

مثل کنکورترین آزمون آزمایشی

دفترچه سوالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه آرای، فونت سوالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه‌ترین حالت به دفترچه سوالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.



مرحله ۶ دوازدهم تجربی | زیست‌شناسی

صفحه ۲

- ۱- در بخشی از کتاب درسی، آزمایشات دانشمندی در سه مرحله کلی آورده شده است که به بحث‌ها و پژوهش‌های چندساله درباره ماهیت ماده ژنتیک خاتمه داد. در هر مرحله‌ای از این آزمایشات که از پروتئازها استفاده شد، کدام مورد زیر مشاهده می‌شود؟
 - (۱) عدم تجزیه ماده وراثتی
 - (۲) انتقال صفت بین یاخته‌های زنده
 - (۳) عدم استفاده از گریزانه (سانتریفیوژ)
 - (۴) قرارگیری باکتری‌ها در چهار ظرف متمایز
- ۲- کدام ویژگی، درباره هیچ‌یک از کاتالیزورهای زیستی فعال در یاخته‌های کبدی انسان صادق نیست؟
 - (۱) در طی شرکت در واکنش‌های شیمیایی مصرف می‌شوند.
 - (۲) پس از قرارگرفتن مواد سمی در جایگاه فعال آن‌ها، به فعالیت صحیحشان ادامه می‌دهند.
 - (۳) با اثر بر یک نوع پیش‌ماده خاص، قادر به تولید چند نوع فرآورده مختلف در درون یاخته می‌باشند.
 - (۴) بدون نیاز به شکل‌گیری جایگاه فعال در نتیجه تشکیل ساختار سوم پروتئینی، به انجام واکنش‌های شیمیایی می‌پردازند.
- ۳- کدام مورد برای تکمیل عبارت زیر، مناسب است؟
«فقط یکی از آنزیم‌های شرکت‌کننده در فرایند همانندسازی دنا که بلافاصله بعد از تشکیل دوراهی همانندسازی، فعالیت خود را آغاز می‌کند،.....»
 - (۱) مارپیچ دنا و دو رشته آن را از هم باز می‌کند
 - (۲) در ساخت یک رشته دنا در مقابل رشته الگو نقش دارد
 - (۳) بین گروه فسفات و گروه هیدروکسیل، پیوند اشتراکی می‌سازد
 - (۴) فاقد توانایی شکستن پیوند اشتراکی در فعالیت بسیارازی خود است
- ۴- با توجه به اطلاعات کتاب درسی درباره انواع نوکلئیک اسیدهای دورشته‌ای در یاخته‌های مورولا، نوکلئیک اسیدی که ساختار حلقوی دارد نسبت به نوکلئیک اسیدی که ساختار خطی دارد، چه مشخصه‌ای دارند؟ (در نظر بگیرید هر یک در زمان مشابهی همانندسازی می‌شوند.)
 - (۱) توسط تعداد غشای کم‌تری محصور شده است.
 - (۲) همانندسازی را در جهات بیشتری انجام می‌دهد.
 - (۳) تعداد دوراهی‌های همانندسازی بیشتری دارد.
 - (۴) برای تکثیر آن، مقدار نوکلئوتیدهای آزاد کم‌تری مصرف می‌شود.
- ۵- کدام مورد، در خصوص آزمایشات یا نتایج کارهای گریفیت، نادرست است؟
 - (۱) در یکی از آزمایشات خود، علی‌رغم استفاده از باکتری‌های زنده بدون پوشینه، سبب مرگ موش شد.
 - (۲) در یکی از آزمایشات خود، علی‌رغم تزریق باکتری‌های زنده به موش، شاهد زنده ماندن موش بود.
 - (۳) در یکی از آزمایشات خود، باکتری‌های پوشینه‌دار زنده را در محلی غیر از خون موش‌های مرده مشاهده کرد.
 - (۴) در یکی از آزمایشات خود، بدون پی‌بردن به ماهیت ماده ژنتیک، نحوه انتقال آن بین یاخته‌های زنده را متوجه شد.
- ۶- کدام عبارت در خصوص پیوندهایی که در ساختار «عامل اصلی انتقال صفات وراثتی» حضور دارند، نادرست است؟
 - (۱) پیوندی که بین قندهای دو نوکلئوتید مجاور برقرار است،
 - (۲) پیوندی که بین قندهای دو نوکلئوتید مجاور برقرار است،

Green Page

- سؤال‌هایی که با توجه به تمرین‌ها و مثال‌های کتاب درسی و سؤال‌های امتحان‌های نهایی برگزار شده، تو آزمون خیلی سبز براتون شبیه‌سازی شدن، البته سؤال‌های خاص امتحان نهایی؛ همون سؤال‌هایی که تضمین می‌کنه ۲۰ بگیری
- (سبک و نوع نگارش سؤال‌ها مشابهت دقیق با امتحان‌های نهایی دارن)
- تقریباً تو هر آزمون، برای هر درس ۲ یا ۳ تا سؤال شبیه‌ساز نهایی (Green Page) داریم.
- رنگ زمینه صفحه پاسخنامه این سؤال‌ها سبزرنگه به همین دلیل معروفن به (Green page)

فیزیک

۶۲ هر میکروقرن، تقریباً چند دقیقه است؟

۸ / ۷۶ (۲)
۸۷ / ۶ (۴)

۵ / ۲۶ (۱)
۵۲ / ۶ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

تبدیل یکای زنجیره‌ای: برای تبدیل یکای یک کمیت به یکاهای دیگر، از روش تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. برای نمونه، برای این که ببینیم ۲۰ in معادل چند cm است، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

الف) ابتدا تساوی بین دو یکا را می‌نویسیم، تا کسر تبدیل مناسب به دست آید:

$$1 \text{ in} = 2.54 \text{ cm} \Rightarrow \frac{1 \text{ in}}{2.54 \text{ cm}} = 1 \quad \text{یا} \quad \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} = 1$$

ب) سپس به کمک کسر تبدیل مناسب، تبدیل یکای زنجیره‌ای را می‌نویسیم:

$$20 \text{ in} = 20 \text{ in} \times \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} = 50.8 \text{ cm}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ از روش تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$\frac{1 \text{ میکروقرن}}{10^{-6} \text{ سال}} \times \frac{10^6 \text{ سال}}{365 \text{ روز}} \times \frac{24 \text{ ساعت}}{1 \text{ روز}} \times \frac{60 \text{ دقیقه}}{1 \text{ ساعت}} = 10^{-6} \times 10^6 \times 365 \times 24 \times 60 = 52.56 \text{ دقیقه} = 52/6$$

الف) هر میکروقرن، تقریباً چند دقیقه است؟

کتاب درسی

(فیزیک (۱) - تمرین ۶ پایان فصل صفحه ۱۹ کتاب درسی)

پایین صفحه پاسخنامه این سؤال‌ها، سؤال اصلی که تو امتحان نهایی اومده (یا تمرین و مثال کتاب) با ذکر آدرسش نوشته شده.

Red Page

- برای این که با سبک سؤال‌های کنکور خیلی دقیق آشنا بشین؛ خیلی سبز تو هر آزمون برای هر درس ۲ یا ۳ تا از سؤال‌های کنکور رو شبیه‌سازی می‌کنه.
- همیشه سعی می‌شه که این مدل شبیه‌سازی‌ها از بین (سؤال‌های کنکور) که معمولاً تکرار میشن انجام بشه
- توی پاسخنامه صفحه مربوط به پاسخ این سؤال‌ها رنگ زمینه قرمز داره به خاطر همین بهش می‌گیم (Red page)
- اگه دقت کنید می‌بینید که سبک و مدل این سؤال‌های شبیه‌سازی شده دقیقاً مثل همون سؤال کنکوره



فیزیک

۴۵ معادله سرعت - زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = t^2 - 4t + 5$ است. شتاب متوسط این متحرک از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که سرعت آن به $\vec{v} = (1 \text{ m/s})\vec{i}$ می‌رسد، بر حسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟

(۱) $4\vec{i}$
 (۲) $-4\vec{i}$
 (۳) $2\vec{i}$
 (۴) $-2\vec{i}$

پاسخ: گزینه ۴

Hint سرعت در مبدأ زمان (v_0) و لحظه t_1 که بردار سرعت در آن لحظه برابر $\vec{v}_1 = (1 \text{ m/s})\vec{i}$ است را به دست آورید و سپس از رابطه $\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ خواسته سؤال را حساب کنید.

بردار شتاب متوسط متحرک از رابطه زیر به دست می‌آید:

(\vec{v}): بردار سرعت متحرک (m/s)
 t: زمان (s)

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: سرعت متحرک در مبدأ زمان را به دست می‌آوریم:

$$v_0 = (0)^2 - 4(0) + 5 = 5 \text{ m/s}$$

گام دوم: اکنون لحظه‌ای را که سرعت متحرک ۱ m/s است، محاسبه می‌کنیم:

$$v = t^2 - 4t + 5 = 1 \Rightarrow t^2 - 4t + 4 = 0 \Rightarrow (t-2)^2 = 0 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

گام سوم: بردار شتاب متوسط متحرک را در بازه زمانی ۰ تا ۲ ثانیه به دست می‌آوریم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{v_{2s} - v_0}{2 - 0} = \frac{(1-5)\vec{i}}{2} = (-2 \text{ m/s}^2)\vec{i}$$

معادله سرعت - زمان متحرکی در SI به صورت $v = 2t^2 - 8$ است. شتاب متوسط آن در ۲ ثانیه دوم چند متر بر مربع ثانیه است؟

(سؤال ۴۸ کنکور ریاضی ۱۳۰۴ - نوبت اول)

(۱) ۱۸
 (۲) ۱۲
 (۳) ۸
 (۴) ۴

سؤال اصلی کنکور که این سؤال از درشش شبیه‌سازی شده رو می‌تونن پایین صفحه پاسخنامه ببینید.

Purple Page

- مرسومه که هر سال سؤال‌های یکی دو تادرس توکنکور سراسری سخت‌تر (یا خاص‌تر) طراحی میشن
- مثلاً کنکور سال ۱۴۰۴ تو رشته ریاضی و تجربی درس‌های ریاضی و شیمی اینجوری بودن و برای رشته انسانی این اتفاق برای علوم و فنون و فلسفه (کمی هم جغرافیا) افتاده بود.
- خیلی سبز این مدل سؤال‌های خاص رو هم تو هر آزمون شبیه‌سازی می‌کنه (۱ یا ۲ سؤال برای هر درس)
- صفحه پاسخ هر کدوم از این سؤال‌ها رنگ زمینه بنفش داره.
- Purple Page برای همه درس‌ها نیست و فقط برای درس‌هایی که سؤال خاص‌تر (یا سخت‌تر) تو کنکور همون سال داشتن از این مدل شبیه‌سازی‌ها داریم.

مشابه کنکور ۱۴۰۴

ریاضی ۱۱۴ تابع f ثابت و تابع g همانی است. اگر $6x = 2f(2x-1) + 3g(2x+1)$ باشد، حاصل $\left(\frac{g}{f}\right)(3)$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۱)
 2 (۳)
 $-\frac{1}{2}$ (۲)
 -2 (۴)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ضابطه تابع f را $f(x) = c$ و ضابطه تابع g را $g(x) = x$ در نظر می‌گیریم. حالا طبق رابطه مفروض داریم:

$$2c + 3(2x+1) = 6x \Rightarrow 6x + 2c + 3 = 6x$$

برای این که تساوی بالا همواره برقرار باشد، لازم است $2c + 3$ برابر صفر باشد:

$$c = -\frac{3}{2}$$

گام دوم: یعنی $f(x) = -\frac{3}{2}$ است و داریم:

$$\left(\frac{g}{f}\right)(3) = \frac{g(3)}{f(3)} = \frac{3}{-\frac{3}{2}} = -2$$

اگر f تابعی همانی و g تابع ثابت بوده و $g(3x) + 2f(3+x) = 3 + 2x$ باشد، مقدار $\frac{f(-1)}{g(4)}$ کدام است؟

(سؤال ۱۱۶ کنکور تهرمی ۱۳۰۴ - نوبت دوم)

$\frac{1}{4}$ (۱)
 $-\frac{1}{4}$ (۳)
 $\frac{1}{3}$ (۲)
 $-\frac{1}{3}$ (۴)

سؤال اصلی کنکور که این سؤال با توجه به اون شبیه‌سازی شده هم پایین صفحه پاسخنامه سؤال آورده شده که بتونی بلافاصله بعد از حل کردنش سؤال اصلی کنکور رو هم ببینی و این مدل سؤال خاص رو دقیقاً به ذهن بسپری.

پاسخنامه‌های برای تکمیل یادگیری

- پاسخنامه خیلی سبز فقط یک پاسخنامه معمولی نیست، بلکه به مسیره؛ به مسیر فکر شده و مرحله به مرحله برای تکمیل یادگیری.
- هر سؤال و پاسخ رو تو به صفحه میاریم که دسترسی به هر سؤال راحت‌تر باشه.

گاهی وقت‌ها دلیل اینکه نتونستی به جواب برسی اینه که صورت سؤال رو خوب متوجه نشدی، **تعبیر سؤال** (که دقیقاً رو قسمت خاص فهم سؤال نوشته می‌شه) به فهم دقیق سؤال کمک می‌کنه.

صورت سؤال رو دوباره اینجا میاره که حین بررسی پاسخنامه صورت سؤال هم دم دست باشه.

زیست‌شناسی

۱۶ شکل زیر، ترسیمی ساده مربوط به یکی از انواع الگوهای پیشنهادی برای همانندسازی دنا است. کد به این شکل، درست بیان شده است؟ (فرض کنید تمام نوکلئوتیدهای دنا A معمولی هستند، در فرآیند همانندسازی حفاظتی را برابر با یک رشته پلی‌نوکلئوتیدی در نظر بگیرید.)

(۱) شکستن پیوند اشتراکی در این الگو تنها به واسطه فعالیت نوکلئازی دنباسپاراز محتمل است.

(۲) در این الگو برخلاف الگوی تأییدشده توسط مزلسون و استال، تغییر ساختار رشته الگو محتمل نیست.

(۳) به دنبال ۲ دور همانندسازی دنا B با این الگو و در شرایطی مشابه با آزمایش مزلسون و استال، تشکیل نوار در میانه لوله محتمل است.

(۴) در پی ۴ دور همانندسازی دنا C با این الگو و در محیط دارای ^{15}N ، فقط یک نوار در لوله تشکیل می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴

زیرمبحث: زیست دوازدهم - فصل ۱ - طرح‌های همانندسازی

شکل، نشان‌دهنده طرح همانندسازی حفاظتی است، چراکه در آن، هر دو رشته دنا اولیه به صورت دست‌نخورده باقی مانده، وارد یکی از یاخته‌های حاصل از تقسیم می‌شوند، دو رشته دنا جدید هم وارد یاخته دیگر می‌شوند؛ چون دنا اولیه به صورت دست‌نخورده در یکی از یاخته‌ها حفظ شده است.

حفاظتی: هر دو رشته دنا قبلی (اولیه) به صورت دست‌نخورده باقی مانده، وارد یکی از یاخته‌های حاصل از تقسیم می‌شوند، دو رشته دنا جدید هم وارد یاخته دیگر می‌شوند؛ چون دنا اولیه به صورت دست‌نخورده در یکی از یاخته‌ها حفظ شده است.

نیمه‌حفاظتی: در این طرح در هر یاخته یکی از دو رشته دنا مربوط به دنا اولیه است و رشته دیگر با نوکلئوتیدهای جدید ساخته شده است، چون در هر یاخته حاصل، فقط یکی از دو رشته دنا قبلی وجود دارد.

غیرحفاظتی (پراکنده): هر کدام از رشته‌های دناهای حاصل، قطعاتی از رشته قبلی و صورت پراکنده در خود دارند.

طرح‌های پیشنهادی همانندسازی دنا

اگر دنا با نیتروژن ۱۵ (دنا C)، یک بار در محیط دارای نیتروژن ۱۵ به روش حفاظتی همانندسازی شود، در دنا با نوکلئوتیدهای حاوی نیتروژن ۱۵ ایجاد می‌شود. اگر این دو دنا جدید دوباره به صورت حفاظتی همانندسازی دناهای دارای نیتروژن ۱۵ ایجاد می‌شود. پس در نهایت، فقط یک نوار در سانتیفریوژ ایجاد می‌شود که دناهای بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): طی همانندسازی دنا، هنگام اضافه شدن هر نوکلئوتید سه فسفات به انتهای رشته پلی‌نوکلئوتیدی در طی فعالیت بسپارازی دنباسپاراز، دوتا از فسفات‌های آن از نوکلئوتید جدا می‌شوند. طی فعالیت نوکلئازی د فسفودی‌استر برای رفع اشتباه شکسته می‌شود. پس هم طی همانندسازی دنا (فعالیت بسپارازی) و هم طی دنباسپاراز شکستن پیوند اشتراکی رخ می‌دهد.

اگر همانندسازی دنا در آزمایش‌های مزلسون و استال با الگوی حفاظتی ممکن باشد، به ازای هر دور همانندسازی تشکیل شده دارای چگالی سبک یا سنگین هستند و در لوله آزمایش هیچ‌گاه دناهایی با چگالی متوسط تشکیل

هدف اصلی این مدل پاسخنامه اینه که فقط پاسخنامه رو نخونی و رد بشی بلکه مرحله به مرحله بهت کمک بکنه خودت سؤال رو حل کنی. **Hint** به اشاره دقیقیه برای اینکه بدونی برای جواب دادن به این سؤال از کجا شروع کنی و چیکار کنی.

دزنی Box به درسنامه کامل در عین حال جمع‌وجوره برای یادآوری درسنامه مربوط به اون سؤال. اگه تا این مرحله هنوز به جواب نرسیدی درس باکس کمک می‌کنه به یادآوری و تلاش مجدد برای حل سؤال.

پاسخ خیلی تشریحی به پاسخنامه خیلی خیلی تشریحی که هم پاسخ درست رو کامل تشریح می‌کنه و هم تکتک گزینه‌ها رو بررسی می‌کنه. معمولاً این پاسخنامه گام به گام و برای اینکه با خوندن گام اول دوباره سعی کنی ادامه راه حل رو خودت پیدا کنی.

نکته نکته‌های خیلی خاص (کنکوری)

پاسخ خیلی تشریحی ✓

موارد (ب) و (ت) درست‌اند.

بررسی موارد:

(الف) یون‌ها با قرارگیری در مدار الکتریکی به سوی قطب‌های ناهمنام خود حرکت می‌کنند، نه قطب‌های همنام!

(ب) گرافیت، رسانای الکترونی است و دو مادهٔ دیگر، رسانای جریان برق نیستند.

ترکیب‌های یونی در حالت جامد، رسانای جریان برق نیستند؛ زیرا یون‌ها در حالت جامد نمی‌توانند آزادانه جابه‌جا شوند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: برای این که نمودار سهمی پایین‌تر از خط قرار گیرد باید $(-2, 3)$ مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ زیر باشد:

$$b < 2ax + 4b \Rightarrow x^2 - 3ax - 5b < 0$$

گام دوم: با توجه به تعیین علامت عبارت درجه ۲، می‌توان نتیجه گرفت که $x = 3$ و $x = -2$ جواب

$$x^2 - 3ax - 5b = 0$$

$$\begin{cases} 9a - 5b = 0 \\ 6a - 5b = 0 \end{cases} \xrightarrow[\text{کم می‌کنیم.}]{\text{بالایی را از پایینی}} \begin{cases} 9a - 5b = 0 \\ -3a = 0 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{3}, b = \frac{6}{5}$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{2}{5} = 0.4$$

$$3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$-5b = -6 \Rightarrow b = \frac{6}{5}$$

می‌تونستی برای مشخص کردن a و b از S و P استفاده کنی.

په‌جور دیگه

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: از جدول تعیین علامت استفاده می‌کنیم؛ زیرا دامنهٔ تابع f مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $\frac{1-2x}{\sqrt{x}-1} \geq 0$ است

$$\frac{1-2x}{\sqrt{x}-1}$$

و بر اساس روابط درس‌پاکس، جدول تعیین علامت عبارت $\sqrt{x}-1$ را می‌نویسیم:

$\frac{1}{2}$	-
1	-
+	-
-	+
-	-
+	-

گام دوم: حالا جدول هم‌زمان این دو عبارت را داریم:

با توجه به جدول بالا، مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $\frac{1-2x}{\sqrt{x}-1} \geq 0$ که همان دامنهٔ تابع f است، بازهٔ $(\frac{1}{4}, 1)$ خواهد هیچ عدد صحیحی را شامل نمی‌شود.

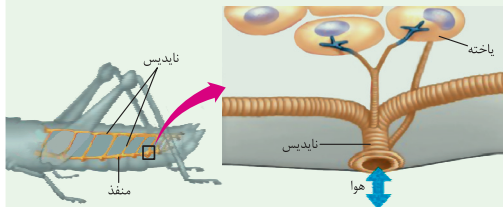
اگر $x \in \mathbb{Z}$ ، آن‌گاه $[x] = x$ و ضابطهٔ تابع f به صورت $f(x) = \sqrt{x-1}$ خواهد شد که غیر قابل قبول است؛ پس شامل هیچ عدد صحیحی نیست.

