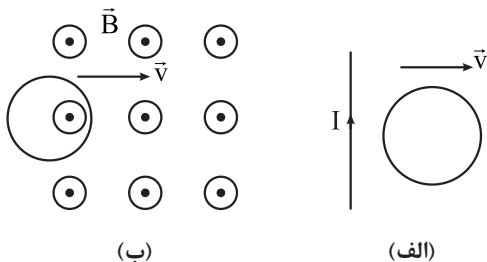
(۱) از a به b، N و S

(۲) از b به a، N و S

(۳) از a به b، S و N

(۴) از b به a، S و N

در شکل (الف)، سیم بلند و حامل جریان ثابت I در صفحه قرار دارد و در شکل (ب)، میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ عمود بر صفحه به سمت بیرون صفحه است. در هر دو شکل حلقهٔ رسانایی در حال حرکت به طرف راست است. در وضعیت‌های نشان داده شده، جهت جریان القا شده در حلقه در شکل‌های (الف) و (ب) به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



(ب)

(الف)

(۲) ساعتگرد، پادساعتگرد

(۴) پادساعتگرد، پادساعتگرد

(۱) ساعتگرد، ساعتگرد

(۳) پادساعتگرد، ساعتگرد

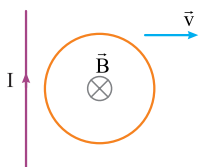
پاسخ: گزینهٔ ۱

به کمک قانون لنز، جهت میدان مغناطیسی القایی و سپس جهت جریان القایی در حلقه را مشخص کنید.



گام اول: در شکل «الف»، میدان مغناطیسی سیم راست را در مرکز حلقه به کمک قاعدهٔ دست راست مشخص می‌کنیم:

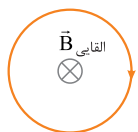
پاسخ خیلی تشریحی ✓



چون حلقه در حال دور شدن است، میدان مغناطیسی در مرکز حلقه در حال کاهش است، طبق قانون لنز، جهت میدان مغناطیسی القایی باید درون سو باشد تا با کاهش میدان مخالفت کند. حالا جهت جریان القایی در حلقه را طبق قاعدهٔ دست راست مشخص می‌کنیم:



گام دوم: در شکل «ب»، حلقه در حال ورود به میدان مغناطیسی برون سو است یعنی میدان مغناطیسی و در نتیجه شار مغناطیسی در حال افزایش است، پس میدان مغناطیسی القایی طبق قانون لنز باید در جهت مخالف میدان اصلی و درون سو باشد. حالا جهت جریان القایی در حلقه را طبق قاعدهٔ دست راست مشخص می‌کنیم:



پس جریان القایی در هر دو حلقه، ساعتگرد است.

القاگری با ضریب القاوری ۵ mH حامل جریان الکتریکی I است. اگر جریان گذرنده از القاگر ۲ A افزایش یابد، انرژی ذخیره شده در آن ۷۰ میلی ژول افزایش می یابد. I برابر با چند آمپر است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

کارت Box

جریان الکتریکی (A) $\uparrow$
 $U = \frac{1}{2} L I^2$
 انرژی ذخیره شده (J) $\uparrow$
 ضریب القاوری (H) $\downarrow$

انرژی ذخیره شده در یک القاگر طبق رابطه زیر به دست می آید:

طبق رابطه $U = \frac{1}{2} L I^2$ در هر دو حالت داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$U = \frac{1}{2} L I^2 \Rightarrow \begin{cases} U_1 = \frac{1}{2} L I^2 \\ U_1 + 70 = \frac{1}{2} L (I + 2)^2 \end{cases}$$

با جای گذاری رابطه اولی در رابطه دومی داریم:

$$\frac{1}{2} L I^2 + 70 = \frac{1}{2} L (I + 2)^2 \Rightarrow \frac{1}{2} L I^2 + 70 = \frac{1}{2} L (I^2 + 4I + 4) \Rightarrow 70 = 2LI + 2L \Rightarrow \frac{70 - 2L}{2L} = I$$

$$\Rightarrow I = \frac{70 - 2(5)}{2 \times 5} = 6 \text{ A}$$

دقت کنید چون یکای انرژی و یکای ضریب القاوری برحسب میلی بود، نیازی به تبدیل یکا نبود.



در لحظه‌ای که شار مغناطیسی گذرنده از پیچه یک مولد جریان متناوب، ۴۰ درصد کم‌تر از بیشینه شار مغناطیسی عبوری از آن است، جریان تولیدی مولد ۴ A کم‌تر از بیشینه جریان تولیدی آن است. بیشینه جریان تولیدشده توسط این مولد چند آمپر است؟

۲۰ (۴)

۱۶ (۳)

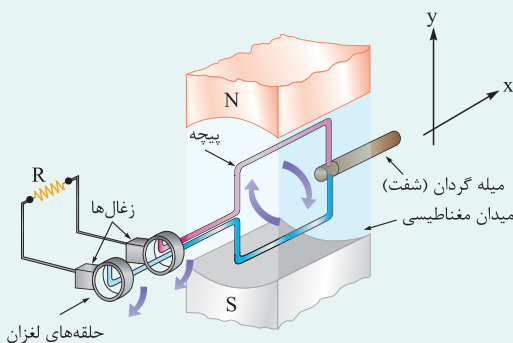
۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

درس: Box

رایج‌ترین روش برای تغییر شار مغناطیسی و تولید جریان القایی، تغییر زاویه است. مطابق شکل، پیچه می‌تواند در میدان مغناطیسی یکنواخت حول محور X بچرخد.



اگر پیچه به طور یکنواخت بچرخد و هر دور چرخش آن، T ثانیه طول بکشد معادله شار مغناطیسی عبوری از پیچه در هر لحظه به صورت زیر است:

$$\Phi = BA \cos \frac{\gamma \pi}{T} t \Rightarrow \Phi_m = BA$$

به کمک قانون القای فاراده، معادله نیروی محرکه القایی در پیچه از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin \frac{\gamma \pi}{T} t$$

و اگر مقاومت کل مدار پیچه R باشد، طبق رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R}$ داریم:

$$\frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon_m}{R} \sin \frac{\gamma \pi}{T} t \Rightarrow I = I_m \sin \frac{\gamma \pi}{T} t$$

گام اول: به کمک معادله شار مغناطیسی برحسب زمان در جریان متناوب داریم: ✓ پاسخ خیلی تشریحی

$$\Phi = BA \cos\left(\frac{\gamma \pi}{T} t\right) \Rightarrow \begin{cases} \Phi_m = BA \\ \Phi' = BA \cos\left(\frac{\gamma \pi}{T} t'\right) = \frac{\gamma}{\gamma} \Phi_m \end{cases} \Rightarrow \frac{\Phi'}{\Phi_m} = \cos\left(\frac{\gamma \pi}{T} t'\right) = \frac{\gamma}{\gamma}$$

از رابطه مثلثاتی داریم:

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 \Rightarrow \cos^2\left(\frac{\gamma \pi}{T} t'\right) + \sin^2\left(\frac{\gamma \pi}{T} t'\right) = 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\gamma}{\gamma}\right)^2 + \sin^2\left(\frac{\gamma \pi}{T} t'\right) = 1 \Rightarrow \sin^2\left(\frac{\gamma \pi}{T} t'\right) = \frac{\gamma}{\gamma}$$

گام دوم: از معادله جریان متناوب برحسب زمان کمک می‌گیریم تا بیشینه جریان را به دست آوریم:

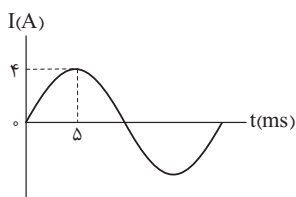
$$I = I_m \sin\left(\frac{\gamma \pi}{T} t\right) \Rightarrow I_m - \gamma = I_m \sin\left(\frac{\gamma \pi}{T} t'\right)$$

$$\xrightarrow{\sin\left(\frac{\gamma \pi}{T} t'\right) = \frac{\gamma}{\gamma}} I_m - \gamma = I_m \left(\frac{\gamma}{\gamma}\right) \Rightarrow I_m = \frac{\gamma}{\frac{\gamma}{\gamma}} = 20 \text{ A}$$

