

Green Page

- سؤال‌هایی که با توجه به تمرین‌ها و مثال‌های کتاب درسی و سؤال‌های امتحان‌های نهایی برگزار شده، تو آزمون خیلی سبز براتون شبیه‌سازی شدن، البته سؤال‌های خاص امتحان نهایی؛ همون سؤال‌هایی که تضمین می‌کنه ۲۰ بگیری
- (سبک و نوع نگارش سؤال‌ها مشابهت دقیق با امتحان‌های نهایی دارن)
- تقریباً تو هر آزمون، برای هر درس ۲ یا ۳ تا سؤال شبیه‌ساز نهایی (Green Page) داریم.
- رنگ زمینه صفحه پاسخنامه این سؤال‌ها سبزرنگه به همین دلیل معروفن به (Green page)

فیزیک

۶۲ هر میکروقرن، تقریباً چند دقیقه است؟

۸ / ۷۶ (۲)
۸۷ / ۶ (۴)

۵ / ۲۶ (۱)
۵۲ / ۶ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

تبدیل یکای زنجیره‌ای: برای تبدیل یکای یک کمیت به یکاهای دیگر، از روش تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. برای نمونه، برای این‌که ببینیم ۲۰ in معادل چند cm است، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

(الف) ابتدا تساوی بین دو یکا را می‌نویسیم. تا کسر تبدیل مناسب به دست آید:

$$\frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} = 1$$

(ب) سپس به کمک کسر تبدیل مناسب، تبدیل یکای زنجیره‌ای را می‌نویسیم:

$$20 \text{ in} = 20 \cdot \text{in} \times \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} = 50.8 \text{ cm}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ از روش تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$\frac{60 \text{ دقیقه}}{1 \text{ ساعت}} \times \frac{24 \text{ ساعت}}{1 \text{ روز}} \times \frac{365 \text{ روز}}{1 \text{ سال}} \times \frac{100 \text{ سال}}{1 \text{ قرن}} \times \frac{10^{-6} \text{ قرن}}{1 \text{ میکروقرن}} = 1 \text{ میکروقرن}$$

دقیقه ۵۲/۶ = دقیقه ۵۲/۵۶ = ۱۰^{-۶} × ۱۰۰ × ۳۶۵ × ۲۴ × ۶۰ =

(فیزیک (۱) - تمرین ۶ پایان فصل صفحه ۹ کتاب درسی)

(الف) هر میکروقرن، تقریباً چند دقیقه است؟

کتاب درسی

پایین صفحه پاسخنامه این سؤال‌ها، سؤال اصلی که تو امتحان نهایی اومده (یا تمرین و مثال کتاب) با ذکر آدرسش نوشته شده.

Red Page

- برای این که با سبک سؤال‌های کنکور خیلی دقیق آشنا بشین؛ خیلی سبز تو هر آزمون برای هر درس ۲ یا ۳ تا از سؤال‌های کنکور رو شبیه‌سازی می‌کنه.
- همیشه سعی میشه که این مدل شبیه‌سازی‌ها از بین (سؤال‌های کنکور) که معمولاً تکرار میشن انجام بشه
- توی پاسخنامه صفحه مربوط به پاسخ این سؤال‌ها رنگ زمینه قرمز داره به خاطر همین بهش می‌گیم (Red page)
- اگه دقت کنید می‌بینید که سبک و مدل این سؤال‌های شبیه‌سازی شده دقیقاً مثل همون سؤال کنکوره

فیزیک

مشابه کنکور

۴۵ معادله سرعت - زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = t^2 - 4t + 5$ است. شتاب متوسط این متحرک از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که سرعت آن به $\vec{v} = (1 \text{ m/s})\vec{i}$ می‌رسد، بر حسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟

۱) $4\vec{i}$
 ۲) $-4\vec{i}$
 ۳) $2\vec{i}$
 ۴) $-2\vec{i}$

پاسخ: گزینه ۴

Hint: سرعت در مبدأ زمان (v_0) و لحظه t_1 که بردار سرعت در آن لحظه برابر $\vec{v}_1 = (1 \text{ m/s})\vec{i}$ است را به دست آورید و سپس از رابطه $\vec{a}_{av} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ خواسته سؤال را حساب کنید.

بردار شتاب متوسط متحرک از رابطه زیر به دست می‌آید:
 بردار سرعت متحرک (m/s)
 t: زمان (s)

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: سرعت متحرک در مبدأ زمان را به دست می‌آوریم:

گام دوم: اکنون لحظه‌ای را که سرعت متحرک 1 m/s است، محاسبه می‌کنیم:

گام سوم: بردار شتاب متوسط متحرک را در بازه زمانی « تا ۲ ثانیه به دست می‌آوریم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{v_{2s} - v_0}{2 - 0} = \frac{(1-5)\vec{i}}{2} = (-2 \text{ m/s}^2)\vec{i}$$

معادله سرعت - زمان متحرکی در SI به صورت $v = 2t^2 - 8$ است. شتاب متوسط آن در ۲ ثانیه دوم چند متر بر مربع ثانیه است؟

(سؤال ۳۸ کنکور ریاضی ۱۳۰۳ - نوبت اول)

۱) ۱۸
 ۲) ۱۲
 ۳) ۸
 ۴) ۴

سؤال اصلی کنکور که این سؤال از درشش شبیه‌سازی شده رو می‌تونن پایین صفحه پاسخنامه ببینید.

Purple Page

- مرسومه که هر سال سؤال های یکی دو تا درس تو کنکور سراسری سخت تر (یا خاص تر) طراحی میشن
- مثلاً کنکور سال ۱۴۰۴ تو رشته ریاضی و تجربی درس های ریاضی و شیمی اینجوری بودن و برای رشته انسانی این اتفاق برای علوم و فنون و فلسفه (کمی هم جغرافیا) افتاده بود.
- خیلی سبز این مدل سؤال های خاص رو هم تو هر آزمون شبیه سازی می کنه (۱ یا ۲ سؤال برای هر درس)
- صفحه پاسخ هر کدوم از این سؤال ها رنگ زمینه بنفش داره.
- Purple Page برای همه درس ها نیست و فقط برای درس هایی که سؤال خاص تر (یا سخت تر) تو کنکور همون سال داشتن از این مدل شبیه سازی ها داریم.

مشابه کنکور ۱۴۰۴

ریاضی

۱۱۴ تابع f ثابت و تابع g همانی است. اگر $6x = 2f(2x-1) + 3g(2x+1)$ باشد، حاصل $(\frac{g}{f})(3)$ کدام است؟

$g(x) = x$ است.

$\frac{1}{2}$ (۱)
 2 (۳)
 $-\frac{1}{2}$ (۲)
 -2 (۴)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ضابطه تابع f را $f(x) = c$ و ضابطه تابع g را $g(x) = x$ در نظر می گیریم. حالا طبق رابطه مفروض داریم:

$$2c + 3(2x+1) = 6x \Rightarrow 6x + 2c + 3 = 6x$$

برای این که تساوی بالا همواره برقرار باشد، لازم است $2c + 3$ برابر صفر باشد:

$$c = -\frac{3}{2}$$

گام دوم: یعنی $f(x) = -\frac{3}{2}$ است و داریم:

$$(\frac{g}{f})(3) = \frac{g(3)}{f(3)} = \frac{3}{-\frac{3}{2}} = -2$$

اگر f تابعی همانی و g تابع ثابت بوده و $g(3x) + 2f(3+x) = 3 + 2x$ باشد، مقدار $\frac{f(-1)}{g(4)}$ کدام است؟

(سؤال ۱۱۶ کنکور تهری ۱۳۰۴ - نوبت دوم)

کنکور

$\frac{1}{4}$ (۱)
 $-\frac{1}{4}$ (۳)
 $\frac{1}{3}$ (۲)
 $-\frac{1}{3}$ (۴)

سؤال اصلی کنکور که این سؤال با توجه به اون شبیه سازی شده هم پایین صفحه پاسخنامه سؤال آورده شده که بتونی بلافاصله بعد از حل کردنش سؤال اصلی کنکور رو هم ببینی و این مدل سؤال خاص رو دقیقاً به ذهن بسپری.

پاسخنامه‌های برای تکمیل یادگیری

- پاسخنامه خیلی سبز فقط یک پاسخنامه معمولی نیست، بلکه به مسیره؛ به مسیر فکر شده و مرحله به مرحله برای تکمیل یادگیری.
- هر سؤال و پاسخ رو تو به صفحه میاریم که دسترسی به هر سؤال راحت‌تر باشه.

گاهی وقت‌ها دلیل اینکه نتونستی به جواب برسی اینه که صورت سؤال رو خوب متوجه نشدی، **تعبیر سؤال** (که دقیقاً رو قسمت خاص فهم سؤال نوشته می‌شه) به فهم دقیق سؤال کمک می‌کنه.

صورت سؤال رو دوباره اینجا میاره که حین بررسی پاسخنامه صورت سؤال هم دم دستت باشه.

زیست‌شناسی

۱۶ شکل زیر، ترسیمی ساده مربوط به یکی از انواع الگوهای پیشنهادی برای همانندسازی دنا است. کد به این شکل، درست بیان شده است؟ (فرض کنید تمام نوکلئوتیدهای دنا A معمولی هستند. در فرآیند همانندسازی حفاظتی را برابر با یک رشته پلی‌نوکلئوتیدی در نظر بگیرید.)

(۱) شکستن پیوند اشتراکی در این الگو تنها به واسطه فعالیت نوکلئازی دنباسپاراز محتمل است.

(۲) در این الگو برخلاف الگوی تأییدشده توسط مزلسون و استال، تغییر ساختار رشته الگو محتمل نیست.

(۳) به دنبال ۲ دور همانندسازی دنا B با این الگو و در شرایطی مشابه با آزمایش مزلسون و استال، تشکیل نوار در میانه لوله محتمل است.

(۴) در پی ۴ دور همانندسازی دنا C با این الگو و در محیط دارای ^{15}N ، فقط یک نوار در لوله تشکیل می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴

زیرمبحث: زیست دوازدهم - فصل ۱ - طرح‌های همانندسازی

شکل، نشان‌دهنده طرح همانندسازی حفاظتی است، چراکه در آن، هر دو رشته دنا اولیه به صورت دست‌نخورده باقی مانده، وارد یکی از یاخته‌های حاصل از تقسیم می‌شوند، دو رشته دنا جدید هم با هم، وارد یاخته دیگر می‌شوند. از طرفی، دارای نیتروژن ۱۴ هستند و دنا C هم فقط دارای نیتروژن ۱۵ است.

حفاظتی: هر دو رشته دنا قبلی (اولیه) به صورت دست‌نخورده باقی مانده، وارد یکی از یاخته‌های حاصل از تقسیم می‌شوند، دو رشته دنا جدید هم با هم، وارد یاخته دیگر می‌شوند؛ چون دنا اولیه به صورت دست‌نخورده در یکی از یاخته‌ها حفظ شده است.

طرح‌های پیشنهادی همانندسازی دنا

نیمه‌حفاظتی: در این طرح در هر یاخته یکی از دو رشته دنا مربوط به دنا اولیه است و رشته دیگر با نوکلئوتیدهای جدید ساخته شده است، چون در هر یاخته حاصل، فقط یکی از دو رشته دنا قبلی وجود دارد.

غیرحفاظتی (پراکنده): هر کدام از رشته‌های دناهای حاصل، قطعاتی از رشته قبلی و در صورت پراکنده در خود دارند.

اگر دنا با نیتروژن ۱۵ (دنا C)، یک بار در محیط دارای نیتروژن ۱۵ به روش حفاظتی همانندسازی شود، دنا با نوکلئوتیدهای حاوی نیتروژن ۱۵ ایجاد می‌شود. اگر این دو دنا جدید دوباره به صورت حفاظتی همانندسازی دناهای دارای نیتروژن ۱۵ ایجاد می‌شود. پس در نهایت، فقط یک نوار در سانتریفیوژ ایجاد می‌شود که دناهای بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): طی همانندسازی دنا، هنگام اضافه شدن هر نوکلئوتید سه فسفات به انتهای رشته پلی‌نوکلئوتیدی در طی فعالیت بسپارازی دنباسپاراز، دوتا از فسفات‌های آن از نوکلئوتید جدا می‌شوند. طی فعالیت نوکلئازی د فسفودی‌استر برای رفع اشتباه شکسته می‌شود. پس هم طی همانندسازی دنا (فعالیت بسپارازی) و هم طی دنباسپاراز شکستن پیوند اشتراکی رخ می‌دهد.

اگر همانندسازی دنا در آزمایش‌های مزلسون و استال با الگوی حفاظتی ممکن باشد، به ازای هر دور همانندسازی تشکیل شده دارای چگالی سبک یا سنگین هستند و در لوله آزمایش هیچ‌گاه دناهایی با چگالی متوسط تشکیل

هدف اصلی این مدل پاسخنامه اینه که فقط پاسخنامه رو نخونی و رد بشی بلکه مرحله به مرحله بهت کمک بکنه خودت سؤال رو حل کنی. **Hint** به اشاره دقیقیه برای اینکه بدونی برای جواب دادن به این سؤال از کجا شروع کنی و چیکار کنی.

درس‌Box به درسنامه کامل در عین حال جمع‌وجوره برای یادآوری درسنامه مربوط به اون سؤال. اگه تا این مرحله هنوز به جواب نرسیدی درس باکس کمک می‌کنه به یادآوری و تلاش مجدد برای حل سؤال.

پاسخ خیلی تشریحی ✓ به پاسخنامه خیلی خیلی تشریحی که هم پاسخ درست رو کامل تشریح می‌کنه و هم تک‌تک گزینه‌ها رو بررسی می‌کنه. معمولاً این پاسخنامه گام به گام و برای اینکه با خوندن گام اول دوباره سعی کنی ادامه راه حل رو خودت پیدا کنی.

نکته نکته‌های خیلی خاص (کنکوری)

پاسخ خیلی تشریحی ✓

موارد (ب) و (ت) درست‌اند.

بررسی موارد:

(الف) یون‌ها با قرارگیری در مدار الکتریکی به سوی قطب‌های ناهمنام خود حرکت می‌کنند، نه قطب‌های همنام!

(ب) گرافیت، رسانای الکترونی است و دو مادهٔ دیگر، رسانای جریان برق نیستند.

ترکیب‌های یونی در حالت جامد، رسانای جریان برق نیستند؛ زیرا یون‌ها در حالت جامد نمی‌توانند آزادانه جابه‌جا شوند.

گول نخوری ❗

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: برای این‌که نمودار سهمی پایین‌تر از خط قرار گیرد باید $(-2, 3)$ مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ زیر باشد:

$$b < 2ax + 4b \Rightarrow x^2 - 2ax - 5b < 0$$

گام دوم: با توجه به تعیین علامت عبارت درجه ۲، می‌توان نتیجه گرفت که $x = 3$ و $x = -2$ جواب

$$x^2 - 2ax - 5b = 0 \text{ هستند، در نتیجه:}$$

$$\begin{cases} 9a - 5b = 0 \\ + 6a - 5b = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{بالایی را از پایینی کم می‌کنیم.}} \begin{cases} 3a = 0 \\ 5 - 15a = 0 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{3}, b = \frac{6}{5}$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{2}{5} = 0.4$$

می‌توانستی برای مشخص کردن a و b از S و P استفاده کنی.

یه جور دیگه ⚡

$$2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$-5b = -6 \Rightarrow b = \frac{6}{5}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: از جدول تعیین علامت استفاده می‌کنیم؛ زیرا دامنهٔ تابع f مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $\frac{1-2x}{\sqrt{2x-1}} \geq 0$ است.

$$\frac{1}{\sqrt{2x-1}}$$

و براساس روابط درس‌باکس، جدول تعیین علامت عبارت $2[x]-1$ را می‌نویسیم:

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{+}$$

$$\frac{+}{-}$$

$$\frac{-}{+}$$

$$\frac{-}{-}$$

گام دوم: حالا جدول هم‌زمان این دو عبارت را داریم:

با توجه به جدول بالا، مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $\frac{1-2x}{\sqrt{2x-1}} \geq 0$ که همان دامنهٔ تابع f است، بازهٔ $(\frac{1}{2}, 1)$ خواهد هیچ عدد صحیحی را شامل نمی‌شود.

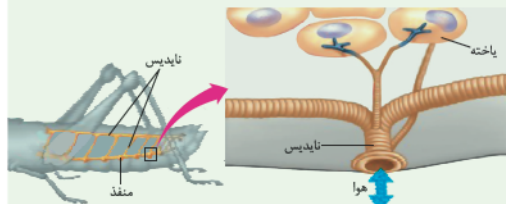
اگر $x \in \mathbb{Z}$ ، آن‌گاه $[x] = x$ و ضابطهٔ تابع f به صورت $f(x) = \sqrt{x-1}$ خواهد شد که غیر قابل قبول است؛ پس شامل هیچ عدد صحیحی نیست.

تیزبازی ⚡

شکل‌نامه 📐

(۱) قطر نایدیس‌ها با میزان انشعابات آن‌ها، رابطهٔ عکس دارد؛ یعنی هر چه قدر از بخش‌های ابتدایی به سمت انت می‌رویم، قطر کاهش می‌یابد.

(۲) جهت جریان هوا درون نایدیس‌ها دوطرفه است.



(۳) از یک نایدیس می‌تواند انشعاباتی با قطر متفاوت جدا شود. این انشعابات می‌توانند به بخش‌های مختلف بدن بروند، از به سمت منافذ تنفسی دیگر می‌روند تا با انشعابات آن‌ها یکی شوند، گروهی هم می‌توانند بروند و انشعابات پایانی نایدیس

(۴) در مجاورت هر یاخته، ممکن است بیش از یک انشعاب پایانی وجود داشته باشد.

مشاوره 🗣️ تو یکی از سؤال‌های کنکور که تپ مشابهی با سؤال ما داشت، یکی از موارد تو همهٔ گزینه‌ها تکرار شده بود (مثل مورد (د) تو این‌جا) خب این یعنی این گزینه درست و لازم نیست بخونیش. پس با خیالت راحت برو سراغ بقیهٔ گزینه‌ها و زمانت رو save کن.

گول نخوری ❗ سعی کردیم اشتباهات متدوالی که تو هر سؤال اتفاق می‌افته رو تحت عنوان گول نخوری برای هر سؤال بیاریم.

این قراره بهت کمک کنه که تو دام سؤال‌ها نیفتی و بعد از به مدتی دام سؤال‌ها رو بشناسی.

یه جور دیگه ⚡ اگر سؤال رو درست حل کردی، به راه حل متفاوت هم اینجا ببین.

یه جور دیگه نگاه کردن به هر سؤال کمک زیادی به بالا بردن سرعت حل تست‌ها می‌کنه.

تیزبازی ⚡ حتی اگر یکی دوتا سؤال رو بتونی سر جلسه آزمون (مخصوصاً کنکور) سریع و خاص حل کنی علاوه بر ذخیره کردن زمان از نظر روحی هم خیلی خیلی بهت کمک می‌کنه. تیزبازی یه آیتم جذابه برای یاد گرفتن و تمرین کردن حل سؤال‌ها باروش‌های تند و تیز.

شکل‌نامه 📐 شکل‌های کتاب تو بعضی از درس‌ها (مخصوصاً زیست‌شناسی) خیلی خیلی مهمه. موشکافی شکل‌های مهم کتاب درسی رو اینجا ببین.

مشاوره 🗣️ اهمیت تست‌ها توی کنکور، پرتکرار بودنشون و توضیحات تخصصی یه طراح حرفه‌ای رو توی مشاوره هر تست دقیق بخون.

این همه آیتم توی پاسخنامه به خاطر اینه که هر کسی متناسب با نیاز خودش از اون بهره‌مند بشه.

مثلاً کسی که به به سؤال جواب درست داده فقط می‌تونه یه جور دیگه یا تیزبازی سؤال رو ببینه نه همه پاسخنامه رو.

(۱) «الف» و «د»

(۲) «الف»، «ب» و «د»

(۳) «ب»، «ج» و «د»

(۴) «الف»، «ب»، «ج» و «د»

آزمون آزمایشی خیلی سبز



مرحله دوازدهم

پایه یازدهم

۲۲/اسفند/۱۴۰۴

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

| مواد امتحانی | تعداد سؤال | از شماره | تا شماره | مدت پاسخگویی | یازدهم |
|---------------|------------|----------|----------|--------------|---|
| حسابان | ۲۰ | ۱ | ۲۰ | ۳۰ دقیقه | فصل ۳ و ۴ (درس ۱ تا ۳) صفحه ۷۱ تا ۱۰۹ |
| هندسه | ۱۰ | ۲۱ | ۳۰ | ۲۰ دقیقه | فصل ۲ (درس ۱ از ابتدای تجانس و درس ۲) و فصل ۳ (درس ۱) صفحه ۴۳ تا ۶۳ |
| آمار و احتمال | ۱۰ | ۳۱ | ۴۰ | ۲۰ دقیقه | فصل ۲ (درس ۳ و ۴) و فصل ۳ (درس ۱ و ۲) صفحه ۴۸ تا ۸۶ |
| فیزیک | ۲۰ | ۴۱ | ۶۰ | ۳۰ دقیقه | فصل ۲ (از ابتدای توان در مدارهای الکتریکی) و فصل ۳ (تا ابتدای ویژگی‌های مغناطیسی مواد) صفحه ۶۷ تا ۱۰۱ |
| شیمی | ۲۰ | ۶۱ | ۸۰ | ۲۰ دقیقه | فصل ۲ (از ابتدای آنتالی، همان محتوای انرژی است) صفحه ۶۵ تا ۹۸ |
| مجموع | ۸۰ سؤال | | | ۱۲۰ دقیقه | — |

| نام درس | طراحان به ترتیب حروف الفبا | مسئول درس - گزینشگر |
|---------------|--|--------------------------|
| حسابان | طراحان: فرشاد حسن‌زاده - محمد خان‌گلدی - علی شهرابی - محسن علی‌نجاری محمد گودرزی - حسین نادری کارشناسان علمی: فرشاد حسن‌زاده - محمد گودرزی | محسن علی‌نجاری |
| هندسه | طراح: سید عباس حسینی - حسین هاشمی‌طاهری کارشناس علمی: زهرا جالینوسی | سید عباس حسینی |
| آمار و احتمال | طراحان: مسعود شفیعی - عطا صادقی - سروش موئینی کارشناس علمی: امیرحسین ابومحسوب | مسعود شفیعی |
| فیزیک | طراحان: یاشار انگوتی - نوید شاهی کارشناسان علمی: سعید محبی - هادی نجفی | نوید شاهی - یاشار انگوتی |
| شیمی | طراحان: ارزنگ خانلری - یاسر راش - یاسر عبداللهی - محمد عظیمیان زواره محمد قهرمانی‌نژاد کارشناسان علمی: مرتضی نصیرزاده - یاشار ذریه | یاسر عبداللهی |

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاچانیپور

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

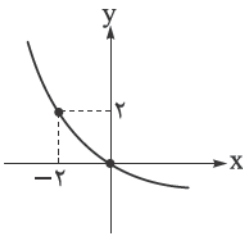
دفتر چه سؤالات آزمون های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینش ها، نوع صفحه آرای، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه ترین حالت به دفتر چه سؤالات کنکور سراسری طراحی می شود.





حسابان یازدهم

۱- نمودار تابع $f(x) = 2^{ax+b} - 2$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f(2)$ کدام است؟



$$-\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$-\frac{5}{4} \quad (4)$$

۲- نیمه عمر یک ماده هسته‌ای ۲۵ سال است. نمونه‌ای از این ماده، ۳۸۴ میلی‌گرم جرم دارد. جرم باقی‌مانده از این نمونه، بعد از چند سال برابر با $1/5$ میلی‌گرم است؟

$$225 \quad (4)$$

$$200 \quad (3)$$

$$175 \quad (2)$$

$$150 \quad (1)$$

۳- معادله $|2^x| = (0/5)^{2-x} = 16^{x^2-x}$ چند جواب دارد؟

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۴- اگر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \log_a(x+b)$ از نقاط $(3, 2)$ و $(1, 1)$ عبور کند، مقدار ab کدام است؟

$$-2 \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

۵- حاصل $\log_{243} \sqrt[3]{343} \times \log_{243} 3^2$ کدام است؟

$$2 \log 7 \quad (4)$$

$$\log 3 \quad (3)$$

$$\log 7 \quad (2)$$

$$2 \log 3 \quad (1)$$

۶- حاصل ضرب جواب‌های معادله $\log_3(9^x + 18) = x + 2$ کدام است؟

$$\log_3 18 \quad (2)$$

$$18 \quad (1)$$

$$1 + \log_3 6 \quad (4)$$

$$1 + \log_3 2 \quad (3)$$

۷- زاویه بین عقربه‌های ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار در ساعت $7:15$ چند رادیان است؟

$$\frac{7\pi}{6} \quad (4)$$

$$\frac{4\pi}{7} \quad (3)$$

$$\frac{17\pi}{24} \quad (2)$$

$$\frac{16\pi}{24} \quad (1)$$

۸- اندازه زاویه قطاع حاصل از شکل گسترده یک مخروط $\frac{8\pi}{5}$ رادیان است. اگر شعاع قاعده مخروط برابر ۸ سانتی‌متر باشد، شعاع قطاع بر حسب سانتی‌متر کدام است؟

$$20 \quad (4)$$

$$12 \quad (3)$$

$$10 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

محل انجام محاسبات

۹- طول کمان روبه‌رو به زاویه مرکزی β در دایره‌ای، دو برابر طول کمان روبه‌رو به زاویه مرکزی $\frac{\pi}{10}$ در همان دایره است. نسبت مساحت قطاع با زاویه مرکزی β به مساحت دایره کدام است؟

$\frac{1}{15}$ (۱) $\frac{1}{25}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{10}$ (۴)

۱۰- حاصل عبارت $\frac{4 \cos(212^\circ) - \sin(302^\circ)}{-2 \sin(58^\circ) + \cos(148^\circ)}$ کدام است؟

$-\frac{5}{3}$ (۱) $-\frac{5}{4}$ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴)

۱۱- حاصل عبارت $\sqrt{2} \sin 40.5^\circ \times \cos \frac{17\pi}{6} \times \tan \frac{7\pi}{3}$ کدام است؟

-3 (۱) ۳ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴)

۱۲- اگر $-\frac{\pi}{12} < x < \frac{7\pi}{12}$ و $\sin 2x = \frac{m-2}{3}$ باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟

$[\frac{1}{3}, 5]$ (۱) $[-\frac{1}{3}, 5]$ (۲) $(\frac{1}{3}, 5]$ (۳) $(-\frac{1}{3}, 5]$ (۴)

۱۳- حاصل عبارت $A = \sqrt{3} \sin(6^\circ) \sin(122^\circ) - \sqrt{2} \sin(135^\circ) \cos(148^\circ)$ چند برابر $\cos(32^\circ)$ است؟

$0/5$ (۱) $1/5$ (۲) $2/5$ (۳) $3/5$ (۴)

۱۴- اگر انتهای کمان α روی دایره مثلثاتی در ناحیه دوم دستگاه مختصات و $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل عبارت

$\frac{\cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha) + \cos(\alpha - 3\pi)}{1 - \cot^2 \alpha}$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{6}$ (۱) $-\frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{6}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{6}$ (۳) $-\frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{6}$ (۴)

۱۵- اگر $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ باشد، حاصل $\sqrt{1 + \cot^2 \alpha} (4 \cos^2 \frac{\pi}{3} - \sin^2(\frac{17\pi}{2} - \alpha))$ کدام است؟

$\sin \alpha$ (۱) $\cos \alpha$ (۲) $-\cos \alpha$ (۳) $-\sin \alpha$ (۴)

۱۶- تابع $f(x) = 2 \cos(x + \frac{\pi}{4})$ روی بازه $[-\frac{\pi}{4}, k]$ یک‌به‌یک است. حداکثر مقدار k کدام است؟

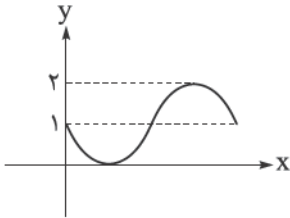
2π (۱) $\frac{3\pi}{2}$ (۲) π (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴)



۱۷- به ازای چه مقادیری از k بیشترین مقدار تابع $f(x) = k^2 \sin x + 3k$ برابر ۴ است؟

- (۱) ۱ یا ۴ (۲) ۱ یا -۴ (۳) ۴ یا -۱ (۴) -۴ یا -۱

۱۸- نمودار شکل زیر، مربوط به کدام تابع است؟



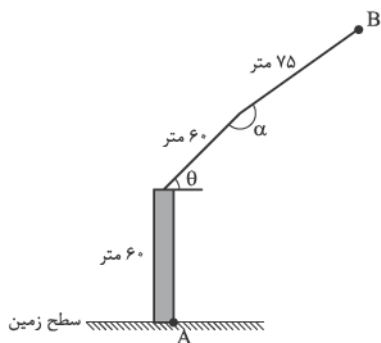
(۱) $f(x) = 1 - \cos x$

(۲) $g(x) = 1 + \cos x$

(۳) $h(x) = 1 - \sin x$

(۴) $k(x) = 1 + \sin x$

۱۹- در دستگاه بالابر زیر، $0 \leq \theta \leq 90^\circ$ و $-180^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ است. اگر این بالابر بخواهد از زمین جسمی را بردارد، باید جسم حداکثر در چه فاصله‌ای برحسب متر از نقطه A قرار گیرد؟ (زاویه مثبت به معنای حرکت بازوها در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت است.)