تیزبازی

شکل‌نامه

(۱) قطر نایدیس‌ها با میزان انشعابات آن‌ها، رابطهٔ عکس دارد؛ یعنی هر چه قدر از بخش‌های ابتدایی به سمت انت می‌رویم، قطر کاهش می‌یابد.

(۲) جهت جریان هوا درون نایدیس‌ها دوطرفه است.



(۳) از یک نایدیس می‌تواند انشعاباتی با قطر متفاوت جدا شود. این انشعابات می‌توانند به بخش‌های مختلف بدن بروند، گ به سمت منافذ تنفسی دیگر می‌روند تا با انشعابات آن‌ها یکی شوند، گروهی هم می‌توانند بروند و انشعابات پایانی نایدیس در مجاورت هر یاخته، ممکن است بیش از یک انشعاب پایانی وجود داشته باشد.

درون سیتوپلاسم کروموزوم کمکی نیز حضور دارد و از نظر تعداد جایگاه آغاز همانندسازی و یک یا دو همانند اغلب پروکاریوت‌ها است.

(الف) ساختاری متشکل از دو رشتهٔ موازی است که در جهتی خاص حول محور فرضی پیچیده شده‌اند.

(ب) در یک نقطهٔ ویژه از دنا، فرایند همانندسازی، آغاز شده و با رسیدن مجدد به آن پایان می‌یابد.

(ج) مشابه دنا، کمکی، از طریق بخش مشترکی به غشای یاخته اتصال می‌یابد.

(د) تعداد ساختارهای λ شکل آن حین همانندسازی کم‌تر از دنا، اصلی آغازیان است.

(۲) «الف»، «ب» و «د»

(۱) «الف» و «د»

(۴) «الف»، «ب»، «ج» و «د»

(۳) «ب»، «ج» و «د»

مشاوره تو یکی از سؤال‌های کنکور که تیب مشابهی با سؤال ما داشت، یکی از موارد تو همهٔ گزینه‌ها تکرار شده بود (مثل مورد (د) تو اینجا) خب این یعنی این گزینه درسته و لازم نیست بخونیش، پس با خیالت راحت برو سراغ بقیهٔ گزینه‌ها و زمانت رو save کن.

گول نخوری ✖ سعی کردیم اشتباهات

متدوالی که تو هر سؤال اتفاق می‌افته رو تحت عنوان گول نخوری برای هر سؤال بیاریم.

این قراره بهت کمک کنه که تو دام سؤال‌ها نیفتی و بعد از به مدتی دام سؤال‌ها رو بشناسی.

په‌جور دیگه 🔄 اگر سؤال رو درست حل

کردی، به راه حل متفاوت هم اینجا ببین.

په‌جور دیگه نگاه کردن به هر سؤال کمک زیادی به بالا بردن سرعت حل تست‌ها می‌کنه.

تیزبازی 🏆 حتی اگر یکی دوتا سؤال

رو بتونی سر جلسه آزمون (مخصوصاً کنکور) سریع و خاص حل کنی علاوه بر ذخیره کردن زمان از نظر روحی هم خیلی خیلی بهت کمک می‌کنه.

تیزبازی په‌آیتم جذابه برای یاد گرفتن و تمرین کردن حل سؤال‌ها باروش‌های تند و تیز.

شکل‌نامه 📐 شکل‌های کتاب

تو بعضی از درس‌ها (مخصوصاً زیست‌شناسی) خیلی خیلی مهمه. موشکافی شکل‌های مهم کتاب درسی رو اینجا ببین.

مشاوره 🗨 اهمیت تست‌ها توی

کنکور، پرتکرار بودنشون و توضیحات تخصصی په طراح حرفه‌ای رو توی مشاوره هر تست دقیق بخون.

این همه آیتم توی پاسخنامه به خاطر اینه که هر کسی متناسب با نیاز خودش از اون بهره‌مند بشه.

مثلاً کسی که به په سؤال جواب درست داده فقط می‌تونه په‌جور دیگه یا تیزبازی سؤال رو ببینه نه همه پاسخنامه رو.

آزمون آزمایشی خیلی سبز



پایه یازدهم

مرحله شانزدهم

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

۱۲/ تیر/ ۱۴۰۵

انتخاب ریاضی

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	یازدهم
حسابان	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه	کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۵۱
هندسه	۱۰	۲۱	۳۰	۲۰ دقیقه	کل کتاب صفحه ۹ تا ۷۵
آمار و احتمال	۱۰	۳۱	۴۰	۲۰ دقیقه	کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۲۱
فیزیک	۲۰	۴۱	۶۰	۳۰ دقیقه	کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۳۰
شیمی	۲۰	۶۱	۸۰	۲۰ دقیقه	کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۲۳
مجموع	۸۰ سؤال			۱۲۰ دقیقه	—

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس - گزینشگر
حسابان	طراحان: کوروش اسلامی - فرشاد حسن زاده - عادل حسینی - علی شهبابی محمد گودرزی - محسن علی نجاری کارشناسان علمی: محمد گودرزی - سروش موثینی	محسن علی نجاری
هندسه	طراح: امیرحسین ابومحبوب کارشناس علمی: مریم نظری	امیرحسین ابومحبوب
آمار و احتمال	طراحان: مسعود شفیعی - سروش موثینی کارشناسان علمی: سید عباس حسینی - نیلوفر مهدوی	مسعود شفیعی
فیزیک	طراحان: یاشار انگوتی - نوید شاهی کارشناسان علمی: سعید محبی - هادی نجفی	نوید شاهی - یاشار انگوتی
شیمی	طراحان: مهدی براتی - سلیم بهرامی - ارژنگ خانلری - پیمان خواجوی مجد علی رفیعی - معصومه سعیدی - یاسر عبداللہی - امیر قاسمی پور - محمد قهرمانی نژاد کارشناسان علمی: یاشار ذریه - محمد مهدی کریمیان - مرتضی نصیرزاده	یاسر عبداللہی

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاچانیور

این آزمون نمره منشی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

دفتر چه سوالات آزمون های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینش ها، نوع صفحه آرایی، فونت سوالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه ترین حالت به دفتر چه سوالات کنکور، سراسری طراحی می شود.





حسابان یازدهم

۱- مجموع همه اعداد دورقمی مضرب ۵ کدام است؟

- (۱) ۹۴۰ (۲) ۹۴۵ (۳) ۹۵۰ (۴) ۹۵۵

۲- اگر معادله درجه دوم $0 = -4 - 2kx - (k-8)x^2$ دو جواب منفی داشته باشد، مجموعه مقادیر قابل قبول برای k کدام است؟

- (۱) (۴, ۸) (۲) (۰, ۸) (۳) (۰, ۴) (۴) (-۸, ۴)

۳- تعداد جواب‌های معادله $2 = \sqrt{x-3} - \sqrt{2x+1}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴- خط $3 = 4y + 5x$ بر دایره‌ای به مرکز $(3, -1)$ مماس است. مساحت دایره چند برابر π است؟

- (۱) $\frac{9}{41}$ (۲) $\frac{16}{41}$ (۳) $\frac{25}{41}$ (۴) $\frac{4}{41}$

۵- در کدام گزینه، دو تابع مساوی هستند؟

(۱) $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x - 2}$ و $g(x) = x$ (۲) $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 1}$ و $g(x) = \frac{x + 3}{x + 1}$

(۳) $f(x) = x^3 + 1$ و $g(x) = x^2 |x| + 1$ (۴) $f(x) = \frac{x^2}{|x|}$ و $g(x) = \frac{x^4}{|x^3|}$

۶- دامنه تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{8x - 3}{x^2 + ax - b}$ مجموعه $\mathbb{R} - \{3\}$ است. زوج مرتب (a, b) کدام است؟

- (۱) (۶, ۹) (۲) (-۶, -۹) (۳) (-۶, ۹) (۴) (۶, -۹)

۷- کدام تابع وارون پذیر است؟

(۱) $f(x) = |x - 3| + x$ (۲) $g(x) = |2x - 1| + x$
 (۳) $h(x) = |x + 3| + 2x$ (۴) $k(x) = |3x + 1| + 2x$

محل انجام محاسبات



۸- دو تابع f و g با ضابطه‌های $f(x) = \sqrt{4-x}$ و $g(x) = x^2 - 3$ مفروض‌اند. دامنه تابع $f \circ g$ شامل چند عدد طبیعی است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۹- مجموعه جواب‌های نامعادله $\frac{1}{216} > 6^{-3x+2}$ کدام است؟

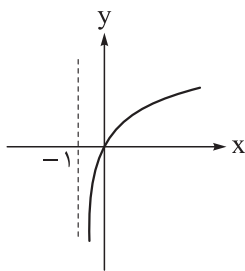
(۱) $(-\infty, \frac{5}{3})$

(۲) $(\frac{5}{3}, +\infty)$

(۳) $(-\infty, -\frac{5}{3})$

(۴) $(-\frac{5}{3}, +\infty)$

۱۰- در شکل زیر، نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = \log_p(x+a) + b$ رسم شده است. مقدار $f(15)$ کدام است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۱- اگر $\log 2 \approx 0.3$ و $\log 3 \approx 0.48$ باشد، مقدار تقریبی $\log \sqrt{9/6}$ کدام است؟

(۱) ۰/۴۵

(۲) ۰/۴۹

(۳) ۰/۵۴

(۴) ۰/۶

۱۲- انرژی آزاد شده توسط یک زلزله m ریشتری 10^3 برابر انرژی آزاد شده از یک زلزله n ریشتری است. اگر مجموع

شدت این دو زلزله برابر 10 ریشتر باشد، شدت زلزله بزرگ‌تر کدام است؟

(۱) ۹

(۲) ۸

(۳) ۷

(۴) ۶

۱۳- مخروطی به شعاع قاعده 8 و ارتفاع 6 را به شکل گسترده درآورده‌ایم. زاویه قطاع به دست آمده چند رادیان است؟

(۱) $\frac{8\pi}{5}$

(۲) $\frac{6\pi}{5}$

(۳) $\frac{\pi}{2}$

(۴) $\frac{3\pi}{10}$

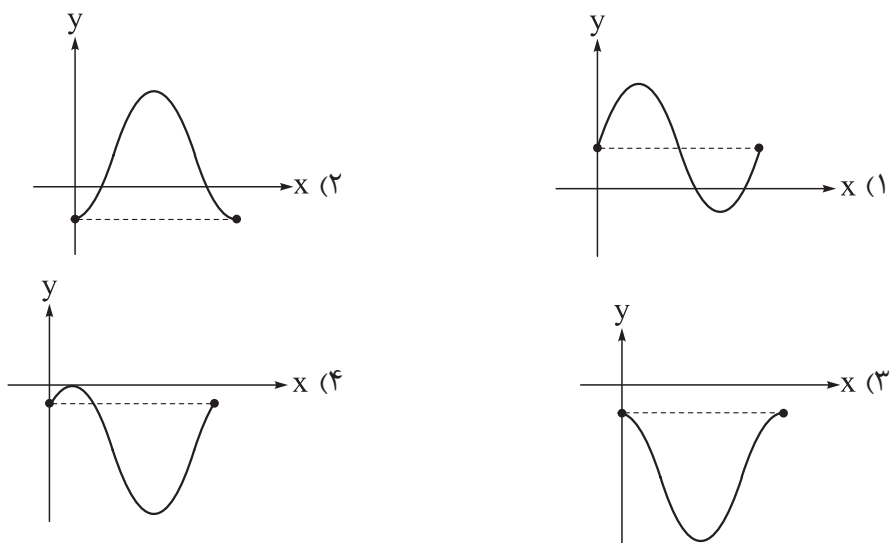
محل انجام محاسبات



۱۴- حاصل عبارت $\frac{\sin(\frac{71\pi}{6}) - \cos^2(\frac{21\pi}{4})}{\tan^2(\frac{35\pi}{3})}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$
 (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $-\frac{1}{6}$

۱۵- نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = \cos(x - \frac{\pi}{4}) - 1$ و با دامنه $[0, 2\pi]$ در کدام گزینه به درستی رسم شده است؟



۱۶- حاصل عبارت $\cos^2 13^\circ - \sin^2 5^\circ$ کدام است؟

- (۱) $\cos 8^\circ$ (۲) $-\cos 8^\circ$
 (۳) $-\sin 4^\circ$ (۴) $\cos 4^\circ$

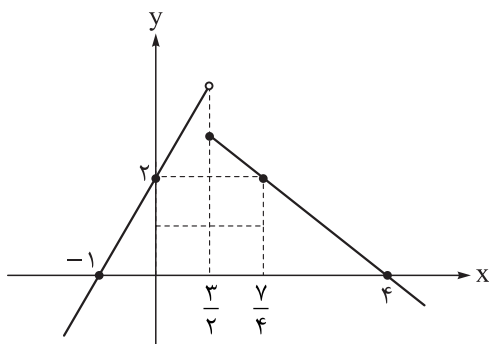
۱۷- اگر تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2x - 2 & ; x > 1 \\ 2ax + 1 & ; x \leq 1 \end{cases}$ در $x = 1$ حد داشته باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ کدام است؟

- (۱) -5 (۲) -1
 (۳) 2 (۴) 3

محل انجام محاسبات



۱۸- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. اگر $g(x) = \begin{cases} 1-x; & x \leq \frac{3}{2} \\ 2x+1; & x > \frac{3}{2} \end{cases}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow (\frac{3}{2})^-} \frac{f(x)}{g(3-x)}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{5}{4}$
 (۲) $\frac{3}{4}$
 (۳) -6
 (۴) -10

۱۹- حاصل $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^3 - 3\sqrt{3}}{x^2 - 3}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

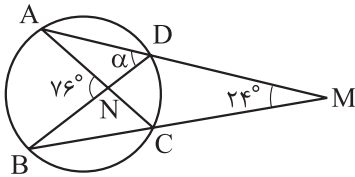
۲۰- اگر تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} ax-1; & x \leq 2 \\ \frac{x^2 - x[x]}{|x-2|}; & x > 2 \end{cases}$ در $x=2$ پیوسته باشد، مقدار a کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

محل انجام محاسبات

هندسه یازدهم

۲۱- در شکل مقابل اندازه زاویه α چند درجه است؟



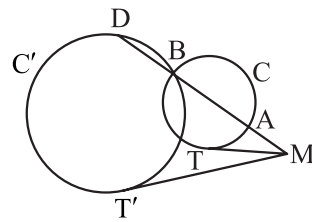
(۲) ۵۰

(۱) ۴۸

(۴) ۵۴

(۳) ۵۲

۲۲- در شکل زیر MT و MT' به ترتیب بر دو دایره C و C' مماس هستند. اگر $AB = BD = 12$ و $\frac{MT'}{MT} = \sqrt{7}$ باشد، طول مماس MT کدام است؟



(۱) ۶

(۲) ۸

(۳) ۹

(۴) ۱۲

۲۳- دو دایره متخارج $C(O, R)$ و $C'(O', 3R)$ با طول خط‌المركزين $OO' = 6\sqrt{5}$ مفروض‌اند. اگر اندازه مماس مشترك خارجي دو دایره، دو برابر اندازه مماس مشترك داخلی آن‌ها باشد، مقدار R کدام است؟

(۴) ۳

(۳) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{9}{4}$

(۱) ۲

۲۴- مساحت ناحیه محدود به دایره محیطی و دایره محاطی داخلی مثلث متساوی‌الاضلاعی به طول ضلع ۶ کدام است؟

(۴) 9π (۳) 8π (۲) 6π (۱) 4π

۲۵- کدام یک از ویژگی‌های زیر در هر چهار تبدیل هندسی «بازتاب، انتقال، دوران و تجانس» همواره وجود دارد؟

(۲) حفظ اندازه زاویه

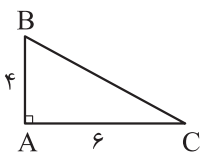
(۱) طولپایی

(۴) داشتن نقطه ثابت تبدیل

(۳) حفظ شیب خط

۲۶- در شکل زیر، نقاط B و C را تحت تجانس به مرکز A و نسبت $k = -2$ به ترتیب بر نقاط B' و C' تصویر می‌کنیم.

مساحت چهارضلعی $BCB'C'$ کدام است؟



(۲) ۵۴

(۱) ۴۸

(۴) ۱۰۸

(۳) ۹۶

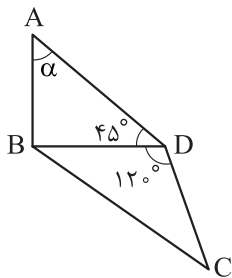
محل انجام محاسبات



۲۷- نقطه A به عرض ۶ روی محور yها و نقطه B به طول (-۴) روی محور xها مفروض اند. اگر M نقطه دلخواهی روی خط d به معادله $y = 2x + 1$ باشد، کمترین اندازه خط شکسته AMB کدام است؟

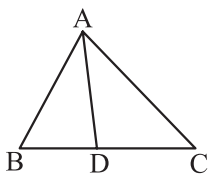
- ۱) $4\sqrt{5}$ (۲) ۸ (۳) $4\sqrt{6}$ (۴) ۱۰

۲۸- در شکل زیر، اگر $BC = 2AB$ و $\widehat{ABC} = 105^\circ$ باشد، مقدار $\cot \alpha$ کدام است؟



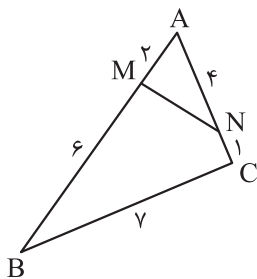
- ۱) $\frac{\sqrt{6}}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

۲۹- در شکل زیر، AD نیمساز زاویه داخلی A است. اگر $AB = 3x + 6$ ، $AC = 4x + 8$ ، $AD = 4x + 4$ و $BC = 7x$ باشد، اندازه پاره خط AD کدام است؟



- ۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

۳۰- در شکل زیر مساحت چهارضلعی MNCB کدام است؟



- ۱) $6\sqrt{3}$ (۲) ۶ (۳) $8\sqrt{3}$ (۴) ۸

محل انجام محاسبات

آمار و احتمال

۳۱- گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge r$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟

$$(p \Rightarrow r) \Rightarrow (q \wedge r) \quad (۲) \qquad (r \Rightarrow p) \Rightarrow (q \wedge r) \quad (۱)$$

$$(p \Rightarrow r) \Rightarrow (q \vee r) \quad (۴) \qquad (r \Rightarrow p) \Rightarrow (q \vee r) \quad (۳)$$

۳۲- اگر $A = [0, 2]$ ، $B = [-1, 1]$ ، و $C = [-3, 1]$ باشد، مساحت ناحیه محدود به $A \times B - B \times C$ چند واحد است؟

$$۴ \quad (۴) \qquad ۳ \quad (۳) \qquad ۲ \quad (۲) \qquad ۱ \quad (۱)$$

۳۳- یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد، متناسب با معکوس آن عدد است. در پرتاب این تاس، با چه احتمالی عدد اول مشاهده می‌شود؟

$$\frac{۶۵}{۱۴۷} \quad (۴) \qquad \frac{۶۴}{۱۴۷} \quad (۳) \qquad \frac{۶۳}{۱۴۷} \quad (۲) \qquad \frac{۶۲}{۱۴۷} \quad (۱)$$

۳۴- در ظرف A سه مهره سفید و یک مهره سیاه و در ظرف B دو مهره سفید و ۳ مهره سیاه داریم. دو مهره از ظرف A انتخاب می‌کنیم و داخل ظرف B می‌اندازیم. سپس از ظرف B مهره‌ای بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال این مهره سفید است؟

$$\frac{۹}{۱۴} \quad (۴) \qquad \frac{۴}{۷} \quad (۳) \qquad \frac{۳}{۷} \quad (۲) \qquad \frac{۱}{۲} \quad (۱)$$

۳۵- ۴۰ درصد اعضای یک باشگاه خانم و بقیه آقا هستند. نصف آقایان و ۲۵ درصد خانم‌ها کارت ویژه دارند. یک نفر با کارت ویژه وارد شده است. با کدام احتمال آقا است؟

$$\frac{۱}{۲} \quad (۴) \qquad \frac{۳}{۴} \quad (۳) \qquad \frac{۱}{۳} \quad (۲) \qquad \frac{۱}{۴} \quad (۱)$$

۳۶- داده‌های آماری ۱۱، ۱۷، ۱۴، ۱۲، ۱۱، ۱۱، مد یکتا دارند به گونه‌ای که با حذف هر یک از داده‌ها، مد تغییری نمی‌کند. این داده‌ها را با نمودار جعبه‌ای نمایش می‌دهیم. در این صورت میانگین داده‌های داخل و روی جعبه چه قدر است؟

$$۱۲/۲ \quad (۴) \qquad ۱۲ \quad (۳) \qquad ۱۱/۹ \quad (۲) \qquad ۱۱/۸ \quad (۱)$$