فیزیک

۵۹

شکل زیر نمودار جریان متناوب سینوسی حاصل از یک مولد جریان متناوب را نشان می‌دهد. جریان عبوری در لحظه $t = \frac{9}{400} \text{ s}$ چند آمپر است؟



(۱) صفر

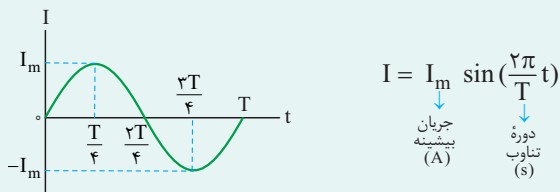
(۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{3}$

(۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

جریان متناوب جریانی است که اندازه و علامت آن به صورت تابع سینوسی با زمان تغییر می‌کند؛ نمودار و معادله جریان برحسب زمان به صورت زیر است:



$$\frac{T}{4} = 5 \Rightarrow T = 20 \text{ ms} \times 10^{-3} = 0.02 \text{ s}$$

تبدیل ms به s

گام اول: به کمک نمودار، دوره تناوب را محاسبه می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: به کمک رابطه $I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$ داریم:

$$I = 4 \sin\left(\frac{2\pi}{0.02} \times \frac{9}{400}\right) = 4 \sin\left(\frac{9}{4} \pi\right) = 4 \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{4}\right) = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow I = 2\sqrt{2} \text{ A}$$

فیزیک

۶۰ شکل زیر خطوط انتقال انرژی الکتریکی از یک نیروگاه تا محل مصرف را نشان می‌دهد. نوع مبدل‌های A، B و C به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

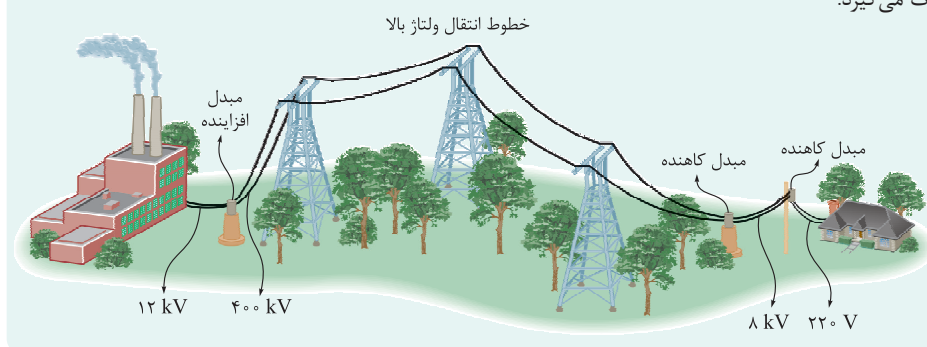


- ۱) کاهنده، کاهنده، افزایشده
- ۲) افزایشده، افزایشده، افزایشده
- ۳) افزایشده، کاهنده، افزایشده
- ۴) افزایشده، کاهنده، کاهنده

پاسخ: گزینه ۴

درس‌Box

مهم‌ترین مزیت جریان متناوب (ac) به جریان مستقیم (dc) این است که افزایش و کاهش ولتاژ ac آسان‌تر است. برای انتقال توان الکتریکی در فاصله‌های دور، تا جایی که امکان دارد از ولتاژهای بالا و جریان‌های کم استفاده می‌کنند تا اتلاف توان را در خط‌های انتقال کاهش دهند، همچنین با توجه به ولتاژ استاندارد برای سیم‌کشی خانگی و رعایت الزامات عایق‌بندی در ساخت وسایل خانگی و صنعتی، در انتقال برق به منازل مسکونی ولتاژ را تا 220 V کاهش می‌دهند، تبدیل ولتاژها با استفاده از مبدل‌ها صورت می‌گیرد.



قبل از انتقال توان الکتریکی از نیروگاه، مبدل‌های افزایشده، ولتاژ را تا حدود 400 kV افزایش می‌دهند. در انتهای مسیر، مبدل‌های کاهنده، ولتاژ را کاهش می‌دهند تا توان الکتریکی با امنیت بیشتر به محل مصرف برسد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

کدام گزینه جمله زیر را به درستی تکمیل می‌کند؟

«در مولکول الکل سازنده اتیل بوتانوات، نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن برابر و اختلاف جرم مولی ساده‌ترین آمین و آشناترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها گرم است.»

($H = 1, C = 12, N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$)



۲۹ - ۲ (۴)

۱۴ - ۲ (۳)

۲۹ - ۳ (۲)

۱۴ - ۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

در جدول زیر فرمول کلی و اطلاعات مربوط به گروه‌های عاملی مختلف رو آورده‌ایم که هتماً بهوش توجه کنید.

درس Box

نام خانواده	فرمول کلی (به شرط غیرحلقوی و سیر شده بودن)	ساده‌ترین عضو
کتون	$C_n H_{2n} O$	$CH_3 - \overset{\overset{O}{\parallel}}{C} - CH_3$ $C_2 H_6 O$
آلدهید	$C_n H_{2n} O$	$H - \overset{\overset{O}{\parallel}}{C} - H$ $CH_2 O$
اتر	$C_n H_{2n+2} O$	$CH_3 - O - CH_3$ $C_2 H_6 O$
الکل	$C_n H_{2n+2} O$	$CH_3 - OH$ $CH_4 O$
کربوکسیلیک اسید	$C_n H_{2n} O_2$	$H - \overset{\overset{O}{\parallel}}{C} - OH$ $CH_2 O_2$
استر	$C_n H_{2n} O_2$	$H - \overset{\overset{O}{\parallel}}{C} - O - CH_3$ $C_2 H_4 O_2$
آمین	$C_n H_{2n+3} N$	$CH_3 - \underset{\underset{H}{ }}{N} - H$ $CH_5 N$
آمید	$C_n H_{2n+1} NO$	$H - \overset{\overset{O}{\parallel}}{C} - NH_2$ $CH_3 NO$

استر اتیل بوتانوات از اتانول ($C_2 H_6 O$) و بوتانویک اسید ($C_4 H_8 O_2$) ساخته شده که نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن در اتانول برابر ۳ است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

ساده‌ترین آمین $CH_3 NH_2 \leftarrow 31 g.mol^{-1}$
 آشناترین کربوکسیلیک اسید $C_2 H_4 O_2$ (استیک اسید) $\leftarrow 60 g.mol^{-1}$
 اختلاف ۲۹ گرم است.

- (۱) در ساختار آن علاوه بر هیدروژن، عنصرهایی از گروه‌های ۱۴، ۱۵ و ۱۶ جدول دوره‌ای نیز وجود دارد.
- (۲) پوشاک دوخته‌شده از کولار، سبک و بسیار محکم بوده و در برابر ضربه، خراش و بریدگی مقاوم است.
- (۳) از این پلیمر می‌توان در تولید لباس‌های مخصوص موتورسواری، جلیقه‌های ضدگلوله و تایر اتومبیل استفاده کرد.
- (۴) نوعی پلی‌آمید طبیعی بوده و از فولاد هم‌جرم خود پنج برابر مقاوم‌تر است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

 نکته

$$n \text{ HO}-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{R}-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{OH} + n \text{ H}_2\text{N}-\text{R}'-\text{NH}_2 \rightarrow \left(\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{R}-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\underset{\text{H}}{\underset{|}{\text{N}}}-\text{R}'-\underset{\text{H}}{\underset{|}{\text{N}}} \right)_n + n\text{H}_2\text{O}$$

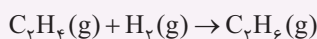
گزینه‌های (۲) و (۳): با توجه به مقاومت کولار در عین سبکی، این پلیمر کاربردهای گسترده‌ای دارد. از کولار در تهیهٔ تایر اتومبیل، قایق بادبان، لباس‌های مخصوص مسابقهٔ موتورسواری و حلیقه‌های ضد گلوله استفاده می‌شود.