(۱) ۱۰۵

(۲) ۱۲۰

(۳) $75\sqrt{3}$

(۴) $60\sqrt{3}$

۲۰- کوچک‌ترین مقدار طبیعی k که به ازای آن نمودارهای توابع $f(x) = \sin x$ و $g(x) = \sin\left(\frac{k\pi}{3} + x\right)$ بر هم منطبق می‌شوند، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

هندسه یازدهم

۲۱- محل برخورد قطرهای مستطیل را O می‌نامیم. در تجانس به مرکز O و نسبت $\frac{5}{3}$ ، مساحت بین مستطیل و تصویرش ۳۲ است. مساحت مستطیل تصویر کدام است؟

- ۱۶ (۱) ۴۰ (۲) ۱۸ (۳) ۵۰ (۴)

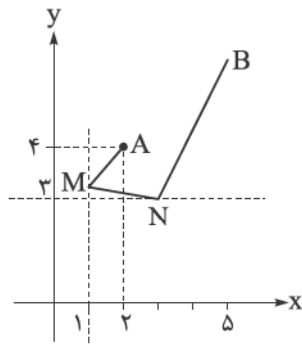
۲۲- کدام تبدیل هیچ‌گاه نمی‌تواند تبدیل همانی باشد؟

- (۱) انتقال (۲) بازتاب (۳) دوران (۴) تجانس

۲۳- معادله خط $2x + 3y = 6$ نسبت به مرکز $O(1, -2)$ و ضریب تجانس $k = 2$ ، خطی به معادله $ax + 3y = c$ است. حاصل ac کدام است؟

- ۸ (۱) ۱۶ (۲) ۳۲ (۳) ۴۸ (۴)

۲۴- از نقطه $A(2, 4)$ می‌خواهیم ابتدا به نقطه‌ای روی خط $x = 1$ و سپس روی $y = 3$ رفته و در نهایت به $B(5, 7)$ برویم. کوتاه‌ترین طول برای مسیر $AMNB$ کدام است؟



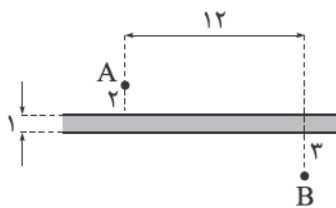
(۱) $\sqrt{2}$

(۲) $\sqrt{3}$

(۳) $5\sqrt{2}$

(۴) $5\sqrt{3}$

۲۵- عرض رودخانه‌ای که دو ساحل آن موازی هستند، ۱ واحد و دو نقطه A و B در دو طرف ساحل آن قرار دارند. می‌خواهیم از A به نقطه‌ای واقع در ساحل نزدیک A رفته و در این نقطه پلی عمود بر ساحل نصب کرده و پس از گذر از پل به B برویم. با توجه به اندازه‌های روی شکل، طول کوتاه‌ترین مسیر چند واحد است؟



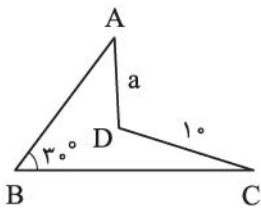
(۱) ۱۳

(۲) $12 + \sqrt{3}$

(۳) ۱۴

(۴) $12 + \sqrt{2}$

۲۶- بدون تغییر در تعداد اضلاع و با ثابت نگاه داشتن محیط، مساحت چهارضلعی ABCD را به بیشترین مقدار رسانده ایم. چهارضلعی جدید محاطی است. اگر میزان افزایش مساحت $5\sqrt{3}$ باشد، a کدام است؟



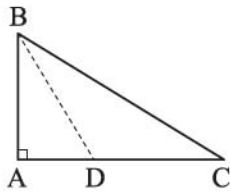
(۱) $\sqrt{2}$

(۲) $\sqrt{3}$

(۳) ۲

(۴) ۳

۲۷- در مثلث قائم الزاویه $\triangle ABC$ ، $A = 90^\circ$ و نیمساز زاویه B رسم شده تا ضلع AC را در D قطع کند. اگر $AD = 3$ و $DC = 6$ باشد، زاویه \hat{C} کدام است؟



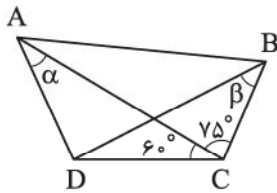
(۲) $\frac{\pi}{3}$

(۱) $\frac{\pi}{6}$

(۴) $\frac{\pi}{8}$

(۳) $\frac{\pi}{4}$

۲۸- در شکل زیر $\alpha + \beta = 90^\circ$ و $\hat{ABD} = \hat{DAB}$ می باشد. مقدار $\cot \alpha$ کدام است؟



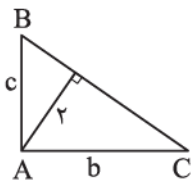
(۲) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

(۱) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

۲۹- در مثلث قائم الزاویه $\triangle ABC$ که $A = 90^\circ$ می دانیم؛ $b + c = 3\sqrt{5}$ و $h_a = 2$. مساحت مثلث کدام است؟



(۱) $\sqrt{3}$

(۲) ۴

(۳) $\sqrt{5}$

(۴) ۵

۳۰- اگر شعاع دایره محیطی مثلث ABC برابر ۴ و $\hat{B} = 45^\circ$ باشد، طول ضلع AC کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۸

(۲) $4\sqrt{2}$

(۱) $2\sqrt{2}$

آمار و احتمال

۳۱- میانگین نمره فردی در پنج درس، حسابان (۱)، تاریخ، ورزش، هندسه و سلامت و بهداشت برابر ۱۸ است. اگر نمره درس تاریخ این فرد ۲ نمره کم تر از نمره درس حسابان (۱) او باشد، نمره این فرد در درس تاریخ کدام است؟

| درس | حسابان (۱) | تاریخ | ورزش | هندسه | سلامت و بهداشت |
|------|------------|-------|------|-------|----------------|
| نمره | | | ۱۸ | ۱۷ | ۱۸ |
| ضریب | ۴ | ۲ | ۱ | ۲ | ۱ |

۱۶ (۱) ۱۶ / ۵ (۲) ۱۷ (۳) ۱۷ / ۵ (۴)

۳۲- در داده‌های آماری زیر، اگر چارک اول، میانه، چارک سوم و مد به ترتیب برابر a ، b ، c و d باشند، در این صورت مقدار $\frac{a+b}{c+d}$ چه قدر است؟

۳، ۵، ۷، ۷، ۶، ۸، ۷، ۱۰، ۳، ۴، ۶

۱۰ / ۱۳ (۱) ۱۱ / ۱۳ (۲) ۵ / ۷ (۳) ۱۱ / ۱۴ (۴)

۳۳- اگر در داده‌های آماری متمایز و مرتب شده، میانه برابر یازدهمین عدد باشد، چند داده بزرگ تر از چارک سوم هستند؟

۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

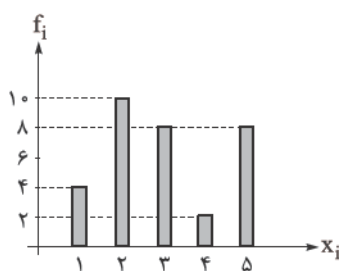
۳۴- دو مجموعه $A = \{2x_1 + 1, 2x_2 + 1, 2x_3 + 1, \dots, 2x_{10} + 1\}$ و $B = \{\frac{1}{3}x_1 - 2, \frac{1}{3}x_2 - 2, \frac{1}{3}x_3 - 2, \dots, \frac{1}{3}x_{10} - 2\}$ عضو ۱۰ عضو A برابر ۳۱۰ باشد، میانگین اعضای مجموعه B کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۵- مد داده‌های آماری $a + b$ ، $-a + 2b$ ، 1 ، 3 ، 1 ، 2 ، 2 برابر ۳ است. میانه داده‌های آماری 3 ، 4 ، 1 ، 5 ، b ، a کدام است؟

۱ / ۵ (۱) ۲ (۲) ۲ / ۵ (۳) ۳ (۴)

۳۶- نمودار میله‌ای ۳۲ داده به صورت زیر است. سه عدد طبیعی کوچک تر از ۵ به داده‌ها اضافه می‌کنیم به طوری که طول دو تا از میله‌ها زیاد می‌شود، اما میانگین تغییری نمی‌کند. فراوانی نسبی دسته متناظر با عدد ۱ در داده‌های جدید کدام است؟



۶ / ۳۵ (۱)

۱ / ۷ (۲)

۴ / ۳۶ (۳)

۸ / ۳۵ (۴)

۳۷- چارک اول، میانه و چارک سوم ۸ داده آماری، متمایزند و هیچ کدام از آنها با هیچ یک از داده‌ها برابر نیستند. اگر داده‌ها همگی عددهایی طبیعی باشند و اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین داده برابر ۳ باشد، در این صورت:

(۱) مد، برابر کوچک‌ترین داده است. (۲) مد و میانه یکی‌اند.

(۳) مد، برابر بزرگ‌ترین داده است. (۴) داده‌ها مد ندارند.

۳۸- دو سکه پرتاب می‌کنیم، اگر هر دو رو آمد، یک سکه دیگر پرتاب می‌کنیم، اگر هر دو پشت آمد، دو سکه دیگر پرتاب می‌کنیم و اگر یکی از سکه‌ها رو و دیگری پشت آمد، سه سکه دیگر پرتاب می‌کنیم. با چه احتمالی حداقل دو سکه رو می‌آید؟

$$\frac{17}{24} \text{ (۱)} \quad \frac{17}{32} \text{ (۲)} \quad \frac{5}{8} \text{ (۳)} \quad \frac{3}{4} \text{ (۴)}$$

۳۹- دانش‌آموزان دو مدرسه A و B در یک آزمون شرکت کرده‌اند. ۵۰ درصد از دانش‌آموزان مدرسه A و x درصد از

دانش‌آموزان مدرسه B در آزمون قبول شده‌اند. اگر تعداد دانش‌آموزان مدرسه A، $\frac{3}{5}$ تعداد دانش‌آموزان مدرسه B

باشد و فردی به تصادف از قبول شدگان انتخاب شود، با احتمال $\frac{3}{7}$ این فرد از مدرسه A است. x کدام است؟

$$20 \text{ (۱)} \quad 25 \text{ (۲)} \quad 40 \text{ (۳)} \quad 60 \text{ (۴)}$$

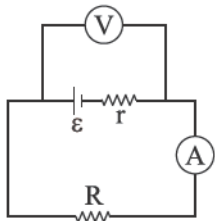
۴۰- در یک کیسه، ۹ توپ به شماره‌های ۱ تا ۹ وجود دارد. سه توپ را یکی یکی از کیسه خارج می‌کنیم. با چه احتمالی

شماره‌های فقط دو تا از توپ‌های خارج شده، عدد اول است و این دو توپ پشت سر هم از کیسه خارج شده‌اند؟

$$\frac{5}{21} \text{ (۱)} \quad \frac{5}{42} \text{ (۲)} \quad \frac{10}{21} \text{ (۳)} \quad \frac{5}{82} \text{ (۴)}$$

فیزیک یازدهم

۴۱- در مدار شکل زیر، ولت‌سنج آرمانی 12 V و آمپرسنج آرمانی 2 A را نشان می‌دهد. توان مصرفی در مقاومت R چند وات است؟



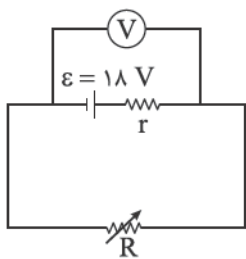
(۱) ۶

(۲) ۱۸

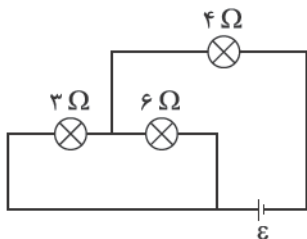
(۳) ۲۴

(۴) ۴۸

۴۲- در مدار شکل زیر، در حالت اول، مقاومت متغیر را روی مقدار $R_1 = \frac{r}{4}$ و در حالت دوم، روی مقدار $R_2 = 5r$ تنظیم می‌کنیم. اگر توان خروجی باتری در این دو حالت به ترتیب P_1 و P_2 باشد، حاصل $\frac{P_2}{P_1}$ کدام است؟

(۱) $\frac{5}{8}$ (۲) $\frac{8}{5}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۴۳- در مدار شکل زیر، توان مصرفی در لامپ ۳ اهمی برابر با 27 W است. نیروی محرکه باتری آرمانی چند ولت است؟



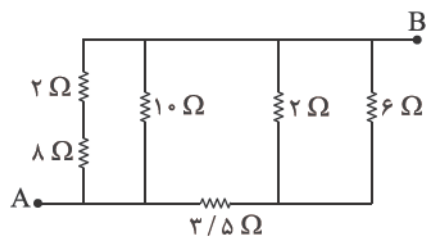
(۱) ۱۸

(۲) ۲۴

(۳) ۲۷

(۴) ۳۰

۴۴- در مدار شکل زیر، مقاومت معادل بین دو نقطه A و B، چند اهم است؟

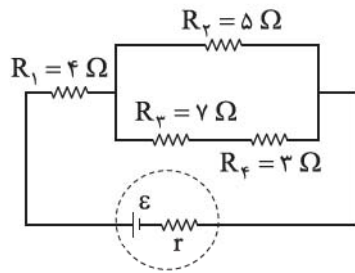
(۱) $1/5$ (۲) $2/5$

(۳) ۴

(۴) ۵

محل انجام محاسبات

۴۵- در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت R_1 چند برابر توان مصرفی مقاومت R_4 است؟



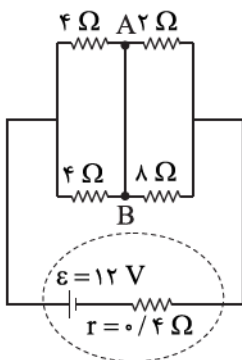
(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) ۱۲

۴۶- در مدار شکل زیر، جریان الکتریکی عبوری از سیم AB چند آمپر و در چه جهتی است؟



(۱) ۰/۶، از A به B

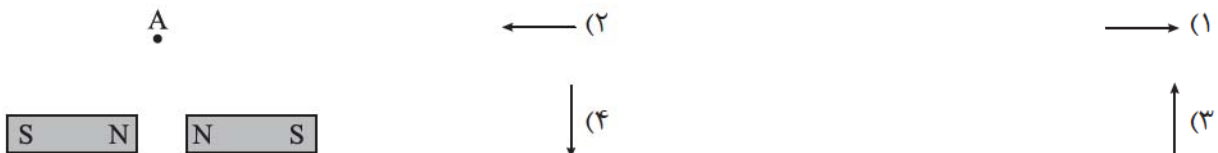
(۲) ۰/۶، از B به A

(۳) ۰/۹، از A به B

(۴) ۰/۹، از B به A

۴۷- در شکل زیر، نقطه A روی عمودمنصف خط واصل دو آهنربای میله‌ای مشابه قرار دارد. میدان مغناطیسی خالص

حاصل از این دو آهنربا در نقطه A در کدام جهت است؟



۴۸- کدام مورد درست است؟

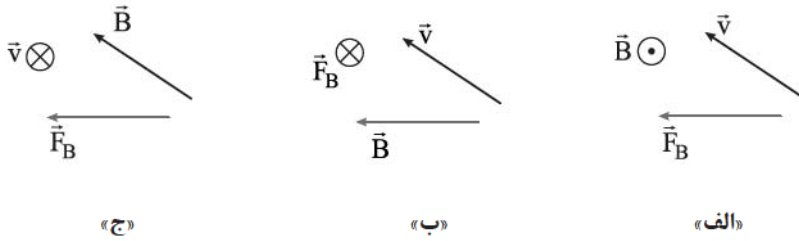
(۱) قطب‌های مغناطیسی زمین، بر قطب‌های جغرافیایی آن کاملاً منطبق هستند.

(۲) شیب مغناطیسی در هر محل، زاویه‌ای است که عقربه مغناطیسی در آن محل با محور قائم بر زمین می‌سازد.

(۳) خطوط میدان مغناطیسی ناشی از کره زمین در اطراف زمین از جنوب جغرافیایی شروع و به شمال جغرافیایی ختم می‌شود.

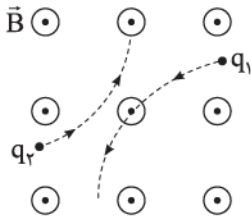
(۴) جهت میدان مغناطیسی ناشی از کره زمین در طول میلیون‌ها سال همواره ثابت بوده است.

۴۹- در شکل‌های زیر، \vec{v} سرعت یک ذره با بار الکتریکی منفی، \vec{B} میدان مغناطیسی یکنواخت و \vec{F}_B نیروی مغناطیسی وارد بر آن ذره است. کدام شکل‌ها از نظر فیزیکی قابل قبول هستند؟ (بردارها، یا در این صفحه‌اند یا عمود بر صفحه.)



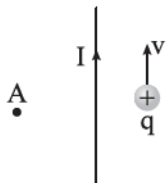
- (۱) فقط «الف» (۲) فقط «ب» (۳) «الف» و «ج» (۴) «ب» و «ج»

۵۰- در شکل زیر، مسیر حرکت دو ذره با بارهای الکتریکی q_1 و q_2 که در میدان مغناطیسی یکنواخت و برون‌سوی \vec{B} پرتاب شده‌اند، نشان داده شده است. علامت بارهای q_1 و q_2 به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



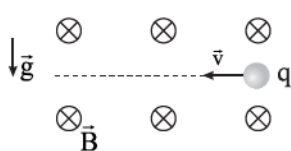
- (۱) مثبت، مثبت
(۲) منفی، منفی
(۳) منفی، مثبت
(۴) منفی، مثبت

۵۱- در شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی مثبت در نزدیکی یک سیم مستقیم و بلند حامل جریان I با تندی v به موازات سیم پرتاب می‌شود. به ترتیب، میدان مغناطیسی حاصل از سیم در نقطه A و نیروی مغناطیسی وارد بر ذره از طرف سیم در کدام جهت است؟



- (۱) $\leftarrow \cdot \otimes$
(۲) $\rightarrow \cdot \otimes$
(۳) $\leftarrow \cdot \odot$
(۴) $\rightarrow \cdot \odot$

۵۲- در شکل زیر، ذره بارداری به جرم 40 g ، با تندی ثابت $v = 2 \text{ km/s}$ در میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 500 \text{ G}$ در مسیر مستقیم، در حرکت است. با صرف نظر از نیروی مقاومت هوا، بار این ذره چند میلی کولن است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) -۲
(۴) -۴



۵۳- یک سیم راست حامل جریان 5 A در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی 400 G در راستایی قرار دارد که با جهت میدان زاویه 53° می‌سازد. بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر هر متر از این سیم چند میلی‌نیوتون است؟
($\sin 53^\circ = 0.8$)

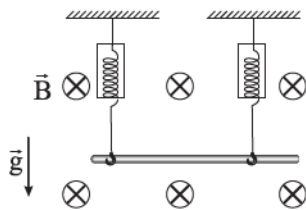
۱۶۰ (۲)

۱۶ (۱)

۲۰۰ (۴)

۲۰ (۳)

۵۴- در شکل زیر، یک سیم فلزی توپر به چگالی 9 g/cm^3 حامل جریان 18 A در میدان مغناطیسی یکنواخت 200 G در راستای افقی قرار دارد. اگر مقداری که نیروسنج‌ها نشان می‌دهند، برابر صفر باشد، جریان عبوری از این سیم در کدام جهت است و مساحت مقطع این سیم چند میلی‌متر مربع است؟ ($g = 10\text{ m/s}^2$)



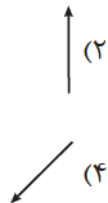
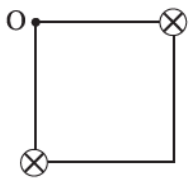
۴۰ → (۱)

۴۰ → (۲)

۴ ← (۳)

۴۰ ← (۴)

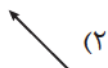
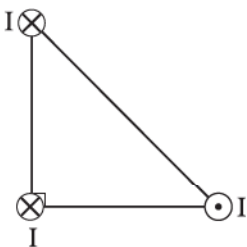
۵۵- در شکل زیر، دو سیم راست، موازی و بسیار بلند، حامل جریان‌های مساوی و درون سو، در دو رأس یک مربع، عمود بر صفحه قرار دارند. میدان مغناطیسی خالص در نقطه O به کدام سو است؟



→ (۱)



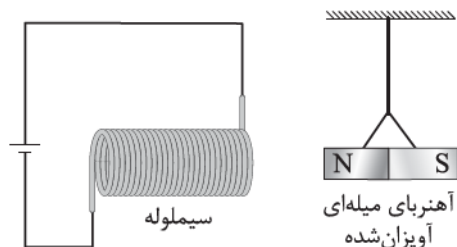
۵۶- در شکل زیر، سه سیم راست، موازی و بسیار بلند حامل جریان‌های مساوی، در سه رأس قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین قرار دارند. نیروی مغناطیسی خالص وارد بر سیمی که در رأس قائم‌الزاویه قرار دارد، در کدام جهت است؟



۵۷- در شکل زیر، یک حلقه حامل جریان، عمود بر صفحه و در سمت راست آن، یک آهنربا قرار دارد. یک ذره باردار با بار الکتریکی منفی روی محور حلقه با سرعت \vec{v} در جهت نشان داده شده پرتاب می‌شود. به ترتیب نیروی مغناطیسی وارد بر آهنربا از طرف حلقه و نیروی مغناطیسی وارد بر ذره از طرف حلقه در کدام جهت است؟

(۱) \otimes, \rightarrow (۲) \odot, \rightarrow (۳) \otimes, \leftarrow (۴) \odot, \leftarrow

۵۸- در شکل زیر، جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیملوله، در درون آن و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر آهنربای میله‌ای آویزان شده از طرف سیملوله، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۱) \rightarrow, \rightarrow (۲) \leftarrow, \rightarrow (۳) \rightarrow, \leftarrow (۴) \leftarrow, \leftarrow

۵۹- جریان الکتریکی 4 A از یک سیملوله آرمانی که دارای 50 حلقه است، می‌گذرد. اگر بزرگی میدان مغناطیسی یکنواخت ایجاد شده در درون سیملوله 157 G باشد، طول سیملوله چند میلی‌متر است؟ $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{A}})$

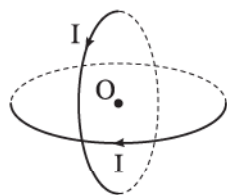
۱۶۰ (۴)

۸۰ (۳)

۱۶ (۲)

۸ (۱)

۶۰- در شکل زیر، دو حلقه حامل جریان یکسان I که شعاع هر یک 30 cm است، عمود بر هم و عمود بر صفحه کاغذ قرار دارند. اگر بزرگی میدان مغناطیسی خالص در مرکز حلقه‌ها (نقطه O) برابر با $\frac{\sqrt{2}}{10}\text{ G}$ باشد، جهت این میدان در کدام جهت است و I برابر چند آمپر است؟ $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{A}})$

(۲) $100, \searrow$ (۱) $50, \searrow$ (۴) $100, \swarrow$ (۳) $50, \swarrow$

شیمی یازدهم

۶۱- کدام مورد درست است؟

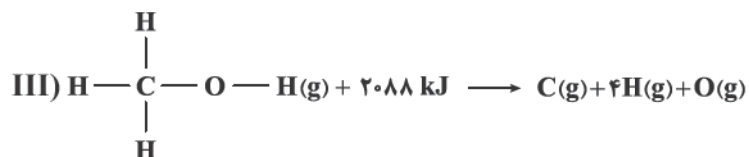
(۱) معادله $\text{CO}_2(\text{s}) \rightarrow \text{CO}_2(\text{g})$ ، نشان‌دهنده یک واکنش شیمیایی گرماگیر بوده که نماد Q باید در سمت چپ معادله آن قرار گیرد.

(۲) گاز NO_2 رنگی بوده و با قراردادن مخلوطی از گازهای NO_2 و N_2O_4 در ظرف آب و یخ، مخلوط گازی پُررنگ‌تر می‌شود.

(۳) با توجه به واکنش $\text{H}_2(\text{g}) + 436 \text{ kJ} \rightarrow 2\text{H}(\text{g})$ ، برای شکستن پیوند در هر مولکول $\text{H}_2(\text{g})$ ، ۴۳۶ کیلوژول انرژی مصرف می‌شود.

(۴) اگر برای تولید یک مول گاز اوزون در واکنش $3\text{O}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{O}_3(\text{g})$ ، آنتالپی مواد واکنش‌دهنده به اندازه ۱۴۳ kJ افزایش یابد، آنتالپی واکنش برگشت برابر ۲۸۶ kJ - خواهد بود.

۶۲- با توجه به معادله‌های زیر، میانگین آنتالپی پیوند C—O، چند کیلوژول بر مول است؟



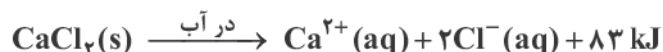
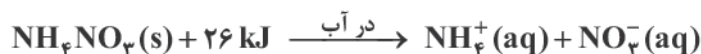
۴۶۳ (۴)

۳۸۰ (۳)

۴۱۵ (۲)

۴۸۰ (۱)

۶۳- در طراحی بسته‌های کنترل دما (مانند کمپرس‌های سرد و گرم فوری)، از فرایندهای انحلال ترکیبات یونی در آب استفاده می‌شود. آمونیوم نیترات و کلسیم کلرید دو ترکیب پرکاربرد در این بسته‌ها هستند که آنتالپی انحلال آن‌ها در آب به صورت زیر است: ($\text{H} = 1, \text{N} = 14, \text{O} = 16, \text{Cl} = 35/5, \text{Ca} = 40 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



کدام موارد از مطالب زیر، نادرست است؟

الف) انحلال کلسیم کلرید، با تبدیل بخشی از انرژی پتانسیل شیمیایی به انرژی گرمایی، دمای محیط را افزایش می‌دهد.

ب) برای طراحی یک بسته سرمایشی با اثربخشی دمایی مطلوب، آمونیوم نیترات، کارآمدتر از کلسیم کلرید عمل می‌کند.

پ) روند تغییر انحلال‌پذیری آمونیوم نیترات در آب نسبت به دما، مشابه انحلال‌پذیری اغلب نمک‌ها نیست.

ت) مقدار گرمای مبادله‌شده در انحلال ۱۱/۱ g کلسیم کلرید و ۲۴ g آمونیوم نیترات در مقادیر یکسان آب، برابر است.

۴ «پ» - «ت»

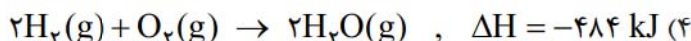
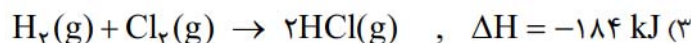
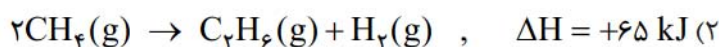
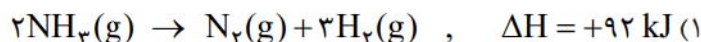
۳ «الف» - «پ»

۲ «ب» - «ت»

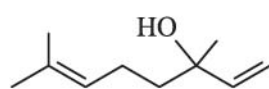
۱ «الف» - «ب»

محل انجام محاسبات

۶۴- در کدام واکنش ترموشیمیایی زیر، ΔH واکنش داده شده که به روش تجربی به دست آمده است، با مقدار ΔH محاسبه شده با استفاده از جدول (میانگین) آنتالپی پیوندها، تفاوت بیشتری دارد؟



۶۵- کدام مورد نادرست است؟



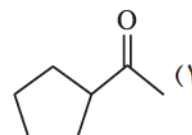
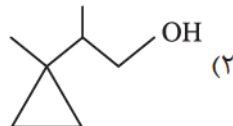
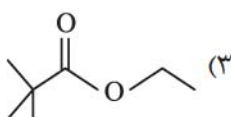
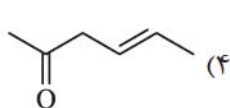
(۱) مجموع شمار اتمها در فرمول مولکولی بنزآلدهید، برابر ۱۴ است.

(۲) ترکیبی با ساختار روبه‌رو دارای گروه عاملی الکلی بوده و رنگ قرمز برم مایع را از بین می‌برد.

(۳) برای ترکیبی با فرمول مولکولی $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}$ ، می‌توان همپارهای الکلی و آلدهیدی در نظر گرفت.

(۴) گرمای آزاد شده در واکنش $\text{C}_3\text{H}_8(\text{g}) + 5\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 3\text{CO}_2(\text{g}) + 4\text{H}_2\text{O}(\text{g})$ ، هم‌ارز با آنتالپی سوختن پروپان در دما و فشار اتاق است.

۶۶- با توجه به مطالب کتاب درسی، کدام مولکول با ترکیب عامل بوی میخک ایزومر است؟



۶۷- نسبت شمار اتمهای کربن به هیدروژن در فرمول شیمیایی یک آلکین، با این نسبت در بنزن یکسان است. اگر از سوختن کامل ۱۰/۴ گرم از این آلکین در دمای 25°C ، 520 کیلوژول گرما آزاد شود، آنتالپی سوختن این آلکین چند کیلوژول بر مول است؟ ($H = 1, C = 12 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$)

$$-1938 \quad (4)$$

$$-2600 \quad (3)$$

$$-1560 \quad (2)$$

$$-1300 \quad (1)$$

۶۸- اگر آهنگ مصرف انرژی برای پیاده‌روی یک فرد $295 \text{ kcal}\cdot\text{h}^{-1}$ باشد، به منظور مصرف انرژی حاصل از 20 g بادام و 60 g سیب، این فرد باید حدود چند دقیقه پیاده‌روی کند؟ (ارزش سوختی بادام و سیب به ترتیب $24/35$ و $2/20$ کیلوژول بر گرم است، $1 \text{ cal} = 4/18 \text{ J}$)

$$30 \quad (4)$$

$$60 \quad (3)$$

$$50 \quad (2)$$

$$75 \quad (1)$$

۶۹- آنتالپی کدام واکنش را می‌توان به روش تجربی اندازه‌گیری کرد؟

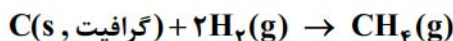
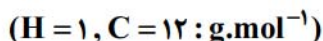
(۱) تشکیل گاز متان از گرافیت و گاز هیدروژن

(۲) تشکیل هیدروژن پراکسید از گازهای هیدروژن و اکسیژن

(۳) تشکیل کربن دی‌اکسید از کربن مونوکسید و گاز اکسیژن

(۴) تشکیل هیدرازین از گازهای نیتروژن و هیدروژن

۷۰- از سوختن کامل ۱ مول گرافیت و ۱ مول گاز هیدروژن در دمای 25°C به ترتیب $393/5$ و 286 کیلوژول گرما آزاد می‌شود. اگر ارزش سوختی متان برابر $55/5 \text{ kJ.g}^{-1}$ باشد، ΔH واکنش زیر برحسب کیلوژول کدام است؟



$-77/5$ (۴)

316 (۳)

$-75/5$ (۲)

$208/5$ (۱)

۷۱- در جدول زیر علت تغییرات سرعت واکنش برای چند آزمایش آورده شده است. در کدام موارد از ردیف‌های جدول، علت تغییر سرعت به درستی معرفی شده است؟

| ردیف | شرح آزمایش | علت تغییرات سرعت |
|------|--|----------------------|
| الف | فلزهای سدیم و پتاسیم با آب سرد واکنش می‌دهند، اما سرعت انجام واکنش‌ها با یکدیگر متفاوت است. | ماهیت واکنش‌دهنده‌ها |
| ب | قند آغشته به خاک باغچه آسان‌تر می‌سوزد. | دما |
| پ | محلول آب اکسیژنه در دمای اتاق به کندی تجزیه می‌شود، اما پتاسیم یدید سرعت واکنش را بسیار زیاد می‌کند. | کاتالیزگر |
| ت | بیمارانی که مشکلات تنفسی دارند، در شرایط اضطراری از کیپسول اکسیژن خالص استفاده می‌کنند. | غلظت |

(۴) الف - ب - پ

(۳) الف - پ

(۲) الف - ب - ت

(۱) الف - پ - ت

۷۲- با توجه به شکل‌های زیر که مربوط به پیشرفت واکنش مقدار کافی فلز روی با محلول مس (II) سولفات است، کدام مورد نادرست است؟



(I)

(II)

(III)

(۱) انجام پذیر بودن واکنش نشان می‌دهد که واکنش‌پذیری Zn از Cu بیشتر است.

(۲) با انجام واکنش، غلظت مولی یون سولفات ثابت باقی می‌ماند.

(۳) آهنگ انجام واکنش در بازه زمانی (I) تا (II)، کم‌تر از آهنگ انجام واکنش در بازه زمانی (II) تا (III) است.

(۴) اگر به جای فلز روی از تیغه آهنی استفاده شود، سرعت اولیه واکنش کاهش می‌یابد.

۷۳- کدام مورد نادرست است؟

(۱) در یک واکنش موازنه‌شده، اگر ضرایب استوکیومتری مواد شرکت‌کننده یکسان نباشد، سرعت متوسط تولید یا مصرف آن‌ها متفاوت خواهد بود.

(۲) در واکنش $2\text{SO}_2 + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{SO}_3$ ، با گذشت زمان، سرعت متوسط مصرف SO_2 کاهش و سرعت متوسط تولید SO_3 افزایش می‌یابد.

(۳) سینتیک شیمیایی، شاخه‌ای از علم شیمی است که چگونگی کنترل سرعت واکنش‌های شیمیایی را بررسی می‌کند.

(۴) برای مواد گازی یا محلول شرکت‌کننده در یک واکنش، سرعت متوسط تولید یا مصرف را می‌توان برحسب $\text{mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$ اندازه‌گیری کرد.

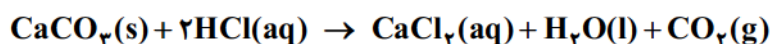
۷۴- کدام مورد نادرست است؟

- (۱) آشناترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها، اتانویک اسید با فرمول مولکولی $C_2H_4O_2$ است.
 (۲) هندوانه و گوجه‌فرنگی محتوی آلکنی به نام لیکوپن بوده که فعالیت رادیکال‌ها را کاهش می‌دهد.
 (۳) بنزوئیک اسید نوعی نگهدارنده است و سرعت واکنش‌های شیمیایی را که منجر به فساد مواد غذایی می‌شوند، کاهش می‌دهد.
 (۴) با برش خوردن یک زغال مکعبی از وسط یک ضلع، حجم کل تغییری نکرده، اما سطح تماس افزایش می‌یابد.
 ۷۵- با توجه به داده‌های جدول زیر برای واکنش $2NOBr(g) \rightarrow 2NO(g) + Br_2(g)$ ، سرعت واکنش در ۱۰ ثانیه سوم، چند مول بر ثانیه است؟ (حجم ظرف را ۰/۵ لیتر در نظر بگیرید.)

| زمان (ثانیه) | ۰ | ۱۰ | ۲۰ | ۳۰ | ۴۰ |
|-----------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| غلظت $[NOBr]$ ($\frac{mol}{L}$) | ۰/۰۴۰۰ | ۰/۰۳۰۳ | ۰/۰۲۴۴ | ۰/۰۲۰۴ | ۰/۰۱۷۵ |

- (۱) 1×10^{-4} (۲) 2×10^{-4} (۳) 4×10^{-4} (۴) 8×10^{-4}

۷۶- با توجه به جدول زیر که مربوط به واکنش جرم مشخصی از پودر کلسیم کربنات با مقدار کافی محلول هیدروکلریک اسید در ظرفی در باز در دما و فشار اتاق است، پاسخ درست پرسش‌ها در کدام گزینه آمده است؟



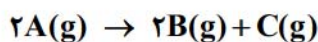
| زمان (ثانیه) | ۰ | ۲۰ | ۴۰ |
|-----------------|---|-------|-------|
| شمار مول CO_2 | ۰ | ۰/۰۱۵ | ۰/۰۲۸ |

الف) سرعت متوسط تولید گاز در بازه ۰ تا ۲۰ ثانیه، چند مول بر دقیقه است؟
 ب) اگر با تغییر شرایط واکنش در بازه زمانی ۰ تا ۴۰ ثانیه، سرعت متوسط مصرف HCl برابر 9×10^{-4} مول بر ثانیه شود، کدام عامل بر واکنش تأثیر گذاشته است؟

- (۱) ۰/۰۴۵ - افزایش دمای مخلوط واکنش
 (۲) ۰/۰۷۵ - استفاده از تکه‌های کلسیم کربنات به جای پودر با جرم برابر با مقدار اولیه
 (۳) ۰/۰۴۵ - استفاده از تکه‌های کلسیم کربنات به جای پودر با جرم برابر با مقدار اولیه
 (۴) ۰/۰۷۵ - افزایش دمای مخلوط واکنش



۷۷- ۱ مول گاز A در ظرفی وارد شده تا مطابق معادله زیر تجزیه شود. اگر پس از گذشت ۲۵ دقیقه، $1/806 \times 10^{23}$ مولکول C در ظرف وجود داشته باشد، سرعت متوسط تولید B، چند مول بر ثانیه است و چند مول گاز A در ظرف باقی مانده است؟



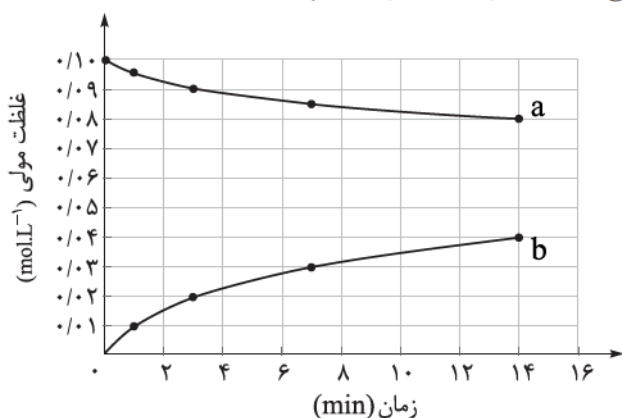
$$(2) \quad 2 \times 10^{-4} - 0/6$$

$$(1) \quad 2 \times 10^{-4} - 0/4$$

$$(4) \quad 4 \times 10^{-4} - 0/4$$

$$(3) \quad 4 \times 10^{-4} - 0/6$$

۷۸- با توجه به نمودار غلظت-زمان زیر که مربوط به واکنش $C_{12}H_{22}O_{11}(aq) + H_2O(l) \rightarrow 2C_6H_{12}O_6(aq)$ است، کدام مورد درست است؟ (حجم ظرف، یک لیتر است، $H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)



(۱) به دلیل یکسان بودن ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها، منحنی a مربوط به تغییرات غلظت هر دو واکنش دهنده است.