۳۷- در داده‌های آماری با میانگین ۱۲، به دو برابر داده‌ها یک واحد اضافه می‌کنیم. ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر داده‌های اولیه است؟

$$۰/۹۶ \quad (۴) \qquad ۰/۹۴ \quad (۳) \qquad ۰/۹۲ \quad (۲) \qquad ۱ \quad (۱)$$

۳۸- از ۲۳ داده آماری با واریانس ۱۰، سه داده حذف می‌کنیم. اگر میانگین داده‌های جدید تغییر نکند، ولی واریانس آن‌ها $1/3$ افزایش یابد، در این صورت انحراف از میانگین سه داده حذف شده کدام می‌تواند باشد؟

$$۱، ۲ و ۳ \quad (۱) \qquad ۱، ۱ و -۱ \quad (۲) \qquad ۱، ۳ و -۴ \quad (۴) \qquad ۲، -۲ و صفر \quad (۳)$$

محل انجام محاسبات



۳۹- در یک ساختمان، شش خانواده زندگی می‌کنند که تعداد فرزندان آنها به صورت $3, 2, 1, 1, 1, 0$ است. اگر یک نمونه سه‌عضوی از این خانواده‌ها انتخاب کنیم، با چه احتمالی این نمونه، تعداد فرزندان را برابر ۱ برآورد می‌کند؟

$$\frac{3}{10} \quad (۴) \qquad \frac{1}{4} \quad (۳) \qquad \frac{1}{5} \quad (۲) \qquad \frac{3}{20} \quad (۱)$$

۴۰- در جامعه‌ای با واریانس ۲۵، مجموع داده‌ها در نمونه‌ای ۱۶ عضوی برابر ۲۴۰ است. بازه اطمینان ۹۵ درصدی برای برآورد میانگین جامعه کدام است؟

$$\begin{array}{ll} [12/5, 17/5] \quad (۲) & [14, 16] \quad (۱) \\ [12, 18] \quad (۴) & [13/5, 16/5] \quad (۳) \end{array}$$

محل انجام محاسبات



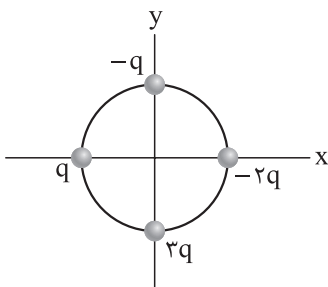
فیزیک یازدهم

۴۱- دو گوی رسانا، کوچک و یکسان به بارهای $q_1 = 4 \mu\text{C}$ و $q_2 = -6 \mu\text{C}$ را با هم تماس می‌دهیم و سپس تا فاصله 30 cm از هم دور می‌کنیم. نوع نیروی الکتریکی بین دو گوی چگونه و بزرگی آن چند نیوتون است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$

- (۱) دافعه، ۱
(۲) دافعه، ۱/۰
(۳) جاذبه، ۱
(۴) جاذبه، ۱/۰

۴۲- اگر در شکل زیر، قطر دایره 1 m و $q = 5 \text{ nC}$ باشد، بزرگی میدان الکتریکی برابند در مرکز دایره چند نیوتون بر کولن

است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$

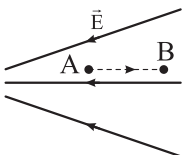


- (۱) $45\sqrt{3}$
(۲) $180\sqrt{3}$
(۳) ۲۲۵
(۴) ۹۰۰

۴۳- در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $5 \times 10^5 \text{ N/C}$ که جهت آن قائم و رو به پایین است، ذره بارداری به جرم 2 g معلق و به حال سکون قرار دارد. بار الکتریکی ذره چند نانوکولن است؟ $(g = 10 \text{ N/kg})$

- (۱) ۴
(۲) ۴۰
(۳) -۴
(۴) -۴۰

۴۴- خطوط میدان الکتریکی در قسمتی از فضا به شکل زیر است. با حرکت از نقطه A تا نقطه B، به ترتیب از راست به چپ، اندازه میدان الکتریکی و پتانسیل الکتریکی چگونه تغییر می‌کنند؟

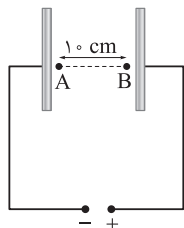


- (۱) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.
(۲) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.
(۳) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.
(۴) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

محل انجام محاسبات



۴۵- در شکل زیر، اندازه میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه $E = 2 \times 10^3 \text{ N/C}$ است. پروتونی از نقطه A با سرعت v در خلاف جهت میدان الکتریکی پرتاب شده است. اگر پروتون در نقطه B متوقف شود، v چند متر بر ثانیه است؟ (جرم پروتون $1.6 \times 10^{-27} \text{ kg}$ و بار الکتریکی آن $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ است.)



(۱) 10^5

(۲) 2×10^5

(۳) 10^4

(۴) 2×10^4

۴۶- مدار فلاش یک دوربین عکاسی، انرژی را با ولتاژ 200 V در یک خازن با ظرفیت $500 \mu\text{C}$ ذخیره می‌کند. اگر این مدار کل این انرژی را در مدت زمان 2 ms آزاد کند، توان متوسط خروجی فلاش چند کیلووات است؟

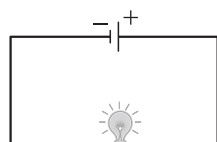
(۲) 2500

(۱) 5000

(۴) $2/5$

(۳) 5

۴۷- در شکل زیر، یک لامپ رشته‌ای به مقاومت الکتریکی 15Ω به اختلاف پتانسیل 12 V وصل است. تعداد الکترون‌های عبوری از این لامپ در هر دقیقه برابر کدام است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)



(۱) 3×10^{20}

(۲) 3×10^{21}

(۳) 5×10^{20}

(۴) 5×10^{21}

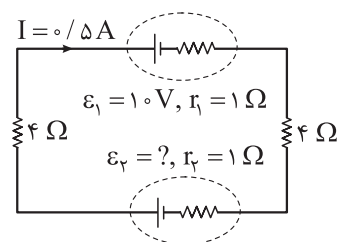
۴۸- در مدار شکل زیر، نیروی محرکه باتری \mathcal{E}_p چند ولت است؟

(۱) 5

(۲) 6

(۳) 14

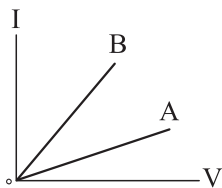
(۴) 15



محل انجام محاسبات



۴۹- نمودار $I-V$ برای دو سیم مسی A و B با طول‌های یکسان، مطابق شکل زیر است، به ترتیب از راست به چپ، مقاومت و مساحت مقطع کدام سیم بزرگ‌تر است؟



(۱) A, A

(۲) B, B

(۳) B, A

(۴) A, B

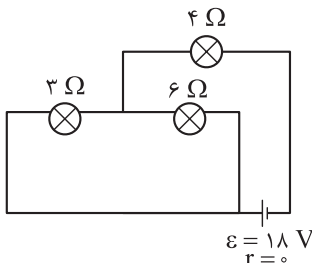
۵۰- اگر دو سر یک بخاری برقی به اختلاف پتانسیل 220 V وصل شود، جریان الکتریکی 5 A از آن می‌گذرد. اگر این بخاری در هر شبانه‌روز به مدت 4 h روشن باشد، هزینه برق مصرفی این بخاری در یک ماه (30 روز) چند تومان است؟ (قیمت برق مصرفی به ازای هر کیلووات ساعت، 50 تومان است.)

(۴) 6600 (۳) 2200 (۲) 660 (۱) 220

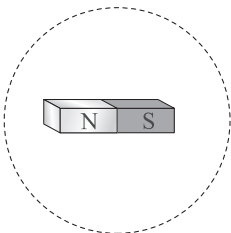
۵۱- دو مقاومت مشابه را یک بار به طور متوالی و بار دیگر به طور موازی به یکدیگر می‌بندیم و هر بار به اختلاف پتانسیل معین و یکسانی وصل می‌کنیم. جریان الکتریکی عبوری از هر مقاومت در حالت اول، چند برابر جریان الکتریکی عبوری از هر مقاومت در حالت دوم است؟

(۴) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۲) 4 (۱) 2

۵۲- در مدار شکل زیر، توان مصرفی لامپ رشته‌ای 6 اهمی ، چند وات است؟

(۱) 6 (۲) 12 (۳) 24 (۴) 54

۵۳- یک آهنربای میله‌ای مطابق شکل زیر، روی یک میز قرار دارد. یک عقربه مغناطیسی که آزادانه می‌تواند حول محور قائم بچرخد، به آرامی روی مسیر دایره‌ای شکل به دور آهنربا یک دور می‌چرخد. در این مسیر، عقربه چند درجه دوران می‌کند؟

(۱) 180 (۲) 270 (۳) 360 (۴) 720 

محل انجام محاسبات



۵۴- الکترونی با سرعت \vec{v} در یک میدان مغناطیسی یکنواخت، عمود بر میدان در حرکت است. اگر شکل زیر، نشان دهنده

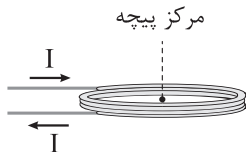


جهت میدان (\vec{B}) و جهت نیروی وارد بر الکترون (\vec{F}) باشد، جهت \vec{v} کدام است؟

- (۱) \odot (۲) \otimes
 (۳) \longrightarrow (۴) \longleftarrow

۵۵- در شکل زیر، از پیچۀ مسطحی به شعاع $6/25 \text{ cm}$ که از 2000 دور سیم نازک درست شده است، جریان 20 mA

می‌گذرد. میدان مغناطیسی در مرکز پیچه چند گاوس و در چه جهتی است؟ ($\mu_0 = 12/5 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$)



- (۱) $\uparrow, 4$
 (۲) $\downarrow, 4$
 (۳) $\uparrow, 40$
 (۴) $\downarrow, 40$

۵۶- سیم مستقیمی به طول $2/4 \text{ m}$ ، حامل جریان $2/5 \text{ A}$ از شرق به غرب است. اندازه میدان مغناطیسی زمین در

محل این سیم 45 G و جهت آن از جنوب به شمال است. نیروی مغناطیسی وارد بر این سیم چند نیوتون و در چه

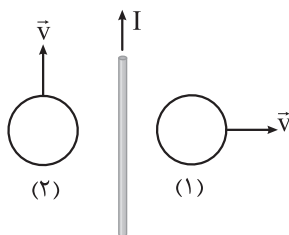
جهتی است؟

- (۱) $2/7 \times 10^{-4}$ ، عمود بر سطح زمین و به طرف بالا
 (۲) $2/7 \times 10^{-3}$ ، عمود بر سطح زمین و به طرف بالا
 (۳) $2/7 \times 10^{-4}$ ، عمود بر سطح زمین و به طرف پایین
 (۴) $2/7 \times 10^{-3}$ ، عمود بر سطح زمین و به طرف پایین

۵۷- دو حلقه رسانای (۱) و (۲) در نزدیکی یک سیم دراز حامل جریان ثابت I قرار دارند. این دو حلقه با تندی یکسان،

ولی در جهت‌های متفاوت مطابق شکل زیر حرکت می‌کنند. جهت جریان القایی در حلقه‌های (۱) و (۲) به ترتیب از راست

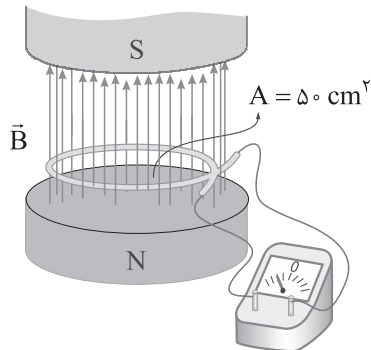
به چپ کدام است؟



- (۱) ساعتگرد، پادساعتگرد
 (۲) پادساعتگرد، در حلقه (۲) جریانی القا نمی‌شود.
 (۳) ساعتگرد، در حلقه (۲) جریانی القا نمی‌شود.
 (۴) پادساعتگرد، پادساعتگرد

محل انجام محاسبات

۵۸- در شکل زیر، میدان مغناطیسی بین قطب‌های یک آهنربای الکتریکی که بر سطح حلقه عمود است، با زمان تغییر می‌کند و در مدت $0/25$ s از $0/2$ تسلا رو به بالا به $0/1$ تسلا رو به پایین می‌رسد. بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط در حلقه در این مدت، چند میلی‌ولت است؟



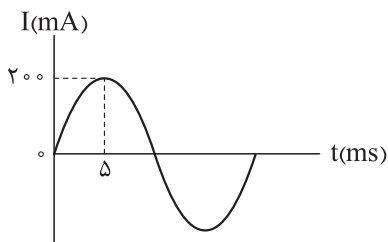
(۱) ۲

(۲) ۶

(۳) ۲۰

(۴) ۶۰

۵۹- نمودار جریان متناوب سینوسی یک مولد جریان متناوب، به شکل زیر است. معادله جریان بر حسب زمان در SI کدام است؟



(۱) $I = 0/2 \sin 100\pi t$

(۲) $I = 2 \sin 100\pi t$

(۳) $I = 0/2 \sin 100\pi t$

(۴) $I = 2 \sin 100\pi t$

۶۰- ضریب القاوری یک القاگر فرضی چند هانری باشد تا با عبور جریان 200 A از آن، بتواند 1 kWh انرژی الکتریکی در خود ذخیره کند؟

(۴) ۱۸۰

(۳) ۱۸۰۰

(۲) ۳۶۰

(۱) ۳۶۰۰

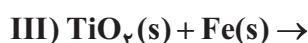
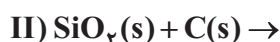
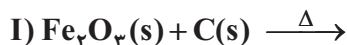
محل انجام محاسبات



شیمی یازدهم

۶۱- اگر آرایش الکترونی اتم عنصرهای A و B به ترتیب به $3p^2$ و $2p^5$ ختم شود، کدام مورد نادرست است؟

- (۱) شعاع اتمی و هم‌چنین رسانایی گرمایی A از B بیشتر است.
 (۲) می‌توانند با یکدیگر، ترکیب مولکولی به فرمول AB_4 تشکیل دهند.
 (۳) A در جدول دوره‌ای، با یک نافلز و یک شبه‌فلز، هم‌گروه است.
 (۴) عنصری که با A، هم‌دوره و با B، هم‌گروه است، فقط در دماهای بالاتر از $200^\circ C$ می‌تواند با گاز هیدروژن واکنش دهد.
- ۶۲- با توجه به واکنش‌های زیر، کدام مطلب نادرست است؟



- (۱) برای استخراج آهن در فولاد مبارکه از واکنش (I) استفاده می‌شود که در این واکنش افزون بر آهن، یک گاز گلخانه‌ای نیز تولید می‌شود.
 (۲) واکنش (II) در دمای بالا انجام می‌شود که در آن عنصر اصلی سازنده سلول‌های خورشیدی و گازی دواتمی با سه پیوند اشتراکی حاصل می‌شود.
 (۳) واکنش (III) در شرایط طبیعی انجام نمی‌شود، زیرا واکنش‌پذیری واکنش‌دهنده‌ها از واکنش‌پذیری فرآورده‌ها کم‌تر است.
 (۴) برای تهیه تیتانیوم، واکنش (IV) را در حضور گاز نیتروژن انجام می‌دهند، زیرا گاز اکسیژن موجود در هوا مانع از انجام واکنش می‌شود.

۶۳- نمونه‌ای از کلسیم کربنات با خلوص ۲۵ درصد، مطابق معادله زیر به طور کامل در ظرفی سرباز تجزیه می‌شود. جرم نمونه جامد طی این فرایند، چند درصد کاهش می‌یابد؟ ($C = 12, O = 16, Ca = 40 : g.mol^{-1}$)



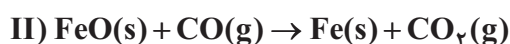
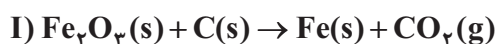
۷۵ (۴)

۴۴ (۳)

۲۵ (۲)

۱۱ (۱)

۶۴- جرم‌های یکسانی از آهن (III) اکسید و آهن (II) اکسید مطابق معادله‌های زیر برای تهیه آهن استفاده شده‌اند. اگر جرم آهن تولیدشده در دو واکنش برابر باشد، بازده درصدی واکنش (II) چند برابر بازده درصدی واکنش (I) است؟ (معادله واکنش‌ها موازنه شود، $Fe = 56, O = 16 : g.mol^{-1}$)



۰/۴ (۴)

۰/۹ (۳)

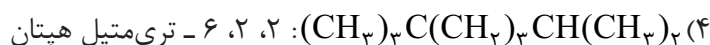
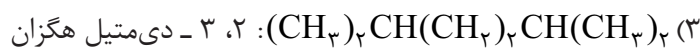
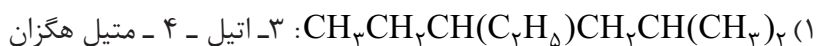
۰/۸ (۲)

۱/۲۵ (۱)

محل انجام محاسبات



۶۵- در کدام گزینه نام آلکان به درستی بیان شده است؟



۶۶- کدام مورد درباره آلکان راست زنجیری که از سوختن کامل ۷/۱ گرم از آن، ۹/۹ گرم آب تولید می شود، درست است؟ ($\text{O} = ۱۶, \text{C} = ۱۲, \text{H} = ۱: \text{g.mol}^{-1}$)

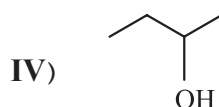
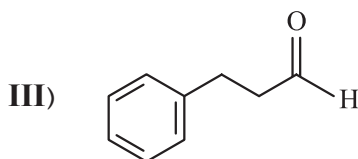
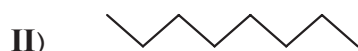
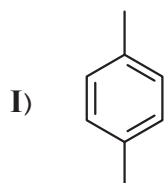
(۱) در نام آن، پیشوندی که شمار اتم های کربن را معلوم کند، وجود ندارد.

(۲) گرانشی آن نسبت به آلکان راست زنجیری که هر مولکول آن، ۴۳ پیوند اشتراکی دارد، کم تر است.

(۳) تفاوت جرم مولی آن با آلکانی با ۱۸ اتم هیدروژن، ۴۲ گرم است.

(۴) برای رسم ساختار پیوند - خط آن به ۱۰ خط نیاز است.

۶۷- با توجه به ساختارهای داده شده، کدام مورد درست است؟ ($\text{H} = ۱, \text{C} = ۱۲, \text{O} = ۱۶: \text{g.mol}^{-1}$)



(۱) ترکیب (I)، همپار نفتالن است.

(۲) میزان فرآیند ترکیب (II) از هپتان بیشتر است.

(۳) از واکنش بوتان با آب، ترکیب (IV) تولید می شود.

(۴) در جرم برابر، میزان آب تولیدی در اثر سوختن کامل ترکیب (III) نسبت به سوختن کامل بنزالدهید، بیشتر است.

۶۸- کدام موارد از مطالب زیر درباره بنزین و زغال سنگ، درست است؟

(الف) از سوختن زغال سنگ همانند بنزین، گاز گوگرد دی اکسید تولید می گردد.

(ب) مقدار کربن دی اکسید به ازای هر کیلوژول انرژی تولید شده از سوختن زغال سنگ بیشتر از بنزین است.

(پ) در جرم یکسان، گرمای آزاد شده از سوختن بنزین بیشتر از زغال سنگ است.

(ت) جایگزینی زغال سنگ به جای نفت، باعث کاهش اثر گلخانه ای می شود.

(۴) پ - ت

(۳) ب - پ

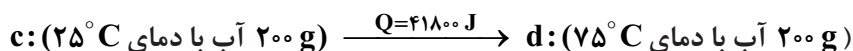
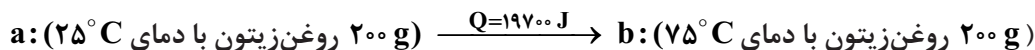
(۲) الف - ت

(۱) الف - ب

محل انجام محاسبات



۶۹- با توجه به حالت‌های a تا d ، کدام موارد زیر نادرست است؟ (جرم مولی آب و روغن‌زیتون به ترتیب برابر ۱۸ و ۸۸۴ گرم بر مول است.)



الف) ظرفیت گرمایی یک مول روغن‌زیتون بیشتر از یک مول آب است.

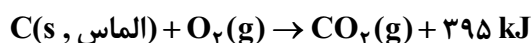
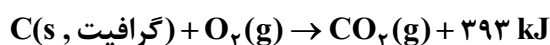
ب) مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده نمونه d بیشتر از نمونه c است.

پ) گرمای ویژه روغن‌زیتون را می‌توان $1/97\text{ J}\cdot\text{C}^{-1}$ در نظر گرفت.