اگر در واکنش $2\text{CH}_4(\text{g}) \rightarrow \text{C}_2\text{H}_6(\text{g}) + \text{H}_2(\text{g})$ ، به ازای تولید ۵ لیتر فراورده، ۶/۹ کیلوژول گرما مصرف شود، آنتالپی واکنش هیدروژن دار شدن اتن چند کیلوژول خواهد بود؟ (میانگین آنتالپی پیوند $\text{C}=\text{C}$ ، $\text{C}-\text{H}$ به ترتیب ۴۱۵ و ۶۱۴ کیلوژول بر مول، آنتالپی پیوند $\text{H}-\text{H}$ ، ۴۳۶ کیلوژول بر مول و حجم مولی گازها در شرایط واکنش ۲۵ لیتر است.)

(۱) -۱۵۰ (۲) -۱۰۵ (۳) -۱۹۱ (۴) -۲۱۴

پاسخ: گزینه ۲

واکنش هیدروژن دار شدن اتن به صورت:



است، اما اگر بخواهیم آنتالپی این واکنش را به کمک آنتالپی پیوند محاسبه کنیم، نیاز به آنتالپی پیوند $\text{C}-\text{C}$ داریم که باید آن را به کمک آنتالپی های پیوند داده شده و آنتالپی واکنش تبدیل متان به اتان به دست آوریم.

گام اول: محاسبه آنتالپی واکنش تبدیل متان به اتان:

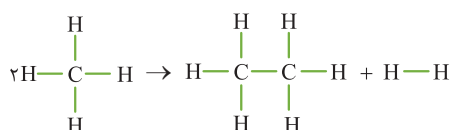
$$\Delta L_{\text{فراورده}} \times \frac{1 \text{ mol}}{25 \text{ L}} \times \frac{\Delta H \text{ kJ}}{2 \text{ mol}} = 6/9$$

$$\Rightarrow \Delta H = +69 \text{ kJ}$$

$$\frac{\text{حجم}}{\text{ضریب} \times \text{حجم مولی}} = \frac{Q}{\Delta H} \Rightarrow \frac{5}{25 \times 2} = \frac{6/9}{\Delta H} \Rightarrow \Delta H = +69 \text{ kJ}$$

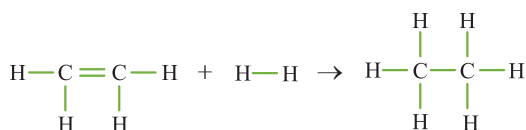
برای به دست آوردن آنتالپی واکنش به کمک آنتالپی پیوند از رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$\Delta H(\text{واکنش}) = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}]$$

گام دوم: محاسبه $\Delta H_{\text{C}-\text{C}}$:

$$\Delta H = 8\Delta H_{\text{C}-\text{H}} - 6\Delta H_{\text{C}-\text{H}} - \Delta H_{\text{C}-\text{C}} - \Delta H_{\text{H}-\text{H}} = 69$$

$$\Rightarrow 2 \times 415 - \Delta H_{\text{C}-\text{C}} - 436 = 69 \Rightarrow \Delta H_{\text{C}-\text{C}} = 325 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

گام سوم: محاسبه ΔH واکنش هیدروژن دار شدن اتن:

$$\Delta H = 4\Delta H_{\text{C}-\text{H}} + \Delta H_{\text{C}=\text{C}} + \Delta H_{\text{H}-\text{H}} - 6\Delta H_{\text{C}-\text{H}} - \Delta H_{\text{C}-\text{C}} = 614 + 436 - 325 - 2 \times 415 = -105 \text{ kJ}$$



پاسخ خیلی تشریحی ✓

یه جور دیگه

نکته

پس از موازنه معادله واکنش $\text{NH}_3(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{N}_2(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l})$ ، کدام موارد درست است؟

$$\frac{\Delta[\text{N}_2]}{2} = \frac{\Delta[\text{O}_2]}{3} = \bar{R} \text{ واکنش (الف)}$$

$$\Delta n \text{N}_2 = \frac{-2\Delta n \text{O}_2}{3} = \frac{-\Delta n \text{NH}_3}{2} \text{ (ب)}$$

$$\bar{R}_{\text{O}_2} = \frac{3}{2} \bar{R}_{\text{N}_2} = 3\bar{R} \text{ واکنش (پ)}$$

$$\frac{\Delta[\text{N}_2]}{\Delta[\text{NH}_3]} = \frac{\Delta[\text{H}_2\text{O}]}{1/5\Delta[\text{NH}_3]} \text{ (ت)}$$

(۴) الف - ت

(۳) الف - پ

(۲) ب - پ

(۱) ب - پ - ت

پاسخ: گزینه ۲

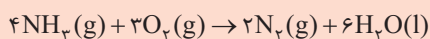
سرعت تولید و مصرف مواد در هر واکنش شیمیایی، با ضرایب استوکیومتری آن‌ها رابطه مستقیم دارد.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

موارد «ب» و «پ» درست هستند.

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



بررسی موارد:

الف) تغییرات غلظت واکنش‌دهنده‌ها منفی و تغییرات غلظت فراورده‌ها، مثبت است و همچنین سرعت متوسط واکنش برابر سرعت تولید یا مصرف مواد تقسیم بر ضرایب استوکیومتری آن‌ها می‌باشد؛ بنابراین:

$$\frac{-\Delta[\text{O}_2]}{3} = \frac{\Delta[\text{N}_2]}{2} = \bar{R} \text{ واکنش}$$

ب) تغییرات مولی واکنش‌دهنده‌ها منفی و تغییرات مولی فراورده‌ها، مثبت است و اگر کمی با نسبت ضرایب بازی کنیم، خواهیم دید تساوی داده شده درست!

پ) با توجه به ضرایب استوکیومتری O_2 و N_2 ، نسبت سرعت تولید و مصرف آن‌ها برابر ۳ به ۲ است و تساوی داده شده درست است.

ت) قبل از این که درستی روابط را از لحاظ ریاضیاتی بررسی کنید، توجه کنید که مواد مایع و جامد غلظت ثابتی دارند و مقایسه تغییرات غلظت آن‌ها نادرست است.

عبارت «ت» در این سؤال دام بوده و اگر حواستان نباشد که $\Delta[\text{H}_2\text{O}]$ برای ما بی‌معنی است، به اشتباه این عبارت رو درست می‌گیرید و گزینه (۳) رو انتخاب می‌کنید.

گول نخوری ✗

کدام مورد، پس از موازنه معادله واکنش گازی: $\text{NH}_3 + \text{F}_2 \rightarrow \text{N}_2\text{F}_4 + \text{HF}$ ، درست است؟

(سؤال ۹۶ کنکور تهری ۱۳۰۴ - نوبت اول)

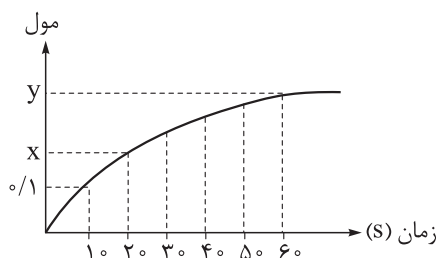
$$\bar{R} \text{ واکنش} = \frac{\Delta[\text{N}_2\text{F}_4]}{\Delta t} = \frac{1}{2} \frac{\Delta[\text{F}_2]}{\Delta t} \text{ (۱)}$$

$$\frac{1}{5} \bar{R} \text{ واکنش} = -\frac{2\Delta[\text{F}_2]}{\Delta t} = -\frac{5\Delta[\text{NH}_3]}{\Delta t} \text{ (۲)}$$

$$\frac{\Delta[\text{NH}_3]}{\Delta t} = \frac{\Delta[\text{HF}]}{3\Delta t} \text{ (۳)}$$

$$\frac{\Delta[\text{N}_2\text{F}_4]}{\Delta t} = -\frac{6\Delta[\text{HF}]}{\Delta t} \text{ (۴)}$$

۶۵ با توجه به نمودار زیر که مربوط به تغییرات شمار مول یکی از فراورده‌های واکنش $2\text{HI(g)} + \text{F}_2\text{(g)} \rightarrow \text{I}_2\text{(s)} + 2\text{HF(g)}$ می‌باشد، کدام گزینه درست است؟ (سرعت متوسط واکنش تا ثانیه دهم برابر 3 mol.min^{-1} است.)