(۲) در سه دقیقه نخست واکنش، $3/6$ گرم مالتوز مصرف می‌شود.

(۳) سرعت واکنش در هفت دقیقه نخست به تقریب برابر $2/14 \times 10^{-3}$ مولار بر دقیقه است.

(۴) نسبت سرعت متوسط مصرف مالتوز به تولید گلوکز در هفت دقیقه نخست در مقایسه با هفت دقیقه دوم بیشتر است.

۷۹- طبق واکنش $N_2O_3(g) + N_2O_5(s) \rightarrow 2N_2O_4(s)$, $\Delta H = -25 \text{ kJ}$ ، اگر در مدت زمان 20 ثانیه $62/5$ کیلوژول

گرما آزاد شود، کدام مورد با توجه به این بازه زمانی درست است؟ ($O = 16, N = 14 : g.mol^{-1}$)

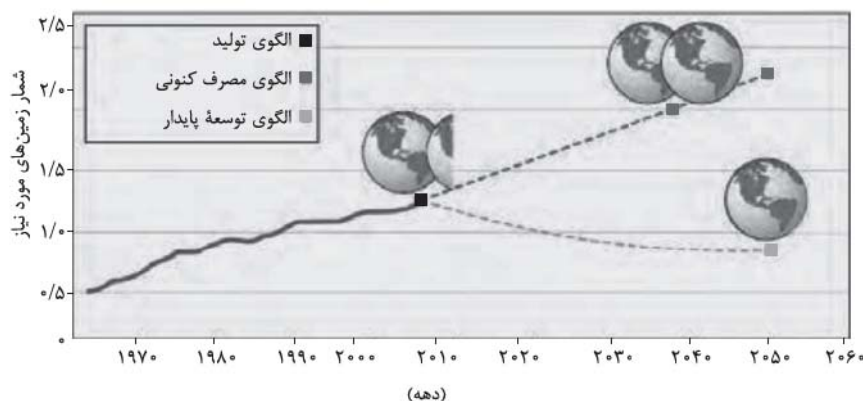
(۱) سرعت متوسط مصرف N_2O_5 برابر 1620 گرم بر دقیقه است.

(۲) سرعت متوسط تولید N_2O_4 برابر 450 مول بر ساعت است.

(۳) سرعت متوسط واکنش در این بازه زمانی $0/25$ مول بر ثانیه است.

(۴) اگر مقدار اولیه N_2O_3 ، 8 مول باشد، در پایان این بازه، مقدار آن به 418 گرم می‌رسد.

۸۰- با توجه به شکل زیر که پیش‌بینی مساحت زمین مورد نیاز برای تأمین غذا را نشان می‌دهد، درستی یا نادرستی مطالب زیر در کدام گزینه آمده است؟



- ادامه الگوی مصرف فعلی غذا با همین رویه، نیازمندی به دو برابر مساحت زمین را تا سال ۲۰۴۰ رقم می‌زند.
- الگوی توسعه پایدار، تولید غذای آینده را در حد یک برابر مساحت زمین امکان‌پذیر می‌سازد.
- هدررفت ۳۰٪ غذای جهان، فشار بر منابع زمین را به شکل چشمگیری افزایش می‌دهد و شیب نمودار الگوی پیش‌بینی مصرف کنونی را کاهش می‌دهد.
- انتشار گازهای گلخانه‌ای در بخش غذا، در مقایسه با صنعت و حمل‌ونقل بسیار ناچیز است.

(۱) درست - درست - نادرست - نادرست

(۲) نادرست - نادرست - درست - درست

(۳) درست - درست - نادرست - درست

(۴) نادرست - نادرست - درست - نادرست

پاسخ‌نامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

محل انجام محاسبات



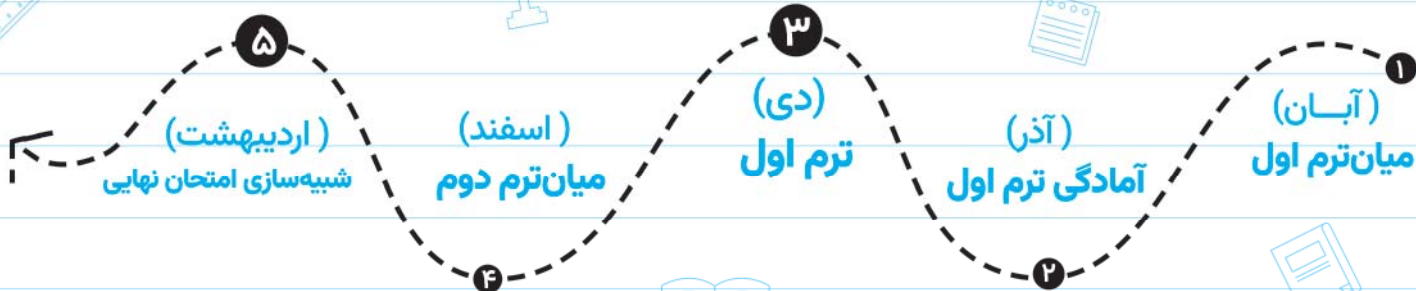
آزمون‌های تشریحی خیلی سبز



۵ مرحله در طول سال

شبیه‌سازی کامل امتحان نهایی

- منطبق بر بارم‌بندی آموزش و پرورش
- تشابه کامل فرم برگه سوال، پاسخ‌برگ، کلید، پاسخنامه و حتی فونت سوال‌ها با امتحان نهایی
- پوشش همه مطالب و انواع سوالات
- ارائه یک یا دو تست عینا مشابه امتحان نهایی
- هم‌سطح با دشواری سوالات امتحان نهایی



پاسخنامه‌های خیلی تشریحی

- ارائه پاسخ کامل و مرحله به مرحله
- محتوای یاددهنده شامل درسنامه
- ارائه نکات کلیدی هر سوال



تصحیح کاملا مکانیزه

- تصحیح کاملا حرفه‌ای توسط دو مصحح
- تصحیح سوم در صورت اختلاف نظر دو مصحح قبل
- تصحیح به صورت بررسی یک سوال برای گروهی از دانش‌آموزان
- امکان کامنت‌گذاری مصحح در فرایند تصحیح
- امکان درخواست تصحیح مجدد در پل ثبت اعتراض



کارنامه‌های بسیار کاربردی

- کارنامه تحلیلی و مقایسه‌ای
- نمره به تفکیک سوال
- کارنامه مبحثی



پاسخ نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

پایه یازدهم

مرحله دوازدهم

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

۲۲/اسفند/۱۴۰۴

رشته ریاضی

| نام درس | طراحان به ترتیب حروف الفبا |
|---------------|---|
| حسابان | فرشاد حسن زاده - محمد خان گلدی - علی شهرابی - محسن علی نجاری - محمد گودرزی - حسین نادری |
| هندسه | سید عباس حسینی - حسین هاشمی طاهری |
| آمار و احتمال | مسعود شفیعی - عطا صادقی - سروش موثینی |
| فیزیک | یاشار انگوتی - نوید شاهی |
| شیمی | ارژنگ خانلری - یاسر راش - یاسر عبداللہی - محمد عظیمیان زواره - محمد قهرمانی نژاد |

| نام درس | مستعمل درس | گزینشگر | مؤلف پاسخ نامه | کارشناسان علمی | ویراستاران به ترتیب حروف الفبا |
|---------------|----------------|----------------|------------------|-------------------------------|---|
| حسابان | محسن علی نجاری | محسن علی نجاری | علیرضا کاظمی بقا | فرشاد حسن زاده محمد گودرزی | وحید جعفری عادل حسینی |
| هندسه | سید عباس حسینی | سید عباس حسینی | سید عباس حسینی | زهرآ جالینوسی | فاطمه برزویی ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری مریم نظری |
| آمار و احتمال | مسعود شفیعی | مسعود شفیعی | علیرضا کاظمی بقا | امیرحسین ابومحبوب | منصور زرکش اصفهانی ابوالفضل ناصری مریم نظری |
| فیزیک | نوید شاهی | یاشار انگوتی | مریم گلی حسنلو | سعید محبی هادی نجفی | آیدین طهماسقلی زاده پوریا علاقه مند سعید محبی امیر محمودی انزلی محمد رضا یاری |
| شیمی | یاسر عبداللہی | یاسر عبداللہی | صدرا عبادی | یاشار ذریه مرتضی نصیرزاده | ارژنگ خانلری یلدا رزاق زاده امیرمحمد شکوهی آرمین عظیمی |

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانپور



آزمون آزمائشی خیلی سبز

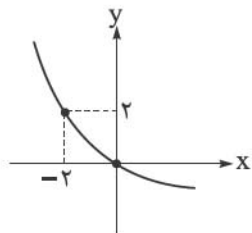
بیتا ابراہیمی - علیرضا جعفری - عادل حسینی

تیم اجرایی و تألیف آزمون

| | |
|--|----------------|
| الناز علی یاری زاده | سرپرست تولید |
| نیلوفر اعتمادی - نیوشا پیمان - ہدیہ خسروی زہرا صفری - الہہ صفری - فاطمہ علی اکبری محبا غنی فرد - زہرا فرہادی مہر - نادرہ ناز آوری ساعده نمازی | ویراستاران فنی |
| ندا فزاری سارا گنجی آزادپور | رسام |
| صدف امام - مریم حسین زاده سپیدہ سخانی - الہام سہرابی - طاہرہ صادق نژاد مائدہ صبری - نیلوفر فرخجستہ - فاطمہ قیاسوند مہدیہ گل پور - دریا لطفی | صفحہ آرابی |



نمودار تابع $f(x) = 2^{ax+b} - 2$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f(2)$ کدام است؟



$$-\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-1 \quad (3)$$

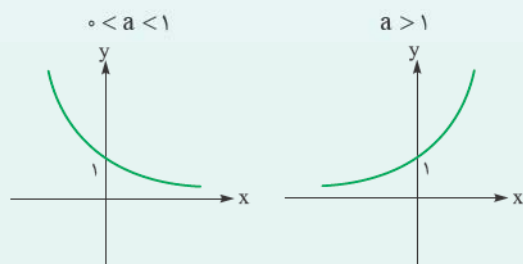
$$-\frac{5}{4} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۳

نمودار توابع نمایی:

درس Box

نمودار توابع نمایی $y = a^x$ به صورت زیر است:



گام اول: نمودار تابع f از نقاط $(0, 0)$ و $(-2, 2)$ عبور می‌کند؛ بنابراین:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$f(0) = 0 \Rightarrow 2^{a(0)+b} - 2 = 0 \Rightarrow 2^b = 2 \Rightarrow b = 1$$

$$f(-2) = 2 \Rightarrow 2^{-2a+b} - 2 = 2 \Rightarrow 2^{-2a+b} = \underbrace{4}_{2^2} \Rightarrow -2a + b = 2 \xrightarrow{b=1} a = -\frac{1}{2}$$

پس ضابطه تابع f به صورت $f(x) = 2^{-\frac{1}{2}x+1} - 2$ است.

گام دوم: خواسته سؤال که $f(2)$ است، برابر می‌شود با:

$$f(2) = 2^{-\frac{1}{2}(2)+1} - 2 = \underbrace{2^0}_1 - 2 = 1 - 2 = -1$$

۲ نیمه‌عمر یک مادهٔ هسته‌ای ۲۵ سال است. نمونه‌ای از این ماده، ۳۸۴ میلی‌گرم جرم دارد. جرم باقی‌مانده از این نمونه، بعد از چند سال برابر با $1/5$ میلی‌گرم است؟

۲۲۵ (۴)

۲۰۰ (۳)

۱۷۵ (۲)

۱۵۰ (۱)

پاسخ: گزینهٔ ۳

نیمه‌عمر:



در حل مسائل مربوط به نیمه‌عمر یک ماده از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$m(t) = m_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

در این جا $m(t)$ مقدار باقی‌مانده، m_0 مقدار اولیه، t زمان کل و T نیمه‌عمر ماده است.

گام اول: با توجه به رابطهٔ داده‌شده در درس‌بوکس داریم:

$$m(t) = 1/5 \text{ mg}, m_0 = 384 \text{ mg}, T = 25 \rightarrow 1/5 = 384 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{25}}$$

گام دوم: حال خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{25}} = \frac{1/5}{384} = \frac{1}{256} = \frac{1}{2^8} \Rightarrow \frac{t}{25} = 8 \Rightarrow t = 200$$

پس بعد از ۲۰۰ سال جرم این نمونه برابر $1/5$ میلی‌گرم می‌شود.


نیمه‌عمر یک مادهٔ هسته‌ای ۳۰ سال است. نمونه‌ای از این ماده، ۱۲۸ میلی‌گرم جرم دارد. جرمی که پس از ۳۰۰ سال باقی می‌ماند را محاسبه کنید.

(سؤال ۱۰ - امتحان نهایی فرداد ریاضی ۱۳۹۳)



۳ معادله $۱۶^{x^2-x} = (۵/۰)^{|2x|}$ چند جواب دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

به جای ۱۶ بنویس ۲^4 و به جای $۵/۰$ بنویس ۲^{-1} .

Hint

درس Box

معادلات نمایی و روش‌های حل:

(۱) تعریف معادله نمایی: معادله‌ای که در آن مجهول (متغیر) در توان گرفته باشد، معادله نمایی نامیده می‌شود.

(۲) قانون اصلی حل (هم‌پایه کردن): اگر بتوانیم دو طرف معادله را به پایه‌های مساوی تبدیل کنیم، توان‌ها نیز باید برابر باشند. به بیان ریاضی، اگر a عددی حقیقی، مثبت و مخالف یک باشد $(a > ۰, a \neq ۱)$: $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$

گاهی برای رسیدن به این ساختار، باید ابتدا با استفاده از ویژگی‌های توان، عبارات را ساده کنیم.

نکته

(۳) تکنیک تغییر متغیر: در برخی معادلات پیچیده‌تر (معمولاً آن‌هایی که شبیه معادلات درجه دوم هستند)، استفاده از یک متغیر کمکی (مثلاً $a^x = t$) کار را بسیار ساده می‌کند و معادله نمایی را به یک معادله جبری معمولی تبدیل می‌نماید.

(۴) دستگاه معادلات نمایی: برای حل دستگاه‌ها، استراتژی اصلی تبدیل آن‌ها به دستگاه‌های معادلات خطی ساده‌تر است که روش حلشان را از قبل می‌دانیم (معمولاً با حذف یا جای‌گذاری).

گام اول: می‌دانیم که $۱۶ = ۲^4$ و $(۲)^{-1} = ۱/۵ = ۰/۵$ است، پس براساس آن‌ها معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$۱۶^{x^2-x} = (۵/۰)^{|2x|} \Rightarrow (۲^4)^{x^2-x} = (۲^{-1})^{|2x|} \rightarrow ۲^{4x^2-4x} = ۲^{-|2x|}$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 4x = -|2x| \xrightarrow{+2} 2x^2 - 2x = -|x|$$

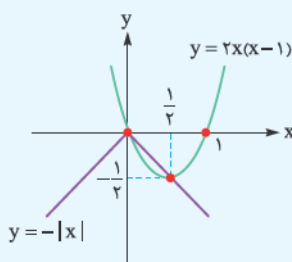
گام دوم: حال در معادله به دست آمده، به کمک بازه‌بندی، قدرمطلق را حذف می‌کنیم:

$$x \geq 0: 2x^2 - 2x = -x \Rightarrow 2x^2 - x = 0 \Rightarrow x(2x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \checkmark \\ x = \frac{1}{2} \checkmark \end{cases}$$

هر دو جواب به دست آمده قابل قبول هستند.

$$x < 0: 2x^2 - 2x = x \Rightarrow 2x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(2x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \times \\ x = \frac{3}{2} \times \end{cases}$$

این جواب‌ها در شرط $x < 0$ صدق نمی‌کنند؛ در نتیجه معادله داده شده دارای ۲ جواب است.



بعد از گام اول، چون سؤال مقدار جواب‌ها را از ما نمی‌خواهد، تعداد جواب‌های

معادله $2x^2 - 2x = -|x|$ را می‌توانیم به روش هندسی به دست آوریم:

به‌چهره‌دیگه

همان‌طور که می‌بینید نمودارها در دو نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند و معادله دارای ۲ جواب است.

(سوال ۱۱ (قسمت الف) - امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳)

معادلات زیر را حل کنید.

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{2x-1} = 3 \cdot 2^{1-x}$$

۴ اگر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \log_a(x+b)$ از نقاط $(1, 1)$ و $(3, 2)$ عبور کند، مقدار ab کدام است؟

- ۲ (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) -۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

Hint فقط کافیه مختصات نقاط رو جای گذاری کنی!

تابع لگاریتم:

به طور کلی تابع لگاریتم را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$$

مثال

$$\log_2 8 = 3, \log_7 49 = 2, \log_3 27 = 3$$

در تابع لگاریتم باید شرطهای زیر برقرار باشد:

$$\log_a b = x : b > 0, a > 0, a \neq 1$$

به a مبنا یا پایه لگاریتم می‌گویند.

گام اول: نقاط $(1, 1)$ و $(3, 2)$ را در ضابطه تابع f قرار می‌دهیم:

$$f(1) = 1 \Rightarrow \log_a(1+b) = 1 \Rightarrow a = 1+b \quad (1)$$

$$f(3) = 2 \Rightarrow \log_a(3+b) = 2 \Rightarrow a^2 = 3+b \quad (2)$$

گام دوم: طرفین رابطه (۱) را از طرفین رابطه (۲) کم می‌کنیم:

$$a^2 - a = (3+b) - (1+b) = 2 \Rightarrow a^2 - a = 2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \checkmark \\ a = -1 \times \end{cases}$$

مبنای لگاریتم نمی‌تواند منفی باشد پس $a = 2$ قابل قبول است، حال طبق رابطه (۱)، $b = 1$ و خواسته سؤال $ab = (2)(1) = 2$ به دست می‌آید.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

اگر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \log_a x$ از نقطه $(\frac{1}{4}, -4)$ عبور کند، مقدار a چند است؟

(مسئله ۱ - تمرین ۶ صفحه ۶۰ کتاب درسی)

کتاب درسی

حاصل $\log_{\sqrt{243}} \sqrt[6]{343} \times \log 243^2$ کدام است؟ ۵

$2 \log 7$ (۴) $\log 3$ (۳) $\log 7$ (۲) $2 \log 3$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

Hint $\log_{\sqrt{243}} \sqrt[6]{343}$ رو به صورت $\frac{\log \sqrt[6]{343}}{\log \sqrt{243}}$ بنویس.

ویژگی‌های لگاریتم:

درس‌Box

| ردیف | ویژگی | مثال |
|------|---|--|
| ۱ | $\log_x a + \log_x b = \log_x ab$ $\log_x a - \log_x b = \log_x \frac{a}{b}$ | $\log 2 + \log 5 = \log 10 = 1$ $\log_2 24 - \log_2 3 = \log_2 8 = 3$ |
| ۲ | $\log_{x^n} a^m = \frac{m}{n} \log_x a$ | $\log_{27} 81 = \log_{3^3} 3^4 = \frac{4}{3} \log_3 3 = \frac{4}{3}$ |
| ۳ | $\log_x a = \frac{\log_c a}{\log_c x}$ | $\log_2 3 = \frac{\log 3}{\log 2} = \frac{\log_5 3}{\log_5 2}$ |
| ۴ | $\log_b a \times \log_c b \times \log_d c = \log_d a$ $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$ نتیجه: | $\log_8 27 \times \log_5 8 \times \log_7 5 = \log_7 27 = 3$ |
| ۵ | $b^{\log_x a} = a^{\log_x b}$ | $16^{\log_2 \sqrt{2}} = (\sqrt{2})^{\log_2 16} = 9$ |

طبق ویژگی‌های بالا داریم:

نکته

$$\log_b a \times \log_d c = \log_b c \times \log_d a$$

گام اول: طبق ویژگی‌های لگاریتم می‌دانیم که $\log 243^2 = 2 \log 243$ و $\log_{\sqrt{243}} \sqrt[6]{343} = \frac{\log \sqrt[6]{343}}{\log \sqrt{243}}$ در نتیجه:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\log_{\sqrt{243}} \sqrt[6]{343} \times \log 243^2 = \frac{\log \sqrt[6]{343}}{\log \sqrt{243}} \times 2 \log 243 = 2 \log \sqrt[6]{343}$$

گام دوم: می‌دانیم که $343 = 7^3$ ، پس $\sqrt[6]{343} = \sqrt[6]{7^3} = 7^{\frac{3}{6}} = 7^{\frac{1}{2}}$ است و در نتیجه:

$$2 \log \sqrt[6]{343} = 2 \log 7^{\frac{1}{2}} = 2 \left(\frac{1}{2} \right) \log 7 = \log 7$$

طبق نکته سؤال، می‌توانیم حاصل عبارت را به صورت زیر نیز حساب کنیم:

به‌جور دیگر

$$\log_{\sqrt{243}} \sqrt[6]{343} \times \log 243^2 = \log_{\sqrt{243}} 243^2 \times \log \sqrt{7} = 2 \log \sqrt{7} = \log 7$$

حاصل ضرب جواب‌های معادله $\log_3(9^x + 18) = x + 2$ کدام است؟

۶

$$\begin{array}{ll} \log_3 18 \quad (2) & 18 \quad (1) \\ 1 + \log_3 6 \quad (4) & 1 + \log_3 2 \quad (3) \end{array}$$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا با توجه به مفهوم لگاریتم داریم:

$$\log_3(9^x + 18) = x + 2 \Rightarrow 9^x + 18 = 3^{x+2} \xrightarrow[3^{x+2} = 3^x \times 3^2]{9^x = (3^2)^x = (3^x)^2} (3^x)^2 + 18 = 3^x \times 9$$

گام دوم: حال در معادله به دست آمده از تغییر متغیر $3^x = t$ استفاده می‌کنیم:

$$t^2 + 18 = 9t \Rightarrow t^2 - 9t + 18 = 0 \Rightarrow (t-3)(t-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = 6 \end{cases}$$

گام سوم: پس $3^x = 3$ یا $3^x = 6$ خواهیم داشت:

$$\begin{cases} 3^x = 3 \Rightarrow x_1 = 1 \\ 3^x = 6 \xrightarrow[\text{لگاریتم می‌گیریم.}]{\text{از دو طرف درمبنای ۳}} x_2 = \log_3 6 \end{cases}$$

گام چهارم: حاصل ضرب ریشه‌ها برابر می‌شود با $\log_3 6 = \log_3 3 + \log_3 2$ که آن را ساده می‌کنیم:

$$\log_3 6 = \log_3(3 \times 2) = \log_3 3 + \log_3 2 = 1 + \log_3 2$$

بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

زاویه بین عقربه‌های ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار در ساعت $7:15$ چند رادیان است؟

$$\frac{7\pi}{6} \quad (4)$$

$$\frac{4\pi}{7} \quad (3)$$

$$\frac{17\pi}{24} \quad (2)$$

$$\frac{16\pi}{24} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

درس‌Box

زاویه برحسب رادیان زاویه برحسب درجه

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$$

برای تبدیل رادیان به درجه و بالعکس از تناسب زیر استفاده می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی

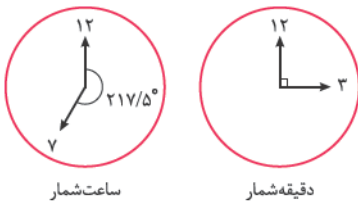
گام اول: عقربه دقیقه‌شمار در هر 60° دقیقه یک دور کامل می‌چرخد، پس در هر دقیقه $60^\circ = \frac{360^\circ}{6}$ می‌چرخد.

گام دوم: عقربه ساعت‌شمار نیز در هر $720^\circ = 12 \times 60^\circ$ دقیقه یک دور کامل می‌چرخد، پس در هر دقیقه $720^\circ = \frac{360^\circ}{12}$ می‌چرخد.

گام سوم: برای رسیدن به ساعت $7:15$ ، عقربه دقیقه‌شمار در 15° دقیقه به اندازه $90^\circ = 15 \times 6^\circ$ از ساعت 7 حرکت می‌کند.

هم‌چنین عقربه ساعت‌شمار در 435° دقیقه به اندازه $217.5^\circ = 435 \times \frac{0.5}{6}$ درجه از ساعت 7 حرکت می‌کند، پس زاویه بین

این عقربه‌ها برابر می‌شود با:



$$217.5^\circ - 90^\circ = 127.5^\circ$$

گام چهارم: حال طبق رابطه موجود در درس‌باکس، درجه را به رادیان تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{127.5}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{127.5}{180} \pi = \frac{255\pi}{360} = \frac{17\pi}{24}$$

زاویه بین عقربه‌های ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار در ساعت $h:m$ برحسب درجه برابر است با $|30h - 5.5m|$.

$$\theta = |30 \times 7 - 5.5 \times 15| = 127.5^\circ$$

طبق رابطه نکته بالا داریم:

نکته

یه جور دیگه

اندازه زاویه قطاع حاصل از شکل گسترده یک مخروط $\frac{8\pi}{5}$ رادیان است. اگر شعاع قاعده مخروط برابر ۸ سانتی متر باشد، شعاع قطاع بر حسب سانتی متر کدام است؟

۲۰ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۶ (۱)

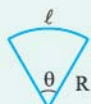
پاسخ: گزینه ۲

محیط قاعده مخروط همون طول قطاعه.

Hint

درس Box

طول قطاع دایره:



$$l = R\theta$$

برای به دست آوردن طول قطاع دایره، از رابطه زیر استفاده می کنیم:

توجه کنید که در اینجا θ بر حسب رادیان است.

گام اول: طول قطاع برابر محیط قاعده است، شعاع دایره برابر ۸ سانتی متر است، پس:

$$\text{طول قطاع} = \text{محیط قاعده مخروط} = 2\pi(8) = 16\pi$$



گام دوم: حال که طول قطاع را به دست آوریم، شعاع آن برابر می شود با:

$$16\pi = R\theta \Rightarrow 16\pi = \frac{8\pi R}{5} \Rightarrow R = 10 \text{ cm}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۹

طول کمان روبه‌رو به زاویه مرکزی β در دایره‌ای، دو برابر طول کمان روبه‌رو به زاویه مرکزی $\frac{\pi}{10}$ در همان دایره است. نسبت مساحت قطاع با زاویه مرکزی β به مساحت دایره کدام است؟

$\frac{1}{10} (۴)$

$\frac{1}{5} (۳)$

$\frac{1}{25} (۲)$

$\frac{1}{15} (۱)$

پاسخ: گزینه ۴



نکته: برای به دست آوردن نسبت مساحت یک قطاع به مساحت کل دایره، کافی است زاویه قطاع را به 36° یا 2π رادیان تقسیم کنیم.

$$S_{\text{قطاع}} = \frac{1}{2} \theta r^2$$

در این جا θ برحسب رادیان است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: طول قطاع با زاویه مرکزی β در دایره‌ای به شعاع R برابر $\ell = R\beta$ و طول قطاع با زاویه مرکزی $\frac{\pi}{10}$ در همان دایره برابر $R(\frac{\pi}{10})$ است. طبق فرض سؤال طول قطاع اول دو برابر طول قطاع دوم است:

$$\frac{R\beta}{R(\frac{\pi}{10})} = 2 \Rightarrow \frac{\beta}{\frac{\pi}{10}} = 2 \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{5}$$

گام دوم: طبق نکته، خواسته سؤال برابر می‌شود با:

$$\frac{S_{\text{قطاع}}}{S_{\text{دایره}}} = \frac{\frac{\pi}{5}}{2\pi} = \frac{1}{10}$$

۱۰ حاصل عبارت $\frac{4 \cos(212^\circ) - \sin(302^\circ)}{-2 \sin(58^\circ) + \cos(148^\circ)}$ کدام است؟

۳ (۴)

۱ (۳)

 $-\frac{5}{4}$ (۲) $-\frac{5}{3}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

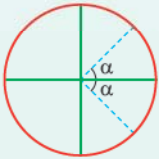
زاویه‌های داده‌شده رو برحسب 58° یا 32° بنویس.

Hint

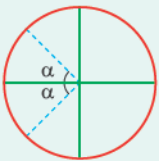
درس‌Box

نسبت‌های مثلثاتی $k\pi \pm \alpha$, ($k \in \mathbb{Z}$):

در این نسبت‌ها به صورت زیر باید عمل کنیم:

اگر k زوج باشد: توجه کنید که در ربع اول همه نسبت‌ها مثبت هستند و در ربع چهارم فقط کسینوس مثبت است.

| نسبت‌های مثلثاتی در ربع اول $k\pi + \alpha$ | نسبت‌های مثلثاتی در ربع چهارم $k\pi - \alpha$ |
|---|---|
| $\sin(k\pi + \alpha) = \sin \alpha$ | $\sin(k\pi - \alpha) = -\sin \alpha$ |
| $\cos(k\pi + \alpha) = \cos \alpha$ | $\cos(k\pi - \alpha) = \cos \alpha$ |
| $\tan(k\pi + \alpha) = \tan \alpha$ | $\tan(k\pi - \alpha) = -\tan \alpha$ |
| $\cot(k\pi + \alpha) = \cot \alpha$ | $\cot(k\pi - \alpha) = -\cot \alpha$ |

اگر k فرد باشد: توجه کنید که در ربع دوم فقط سینوس مثبت است و در ربع سوم فقط تانژانت و کتانژانت مثبت هستند.

| نسبت‌های مثلثاتی در ربع سوم $k\pi + \alpha$ | نسبت‌های مثلثاتی در ربع دوم $k\pi - \alpha$ |
|---|---|
| $\sin(k\pi + \alpha) = -\sin \alpha$ | $\sin(k\pi - \alpha) = \sin \alpha$ |
| $\cos(k\pi + \alpha) = -\cos \alpha$ | $\cos(k\pi - \alpha) = -\cos \alpha$ |
| $\tan(k\pi + \alpha) = \tan \alpha$ | $\tan(k\pi - \alpha) = -\tan \alpha$ |
| $\cot(k\pi + \alpha) = \cot \alpha$ | $\cot(k\pi - \alpha) = -\cot \alpha$ |

نسبت‌های مثلثاتی زوایای فرم $\frac{k\pi}{4} \pm \alpha$, ($k \in \mathbb{Z}$), که k عددی فرد است:برای این نسبت‌ها ابتدا مشخص می‌کنیم که $(\frac{k\pi}{4} \pm \alpha)$ در کدام ربع قرار می‌گیرد و سپس طبق جدول زیر عمل می‌کنیم:

| در ربع اول $\frac{k\pi}{4} \pm \alpha$ | در ربع دوم $\frac{k\pi}{4} \pm \alpha$ | در ربع سوم $\frac{k\pi}{4} \pm \alpha$ | در ربع چهارم $\frac{k\pi}{4} \pm \alpha$ |
|---|--|--|--|
| $\sin(\frac{k\pi}{4} \pm \alpha) = \cos \alpha$ | $\sin(\frac{k\pi}{4} \pm \alpha) = \cos \alpha$ | $\sin(\frac{k\pi}{4} \pm \alpha) = -\cos \alpha$ | $\sin(\frac{k\pi}{4} \pm \alpha) = -\cos \alpha$ |
| $\cos(\frac{k\pi}{4} \pm \alpha) = \sin \alpha$ | $\cos(\frac{k\pi}{4} \pm \alpha) = -\sin \alpha$ | $\cos(\frac{k\pi}{4} \pm \alpha) = -\sin \alpha$ | $\cos(\frac{k\pi}{4} \pm \alpha) = \sin \alpha$ |
| $\tan(\frac{k\pi}{4} \pm \alpha) = \cot \alpha$ | $\tan(\frac{k\pi}{4} \pm \alpha) = -\cot \alpha$ | $\tan(\frac{k\pi}{4} \pm \alpha) = \cot \alpha$ | $\tan(\frac{k\pi}{4} \pm \alpha) = -\cot \alpha$ |
| $\cot(\frac{k\pi}{4} \pm \alpha) = \tan \alpha$ | $\cot(\frac{k\pi}{4} \pm \alpha) = -\tan \alpha$ | $\cot(\frac{k\pi}{4} \pm \alpha) = \tan \alpha$ | $\cot(\frac{k\pi}{4} \pm \alpha) = -\tan \alpha$ |

گام اول: اجزای کسر موجود را ساده می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\cos(212^\circ) = \overbrace{\cos(270^\circ - 58^\circ)}^{\text{ربع سوم}} = -\sin 58^\circ$$

$$\sin(302^\circ) = \overbrace{\sin(360^\circ - 58^\circ)}^{\text{ربع چهارم}} = -\sin 58^\circ$$

$$\cos(148^\circ) = \overbrace{\cos(90^\circ + 58^\circ)}^{\text{ربع دوم}} = -\sin 58^\circ$$


گام دوم: مقادیر به دست آمده را در خواسته سؤال جای گذاری می کنیم:

$$\frac{4 \cos 212^\circ - \sin 302^\circ}{-2 \sin 58^\circ + \cos 148^\circ} = \frac{-4 \sin 58^\circ - (-\sin 58^\circ)}{-2 \sin 58^\circ - \sin 58^\circ} = \frac{-3 \sin 58^\circ}{-3 \sin 58^\circ} = 1$$

می توانید عبارت ها را بر حسب زاویه 32° نیز بنویسید: 

$$\cos 212^\circ = -\cos 32^\circ, \sin 302^\circ = -\cos 32^\circ, \sin 58^\circ = \cos 32^\circ, \cos 148^\circ = -\cos 32^\circ$$

(سؤال ۱۱۹ کنکور تهرمی ۱۳۰۳ - نوبت اول)

حاصل عبارت $\frac{3 \cos(248^\circ) - 2 \sin(158^\circ)}{\sin(202^\circ) - \cos(292^\circ)}$ کدام است؟ 

۲ / ۵ (۴)

-۲ / ۵ (۳)

-۰ / ۵ (۲)

۰ / ۵ (۱)

۱۱ حاصل عبارت $\sqrt{2} \sin 40.5^\circ \times \cos \frac{17\pi}{6} \times \tan \frac{7\pi}{3}$ کدام است؟

$$-\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$-3 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

Hint

حواستون باشه که $40.5^\circ = 36^\circ + 4.5^\circ$ ، $\frac{17\pi}{6} = (3\pi - \frac{\pi}{6})$ ، $\frac{7\pi}{3} = (2\pi + \frac{\pi}{3})$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا داریم:

$$\sin(40.5^\circ) = \sin(\overbrace{36^\circ + 4.5^\circ}^{\text{ربع اول}}) = \sin 40.5^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos(\frac{17\pi}{6}) = \cos(\overbrace{3\pi - \frac{\pi}{6}}^{\text{ربع دوم}}) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan(\frac{7\pi}{3}) = \tan(\overbrace{2\pi + \frac{\pi}{3}}^{\text{ربع اول}}) = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

گام دوم: حال مقادیر به دست آمده را در خواسته سؤال جای گذاری می کنیم:

$$\sqrt{2} \sin(40.5^\circ) \times \cos \frac{17\pi}{6} \times \tan \frac{7\pi}{3} = \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times (-\frac{\sqrt{3}}{2}) \times \sqrt{3} = -\frac{3}{2}$$

۱۲ اگر $-\frac{\pi}{12} < x < \frac{7\pi}{12}$ و $\sin 2x = \frac{m-2}{3}$ باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟

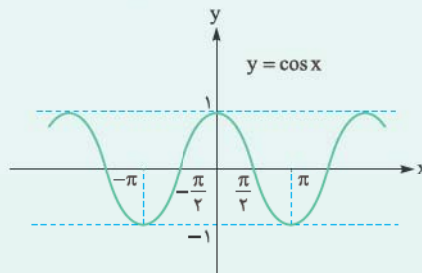
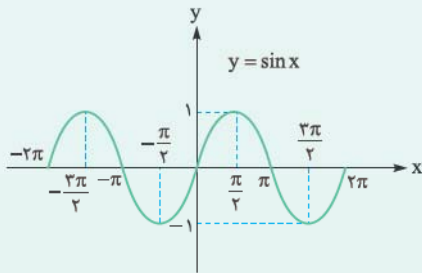
- (۱) $[\frac{1}{3}, 5]$ (۲) $[-\frac{1}{3}, 5]$ (۳) $(\frac{1}{3}, 5]$ (۴) $(-\frac{1}{3}, 5]$

پاسخ: گزینه ۳

توابع مثلثاتی:

درس Box

به توابع $y = \sin x$ و $y = \cos x$ توابع مثلثاتی می‌گویند. دامنه این توابع \mathbb{R} و برد آن‌ها بازه $[-1, 1]$ است.