ت) با توجه به ماهیت یکسان ماده، میانگین انرژی جنبشی ذرات در a و b برابر است.

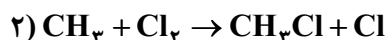
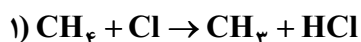
(۱) ب - ب (۲) پ - ت (۳) الف - ب (۴) الف - ت

۷۰- اگر مخلوطی به جرم ۶۰ گرم از الماس و گرافیت مطابق واکنش‌های زیر بسوزند و ۱۹۷۱ کیلوژول انرژی آزاد شود، جرم آلوتروپ ناپایدارتر در مخلوط اولیه کدام است؟ ($C = 12\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$)



(۱) ۳۶ (۲) ۲۴ (۳) ۴۸ (۴) ۱۲

۷۱- واکنش کلردار کردن متان ($CH_4 + Cl_2 \rightarrow CH_3Cl + HCl$) یک واکنش دومرحله‌ای است:



اگر آنتالپی پیوندهای $C-Cl$ ، $Cl-Cl$ ، $C-H$ و $H-Cl$ به ترتیب برابر a، b، c و d کیلوژول بر مول باشد، آنتالپی مرحله اول چند برابر آنتالپی مرحله دوم است؟

$$\frac{c-d}{b-a} \quad (2) \qquad \frac{b-c}{a-d} \quad (1)$$

$$\frac{a-b}{c-d} \quad (4) \qquad \frac{c+d}{a+b} \quad (3)$$

۷۲- کدام مورد، درست است؟

(۱) انحلال آمونیوم نیترات در آب، گرماگیر است و ΔH این فرایند را می‌توان به کمک گرماسنج لیوانی، تعیین کرد.

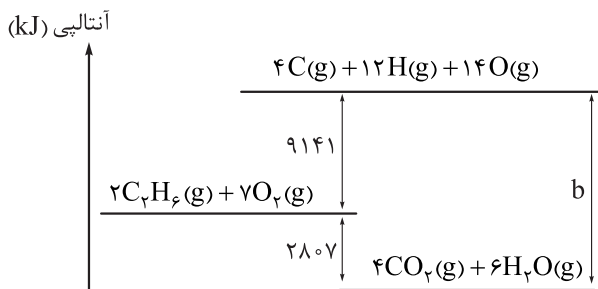
(۲) اگر اندازه آنتالپی مرحله اول و دوم تولید آمونیاک به روش هابر، به ترتیب a و b باشد، نسبت a به b بیشتر از ۱ است.

(۳) آنتالپی واکنش $NH_3(g) + H(g) \rightarrow NH_2(g)$ ، هم‌ارز با آنتالپی پیوند $N-H$ است.

(۴) گاز مرداب را می‌توان از واکنش گرافیت و گاز هیدروژن در آزمایشگاه تهیه کرد.

محل انجام محاسبات

۷۳- نمودار داده شده الگویی برای واکنش سوختن اتان می باشد. براساس آن کدام مورد نادرست است؟



(۱) میانگین آنتالپی پیوند $C=O$ برابر ۷۹۹ کیلوژول

بر مول است.

(۲) به ازای تولید ۲ مول فراورده در واکنش سوختن

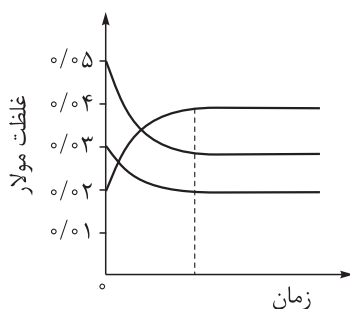
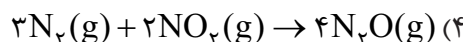
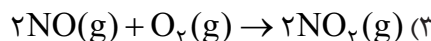
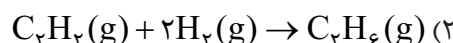
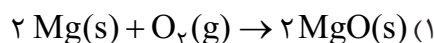
کامل اتان، ۵۶۱/۴ کیلوژول گرما آزاد می شود.

(۳) بزرگی مقدار b برابر ۱۱۹۴۸ کیلوژول است.

(۴) ارزش سوختی اتان به تقریب، ۹۳/۵۶ کیلوژول بر

گرم است.

۷۴- نمودار مقابل را به کدام واکنش می توان نسبت داد؟



۷۵- در شرایط معینی، ۱۵۰ گرم محلول ۱۷ درصد جرمی هیدروژن پراکسید در ظرفی طبق معادله زیر مصرف می شود.

اگر سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن برابر با $1/25 \times 10^{-2} mol.min^{-1}$ باشد، پس از چند ثانیه، تعداد مول H_2O_2 در

محلول به ۰/۵ مول می رسد؟ ($H = 1, O = 16 : g.mol^{-1}$)



۱۲۰۰ (۴)

۶۰۰ (۳)

۴۰۰ (۲)

۳۰۰ (۱)

۷۶- با توجه به مواد زیر، کدام مورد درست است؟

«نشاسته - پلی اتن - پروپان - روغن زیتون - دی برمواتان»

(۱) ۸۰ درصد این مواد، همانند سلولز درشت مولکول محسوب می شوند.

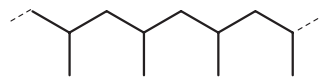
(۲) از واکنش مونومر سازنده یکی از پلیمرها با آب در محیط اسیدی، اتانول تولید می شود.

(۳) روغن زیتون نیز همانند پلی اتن دارای مولکول هایی با جرم مولی بسیار زیاد بوده و پلیمر محسوب می شود.

(۴) نسبت شمار نوع عنصرهای سازنده نشاسته به شمار نوع عنصرهای پروپان برابر ۲ است.

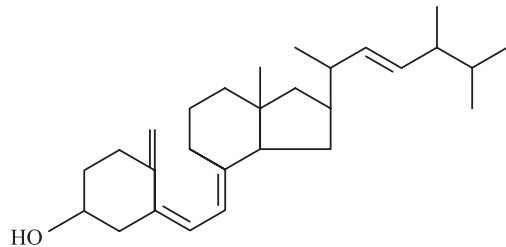
محل انجام محاسبات

۷۷- کدام مورد نادرست است؟



- (۱) ساختار روبه‌رو به پلیمری مربوط است که در تهیه سرنگ کاربرد دارد.
 (۲) الکل و اسید سازنده استری با فرمول $C_4H_4O_2$ ، متانول و آشناترین اسید آلی هستند.
 (۳) حالت فیزیکی ۱، ۲ - دی‌کلرو اتان در دما و فشار اتاق، برخلاف ۱، ۲ - دی‌برمو اتان، گازی است.
 (۴) در واکنش پلیمری شدن اتن، جرم مولی میانگین پلی اتن تولیدشده به مقدار کاتالیزگرهای واکنش بستگی دارد.

۷۸- کدام مورد درباره ویتامین D (ساختار زیر) و استر حاصل از واکنش آن با ساده‌ترین کربوکسیلیک اسید یک‌عاملی، درست است؟

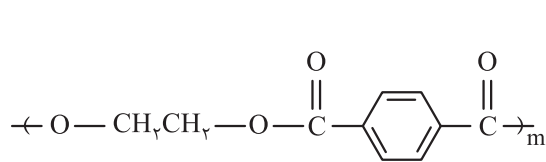


- (۱) از سوختن کامل یک مول ویتامین D، در مجموع ۴۸ مول فراورده تولید می‌شود.
 (۲) در ساختار لوویس استر مربوطه، نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی برابر ۲۰ است.
 (۳) شمار گروه‌های CH_3 در ساختار ویتامین D، دو برابر شمار حلقه‌های موجود در ساختار آن است.
 (۴) تفاوت جرم مولی استر مربوطه با جرم مولی ویتامین D، با جرم مولی کربن مونواکسید برابر است.

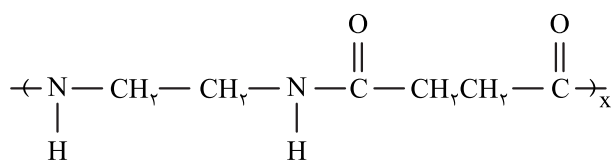
۷۹- درستی یا نادرستی کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟

- (۱) مواد زیست‌تخریب‌پذیر در طبیعت، پس از مدت کوتاهی به اتم‌های سازنده خود تجزیه می‌شوند.
 (۲) انحلال‌پذیری C_6H_5OH در چربی از انحلال‌پذیری C_3H_7OH در چربی، بیشتر است.
 (۳) کولار نوعی پلی‌آمید طبیعی است و از فولاد هم‌جرم خود، پنج برابر مقاوم‌تر است.
 (۴) همه آمین‌ها توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را دارند.

۸۰- فرمول شیمیایی واحد تکرار شونده پلی‌آمید حاصل از واکنش دی‌اسید سازنده ترکیب (I) بادی آمین سازنده ترکیب (II) کدام است؟



(I)



(II)



محل انجام محاسبات

پاسخ‌نامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحه
شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید
از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

پاسخ نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

پایه یازدهم

مرحله شانزدهم

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

۱۲/ تیر/ ۱۴۰۵

رشته ریاضی

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	کوروش اسلامی - فرشاد حسن زاده - عادل حسینی - علی شهبابی - محمد گودرزی - محسن علی نجاری
هندسه	امیرحسین ابومحبوب
آمار و احتمال	مسعود شفیعی - سروش موثینی
فیزیک	یاشار انگوتی - نوید شاهی
شیمی	مهدی براتی - سلیم بهرامی - ارژنگ خانلری - پیمان خواجوی مجد - علی رفیعی - معصومه سعیدی - یاسر عبداللهی امیر قاسمی پور - محمد قهرمانی نژاد

نام درس	مستقل درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	محسن علی نجاری	محسن علی نجاری	عادل حسینی	محمد گودرزی سروش موثینی	سهیل تقی زاده منصور زرکش اصفهانی
هندسه	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مریم نظری	منصور زرکش اصفهانی ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری
آمار و احتمال	مسعود شفیعی	مسعود شفیعی	علیرضا کاظمی بقا	سید عباس حسینی نیلوفر مهدوی	ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
فیزیک	نوید شاهی	یاشار انگوتی	مریم گلی حسنلو	سعید محبی هادی نجفی	آیدین طهماسقلی زاده امیر محمودی انزلی سعید محبی فاطمه نجفی محمد رضا یاری
شیمی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	نیلوفر درخشان	یاشار ذریه محمد مهدی کریمیان مرتضی نصیرزاده	محمد رضا بیاتلو هادی عبادی آرمین عظیمی محمد نوروزی مال

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانیپور



آزمون آزمائشی خلی سبز

بیٹا ابراہیمی - علیرضا جعفری - عادل حسینی

تیم اجرایی و تألیف آزمون

الناز علی یاری زاده

سرپرست تولید

نیلوفر اعتمادی - نیوشا پیمان - زهرا صفری
الهه صفری - فاطمه علی اکبری - محیا غنی فرد
نادره نازآوری - ساعده نمازی

ویراستاران فنی

ندا فخاری
سارا گنجی آزادپور

رسام

صدف امام - مریم حسین زاده
سپیده سخائی - الهام سهرابی - طاهره صادق نژاد
مائده صبری - نیلوفر فرخجسته - فاطمه قیاسوند
مهدیه گل پور - دریا لطفی

صفحه آرایی



مجموع همهٔ اعداد دورقمی مضرب ۵ کدام است؟

۹۵۵ (۴)

۹۵۰ (۳)

۹۴۵ (۲)

۹۴۰ (۱)

پاسخ: گزینهٔ ۲

مجموع n جملهٔ اول دنبالهٔ حسابی a_n با قدرنسبت d از روابط زیر به دست می‌آید:

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

گام اول: کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد دورقمی مضرب ۵ به ترتیب 10 و 95 هستند. حالا می‌خواهیم تعداد کل این اعداد را حساب کنیم:

$$n = \frac{95 - 10}{5} + 1 = 18$$

گام دوم: با استفاده از روابط درس باکس، مجموع این 18 جمله را حساب می‌کنیم:

$$S_{18} = \frac{18(10 + 95)}{2} = 9 \times 105 = 945$$

مجموع همهٔ اعداد طبیعی دورقمی مضرب ۶ را بنویسید. (از فرمول مجموع جملات دنباله استفاده کنید.)

(سوال ۳ - امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳)

درس‌Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۲ اگر معادله درجه دوم $(k-8)x^2 - 2kx - 4 = 0$ دو جواب منفی داشته باشد، مجموعه مقادیر قابل قبول برای k کدام است؟

- (۱) $(4, 8)$
 (۲) $(0, 8)$
 (۳) $(0, 4)$
 (۴) $(-8, 4)$

پاسخ: گزینه ۱

رابطه بین ضرایب و جواب‌های یک معادله درجه دوم: فرض کنید α و β جواب‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند. در این صورت، مجموع جواب‌ها $S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ و حاصل ضرب آن‌ها $P = \alpha\beta = \frac{c}{a}$ است. در جدول زیر وضعیت علامت جواب‌های معادله را می‌بینید:

$\Delta < 0$	معادله جواب حقیقی ندارد.		
$\Delta = 0$	تنها جواب معادله $x_0 = -\frac{b}{2a}$ است.		
$\Delta > 0$	$P < 0$	$S < 0$	معادله دو جواب غیرهم‌علامت دارد، قدرمطلق جواب منفی بزرگ‌تر است.
		$S > 0$	معادله دو جواب غیرهم‌علامت دارد، قدرمطلق جواب مثبت بزرگ‌تر است.
	$P > 0$	$S < 0$	معادله دو جواب منفی دارد.
		$S > 0$	معادله دو جواب مثبت دارد.

گام اول: در معادله داده‌شده، مجموع و حاصل ضرب جواب‌ها به ترتیب $S = \frac{2k}{k-8}$ و $P = -\frac{4}{k-8}$ است. مطابق جدول درس‌بکس، برای این‌که این معادله، دو جواب منفی داشته باشد، لازم است $\Delta > 0$ ، $P > 0$ و $S < 0$ باشد. گام دوم: ابتدا شرط Δ را اعمال می‌کنیم:

$$\Delta = (-2k)^2 - 4(k-8)(-4) = 4k^2 + 16k - 128 = 4(k^2 + 4k - 32) > 0$$

$$\Rightarrow (k+8)(k-4) > 0 \xrightarrow{\text{خارج ریشه‌ها}} k < -8 \text{ یا } k > 4 \quad (1)$$

گام سوم: شرط‌های مربوط به S و P را نیز اعمال می‌کنیم:

$$S = \frac{2k}{k-8} < 0 \xrightarrow{\text{بین ریشه‌ها}} 0 < k < 8 \quad (2)$$

$$P = -\frac{4}{k-8} > 0 \Rightarrow k-8 < 0 \Rightarrow k < 8 \quad (3)$$

گام چهارم: از اشتراک مجموعه‌های (۱)، (۲) و (۳) مجموعه مقادیر قابل قبول برای k بازه $(4, 8)$ به دست می‌آید.

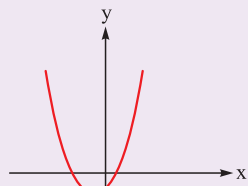
درس‌بکس Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

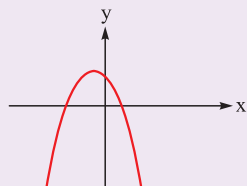
هر یک از شکل‌های زیر نمودار یک سهمی به معادله کلی $f(x) = ax^2 + bx + c$ است.

(مسئله ۱) - کار در کلاس ۱ صفحه ۱۲ کتاب درسی

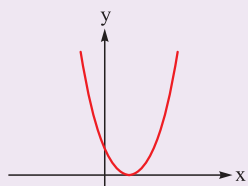
با توجه به معادله $f(x) = 0$ نمودار یا نمودارهای متناظر با هر یک از ویژگی‌های زیر را مشخص کنید.



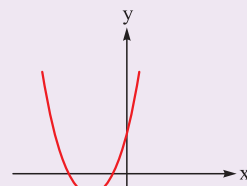
(۱)



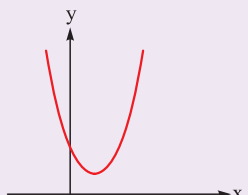
(۲)



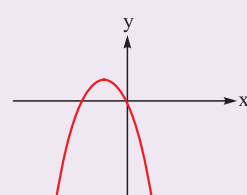
(۳)



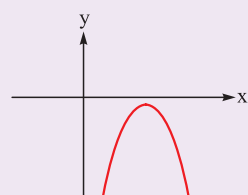
(۴)



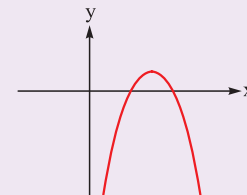
(۵)



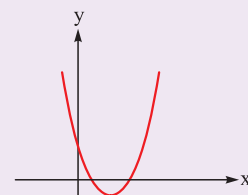
(۶)



(۷)



(۸)



(۹)

الف) دو ریشه متمایز مثبت دارد. (شکل‌های ۸ و ۹)

ب) دو ریشه منفی دارد. ()

پ) یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی دارد. ()

ت) ریشه ندارد. ()

ث) ریشه ندارد و دارای ماکزیمم است. ()

ج) یک ریشه مضاعف دارد. ()

چ) حاصل جمع ریشه‌های متمایز مثبت است. ()

ح) حاصل جمع ریشه‌ها منفی است. ()

تعداد جواب‌های معادله $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x-3} = 2$ کدام است؟

۳

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۳

Hint $\sqrt{x-3}$ رو بیر سمت راست تساوی، بعدش طرفین رو به توان ۲ برسون.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول:

$$\sqrt{2x+1} = \sqrt{x-3} + 2 \xrightarrow{\text{توان } 2} 2x+1 = x-3+4+4\sqrt{x-3} \Rightarrow x = 4\sqrt{x-3}$$

گام دوم: مجدداً طرفین تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$x^2 = 16(x-3) = 16x - 48 \Rightarrow x^2 - 16x + 48 = (x-4)(x-12) = 0 \Rightarrow x = 4, 12$$

گام سوم: جواب‌های به‌دست‌آمده را باید چک کنیم:

$$x = 4: \sqrt{9} - \sqrt{1} = 3 - 1 = 2 \checkmark$$

$$x = 12: \sqrt{25} - \sqrt{9} = 5 - 3 = 2 \checkmark$$

معادلات زیر را حل کنید.

(مسئله ۱) - تمرین ۷ صفحه ۲۲ کتاب درسی

$$1) \frac{6}{x} = 2 + \frac{x-3}{x+1}$$

$$2) \frac{p}{2-p} + \frac{2}{p} = -\frac{3}{2}$$

$$3) \frac{3y+5}{y^2+5y} + \frac{y+4}{y+5} = \frac{y+1}{y}$$

$$4) 2\sqrt{x} = \sqrt{3x+4}$$

$$5) \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = 1-x$$

$$6) \frac{5}{\sqrt{x+2}} = 2 - \frac{1}{\sqrt{x-2}}$$

$$7) \sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1} = 4$$

۴ خط $5x + 4y = 3$ بر دایره‌ای به مرکز $(-1, 3)$ مماس است. مساحت دایره چند برابر π است؟

$$\frac{16}{41} \quad (2)$$

$$\frac{4}{41} \quad (4)$$

$$\frac{9}{41} \quad (1)$$

$$\frac{25}{41} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

فاصله مرکز دایره از اون خط، برابر با شعاع دایره.

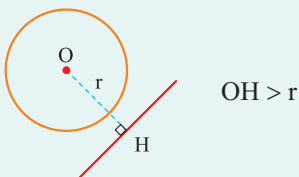
Hint

درس Box

فاصله نقطه (x_0, y_0) از خط $ax + by + c = 0$ برابر است با $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

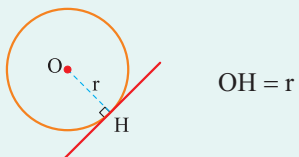
حالت‌های خط و دایره:

خط و دایره هیچ نقطه اشتراکی ندارند:



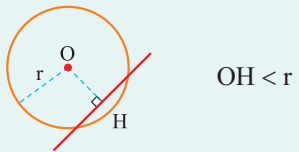
$$OH > r$$

خط بر دایره مماس است:



$$OH = r$$

خط و دایره دو نقطه مشترک دارند:



$$OH < r$$

گام اول: ابتدا فاصله مرکز دایره از خط را پیدا می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$OH = \frac{|5(-1) + 4(3) - 3|}{\sqrt{5^2 + 4^2}} = \frac{4}{\sqrt{41}}$$

گام دوم: مطابق درس باکس، همین فاصله برابر شعاع دایره است. پس مساحت دایره برابر است با:

$$\xrightarrow{r = \frac{4}{\sqrt{41}}} S = \pi r^2 = \frac{16\pi}{41}$$

خط $4x + 3y = 5$ بر دایره C به مرکز $O(-1, 2)$ مماس است. طول شعاع دایره چه قدر است؟

(مسئله (۱) - تمرین ۵ صفحه ۳۵ کتاب درسی)

۵ در کدام گزینه، دو تابع مساوی هستند؟

$$g(x) = \frac{x+3}{x+1} \text{ و } f(x) = \frac{x^2+2x-3}{x^2-1} \quad (2)$$

$$g(x) = x \text{ و } f(x) = \frac{x^2-2x}{x-2} \quad (1)$$

$$g(x) = \frac{x^4}{|x^3|} \text{ و } f(x) = \frac{x^2}{|x|} \quad (4)$$

$$g(x) = x^2 |x| + 1 \text{ و } f(x) = x^3 + 1 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

دو تابع f و g مساوی‌اند اگر و فقط اگر شرط‌های زیر برقرار باشند:

(۱) دامنه دو تابع برابر باشند.