- (۱) نمودار داده شده، مربوط به فراورده جامد واکنش است.
- (۲) سرعت متوسط واکنش در بازه صفر تا ۲۰ ثانیه از سرعت متوسط مصرف فلوئور در بازه ۲۰ تا ۴۰ ثانیه کم‌تر است.
- (۳) اگر $y - x = 0.2$ باشد، سرعت متوسط مصرف هیدروژن دیده در بازه ۲۰ تا ۶۰ ثانیه برابر 5×10^{-3} مول بر ثانیه خواهد بود.
- (۴) با انتقال واکنش به ظرف بزرگ‌تر، سرعت واکنش برحسب مولار بر زمان افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۳

بررسی گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه (۱): با توجه به سرعت واکنش تا ثانیه دهم، باید متوجه بشیم که این نمودار متعلق به تغییرات مولی I_2 است یا HF :

$$\frac{\bar{R}_{\text{HF}}}{2} = \bar{R}_{\text{I}_2} = \bar{R}_{\text{واکنش}}$$

محاسبه سرعت ماده تولیدی تا ثانیه دهم با توجه به نمودار:

$$\bar{R}_{\text{مجهول}} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{0.1}{6} = 0.0167 \text{ mol.min}^{-1}$$

با توجه به این که مجهول $\bar{R}$ دو برابر واکنش است، این نمودار متعلق به تغییرات مولی HF می‌باشد.

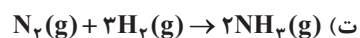
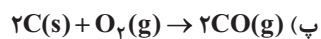
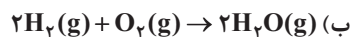
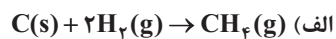
گزینه (۲): سرعت متوسط واکنش با گذشت زمان کاهش می‌یابد؛ بنابراین سرعت واکنش و در نتیجه سرعت مصرف فلوئور، در بازه صفر تا ۲۰ ثانیه بیشتر از ۲۰ تا ۴۰ ثانیه است.

گزینه (۳): با توجه به رابطه واکنش داریم:

$$y - x = 0.2 \Rightarrow \bar{R}_{\text{HI}} = \bar{R}_{\text{HF}} = \frac{\Delta n_{\text{HF}}}{\Delta t} = \frac{0.2}{40} = 5 \times 10^{-3} \text{ mol.s}^{-1}$$

گزینه (۴): با افزایش حجم ظرف، غلظت مواد شرکت‌کننده و در نتیجه، سرعت واکنش کاهش می‌یابد.

اندازه گیری گرمای کدام واکنش ها به طور تجربی امکان پذیر نیستند و برای به دست آوردن آنتالپی آن ها از قانون هس می توان کمک گرفت؟



۴) ب - ت

۳) پ - ت

۲) الف - ب

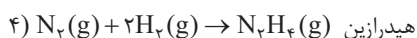
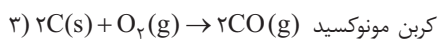
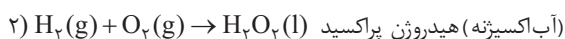
۱) الف - پ

پاسخ: گزینه ۱

موارد «الف» و «پ» درست هستند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به کتاب درسی، چند واکنش مطرح شده اند که محاسبه آنتالپی واکنش آن ها به کمک قانون هس امکان پذیر است و به روش تجربی امکان پذیر نیستند:



با توجه به این که چگالی دو پلی اتن A و پلی اتن B به ترتیب 0.92 و 0.97 گرم بر سانتی متر مکعب است، پاسخ درست پرسش های زیر، به ترتیب از راست به چپ، در کدام گزینه آمده است؟

الف) استحکام کدام پلیمر بیشتر است؟

ب) در تولید کدام پلیمر، برخی از مونومرهای آن از کناره ها به یکدیگر افزوده می شوند؟

پ) کدام پلیمر در ساخت بطری کدر شیر به کار می رود؟

(۲) A - A - B

(۱) B - A - B

(۴) A - B - A

(۳) A - B - B

پاسخ: گزینه ۱

کسب Box

نوع پلی اتن	سبک	سنگین
ساختار	شاخه دار	بدون شاخه
فرمول مولکولی	$-(C_2H_4)_n-$	$-(C_2H_4)_n-$
نوع نیروی بین مولکولی	وان دروالسی	وان دروالسی
شفاف یا کدر بودن	شفاف	کدر
کاربرد	ساخت کیسه های پلاستیکی شفاف	ساخت لوله های پلاستیکی، دبه های آب، بطری کدر شیر و اسباب بازی
چگالی	0.92 g.cm^{-3}	0.97 g.cm^{-3}
سختی و استحکام، چگالی، نقطه ذوب و قدرت بین مولکولی	پلی اتن سبک > پلی اتن سنگین	

پاسخ خیلی تشریحی ✓ با توجه به این که چگالی پلی اتن A کم تر از B است، A، همان پلی اتن سبک و B همان پلی اتن سنگین است.

الف) استحکام پلی اتن سنگین بیشتر از پلی اتن سبک است. ← B

ب) پلی اتن سبک، شاخه دار است و در فرایند تشکیل آن، برخی مونومرها از کناره ها به یکدیگر اضافه شده اند. ← A

پ) برای ساخت بطری کدر شیر از پلی اتن سنگین استفاده می شود. ← B

چگالی دو پلی اتن A و پلی اتن B به ترتیب 0.92 و 0.97 گرم بر سانتی متر مکعب است.

(سؤال ۶ - امتحان نهایی فرداد ۱۴۰۳)

الف) استحکام کدام پلیمر بیشتر است؟ چرا؟

ب) در کدام پلیمر، برخی از مونومرهای آن از کناره ها به یکدیگر افزوده می شوند؟

پ) کدام پلیمر در ساخت بطری کدر شیر به کار می رود؟

امتحان نهایی

کدام موارد زیر درست است؟

- (الف) سالانه بیش از $\frac{1}{4}$ از غذایی که در جهان فراهم می‌شود، به مصرف نمی‌رسد.
 (ب) افزایش مصرف گوشت و لبنیات، سبب کاهش ورود مواد شیمیایی ناخواسته به محیط زیست می‌شود.
 (پ) سهم تولید CO_2 در رد پای غذا، به مراتب بیشتر از سوخت‌های فسیلی است.
 (ت) مطابق با الگوی کنونی مصرف غذا، ظرف چند سال آینده، مساحت زمین مورد نیاز برای تأمین غذا کاهش می‌یابد.
- (۱) ب - پ
 (۲) ب - ت
 (۳) الف - پ
 (۴) الف - ت

پاسخ: گزینه ۳



رد پای غذا ← چهره آشکار ← سالانه حدود ۳۰٪ از غذایی که در جهان فراهم می‌شود، به مصرف نمی‌رسد.
 چهره پنهان ← همه منابعی که در تهیه غذا از آغاز تا سر سفره نقش دارد.
 تولید گازهای گلخانه‌ای به ویژه CO_2 : سهم تولید این گاز در رد پای غذا به مراتب بیش از سوختن سوخت‌های فسیلی است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

عبارت‌های «الف» و «پ» درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

- (الف) سالانه ۳۰٪ (بیش از $\frac{1}{4}$) از غذای تولیدی جهان به زیاده تبدیل می‌شود و به مصرف نمی‌رسد.
 (ب) کاهش مصرف گوشت و لبنیات، سبب کاهش ورود مواد شیمیایی ناخواسته به محیط زیست می‌شود.
 (پ) علی‌رغم تصور، سهم تولید CO_2 در رد پای غذا بیش از سوختن سوخت‌های فسیلی است.
 (ت) با افزایش جمعیت جهان، رشد اقتصادی، افزایش سطح رفاه و ... تقاضا برای غذا نیز پیوسته افزایش می‌یابد. بدیهی است که با این روند، مساحت کل مورد نیاز برای تأمین اقلام ضروری زندگی بیشتر می‌شود.

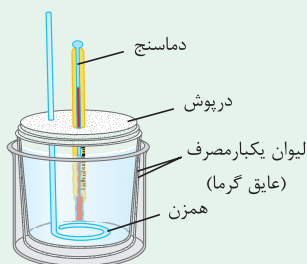
عبارت «پ» در این سؤال از دام‌های مهمی است که اگر متن کتاب و به‌خصوص صفحات آخر فصل دوم را خوب نخوانده باشید، ممکن است این عبارت را نادرست بگیرید و باید *هواستون پاشه* که سهم تولید CO_2 در رد پای غذا بیش از سوختن سوخت‌های فسیلی است.