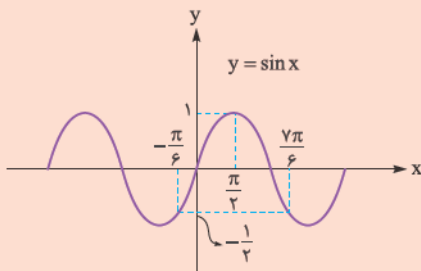
گام اول: با توجه به محدوده x ، محدوده $2x$ را پیدا می‌کنیم:

$$-\frac{\pi}{12} < x < \frac{7\pi}{12} \xrightarrow{\times 2} -\frac{\pi}{6} < 2x < \frac{7\pi}{6}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: با توجه به نمودار در محدوده $2x$ کم‌ترین مقدار سینوس برابر $-\frac{1}{3}$ و بیشترین مقدار برابر ۱ است. طبق فرض سؤال

$$\sin 2x = \frac{m-2}{3} \text{ است، پس:}$$

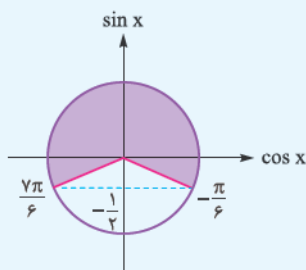


$$-\frac{1}{3} < \frac{m-2}{3} \leq 1 \xrightarrow{\times 3} -1 < m-2 \leq 3 \xrightarrow{+2} 1 < m \leq 5$$

پس مجموعه مقادیر m بازه $(\frac{1}{3}, 5]$ است.

محدوده $2x$ را می‌توانیم بر روی دایره مثلثاتی هم نشان دهیم تا بیشترین مقدار و کم‌ترین مقدار $\sin 2x$ را تشخیص دهیم:

په‌چور دیگه



$$-\frac{1}{3} < \frac{m-2}{3} \leq 1 \xrightarrow{\times 3} -1 < m-2 \leq 3 \xrightarrow{+2} 1 < m \leq 5$$

(سؤال ۱۱۲ کنکور تهرانی ۱۳۰۱)

اگر $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$ و $\tan(\frac{\pi}{4} - x) = \frac{1-m}{2+m}$ باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟

- (۱) $(-2, 1)$ (۲) $(-2, 1]$ (۳) $(-1, 2]$ (۴) $(-1, 2)$

کنکور

۱۳ حاصل عبارت $A = \sqrt{3} \sin(6^\circ) \sin(122^\circ) - \sqrt{2} \sin(135^\circ) \cos(148^\circ)$ چند برابر $\cos(32^\circ)$ است؟

۳ / ۵ (۴)

۲ / ۵ (۳)

۱ / ۵ (۲)

۰ / ۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

به جای 122° ، 135° و 148° به ترتیب بنویسین $9^\circ + 32^\circ$ ، $45^\circ - 18^\circ$ و $32^\circ - 18^\circ$.

Hint

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا به جای $\sin 6^\circ$ ، عدد $\frac{\sqrt{3}}{2}$ را قرار می‌دهیم:

$$A = \sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \sin(122^\circ) - \sqrt{2} \sin(135^\circ) \cos(148^\circ) \Rightarrow A = \frac{3}{2} \sin(122^\circ) - \sqrt{2} \sin(135^\circ) \cos(148^\circ)$$

می‌دانیم که $135^\circ = 18^\circ - 45^\circ$ پس $\sin 135^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ است و خواهیم داشت:

$$A = \frac{3}{2} \sin(122^\circ) - \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) \cos(148^\circ) \Rightarrow A = \frac{3}{2} \sin(122^\circ) - \cos(148^\circ) \quad (*)$$

گام دوم: توجه کنید که $\cos 32^\circ = \sin(9^\circ + 32^\circ) = \sin 122^\circ$ و $\cos(148^\circ) = \cos(18^\circ - 32^\circ) = -\cos 32^\circ$ است. پس داریم:

$$\xrightarrow{(*)} A = \frac{3}{2} \cos(32^\circ) - (-\cos 32^\circ) = \frac{3}{2} \cos(32^\circ) + \cos(32^\circ) = \frac{5}{2} \cos(32^\circ)$$

پس خواسته سؤال برابر می‌شود با:

$$\frac{A}{\cos(32^\circ)} = \frac{\frac{5}{2} \cos(32^\circ)}{\cos(32^\circ)} = \frac{5}{2} = 2.5$$

۱۴ حاصل عبارت $A = \sqrt{3} \cos(21^\circ) \sin(243^\circ) - \sqrt{2} \sin(135^\circ) \cos(153^\circ)$ چند برابر $\cos(27^\circ)$ است؟

(سؤال ۱۴ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)

۰ / ۵ (۴)

۱ / ۵ (۳)

۲ / ۵ (۲)

۳ / ۵ (۱)

۱۴ اگر انتهای کمان α روی دایرهٔ مثلثاتی در ناحیهٔ دوم دستگاه مختصات و $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل عبارت

$$\frac{\cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha) + \cos(\alpha - 3\pi)}{10 - \cot^2 \alpha}$$

کدام است؟

$$-\frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{6} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{6} \quad (1)$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{6} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{6} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

برای به دست آوردن نسبت‌های مثلثاتی قرینه $(-\alpha)$ خواهیم داشت:

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$$

گام اول: با توجه به فرض $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ ، مقدار $\cos \alpha$ و سپس $\cot^2 \alpha$ را به دست می‌آوریم:

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \xrightarrow[\cos \alpha < 0]{\text{در ربع دوم}} \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

پس $\cot \alpha = \frac{-2\sqrt{2}}{\frac{1}{3}} = -2\sqrt{2}$ و $\cot^2 \alpha = (-2\sqrt{2})^2 = 8$ ؛ در نتیجه $10 - \cot^2 \alpha = 2$.

گام دوم: حال برای $\cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha)$ و $\cos(\alpha - 3\pi)$ داریم:

$$\cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha) = -\sin \alpha = -\frac{1}{3}$$

$$\cos(\alpha - 3\pi) = \cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha) = -\cos \alpha = -(-\frac{2\sqrt{2}}{3}) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

گام سوم: مقادیر به دست آمده در گام‌های اول و دوم را در کسر صورت سؤال جای گذاری می‌کنیم:

$$\frac{\cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha) + \cos(\alpha - 3\pi)}{10 - \cot^2 \alpha} = \frac{-\frac{1}{3} + \frac{2\sqrt{2}}{3}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{6}$$



پاسخ خیلی تشریحی ✓

۱۵ اگر $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ باشد، حاصل $\sqrt{1 + \cot^2 \alpha} (4 \cos^2 \frac{\pi}{3} - \sin^2 (\frac{17\pi}{2} - \alpha))$ کدام است؟

انتهای کمان α در ناحیه چهارم است و فقط کسینوس در این ناحیه مثبت است.

$$\begin{aligned} \cos \alpha & (۲) \\ -\sin \alpha & (۴) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha & (۱) \\ -\cos \alpha & (۳) \end{aligned}$$

پاسخ: گزینه ۴

یادآوری دو اتحاد مثلثاتی:



$$1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

گام اول: ابتدا برخی از اجزای خواسته سؤال را ساده می‌کنیم:

$$4 \cos^2 \frac{\pi}{3} = 4 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 4 \left(\frac{1}{4}\right) = 1$$

$$\sin \left(\frac{17\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha \Rightarrow \sin^2 \left(\frac{17\pi}{2} - \alpha\right) = \cos^2 \alpha$$

پس خواسته سؤال تا این‌جا به صورت $\sqrt{1 + \cot^2 \alpha} (1 - \cos^2 \alpha)$ است.

گام دوم: با توجه به اتحادهای مثلثاتی $1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$ و $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ ، خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$\sqrt{1 + \cot^2 \alpha} (1 - \cos^2 \alpha) = \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} (\sin^2 \alpha) = \frac{1}{|\sin \alpha|} (\sin^2 \alpha) \stackrel{\alpha \text{ در ربع چهارم}}{\sin \alpha < 0} = \frac{-1}{\sin \alpha} (\sin^2 \alpha) = -\sin \alpha$$

می‌توانیم عددگذاری هم بکنیم، اگر $\alpha = 2\pi - \frac{\pi}{3}$ باشد، داریم:

$$\sin \alpha = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos \alpha = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\cot \alpha = -\cot \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \sin \alpha \left(\frac{17\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{1 + \frac{1}{3}} \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

و جای‌گذاری می‌کنیم:

که برابر $-\sin \alpha$ است.

یه‌چور دیگه

۱۶ تابع $f(x) = 2 \cos(x + \frac{\pi}{4})$ روی بازه $[-\frac{\pi}{4}, k]$ یک‌به‌یک است. حداکثر مقدار k کدام است؟

$$\frac{\pi}{2} \text{ (۴)}$$

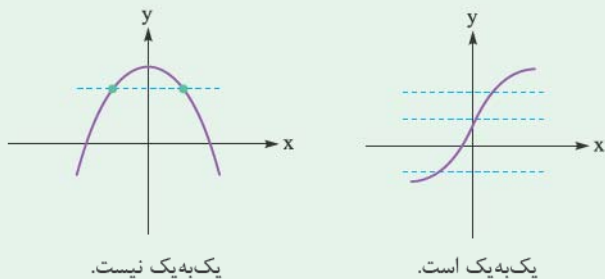
$$\pi \text{ (۳)}$$

$$\frac{3\pi}{2} \text{ (۲)}$$

$$2\pi \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۴

تابع f در صورتی یک‌به‌یک است که هر خط افقی، نمودار آن را در بیش از یک نقطه قطع نکند.



تابع f رو برحسب سینوس بنویس.

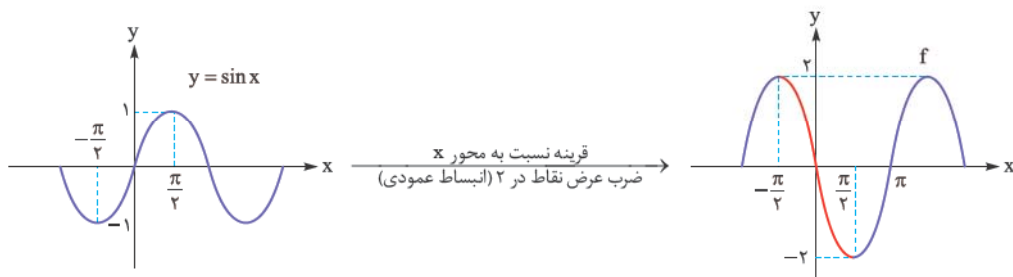


گام اول: ابتدا ضابطه تابع f را ساده می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$f(x) = 2 \cos(x + \frac{\pi}{4}) \xrightarrow{\text{رابطه دوم}} \cos(x + \frac{\pi}{4}) = -\sin x \rightarrow f(x) = -2 \sin x$$

گام دوم: نمودار تابع $f(x) = -2 \sin x$ را رسم می‌کنیم:



واضح است که در بازه $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ هیچ خط افقی تابع f را در بیش از یک نقطه قطع نمی‌کند، پس روی این بازه یک‌به‌یک است

و حداکثر مقدار k برابر $\frac{\pi}{4}$ است.

۱۷ به ازای چه مقادیری از k بیشترین مقدار تابع $f(x) = k^2 \sin x + 3k$ برابر ۴ است؟

- (۱) ۴ یا ۱
(۲) ۴ یا -۱
(۳) ۴ یا -۱
(۴) ۴ یا -۱

پاسخ: گزینه ۲

Hint توی ضابطه تابع f ، جای $\sin x$ عدد ۱ رو بذار.

● در توابع $y = a \sin x + b$ و $y = a \cos x + b$ بیشترین مقدار تابع و $|a| + b$ و کمترین مقدار تابع است.

● حالت‌های خاص معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$:

$$\xrightarrow{a+b+c=0} x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$$

$$\xrightarrow{a+c=b} x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a}$$

گام اول: می‌دانیم که بیشترین مقدار تابع $y = \sin x$ برابر ۱ است، بیشترین مقدار تابع f هم به ازای $\sin x = 1$ به دست می‌آید؛

زیرا ضریب $\sin x$ یعنی k^2 مثبت است. می‌خواهیم بیشترین مقدار تابع f برابر ۴ باشد:

$$f(x) = k^2 \sin x + 3k \xrightarrow[\max f=4]{\sin x=1} k^2 + 3k = 4 \Rightarrow k^2 + 3k - 4 = 0$$

گام دوم: معادله به دست آمده بر حسب k را حل می‌کنیم:

$$k^2 + 3k - 4 = 0 \xrightarrow{\text{جمع ضرایب برابر صفر است.}} \begin{cases} k = 1 \\ k = -4 \end{cases}$$



پاسخ خیلی تشریحی ✓

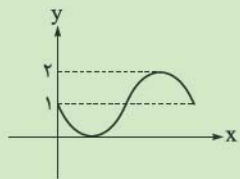
نمودار شکل زیر، مربوط به کدام تابع است؟

$f(x) = 1 - \cos x$ (۱)

$g(x) = 1 + \cos x$ (۲)

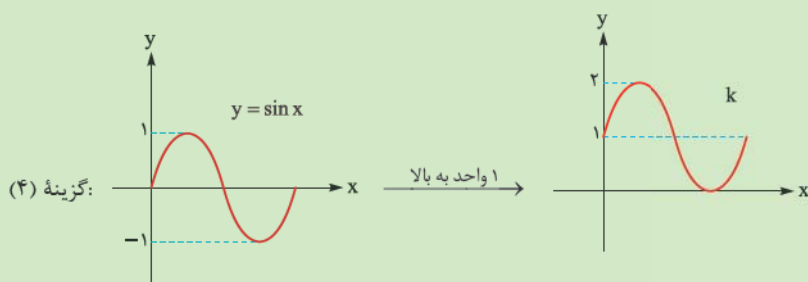
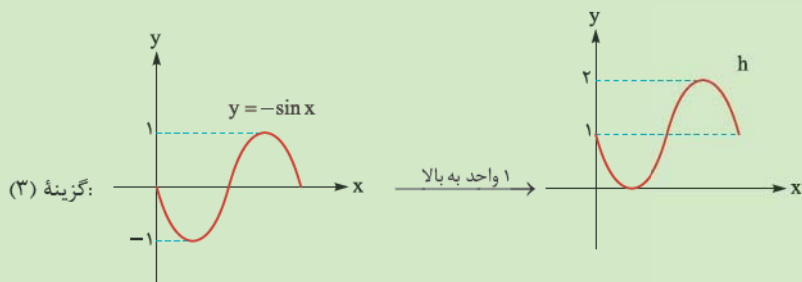
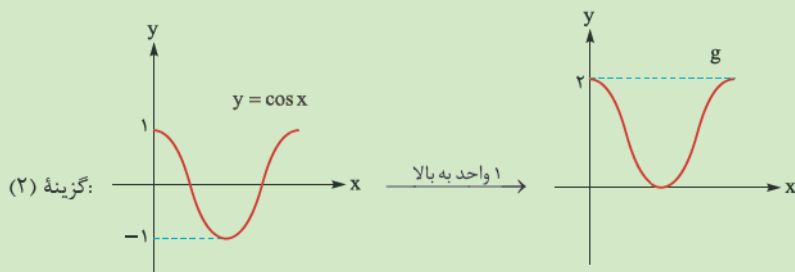
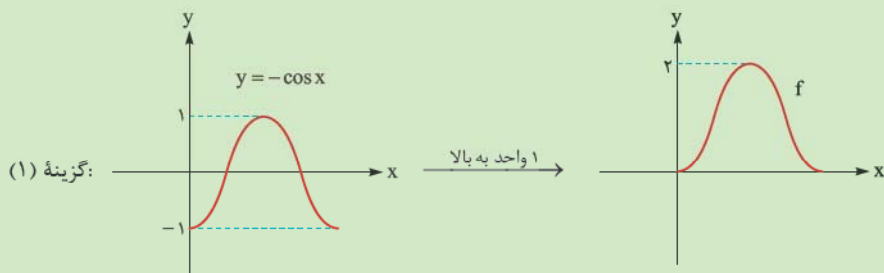
$h(x) = 1 - \sin x$ (۳)

$k(x) = 1 + \sin x$ (۴)



پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓ نمودار هر چهار تابع را رسم می‌کنیم:



همان‌طور که می‌بینید گزینه (۳) پاسخ سؤال است.

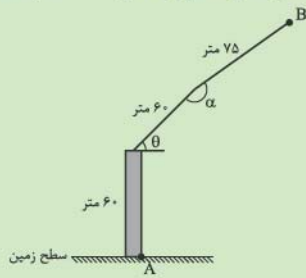
نمودار تابع $f(x) = -\sin x + 1$ را به کمک نمودار $y = \sin x$ در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.

(سؤال ۱۵ - امتحان نهایی فردا ریاضی ۱۴۰۳)



۱۹

در دستگاه بالابر زیر، $0 \leq \theta \leq 90^\circ$ و $-180^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ است. اگر این بالابر بخواهد از زمین جسمی را بردارد، باید جسم حداکثر در چه فاصله‌ای برحسب متر از نقطه A قرار گیرد؟ (زاویه مثبت به معنای حرکت بازوها در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت است.)



(۱) ۱۰۵

(۲) ۱۲۰

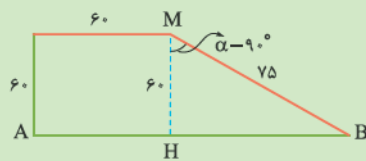
(۳) $75\sqrt{3}$

(۴) $60\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۱

گام اول: بیشترین فاصله هنگامی رخ می‌دهد که بازوی اول افقی باشد، یعنی $\theta = 0$.

گام دوم: حالا باید بازوی دوم طوری قرار بگیرد که نقطه B روی زمین باشد:

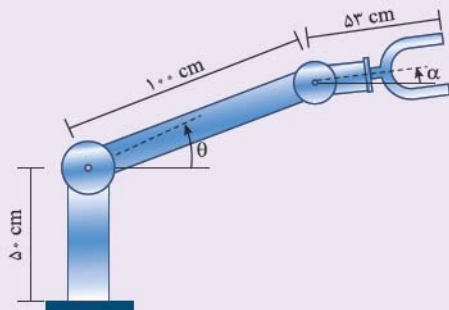


$$\Rightarrow HB = \sqrt{75^2 - 60^2} = \sqrt{5^2 \times 15^2 - 4^2 \times 15^2} = 45$$

بنابراین بیشترین فاصله AB برابر است با $60 + 45 = 105$ متر.

در طراحی روبات‌های صنعتی برای انعطاف بیشتر در حرکت روبات‌ها، معمولاً دو مفصل مکانیکی برای بازوی آن به صورت زیر در نظر می‌گیرند.

(سایبان (۱) - تمرین ۵ صفحه ۱۰۹ کتاب درسی)



الف) ارتفاع نوک گیره این روبات را، از سطح زمین، براساس توابع از θ و α مدل‌سازی کنید.

$$\left(-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

ب) فرض کنید این روبات برای گرفتن یک شیء در ارتفاع $23/5$ cm مفصل دوم خود را در حالت $\alpha = -30^\circ$ قرار داده است. تعیین کنید زاویه θ در این وضعیت چند درجه است؟

۲۰ کوچک‌ترین مقدار طبیعی k که به ازای آن نمودارهای توابع $f(x) = \sin x$ و $g(x) = \sin\left(\frac{k\pi}{4} + x\right)$ بر هم منطبق می‌شوند، کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

Hint کلهای موجود در گزینه‌ها رو در تابع g قرار بده.

تابع g را به ازای کلهای موجود در گزینه‌ها می‌نویسیم و آن را ساده می‌کنیم:

$$k=1 \Rightarrow g(x) = \sin\left(\overbrace{\frac{\pi}{4}}^{\text{ربع دوم}} + x\right) \Rightarrow g(x) = \cos x$$

$$k=2 \Rightarrow g(x) = \sin\left(\overbrace{\pi}^{\text{ربع سوم}} + x\right) \Rightarrow g(x) = -\sin x$$

$$k=3 \Rightarrow g(x) = \sin\left(\overbrace{\frac{3\pi}{4}}^{\text{ربع چهارم}} + x\right) \Rightarrow g(x) = -\cos x$$

$$k=4 \Rightarrow g(x) = \sin\left(\overbrace{2\pi}^{\text{ربع اول}} + x\right) \Rightarrow g(x) = \sin x$$

همان‌طور که مشخص است به ازای $k=4$ توابع دارای ضابطه یکسان هستند، پس نمودار آن‌ها بر هم منطبق است.

$$\sin\left(\frac{k\pi}{4} + x\right) = \sin x \Rightarrow \frac{k\pi}{4} + x = 2k'\pi + x \Rightarrow \frac{k\pi}{4} = 2k'\pi \Rightarrow k = 4k' ; k' \in \mathbb{Z}$$

یعنی k باید مضرب ۴ باشد.

په‌چور دیگه

۲۱

محل برخورد قطرهای مستطیل را O می‌نامیم. در تجانس به مرکز O و نسبت $\frac{5}{3}$ ، مساحت بین مستطیل و تصویرش ۳۲ است. مساحت مستطیل تصویر کدام است؟

۵۰ (۴)

۱۸ (۳)

۴۰ (۲)

۱۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

تجانس مستقیم است و مستطیل تصویر، بزرگ‌تر می‌شود.

Hint

درس‌Box

تعریف: اگر O نقطه‌ای ثابت در صفحه و $k \neq 0$ یک عدد حقیقی باشد، نقطه M' را مجانس نقطه M در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس k گوئیم؛ هرگاه سه شرط زیر برقرار باشد:
الف) سه نقطه O, M, M' روی یک خط راست باشند.

$$OM' = |k| \cdot OM$$

ب) اگر k مثبت باشد، M' روی نیم‌خط OM و نقاط M و M' در یک طرف نقطه O قرار دارند.

مثال

$$k = 2 \quad \begin{array}{c} \bullet \\ O \end{array} \quad \begin{array}{c} \bullet \\ M \end{array} \quad \begin{array}{c} \bullet \\ M' \end{array} \quad OM' = 2OM$$

$$k = \frac{1}{2} \quad \begin{array}{c} \bullet \\ O \end{array} \quad \begin{array}{c} \bullet \\ M' \end{array} \quad \begin{array}{c} \bullet \\ M \end{array} \quad OM' = \frac{1}{2}OM$$

• اگر k منفی باشد، نقطه O بین نقاط M و M' قرار می‌گیرد.

مثال

$$k = -2 \quad \begin{array}{c} \bullet \\ M' \end{array} \quad \begin{array}{c} \bullet \\ O \end{array} \quad \begin{array}{c} \bullet \\ M \end{array} \quad OM' = 2OM$$

در تجانس به مرکز O و نسبت k :

اگر $k > 0$ تجانس را تجانس مستقیم می‌نامیم.

اگر $k < 0$ تجانس را تجانس معکوس می‌نامیم.

اگر $|k| < 1$ تصویر شکل، کوچک‌تر می‌شود و آن را انقباض می‌نامیم.

اگر $|k| > 1$ تصویر شکل، بزرگ‌تر می‌شود و آن را انبساط می‌نامیم.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: نسبت تجانس $\frac{5}{3}$ است، پس تجانس مستقیم است و اضلاع مستطیل با ضریب $\frac{5}{3}$ بزرگ‌تر

می‌شوند. اگر a و b طول و عرض مستطیل اولیه باشند، $\frac{5}{3}a$ و $\frac{5}{3}b$ ، طول و عرض مستطیل تصویر هستند.

گام دوم: مساحت بین دو مستطیل عبارت‌اند از:

$$S = \frac{5}{3}a \cdot \frac{5}{3}b - ab = 32 \Rightarrow \frac{25}{9}ab - ab = 32 \Rightarrow \frac{16}{9}ab = 32 \Rightarrow ab = 18$$

گام سوم: پس مساحت مستطیل تصویر عبارت است از:

$$S' = \frac{25}{9}ab = \frac{25}{9} \times 18 = 50$$

محل برخورد قطرهای مستطیلی را O می‌نامیم. در تجانس به مرکز O و نسبت $\frac{2}{3}$ ، مساحت بین آن مستطیل و

تصویرش برابر ۱۰ است. مساحت مستطیل اولیه را محاسبه کنید. (سؤال ۱۳ - امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۴)

کدام تبدیل هیچ‌گاه نمی‌تواند تبدیل همانی باشد؟

- (۱) انتقال (۲) بازتاب (۳) دوران (۴) تجانس

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

بازتاب تبدیلی است که هیچ وقت نمی‌تواند همانی باشد. به متن کتاب در صفحه ۵۰° که به صورت زیر است دقت شود:
 «دقت کنید که در بازتاب، به جز نقاطی که روی خط بازتاب قرار دارند، تصویر هر نقطه مثل A ، نقطه‌ای مثل A' است که در طرف دیگر خط بازتاب قرار دارد؛ بنابراین بازتاب هیچ‌گاه تبدیل همانی نیست.»
 اما انتقال با بردار صفر همانی است. دوران ۳۶۰° یا هر مضرب صحیح از ۳۶۰° همانی است و تجانس با ضریب $k = ۱$ هم همانی است.

مجانس خط $2x + 3y = 6$ نسبت به مرکز $O(1, -2)$ و ضریب تجانس $k = 2$ خطی به معادله $ax + 3y = c$ است. حاصل ac کدام است؟

۴۸ (۴)

۳۲ (۳)

۱۶ (۲)

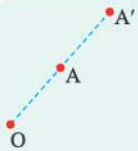
۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

در تجانسی که $k = 2$ باشد، هر نقطه وسط تجانس و تصویر است.

Hint

درس Box



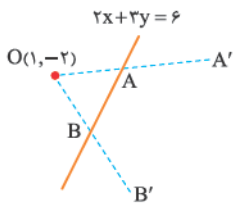
در تجانس به مرکز O وقتی $k = 2$ باشد، تجانس مستقیم است و باید $\frac{OA'}{OA} = 2$ شود، بنابراین نقطه A درست وسط نقاط O و A' قرار می‌گیرد.

پس از نظر مختصاتی:

$$x_A = \frac{x_O + x_{A'}}{2}, \quad y_B = \frac{y_O + y_{A'}}{2}$$

گام اول، وقتی در یک تجانس $k = 2$ باشد، هر نقطه وسط مرکز تجانس و تصویرش قرار می‌گیرد. دو نقطه دلخواه روی خط در نظر می‌گیریم و مجانس‌های آن‌ها را به دست می‌آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$\text{روی خط } A(0, 2) \Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{x_O + x_{A'}}{2} \Rightarrow x_{A'} = -1 \\ y_A = \frac{y_O + y_{A'}}{2} \Rightarrow y_{A'} = 6 \end{cases} \Rightarrow A'(-1, 6)$$

و

$$\text{روی خط } B(3, 0) \Rightarrow \begin{cases} x_B = \frac{x_O + x_{B'}}{2} \Rightarrow x_{B'} = 5 \\ y_B = \frac{y_O + y_{B'}}{2} \Rightarrow y_{B'} = 2 \end{cases} \Rightarrow B'(5, 2)$$

گام دوم: معادله خط گذرا از A' و B' برابر است با:

$$M_{A'B'} = \frac{6-2}{-1-5} = \frac{4}{-6} = -\frac{2}{3}$$

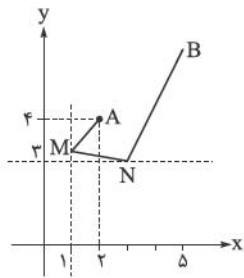
پس:

$$y - 2 = -\frac{2}{3}(x - 5) \Rightarrow 3y - 6 = -2x + 10 \Rightarrow 2x + 3y = 16$$

با مقایسه خط فوق با خط $ax + 3y = c$ ، داریم:

$$a = 2, c = 16 \Rightarrow ac = 32$$

از نقطه $A(2, 4)$ می‌خواهیم ابتدا به نقطه‌ای روی خط $x = 1$ و سپس روی $y = 3$ رفته و در نهایت به $B(5, 7)$ برویم.



کوتاه‌ترین طول برای مسیر $AMNB$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$
 (۲) $\sqrt{3}$
 (۳) $5\sqrt{2}$
 (۴) $5\sqrt{3}$

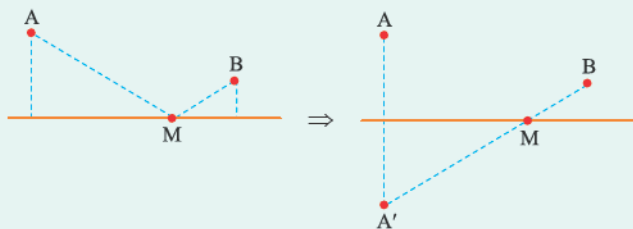
پاسخ: گزینه ۳

بازتاب‌ها را برحسب مختصات نقاط تعیین کنید.

Hint

درس‌Box

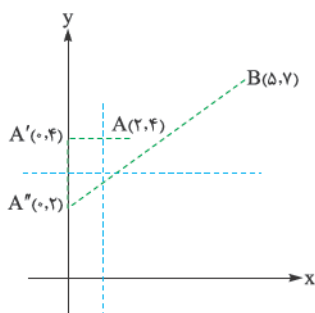
در شکل زیر، اگر بخواهیم مسیر AMB کوتاه‌ترین باشد، ابتدا A را نسبت به خط d بازتاب می‌کنیم. همان کوتاه‌ترین فاصله ممکن است:



$$AM + MB = A'M + MB$$

گام اول: ابتدا قرینه نقطه A را نسبت به خط $x = 1$ پیدا می‌کنیم. نقطه $A'(0, 4)$ به دست می‌آید.

پاسخ خیلی تشریحی

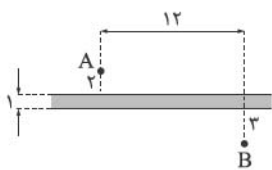


گام دوم: سپس قرینه A' را نسبت به خط $y = 3$ تعیین می‌کنیم که نقطه $A''(0, 2)$ می‌شود.