(۲) به ازای هر x عضو دامنه، $f(x)$ و $g(x)$ برابر باشند. به بیان دیگر باید ضابطه‌های دو تابع یکسان باشند.

گام اول: در گزینه (۱) دامنه تابع f مجموعه $\mathbb{R} - \{2\}$ و دامنه تابع g ، \mathbb{R} است؛ بنابراین در این گزینه، توابع مساوی نیستند.

در گزینه (۲) نیز دامنه تابع g برابر $\mathbb{R} - \{1\}$ اما دامنه تابع f مجموعه $\mathbb{R} - \{\pm 1\}$ است؛ بنابراین توابع گزینه (۲) نیز نامساوی هستند.

گام دوم: دامنه‌های هر دو تابع گزینه (۳) برابر \mathbb{R} است، اما به ازای $x < 0$ ، ضابطه‌های دو تابع برابر نمی‌شوند:

$$\xrightarrow{x < 0} g(x) = -x^3 + 1 \neq f(x)$$

در گزینه (۴)، دامنه هر دو تابع $\mathbb{R} - \{0\}$ است و داریم:

$$g(x) = \frac{x^4}{|x^3|} = \frac{x^4}{x^3 |x|} = \frac{x^2}{|x|} = f(x)$$

در جدول زیر، کدام‌یک از توابع داده‌شده با هم برابرند؟ دلیل بیاورید: (مسئله (۱) - کار در کلاس صفحه ۴۱ کتاب درسی)

۱	$f = \{(1, 2), (5, 7)\}$	$g = \{(1, 7), (5, 2)\}$
۲	$f = \{(a, b), (c, d)\}$	$g = \{(c, d), (a, b)\}$
۳	$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 2x \end{cases}$	$\begin{cases} g: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} \\ g(x) = 2x \end{cases}$
۴	$f(x) = x x $	$g(x) = x^2$
۵	$f(x) = 4x$	$g(x) = \frac{8x}{2}$

درسی Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

دامنه تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{8x-3}{x^2+ax-b}$ مجموعه $\mathbb{R} - \{3\}$ است. زوج مرتب (a, b) کدام است؟

(۱) $(6, 9)$ (۲) $(-6, -9)$ (۳) $(-6, 9)$ (۴) $(6, -9)$

$x = 3$ ریشه مضاعف
مخرج است.

پاسخ: گزینه ۲

مخرج باید $(x-3)^2$ باشد.

Hint

درسی Box

تابع گویا: تابع کسری f را با ضابطه چندجمله‌ای / چندجمله‌ای گویا می‌نامیم؛ دامنه این تابع {ریشه‌های مخرج} - \mathbb{R} است.

گام اول: مخرج ضابطه تابع f فقط باید یک ریشه داشته باشد؛ بنابراین عبارت درجه دوم مخرج باید با عبارت $(x-3)^2$ متحد باشد.
گام دوم: داریم:

$$x^2 + ax - b = (x-3)^2 = x^2 - 6x + 9 \Rightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = -9 \end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

دامنه توابع زیر را بیابید.

(مسئله ۱) - تمرین ۱ صفحه ۵۲ کتاب درسی)

الف) $f(x) = \frac{x-1}{2-x}$

ب) $f(x) = \frac{-3x}{x^2+1}$

پ) $f(x) = \frac{2x+3}{x^2+x-12}$

ت) $f(x) = \sqrt{3x+1}$

ث) $f(x) = 2\sqrt{x-3}$

ج) $f(x) = \sqrt{8-x}$

کدام تابع وارون پذیر است؟

۷

یک‌به‌یک

$$g(x) = |2x - 1| + x \quad (۲)$$

$$k(x) = |3x + 1| + 2x \quad (۴)$$

$$f(x) = |x - 3| + x \quad (۱)$$

$$h(x) = |x + 3| + 2x \quad (۳)$$

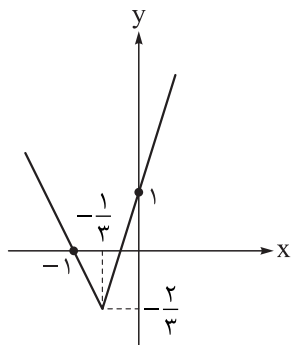
پاسخ: گزینه ۳

تابع f با ضابطه $f(x) = ax + |bx + c| + d$ با شرط $|a| > |b|$ یک‌به‌یک و در نتیجه، وارون پذیر است.

نکته

با توجه به نکته ساده بالا، فقط تابع h وارون پذیر است. به عنوان مثال، نمودار تابع k را رسم می‌کنیم تا علت وارون ناپذیری آن مشخص شود:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$k(x) = \begin{cases} -x - 1 & ; x < -\frac{1}{3} \\ 5x + 1 & ; x \geq -\frac{1}{3} \end{cases}$$

ابتدا مشخص کنید کدام یک از توابع زیر یک‌به‌یک است، سپس ضابطه وارون آن را بنویسید.

(سوال ۸ - امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳)

الف) $f(x) = (x - 3)^2 \quad x \geq 0$

ب) $g(x) = |x - 1| + 2 \quad x \geq 1$

دو تابع f و g با ضابطه‌های $f(x) = \sqrt{4-x}$ و $g(x) = x^2 - 3$ مفروض‌اند. دامنه تابع $f \circ g$ شامل چند عدد طبیعی است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

(۱) صفر

پاسخ: گزینه ۳

درس‌Box

ترکیب دو تابع f و g را به صورت زیر، با نماد $f \circ g$ نمایش می‌دهیم:

$$x \rightarrow \boxed{g} \xrightarrow{g(x)} \boxed{f} \rightarrow (f \circ g)(x) = f(g(x))$$

دامنه این تابع به صورت زیر به دست می‌آید:

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

گام اول: دامنه تابع g که \mathbb{R} است و دامنه تابع f نیز بازه $[-\infty, 4]$ است:

$$4 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4$$

گام دوم: حالا می‌توانیم مطابق تعریف، دامنه تابع $f \circ g$ را به دست آوریم:

$$D_{f \circ g} = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 3 \leq 4\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \leq 7\} = [-\sqrt{7}, \sqrt{7}]$$

این بازه، شامل ۲ عدد طبیعی است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

اگر $f(x) = \sqrt{1-x}$ و $g(x) = x^2 - 3$ باشد، دامنه $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.

(سؤال ۹ - قسمت الف) - امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳

۹ مجموعه جواب‌های نامعادله $6^{-3x+2} > \frac{1}{216}$ کدام است؟

- (۱) $(\frac{5}{3}, +\infty)$
 (۲) $(-\infty, \frac{5}{3})$
 (۳) $(-\frac{5}{3}, +\infty)$
 (۴) $(-\infty, -\frac{5}{3})$

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{1}{216} \text{ برابر با } 6^{-3}$$

Hint

درس‌Box

نامعادله $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ را در نظر بگیرید. برای حل این نامعادله، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\xrightarrow{0 < a < 1} f(x) < g(x)$$

$$\xrightarrow{a > 1} f(x) > g(x)$$

گام اول: نامعادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$6^{-3x+2} > \frac{1}{6^3} = 6^{-3}$$

گام دوم: بنابر درس باکس بالا داریم:

$$\xrightarrow{6 > 1} -3x + 2 > -3 \Rightarrow x < \frac{5}{3}$$

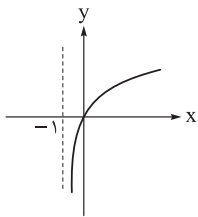
پاسخ خیلی تشریحی ✓

(مسئله ۱) - تمرین ۴ (قسمت ب) صفحه ۷۸ کتاب درسی)

الف) سه عدد بین اعداد $3\sqrt{10}$ و $3^{2/5}$ پیدا کنید.

ب) نامعادله توانی $4^{2x-1} > \frac{1}{1024}$ را حل کنید.

۱۰ در شکل زیر، نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = \log_p(x+a) + b$ رسم شده است. مقدار $f(15)$ کدام است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

کرتس Box

$$\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ g(x) \neq 1 \end{cases}$$

دامنه تابع $y = \log_{g(x)} f(x)$ اشتراک مجموعه جواب‌های نامعادله‌های زیر است:

گام اول: مطابق نمودار، دامنه تابع f بازه $(-1, +\infty)$ است. براساس درس باکس نیز دامنه تابع بازه $(-a, +\infty)$ است:

$$x+a > 0 \Rightarrow x > -a$$

با مساوی قراردادن دو بازه نتیجه می‌گیریم:

$$-a = -1 \Rightarrow a = 1$$

گام دوم: از طرفی نمودار تابع f از مبدأ مختصات می‌گذرد:

$$\frac{f(x) = \log_p(x+1) + b}{f(0)} \rightarrow f(0) = \log_p 1 + b = b = 0$$

گام سوم: بنابراین $f(x) = \log_p(x+1)$ است و داریم:

$$f(15) = \log_p 16 = 4$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

(مسئله (۱) - تمرین ۶ (قسمت الف) صفحه ۱۵ کتاب درسی)

نمودار تابع‌های زیر را رسم کنید.

$$y = 1 + \log_3 x \quad \text{الف}$$

$$y = -3^x - 2 \quad \text{ب}$$

$$y = 4\left(\frac{1}{3}\right)^x \quad \text{پ}$$

۱۱ اگر $\log 2 \approx 0/3$ و $\log 3 \approx 0/48$ باشد، مقدار تقریبی $\log \sqrt{9/6}$ کدام است؟

۰/۶ (۴)

۰/۵۴ (۳)

۰/۴۹ (۲)

۰/۴۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

ویژگی‌های لگاریتم:

درس‌Box

$$۱) \log_a x + \log_a y = \log_a xy$$

$$۲) \log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$$

$$۳) \log_{y^n} x^m = \frac{m}{n} \log_y x$$

$$۴) \log_x y = \frac{1}{\log_y x}$$

$$۵) \log_y x = \frac{\log_c x}{\log_c y}$$

$$۶) x^{\log_y a} = a^{\log_y x}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: باید به کمک ویژگی لگاریتم، $\log \sqrt{9/6}$ را برحسب $\log 2$ و $\log 3$ بنویسیم:

$$\log \sqrt{9/6} = \frac{1}{2} \log 9/6 = \frac{1}{2} \log \frac{96}{10} = \frac{1}{2} (\log(2^5 \times 3) - \log 10) = \frac{1}{2} (5 \log 2 + \log 3 - 1)$$

گام دوم: حالا مقادیر تقریبی $\log 2$ و $\log 3$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\log \sqrt{9/6} \approx \frac{1}{2} (5 \times 0/3 + 0/48 - 1) = \frac{0/98}{2} = 0/49$$

(مسئله ۱) - تمرین ۵ صفحه ۹۰ کتاب درسی)

عبارات زیر را ساده کنید. ($\log 2 \approx 0/301$, $\log 3 \approx 0/4771$)

الف) $\log(18 \times 375)$

ب) $\log \sqrt{0/75}$

پ) $\log_2 \frac{\sqrt{8}}{\sqrt[4]{2}}$

انرژی آزادشده توسط یک زلزله m ریشتری $۱۰^۳$ برابر انرژی آزادشده از یک زلزله n ریشتری است. اگر مجموع شدت این دو زلزله برابر ۱۰ ریشتر باشد، شدت زلزله بزرگتر کدام است؟

۶ (۴)

۷ (۳)

۸ (۲)

۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

درس: Box

• اگر انرژی آزادشده یک زلزله به بزرگی M ریشتر بر حسب ارگ برابر E باشد، داریم:

$$\log E = 11/8 + 1/5 M$$

• برای دو زلزله به بزرگی های M_1 و M_2 و انرژی های E_1 و E_2 داریم:

$$\frac{E_2}{E_1} = 10^{1/5(M_2 - M_1)}$$

گام اول: طبق رابطه آخر درس باکس داریم:

$$\frac{E_m}{E_n} = 10^{1/5(m-n)} = 10^3 \Rightarrow m - n = 2$$

گام دوم: از طرفی طبق فرض، مجموع m و n برابر ۱۰ است:

$$\Rightarrow \begin{cases} m - n = 2 \\ m + n = 10 \end{cases} \Rightarrow m = 6, n = 4$$

ریشتر، مقیاسی برای اندازه گیری بزرگی زمین لرزه و نماد میزان انرژی آزادشده در زلزله است. اگر بزرگی زمین لرزه برابر M در مقیاس ریشتر باشد، مقدار انرژی آزادشده بر حسب ارگ (Erg) از رابطه زیر حاصل می شود:

(مسئله (۱) - مثال صفحه ۱۹ کتاب درسی)

$$\log E = 11/8 + 1/5 M$$

مخروطی به شعاع قاعده ۸ و ارتفاع ۶ را به شکل گسترده درآورده‌ایم. زاویه قطاع به دست آمده چند رادیان است؟ **۱۳**

$$\frac{3\pi}{10} \quad (۴)$$

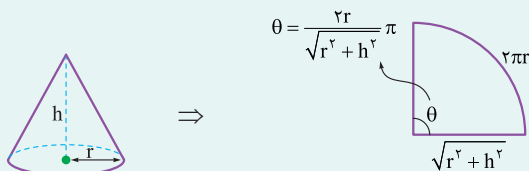
$$\frac{\pi}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{6\pi}{5} \quad (۲)$$

$$\frac{8\pi}{5} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

شکل گسترده مخروطی به شعاع قاعده r و ارتفاع h قطاعی است با زاویه $\frac{2r}{\sqrt{r^2 + h^2}} \pi$ رادیان از دایره‌ای به شعاع $\sqrt{r^2 + h^2}$.



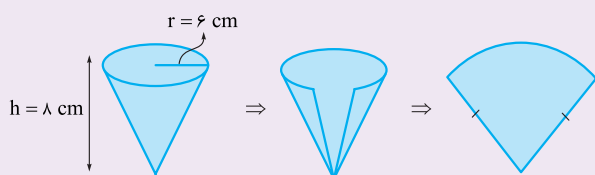
$$\theta = \frac{2 \times 8}{\sqrt{8^2 + 6^2}} \pi \Rightarrow \theta = \frac{8}{5} \pi \text{ rad}$$

طبق رابطه درس باکس داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

شکل فضایی و نیز شکل گسترده یک مخروط در زیر داده شده است. شعاع قاعده مخروط $r = 6 \text{ cm}$ و ارتفاع آن $h = 8 \text{ cm}$ می‌باشد. اندازه زاویه قطاع حاصل از شکل گسترده این مخروط چند رادیان است؟

(مسئله ۱) - تمرین ۳ صفحه ۹۶ کتاب درسی)



۱۴ حاصل عبارت $\frac{\sin(\frac{71\pi}{6}) - \cos^2(\frac{21\pi}{4})}{\tan^2(\frac{35\pi}{3})}$ کدام است؟

$$-\frac{1}{6} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{6} \text{ (۳)}$$

$$-\frac{1}{3} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

نسبت‌های مثلثاتی $k\pi + \alpha$:

• فرد k

$$\sin(k\pi + \alpha) = -\sin \alpha, \quad \cos(k\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(k\pi + \alpha) = \tan \alpha, \quad \cot(k\pi + \alpha) = \cot \alpha$$

• زوج k

$$\sin(k\pi + \alpha) = \sin \alpha, \quad \cos(k\pi + \alpha) = \cos \alpha$$

$$\tan(k\pi + \alpha) = \tan \alpha, \quad \cot(k\pi + \alpha) = \cot \alpha$$

نسبت‌های مثلثاتی زوایای قرینه:

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha, \quad \cos(-\alpha) = \cos \alpha, \quad \tan(-\alpha) = -\tan \alpha, \quad \cot(-\alpha) = -\cot \alpha$$

گام اول: مقدار هر کدام از نسبت‌های مثلثاتی حاضر در رابطه را مطابق درس باکس حساب می‌کنیم:

$$\sin\left(\frac{71\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{72\pi - \pi}{6}\right) = \sin\left(12\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\sin\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$\cos^2\left(\frac{21\pi}{4}\right) = \cos^2\left(\frac{20\pi + \pi}{4}\right) = \cos^2\left(\Delta\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \left(-\cos\frac{\pi}{4}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\tan^2\left(\frac{35\pi}{3}\right) = \tan^2\left(\frac{36\pi - \pi}{3}\right) = \tan^2\left(12\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \left(-\tan\frac{\pi}{3}\right)^2 = 3$$

گام دوم: حالا حاصل عبارت را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\sin\left(\frac{71\pi}{6}\right) - \cos^2\left(\frac{21\pi}{4}\right)}{\tan^2\left(\frac{35\pi}{3}\right)} = \frac{-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}{3} = -\frac{1}{3}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

(مسئله ۱) - تمرین صفحه ۳۰ کتاب درسی)

مقدار نسبت‌های مثلثاتی زیر را به دست آورید.

الف) $\sin(300^\circ) =$

ب) $\cot(75^\circ) =$

پ) $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) =$

ت) $\cos\left(-\frac{23\pi}{4}\right) =$

ث) $\sin\left(\frac{\Delta\pi}{4}\right) =$

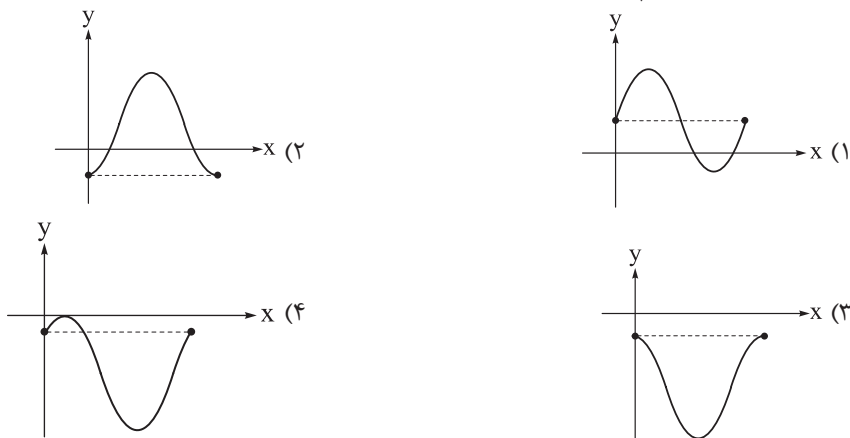
ج) $\tan(-84^\circ) =$

چ) $\tan(-15^\circ) =$

ح) $\cos\left(\frac{9\pi}{4}\right) =$

خ) $\tan\left(\frac{10\pi}{3}\right) =$

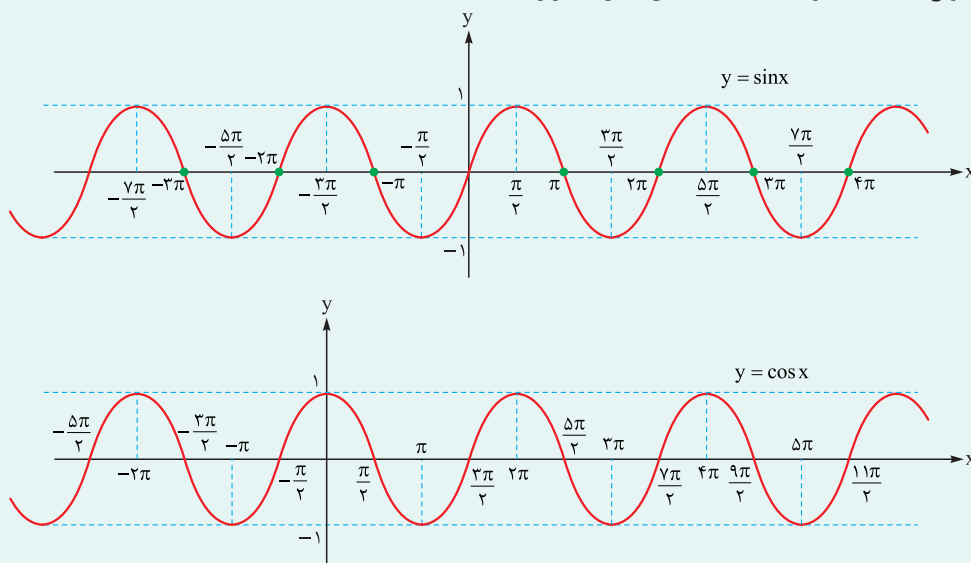
۱۵ نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = \cos(x - \frac{\pi}{4}) - 1$ و با دامنه $[0, 2\pi]$ در کدام گزینه به درستی رسم شده است؟



پاسخ: گزینه ۴

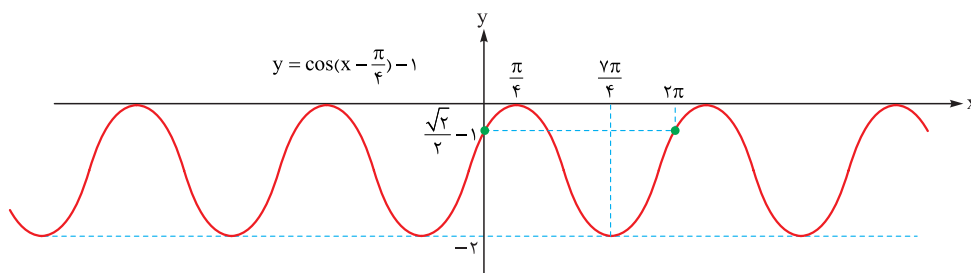
درس: Box

نمودار توابع $y = \sin x$ و $y = \cos x$ مطابق شکل‌های زیر هستند:



برای رسم نمودار تابع f لازم است که نمودار تابع $y = \cos x$ را $\frac{\pi}{4}$ واحد به راست و ۱ واحد به پایین انتقال دهیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



بنابراین نمودار تابع گزینه (۴) درست است.