- (۱) با قراردادن محفظه‌ای شیشه‌ای حاوی گازهای NO_2 و N_2O_4 در آب گرم، مخلوط تیره‌تر می‌شود.
 (۲) فرمول $\text{C}_8\text{H}_8\text{O}$ ، می‌تواند مربوط به الکلی با یک حلقه آروماتیک باشد.
 (۳) گرماسنج لیوانی روشی مستقیم و مناسب برای تعیین آنتالپی واکنش‌های سوختن است.
 (۴) واکنش تبدیل اکسیژن به اوزون همانند واکنش $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6\text{O}_2 \rightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6\text{CO}_2$ ، گرماگیر است.

پاسخ: گزینه ۳

ساختار کلی گرماسنج لیوانی به صورت زیر است:

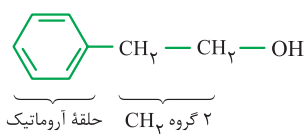


دستگاهی که به کمک آن می‌توان گرمای واکنش را در فشار ثابت به روش تجربی تعیین کرد. این گرماسنج برای تعیین ΔH فرایندهای انحلال و واکنش‌هایی که در حالت محلول انجام می‌شوند، مناسب است.

گرماسنج لیوانی برای تعیین آنتالپی واکنش‌های سوختن، مناسب نیست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

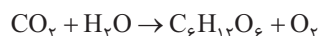
- گزینه (۱): واکنش $\text{N}_2\text{O}_4(\text{g}) \rightarrow 2\text{NO}_2(\text{g})$ گرماگیر است و با قراردادن این مخلوط گازی در آب گرم، واکنش به سمت تولید NO_2 پیش می‌رود و گاز قهوه‌ای‌رنگ NO_2 بیشتر تولید شده و مخلوط گازی ظرف واکنش، تیره‌تر می‌شود.
 گزینه (۲): با توجه به فرمول مولکولی $\text{C}_8\text{H}_8\text{O}$ می‌توان برای آن ساختار زیر را رسم کرد:



ترکیباتی را که در کتاب شیمی یازدهم حاوی حلقه آروماتیک هستند، به خاطر بسپاریم:

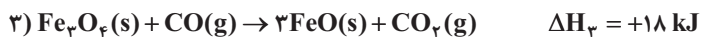
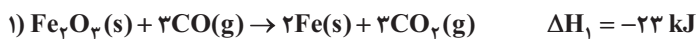
$\text{C}_7\text{H}_6\text{O}$: بنزالدهید	C_8H_8 : استیرن	C_{10}H_8 : نفتالن
$\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_2$: بنزوئیک اسید	$\text{C}_{31}\text{H}_{46}\text{O}_2$: ویتامین K	C_6H_6 : بنزن

- گزینه (۴): واکنش $3\text{O}_2 \rightarrow 2\text{O}_3$ گرماگیر و با افزایش سطح انرژی فراورده‌ها همراه است و واکنش زیر (فتوسنتز) نیز عکس اکسایش گلوکز است که با توجه به گرماده بودن واکنش اکسایش، این واکنش گرماگیر است.



با توجه به واکنش‌های داده‌شده، اگر با مصرف ۲/۰ مول CO در واکنش $\text{FeO(s)} + \text{CO(g)} \rightarrow \text{Fe(s)} + \text{CO}_2\text{(g)}$ ، ۲/۲ کیلوژول گرما آزاد شود، ΔH واکنش (۲) چند کیلوژول است؟

۷۰



-۱۷۱ (۴)

+۱۷۱ (۳)

-۳۹ (۲)

+۳۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا ΔH واکنش اصلی را محاسبه می‌کنیم و به کمک قانون هس، ΔH واکنش کمکی دوم را به دست می‌آوریم.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: محاسبه ΔH واکنش $\text{FeO} + \text{CO} \rightarrow \text{Fe} + \text{CO}_2$

$$0.2 \text{ mol CO} \times \frac{\Delta H}{1 \text{ mol CO}} = 2/2 \Rightarrow \Delta H = -11 \text{ kJ}$$

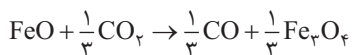
$$\frac{\text{mol}}{\text{ضریب}} = \frac{Q}{\Delta H} \Rightarrow \frac{0.2}{1} = \frac{2/2}{\Delta H} \Rightarrow \Delta H = -11 \text{ kJ}$$

په جور دیگر

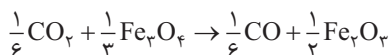
دقت کنید با توجه به این که گرما آزاد شده است، ΔH واکنش منفی است.

گام دوم: به دست آوردن واکنش اصلی براساس واکنش‌های کمکی:

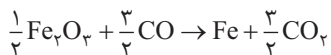
به خاطر ایجاد FeO در سمت چپ، واکنش سوم را در $\frac{1}{3}$ ضرب می‌کنیم:



برای حذف Fe_2O_3 ، واکنش دوم را در $\frac{1}{6}$ ضرب می‌کنیم:



برای حذف Fe_2O_3 ، واکنش اول را در $\frac{1}{3}$ ضرب می‌کنیم:



با جمع کردن سه واکنش بالا به واکنش اصلی می‌رسیم.

گام سوم: محاسبه ΔH به کمک قانون هس:

$$\Delta H_{\text{واکنش اصلی}} = \frac{1}{3}\Delta H_1 + \frac{1}{6}\Delta H_2 - \frac{1}{3}\Delta H_3$$

$$\Rightarrow -11 = \frac{-23}{3} + \frac{\Delta H_2}{6} - \frac{18}{3} \Rightarrow \Delta H_2 = 6 \times \frac{13}{2} = +39 \text{ kJ}$$

کدام گزینه درباره عوامل مؤثر بر سرعت واکنش درست است؟

- (۱) در واکنش سوختن قند آغشته به خاک باغچه و تجزیه هیدروژن پراکسید در حضور پتاسیم یدید، خاک باغچه و پتاسیم یدید باعث کاهش زمان انجام واکنش و تولید بیشتر فراورده می شوند.
- (۲) عامل افزایش سرعت در بی رنگ شدن محلول پتاسیم پرمنگنات مخلوط شده با اسید آلی، همانند عامل افزایش سرعت سوختن آهن داغ درون ظرف پر از اکسیژن است.
- (۳) فلزهای قلیایی سدیم و پتاسیم در شرایط یکسان با آب سرد واکنش می دهند و دلیل تفاوت سرعت آن ها، تفاوت در واکنش پذیری آن ها است.
- (۴) با افزایش سطح تماس، سرعت واکنش های مفید برخلاف واکنش های مضر مانند فاسد شدن مواد غذایی، افزایش می یابد.

پاسخ: گزینه ۳

عوامل مؤثر بر سرعت واکنش شامل موارد زیر می باشد:

- (۱) **غلظت:** با افزایش غلظت و فشار، شانس برخورد مؤثر برای انجام واکنش نیز بیشتر می شود. دقت داشته باشید عامل فشار تنها زمانی باعث تغییر سرعت می شود که واکنش دهنده گازی داشته باشیم.
 - (۲) **دما:** گرم کردن مخلوط واکنش ها، باعث افزایش انرژی برخورد ذرات و افزایش سرعت واکنش می شود.
 - (۳) **نوع واکنش دهنده ها:** هر ماده، واکنش پذیری منحصر به خود را دارد، بدیهی است مواد با واکنش پذیری بیشتر، با سرعت بیشتری واکنش می دهند.
 - (۴) **سطح تماس:** با افزایش سطح تماس، احتمال فرارگیری ذرات واکنش دهنده کنار هم افزایش می یابد و سرعت واکنش افزایش می یابد.
 - (۵) **کاتالیزگر:** کاتالیزگر با کوتاه کردن مسیر انجام واکنش، سرعت واکنش را افزایش می دهد.
- سرعت واکنش پتاسیم با آب سرد بیشتر از واکنش سدیم با آب سرد است که علت آن تفاوت در واکنش پذیری سدیم و پتاسیم است. بررسی سایر گزینه ها:
- گزینه (۱): کاتالیزگر باعث کاهش زمان انجام واکنش و افزایش سرعت می شود؛ ولی تغییری در مقدار نهایی فراورده ایجاد نمی کند.
- گزینه (۲): در واکنش سوختن آهن در ارلن پر از اکسیژن، عامل افزایش سرعت، غلظت بیشتر اکسیژن است نه افزایش دما.
- گزینه (۴): با افزایش سطح تماس، سرعت واکنش ها به طور کلی (مفید یا مضر) افزایش می یابد.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