گام سوم: $A''B$ طول مطلوب است؛ یعنی:

$$A''B = \sqrt{(0-5)^2 + (2-7)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

عرض رودخانه‌ای که دو ساحل آن موازی هستند، ۱ واحد و دو نقطه A و B در دو طرف ساحل آن قرار دارند. می‌خواهیم از A به نقطه‌ای واقع در ساحل نزدیک A رفته و در این نقطه پلی عمود بر ساحل نصب کرده و پس از گذر از پل به B برویم. با توجه به اندازه‌های روی شکل، طول کوتاه‌ترین مسیر چند واحد است؟



۱۳ (۱)

$12 + \sqrt{3}$ (۲)

۱۴ (۳)

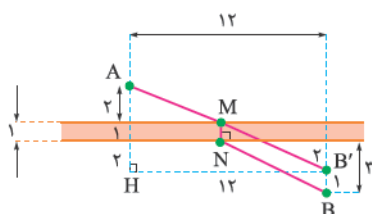
$12 + \sqrt{2}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

برای پیدا کردن مسیری با کوتاه‌ترین طول، به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

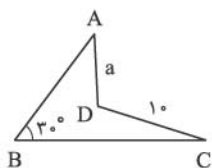
گام اول: نقطه B را به اندازه عرض رودخانه و عمود بر ساحل و به طرف بالا انتقال داده تا نقطه B' پدید آید. B' را به A وصل می‌کنیم تا ساحل نزدیک به A را در نقطه M قطع کند. از M عمودی بر ساحل رسم کرده تا ساحل دیگر را در نقطه N قطع کند. مسیر شکسته AMNB کوتاه‌ترین مسیر ممکن می‌باشد و طول این مسیر برابر است با $AB' + MN$.



گام دوم: در مثلث قائم‌الزاویه AHB' بنا بر رابطه فیثاغورس نتیجه می‌شود $AB' = 13$ ؛ در نتیجه:

$$\text{طول کوتاه‌ترین مسیر} = AB' + MN = 13 + 1 = 14$$

بدون تغییر در تعداد اضلاع و با ثابت نگه داشتن محیط، مساحت چهارضلعی ABCD را به بیشترین مقدار رسانده ایم. چهارضلعی جدید محاطی است. اگر میزان افزایش مساحت $5\sqrt{3}$ باشد، a کدام است؟



$$\sqrt{2} \quad (1)$$

$$\sqrt{3} \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

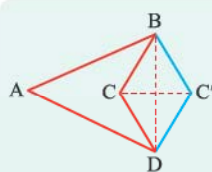
$$3 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲

در چهارضلعی محاطی، مجموع زوایای روبه‌رو 180° است.

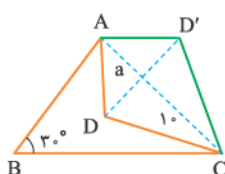
Hint

درس



در مسائل هم‌محیطی می‌خواهیم بدون تغییر در تعداد اضلاع و محیط چندضلعی، مساحت را ماکزیم کنیم. برای این کار نقطه C را که شرایط مطلوب دارد، نسبت به خط BD بازتاب می‌کنیم تا C' به دست آید. چندضلعی $ABC'D$ همان تعداد اضلاع و محیط $ABCD$ را دارد، ولی مساحتش به اندازه $2 \times S_{BCD}$ افزایش یافته است.

گام اول: باید بازتاب نقطه D را نسبت به AC به دست آوریم. در چهارضلعی محاطی $ABCD'$:



$$B + D' = 180^\circ \Rightarrow D' = 150^\circ$$

پس:

$$D = 150^\circ$$

گام دوم: مساحت افزایش یافته عبارت است از:

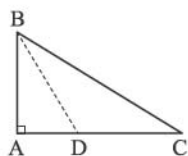
$$S = 2 \times S_{ADC} \Rightarrow 5\sqrt{3} = 2 \times \frac{1}{2} \times a \times 10 \times \sin 150^\circ \Rightarrow 5\sqrt{3} = 10 \times a \times \frac{1}{2} \Rightarrow a = \sqrt{3}$$

پاسخ خیلی تشریحی

۲۷

در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABC$ ، $A = 90^\circ$ و نیمساز زاویه B رسم شده تا ضلع AC را در D قطع کند. اگر $AD = 3$ و

$DC = 6$ باشد، زاویه \hat{C} کدام است؟



$$\frac{\pi}{3} \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{6} \quad (1)$$

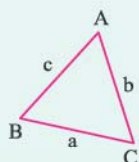
$$\frac{\pi}{8} \quad (4)$$

$$\frac{\pi}{4} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

درس‌بوک

(۱) در مثلث ABC به اضلاع a ، b و c که شعاع دایره محیطی مثلث R است، قضیه سینوس‌ها عبارت است از:



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

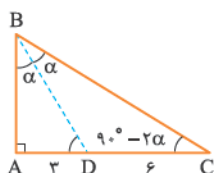
(۲) بررسی زوایای متمم:

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

گام اول: BD نیمساز است و بنابراین:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$\hat{A}BD = \hat{D}BC = \alpha$$

$$\hat{B}CD = 90^\circ - 2\alpha$$

در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABC$ داریم:

گام دوم: رابطه سینوس را در مثلث $\triangle ABD$ می‌نویسیم:

$$\sin \alpha = \frac{AD}{BD} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{BD} \Rightarrow BD = \frac{3}{\sin \alpha}$$

گام سوم: قضیه سینوس‌ها در مثلث $\triangle BDC$ عبارت است از:

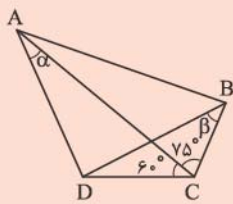
$$\frac{DC}{\sin \alpha} = \frac{BD}{\sin(90^\circ - 2\alpha)} \Rightarrow \frac{DC}{\sin \alpha} = \frac{3}{\cos 2\alpha} \Rightarrow DC = \frac{3}{\cos 2\alpha} \Rightarrow 6 = \frac{3}{\cos 2\alpha}$$

$$\Rightarrow \cos 2\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$$

پس:

$$\hat{C} = 90^\circ - 2\alpha = 90^\circ - 2 \times 30^\circ = 30^\circ \Rightarrow \hat{C} = \frac{\pi}{6}$$

در شکل زیر $\alpha + \beta = 90^\circ$ و $\hat{A}BD = \hat{D}AB$ می‌باشد. مقدار $\cot \alpha$ کدام است؟



$$\frac{\sqrt{6}}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{3} \quad (۱)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \quad (۳)$$

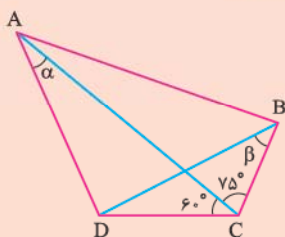
پاسخ: گزینه ۱

از قضیه سینوس‌ها و زوایای متمم استفاده کنید.

Hint

گام اول: زوایای $\hat{A}BD$ و $\hat{D}AB$ برابرند، پس مثلث $\triangle ADB$ متساوی‌الساقین است و $AD = DB$.

پاسخ خیلی تشریحی



گام دوم: قضیه سینوس‌ها را در مثلث $\triangle ADC$ می‌نویسیم:

$$\frac{DC}{\sin \alpha} = \frac{AD}{\sin 60^\circ}$$

و در مثلث $\triangle BDC$:

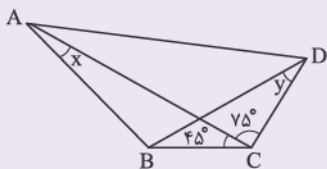
$$\frac{DC}{\sin \beta} = \frac{DB}{\sin 135^\circ}$$

گام سوم: دو رابطه بالا را به هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\frac{DC}{\sin \alpha} = \frac{AD}{\sqrt{3}}}{\frac{DC}{\sin \beta} = \frac{DB}{\sqrt{2}}} \xrightarrow{AD=DB} \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \xrightarrow{\alpha + \beta = 90^\circ} \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

در شکل زیر، اگر $\hat{A}DB = \hat{B}AD$ و $x + y = 90^\circ$ باشد، مقدار $\tan x$ کدام است؟

(سؤال ۳۱ کنکور سراسری ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)



$$\frac{\sqrt{6}}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{4} \quad (۲)$$

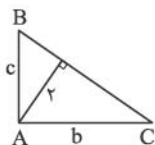
$$\frac{\sqrt{6}}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{6} \quad (۴)$$

کنکور

در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABC$ که $A = 90^\circ$ می‌دانیم؛ $b + c = 3\sqrt{5}$ و $h_a = 2$. مساحت مثلث کدام است؟

۲۹



$$\sqrt{3} \quad (1)$$

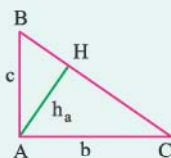
$$4 \quad (2)$$

$$\sqrt{5} \quad (3)$$

$$5 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۴

در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABC$ ، یک رابطه مهم به صورت زیر در تمرینات کتاب اثبات شده است که می‌تواند کاربردی باشد.



$$\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

گام اول: رابطه داده شده را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$b + c = 3\sqrt{5} \Rightarrow b^2 + c^2 + 2bc = 45 \Rightarrow b^2 + c^2 = 45 - 2bc$$

گام دوم: از رابطه موجود در درس باکس استفاده می‌کنیم:

$$\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{b^2 + c^2}{b^2 c^2} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{45 - 2bc}{b^2 c^2}$$

فرض می‌کنیم $bc = t$ و معادله را حل می‌کنیم:

$$180 - 8t = t^2 \Rightarrow t^2 + 8t - 180 = 0 \Rightarrow (t + 18)(t - 10) = 0 \Rightarrow t = bc = 10$$

گام سوم: می‌دانیم:

$$S = \frac{bc}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

درس Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۳۰. اگر شعاع دایره محیطی مثلث ABC برابر ۴ و $\hat{B} = 45^\circ$ باشد، طول ضلع AC کدام است؟

۴ (۴)

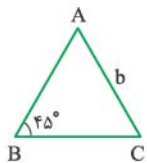
۸ (۳)

 $4\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

در مثلث ABC قضیه سینوس ها را می نویسیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$\frac{b}{\sin \hat{B}} = 2R \Rightarrow \frac{b}{\sin 45^\circ} = 2 \times 4 \Rightarrow b = AC = 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$$

۳۱

میانگین نمره فردی در پنج درس، حسابان (۱)، تاریخ، ورزش، هندسه و بهداشت برابر ۱۸ است. اگر نمره درس تاریخ این فرد ۲ نمره کم تر از نمره درس حسابان (۱) او باشد، نمره این فرد در درس تاریخ کدام است؟

| درس | حسابان (۱) | تاریخ | ورزش | هندسه | سلامت و بهداشت |
|------|------------|--------|------------|-------|----------------|
| نمره | | | ۱۸ | ۱۷ | ۱۸ |
| ضریب | ۴ | ۲ | ۱ | ۲ | ۱ |
| | ۱۷ / ۵ (۴) | ۱۷ (۳) | ۱۶ / ۵ (۲) | | ۱۶ (۱) |

پاسخ: گزینه ۲

میانگین موزون داده‌ها: اگر n داده X_1, X_2, \dots, X_n داشته باشیم به طوری که هر یک از این داده‌ها به ترتیب دارای فراوانی f_1, f_2, \dots, f_n باشند، میانگین موزون داده‌ها را با نماد \bar{X} نشان می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i X_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{f_1 X_1 + f_2 X_2 + \dots + f_n X_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}$$

گام اول: نمره درس حسابان فرد را a در نظر می‌گیریم، پس نمره تاریخ او برابر $a - 2$ است.

گام دوم: حال، میانگین نمرات این فرد را برابر ۱۸ قرار می‌دهیم:

$$\frac{4(a) + 2(a-2) + (18) + 2(17) + (18)}{4+2+1+2+1} = 18$$

$$\Rightarrow \frac{6a+66}{10} = 18 \Rightarrow 6a+66=180 \Rightarrow 6a=114 \Rightarrow a=19$$

پس نمره تاریخ این فرد $19-2=17$ است.

حسین در یک آزمون شرکت کرده و کارنامه آزمون او به شرح زیر است. اگر معدل موزون (میانگین وزن دار) نمره‌های این آزمون حسین، ۷۰ باشد، نمره فیزیک او را محاسبه نمایید. (سؤال ۱۵ - امتحان نهایی فردارد ۱۴۰۳)

| مواد امتحانی | ریاضیات | فیزیک | شیمی |
|--------------|---------|-------|------|
| نمره | ۶۵ | ؟ | ۹۵ |
| ضریب درس | ۴ | ۳ | ۲ |

در داده‌های آماری زیر، اگر چارک اول، میانه، چارک سوم و مد به ترتیب برابر a ، b ، c و d باشند، در این صورت مقدار

۳، ۵، ۷، ۷، ۶، ۸، ۷، ۱۰، ۳، ۴، ۶

چه قدر است؟ $\frac{a+b}{c+d}$

$$\frac{11}{14} \text{ (۴)}$$

$$\frac{5}{7} \text{ (۳)}$$

$$\frac{11}{13} \text{ (۲)}$$

$$\frac{10}{13} \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۳

چارک‌ها:

چارک‌ها که آن‌ها را با Q_1 ، Q_2 و Q_3 نمایش می‌دهیم، داده‌ها را به چهار قسمت تقسیم می‌کنند:

چارک اول (Q_1): به میانه داده‌های قبل از میانه، چارک اول می‌گویند.

میانه (Q_2): میانه داده‌ها را به دو قسمت تقسیم می‌کند.

چارک سوم (Q_3): به میانه داده‌های بعد از میانه، چارک سوم می‌گویند.

مد:

در بین داده‌ها، اگر داده‌ای بیشترین تکرار را داشته باشد، به آن «مد» می‌گویند.

توجه ممکن است که مد منحصر به فرد نباشد، به عنوان مثال اگر در بین تعدادی داده، فراوانی دو داده از بقیه بیشتر باشد، دو مد خواهیم داشت.

گام اول: ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

۳، ۳، ۴، ۵، ۶، ۶، ۷، ۷، ۷، ۸، ۱۰

گام دوم: ۱۱ داده داریم، میانه، چارک اول و چارک سوم برابر می‌شود با:

۳، ۳، ۴، ۵، ۶، ۶، ۷، ۷، ۷، ۸، ۱۰
 $Q_1=4$ $Q_2=6$ $Q_3=7$

پس $a=4$ ، $b=6$ و $c=7$ است.

گام سوم: در بین داده‌ها، داده ۷ دارای بیشترین تکرار است، بنابراین مد برابر ۷ است و $d=7$.

گام چهارم: خواسته سؤال برابر می‌شود با:

$$\frac{a+b}{c+d} = \frac{4+6}{7+7} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$$

درس Box

پاسخ خیلی تشریحی

(سؤال ۱۷ - امتحان نوبتی فردار ۱۴۰۳)

۲، ۵، ۷، ۳، ۹، ۴، ۱، ۶، ۶، ۷

چارک اول، میانه و چارک سوم داده‌های زیر را بیابید.

امتحان نهایی

اگر در داده‌های آماری متمایز و مرتب‌شده، میانه برابر یازدهمین عدد باشد، چند داده بزرگ‌تر از چارک سوم هستند؟ **۳۳**

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: میانه در داده‌های متمایز برابر یازدهمین عدد شده؛ پس تعداد کل داده‌ها ۲۱ تا است.



گام دوم: در سمت راست میانه ۱۰ تا داده داریم پس چارک سوم برابر معدل دو عدد پنجم و ششم می‌شود؛ پس ۵ داده بیشتر از چارک سوم هستند.

دو مجموعهٔ ۱۰ عضوی $A = \{2x_1 + 1, 2x_2 + 1, 2x_3 + 1, \dots, 2x_{10} + 1\}$ و $B = \{\frac{1}{3}x_1 - 2, \frac{1}{3}x_2 - 2, \frac{1}{3}x_3 - 2, \dots, \frac{1}{3}x_{10} - 2\}$ را در نظر بگیرید. اگر مجموع اعضای مجموعهٔ A برابر ۳۱۰ باشد، میانگین اعضای مجموعهٔ B کدام است؟ ۳۴

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: مجموع اعضای مجموعهٔ A برابر ۳۱۰ است، پس:

$$(2x_1 + 1) + (2x_2 + 1) + (2x_3 + 1) + \dots + (2x_{10} + 1) = 310$$

$$\Rightarrow 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + \dots + 2x_{10} + 10 = 310 \Rightarrow 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + \dots + 2x_{10} = 300$$

$$\xrightarrow{\text{از فاکتور می‌گیریم.}} 2(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10}) = 300 \xrightarrow{\div 2} x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10} = 150$$

گام دوم: حال مجموع اعضای مجموعهٔ B را به دست می‌آوریم:

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10} = 150 \xrightarrow{\times \frac{1}{3}} \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10}) = \frac{1}{3}(150)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{3}x_3 + \dots + \frac{1}{3}x_{10} = 50$$

$$\xrightarrow{\text{از } ۱۰ \text{ تا } ۲ \text{ به دو طرف اضافه می‌کنیم.}} \left(\frac{1}{3}x_1 - 2\right) + \left(\frac{1}{3}x_2 - 2\right) + \left(\frac{1}{3}x_3 - 2\right) + \dots + \left(\frac{1}{3}x_{10} - 2\right) = 50 - 20$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{3}x_1 - 2\right) + \left(\frac{1}{3}x_2 - 2\right) + \left(\frac{1}{3}x_3 - 2\right) + \dots + \left(\frac{1}{3}x_{10} - 2\right) = 30$$

گام سوم: پس میانگین اعضای مجموعهٔ B برابر می‌شود با:

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{30}{10} = 3$$

گام اول: بعد از به دست آوردن $x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 150$ در گام اول، خواهیم داشت:

$$\bar{x}_A = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{10}}{10} = \frac{150}{10} = 15$$

گام دوم: میانگین داده‌های مجموعهٔ B برابر است با:

$$\bar{x}_B = \frac{1}{3}\bar{x}_A - 2 = \frac{1}{3} \times 15 - 2 = 5 - 2 = 3$$

یه جور دیگه

مد داده‌های آماری $-a + 2b$, $a + b$, $1, 3, 1, 2, 2$ برابر ۳ است. میانه داده‌های آماری $3, 4, 1, 5, b, a$ کدام است؟

۳ (۴)

۲/۵ (۳)

۲ (۲)

۱/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$a + b$ و $-a + 2b$ هر دو برابر ۳ هستند.

Hint

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: در داده‌های $-a + 2b$, $a + b$, $1, 3, 1, 2, 2$ مد برابر ۳ است. پس داده ۳ باید سه بار تکرار شود؛ در نتیجه $a + b$, $-a + 2b$ برابر ۳ هستند، به کمک دستگاه مقدار a و b را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} a + b = 3 \\ -a + 2b = 3 \end{cases} \xrightarrow{+} 3b = 6 \Rightarrow b = 2 \xrightarrow{a+b=3} a = 1$$

گام دوم: پس داده‌های $3, 4, 1, 5, b$ و a به صورت زیر هستند:

$$1, 2, 5, 1, 4, 3 \xrightarrow{\text{مرتب می‌کنیم.}} 1, 1, 2, 3, 4, 5$$

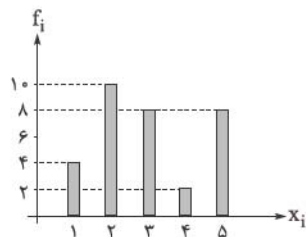
گام سوم: شش داده داریم، میانگین داده‌های سوم و چهارم میانه است:

$$1, 1, \underbrace{2, 3}, 4, 5$$

$$\text{میانه} = \frac{2+3}{2} = 2.5$$

نمودار میله‌ای ۳۲ داده به صورت زیر است. سه عدد طبیعی کوچک‌تر از ۵ به داده‌ها اضافه می‌کنیم به طوری که طول دوتا از میله‌ها زیاد می‌شود، اما میانگین تغییری نمی‌کند. فراوانی نسبی دسته متناظر با عدد ۱ در داده‌های

جدید کدام است؟



$$\frac{6}{35} \quad (1)$$

$$\frac{1}{7} \quad (2)$$

$$\frac{4}{36} \quad (3)$$

$$\frac{8}{35} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲

میانگین داده‌های موجود رو به دست بیاریم، سه تا عددی که اضافه شدن همون میانگین رو دارن و دوتاشون تکراری هستن.

Hint

اگر تعدادی داده با میانگین a داشته باشیم و تعدادی داده دیگر با میانگین a به آن‌ها اضافه کنیم، میانگین داده‌های اولیه تغییری نمی‌کند.

نکته

گام اول: ابتدا میانگین ۳۲ داده موجود را به دست می‌آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی

$$\bar{x} = \frac{2 \times 4 + 4 \times 1 + 8 \times 3 + 8 \times 5 + 10 \times 2}{2 + 4 + 8 + 8 + 10} = \frac{96}{32} = 3$$

گام دوم: سه عدد طبیعی کوچک‌تر از ۵ اضافه کرده‌ایم، میانگین کل داده‌ها تغییری نکرده است؛ پس میانگین این سه داده هم برابر ۳ است.

گام سوم: با اضافه کردن این سه داده فقط طول دو میله افزایش یافته است پس دوتا از این اعداد تکراری هستند. سه عدد طبیعی کوچک‌تر از ۵ با میانگین ۳ که دوتا از آن‌ها هم تکراری باشد عبارت هستند از:

۱, ۴, ۴

گام چهارم: داده‌های ۱, ۴, ۴ را به ۳۲ داده قبلی اضافه می‌کنیم، در ابتدا چهار داده ۱ داشتیم، پس فراوانی نسبی جدید عدد ۱ برابر می‌شود با:

$$\text{فراوانی نسبی جدید عدد ۱} = \frac{1+4}{35} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$$

چارک اول، میانه و چارک سوم ۸ داده آماری، متمایزند و هیچ کدام از آن‌ها با هیچ یک از داده‌ها برابر نیستند. اگر داده‌ها همگی عددهایی طبیعی باشند و اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین داده برابر ۳ باشد، در این صورت:

(۱) مد، برابر کوچک‌ترین داده است.

(۲) مد و میانه یکی‌اند.

(۳) مد، برابر بزرگ‌ترین داده است.

(۴) داده‌ها مد ندارند.

پاسخ: گزینه ۴

طبق شرایط سؤال و طبیعی بودن داده‌ها، داده‌ها رو بچینین، حواستون باشه که اختلاف داده اول و آخر برابر ۳ هست.

گام اول: داده‌ها را از کوچک به بزرگ به ترتیب a_1 تا a_8 در نظر می‌گیریم:

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8$$

گام دوم: چارک اول، میانه و چارک سوم با خود داده‌ها برابر نیستند، پس:

$$Q_1 = \frac{a_2 + a_3}{2} \Rightarrow a_2 \neq a_3$$

$$Q_2 = \frac{a_4 + a_5}{2} \Rightarrow a_4 \neq a_5$$

$$Q_3 = \frac{a_6 + a_7}{2} \Rightarrow a_6 \neq a_7$$

گام سوم: کوچک‌ترین داده، ۳ واحد از بزرگ‌ترین داده کم‌تر است، پس داده هشتم برابر می‌شود با $a_1 + 3$. با توجه به این‌که داده‌ها طبیعی هستند و همچنین شروط گام دوم، تنها حالت زیر را برای داده‌ها داریم:

$$a_1, a_1, a_1 + 1, a_1 + 1, a_1 + 2, a_1 + 2, a_1 + 3, a_1 + 3$$

گام چهارم: فراوانی هر داده برابر ۲ است، پس در این جا مد نداریم و گزینه ۴ صحیح است.



Hint

پاسخ خیلی تشریحی ✓

دو سکه پرتاب می‌کنیم، اگر هر دو رو آمد، یک سکه دیگر پرتاب می‌کنیم، اگر هر دو پشت آمد، دو سکه دیگر پرتاب می‌کنیم و اگر یکی از سکه‌ها رو و دیگری پشت آمد، سه سکه دیگر پرتاب می‌کنیم. با چه احتمالی حداقل دو سکه رو می‌آید؟

$$\frac{3}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{5}{8} \quad (۳)$$

$$\frac{17}{32} \quad (۲)$$

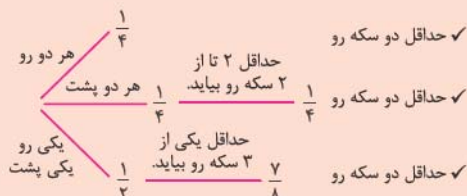
$$\frac{17}{24} \quad (۱)$$

مشاوره روی رسم نمودار درختی در سوالات احتمال مسلط باشید چون خیلی وقت‌ها کارگشا هستند.

پاسخ: گزینه ۴

گام اول: مطلوب سؤال این است که حداقل دو سکه رو بیاید، نمودار درختی مناسب با خواسته سؤال را رسم می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



توجه کنید که در نمودار فقط شاخه‌های مطلوب را نشان دادیم.

گام دوم: پس خواسته سؤال برابر می‌شود با:

$$P(\text{خواسته شده}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{7}{8} = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{7}{16} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم، اگر «رو» بیاید، ۲ سکه پرتاب کرده و اگر «پشت» بیاید، ۳ سکه را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال، همه سکه‌ها یکسان ظاهر می‌شوند؟

(سؤال ۲۲ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ - نوبت دو)

$$\frac{5}{16} \quad (۴)$$

$$\frac{5}{12} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{16} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{12} \quad (۱)$$

دانش‌آموزان دو مدرسه A و B در یک آزمون شرکت کرده‌اند. ۵۰ درصد از دانش‌آموزان مدرسه A و x درصد از دانش‌آموزان مدرسه B در آزمون قبول شده‌اند. اگر تعداد دانش‌آموزان مدرسه A، $\frac{3}{5}$ تعداد دانش‌آموزان مدرسه B باشد و فردی به تصادف از قبول‌شدگان انتخاب شود، با احتمال $\frac{3}{7}$ این فرد از مدرسه A است. x کدام است؟

۶۰ (۴)

۴۰ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

قانون احتمال کل:

درس‌Box

فرض کنید B_1, B_2, \dots, B_n پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افزایش می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A، داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_n)P(A|B_n) = \sum_{k=1}^n P(B_k)P(A|B_k)$$

قانون بیز:

فرض کنید B_1, B_2, \dots, B_n پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افزایش می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A و هر $i \leq n$ داریم:

$$P(B_i|A) = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{P(A)}$$

در این جا مخرج را به کمک قانون احتمال کل به دست می‌آوریم.

گام اول: تعداد دانش‌آموزان مدرسه A، $\frac{3}{5}$ تعداد دانش‌آموزان مدرسه B است، پس $\frac{P(A)}{P(B)} = \frac{3}{5}$. از طرفی $P(A) + P(B) = 1$ و خواهیم داشت:

$$\frac{P(A)}{P(B)} = \frac{3}{5} \Rightarrow P(B) = \frac{5}{3}P(A)$$

$$P(A) + P(B) = 1 \xrightarrow{P(B) = \frac{5}{3}P(A)} P(A) + \frac{5}{3}P(A) = 1 \Rightarrow \frac{8}{3}P(A) = 1$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{3}{8} \xrightarrow{P(B) = \frac{5}{3}P(A)} P(B) = \frac{5}{8}$$

پس $P(B) = \frac{5}{8}$ و $P(A) = \frac{3}{8}$.

گام دوم: پیشامد قبولی را C در نظر می‌گیریم، احتمال این که فردی از قبول‌شدگان انتخاب شود و از مدرسه A باشد، برابر $\frac{3}{7}$ است، یعنی $P(A|C) = \frac{3}{7}$ ، پس:

$$P(A|C) = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{P(A)P(C|A)}{P(A)P(C|A) + P(B)P(C|B)} = \frac{3}{7}$$

گام سوم: حال احتمال‌ها را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{\frac{3}{8} \times \frac{50}{100}}{\frac{3}{8} \times \frac{50}{100} + \frac{5}{8} \times \frac{x}{100}} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{\frac{3}{16}}{\frac{3}{16} + \frac{x}{160}} = \frac{3}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{160 + x} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{3 \times 160}{160 + x} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{10}{30 + x} = \frac{1}{7}$$

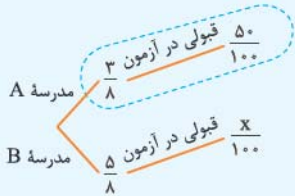
$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 70 = 30 + x \Rightarrow x = 40$$

پاسخ خیلی تشریحی

$$P = \frac{3 \times 50}{3 \times 50 + 5x} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{50}{150 + 5x} = \frac{1}{7}$$

$$\Rightarrow 150 + 5x = 350 \Rightarrow 5x = 200 \Rightarrow x = 40$$

بعد از گام اول از نمودار درختی استفاده می‌کنیم و احتمال شاخه مطلوب را بر احتمال شاخه‌های قبولی تقسیم می‌کنیم:



$$P(\text{قبولی دانش آموز مدرسه A بودن}) = \frac{\frac{3}{8} \times \frac{50}{100}}{\frac{3}{8} \times \frac{50}{100} + \frac{5}{8} \times \frac{x}{100}} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{\frac{3}{16}}{\frac{3}{16} + \frac{x}{160}} = \frac{3}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{16} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{3 \times 160}{16(30+x)} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{3}{30+x} = \frac{3}{7}$$

طرفین وسطین $\rightarrow 70 = 30 + x \Rightarrow x = 40$

دانش آموزان دو مدرسه A و B در یک آزمون شرکت کرده‌اند. ۶۰ درصد از دانش آموزان مدرسه A و ۷۰ درصد از دانش آموزان مدرسه B در آزمون قبول شده‌اند. اگر تعداد دانش آموزان مدرسه A، $\frac{3}{4}$ تعداد دانش آموزان مدرسه B باشد و فردی به تصادف از قبول شدگان انتخاب شود، با کدام احتمال این فرد از مدرسه A است؟

(سوال ۲۵ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ - نوبت اول)

$$\frac{3}{8} \quad (4)$$

$$\frac{5}{8} \quad (3)$$

$$\frac{7}{16} \quad (2)$$

$$\frac{9}{16} \quad (1)$$

در یک کیسه، ۹ توپ به شماره‌های ۱ تا ۹ وجود دارد. سه توپ را یکی یکی از کیسه خارج می‌کنیم. با چه احتمالی شماره‌های فقط دو تا از توپ‌های خارج شده، عدد اول است و این دو توپ پشت سر هم از کیسه خارج شده‌اند؟

$$\frac{5}{82} \text{ (۴)}$$

$$\frac{10}{21} \text{ (۳)}$$

$$\frac{5}{42} \text{ (۲)}$$

$$\frac{5}{21} \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۱



Hint

دو حالت می‌تونیم داشته باشیم، حالت اول این که شماره توپ‌های اول و دوم عدد اول باشد، حالت دوم این که شماره توپ‌های دوم و سوم عدد اول باشد. احتمال‌های این دو حالت رو با هم جمع کنیم.

گام اول: عددهای اول ۲، ۳، ۵، ۷ و عددهای غیراول ۱، ۴، ۶، ۸، ۹ هستند. می‌خواهیم دو عدد پشت هم اول باشند، حالت اول این است که دو توپ ابتدایی دارای شماره اول باشند و شماره توپ سوم غیراول باشد که احتمال آن برابر می‌شود با:

$$P(\text{توپ اول و دوم با شماره اول و توپ سوم با شماره غیراول}) = \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} \times \frac{5}{7}$$

توپ سوم توپ دوم توپ اول

گام دوم: حالت دوم این است که توپ اول با شماره غیراول و دو توپ بعدی با شماره اول باشند که احتمال آن برابر می‌شود با:

$$P(\text{توپ اول با شماره غیراول و توپ دوم و سوم با شماره اول}) = \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{3}{7}$$

توپ سوم توپ دوم توپ اول

گام سوم: احتمال مطلوب سؤال با جمع احتمال‌های قبلی به دست می‌آید:

$$\frac{4}{9} \times \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} + \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{60 + 60}{9 \times 8 \times 7} = \frac{120}{504} = \frac{5}{21}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۴۱ در مدار شکل زیر، ولت‌سنج آرمانی 12 V و آمپرسنج آرمانی 2 A را نشان می‌دهد. توان مصرفی در مقاومت R

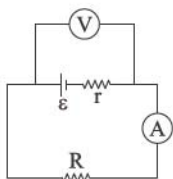
چند وات است؟

۶ (۱)

۱۸ (۲)

۲۴ (۳)

۴۸ (۴)



پاسخ: گزینه ۳

جریان عبوری از مقاومت و اختلاف پتانسیل دو سر آن را داریم، فقط کافی است داده‌ها را در رابطه $P = VI$ جای‌گذاری کنیم.

(۱) توان مصرفی در یک مصرف‌کننده از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$P = VI, \quad P = RI^2, \quad P = \frac{V^2}{R}$$

V : اختلاف پتانسیل دو سر مصرف‌کننده (V)

R : مقاومت الکتریکی مصرف‌کننده (Ω)

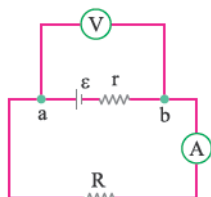
I : جریان الکتریکی عبوری از مصرف‌کننده (A)

(۲) آمپرسنج در مدار به صورت متوالی (سری) و ولت‌سنج به صورت موازی با اجزایی که می‌خواهیم اختلاف پتانسیل آن را محاسبه کنیم، بسته می‌شود.