برد تابع $y = \cos x$ بازه $[-1, 1]$ است و در نتیجه برد تابع f بازه $[-2, 0]$ است که تنها در گزینه (۴) رعایت شده است.

تیزبازی

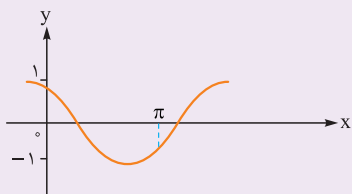
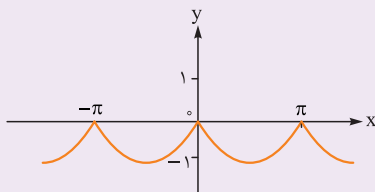
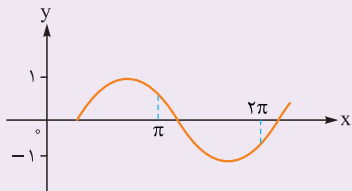
(مسائل (۱) - تمرین ۱ صفحه ۱۰۹ کتاب درسی)

توابع مثلثاتی زیر را با نمودارهای داده شده نظیر کنید.

$$y = -|\sin x| \quad (\text{الف})$$

$$y = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \quad (\text{ب})$$

$$y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \quad (\text{پ})$$



حاصل عبارت $\cos^2 13^\circ - \sin^2 5^\circ$ کدام است؟

(۲) $-\cos 8^\circ$

(۱) $\cos 8^\circ$

(۴) $\cos 4^\circ$

(۳) $-\sin 4^\circ$

پاسخ: گزینه ۲

$\cos 13^\circ$ برابر با $-\cos 5^\circ$.

Hint

درس Box

نسبت‌های مثلثاتی مجموع و تفاضل کمان:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

اتحادهای خاص:

$$\sin\left(x \pm \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sin x \pm \cos x}{\sqrt{2}}$$

$$\cos\left(x \pm \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\cos x \mp \sin x}{\sqrt{2}}$$

نسبت‌های مثلثاتی دو برابر کمان:

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = 1 - 2 \sin^2 \theta \Rightarrow \begin{cases} \sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1 - \cos \theta}{2} \\ \cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1 + \cos \theta}{2} \end{cases}$$

گام اول: در ابتدا به جای $\cos 13^\circ$ ، $-\cos 5^\circ$ را قرار می‌دهیم:

$$\cos 13^\circ = \cos(18^\circ - 5^\circ) = -\cos 5^\circ$$

پس عملاً باید حاصل عبارت زیر را حساب کنیم:

$$(-\cos 5^\circ)^2 - \sin^2 5^\circ = \cos^2 5^\circ - \sin^2 5^\circ$$

گام دوم: حاصل عبارت بالا، مطابق اتحادهای درس باکس برابر $\cos 10^\circ$ است:

$$\cos^2 5^\circ - \sin^2 5^\circ = \cos 10^\circ = \cos(18^\circ - 8^\circ) = -\cos 8^\circ$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

(مسائل (۱) - تمرین صفحه ۱۱۲ کتاب درسی)

مقدار نسبت‌های مثلثاتی زیر را محاسبه کنید.

الف) $\cos 15^\circ$

ب) $\tan 105^\circ$

پ) $\sin \frac{\pi}{12}$

ت) $\sin 12^\circ$

ث) $\cos 135^\circ$

۱۷ اگر تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2x - 2 & ; x > 1 \\ 2ax + 1 & ; x \leq 1 \end{cases}$ در $x = 1$ حد داشته باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ کدام است؟

(۱) -۵

(۲) -۱

(۳) ۲

(۴) ۳

حدهای چپ و راست با هم برابر باشند.

پاسخ: گزینه ۴

چون هر دو ضابطه چندجمله‌ای هستند، $x = 1$ رو توی ضابطه‌ها جای گذاری کنیم و برابر قرار بدین.

Hint

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا حدهای چپ و راست تابع f را در $x = 1$ حساب می‌کنیم:

$$\text{حد چپ: } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2ax + 1) = 2a + 1$$

$$\text{حد راست: } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (ax^2 + 2x - 2) = a + 2 - 2 = a$$

گام دوم: برای وجود حد تابع f در $x = 1$ ، لازم است حدهای چپ و راست آن در این نقطه برابر باشند:

$$\Rightarrow 2a + 1 = a \Rightarrow a = -1$$

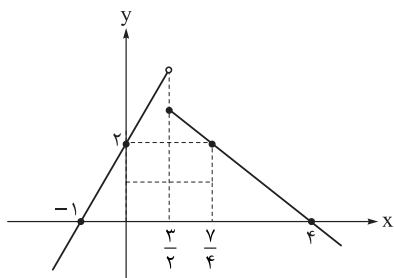
$$\text{گام سوم: بنابراین } f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x - 2 & ; x > 1 \\ -2x + 1 & ; x \leq 1 \end{cases} \text{ است و داریم:}$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (-2x + 1) = 2 + 1 = 3$$

نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -x + 1 & x > 1 \\ x^2 - 2 & x < 1 \end{cases}$ را رسم نموده و سپس با استفاده از نمودار، حد تابع در نقطه $x = 1$ را بررسی کنید.

(سوال ۱۵ - امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۲ (نوبت صبح))

نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. اگر $g(x) = \begin{cases} 1-x; & x \leq \frac{3}{2} \\ 2x+1; & x > \frac{3}{2} \end{cases}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow (\frac{3}{2})^-} \frac{f(x)}{g(3-x)}$ کدام است؟



$$\frac{5}{4} \quad (1)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$-6 \quad (3)$$

$$-10 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۱

بهرتره که ضابطه تابع $g(3-x)$ رو به دست بیارین تا اذیت نشین.

Hint

گام اول: ابتدا ضابطه تابع $y = g(3-x)$ را به دست می‌آوریم:

$$g(3-x) = \begin{cases} 1-(3-x) & ; 3-x \leq \frac{3}{2} \\ 2(3-x)+1 & ; 3-x > \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow g(3-x) = \begin{cases} x-2 & ; x \geq \frac{3}{2} \\ 7-2x & ; x < \frac{3}{2} \end{cases}$$

گام دوم: حد چپ تابع بالا را در $x = \frac{3}{2}$ حساب می‌کنیم:

$$\text{ضابطه پایین: } \lim_{x \rightarrow (\frac{3}{2})^-} g(3-x) = 7 - 2(\frac{3}{2}) = 4$$

گام سوم: ضابطه تابع f را نیز می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} 2(x+1) & ; x < \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{9}(x-4) & ; x \geq \frac{3}{2} \end{cases}$$

و حد چپ این تابع در $x = \frac{3}{2}$ برابر است با:

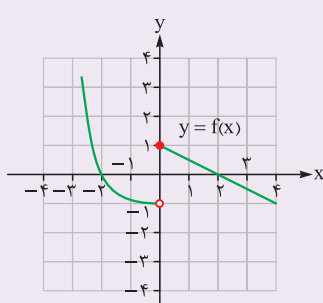
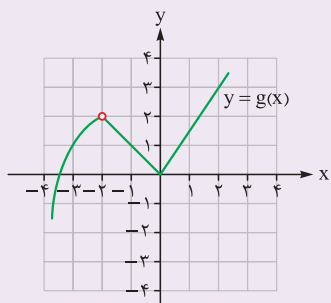
$$\lim_{x \rightarrow (\frac{3}{2})^-} f(x) = 2(\frac{3}{2} + 1) = 5$$

گام چهارم: در نهایت خواسته سؤال برابر است با:

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{3}{2})^-} \frac{f(x)}{g(3-x)} = \frac{5}{4}$$

در شکل زیر، نمودار توابع f و g رسم شده‌اند. با استفاده از نمودارها، مقدار حدهای زیر را بیابید.

(مسائل (۱) - تمرین ۸ صفحه ۱۴۰ کتاب درسی)



$$\lim_{x \rightarrow -2} (2g(x) - f(x)) \quad \lim_{x \rightarrow -2} -2\sqrt{g(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{f(x)} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[3]{\sqrt{g(x)}}$$

۱۹ حاصل $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^3 - 3\sqrt{3}}{x^2 - 3}$ کدام است؟

$$\frac{9\sqrt{3}}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{9\sqrt{3}}{2} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

صورت رو با جاق و لاغر و مخرج را با مزدوج تجزیه کنین.

Hint

حد صفر صفرم داریم که عامل صفرکننده آن $x - \sqrt{3}$ است:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^3 - 3\sqrt{3}}{x^2 - 3} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{(x - \sqrt{3})(x^2 + \sqrt{3}x + 3)}{(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^2 + \sqrt{3}x + 3}{x + \sqrt{3}} = \frac{9}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

(سؤال ۱۷ قسمت ب) - امتحان نهایی فردا ۱۴۰۳

حدود زیر را محاسبه کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)

الف) $\lim_{x \rightarrow 3} 5$

ب) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2[x] - 27}{x - 3}$

پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos x}$

۲۰. اگر تابع f با ضابطه

$$f(x) = \begin{cases} ax-1 & ; x \leq 2 \\ \frac{x^2 - x[x]}{|x-2|} & ; x > 2 \end{cases}$$

در $x = 2$ پیوسته باشد، مقدار a کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

$$\frac{1}{2} \text{ (۴)}$$

$$\frac{3}{2} \text{ (۳)}$$

$$2 \text{ (۲)}$$

$$3 \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۳

گام اول: ابتدا مقدار و حد چپ تابع را در $x = 2$ به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) = 2a - 1$$

گام دوم: حالا حد راست را حساب می‌کنیم. وقتی $x \rightarrow 2^+$ ، $[x] = 2$ و همچنین $x - 2$ مثبت است، پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 2x}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x(x-2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} x = 2$$

گام سوم: برای این که تابع f در $x = 2$ پیوسته باشد، لازم است $2a - 1$ و 2 برابر باشند:

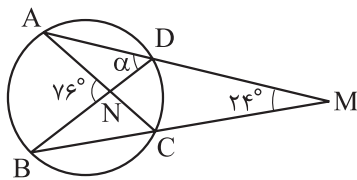
$$2a - 1 = 2 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

(سؤال ۱۸ - امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳)

مقادیر a و b را چنان تعیین کنید که تابع زیر در $x = 1$ پیوسته باشد.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} & x > 1 \\ b-1 & x = 1 \\ x-2a & x < 1 \end{cases}$$



در شکل مقابل اندازه زاویه α چند درجه است؟

۲۱

۴۸ (۱)

۵۰ (۲)

۵۲ (۳)

۵۴ (۴)

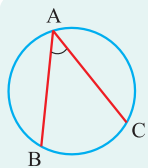
مشاوره این سؤال مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۶ کتاب درسی و از مبحث زاویه در دایره طراحی شده است. سوالات این مبحث از جمله سؤالاتی مشابه این تمرین کتاب در سال‌های گذشته بارها در کنکور تکرار شده‌اند.

پاسخ: گزینه ۲

فرمول‌های مربوط به دو زاویه \hat{M} و \hat{N} را نوشته و به کمک آن‌ها، اندازه کمان \widehat{AB} را به دست آورید.

Hint

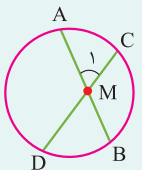
درسی Box



$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2}$$

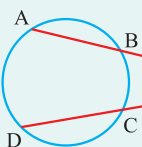
(۱) اندازه هر زاویه محاطی برابر نصف اندازه کمان مقابل به آن زاویه است.

(۲) اندازه زاویه بین دو وتر که درون دایره یکدیگر را قطع می‌کنند، برابر است با نصف مجموع اندازه کمان‌های مقابل به آن زاویه و محدود به دو وتر.



$$\hat{M}_1 = \frac{\widehat{AC} + \widehat{BD}}{2}$$

(۳) اندازه زاویه بین دو وتر که امتداد آن‌ها در بیرون دایره یکدیگر را قطع می‌کنند، برابر است با نصف قدرمطلق تفاضل اندازه کمان‌های مقابل به آن زاویه و محدود به دو وتر.



$$\hat{M} = \frac{\widehat{AD} - \widehat{BC}}{2}$$

گام اول: طبق رابطه‌های ارائه شده در موارد (۲) و (۳) درس باکس، رابطه بین زوایای \hat{M} و \hat{N} و کمان‌های \widehat{AB} و \widehat{CD} را می‌نویسیم.

پاسخ خیلی تشریحی

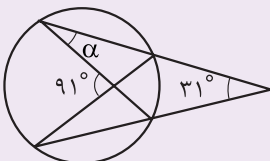
$$\begin{cases} \hat{M} = \frac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2} = 24^\circ \Rightarrow \widehat{AB} - \widehat{CD} = 48^\circ \\ \hat{N} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2} = 76^\circ \Rightarrow \widehat{AB} + \widehat{CD} = 152^\circ \end{cases} \xrightarrow{+} 2\widehat{AB} = 200^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 100^\circ$$

گام دوم: زاویه α ، زاویه محاطی روبه‌رو به کمان \widehat{AB} است، پس داریم:

$$\alpha = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$$

(هنر سه (۲) - تمرین ۲ صفحه ۱۶ کتاب درسی)

در شکل زیر، اندازه زاویه α را به دست آورید.



در شکل زیر MT و MT' به ترتیب بر دو دایره C و C' مماس هستند. اگر $AB = BD = 12$ و $\frac{MT'}{MT} = \sqrt{7}$ ۲۲

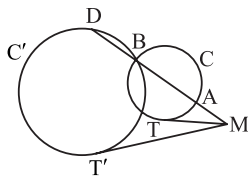
باشد، طول مماس MT کدام است؟

۶ (۱)

۸ (۲)

۹ (۳)

۱۲ (۴)



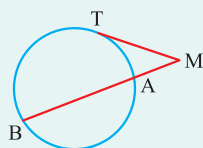
پاسخ: گزینه ۲

با استفاده از روابط طولی مماس و قاطع، نسبت مقدار MT' به MT را بنویسید.

Hint

روابط طولی در دایره: اگر از یک نقطه واقع در خارج یک دایره، یک مماس و یک قاطع نسبت به آن دایره رسم کنیم، آن گاه اندازه مماس، واسطه هندسی بین اندازه‌های دو قطعه قاطع است. به عبارت دیگر مطابق شکل، اگر از نقطه M ، مماس MT و قاطع MAB را رسم کنیم، آن گاه داریم:

درس Box



$$MT^2 = MA \times MB$$

گام اول: ابتدا روابط طولی مماس و قاطع را به ترتیب برای دو دایره C و C' می‌نویسیم:

پاسخ خیلی تشریحی

$$\begin{cases} \text{دایره } C: MT^2 = MA \times MB \\ \text{دایره } C': MT'^2 = MB \times MD \end{cases}$$

گام دوم: فرض کنید $MA = x$ باشد. با توجه به رابطه صورت سؤال داریم:

$$\frac{MT'}{MT} = \sqrt{7} \Rightarrow \frac{MT'^2}{MT^2} = 7 \Rightarrow \frac{MB \times MD}{MA \times MB} = 7$$

$$\Rightarrow \frac{MD}{MA} = 7 \Rightarrow \frac{x + 24}{x} = 7 \Rightarrow x + 24 = 7x \Rightarrow 6x = 24 \Rightarrow x = 4$$

گام سوم: با توجه به رابطه گام اول، برای دایره C می‌توان نوشت:

$$MT^2 = MA \times MB = 4 \times (4 + 12) = 64 \Rightarrow MT = 8$$

دو دایره متخارج $C(O, R)$ و $C'(O', 2R)$ با طول خط‌المرکزین $OO' = 6\sqrt{5}$ مفروض‌اند. اگر اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره، دو برابر اندازه مماس مشترک داخلی آن‌ها باشد، مقدار R کدام است؟

۳ (۴)

 $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

رابطه‌های طول مماس مشترک داخلی و خارجی دو دایره را بنویسید و شعاع‌های دو دایره را برحسب R در آن جای‌گذاری کنید.

دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ با طول خط‌المرکزین $OO' = d$ را در نظر بگیرید. طول مماس مشترک‌های داخلی و خارجی دو دایره در صورت وجود از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$$

$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

گام اول: رابطه‌های طول مماس مشترک‌های داخلی و خارجی دو دایره را نوشته و طول خط‌المرکزین و شعاع‌های دو دایره را در آن جای‌گذاری می‌کنیم.

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = AB = \sqrt{d^2 - (R + R')^2} = \sqrt{(6\sqrt{5})^2 - (R + 2R)^2} = \sqrt{180 - 16R^2}$$

$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = CD = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} = \sqrt{(6\sqrt{5})^2 - (R - 2R)^2} = \sqrt{180 - 4R^2}$$

گام دوم: طبق فرض سؤال، اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره، دو برابر اندازه مماس مشترک داخلی آن‌ها است، پس داریم:

$$CD = 2AB \Rightarrow \sqrt{180 - 4R^2} = 2\sqrt{180 - 16R^2}$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} 180 - 4R^2 = 4(180 - 16R^2) \Rightarrow 180 - 4R^2 = 720 - 64R^2$$

$$\Rightarrow 60R^2 = 540 \Rightarrow R^2 = 9 \Rightarrow R = 3$$



درسی Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

مساحت ناحیه محدود به دایره محیطی و دایره محاطی داخلی مثلث متساوی الاضلاعی به طول ضلع ۶ کدام است؟

$$9\pi \text{ (۴)}$$

$$8\pi \text{ (۳)}$$

$$6\pi \text{ (۲)}$$

$$4\pi \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۴

دایره‌های محیطی و محاطی داخلی مثلث متساوی الاضلاع، هم‌مرکز هستند.

Hint

درس‌Box

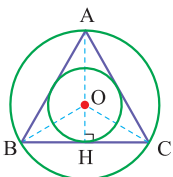
(۱) دایره محیطی هر مثلث، دایره‌ای است که از سه رأس آن مثلث می‌گذرد و مرکز آن نقطه هم‌مرسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث است.

(۲) دایره محاطی داخلی هر مثلث، دایره‌ای است که بر هر سه ضلع آن مثلث مماس است و مرکز آن نقطه هم‌مرسی نیمسازهای زوایای داخلی مثلث است.

(۳) شعاع دایره‌های محیطی و محاطی داخلی یک مثلث متساوی الاضلاع به ترتیب $\frac{2}{3}$ و $\frac{1}{3}$ اندازه ارتفاع آن مثلث است.

گام اول: مرکز دایره محیطی هر مثلث، نقطه هم‌مرسی عمودمنصف‌ها و مرکز دایره محاطی داخلی هر مثلث، نقطه هم‌مرسی نیمسازهای داخلی است. از طرفی در مثلث متساوی الاضلاع، عمودمنصف‌های اضلاع بر نیمسازهای زوایای داخلی منطبق هستند، پس نقطه هم‌مرسی عمودمنصف‌ها همان نقطه هم‌مرسی نیمسازها است و دایره‌های محیطی و محاطی داخلی هم‌مرکز هستند.

پاسخ خیلی تشریحی



گام دوم: عمودمنصف‌های اضلاع مثلث متساوی الاضلاع همان میانه‌های مثلث هستند، پس یکدیگر را به نسبت $\frac{2}{3}$ به $\frac{1}{3}$ قطع می‌کنند. هم‌چنین میانه‌های مثلث متساوی الاضلاع بر ارتفاع‌های این مثلث منطبق‌اند، بنابراین مطابق شکل، اگر O نقطه هم‌مرسی میانه‌ها (همان نقطه هم‌مرسی عمودمنصف‌ها و نقطه هم‌مرسی نیمسازها) باشد، آن‌گاه اندازه‌های OA و OH به ترتیب $\frac{2}{3}$ و $\frac{1}{3}$ اندازه ارتفاع AH هستند.