۴ مول گاز A را در ظرفی وارد می‌کنیم تا به گازهای NO_x و O_2 تجزیه شود. مطابق داده‌های جدول زیر، کدام مورد درست است؟ ($N = 14, O = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

mol			زمان (ثانیه)
O_2	NO_x	A	
۰/۱۵	۰/۶۰	۳/۷۰	۱۰
۰/۲۵	۱	۳/۵۰	۲۰
a	۱/۲۴	c	۳۰
۰/۳۵	b	۳/۳۰	۴۰

- (۱) ۴/۰ مول از A، جرمی برابر با ۳۶/۸ گرم دارد.
 (۲) سرعت واکنش در ۱۰ ثانیه چهارم، ۳۶/۰ مول بر دقیقه است.
 (۳) سرعت متوسط مصرف A در ۳۰ ثانیه اول واکنش به تقریب برابر 32×10^{-3} مول بر ثانیه است.
 (۴) سرعت تولید NO_x در بازه ۴۰ تا ۵۰ ثانیه می‌تواند ۳۷/۶ گرم بر دقیقه باشد.

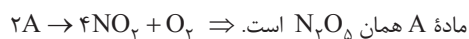
پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به روند تغییرات مول مواد با گذشت زمان داریم:

$$10-20\text{s}: \Delta n_{\text{A}} = -0.2, \Delta n_{\text{NO}_x} = 0.4, \Delta n_{\text{O}_2} = 0.1$$

و با توجه به این که تغییرات مولی مواد با ضرایب استوکیومتری آن‌ها رابطه مستقیم دارد، داریم:



با توجه به معادله واکنش، موارد a، b و c را به دست می‌آوریم:

$$b: \frac{\Delta n_{\text{NO}_x(20-40)}}{4} = \frac{\Delta n_{\text{O}_2(20-40)}}{1} \Rightarrow \Delta n_{\text{NO}_x} = 4 \times (0.25 - 0.1) = 0.4 \Rightarrow b = 1 + 0.4 = 1.4$$

$$c: \frac{-\Delta n_{\text{N}_2\text{O}_5(20-30)}}{2} = \frac{\Delta n_{\text{NO}_x(20-30)}}{4} \Rightarrow \Delta n_{\text{N}_2\text{O}_5} = 0.12 \Rightarrow c = 3.5 - 0.12 = 3.38$$

$$a: \Delta n_{\text{O}_2(20-30)} = \frac{1}{4} \Delta n_{\text{NO}_x} \Rightarrow \Delta n_{\text{O}_2} = 0.06 \Rightarrow a = 0.25 + 0.06 = 0.31$$

با توجه به موارد بالا، سرعت تولید NO_x در بازه ۴۰ تا ۵۰ ثانیه از سرعت تولید آن در بازه ۳۰ تا ۴۰ ثانیه باید کم‌تر باشد؛ بنابراین:

$$R_{\text{NO}_x(30-40)} : \frac{\text{تغییرات جرم NO}_x}{\text{تغییرات زمان (min)}} = \frac{(1/4 - 1/24) \times 46}{10/60} = 44/16 \text{ g.min}^{-1}$$

$$R_{\text{NO}_x(40-50)} < R_{\text{NO}_x(30-40)} \Rightarrow \text{می‌تواند } 37/6 \text{ گرم بر دقیقه باشد.}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): جرم مولی A (N_2O_5) برابر ۱۰۸ گرم است؛ بنابراین ۴/۰ مول از آن، جرمی معادل $43/2$ گرم دارد.

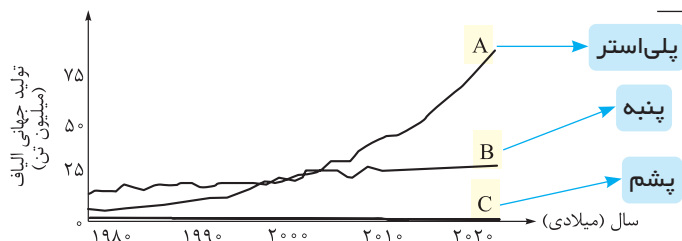
گزینه (۲): سرعت واکنش با سرعت تولید اکسیژن برابر است؛ بنابراین:

$$\bar{R}_{\text{O}_2} = \bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\Delta n_{\text{O}_2}}{\Delta t} = \frac{0.25 - 0.31}{10/60} = 0.24 \text{ mol.min}^{-1}$$

گزینه (۳): سرعت مصرف A در بازه صفر تا ۳۰ ثانیه برابر است با:

$$\bar{R}_{\text{N}_2\text{O}_5} = \frac{\Delta n_{\text{N}_2\text{O}_5}}{\Delta t} = \frac{4 - 3.38}{30} = \frac{0.62}{30} = 20/6 \times 10^{-3} \text{ mol.s}^{-1}$$

با توجه به نمودار زیر، کدام مورد نادرست است؟



- (۱) الیاف A را می‌توان از واکنش الکل‌های دو عاملی با کربوکسیلیک اسیدهای دو عاملی تهیه کرد.
- (۲) نوع عنصرهای سازنده الیاف C و کولار یکسان است.
- (۳) حدود ۵۰ درصد از لباس‌های تولیدی در جهان از الیاف B تهیه می‌شود.
- (۴) مونومر سازنده الیاف B، سلولز بوده و شمار اتم‌های سازنده هر مولکول آن بسیار زیاد است.

پاسخ: گزینه ۴

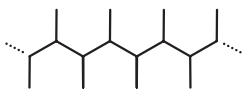
پاسخ خیلی تشریحی ✓

با گذشت زمان، سرعت تولید پلی‌استر از پنبه و پشم بیشتر بوده است؛ بنابراین الیاف A، B و C به ترتیب پلی‌استر، پنبه و پشم می‌باشند. در پنبه که از سلولز تشکیل شده و نوعی پلیمر طبیعی است، میان مولکول‌های گلوکز (مونومر سلولز) پیوندهای $C-O-C$ وجود دارد. الیاف پنبه از سلولز تشکیل شده است و مونومر سازنده سلولز، گلوکز می‌باشد!

بررسی گزینه‌های درست:

- گزینه (۱): از واکنش الکل‌های دو عاملی با کربوکسیلیک اسیدهای دو عاملی، در شرایط مناسب پلی‌استر تولید می‌شود.
- گزینه (۲): پشم نیز مانند کولار یک پلی‌آمید است. نوع عنصرهای پلی‌آمیدها، C، H، N و O می‌باشد.
- گزینه (۳): حدود نیمی (حدود ۵۰٪) از لباس‌های تولیدی در جهان از پنبه تهیه می‌شود.

ساختار زیر، بخشی از یک پلیمر را نشان می‌دهد. با توجه به آن کدام مورد نادرست است؟ ($H = 1, C = 12 : g.mol^{-1}$)



- (۱) شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول شیمیایی مونومر سازنده آن با شمار این اتم‌ها در استیرن یکسان است.
 (۲) مونومر سازنده آن ۲- بوتن بوده و تفاوت جرم مولی آن با پنجمین عضو آلکن‌ها برابر ۱۴ گرم است.
 (۳) با قراردادن دو گروه متیل به جای دو اتم هیدروژن در اتیلن، می‌توان مونومر این پلیمر را تهیه نمود.
 (۴) اگر نمونه‌ای از این پلیمر $18/06 \times 10^{26}$ اتم کربن داشته باشد، جرم آن برابر 42×10^3 گرم است.