با توجه به این که ولت‌سنج آرمانی اختلاف پتانسیل دو نقطه a و b را نشان می‌دهد، پس اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R هم برابر

با 12 V است؛ آمپرسنج آرمانی جریان عبوری از کل مدار را نشان می‌دهد، پس توان مصرفی در مقاومت را طبق رابطه $P = VI$

محاسبه می‌کنیم.



$$P = 12 \times 2 = 24\text{ W}$$

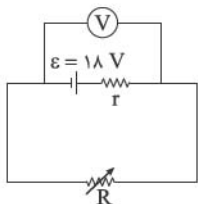
Hint

درس‌Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۴۲

در مدار شکل زیر، در حالت اول، مقاومت متغیر را روی مقدار $R_1 = \frac{r}{3}$ و در حالت دوم، روی مقدار $R_2 = 5r$ تنظیم می‌کنیم. اگر توان خروجی باتری در این دو حالت به ترتیب P_1 و P_2 باشد، حاصل $\frac{P_2}{P_1}$ کدام است؟



$$\frac{5}{8} \quad (1)$$

$$\frac{8}{5} \quad (2)$$

$$\frac{5}{2} \quad (3)$$

$$\frac{2}{5} \quad (4)$$

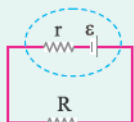
پاسخ: گزینه ۱

ابتدا جریان عبوری از مدار را در دو حالت برحسب I حساب کنید. سپس از این نکته استفاده کنید که توان خروجی باتری با توان مصرفی مقاومت خارجی برابر است.

Hint

در مدار روبه‌رو:

کتابخانه



$$I = \frac{\varepsilon}{r + R}$$

● جریان عبوری از مدار:

$$P = \varepsilon I - rI^2$$

● توان خروجی باتری:

توان خروجی باتری با توان مصرفی مقاومت خارجی (R) برابر است:

نکته

$$P_{\text{خروجی}} = P_R = RI^2$$

ابتدا در هر حالت جریان عبوری از مدار را برحسب I به دست می‌آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \begin{cases} I_1 = \frac{18}{\frac{r}{3} + r} = \frac{18}{\frac{4}{3}r} = \frac{12}{r} \\ I_2 = \frac{18}{5r + r} = \frac{18}{6r} = \frac{3}{r} \end{cases}$$

حال می‌دانیم توان خروجی باتری با توان مصرفی مقاومت خارجی برابر است. پس داریم:

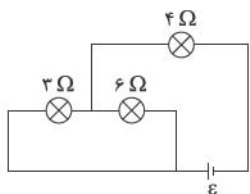
$$P_{\text{خروجی}} = P_R = RI^2 \begin{cases} P_1 = \left(\frac{r}{3}\right) \times \left(\frac{12}{r}\right)^2 = \frac{r}{3} \times \frac{144}{r^2} = \frac{48}{r} \\ P_2 = (5r) \times \left(\frac{3}{r}\right)^2 = 5r \times \frac{9}{r^2} = \frac{45}{r} \end{cases} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{45}{r}}{\frac{48}{r}} = \frac{45}{48} = \frac{5}{8}$$

اگر نسبت رو برعکس در نظر بگیرید، توی دام گزینه (۱) می‌افتی و اگر جریان رو اشتباهاً ثابت در نظر بگیری توی دام گزینه‌های (۳) و (۴) می‌افتی.

گول نخوری ✖

در مدار شکل زیر، توان مصرفی در لامپ ۳ اهمی برابر با ۲۷ W است. نیروی محرکه باتری آرمانی چند ولت است؟

۴۳



۱۸ (۱)

۲۴ (۲)

۲۷ (۳)

۳۰ (۴)

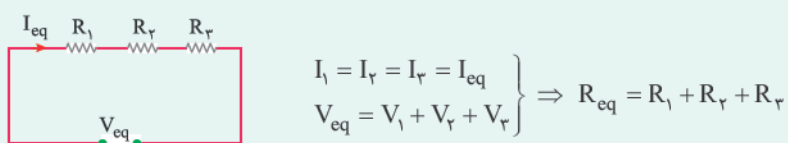
پاسخ: گزینه ۳

ابتدا جریان عبوری از هر مقاومت را محاسبه کنید، سپس با توجه به این که نیروی محرکه باتری برابر با مجموع اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های ۳ Ω و ۴ Ω است، ε را به دست آورید.

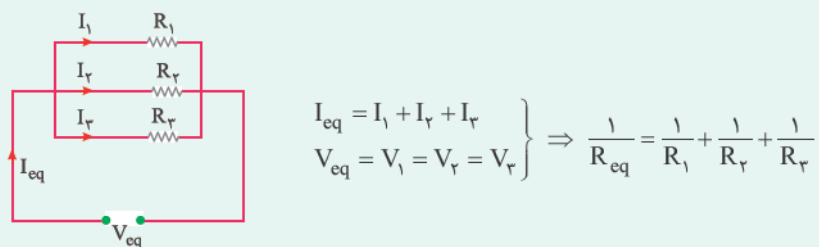
Hint

به هم بستن مقاومت‌ها:

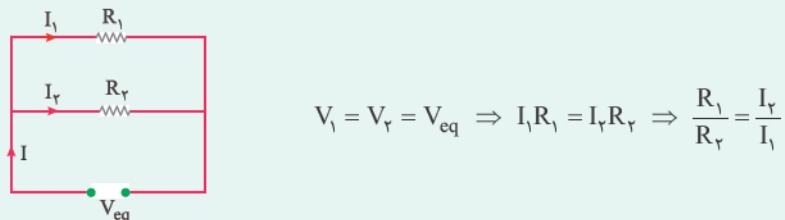
(۱) اتصال متوالی (سری): در این حالت مطابق شکل زیر جریان عبوری از تمام مقاومت‌ها یکسان است و داریم:



(۲) اتصال موازی: مطابق شکل در اتصال موازی، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها با هم برابر است، پس:



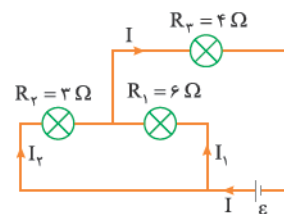
● با توجه به این که در مقاومت‌های موازی، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها با هم برابر است، داریم:



یعنی جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

گام اول: طبق رابطه $P = RI^2$ ، در مقاومت ۳ اهمی داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$P_2 = R_2 I_2^2 \Rightarrow 27 = 3 I_2^2 \Rightarrow I_2 = 3 \text{ A}$$

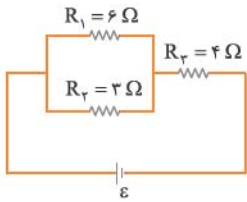
گام دوم: دو مقاومت ۳ اهمی و ۶ اهمی موازی هستند، پس:

$$V_2 = V_1 \Rightarrow R_2 I_2 = R_1 I_1 \Rightarrow 3 \times 3 = 6 I_1 \Rightarrow I_1 = 1/2 \text{ A}$$

طبق قاعده انشعاب در گره M داریم:

$$I = I_1 + I_2 = 1/2 + 3 = 4/2 \text{ A}$$

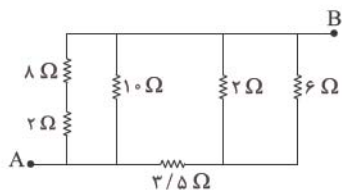
گام سوم: مدار را به شکل ساده‌تری رسم می‌کنیم:



همان‌طور که از مدار مشخص است، اختلاف پتانسیل در سه سر باتری آرمانی (ε) برابر با مجموع اختلاف پتانسیل $V_{1\gamma}$ و V_{γ} است، یعنی: (دقت کنید V_{γ} همان اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_{γ} یا R_1 است.)

$$\varepsilon = V_{1\gamma} + V_{\gamma} = I_{\gamma}R_{\gamma} + R_{\gamma}I = 3 \times 3 + 4 / 5 \times 4 = 9 + 18 = 27 \text{ V}$$

در مدار شکل زیر، مقاومت معادل بین دو نقطه A و B، چند اهم است؟ **۴۴**



(۱) $1/5$

(۲) $2/5$

(۳) ۴

(۴) ۵

پاسخ: گزینه ۲

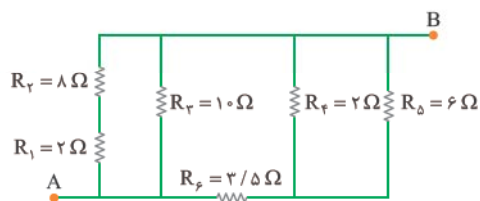
از سمت چپ مدار شروع کنید، مرحله به مرحله مقاومت‌های متوالی و موازی را مشخص کنید و مقاومت معادل بین هر دو نقطه را محاسبه کنید.



Hint

از سمت چپ شروع می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$\text{متوالی } R_2 \text{ و } R_1 : R_{1,2} = 8 + 2 = 10 \Omega$$

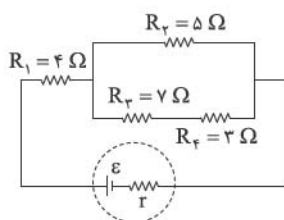
$$\text{موازی } R_3 \text{ و } R_{1,2} : R_{1,2,3} = \frac{10 \times 10}{10 + 10} = 5 \Omega$$

$$\text{موازی } R_5 \text{ و } R_4 : R_{4,5} = \frac{6 \times 2}{6 + 2} = 1/5 \Omega$$

$$\text{متوالی } R_6 \text{ و } R_{4,5} : R_{4,5,6} = 1/5 + 3/5 = 4/5 \Omega$$

$$\text{موازی } R_{1,2,3} \text{ و } R_{4,5,6} : R_{eq} = \frac{5 \times 4}{5 + 4} = 2/5 \Omega$$

۴۵ در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت R_1 چند برابر توان مصرفی مقاومت R_4 است؟



۳ (۱)

۴ (۲)

۶ (۳)

۱۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

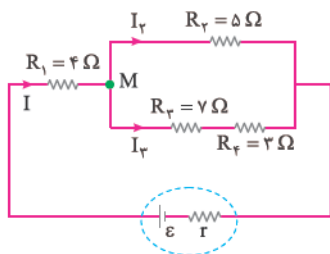


Hint

ابتدا نسبت جریان‌های عبوری از مقاومت‌های R_1 و R_4 را به کمک تسهیم جریان در مقاومت‌های موازی و قاعده انشعاب جریان در گره‌ها به دست آورید و سپس به کمک رابطه $P = RI^2$ به صورت نسبی، نسبت $\frac{P_1}{P_4}$ را محاسبه کنید.

گام اول: برای محاسبه نسبت توان مقاومت‌های R_1 و R_4 باید جریان عبوری از مقاومت‌ها را داشته باشیم، در شاخه بالایی مقاومت 5Ω و در شاخه پایینی مقاومت $10 \Omega (= 7 + 3)$ با هم موازی هستند، پس:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$R_3 I_3 = R_{2,4} I_4 \Rightarrow 5 I_3 = 10 I_4 \Rightarrow I_3 = 2 I_4 \quad (1)$$

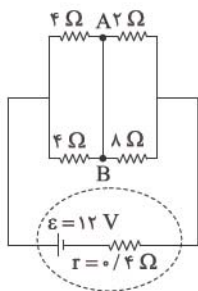
به کمک قاعده انشعاب در گره M داریم:

$$I = I_3 + I_4 \xrightarrow{(1)} I = 2 I_4 + I_4 = 3 I_4 \Rightarrow I_4 = \frac{I}{3}$$

گام دوم: خواسته سؤال، توان مصرفی مقاومت R_1 به توان مصرفی مقاومت R_4 است، به کمک رابطه $P = RI^2$ داریم:

$$\frac{P_1}{P_4} = \frac{R_1 I^2}{R_4 I_4^2} = \frac{4 \times I^2}{3 \times \left(\frac{I}{3}\right)^2} = \frac{4}{3 \times \frac{1}{9}} = 12$$

در مدار شکل زیر، جریان الکتریکی عبوری از سیم AB چند آمپر و در چه جهتی است؟



- (۱) از A به B، 0.6
 (۲) از B به A، 0.6
 (۳) از A به B، 0.9
 (۴) از B به A، 0.9

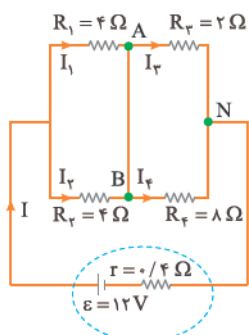
پاسخ: گزینه ۴

مقاومت معادل را محاسبه کنید تا به کمک آن، جریان عبوری از مدار را به دست آورید، سپس جریان عبوری از مقاومت‌های 4Ω و 2Ω را حساب کرده و در گره A جهت جریان بین A و B و مقدار آن را به دست آورید.

Hint

گام اول: مقاومت‌های R_1 و R_2 با هم و مقاومت‌های R_3 و R_4 با هم موازی هستند:

پاسخ خیلی تشریحی



$$\text{موازی } R_2 \text{ و } R_1 : R' = \frac{4 \times 2}{4 + 2} = 1.33 \Omega$$

$$\text{موازی } R_4 \text{ و } R_3 : R'' = \frac{2 \times 8}{2 + 8} = 1.6 \Omega$$

$$\text{متوالی } R'' \text{ و } R' : R_{eq} = 1.33 + 1.6 = 2.93 \Omega$$

گام دوم: جریان عبوری از مدار را حساب می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{12}{2.93 + 0.4} = 3.6 \text{ A}$$

گام سوم: دو مقاومت R_1 و R_2 با هم موازی و هم‌اندازه هستند، پس جریان 3.6 A به نسبت مساوی بین آن‌ها تقسیم می‌شود، یعنی:

$$I_1 = I_2 = 1.8 \text{ A}$$

دو مقاومت R_3 و R_4 هم موازی هستند، پس:

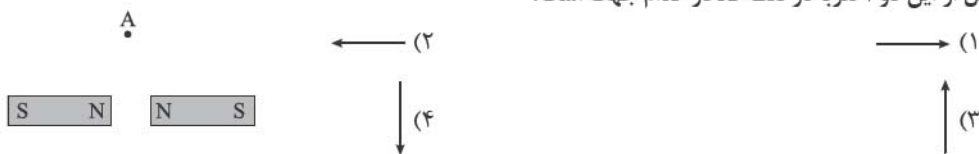
$$\frac{R_3}{R_4} = \frac{I_3}{I_4} \Rightarrow \frac{2}{8} = \frac{I_3}{I_4} \Rightarrow I_3 = 0.25 I_4$$

$$\text{قاعده انشعاب در گره N: } I = I_3 + I_4 \Rightarrow 3.6 = 0.25 I_4 + I_4 = 1.25 I_4 \Rightarrow I_4 = 2.88 \text{ A}, I_3 = 0.72 \text{ A}$$

جریان 2.88 A وارد می‌شود و جریان 0.72 A از آن خارج می‌شود، پس جریان $(2.88 - 0.72) = 2.16 \text{ A}$ باید به نقطه A

وارد شود، پس جریان در سیم AB، باید از B به A باشد.

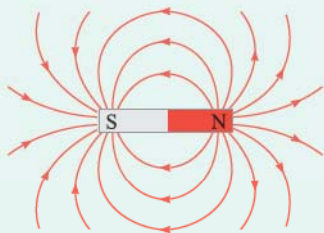
در شکل زیر، نقطه A روی عمود منصف خط واصل دو آهنربای میله‌ای مشابه قرار دارد. میدان مغناطیسی خالص حاصل از این دو آهنربا در نقطه A در کدام جهت است؟



پاسخ: گزینه ۲

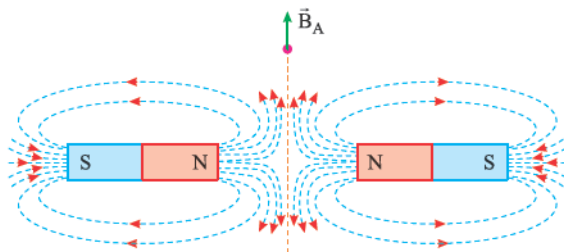
درسی Box

در بیرون آهنربا، خطوط میدان مغناطیسی از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شوند.



خطوط میدان مغناطیسی هر کدام از آهنرباها را رسم می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۴۸ کدام مورد درست است؟

- (۱) قطب‌های مغناطیسی زمین، بر قطب‌های جغرافیایی آن کاملاً منطبق هستند.
- (۲) شیب مغناطیسی در هر محل، زاویه‌ای است که عقربه مغناطیسی در آن محل با محور قائم بر زمین می‌سازد.
- (۳) خطوط میدان مغناطیسی ناشی از کره زمین در اطراف زمین از جنوب جغرافیایی شروع و به شمال جغرافیایی ختم می‌شود.
- (۴) جهت میدان مغناطیسی ناشی از کره زمین در طول میلیون‌ها سال همواره ثابت بوده است.

مشاوره عبارتهای این سؤال را از متن کتاب درسی آورده‌اند که یعنی از تمام مطالب کتاب تست مطرح می‌شود و باید متن کتاب درسی را دقیق بخوانید.

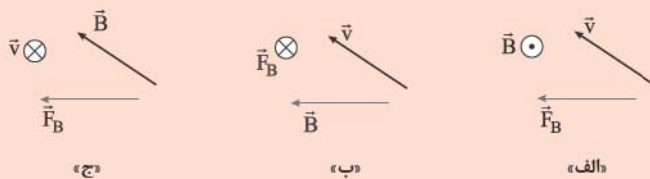
پاسخ: گزینه ۳

گزینه‌های نادرست را بررسی می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

- گزینه (۱): نادرست، قطب‌های مغناطیسی زمین، بر قطب‌های جغرافیایی آن منطبق نیستند، در واقع قطب‌های مغناطیسی و جغرافیایی زمین فاصله نسبتاً زیادی از یکدیگر دارند.
- گزینه (۲): نادرست، در بیشتر نقاط زمین، عقربه مغناطیسی به طور افقی قرار نمی‌گیرد و امتداد آن با سطح افقی زمین زاویه‌ای می‌سازد که به آن شیب مغناطیسی می‌گویند.
- گزینه (۴): نادرست، شواهد زمین‌شناختی نشان می‌دهند که جهت میدان مغناطیسی زمین در بازه‌های زمانی نامنظم از ده هزار تا یک میلیون سال به طور کامل وارون می‌شود.

در شکل‌های زیر، \vec{v} سرعت یک ذره با بار الکتریکی منفی، \vec{B} میدان مغناطیسی یکنواخت و \vec{F}_B نیروی مغناطیسی وارد بر آن ذره است. کدام شکل‌ها از نظر فیزیکی قابل قبول هستند؟ (بردارها، یا در این صفحه‌اند یا عمود بر صفحه).



(۱) فقط «الف»

(۲) فقط «ب»

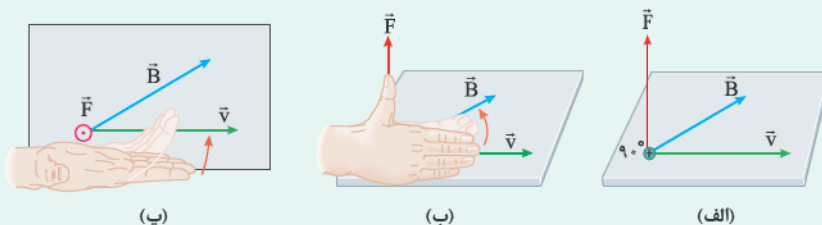
(۳) «الف» و «ج»

(۴) «ب» و «ج»

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار مثبت با استفاده از قاعده دست راست؛ اگر چهار انگشت دست راست را در جهت \vec{v} قرار دهیم به گونه‌ای که جهت خم شدن چهار انگشت در جهت \vec{B} باشد، انگشت شست جهت نیروی مغناطیسی را نشان می‌دهد.



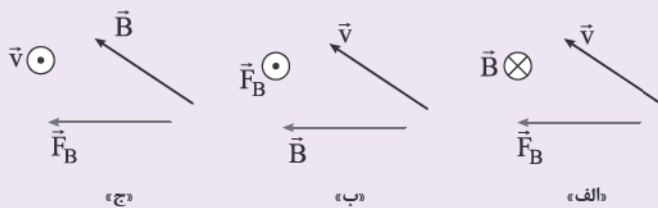
● اگر بار ذره منفی باشد، جهت نیروی مغناطیسی را برعکس می‌کنیم، در واقع برای ذره با بار منفی می‌توانیم از دست چپ استفاده کنیم.

با توجه به این که نیروی مغناطیسی همواره بر بردار سرعت و بردار میدان مغناطیسی عمود است، پس شکل‌های «الف» و «ج» قابل قبول نیستند. با بررسی شکل «ب» به کمک قاعده دست راست (البته با دست چپ با توجه به این که بار ذره منفی است)، درستی آن مشخص می‌شود. حواستان باشد که همواره \vec{F} هم بر \vec{v} و هم بر \vec{B} عمود است، اما زاویه بین \vec{v} و \vec{B} هر مقداری می‌تواند باشد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در شکل‌های زیر، \vec{v} سرعت یک ذره با بار الکتریکی مثبت، \vec{B} میدان مغناطیسی یکنواخت و \vec{F}_B نیروی مغناطیسی وارد بر آن ذره است. کدام شکل‌ها از نظر فیزیکی قابل قبول است؟ (بردارها یا در این صفحه‌اند یا عمود بر این صفحه).

(سؤال ۶۶ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ (ب.ج از کشور))



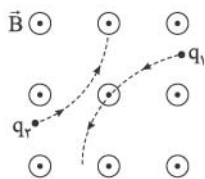
(۱) فقط «الف»

(۲) فقط «ب»

(۳) «الف» و «ج»

(۴) «ب» و «ج»

در شکل زیر، مسیر حرکت دو ذره با بارهای الکتریکی q_1 و q_2 که در میدان مغناطیسی یکنواخت و برون سوی \vec{B} پرتاب شده‌اند، نشان داده شده است. علامت بارهای q_1 و q_2 به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



(۱) مثبت، مثبت

(۲) منفی، منفی

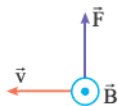
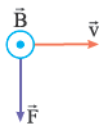
(۳) مثبت، منفی

(۴) منفی، مثبت

پاسخ: گزینه ۲

به کمک قاعده دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر هر ذره را پیدا کنید و با جهت انحراف ذره مقایسه کنید تا بار هر ذره مشخص شود.

جهت حرکت ذره در لحظه ورود به میدان مغناطیسی جهت \vec{v} را نشان می‌دهد، جهت میدان مغناطیسی (\vec{B}) را هم که داریم، پس به کمک قاعده دست راست جهت نیروی مغناطیسی را پیدا می‌کنیم. اگر با جهت نیروی وارد بر ذره (جهت انحراف ذره) منطبق بود، بار ذره مثبت است و اگر برعکس بود، بار ذره منفی است.

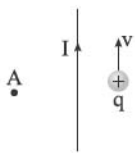
قاعده دست راست برای ذره q_1 :چون ذره q_1 به سمت پایین منحرف شده، پس جهت نیروی مغناطیسی، عکس قاعده دست راست است. $\Leftarrow q_1$ منفی است.قاعده دست راست برای ذره q_2 :چون ذره q_2 به سمت بالا منحرف شده، پس جهت نیروی مغناطیسی، عکس قاعده دست راست است. $\Leftarrow q_2$ منفی است.

مشاوره این سؤال مشابه یکی از تمرین‌های کتاب درسی است، حتماً تمام تمرین‌ها و مثال‌های کتاب را حل کنید.

Hint

پاسخ خیلی تشریحی

در شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی مثبت در نزدیکی یک سیم مستقیم و بلند حامل جریان I ، با تندی v به موازات سیم پرتاب می‌شود. به ترتیب، میدان مغناطیسی حاصل از سیم در نقطه A و نیروی مغناطیسی وارد بر ذره از طرف سیم در کدام جهت است؟



- (۱) $\leftarrow \cdot \otimes$
 (۲) $\rightarrow \cdot \otimes$
 (۳) $\leftarrow \cdot \odot$
 (۴) $\rightarrow \cdot \odot$

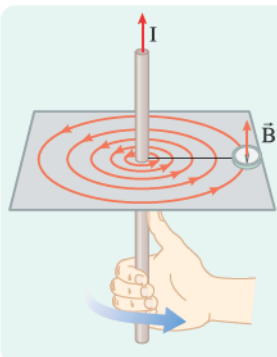
پاسخ: گزینه ۳



Hint

به کمک قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم مستقیم را در اطراف آن مشخص کنید، سپس با توجه به جهت میدان مغناطیسی در محل ذره و جهت سرعت \vec{v} ، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره از طرف سیم را مشخص کنید، سپس به کمک قانون سوم نیوتون، جهت نیروی مغناطیسی بر سیم را به دست آورید.

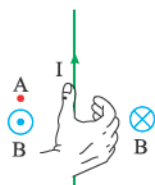
درسی Box



یک سیم حامل جریان الکتریکی در اطراف خود میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند که جهت این میدان به کمک قاعده دست راست مشخص می‌شود. به این صورت که اگر انگشت شست را در جهت جریان قرار دهیم، جهت خم شدن انگشتان دست راست، جهت میدان مغناطیسی اطراف سیم را نشان می‌دهد.

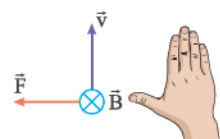
پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: به کمک قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم مستقیم را در نقطه A و در نقطه‌ای که ذره قرار گرفته، مشخص می‌کنیم:



مطابق شکل مشخص است که میدان مغناطیسی حاصل از سیم در نقطه A ، برون سو است.

گام دوم: جهت حرکت ذره (\vec{v}) و میدان مغناطیسی در محل ذره (\vec{B}) را داریم، جهت \vec{F} را به کمک قاعده دست راست پیدا می‌کنیم:



یک سیم راست حامل جریان 5 A در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی 400 G در راستایی قرار دارد که با جهت میدان زاویه 53° می‌سازد. بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر هر متر از این سیم چند میلی‌نیوتون است؟
($\sin 53^\circ = 0.8$)

۲۰۰ (۴)

۲۰ (۳)

۱۶۰ (۲)

۱۶ (۱)

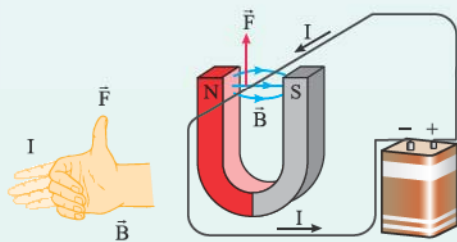
پاسخ: گزینه ۲

فقط کافی است داده‌ها را در رابطه $F = I\ell B \sin \theta$ جای گذاری کنید.

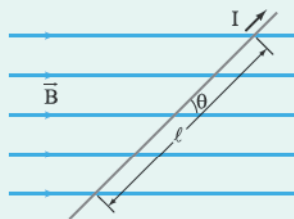
Hint

درس‌Box

اورستد با انجام آزمایش‌هایی نشان داد که میدان مغناطیسی بر سیم حامل جریان نیرو وارد می‌کند، این نیرو بر راستای سیم و بر راستای میدان مغناطیسی عمود است. جهت این نیروی مغناطیسی را می‌توان به کمک قاعده دست راست به صورت زیر تعیین کرد:



بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی یکنواخت به عامل‌های زیر مربوط است:



طول بخشی از سیم که در میدان مغناطیسی قرار دارد. (m)

$$F = I \ell B \sin \theta \rightarrow \text{زاویهای که امتداد سیم با خطوط میدان مغناطیسی می‌سازد.}$$

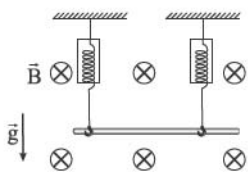
میدان مغناطیسی (T) جریان الکتریکی (A)

به کمک رابطه $F = I\ell B \sin \theta$ داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$F = I\ell B \sin \theta = 5 \times 1 \times 400 \times 10^{-4} \times \sin 53^\circ = 16 \times 10^{-2} \text{ N} \times 0.8 = 160 \text{ mN}$$

در شکل زیر، یک سیم فلزی توپر به چگالی 9 g/cm^3 ، حامل جریان 18 A در میدان مغناطیسی یکنواخت 200 G در راستای افقی قرار دارد. اگر مقداری که نیروسنج‌ها نشان می‌دهند، برابر صفر باشد، جریان عبوری از این سیم در کدام جهت است و مساحت مقطع این سیم چند میلی‌متر مربع است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



(۱) $4 \text{ ، } \rightarrow$

(۲) $40 \text{ ، } \rightarrow$

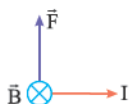
(۳) $4 \text{ ، } \leftarrow$

(۴) $40 \text{ ، } \leftarrow$

پاسخ: گزینه ۱

نیروسنج‌ها عدد صفر را نشان می‌دهند، یعنی نیروی وزن هم‌اندازه با نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان است و نیروها در خلاف جهت هم به سیم وارد می‌شوند تا اثر یکدیگر را خنثی کنند.

گام اول: با توجه به این که نیروسنج‌ها مقدار صفر را نشان می‌دهند، یعنی نیروی وزن با نیروی مغناطیسی وارد بر سیم برابر و در خلاف جهت هم هستند. نیروی وزن در جهت پایین به سیم وارد می‌شود، پس نیروی مغناطیسی به سمت بالا است، به کمک قاعده دست راست جهت جریان عبوری از سیم را تعیین می‌کنیم:



بنابراین جریان عبوری از سیم به سمت راست (\rightarrow) است.

گام دوم: از برابری نیروی وزن و نیروی مغناطیسی داریم:

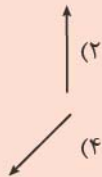
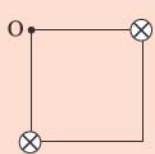
$$W = F \Rightarrow mg = IlB \sin \theta \xrightarrow{m=\rho V=\rho A \ell} \rho A \ell g = I \ell B \sin \theta$$

$$\Rightarrow A = \frac{IB \sin \theta}{\rho g} \xrightarrow{\substack{I=18 \text{ A}, B=200 \text{ G}=200 \times 10^{-4} \text{ T} \\ \theta=90^\circ, \rho=9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3}} \frac{18 \times 200 \times 10^{-4} \times \sin 90^\circ}{9 \times 10^3 \times 10} = 4 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \times 10^6 = 4 \text{ mm}^2$$

Hint

پاسخ خیلی تشریحی ✓

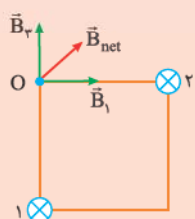
در شکل زیر، دو سیم راست، موازی و بسیار بلند، حامل جریان‌های مساوی و درون سو، در دو رأس یک مربع، عمود بر صفحه قرار دارند. میدان مغناطیسی خالص در نقطه O به کدام سو است؟



پاسخ: گزینه ۳

به کمک قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی ناشی از هر سیم را در نقطه O مشخص کنید و سپس جهت برآیند را به دست آورید.

Hint



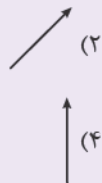
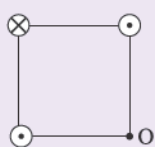
گام اول: به کمک قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی حاصل از هر سیم مستقیم را در نقطه O مشخص می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: از هر دو سیم جریان هم‌اندازه عبور می‌کند و چون فاصله نقطه O تا سیم‌های ۱ و ۲ برابر است، پس $B_2 = B_1$ است. به کمک قاعده دست راست جهت B_1 و B_2 را مشخص می‌کنیم. با توجه به شکل بالا واضح است که برآیند B_1 و B_2 در جهت \nearrow است.

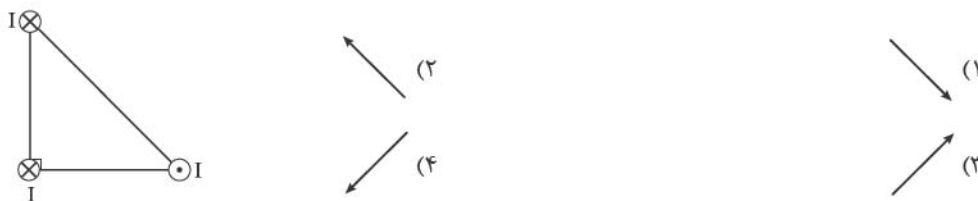
سه سیم راست موازی و بسیار بلند، حامل جریان‌های مساوی در سه رأس یک مربع قرار دارند. میدان مغناطیسی خالص در رأس چهارم (نقطه O) به کدام سو است؟

(سوال ۶۹ کنکور تهرپی ۱۳۰۳ - نوبت دوم)



کنکور

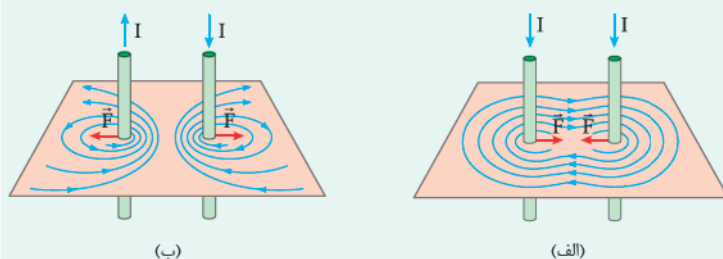
در شکل زیر، سه سیم راست، موازی و بسیار بلند حامل جریان‌های مساوی، در سه رأس یک مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین قرار دارند. نیروی مغناطیسی خالص وارد بر سیمی که در رأس قائم مثلث قرار دارد، در کدام جهت است؟



پاسخ: گزینه ۲

با توجه به جهت جریان‌ها دافعه یا جاذبه بودن نیروی بین سیم‌ها را مشخص کنید و سپس جهت برآیند بردارها را مشخص کنید.