گام سوم: می‌دانیم طول ارتفاع مثلث متساوی الاضلاع، $\frac{\sqrt{3}}{4}$ برابر طول ضلع آن است، پس داریم:

$$R = \frac{2}{3} AH = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6 = 2\sqrt{3} \text{ (شعاع دایره محیطی)}$$

$$r = \frac{1}{3} AH = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6 = \sqrt{3} \text{ (شعاع دایره محاطی داخلی)}$$

گام چهارم: مساحت ناحیه محدود بین دو دایره برابر است با:

$$S = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(2\sqrt{3})^2 - \pi(\sqrt{3})^2 = 12\pi - 3\pi = 9\pi$$

کدام یک از ویژگی‌های زیر در هر چهار تبدیل هندسی «بازتاب، انتقال، دوران و تجانس» همواره وجود دارد؟

- (۱) طولپایی
- (۲) حفظ اندازه زاویه
- (۳) حفظ شیب خط
- (۴) داشتن نقطه ثابت تبدیل

مشاوره این سؤال با توجه به جدول کاردرکلاس صفحه ۴۸ کتاب درسی هندسه ۲ طراحی شده است. بررسی درستی یا نادرستی ویژگی‌های مورد اشاره در این جدول از سؤالات احتمالی امتحان نهایی هندسه (۲) خواهد بود و در سال‌های اخیر در کنکور نیز سؤالات مشابهی مطرح شده است.

پاسخ: گزینه ۲

بررسی ویژگی‌های تبدیل‌ها:

درسی Box

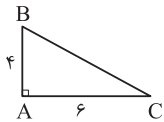
<p>(۱) طولپا است. (۲) اندازه زاویه‌ها را حفظ می‌کند. (۳) شیب خط‌ها را در حالت کلی حفظ نمی‌کند. (۴) جهت شکل‌ها را حفظ نمی‌کند. (۵) بی‌شمار نقطه ثابت تبدیل دارد.</p>	الف) بازتاب:
<p>(۱) طولپا است. (۲) اندازه زاویه‌ها را حفظ می‌کند. (۳) شیب خط‌ها را حفظ می‌کند. (۴) جهت شکل‌ها را حفظ می‌کند. (۵) نقطه ثابت تبدیل ندارد.</p>	ب) انتقال:
<p>(۱) طولپا است. (۲) اندازه زاویه‌ها را حفظ می‌کند. (۳) شیب خط‌ها را در حالت کلی حفظ نمی‌کند. (۴) جهت شکل‌ها را حفظ می‌کند. (۵) یک نقطه ثابت تبدیل دارد.</p>	پ) دوران:
<p>(۱) در حالت کلی طولپا نیست. (۲) اندازه زاویه‌ها را حفظ می‌کند. (۳) شیب خط‌ها را حفظ می‌کند. (۴) جهت شکل‌ها را حفظ می‌کند. (۵) یک نقطه ثابت تبدیل دارد.</p>	ت) تجانس:

بررسی گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

- گزینه (۱): تجانس در حالت کلی طولپا نیست، پس این گزینه نادرست است.
 گزینه (۲): تمام چهار تبدیل ذکر شده اندازه زاویه‌ها را حفظ می‌کنند، پس این گزینه درست است.
 گزینه (۳): بازتاب و دوران در حالت کلی شیب خط‌ها را حفظ نمی‌کنند، پس این گزینه نادرست است.
 گزینه (۴): انتقال نقطه ثابت تبدیل ندارد، پس این گزینه نادرست است.

در شکل زیر، نقاط B و C را تحت تجانس به مرکز A و نسبت $k = -2$ به ترتیب بر نقاط B' و C' تصویر می‌کنیم. مساحت چهارضلعی BCB'C' کدام است؟



(۱) ۴۸

(۲) ۵۴

(۳) ۹۶

(۴) ۱۰۸

پاسخ: گزینه ۴

تجانس معکوس است، پس نقطه A بین B و B' و نیز بین C و C' قرار می‌گیرد.

Hint

تعریف تجانس: اگر O نقطه‌ای ثابت در صفحه و $k \neq 0$ ، یک عدد حقیقی باشد، نقطه M' را مجانس نقطه M در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس k گوئیم، هرگاه سه شرط زیر برقرار باشد:

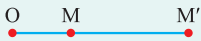
الف) سه نقطه O، M، M' روی یک خط راست باشند.

$$OM' = |k| \cdot OM$$

(ب)

(پ)

• اگر k مثبت باشد، M و M' در یک طرف نقطه O قرار دارند.

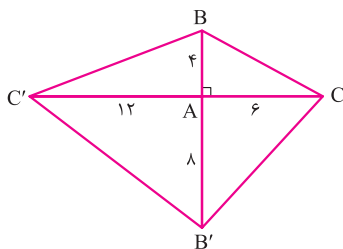


• اگر k منفی باشد، نقطه O بین نقاط M و M' قرار می‌گیرد.



گام اول: ابتدا مجانس نقاط B و C را به مرکز A و با نسبت $k = -2$ به دست می‌آوریم. چون نسبت تجانس منفی است، پس نقطه B' در امتداد BA و نقطه C' در امتداد CA قرار می‌گیرد. اندازه پاره‌خطهای AB' و AC' برابر است با:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$\frac{AB'}{AB} = 2 \xrightarrow{AB=4} AB' = 2 \times 4 = 8$$

$$\frac{AC'}{AC} = 2 \xrightarrow{AC=6} AC' = 2 \times 6 = 12$$

گام دوم: همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود، قطرهای چهارضلعی BCB'C' بر یکدیگر عمود هستند، پس مساحت چهارضلعی BCB'C' برابر نصف حاصل ضرب اندازه قطرهای آن است، یعنی داریم:

$$S_{BCB'C'} = \frac{1}{2} BB' \times CC' = \frac{1}{2} \times 12 \times 18 = 108$$

نقطه A به عرض ۶ روی محور y ها و نقطه B به طول (-۴) روی محور x ها مفروض اند. اگر M نقطه دلخواهی روی خط d به معادله $y = 2x + 1$ باشد، کمترین اندازه خط شکسته AMB کدام است؟

(۱) $4\sqrt{5}$

(۲) ۸

(۳) $4\sqrt{6}$

(۴) ۱۰

مشاوره مسائل کاربرد تبدیل‌های هندسی (مسائل هم‌محیطی (هم‌پیرامونی)، مسئله هرون، مسئله جاده ساحلی و مسئله عبور از رودخانه) حداقل ۲ سؤال از سوالات امتحانات نهایی هندسه (۲) را به خود اختصاص می‌دهند و در سال‌های اخیر تقریباً پای ثابت سوالات کنکور بوده‌اند.

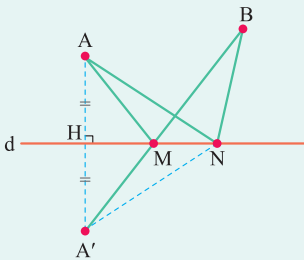
پاسخ: گزینه ۱

بازتاب نقطه A را نسبت به خط $y = 2x + 1$ پیدا کنید.

Hint

کوتی Box

مسئله هرون: فرض کنید دو نقطه A و B در یک طرف خط d باشند و بخواهیم از A به نقطه‌ای مانند M روی خط d رفته و از آنجا به B برویم. برای پیدا کردن کوتاه‌ترین طول ممکن برای خط شکسته AMB ، کافی است ابتدا نقطه A را نسبت به خط d بازتاب دهیم تا نقطه A' حاصل شود و سپس از A' به B وصل کنیم تا خط d را در نقطه‌ای مانند M قطع کند. نقطه M جواب مسئله است.



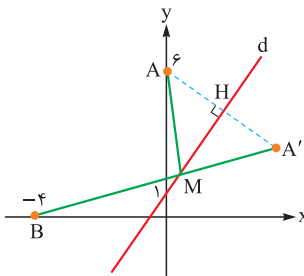
برای اثبات این ادعا نقطه‌ای مانند N روی خط d در نظر می‌گیریم. طبق نامساوی مثلثی در مثلث $A'NB$ داریم:

$$A'B < A'N + NB \Rightarrow A'M + MB < A'N + NB \xrightarrow{\substack{A'M=AM \\ A'N=AN}} AM + MB < AN + NB$$

در این صورت کوتاه‌ترین طول خط شکسته AMB برابر طول پاره‌خط $A'B$ است.

گام اول: نقاط A و B و خط d را روی دستگاه مختصات مشخص می‌کنیم. طبق مسئله هرون باید بازتاب نقطه A را نسبت به خط d به دست آوریم. برای انجام این کار ابتدا باید معادله خطی را پیدا کنیم که از نقطه A بر خط d عمود رسم می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$m_d = 2 \Rightarrow m_{AA'} = -\frac{1}{2}$$

$$AA' \text{ خط: } y - 6 = -\frac{1}{2}(x - 0) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 6$$

گام دوم: مطابق شکل، نقطه H محل تلاقی خط d و خط AA' است، پس داریم:

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = -\frac{1}{2}x + 6 \end{cases} \Rightarrow 2x + 1 = -\frac{1}{2}x + 6 \Rightarrow \frac{5}{2}x = 5 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow H(2, 5)$$

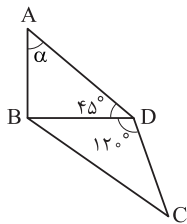
گام سوم: نقطه H وسط پاره خط AA' است، پس می توان نوشت:

$$\begin{cases} x_H = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \Rightarrow 2 = \frac{0 + x_{A'}}{2} \Rightarrow x_{A'} = 4 \\ y_H = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \Rightarrow 5 = \frac{6 + y_{A'}}{2} \Rightarrow y_{A'} = 4 \end{cases} \Rightarrow A'(4, 4)$$

گام چهارم: مطابق درس باکس، کمترین اندازه خط شکسته AMB برابر طول پاره خط A'B است.

$$A'B = \sqrt{(-4-4)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

در شکل زیر، اگر $BC = 2AB$ و $\hat{ABC} = 105^\circ$ باشد، مقدار $\cot \alpha$ کدام است؟



$$\frac{\sqrt{6}}{4} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (3)$$

$$\frac{2\sqrt{6}}{3} \quad (4)$$

مشاوره این سؤال مشابه سؤال ۳۱ کنکور ریاضی خارج ۱۴۰۴ و از مبحث قضیه سینوسها طراحی شده است. دقت کنید که برای حل اینگونه سؤالات، لازم است بر روابط مثلثاتی موجود در کتابهای پایه‌های دهم و یازدهم مسلط باشید.

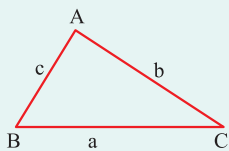
پاسخ: گزینه ۱

قضیه سینوسها را در دو مثلث ABD و BCD بنویسید.

Hint

قضیه سینوسها: در هر مثلث دلخواه، نسبت اندازه هر ضلع به سینوس زاویه روبه‌روی آن، برابر است با قطر دایره محیطی مثلث.

کارتی Box



بنابراین اگر اندازه‌های اضلاع مثلث ABC، برابر $BC = a$ ، $AC = b$ و $AB = c$ باشند، آن‌گاه داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

گام اول: ابتدا مجموع زوایای \hat{A} و \hat{C} را به دست می‌آوریم. در چهارضلعی ABCD می‌توان نوشت:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ \Rightarrow \hat{A} + 105^\circ + \hat{C} + 116^\circ = 360^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{C} = 360^\circ - 221^\circ = 139^\circ$$

بنابراین دو زاویه \hat{A} و \hat{C} متمم یکدیگرند و در نتیجه داریم:

$$\sin \hat{C} = \sin(139^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

گام دوم: قضیه سینوسها را در دو مثلث ABD و BCD می‌نویسیم:

$$\triangle ABD: \frac{AB}{\sin 45^\circ} = \frac{BD}{\sin \hat{A}} \Rightarrow \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{BD}{\sin \alpha}$$

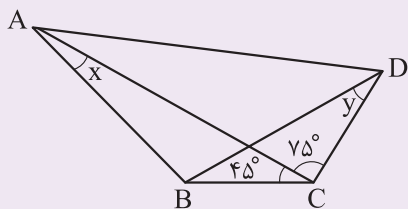
$$\triangle BCD: \frac{BC}{\sin 120^\circ} = \frac{BD}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \frac{2AB}{\sqrt{3}} = \frac{BD}{\cos \alpha}$$

گام سوم: طرفین دو رابطه به‌دست‌آمده در گام دوم را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\frac{AB}{\sqrt{2}}}{\frac{2AB}{\sqrt{3}}} = \frac{\frac{BD}{\sin \alpha}}{\frac{BD}{\cos \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cot \alpha \Rightarrow \cot \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$$

پاسخ خیلی تشریحی

در شکل زیر، اگر $\widehat{ADB} = \widehat{BAD}$ و $x + y = 90^\circ$ باشد، مقدار $\tan x$ کدام است؟ (سوال ۳۱ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)



$$\frac{\sqrt{6}}{2} \quad (1)$$

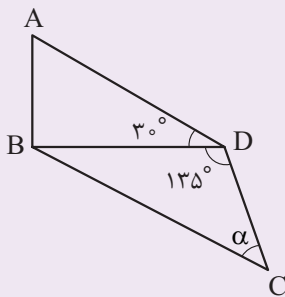
$$\frac{\sqrt{6}}{4} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{3} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{6} \quad (4)$$

در شکل زیر، اگر $\frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$ و زاویه $\widehat{ABC} = 105^\circ$ باشد، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟

(سوال ۳۱ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ (خارج از کشور))



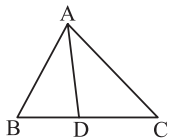
$$\frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (1)$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{4} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4} \quad (4)$$

در شکل زیر، AD نیمساز زاویه داخلی A است. اگر $BC = 7x$ و $AD = 4x + 4$ ، $AC = 4x + 8$ ، $AB = 3x + 6$ باشد، اندازه پاره خط AD کدام است؟



$$10 \quad (2)$$

$$8 \quad (1)$$

$$14 \quad (4)$$

$$12 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

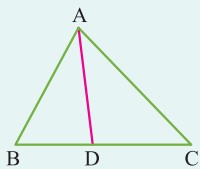
ابتدا با استفاده از قضیه نیمسازهای زوایای داخلی، اندازه قطعات BD و DC را پیدا کنید.



درس Box

قضیه نیمسازهای زوایای داخلی:

در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبه‌رو به آن زاویه را به نسبت اندازه‌های اضلاع آن زاویه تقسیم می‌کند. به عبارت دیگر، اگر مطابق شکل، AD نیمساز زاویه داخلی A باشد، آن‌گاه داریم:



$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

رابطه طول نیمساز زاویه‌های داخلی:

در هر مثلث، مربع اندازه هر نیمساز داخلی برابر است با حاصل ضرب اندازه دو ضلع زاویه، منهای حاصل ضرب اندازه دو قطعه‌ای که نیمساز روی ضلع مقابل ایجاد می‌کند.

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC$$

گام اول: AD نیمساز زاویه داخلی A است، پس طبق قضیه نیمسازهای زوایای داخلی داریم:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{3(x+2)}{4(x+2)} = \frac{3}{4} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت دو مخرج}} \frac{BD}{BC} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{BD}{7x} = \frac{3}{7} \Rightarrow BD = 3x \Rightarrow DC = 4x$$

گام دوم: رابطه طول نیمساز زاویه داخلی A را نوشته و اندازه پاره‌خطها را در آن جای‌گذاری می‌کنیم:

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC \Rightarrow (4x + 4)^2 = (3x + 6)(4x + 8) - (3x)(4x)$$

$$\Rightarrow 16(x+1)^2 = 12(x+2)^2 - 12x^2$$

$$\xrightarrow{-4} 4(x^2 + 2x + 1) = 3(x^2 + 4x + 4) - 3x^2 \Rightarrow 4x^2 + 8x + 4 = 3x^2 + 12x + 12 - 3x^2 \Rightarrow 4x^2 - 4x - 8 = 0$$

$$\Rightarrow 4(x^2 - x - 2) = 0 \Rightarrow 4(x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \text{ قی غ} \end{cases}$$

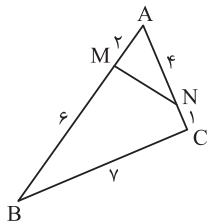
گام سوم: اندازه نیمساز AD برابر است با:

$$AD = 4x + 4 \xrightarrow{x=2} AD = 4 \times 2 + 4 = 12$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در شکل زیر مساحت چهارضلعی MNCB کدام است؟

۳۰



(۱) $6\sqrt{3}$

(۲) ۶

(۳) $8\sqrt{3}$

(۴) ۸

مشاوره این سؤال مشابه تمرین ۴ صفحه ۷۳ کتاب درسی هندسه (۲) طراحی شده است. این سؤال ترکیبی از رابطه سینوسی مساحت مثلث و قضیه کسینوسها است و سؤالی مشابه آن در کنکور نیز دیده می شود.

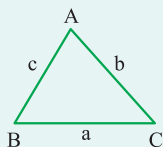
پاسخ: گزینه ۳

با استفاده از قضیه کسینوسها در مثلث ABC، اندازه زاویه A را پیدا کنید.

Hint

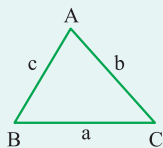
قضیه کسینوسها: در هر مثلث، مربع اندازه هر ضلع برابر است با مجموع مربعهای اندازههای دو ضلع دیگر، منهای دو برابر حاصل ضرب اندازههای آن دو ضلع در کسینوس زاویه بین آنها.

دستی Box



$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A \\ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C \end{cases}$$

رابطه سینوسی مساحت مثلث: مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل ضرب اندازههای هر دو ضلع در سینوس زاویه بین آنها.



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} bc \sin A$$

گام اول: ابتدا به کمک قضیه کسینوسها در مثلث ABC، اندازه زاویه A را مشخص می کنیم. با توجه به شکل $AB = 8$ ، $AC = 5$ و $BC = 7$ است، پس داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos A \Rightarrow 7^2 = 8^2 + 5^2 - 2 \times 8 \times 5 \times \cos A$$

$$\Rightarrow 8 \cdot \cos A = 40 \Rightarrow \cos A = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$$

گام دوم: با استفاده از رابطه سینوسی مساحت مثلث، مساحت مثلثهای AMN و ABC را محاسبه می کنیم:

$$S_{AMN} = \frac{1}{2} AM \times AN \times \sin A = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin A = \frac{1}{2} \times 8 \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$$

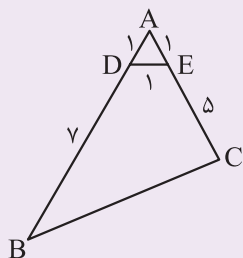
گام سوم: با توجه به مقادیر حاصل در گام دوم، مساحت چهارضلعی MNCB را به دست می آوریم:

$$S_{MNCB} = S_{ABC} - S_{AMN} = 10\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

پاسخ خیلی تشریحی

در شکل زیر، اولاً طول BC را به دست آورید، ثانیاً مساحت چهارضلعی DECB را بیابید.

(هندسه ۲ - تمرین ۴ صفحه ۷۳ کتاب درسی)



گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge r$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟ **۳۱**

$$(p \Rightarrow r) \Rightarrow (q \wedge r) \quad (۲)$$

$$(r \Rightarrow p) \Rightarrow (q \wedge r) \quad (۱)$$

$$(p \Rightarrow r) \Rightarrow (q \vee r) \quad (۴)$$

$$(r \Rightarrow p) \Rightarrow (q \vee r) \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۱

از هم‌ارزی «تبدیل شرطی به فصلی» استفاده کن.

Hint

هم‌ارزهای منطقی:

درس‌Box

$p \vee q \equiv q \vee p$	$p \wedge q \equiv q \wedge p$	(۱) جابه‌جایی
$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$	$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$	(۲) شرکت‌پذیری
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	(۳) توزیع‌پذیری
$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$	$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$	(۴) دمورگان
$p \wedge (p \vee q) \equiv p$	$p \vee (p \wedge q) \equiv p$	(۵) جذب
$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$		(۶)
$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q)$		(۷)

گام اول: در گزاره صورت سؤال، عبارت شرطی را به فصلی تبدیل می‌کنیم و سپس خواهیم داشت:

$$(p \Rightarrow q) \wedge r \equiv (\sim p \vee q) \wedge r \equiv (\sim p \wedge r) \vee (q \wedge r)$$

گام دوم: حالا با تبدیل عبارت فصلی به شرطی، خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$(\sim p \wedge r) \vee (q \wedge r) \equiv \sim(\sim p \wedge r) \Rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \vee \sim r) \Rightarrow (q \wedge r)$$

$$\equiv (\sim r \vee p) \Rightarrow (q \wedge r) \equiv (r \Rightarrow p) \Rightarrow (q \wedge r)$$

پس گزینه (۱) صحیح است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

(سؤال ۴ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)

گزاره $(p \wedge q) \Rightarrow r$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟

$$r \Rightarrow (\sim p \Rightarrow \sim q) \quad (۲)$$

$$p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q) \quad (۱)$$

$$\sim r \Rightarrow (p \Rightarrow q) \quad (۴)$$

$$\sim p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q) \quad (۳)$$

۳۲ اگر $A = [0, 2]$ ، $B = [-1, 1]$ و $C = [-3, 1]$ باشد، مساحت ناحیه محدود به $A \times B - B \times C$ چند واحد است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

ضرب دکارتی دو مجموعه:

اگر A و B دو مجموعه باشند، $A \times B$ را حاصل ضرب دکارتی مجموعه A در مجموعه B می‌گوییم. این حاصل ضرب شامل همه زوج مرتب‌هایی است که مؤلفه اول آن‌ها در A و مؤلفه دوم آن‌ها در B باشد.