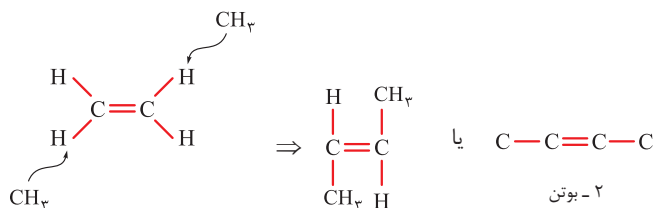
پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

مونومر سازنده این پلیمر، ۲- بوتن (C_4H_8) می‌باشد. بوتن سومین آلکن‌ها است و پنجمین آلکن C_6H_{12} می‌باشد؛ بنابراین تفاوت جرم مولی آن‌ها برابر ۲۸ گرم است.

بررسی گزینه‌های درست:

گزینه (۱): فرمول شیمیایی استیرن، C_8H_8 است که همانند C_4H_8 (۲- بوتن)، ۸ اتم هیدروژن دارد.
 گزینه (۳):



گزینه (۴): با توجه به فرمول واحد تکرارشونده این پلیمر $\left(\begin{array}{c} C \\ | \\ -C-C- \\ | \\ C \end{array} \right)_n$ ، ۴n اتم کربن در هر زنجیر پلیمر وجود دارد؛ بنابراین:

$$18/06 \times 10^{26} C \times \frac{1 \cdot (C_4H_8)_n}{4n C} \times \frac{1 \text{ mol } (C_4H_8)_n}{6/02 \times 10^{23} (C_4H_8)_n} \times \frac{n \times 56 \text{ g}}{1 \text{ mol } (C_4H_8)_n} = 42 \times 10^3 \text{ g پلیمر}$$

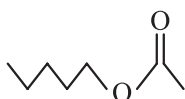
$$\frac{\text{تعداد}}{N_A \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} \Rightarrow \frac{18/06 \times 10^{26}}{6/02 \times 10^{23} \times 4n} = \frac{x}{56n} \Rightarrow x = 42000 \text{ g}$$

په‌چور دیگه

کدام مورد درست است؟

(۱) ویتامین A برخلاف ویتامین‌های C و D، در آب نامحلول است.

(۲) الکل سازنده استری با ساختار روبه‌رو در آب، نامحلول است.

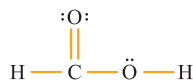
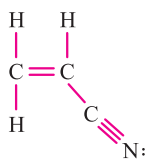


(۳) شاخ حیوانات و پشم گوسفند، نمونه‌ای از پلیمرهای دارای گروه عاملی —C(=O)—O—N— می‌باشند.

(۴) شمار پیوندهای یگانه در سیانواتن با شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در فورمیک اسید یکسان است.

پاسخ: گزینه ۴

به ساختار لوویس این دو ترکیب توجه کنید:



۴ پیوند یگانه

۴ جفت‌الکترون ناپیوندی

پاسخ خیلی تشریحی ✓

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): ویتامین‌های A و D برخلاف ویتامین C، نامحلول در آب هستند.

(۱) ویتامین‌های A، D و K در آب نامحلول هستند و ویتامین C در آب محلول است و استفاده بیش از حد از ویتامین C در بدن مشکل خاصی ایجاد نمی‌کند.

(۲) ویتامین K تنها ویتامین دارای حلقه آروماتیک بوده و برخلاف ویتامین‌های A، C و D، فاقد گروه عاملی هیدروکسیل است و دارای گروه عاملی کتونی می‌باشد.

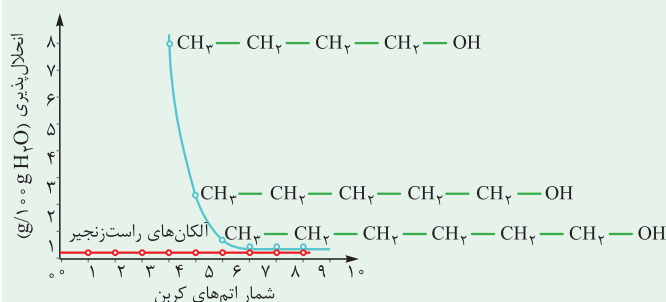
(۳) ویتامین C علاوه بر گروه عاملی هیدروکسیل، گروه عاملی استری نیز دارد.

نکته

گزینه (۲): استر CCCCC(=O)O از اتانویک اسید و ۱-پنتانول ساخته شده که الکل سازنده آن در آب محلول است. (انحلال‌پذیری آن از ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب بیشتر است).

با افزایش طول زنجیر هیدروکربنی در الکل‌ها، نیروی وان‌دروالسی بر هیدروژنی غلبه می‌کند و ویژگی ناقطبی الکل افزایش می‌یابد و الکل‌های دارای ۱ تا ۳ کربن به هر نسبتی در آب حل شده و الکل‌های ۴ و ۵ کربنه محلول در آب هستند، ولی نه به هر نسبتی! الکل‌های ۶، ۷ و ۸ کربنه در آب کم محلول و الکل‌های دیگر نامحلول‌اند.

نکته



گزینه (۳): پشم گوسفند و شاخ حیوانات، نوعی پلی‌آمید و دارای گروه عاملی —C(=O)—N— (آمیدی) هستند.

از سوزاندن مقداری گاز اتان، $13/2$ گرم فراورده گازی و 234 کیلوژول گرما در شرایط STP تولید شده است. اگر ارزش سوختی متان برابر $55/625$ کیلوژول بر گرم باشد، آنتالپی سوختن پروپان در این شرایط چند کیلوژول بر مول خواهد بود؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)

- (۱) -2120 (۲) -2320 (۳) -2230 (۴) -2430

پاسخ: گزینه ۳

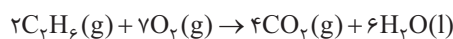


اگر آنتالپی سوختن دو یا سه هیدروکربن از یک خانواده را داشته باشیم، می‌توانیم آنتالپی سوختن عضو دیگری از آن خانواده را به دست آوریم:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta H_{\text{سوختن } CH_4} = x \\ \Delta H_{\text{سوختن } C_2H_6} = y \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta H_{\text{سوختن } (C_2H_6 - CH_4)} = \Delta H(CH_4) = y - x$$

$$\Delta H_{\text{سوختن } C_3H_8} = \Delta H_{C_2H_6} + \Delta H_{CH_4} = y + (y - x)$$

گام اول: با توجه به گرمای مبادله‌شده طی تولید $13/2$ گرم فراورده گازی، ΔH سوختن اتان را به دست می‌آوریم: (در شرایط STP، H_2O حالت مایع دارد.)



$$13/2 \text{ g } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 \text{ g } CO_2} \times \frac{\Delta H_{\text{واکنش}}}{4 \text{ mol } CO_2} = 234 \Rightarrow \Delta H = -3120 \text{ kJ}$$

$$\frac{\text{جرم}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} = \frac{Q}{\frac{\Delta H}{\text{جرم}}} \Rightarrow \frac{13/2}{44 \times 4} = \frac{234}{\Delta H} \Rightarrow \Delta H = -3120 \text{ kJ}$$

آنتالپی سوختن اتان $\frac{-3120}{2} = -1560$ کیلوژول بر مول است.