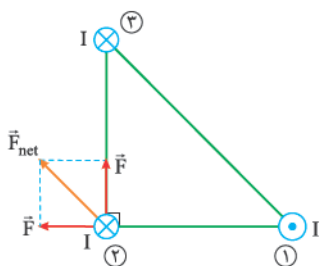
دو یا چند سیم حامل جریان به واسطه میدان مغناطیسی‌ای که اطراف خود ایجاد می‌کنند به هم نیرو وارد می‌کنند به طوری که اگر جریان‌ها در یک جهت از دو سیم موازی بگذرد، نیروی بین آن‌ها رپایشی (جاذبه) است و اگر جریان‌ها در دو جهت مخالف از دو سیم موازی بگذرد، نیروی بین آن‌ها رانشی (دافعه) است.



● بزرگی میدان مغناطیسی اطراف سیم راست، با فاصله از آن رابطه عکس و با اندازه جریان رابطه مستقیم دارد.

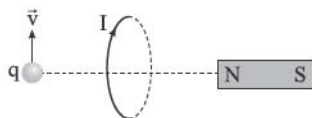
جهت جریان در سیم‌های (۱) و (۲) در خلاف جهت هم است، پس نیروی مغناطیسی بین این سیم‌ها رانشی است. جهت جریان در سیم‌های (۲) و (۳) هم‌سو است، پس نیروی مغناطیسی بین آن‌ها رپایشی است:

توجه کنید که چون اندازه جریان‌ها مساوی و فاصله سیم‌های (۱) و (۳) تا سیم (۲) یکسان است، پس نیروهایی هم‌اندازه به سیم (۲) وارد می‌کنند. در آخر جهت برآیند دو نیروی هم‌اندازه که به سیم (۲) وارد می‌شود را مشخص می‌کنیم.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

در شکل زیر، یک حلقه حامل جریان، عمود بر صفحه و در سمت راست آن، یک آهنربا قرار دارد. یک ذره باردار با بار الکتریکی منفی روی محور حلقه با سرعت \vec{v} در جهت نشان داده شده پرتاب می‌شود. به ترتیب نیروی مغناطیسی وارد بر آهنربا از طرف حلقه و نیروی مغناطیسی وارد بر ذره از طرف حلقه در کدام جهت است؟



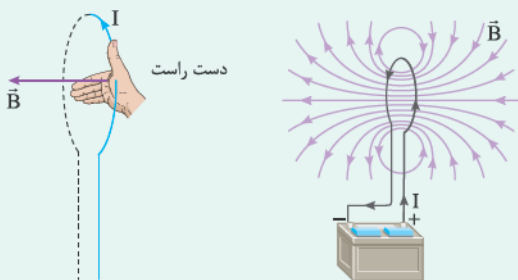
- (۱) \otimes ، \rightarrow
- (۲) \odot ، \rightarrow
- (۳) \otimes ، \leftarrow
- (۴) \odot ، \leftarrow

پاسخ: گزینه ۳

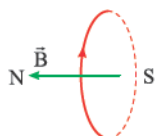
درس‌نویس Box

● میدان مغناطیسی ناشی از یک حلقه دایره‌ای حامل جریان:

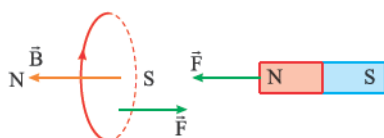
مطابق شکل در اطراف یک حلقه رسانای دایره‌ای شکل، میدان مغناطیسی ایجاد می‌شود. همان‌طور که می‌بینید، خط‌های میدان مغناطیسی در ناحیه داخل حلقه به یکدیگر نزدیک‌ترند؛ یعنی میدان در این ناحیه قوی‌تر است. افزون بر این، در نقطه‌های روی محور حلقه، میدان مغناطیسی موازی محور است. جهت خط‌های میدان مغناطیسی حلقه را می‌توان با قاعده دست راست مطابق شکل زیر نشان داد.



گام اول: جهت میدان مغناطیسی حلقه را به کمک قاعده دست راست مشخص می‌کنیم به این صورت که انگشت شست را در جهت جریان قرار می‌دهیم، جهت خم شدن چهار انگشت جهت میدان را مشخص می‌کند:

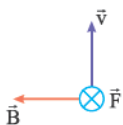


گام دوم: برای مشخص کردن جهت نیروی مغناطیسی وارد بر آهنربا، قطب‌هایی از آهنربا و حلقه که کنار هم قرار دارند را بررسی می‌کنیم:



چون قطب‌های ناهمنام کنار هم قرار دارند، پس یکدیگر را جذب کرده و نیروی مغناطیسی به سمت چپ (\leftarrow) از طرف حلقه به آهنربا وارد می‌شود.

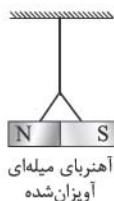
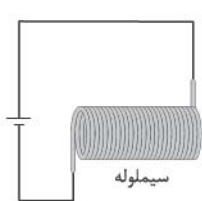
گام سوم: به کمک قاعده دست راست، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار از طرف حلقه را مشخص می‌کنیم و در آخر چون بار ذره منفی است، جهت آن را برعکس می‌کنیم (یا از دست چپ استفاده می‌کنیم):



اگر به منفی بودن بار ذره توجه نکنی، توی دام گزینه ۴ می‌افتی.

گول نخوری

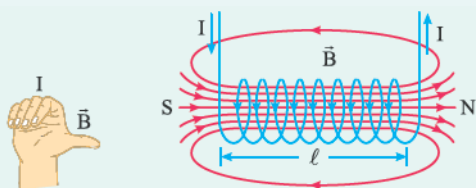
در شکل زیر، جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیملوله، در درون آن و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر آهنربای میله‌ای آویزان شده از طرف سیملوله، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



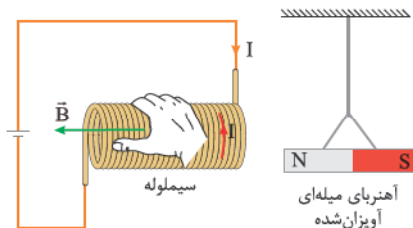
- (۱) \rightarrow ، \rightarrow
 (۲) \leftarrow ، \rightarrow
 (۳) \rightarrow ، \leftarrow
 (۴) \leftarrow ، \leftarrow

پاسخ: گزینه ۴

تعیین جهت میدان مغناطیسی در داخل سیملوله : به کمک قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی مشخص می‌شود. به این صورت که، اگر چهار انگشت دست راست را در جهت جریان قرار دهیم، انگشت شست جهت میدان درون سیملوله را نشان می‌دهد.



گام اول: جهت جریان در مدار در جهت قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیملوله به سمت چپ است.



گام دوم: با توجه به این که میدان مغناطیسی سیملوله به سمت چپ است (\leftarrow N S)، پس کنار قطب N آهنربا، قطب S سیملوله قرار دارد و باعث جذب آهنربا می‌شود، پس به آهنربا نیرویی به سمت چپ از طرف سیملوله وارد می‌شود.

درس‌Box

پاسخ خیلی تشریحی

جریان الکتریکی ۴ A از یک سیملوله آرمانی که دارای ۵۰ حلقه است، می‌گذرد. اگر بزرگی میدان مغناطیسی یکنواخت ایجادشده در درون سیملوله ۱۵۷ G باشد، طول سیملوله چند میلی‌متر است؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$)

۱۶۰ (۴)

۸۰ (۳)

۱۶ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

داده‌ها را در رابطه $B = \frac{\mu_0 NI}{L}$ جای‌گذاری کنید تا L به دست آید.



درس‌Box

اندازه میدان مغناطیسی درون سیملوله و دور از لبه‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L}$$

تعداد دورهای سیملوله \rightarrow ضریب تراوایی مغناطیسی $\left(\frac{T \cdot m}{A}\right)$

جریان الکتریکی (A) \rightarrow \leftarrow میدان مغناطیسی (T)

طول سیملوله (m)

فقط کافی است داده‌ها را با یکای SI در رابطه میدان مغناطیسی سیملوله قرار دهیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L} \Rightarrow L = \frac{\mu_0 NI}{B} = \frac{4 \times 10^{-7} \times 157 \times 50 \times 4}{1.57 \times 10^{-4}} = 16 \times 10^{-3} \text{ m} \times 10^3 = 16 \text{ mm}$$

جریان الکتریکی ۲/۵ A از سیملوله آرمانی به طول ۱۰ cm می‌گذرد. اگر میدان مغناطیسی ایجادشده در درون

سیملوله ۱۵۷ G باشد، تعداد حلقه‌های آن چه قدر است؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$)

(سؤال ۶۷ کنکور ریاضی ۱۳۰۴ - نوبت اول)

۲۵۰ (۴)

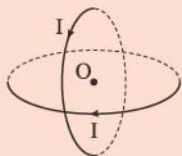
۵۰۰ (۳)

۱۰۰۰ (۲)

۱۵۰۰ (۱)

در شکل زیر، دو حلقه حامل جریان یکسان I که شعاع هر یک 30 cm است، عمود بر هم و عمود بر صفحه کاغذ قرار دارند. اگر بزرگی میدان مغناطیسی خالص در مرکز حلقه‌ها (نقطه O) برابر با $\frac{\sqrt{2}}{10} G$ باشد، جهت این میدان در

کدام جهت است و I برابر چند آمپر است؟ ($\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$)



پاسخ: گزینه ۱

درس Box

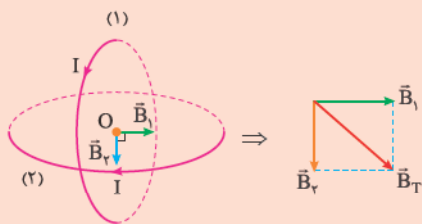
اندازه میدان مغناطیسی در مرکز یک حلقه حامل جریان I به شعاع R از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R}$$

تعداد دورهای حلقه ضرب تزاوایی مغناطیسی خالص $(\frac{T.m}{A})$ جریانی الکتریکی (A) شعاع حلقه (m)

گام اول: برای تعیین جهت میدان خالص در مرکز حلقه‌ها، میدان حاصل از هر کدام از حلقه‌ها را در نقطه O پیدا می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی



گام دوم: از آنجایی که شعاع‌ها و جریان عبوری از حلقه‌ها هم‌اندازه هستند، پس میدان‌های مغناطیسی \vec{B}_1 و \vec{B}_2 هم‌اندازه هستند، در نتیجه:

$$B_T = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} \quad \begin{matrix} B_1 = B_2 = B \\ B_T = \frac{\sqrt{2}}{10} G \end{matrix} \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{10} = \sqrt{2}B \Rightarrow B = \frac{1}{10} G \times 10^{-4} = 10^{-5} T$$

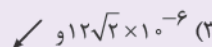
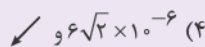
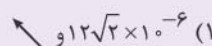
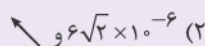
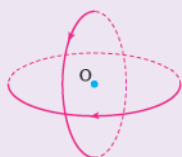
گام سوم: به کمک رابطه $B = \frac{\mu_0 NI}{2R}$ ، جریان عبوری از حلقه‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} \Rightarrow I = \frac{2RB}{\mu_0 N} = \frac{2 \times 10^{-5} / 12 \times 10^{-7} \times 1}{12 \times 10^{-7} \times 1} = 5 A$$

مطابق شکل زیر، دو حلقه با جریان یکسان $2 A$ که شعاع هر یک از آن‌ها 20 cm است، عمود بر هم و عمود بر این صفحه قرار دارند. بزرگی میدان مغناطیسی خالص در مرکز حلقه‌ها (نقطه O) چند تسلا و در چه جهتی است؟

$$(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T.m}{A})$$

(سؤال ۶۸ کنکور ریاضی ۱۴۰۲ (بخش از کشور))



۶۱ کدام مورد درست است؟

- (۱) معادله $\text{CO}_2(\text{s}) \rightarrow \text{CO}_2(\text{g})$ ، نشان‌دهنده یک واکنش شیمیایی گرماگیر بوده که نماد Q باید در سمت چپ معادله آن قرار گیرد.
- (۲) گاز NO_2 رنگی بوده و با قراردادن مخلوطی از گازهای NO_2 و N_2O_4 در ظرف آب و یخ، مخلوط گازی پُررنگ‌تر می‌شود.
- (۳) با توجه به واکنش $\text{H}_2(\text{g}) + 436 \text{ kJ} \rightarrow 2\text{H}(\text{g})$ ، برای شکستن پیوند در هر مولکول $\text{H}_2(\text{g})$ ، ۴۳۶ کیلوژول انرژی مصرف می‌شود.
- (۴) اگر برای تولید یک مول گاز اوزون در واکنش $2\text{O}_3(\text{g}) \rightleftharpoons 3\text{O}_2(\text{g})$ ، آنتالپی مواد واکنش‌دهنده به اندازه ۱۴۳ kJ افزایش یابد، آنتالپی واکنش برگشت برابر ۲۸۶ kJ خواهد بود.

پاسخ: گزینه ۴

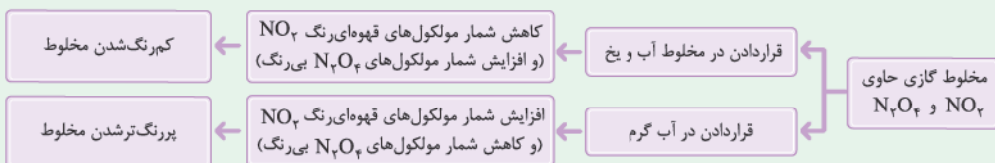
پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به آن که در این واکنش ۲ مول گاز O_3 تولید شده است، آنتالپی واکنش رفت برابر ۲۸۶ kJ + و بنابراین آنتالپی واکنش برگشت برابر ۲۸۶ kJ - خواهد بود.

بررسی گزینه‌های نادرست:

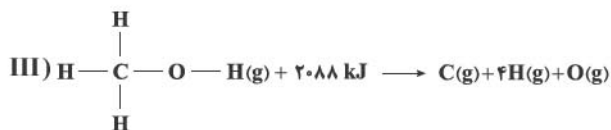
گزینه (۱): تصعید، یک فرایند فیزیکی بوده و واکنش شیمیایی محسوب نمی‌شود!

گزینه (۲): با قراردادن ظرف محتوی مخلوطی از گازهای NO_2 و N_2O_4 در ظرف آب و یخ این مخلوط گازی کم‌رنگ‌تر می‌شود، زیرا واکنش $\text{N}_2\text{O}_4(\text{g}) \rightarrow 2\text{NO}_2(\text{g})$ یک واکنش گرماگیر بوده و با قراردادن این مخلوط در آب گرم شدت رنگ افزایش می‌یابد.



گزینه (۳): مطابق واکنش داده‌شده، برای شکستن پیوند در هر مول $\text{H}_2(\text{g})$ مقدار ۴۳۶ کیلوژول انرژی مصرف می‌شود.

با توجه به معادله‌های زیر، میانگین آنتالپی پیوند C—O، چند کیلوژول بر مول است؟



۴۶۳ (۴)

۳۸۰ (۳)

۴۱۵ (۲)

۴۸۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

رابطه محاسبه ΔH یک واکنش گازی به کمک آنتالپی‌های پیوند به صورت زیر است:

$$\Delta H (\text{واکنش}) = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}]$$

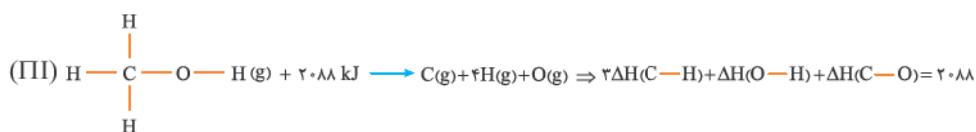
گام اول: از واکنش (I) مقدار میانگین آنتالپی پیوند O—H را حساب می‌کنیم:



گام دوم: از واکنش (II) مقدار میانگین آنتالپی پیوند C—H را حساب می‌کنیم:



گام سوم: با توجه به مقدار میانگین آنتالپی پیوند O—H و مقدار میانگین آنتالپی پیوند C—H، از واکنش (III) مقدار میانگین آنتالپی پیوند C—O را به دست می‌آوریم:



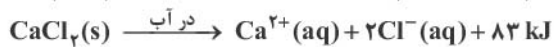
$$\Rightarrow 3(415) + 463 + \Delta H(\text{C}-\text{O}) = 2088 \Rightarrow \Delta H(\text{C}-\text{O}) = 380 \text{ kJ.mol}^{-1}$$



پاسخ خیلی تشریحی ✓

در طراحی بسته‌های کنترل دما (مانند کمپرس‌های سرد و گرم فوری)، از فرایندهای انحلال ترکیبات یونی در آب استفاده می‌شود. آمونیوم نیترات و کلسیم کلرید دو ترکیب پرکاربرد در این بسته‌ها هستند که آنتالپی انحلال آن‌ها

در آب به صورت زیر است: ($H = 1, N = 14, O = 16, Cl = 35.5, Ca = 40 : g.mol^{-1}$)



کدام موارد از مطالب زیر، نادرست است؟

الف) انحلال کلسیم کلرید، با تبدیل بخشی از انرژی پتانسیل شیمیایی به انرژی گرمایی، دمای محیط را افزایش می‌دهد.
ب) برای طراحی یک بسته سرمایشی یا اثربخشی دمایی مطلوب، آمونیوم نیترات، کارآمدتر از کلسیم کلرید عمل می‌کند.
پ) روند تغییر انحلال پذیری آمونیوم نیترات در آب نسبت به دما، مشابه انحلال پذیری اغلب نمک‌ها نیست.
ت) مقدار گرمای مبادله شده در انحلال ۱۱/۱ g کلسیم کلرید و ۲۴ g آمونیوم نیترات در مقادیر یکسان آب، برابر است.

(۱) «الف» - «ب»

(۲) «ب» - «ت»

(۳) «الف» - «پ»

(۴) «پ» - «ت»

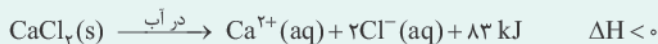
پاسخ: گزینه ۴

بسته‌های گرمازا و سرمازا:

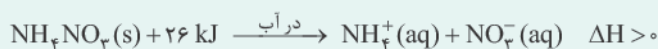
درسی Box

حل شدن (انحلال) برخی از ترکیب‌های یونی در آب گرماگیر و انحلال برخی دیگر از این ترکیب‌ها در آب گرماده است. اساس کار بسته‌های گرمازا و سرمازایی که ورزشکاران برای درمان آسیب دیدگی خود استفاده می‌کنند، انحلال یک حل‌شونده یونی (ترکیب یونی) در آب است. در واقع هر بسته، یک کیسه پلاستیکی است که درون آن بسته کوچکی آب همراه با مقدار معینی از یک جامد یونی وجود دارد. ضربه زدن یا فشار دادن کیسه پلاستیکی باعث پاره شدن بسته آب شده و جامد یونی در آن حل می‌شود؛ انحلالی که به سرعت باعث ردوبدل گرما با محیط می‌شود.

مثال انحلال کلسیم کلرید ($CaCl_2$) در آب گرماده است، به طوری که بر اثر انحلال ۱ مول از این ترکیب در آب، ۸۳ کیلوژول گرما آزاد می‌شود؛ در نتیجه بر اثر انحلال این نمک در آب، دمای محلول افزایش می‌یابد و گرما به سرعت به بدن ورزشکار منتقل می‌شود.



مثال انحلال آمونیوم نیترات (NH_4NO_3) در آب گرماگیر است؛ به طوری که برای انحلال ۱ مول از این ترکیب در آب، ۲۶ کیلوژول گرما باید جذب شود؛ در نتیجه بر اثر انحلال این نمک در آب، دمای محلول کاهش می‌یابد. به همین خاطر از آمونیوم نیترات در بسته‌های سرمازا استفاده می‌شود.



جمع بندی:

انحلال کلسیم کلرید در آب ← گرماده ← دمای بسته افزایش می‌یابد. ← بسته‌های گرمازا

انحلال آمونیوم نیترات در آب ← گرماگیر ← دمای بسته کاهش می‌یابد. ← بسته‌های سرمازا

پاسخ خیلی تشریحی ✓

عبارت‌های «پ» و «ت» نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) انحلال کلسیم کلرید در آب گرماده بوده و باعث افزایش دمای محلول می‌شود. دقت کنید که در همهٔ تبدیل‌های انرژی، فقط بخشی از انرژی شیمیایی ماده آزاد می‌شود.

ب) انحلال آمونیوم نیترات در آب گرماگیر بوده و باعث کاهش دمای محلول می‌شود، بنابراین برای تهیهٔ بسته‌های سرمازا مناسب است. پ) انحلال بیشتر نمک‌ها (مثل آمونیوم نیترات) گرماگیر است؛ وقتی دما بالا می‌رود، گرمای لازم راحت‌تر تأمین می‌شود و مقدار بیشتری نمک حل می‌شود، پس انحلال پذیری زیاد می‌شود.

ت) مقدار گرمای مبادله‌شده را محاسبه می‌کنیم:

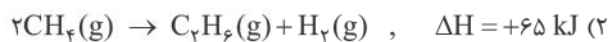
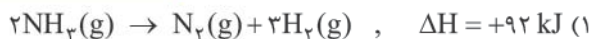
$$24 \text{ g NH}_4\text{NO}_3 \times \frac{1 \text{ mol NH}_4\text{NO}_3}{80 \text{ g NH}_4\text{NO}_3} \times \frac{26 \text{ kJ}}{1 \text{ mol NH}_4\text{NO}_3} = 7.8 \text{ kJ}$$

$$11.1 \text{ g CaCl}_2 \times \frac{1 \text{ mol CaCl}_2}{111 \text{ g CaCl}_2} \times \frac{83 \text{ kJ}}{1 \text{ mol CaCl}_2} = 8.3 \text{ kJ}$$

بنابراین مقدار گرمای مبادله‌شده از انحلال ۱۱/۱ g کلسیم کلرید و ۲۴ g آمونیوم نیترات در مقادیر یکسان آب برابر نیست.

در کدام واکنش ترموشیمیایی زیر، ΔH واکنش داده شده که به روش تجربی به دست آمده است، با مقدار ΔH محاسبه شده با استفاده از جدول (میانگین) آنتالپی پیوندها، تفاوت بیشتری دارد؟

یعنی مولکول‌هایی پیچیده‌تر هستند



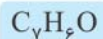
پاسخ: گزینه ۲

در چنین واکنش‌هایی هر چه مولکول‌های مواد شرکت‌کننده ساده‌تر باشند، آنتالپی واکنش محاسبه شده با داده‌های تجربی (ΔH داده شده) همخوانی بیشتری دارد. به دیگر سخن به کار بردن میانگین آنتالپی پیوندها برای تعیین ΔH واکنش‌های گازی با مولکول‌های پیچیده‌تر اغلب در مقایسه با داده‌های تجربی، تفاوتی آشکار را نشان می‌دهد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۶۵

کدام مورد نادرست است؟

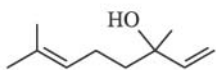


(۱) مجموع شمار اتمها در فرمول مولکولی بنزآلدهید، برابر ۱۴ است.

(۲) ترکیبی با ساختار روبه‌رو دارای گروه عاملی الکی بوده و رنگ قرمز برم مایع را از بین می‌برد.

(۳) برای ترکیبی با فرمول مولکولی $C_6H_{12}O$ ، می‌توان همپارهای الکی و آلدهیدی در نظر گرفت.

(۴) گرمای آزادشده در واکنش $C_3H_8(g) + 5O_2(g) \rightarrow 3CO_2(g) + 4H_2O(g)$ ، هم‌ارز با آنتالپی سوختن پروپان در دما و فشار اتاق است.



پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در واکنش مربوط به آنتالپی سوختن پروپان در دما و فشار اتاق، باید H_2O را به صورت مایع بنویسیم؛ $(H_2O(l))$ نه $(H_2O(g))$! بررسی سایر گزینه‌ها:

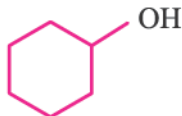
گزینه (۱): فرمول مولکولی بنزآلدهید به صورت C_7H_6O بوده و مجموع شمار اتم‌های آن برابر ۱۴ است.

گزینه (۲): ساختار داده‌شده، متعلق به ماده‌الی موجود در گشنیز ($C_{10}H_{18}O$) است. این ترکیب دارای گروه عاملی هیدروکسیل ($-OH$) بوده و الکل به حساب می‌آید. از آن‌جا که در ساختار این ترکیب پیوند دوگانه کربن - کربن وجود دارد، پس الکل سیرنشده هست! به همین دلیل می‌تواند با برم مایع واکنش بدهد و رنگ قرمز آن را از بین ببرد.

گزینه (۳): فرمول $C_6H_{12}O$ نسبت به آلکان سیرشده (C_6H_{14}) دو اتم هیدروژن کم‌تر دارد. یعنی در مولکول باید یک پیوند دوگانه یا یک حلقه یا یک گروه کربونیل ($C=O$) وجود داشته باشد؛ بنابراین امکان وجود ایزومرهای الکی و ایزومرهای آلدهیدی وجود دارد.

مثال

الکل حلقوی: حلقه ۶ کربنی + یک گروه OH



الکل زنجیری: زنجیر ۶ کربنی + یک پیوند دوگانه + یک گروه OH

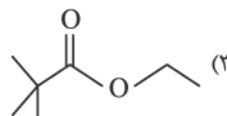
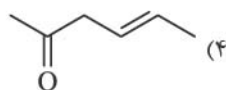
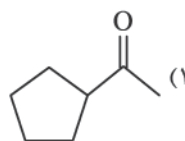
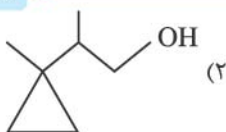


آلدهید زنجیری: زنجیر ۶ کربنی که انتهایش گروه CHO دارد.



با توجه به مطالب کتاب درسی، کدام مولکول با ترکیب عامل بوی میخک، ایزومر است؟

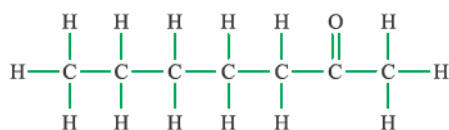
۲- هپتانون ($C_7H_{14}O$)



پاسخ: گزینه ۲

میخک دارای ترکیبی به نام ۲- هپتانون ($C_7H_{14}O$) است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۲- هپتانون

ایزومرها، ترکیب‌هایی با فرمول مولکولی یکسان ولی ساختار متفاوت‌اند.

۲- هپتانون ($C_7H_{14}O$) دارای یک اتم اکسیژن است (رد گزینه (۳)). هم‌چنین دارای ۷ اتم کربن در ساختار خود است (رد گزینه (۴)). گزینه (۴) شش کربنه است. بین گزینه‌های (۱) و (۲)، هر دو ترکیب دارای یک اتم اکسیژن و ۷ اتم کربن در ساختار خود هستند؛ بنابراین تعداد اتم‌های هیدروژن را می‌شماریم. برای این که با ۲- هپتانون ایزومر باشند، باید دارای ۱۴ اتم هیدروژن در ساختار خود باشند (رد گزینه (۱)). در گزینه (۱) ما ۱۲ تا هیدروژن داریم، چون هم یک حلقه و هم یک پیوند دوگانه داریم. ترکیب موجود در گزینه (۲) فرمول مولکولی یکسانی با ۲- هپتانون دارد و ایزومر الکلی آن محسوب می‌شود.

نسبت شمار اتم‌های کربن به هیدروژن در فرمول شیمیایی یک آلکین، با این نسبت در بنزن یکسان است. اگر از سوختن کامل ۱۰/۴ گرم از این آلکین در دمای 25°C ، 520 کیلوژول گرما آزاد شود، آنتالپی سوختن این آلکین چند کیلوژول بر مول است؟ ($H = 1, C = 12: \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)



$-1560 (2)$

$-1300 (1)$

$-1938 (4)$

$-2600 (3)$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

نسبت شمار اتم‌های کربن به هیدروژن در سرگروه هیدروکربن‌های آروماتیک یعنی مولکول بنزن (C_6H_6)، برابر یک می‌باشد؛ بنابراین طبق اطلاعات داده‌شده سؤال همین نسبت در آلکین مورد نظر برقرار است:

$$\text{C}_n\text{H}_{2n-2}: \text{آلکین مورد نظر} \Rightarrow \frac{n}{2n-2} = 1 \Rightarrow 2n - 2 = n \Rightarrow n = 2 \Rightarrow \text{آلکین مورد نظر } \text{C}_2\text{H}_2$$

با توجه به مقادیر داده‌شده سؤال، آنتالپی سوختن اتین (C_2H_2) را محاسبه می‌کنیم:

$$10/4 \text{ g C}_2\text{H}_2 \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_2}{26 \text{ g C}_2\text{H}_2} \times \frac{x \text{ kJ}}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_2} = 520 \text{ kJ} \Rightarrow \Delta H_{\text{سوختن}}(\text{C}_2\text{H}_2) = -1300 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$$

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{Q}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{10/4}{\text{C}_2\text{H}_2} = \frac{520}{1 \times 26} = \frac{520}{|\Delta H|} \Rightarrow |\Delta H| = \frac{26 \times 520}{10/4} = 1300 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$$

$$\Delta H = -1300 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1} \rightarrow \text{واکنش سوختن گرماده است.}$$

په چور دیگه

اگر آهنگ مصرف انرژی برای پیاده‌روی یک فرد 295 kcal.h^{-1} باشد، به منظور مصرف انرژی حاصل از 20 g بادام و

60 g سیب، این فرد باید حدود چند دقیقه پیاده‌روی کند؟ (ارزش سوختی بادام و سیب به ترتیب $24/35$ و $2/20$

کیلوژول بر گرم است. ، $1 \text{ cal} = 4/18 \text{ J}$)

۳۰ (۴)

۶۰ (۳)

۵۰ (۲)

۷۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

اول باید ببینیم این وعده غذایی چند ژول انرژی برای بدن فراهم می‌کند:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$(20 \text{ g بادام} \times \frac{24/35 \text{ kJ}}{1 \text{ g بادام}} + 60 \text{ g سیب} \times \frac{2/2 \text{ kJ}}{1 \text{ g سیب}}) = 487 + 132 = 619 \text{ kJ}$$

این فرد در هر ساعت پیاده‌روی، 295 kcal انرژی مصرف می‌کند؛ به این ترتیب خواهیم داشت:

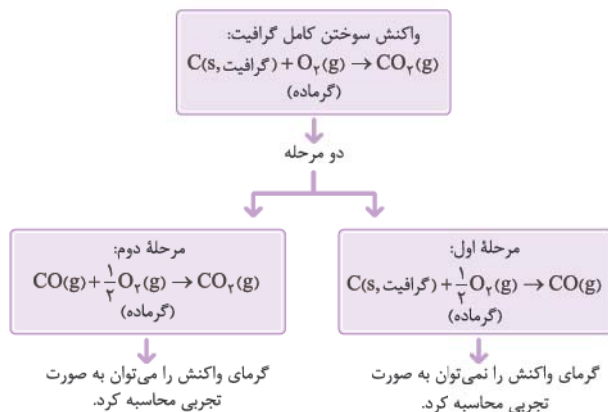
$$619 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ kcal}}{4/18 \text{ kJ}} \times \frac{1 \text{ h}}{295 \text{ kcal}} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \approx 30 \text{ min}$$

۶۹ آنتالپی کدام واکنش را می‌توان به روش تجربی اندازه‌گیری کرد؟

- ۱) تشکیل گاز متان از گرافیت و گاز هیدروژن
- ۲) تشکیل هیدروژن پراکسید از گازهای هیدروژن و اکسیژن
- ۳) تشکیل کربن دی‌اکسید از کربن مونوکسید و گاز اکسیژن
- ۴) تشکیل هیدرازین از گازهای نیتروژن و هیدروژن

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

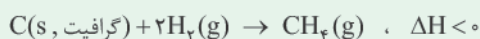


واکنش‌هایی که نمی‌توان ΔH آن‌ها را به روش تجربی اندازه‌گیری کرد:



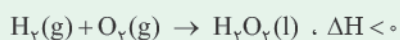
فبرها هاکلی از آن است که برخی از واکنش‌ها را نمی‌توان به سادگی در آزمایشگاه انجام داد. به عبارت دیگر ΔH آن‌ها را نمی‌توان به روش تجربی اندازه‌گیری کرد. کتاب درسی ۴ تا از این واکنش‌ها رو براتون آورده که شما باید بلدشون باشید!

۱) واکنش تهیه گاز متان از گرافیت و گاز هیدروژن:



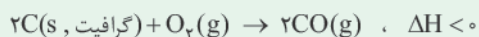
توجه تأمین شرایط بهینه برای انجام این واکنش بسیار دشوار و پرهزینه است؛ بنابراین گاز متان را نمی‌توان به طور مستقیم از واکنش گرافیت و گاز هیدروژن در آزمایشگاه به دست آورد و برای تعیین ΔH این واکنش باید از واکنش‌های دیگر و قانون هس کمک گرفت.

۲) واکنش تهیه هیدروژن پراکسید (H_2O_2) از گازهای هیدروژن و اکسیژن:

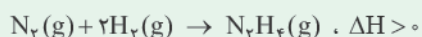


توجه نام تجاری هیدروژن پراکسید (H_2O_2)، آب‌اکسیژنه است. تهیه این ماده از واکنش مستقیم گازهای هیدروژن و اکسیژن در آزمایشگاه امکان‌پذیر نیست، زیرا از واکنش مستقیم این مواد، آب تولید می‌شود که از هیدروژن پراکسید پایدارتر است.

۳) واکنش سوختن ناقص گرافیت و تولید کربن مونوکسید:



۴) واکنش تولید هیدرازین (N_2H_4) از گازهای نیتروژن و هیدروژن:



۷۰ از سوختن کامل ۱ مول گرافیت و ۱ مول گاز هیدروژن در دمای 25°C به ترتیب $393/5$ و 286 کیلوژول گرما آزاد می‌شود. اگر ارزش سوختی متان برابر $55/5 \text{ kJ.g}^{-1}$ باشد، ΔH واکنش زیر برحسب کیلوژول کدام است؟
($H = 1, C = 12: \text{g.mol}^{-1}$)



$$-75/5 (2)$$

$$208/5 (1)$$

$$-77/5 (4)$$

$$316 (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

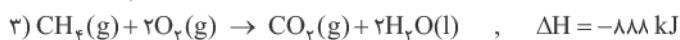
ابتدا با توجه به ارزش سوختی متان، آنتالپی سوختن متان را به دست می‌آوریم و بعد با توجه به واکنش و آنتالپی سوختن گرافیت، هیدروژن و متان، سؤال را تبدیل به سؤال قانون هس می‌کنیم تا ΔH واکنش (II) را محاسبه کنیم.

آنتالپی سوختن متان برابر است با:

جرم مولی \times ارزش سوختی = آنتالپی سوختن \rightarrow طرفین وسطین! \rightarrow آنتالپی سوختن = $\frac{\text{آنتالپی سوختن}}{\text{جرم مولی}}$ ارزش سوختی

$$\Rightarrow |\Delta H_{\text{سوختن}}(\text{CH}_4)| = -888 \text{ kJ.mol}^{-1} \rightarrow \Delta H_{\text{سوختن}} \text{ گرافیت} = 55/5 \times 16 = 888 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

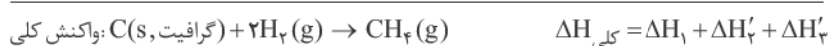
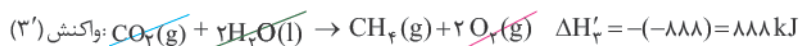
با توجه به واکنش‌های زیر، آنتالپی واکنش $\text{C(s, گرافیت)} + 2\text{H}_2(\text{g}) \rightarrow \text{CH}_4(\text{g})$ را حساب می‌کنیم:



در واکنش اصلی، (گرافیت، C(s)) در سمت چپ معادله واکنش قرار دارد، لذا روش ΔH این (گرافیت، C(s)) عیناً در سمت چپ واکنش (۱) هم هست؛ پس به معادله واکنش (۱) دست نمی‌زنیم.

در واکنش اصلی، $2\text{H}_2(\text{g})$ در سمت چپ معادله واکنش قرار دارد. در حالی که در سمت چپ معادله واکنش (۲) ضریب H_2 برابر ۱ است، پس باید ضرایب واکنش (۲) را در عدد ۲ ضرب کنیم.

و در آخر! در سمت راست معادله واکنش اصلی، $\text{CH}_4(\text{g})$ وجود دارد؛ پس باید معادله واکنش (۳) را وارونه کنیم. به این ترتیب خواهیم داشت:



$$\Delta H_{\text{کلی}} = -393/5 + (-572) + 888 = -77/5 \text{ kJ}$$

رابطه محاسبه ΔH یک واکنش به کمک آنتالپی‌های سوختن:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{مجموع آنتالپی سوختن فرآورده‌ها}] - [\text{مجموع آنتالپی سوختن واکنش‌دهنده‌ها}]$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} (\text{II}) = [\Delta H_{\text{سوختن}}(\text{CH}_4)] - [\Delta H_{\text{سوختن}}(\text{H}_2) + 2\Delta H_{\text{سوختن}}(\text{C(گرافیت)})]$$

$$= -888 - (-393/5 - 2 \times (-286)) = -77/5 \text{ kJ}$$

په‌چور دیگه

در جدول زیر علت تغییرات سرعت واکنش برای چند آزمایش آورده شده است. در کدام موارد از ردیف‌های جدول، علت تغییر سرعت به درستی معرفی شده است؟

| ردیف | شرح آزمایش | علت تغییرات سرعت |
|------|--|----------------------|
| الف | فلزهای سدیم و پتاسیم با آب سرد واکنش می‌دهند، اما سرعت انجام واکنش‌ها با یکدیگر متفاوت است. | ماهیت واکنش‌دهنده‌ها |
| ب | قند آغشته به خاک باغچه آسان‌تر می‌سوزد. | دما |
| پ | محلول آب اکسیژنه در دمای اتاق به کندی تجزیه می‌شود، اما پتاسیم یدید سرعت واکنش را بسیار زیاد می‌کند. | کاتالیزگر |
| ت | بیمارانی که مشکلات تنفسی دارند، در شرایط اضطراری از کپسول اکسیژن خالص استفاده می‌کنند. | غلظت |

(۱) الف - پ - ت

(۲) الف - ب - ت

(۳) الف - پ

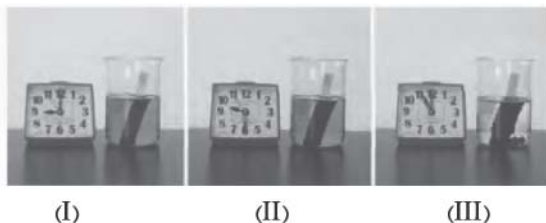
(۴) الف - ب - پ

پاسخ: گزینه ۱

فقط مورد «ب» نادرست است. در سوختن قند، خاک باغچه نقش کاتالیزگر را دارد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به شکل‌های زیر که مربوط به پیشرفت واکنش مقدار کافی فلز روی با محلول مس (II) سولفات است، کدام مورد نادرست است؟



(۱) انجام پذیر بودن واکنش نشان می‌دهد که واکنش‌پذیری Zn از Cu بیشتر است.

(۲) با انجام واکنش، غلظت مولی یون سولفات ثابت باقی می‌ماند.

(۳) آهنگ انجام واکنش در بازه زمانی (I) تا (II)، کم‌تر از آهنگ انجام واکنش در بازه زمانی (II) تا (III) است.

(۴) اگر به جای فلز روی از تیغه آهنی استفاده شود، سرعت اولیه واکنش کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

به تدریج و با گذشت زمان، سرعت واکنش‌های شیمیایی کاهش می‌یابد؛ در نتیجه سرعت واکنش در بازه زمانی (I) تا (II) بیشتر از سرعت واکنش در بازه زمانی (II) تا (III) است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): در این واکنش، فلز روی جایگزین مس در ترکیب شده است؛ بنابراین روی واکنش‌پذیری بیشتری نسبت به مس دارد.
گزینه (۲): با انجام واکنش، یون‌های Cu^{2+} مصرف و یون‌های Zn^{2+} تولید می‌شوند؛ بنابراین با گذشت زمان غلظت Cu^{2+} کاهش و غلظت Zn^{2+} افزایش می‌یابد. یون‌های سولفات (SO_4^{2-}) در این واکنش نقش یون ناظر یا تماشاچی را دارند و غلظت آن‌ها تغییری نمی‌کند.

گزینه (۴): روی نسبت به آهن فعال‌تر و واکنش‌پذیرتر است، به همین دلیل وقتی آهن جایگزین شود، سرعت واکنش کاهش می‌یابد.

۷۳ کدام مورد نادرست است؟

- (۱) در یک واکنش موازنه شده، اگر ضرایب استوکیومتری مواد شرکت کننده یکسان نباشد، سرعت متوسط تولید یا مصرف آن‌ها متفاوت خواهد بود.
- (۲) در واکنش $2SO_2 + O_2 \rightarrow 2SO_3$ ، با گذشت زمان، سرعت متوسط مصرف SO_2 کاهش و سرعت متوسط تولید SO_3 افزایش می‌یابد.
- (۳) سینتیک شیمیایی، شاخه‌ای از علم شیمی است که چگونگی کنترل سرعت واکنش‌های شیمیایی را بررسی می‌کند.
- (۴) برای مواد گازی یا محلول شرکت کننده در یک واکنش، سرعت متوسط تولید یا مصرف را می‌توان برحسب $\text{mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$ اندازه‌گیری کرد.

پاسخ: گزینه ۲

به طور معمول در آغاز یک واکنش که غلظت واکنش دهنده‌ها زیاد است، سرعت واکنش نیز بیشتر است؛ اما با گذشت زمان، واکنش دهنده‌ها مصرف شده و با کاهش غلظت آن‌ها، سرعت واکنش کم می‌شود تا در نهایت به صفر برسد. سرعت واکنش بیانگر سرعت مصرف واکنش دهنده‌ها یا سرعت تولید فراورده‌ها است که هر دو با گذشت زمان کاهش می‌یابند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): سرعت متوسط تولید یا مصرف مواد در یک واکنش با ضرایب استوکیومتری آن‌ها متناسب است؛ در نتیجه ماده‌ای که دارای بیشترین ضریب در واکنش است، سرعت متوسط تولید یا مصرف بیشتری نسبت به سایر مواد دارد. همچنین اگر ضریب استوکیومتری دو ماده در یک واکنش با هم برابر باشد، سرعت متوسط تولید یا مصرف آن‌ها با هم برابر است.

گزینه (۳): درست!



شرایط و چگونگی انجام واکنش شیمیایی

سینتیک شیمیایی

بررسی عوامل مؤثر بر سرعت واکنش‌های شیمیایی؛ به بیان دیگر بررسی چگونگی کنترل سرعت واکنش‌های شیمیایی و روش‌های افزایش یا کاهش سرعت (یا حتی توقف) آن‌ها.

گزینه (۴): در مورد گازها و محلول‌ها، می‌توان سرعت را برحسب تغییرات غلظت مولی آن‌ها در واحد زمان بیان کرد. در این حالت یکای سرعت را می‌توان برحسب $\text{mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$ (مولار بر ثانیه)، $\text{mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$ (مولار بر دقیقه) و ... بیان کرد. در مورد مواد جامد (s) و مایع (l) خالص، هرگز نمی‌توان سرعت را برحسب تغییرات غلظت مولی بیان کرد؛ زیرا غلظت مواد جامد و مایع همواره عدد ثابتی است.

۷۴ کدام مورد نادرست است؟

- (۱) آشناترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها، اتانویک اسید با فرمول مولکولی $C_2H_4O_2$ است.
- (۲) هندوانه و گوجه‌فرنگی محتوی آلکنی به نام لیکوپن بوده که فعالیت رادیکال‌ها را کاهش می‌دهد.
- (۳) بنزوئیک اسید نوعی نگهدارنده است و سرعت واکنش‌های شیمیایی را که منجر به فساد مواد غذایی می‌شوند، کاهش می‌دهد.
- (۴) با برش خوردن یک زغال مکعبی از وسط یک ضلع، حجم کل تغییری نکرده، اما سطح تماس افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

هندوانه و گوجه‌فرنگی محتوی لیکوپن بوده که فعالیت رادیکال‌ها را کاهش می‌دهد، ولی آلکن‌ها در ساختار خود یک پیوند دوگانه کربن - کربن دارند در حالی که لیکوپن در ساختار خود تا ۱۳ پیوند دوگانه کربن - کربن دارد و آلکن محسوب نمی‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): آشناترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها، اتانویک اسید (استیک اسید) با فرمول $(C_2H_4O_2)CH_2COOH$ است. گزینه (۳): نگه‌دارنده‌ها، سرعت واکنش‌های شیمیایی را که منجر به فساد مواد غذایی می‌شوند، کاهش می‌دهند. یکی از این مواد، بنزوئیک اسید است که در تمشک و توت‌فرنگی وجود دارد.

گزینه (۴): فرض کنید یک تکه زغال چوب به شکل مکعب با طول ضلع 2 cm داریم، حجم و مساحت این مکعب به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$6a^2 = 24\text{ cm}^2 = \text{مساحت مکعب} \quad a^3 = 8\text{ cm}^3 = \text{حجم مکعب}$$

حالا اگر این مکعب از وسط یک ضلع برش بخورد و به دو مکعب‌مستطیل تبدیل شود، حجم و مساحت دو مکعب‌مستطیل به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$8\text{ cm}^3 = \text{حجم دو مکعب‌مستطیل} \Rightarrow a \times b \times c = 4\text{ cm}^3 = \text{حجم یک مکعب‌مستطیل}$$

$$32\text{ cm}^2 = \text{مساحت دو مکعب‌مستطیل} \Rightarrow 2(ab + ac + bc) = 16\text{ cm}^2 = \text{مساحت مکعب‌مستطیل}$$

دیدید که با برش زدن مکعب، حجم کل آن تغییری نمی‌کند، ولی مساحت یا سطح تماس افزایش می‌یابد.

۷۵ با توجه به داده‌های جدول زیر برای واکنش $2\text{NOBr}(g) \rightarrow 2\text{NO}(g) + \text{Br}_2(g)$ ، سرعت واکنش در ۱۰ ثانیه سوم، چند مول بر ثانیه است؟ (حجم ظرف را ۰/۵ لیتر در نظر بگیرید.)

| زمان (ثانیه) | ۰ | ۱۰ | ۲۰ | ۳۰ | ۴۰ |
|--|--------|--------|--------|--------|--------|
| غلظت $[\text{NOBr}]$ ($\frac{\text{mol}}{\text{L}}$) | ۰/۰۴۰۰ | ۰/۰۳۰۳ | ۰/۰۲۴۴ | ۰/۰۲۰۴ | ۰/۰۱۷۵ |

$$2 \times 10^{-4} \quad (2)$$

$$1 \times 10^{-4} \quad (1)$$

$$8 \times 10^{-4} \quad (4)$$

$$4 \times 10^{-4} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓ منظور از ده ثانیه سوم یک واکنش، همان بازه زمانی ۲۰ تا ۳۰ ثانیه است. سرعت متوسط NOBr در ده ثانیه سوم بر حسب $\text{mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$ برابر است با:

$$\bar{R}(\text{NOBr}) = \frac{|\Delta[\text{NOBr}]|}{\Delta t} = \frac{|0/0204 - 0/0244|}{10} = 4 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$$

هواستون باشد! که سرعت بر حسب غلظت را به سرعت بر حسب مول تبدیل کنید.

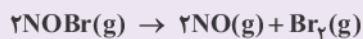
$$\bar{R}(\text{NOBr}) = 4 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1} \times 0/5 \text{ L} = 2 \times 10^{-4} \text{ mol.s}^{-1}$$

و در آخر:

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{\bar{R}(\text{NOBr})}{\text{ضریب استوکیومتری NOBr}} = \frac{2 \times 10^{-4}}{2} = 10^{-4} \text{ mol.s}^{-1}$$

جدول زیر غلظت NOBr را در زمان‌های مختلف در واکنش تجزیه آن نشان می‌دهد.

(سؤال ۱۳ - امتحان نوبتی فروردین ۱۴۰۳)



| زمان (s) | ۰ | ۲ | ۴ | ۸ |
|--|------|-------|-------|-------|
| $[\text{NOBr}]$ mol.L^{-1} | ۰/۰۱ | ۰/۰۰۷ | ۰/۰۰۵ | ۰/۰۰۴ |

سرعت واکنش را در بازه زمانی ۲ تا ۸ ثانیه بر حسب $\text{mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$ محاسبه کنید.

با توجه به جدول زیر که مربوط به واکنش جرم مشخصی از پودر کلسیم کربنات با مقدار کافی محلول هیدروکلریک اسید در ظرفی دریا در دما و فشار اتاق است، پاسخ درست پرسش‌ها در کدام گزینه آمده است؟



| | | | |
|-------|-------|---|------------------------|
| ۴۰ | ۲۰ | ۰ | زمان (ثانیه) |
| ۰/۰۲۸ | ۰/۰۱۵ | ۰ | شمار مول CO_2 |

الف) سرعت متوسط تولید گاز در بازه ۰ تا ۲۰ ثانیه، چند مول بر دقیقه است؟

ب) اگر با تغییر شرایط واکنش در بازه زمانی ۰ تا ۴۰ ثانیه، سرعت متوسط مصرف HCl برابر 9×10^{-4} مول بر ثانیه شود، کدام عامل بر واکنش تأثیر گذاشته است؟

(۱) - افزایش دمای مخلوط واکنش

(۲) - استفاده از تکه‌های کلسیم کربنات به جای پودر با جرم برابر با مقدار اولیه

(۳) - استفاده از تکه‌های کلسیم کربنات به جای پودر با جرم برابر با مقدار اولیه

(۴) - افزایش دمای مخلوط واکنش

پاسخ: گزینه ۳

بررسی موارد:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

الف) سرعت متوسط تولید CO_2 برابر است با:

$$\Delta t = 20 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = \frac{1}{3} \text{ min}$$

$$\bar{R}(\text{CO}_2) = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{0/015 \text{ mol}}{\frac{1}{3} \text{ min}} = 0/045 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

ب) ابتدا سرعت متوسط مصرف‌شده HCl را قبل از تغییر شرایط محاسبه می‌کنیم. با توجه به ضرایب استوکیومتری مواد در این واکنش، تعداد مول مصرف‌شده از HCl برابر است با:



$$0/028 \text{ mol CO}_2 \times \frac{2 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol CO}_2} = 0/056 \text{ mol HCl}$$

سرعت متوسط مصرف HCl در بازه ۰ تا ۴۰ ثانیه برحسب $\text{mol} \cdot \text{s}^{-1}$ برابر است با:

$$\bar{R}(\text{HCl}) = \frac{|\Delta n|}{\Delta t} = \frac{0/056}{40} = 14 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$$

اول سرعت متوسط تولید CO_2 در بازه ۰ تا ۴۰ ثانیه را به دست می‌آوریم:

$$\bar{R}(\text{CO}_2) = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{0/028 \text{ mol}}{40} = 7 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$$

برای واکنش به فرم $aA + bB \rightarrow cC + dD$ می‌توان نوشت:

$$\bar{R}_{(\text{واکنش})} = \frac{\bar{R}(A)}{a} = \frac{\bar{R}(B)}{b} = \frac{\bar{R}(C)}{c} = \frac{\bar{R}(D)}{d}$$

$$\frac{\bar{R}(\text{CO}_2)}{1} = \frac{\bar{R}(\text{HCl})}{2} \Rightarrow \frac{7 \times 10^{-4}}{1} = \frac{\bar{R}(\text{HCl})}{2} \Rightarrow \bar{R}(\text{HCl}) = 14 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$$

مشاهده! سرعت متوسط مصرف HCl با تغییر شرایط کاهش پیدا کرده است.

با خرد کردن مواد جامد می‌توانیم سطح تماس و در نتیجه سرعت واکنش را افزایش دهیم؛ بنابراین استفاده از تکه‌های کلسیم کربنات به جای پودر، سرعت واکنش را کاهش می‌دهد.

یہ چور دیکھو

واکنش جرم مشخصی از پودر کلسیم کربنات را با مقدار کافی محلول هیدروکلریک اسید درون ظرفی بدون درپوش در دما و فشار اتاق در نظر بگیرید.

(سؤال ۱۱ - امتحان نهایی فرداد ۱۴۰۴)



| | | | |
|-------|-------|---|------------------------|
| ۴۰ | ۲۰ | ۰ | زمان (ثانیه) |
| ۰/۰۳۲ | ۰/۰۱۵ | ۰ | شمار مول CO_2 |

الف) با گذشت زمان جرم مخلوط واکنش، چه تغییری می‌کند؟ چرا؟

ب) سرعت متوسط تولید CO_2 را از ۰ تا ۴۰ ثانیه برحسب مول بر ثانیه حساب کنید.

پ) اگر با تغییر شرایط واکنش در بازه زمانی ۰ تا ۴۰ ثانیه، سرعت متوسط مصرف HCl برابر 9×10^{-4} مول بر ثانیه

شود، با نوشتن محاسبات لازم مشخص کنید کدام عامل زیر بر واکنش تأثیر گذاشته است؟

ا) افزایش دمای مخلوط واکنش

ب) استفاده از تکه‌های کلسیم کربنات به جای پودر با جرم برابر با مقدار اولیه

۱ مول گاز A در ظرفی وارد شده تا مطابق معادله زیر تجزیه شود. اگر پس از گذشت ۲۵ دقیقه، $1/806 \times 10^{23}$ مولکول C در ظرف وجود داشته باشد، سرعت متوسط تولید B، چند مول بر ثانیه است و چند مول گاز A در ظرف باقی مانده است؟



$$0/6 - 2 \times 10^{-4} \quad (2)$$

$$0/4 - 2 \times 10^{-4} \quad (1)$$

$$0/4 - 4 \times 10^{-4} \quad (4)$$

$$0/6 - 4 \times 10^{-4} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

قسمت اول سؤال:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

ابتدا سرعت متوسط تولید C را حساب می‌کنیم:

$$\Delta t = 25 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 1500 \text{ s}$$

$$1/806 \times 10^{23} \text{ C مولکول} \times \frac{1 \text{ mol C}}{6/02 \times 10^{23} \text{ C مولکول}} = 0/3 \text{ mol C}$$

$$\bar{R}(C) = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{0/3}{1500} = 2 \times 10^{-4} \text{ mol.s}^{-1}$$

حالا سرعت متوسط تولید B را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\bar{R}(C)}{1} = \frac{\bar{R}(B)}{2} \Rightarrow \frac{2 \times 10^{-4}}{1} = \frac{\bar{R}(B)}{2} \Rightarrow \bar{R}(B) = 4 \times 10^{-4} \text{ mol.s}^{-1}$$

با توجه به ضرایب استوکیومتری مواد در این واکنش، تعداد مول تولیدشده B برابر است با:

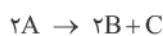
$$1/806 \times 10^{23} \text{ C مولکول} \times \frac{1 \text{ mol C}}{6/02 \times 10^{23} \text{ C مولکول}} \times \frac{2 \text{ mol B}}{1 \text{ mol C}} = 0/6 \text{ mol B}$$

سرعت متوسط تولید B را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{R}(B) = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{0/6 \text{ mol}}{1500} = 4 \times 10^{-4} \text{ mol.s}^{-1}$$

قسمت دوم سؤال:

اول تعداد مول مصرفی A را حساب می‌کنیم و سپس از تعداد مول اولیه A کم می‌کنیم تا تعداد مول A باقی‌مانده در ظرف به دست آید:



$$1/806 \times 10^{23} \text{ C مولکول} \times \frac{1 \text{ mol C}}{6/02 \times 10^{23} \text{ C مولکول}} \times \frac{2 \text{ mol A}}{1 \text{ mol C}} = 0/6 \text{ mol A}$$

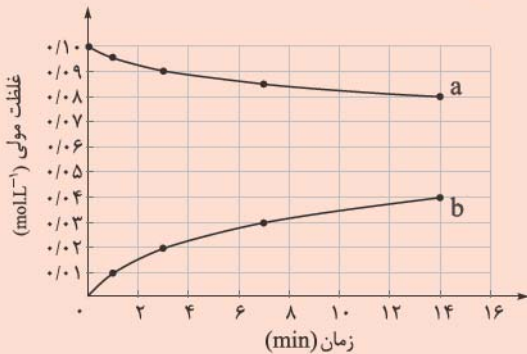
$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب A}} = \frac{\text{تعداد ذره}}{\text{عدد آووگادرو} \times \text{ضریب C}} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{1/806 \times 10^{23}}{1 \times 6/02 \times 10^{23}} \Rightarrow x = 0/6 \text{ mol A}$$

تعداد مول A باقی‌مانده در ظرف = $1 - 0/6 = 0/4 \text{ mol A}$

یه جور دیگه

یه جور دیگه

با توجه به نمودار غلظت - زمان زیر که مربوط به واکنش $C_{12}H_{22}O_{11}(aq) + H_2O(l) \rightarrow 2C_6H_{12}O_6(aq)$ است، کدام مورد درست است؟ (حجم ظرف، یک لیتر است. $H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)



(۱) به دلیل یکسان بودن ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها، منحنی a مربوط به تغییرات غلظت هر دو واکنش دهنده است.

(۲) در سه دقیقه نخست واکنش، $3/6$ گرم مالتوز مصرف می‌شود.

(۳) سرعت واکنش در هفت دقیقه نخست به تقریب برابر $2/14 \times 10^{-3}$ مولار بر دقیقه است.

(۴) نسبت سرعت متوسط مالتوز به تولید گلوکز در هفت دقیقه نخست در مقایسه با هفت دقیقه دوم بیشتر است.

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به ضرایب استوکیومتری مالتوز و گلوکز در معادله نهایی واکنش:

$$R_{\text{واکنش}} = \bar{R}_{C_{12}H_{22}O_{11}} = \frac{1}{2} \bar{R}_{C_6H_{12}O_6}$$

$$\text{گلوکز } \bar{R} = \frac{0.03 \text{ mol} \cdot L^{-1}}{7 \text{ min}} \Rightarrow R_{\text{واکنش}} = \frac{1}{2} \times \frac{0.03}{7} \approx 2/14 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

بررسی عبارت‌های نادرست:

گزینه (۱): برای شرکت‌کننده‌ها در فاز گاز و محلول، می‌توان سرعت متوسط مصرف یا تولید را افزون بر یکای مول بر زمان با یکای مول بر لیتر بر زمان نیز گزارش کرد. چون H_2O مایع است، یکای مول بر لیتر بر زمان (غلظت بر زمان) برای آن نمی‌توان در نظر گرفت و منحنی a، تنها مربوط به تغییرات غلظت مالتوز ($C_{12}H_{22}O_{11}$) در واحد زمان است.

گزینه (۲): در ۳ دقیقه نخست واکنش، $0.01 - 0.09 = 0.01$ مول مالتوز مصرف شده است. جرم مولی مالتوز ($C_{12}H_{22}O_{11}$)، ۳۴۲ گرم بر مول است، بنابراین جرم مالتوز مصرف شده برابر با $3/42 = 0.01 \times 342 = 3/42$ گرم می‌باشد.

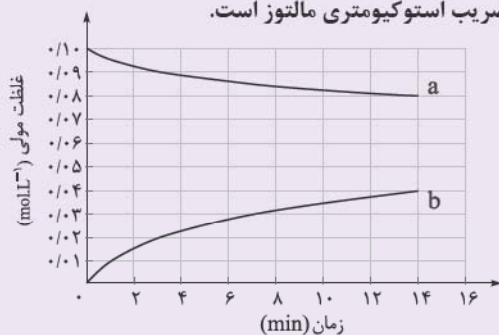
گزینه (۴): سرعت متوسط تولید یا مصرف هر کدام از شرکت‌کننده‌ها در این واکنش در هفت دقیقه نخست در مقایسه با هفت دقیقه دوم بیشتر است در حالی که نسبت سرعت مالتوز به گلوکز همواره ثابت است!

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به نمودار «مول - زمان» زیر که به واکنش $0/1$ مول مالتوز با آب و تشکیل گلوکز مربوط است، چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟

(سوال ۹ کنکور ریاضی ۱۴۰۲ - نوبت اول)

- سرعت واکنش تا دقیقه دهم، به تقریب برابر $6/7 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ است.
- در لحظه تشکیل $0/02$ مول گلوکز، $0/08$ مول مالتوز در محلول وجود دارد.
- سرعت واکنش در ۵ دقیقه چهارم، می‌تواند برابر $2/4 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$ باشد.
- در معادله واکنش، ضریب استوکیومتری گلوکز، دو برابر ضریب استوکیومتری مالتوز است.



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

طبق واکنش $N_2O_3(g) + N_2O_5(s) \rightarrow 2N_2O_4(s)$, $\Delta H = -25 \text{ kJ}$ ، اگر در مدت زمان ۲۰ ثانیه ۶۲/۵ کیلوژول گرما آزاد شود، کدام مورد با توجه به این بازه زمانی درست است؟ ($O = 16, N = 14; \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) سرعت متوسط مصرف N_2O_5 برابر 162° گرم بر دقیقه است.
- (۲) سرعت متوسط تولید N_2O_4 برابر 45° مول بر ساعت است.
- (۳) سرعت متوسط واکنش در این بازه زمانی $25^\circ / \text{mol}$ بر ثانیه است.
- (۴) اگر مقدار اولیه N_2O_3 ، ۸ مول باشد، در پایان این بازه، مقدار آن به ۴۱۸ گرم می‌رسد.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

ابتدا مقدار مصرف شده N_2O_3 را حساب می‌کنیم سپس از مقدار اولیه کسر می‌کنیم تا مقدار باقی‌مانده به دست آید:

$$62/5 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_3}{25 \text{ kJ}} = 2/5 \text{ mol } N_2O_3$$

$$N_2O_3 \text{ مقدار مول باقی‌مانده } 8 - 2/5 = 5/5 \text{ mol } N_2O_3$$

$$5/5 \text{ mol } N_2O_3 \times \frac{76 \text{ g } N_2O_3}{1 \text{ mol } N_2O_3} = 418 \text{ g } N_2O_3$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): سرعت متوسط مصرف N_2O_5 برحسب گرم بر دقیقه برابر است با:

$$62/5 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_5}{25 \text{ kJ}} \times \frac{108 \text{ g } N_2O_5}{1 \text{ mol } N_2O_5} = 270 \text{ g } N_2O_5$$

$$\bar{R}(N_2O_5) = \frac{270 \text{ g}}{\frac{20}{60} \text{ min}} = 810 \text{ g} \cdot \text{min}^{-1}$$

گزینه (۲): سرعت متوسط تولید N_2O_4 برحسب مول بر ساعت برابر است با:

$$\Delta t = 20 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} = \frac{1}{180} \text{ h}$$

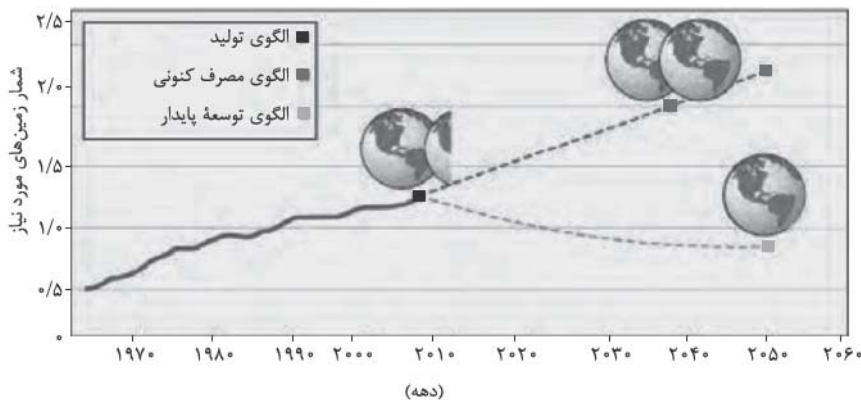
$$62/5 \text{ kJ} \times \frac{2 \text{ mol } N_2O_4}{25 \text{ kJ}} = 5 \text{ mol } N_2O_4$$

$$\bar{R}(N_2O_4) = \frac{5 \text{ mol}}{\frac{1}{180} \text{ h}} = 900 \text{ mol} \cdot \text{h}^{-1}$$

گزینه (۳): سرعت واکنش در این بازه زمانی برحسب مول بر ثانیه برابر است با:

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \bar{R}(N_2O_5) = \frac{62/5 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_5}{25 \text{ kJ}}}{20 \text{ s}} = 0/125 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$$

با توجه به شکل زیر که پیش‌بینی مساحت زمین مورد نیاز برای تأمین غذا را نشان می‌دهد، درستی یا نادرستی مطالب زیر در کدام گزینه آمده است؟



- ادامه الگوی مصرف فعلی غذا با همین رویه، نیازمندی به دو برابر مساحت زمین را تا سال ۲۰۴۰ رقم می‌زند.
 - الگوی توسعه پایدار، تولید غذای آینده را در حد یک برابر مساحت زمین امکان‌پذیر می‌سازد.
 - هدررفت ۳۰٪ غذای جهان، فشار بر منابع زمین را به شکل چشمگیری افزایش می‌دهد و شیب نمودار الگوی پیش‌بینی مصرف کنونی را کاهش می‌دهد.
 - انتشار گازهای گلخانه‌ای در بخش غذا، در مقایسه با صنعت و حمل‌ونقل بسیار ناچیز است.
- (۱) درست - درست - نادرست - نادرست
 - (۲) نادرست - نادرست - درست - درست
 - (۳) درست - درست - نادرست - درست
 - (۴) نادرست - نادرست - درست - نادرست

پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های اول و دوم، درست و عبارت‌های سوم و چهارم، نادرست‌اند.
بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت اول: با توجه به نمودار و رشد جمعیت و مصرف بی‌رویه، پیش‌بینی می‌شود که برای تأمین غذای کافی تا سال ۲۰۴۰، منابعی معادل دو برابر کل مساحت کره زمین مورد نیاز باشد که نشانگر یک بحران جدی است.

عبارت دوم: با پیاده‌سازی رویکردهای توسعه پایدار، از جمله افزایش بهره‌وری و کاهش هدررفت، می‌توان نیاز غذایی بشر را تا سال ۲۰۵۰ با استفاده بهینه از منابعی معادل یک برابر مساحت زمین تأمین کرد.

عبارت سوم: دورریختن ۳۰ درصد غذای تولیدی، به معنای اتلاف بی‌رویه آب، انرژی و زمینی است که برای تولید آن صرف شده و این خود به سنگین‌تر شدن ردپای غذا می‌انجامد و شیب نمودار پیش‌بینی الگوی مصرف کنونی را افزایش می‌دهد.

عبارت چهارم: فعالیت‌های مربوط به تولید، فرآوری و حمل‌ونقل غذا (به‌خصوص دامداری و کشاورزی) سهم قابل توجهی در انتشار گازهای گلخانه‌ای دارند که در بسیاری از موارد نسبت به سهم خودروها و کارخانه‌ها بیشتر است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