گام دوم: با توجه به ارزش سوختی متان، آنتالپی سوختن آن را به دست می‌آوریم:

$$\Delta H_{CH_4} = \text{ارزش سوختی} \times \text{جرم مولی} = 55/625 \times 16 = -890 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

گام سوم: با توجه به آنتالپی سوختن متان و اتان داریم:

$$\Delta H_{\text{پروپان}} = \Delta H_{\text{اتان}} + (\Delta H_{\text{اتان}} - \Delta H_{\text{متان}}) = -1560 + (-1560 - (-890)) = -2230 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

په‌چور دیگه

اگر جرم مولی نوعی پلی اتن برابر ۱۴ کیلوگرم بر مول باشد، تعداد واحد تکرارشونده هر مولکول از آن، چند برابر تعداد واحد تکرارشونده نوعی پلی سیانو اتن با جرم مولی ۱۰۶۰ گرم بر مول است؟

(H = ۱, C = ۱۲, N = ۱۴, O = ۱۶: g.mol⁻¹)

۳۲ (۴)

۴۰ (۳)

۲۰ (۲)

۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓ فرمول کلی پلی اتن به صورت $(C_2H_4)_n$ و پلی سیانو اتن به صورت $(C_2H_2N)_m$ است؛ بنابراین:

تعداد واحد تکرارشونده $\times$ جرم مولی مونومر = جرم مولی پلیمر

$$\left. \begin{aligned} 14 \times 10^3 &= 28 \times n \Rightarrow n = 500 \\ 1060 &= 53 \times m \Rightarrow m = 20 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{n}{m} = 25$$

کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) واکنش کلردار شدن اتن در حضور کاتالیزگر آهن (III) کلرید انجام می‌شود.
 (۲) جرم مولی میانگین پلی‌اتن می‌تواند با تغییر نسبت جرم کاتالیزگر حاوی Al به جرم کاتالیزگر حاوی Ti تغییر کند.
 (۳) پلی‌لاکتیک اسید که به طور غیرمستقیم از نشاسته به دست می‌آید، امکان تبدیل شدن به کود را دارد و نوعی پلیمر سبز محسوب می‌شود.
 (۴) هر پلیمری که طی بسپارش مونومرهای آن، پیوندهای $C=C$ به $C-C$ تبدیل شوند، ترکیبی سیرشده است.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در طی بسپارش ترکیبات سیرنشده، پیوندهای $C=C$ به $C-C$ تبدیل می‌شود ولی الزاماً فرآورده حاصل سیرشده نمی‌باشد.

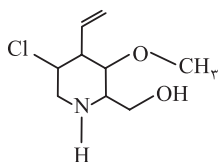
برای مثال فرآورده بسپارش استیرن، پلی‌استیرن با فرمول کلی $\left(\text{H}_2\text{C}-\underset{\text{C}_6\text{H}_5}{\text{C}} \right)_n$ ، به دلیل داشتن حلقه آروماتیک، سیرنشده است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینه (۱): واکنش $\text{C}_4\text{H}_6(\text{g}) + \text{Cl}_2(\text{g}) \rightarrow \text{C}_4\text{H}_6\text{Cl}_2(\text{g})$ در حضور کاتالیزگر $\text{FeCl}_3(\text{s})$ انجام می‌شود.
 گزینه (۲): با توجه به تمرین دوره‌ای صفحه ۱۲۱ کتاب درسی، با تغییر نسبت مول Al به Ti، جرم مولی میانگین پلی‌اتن تولیدی تغییر می‌کند که حداکثر این میزان در حالتی است که نسبت مولی کاتالیزگر حاوی Al به کاتالیزگر حاوی Ti، ۳ به ۱ است.
 گزینه (۳): پلیمرهای سبز را از فرآورده‌های کشاورزی مانند سیب‌زمینی، ذرت و نیشکر تهیه می‌کنند. به طوری که نخست نشاسته موجود در این مواد را به لاکتیک اسید تبدیل کرده، سپس از واکنش پلیمری شدن آن در شرایط مناسب پلی‌لاکتیک اسید تولید می‌کنند.
 از پلی‌لاکتیک اسید انواع ظرف‌های پلاستیکی یکبارمصرف مانند وسایل آشپزخانه، سفره، سطل زباله، کیسه پلاستیکی و ... تولید شده و کاربرد آن‌ها رو به گسترش است. این پلاستیک‌ها امکان تبدیل شدن به کود را دارند، به همین دلیل ردپای کوچک‌تری در محیط زیست بر جای می‌گذارند.

کدام مورد درباره ساختار روبه‌رو درست است؟

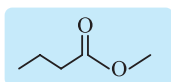


(۱) شمار پیوندهای $C-H$ در آن، $1/5$ برابر شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی روی اتم‌های آن است.

(۲) همانند پلی‌تترافلوئورو اتن، ترکیبی سیر نشده محسوب می‌شود و فاقد حلقه آروماتیک است.

(۳) همانند مونومر سازنده کیسه خون دارای اتم هالوژن است و طی بسپارش آن پلیمری سیر شده به دست می‌آید.

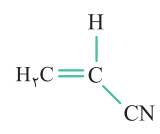
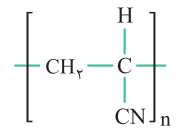
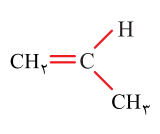
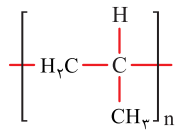
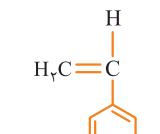
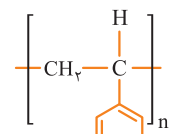
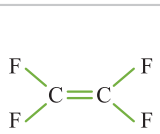
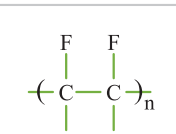
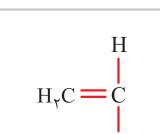
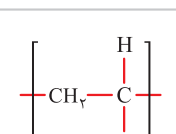
(۴) شمار پیوندهای $C-C$ در آن برابر شمار اتم‌های هیدروژن در بوتانوات است.



پاسخ: گزینه ۳

پلیمرهای جدول زیر و کاربرد آن‌ها را به خاطر بسپارید.

درس Box

نام و ساختار مونومر	نام و ساختار پلیمر	کاربرد پلیمر
 سیانو اتن	 پلی‌سیانو اتن	 پتو
 پروپن	 پلی‌پروپن	 سرنگ
 استیرن	 پلی‌استیرن	 ظروف یکبار مصرف
 تترافلوئورو اتن	 تفلون	 نخ دندان
 وینیل کلرید	 پلی‌وینیل کلرید	 کیسه خون

شیمی

پاسخ خیلی تشریحی ✓

فرمول مولکولی ترکیب مورد نظر سؤال $C_9H_{16}NO_4Cl$ است که همانند پلی وینیل کلرید (پلیمر سازنده کیسه خون) دارای اتم Cl بوده و به دلیل داشتن $C=C$ در زنجیر کربنی، می تواند در واکنش بسپارش شرکت کند. بررسی سایر گزینه ها:

گزینه (۱): این ترکیب دارای ۱۴ پیوند $C-H$ و ۸ جفت الکترون ناپیوندی می باشد. نسبت این اعداد، برابر $1/75$ است.

گزینه (۲): پلی تترافلورو اتن (تفلون) برخلاف این ترکیب و مونومر خود، سیرشده محسوب می شود.

گزینه (۴): در این ترکیب ۶ پیوند $C-C$ یافت می شود، در صورتی که در هر واحد فرمولی متیل بوتانوات $(C_5H_9O_2)$ ، ۱۰ اتم هیدروژن وجود دارد.

تیزبازی

در سؤالاتی که مربوط به ترکیب های آلی می باشد، لزوماً برای تعیین گزینه درست، نیاز به بررسی فرمول مولکولی آن نمی باشد و بهتر است با گزینه های مفهومی شروع کنید. در این جا اگر از ابتدا گزینه (۳) را بررسی می کردید، بدون به دست آوردن فرمول مولکولی ترکیب و شمار پیوندهای آن به جواب می رسیدید.



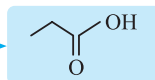
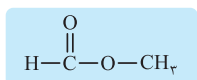
کدام مقایسه به درستی انجام شده است؟

(۱) آنتالپی پیوند: $N-H > H-H$

(۲) گرمای سوختن مولی: اتانول > اتین

(۳) سرعت واکنش: تجزیه سلولز < تشکیل رسوب نقره کلرید در واکنش سدیم کلرید و نقره نیترات

(۴) شمار پیوند کربن - کربن: پروپانویک اسید < متیل متانوات



پاسخ: گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه (۱): آنتالپی پیوند $H-H$ (436 kJ.mol^{-1}) از $N-H$ (391 kJ.mol^{-1}) بیشتر است.

گزینه (۲): با توجه به جدول کتاب درسی، قدرمطلق آنتالپی سوختن اتین (C_2H_2) از اتانول (C_2H_5OH) کم‌تر است:

آلکین > الکل > آلکن > آلکان: آنتالپی سوختن در تعداد کربن برابر

گزینه (۳): تجزیه سلولز، آهسته و تشکیل رسوب نقره کلرید سریع انجام می‌شود.

گزینه (۴): متیل متانوات فاقد پیوند $C-C$ و پروپانویک اسید، دارای دو پیوند $C-C$ می‌باشد.