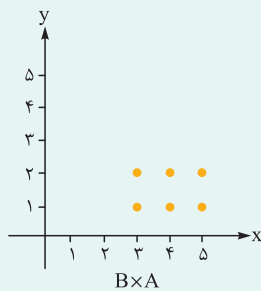
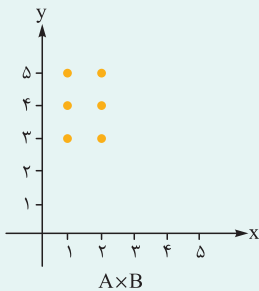
$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B\}$$

مثلاً اگر $A = \{1, 2\}$ و $B = \{3, 4, 5\}$ باشد، داریم:

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in \{1, 2\} \wedge y \in \{3, 4, 5\}\} = \{(1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5)\}$$

$$B \times A = \{(x, y) \mid x \in \{3, 4, 5\} \wedge y \in \{1, 2\}\} = \{(3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2), (5, 1), (5, 2)\}$$

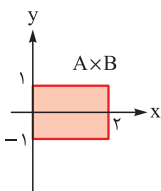
با توجه به این که هر زوج مرتب نشان‌دهنده یک نقطه در صفحه مختصات است، نمودارهای $A \times B$ و $B \times A$ در صفحه مختصات به صورت مقابل هستند:



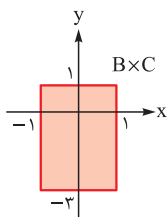
در حالت کلی «حاصل ضرب دکارتی دو مجموعه، خاصیت جابه‌جایی ندارد.»



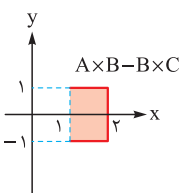
گام اول: ابتدا ناحیه مربوط به $A \times B$ را مشخص می‌کنیم:



گام دوم: حالا نوبت $B \times C$ است:



گام سوم: ناحیه محدود به $A \times B - B \times C$ به صورت زیر است:



مساحت این ناحیه برابر می‌شود با:

$$S = 2 \times 1 = 2$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد، متناسب با معکوس آن عدد است. در پرتاب این تاس، با چه احتمالی عدد اول مشاهده می‌شود؟

$$\frac{63}{147} \quad (2)$$

$$\frac{62}{147} \quad (1)$$

$$\frac{65}{147} \quad (4)$$

$$\frac{64}{147} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

در فضای نمونه‌ای متناهی با احتمال غیرهم‌شانس، اگر $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ فضای نمونه‌ای و $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ یک زیرمجموعه k عضوی S باشد، همواره داریم:

$$0 \leq P(A) \leq 1 \quad (1)$$

$$P(S) = 1 \quad (2)$$

$$P(A) = P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_n) \quad (3)$$

با استفاده از خاصیت (۲) و (۳) می‌توانیم نتیجه زیر را بگیریم:

$$P(S) = P(s_1) + P(s_2) + \dots + P(s_n) = 1$$

گام اول: احتمال وقوع هر عدد متناسب با معکوس آن است، یعنی $P(1)$ برابر $\frac{1}{6}x$ ، $P(2)$ برابر $\frac{1}{3}x$ ، $P(3)$ برابر $\frac{1}{4}x$ و ... پس:

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$\Rightarrow x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x + \frac{1}{6}x = 1$$

$$\Rightarrow \frac{60x + 30x + 20x + 15x + 12x + 10x}{60} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{147}{60}x = 1 \Rightarrow x = \frac{60}{147}$$

گام دوم: احتمال مشاهده اعداد اول را می‌خواهیم که برابر می‌شود با:

$$P(\{1, 2, 3, 5\}) = P(1) + P(2) + P(3) + P(5) = \frac{1}{6}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{5}x$$

$$= \frac{15x + 10x + 6x}{30} = \frac{31}{30}x$$

با جای‌گذاری x داریم:

$$P(\{1, 2, 3, 5\}) = \frac{31}{30} \left(\frac{60}{147} \right) = \frac{62}{147}$$

یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد اول، چهار برابر احتمال وقوع هر عدد غیراول است. در پرتاب این تاس، احتمال این که عدد زوج مشاهده شود را به دست آورید؟ (سوال ۹ - امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳)

۳۴

در ظرف A سه مهره سفید و یک مهره سیاه و در ظرف B دو مهره سفید و ۳ مهره سیاه داریم. دو مهره از ظرف A انتخاب می‌کنیم و داخل ظرف B می‌اندازیم. سپس از ظرف B مهره‌ای بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال این مهره سفید است؟

$$\frac{9}{14} \quad (۴)$$

$$\frac{4}{7} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{7} \quad (۲)$$

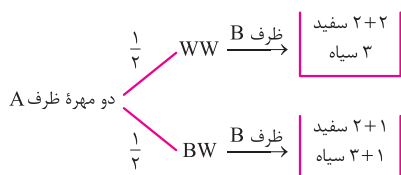
$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

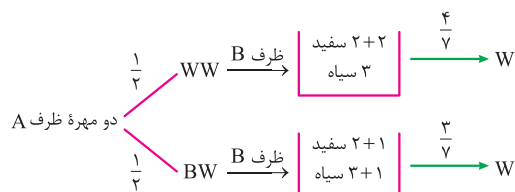
پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: دو مهره‌ای که از A بیرون می‌آیند با احتمال $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ هر دو سفید و با احتمال $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ یک سفید و یک سیاه هستند.

گام دوم: ترکیب ظرف B را در هر حالت می‌نویسیم:



گام سوم: مهره خروجی از B در حالت اول با احتمال $\frac{4}{7}$ و در حالت دوم با احتمال $\frac{3}{7}$ سفید است:



پس:

$$P(\text{مهره B سفید}) = \frac{1}{2} \times \frac{4}{7} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{7} = \frac{1}{2}$$

۴۰ درصد اعضای یک باشگاه خانم و بقیه آقا هستند. نصف آقایان و ۲۵ درصد خانمها کارت ویژه دارند. یک نفر با کارت ویژه وارد شده است. با کدام احتمال آقا است؟

$$\frac{1}{2} \text{ (۴)}$$

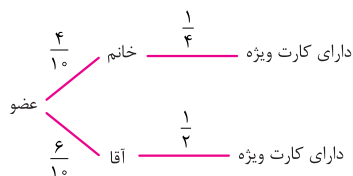
$$\frac{3}{4} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{4} \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: نمودار درختی می کشیم:



گام دوم: احتمال داشتن کارت ویژه در هر شاخه را حساب می کنیم:

$$\frac{4}{10} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{6}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$$

پس احتمال داشتن کارت ویژه در کل $\frac{1}{10} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10}$ است.

گام سوم: احتمال آقا بودن شخصی که کارت ویژه دارد برابر است با:

$$P(\text{کارت ویژه} | \text{آقا}) = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{4}{10}} = \frac{3}{4}$$

داده‌های آماری ۱۱، ۱۲، ۱۴، ۱۷، a ، مد یکتا دارند به گونه‌ای که با حذف هر یک از داده‌ها، مد تغییری نمی‌کند. این داده‌ها را با نمودار جعبه‌ای نمایش می‌دهیم. در این صورت میانگین داده‌های داخل و روی جعبه چه قدر است؟

$$۱۱/۹ (۲)$$

$$۱۱/۸ (۱)$$

$$۱۲/۲ (۴)$$

$$۱۲ (۳)$$

پاسخ: گزینه ۳

مد:

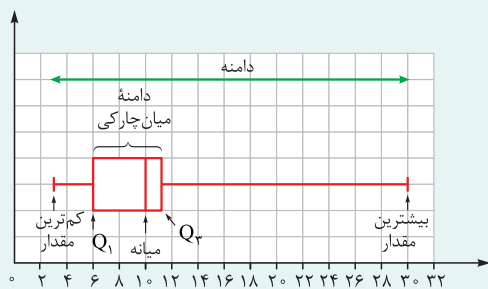
گزینه‌های Box

در بین داده‌ها، اگر داده‌ای بیشترین تکرار را داشته باشد، به آن «مد» می‌گویند.

توجه! ممکن است که مد منحصر به فرد نباشد، به عنوان مثال اگر در بین تعدادی داده، فراوانی دو داده از بقیه بیشتر باشد و با هم برابر باشد دو مد خواهیم داشت.

نمودار جعبه‌ای، روشی سودمند برای نمایش دامنه‌ها و چارک‌های داده‌هاست. یک جعبه، مکان قرارگیری چارک‌ها و دامنه میان چارکی را نشان می‌دهد و سیل‌ها کم‌ترین و بیشترین مقادیر داده‌ها را نشان می‌دهند.

نمونه‌ای از یک نمودار جعبه‌ای:



گام اول: برای این که مد یکتا باشد و با حذف هیچ کدام از داده‌ها تغییر نکند، a باید برابر ۱۱ باشد، پس $a = ۱۱$.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: داده‌ها را مرتب می‌کنیم و چارک‌ها را مشخص می‌کنیم:

$$\begin{array}{ccccccc}
 ۱۱, & ۱۱, & ۱۱, & ۱۲, & ۱۴, & ۱۷, & \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \\
 Q_1 & & & Q_2 & & & \\
 Q_2 = \frac{۱۱+۱۲}{۲} & & & & & &
 \end{array}$$

گام سوم: پس داده‌های روی جعبه و داخل آن عبارتند از ۱۱، ۱۱، ۱۲، ۱۴ که میانگین آن‌ها برابر می‌شود با:

$$\bar{x} = \frac{۱۱+۱۱+۱۲+۱۴}{۴} = \frac{۴۸}{۴} = ۱۲$$

ریاضیات

۳۷ در داده‌های آماری با میانگین ۱۲، به دو برابر داده‌ها یک واحد اضافه می‌کنیم. ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر داده‌های اولیه است؟

- ۱ (۱) $\circ / ۹۲$ (۲)
 ۳ (۳) $\circ / ۹۶$ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

میانگین داده‌های جدید ۲۵ هست و انحراف معیار جدید ۲ برابر انحراف معیار قبله.

اگر داده‌ها را a برابر کنیم، میانگین نیز a برابر می‌شود و اگر آن‌ها را با a جمع کنیم، میانگین نیز با a جمع می‌شود.

اگر داده‌ها را a برابر کنیم، انحراف معیار آن‌ها a برابر می‌شود و جمع داده‌ها با a تأثیری روی انحراف معیار ندارد.

گام اول: با تبدیل داده‌ها از x به $2x + 1$ میانگین از ۱۲ به $2 \times 12 + 1$ یعنی ۲۵ می‌رسد و انحراف معیار از σ به 2σ تغییر می‌کند.

گام دوم: ضریب تغییرات اولیه $\frac{\sigma}{12}$ و در حالت ثانویه $\frac{2\sigma}{25}$ است و نسبت این‌ها می‌شود $\frac{\frac{2\sigma}{25}}{\frac{\sigma}{12}}$ یعنی $\frac{24}{25}$ که همان $\circ / ۹۶$ است.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

درست یا نادرست بودن عبارت زیر را مشخص کنید.

(سؤال ۱ (قسمت پ) - امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳)

اگر تمام داده‌ها را در عدد ۳ ضرب کنیم، ضریب تغییرات داده‌ها ۳ برابر می‌شود.

از ۲۳ داده آماری با واریانس ۱۰، سه داده حذف می‌کنیم. اگر میانگین داده‌های جدید تغییر نکند، ولی واریانس آن‌ها ۱/۳ افزایش یابد، در این صورت انحراف از میانگین سه داده حذف شده کدام می‌تواند باشد؟

(۱) ۱، ۲ و ۳ -
 (۲) ۱، ۱- و صفر
 (۳) صفر، ۲- و صفر
 (۴) ۱، ۳ و ۴-

پاسخ: گزینه ۳

واریانس:

واریانس n داده از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

به $(x_n - \bar{x})$ انحراف از میانگین داده n ام گفته می‌شود.

گام اول: واریانس ۲۳ داده اولیه برابر ۱۰ است:

$$\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{23} - \bar{x})^2}{23} = 10$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{23} - \bar{x})^2 = 230 \quad (1)$$

گام دوم: فرض می‌کنیم که داده‌های x_{21} ، x_{22} و x_{23} حذف شده‌اند، واریانس نیز ۱/۳ افزایش می‌یابد که مقدار آن برابر می‌شود با $10 + 1/3 = 11/3$ ، پس:

$$\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{20} - \bar{x})^2}{20} = 11/3$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{20} - \bar{x})^2 = 226 \quad (2)$$

گام سوم: دو طرف رابطه (۱) را منهای دو طرف رابطه (۲) می‌کنیم:

$$(x_{21} - \bar{x})^2 + (x_{22} - \bar{x})^2 + (x_{23} - \bar{x})^2 = 4$$

جمع مربعات انحراف از میانگین داده‌های حذف شده برابر ۴ است، که تنها در گزینه (۳) این اتفاق می‌افتد و این گزینه پاسخ سؤال است.

گزینه‌های Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

به ۱۶ داده آماری با واریانس ۴۰، دو داده جدید اضافه می‌کنیم. اگر میانگین داده‌های جدید تغییر نکند، ولی واریانس آن‌ها ۱ واحد افزایش یابد، اختلاف دو داده جدید کدام است؟

(سؤال ۲۳ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)

۱۷ (۴)

۱۶ (۳)

۱۴ (۲)

۱۳ (۱)

در یک ساختمان، شش خانواده زندگی می‌کنند که تعداد فرزندان آن‌ها به صورت ۳, ۲, ۱, ۱, ۱, ۰ است. اگر یک نمونه سه‌عضوی از این خانواده‌ها انتخاب کنیم، با چه احتمالی این نمونه، تعداد فرزندان را برابر ۱ برآورد می‌کند؟

$$\frac{3}{10} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{5} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{20} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

تعداد کل نمونه‌های ۳ تایی رو پیدا کنیم و ببینیم توی چندتا از اون‌ها میانگین مساوی ۱ می‌شه.

Hint

پارامتر یا پارامتر جامعه:

درسی Box

یک مشخصه عددی است که توصیف‌کننده جنبه‌ای خاص از جامعه است و در صورتی که داده‌های کل جامعه در اختیار باشند، قابل محاسبه است.

آماره یا آماره نمونه:

مشخصه‌ای عددی که توصیف‌کننده جنبه‌ای خاص از نمونه است و از داده‌های نمونه به دست می‌آید.

برآورد نقطه‌ای پارامتر جامعه:

برابر است با مقدار عددی حاصل از جای‌گذاری اعداد نمونه تصادفی در آماره نظیر آن پارامتر. به بیان دیگر مقدار عددی آماره را برآورد یا برآورد نقطه‌ای می‌نامند.

گام اول: کلاً به تعداد $\binom{6}{3} = 20$ نمونه ۳ عضوی داریم که اگر جمع ۳ عضو برابر با ۳ باشد، میانگین ۱ برآورد می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: به‌جز $\{1, 1, 1\}$ ، سه نمونه به شکل $\{2, 1, 0\}$ داریم که جمعشان ۳ است، پس ۴ نمونه به برآورد $\bar{X} = 1$ می‌رسند.

گام سوم: احتمال انتخاب یکی از این ۴ نمونه، $\frac{4}{20}$ یعنی $\frac{1}{5}$ است.

داده‌های مربوط به مطالعه یک جامعه ۷ عضوی به صورت زیر است:

(سؤال ۲۰ - امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳)

۳, ۱, ۴, ۰, ۲, ۶, ۵

الف) تمام نمونه‌های دو عضوی از جامعه را بنویسید که میانگین آن‌ها ۳ باشد.

ب) احتمال آن که یک نمونه دو عضوی که به تصادف انتخاب شده است، دارای میانگین ۳ باشد، را به دست آورید.

۴۰ در جامعه‌ای با واریانس ۲۵، مجموع داده‌ها در نمونه‌ای ۱۶ عضوی برابر ۲۴۰ است. بازه اطمینان ۹۵ درصدی برای برآورد میانگین جامعه کدام است؟

$$[۱۲/۵, ۱۷/۵] \quad (۲)$$

$$[۱۴, ۱۶] \quad (۱)$$

$$[۱۲, ۱۸] \quad (۴)$$

$$[۱۳/۵, ۱۶/۵] \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۲

برآورد بازه‌ای برای میانگین جامعه:

اگر نمونه‌ای تصادفی به اندازه n در اختیار داشته باشیم، با اطمینان بیش از ۹۵٪ می‌توانیم بگوییم:

$$\bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

که μ میانگین جامعه و σ انحراف معیار جامعه است.

گام اول: فرمول بازه اطمینان ۹۵ درصدی $[\bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}}]$ است.

گام دوم: برای $\sigma^2 = ۲۵$ و $n = ۱۶$ و $\bar{x} = \frac{۲۴۰}{۱۶} = ۱۵$ داریم:

$$[۱۵ - \frac{۲ \times ۵}{۴}, ۱۵ + \frac{۲ \times ۵}{۴}] = [۱۲/۵, ۱۷/۵]$$

کرتس Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در یک دانشگاه، میانگین سن یک نمونه تصادفی ۲۵ نفره دانشجویان برابر ۲۲ سال است. اگر در بررسی‌های گذشته، انحراف معیار سن دانشجویان این دانشگاه برابر ۲ سال باشد، بازه اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین سن جامعه دانشجویان این دانشگاه را محاسبه کنید.
(سوال ۱۹ - امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳)

دو گوی رسانا، کوچک و یکسان به بارهای $q_1 = 4 \mu\text{C}$ و $q_2 = -6 \mu\text{C}$ را با هم تماس می‌دهیم و سپس فاصله 30 cm از هم دور می‌کنیم. نوع نیروی الکتریکی بین دو گوی چگونه و بزرگی آن چند نیوتون است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$

(۲) دافعه، ۱/۰

(۱) دافعه، ۱

(۴) جاذبه، ۱/۰

(۳) جاذبه، ۱

پاسخ: گزینه ۲

(۱) هرگاه دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصله r از یکدیگر قرار داشته باشند، به هم نیروی الکتریکی وارد می‌کنند که اندازه این نیرو طبق رابطه کولن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

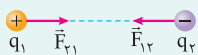
$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r_{12}^2}$$

بارهای الکتریکی
ثابت کولن $(\frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$
نقطه‌ای (C)
اندازه نیرو (N)
فاصله دو بار (m)

● اگر دو بار الکتریکی همنام باشند، نیروی الکتریکی بین آن‌ها دافعه است.



● اگر دو بار الکتریکی ناهمنام باشند، نیروی الکتریکی بین آن‌ها جاذبه است.



(۲) پایداری بار الکتریکی: جمع جبری بارهای الکتریکی در یک دستگاه همواره ثابت است؛ یعنی بار نه به وجود می‌آید و نه از بین می‌رود، فقط از جسمی به جسم دیگر منتقل می‌شود، پس وقتی دو جسم را با هم تماس می‌دهیم، مجموع جبری بار اجسام قبل از تماس با مجموع بارها بعد از تماس برابر است، یعنی:

$$q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2$$

بارها بعد از تماس بارها قبل از تماس

اگر دو کره رسانای مشابه را به هم تماس دهیم و از هم جدا کنیم، بار هر کره پس از تماس از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2 \xrightarrow{q'_1 = q'_2} q_1 + q_2 = 2q'_1 \Rightarrow q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

گام اول: وقتی دو گوی یکسان را با هم تماس می‌دهیم، طبق اصل پایداری بار الکتریکی داریم:

$$\begin{cases} q'_1 = q'_2 = q' \\ q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{q_1 + q_2}{2} = q' \Rightarrow q' = \frac{4 + (-6)}{2} = -1 \mu\text{C}$$

چون بار دو کره هم‌اندازه و همنام است، پس نیروی الکتریکی بین آن‌ها دافعه می‌باشد.

گام دوم: به کمک قانون کولن، بزرگی نیروی الکتریکی را محاسبه می‌کنیم:

$$F = k \frac{|q'_1| |q'_2|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(30 \times 10^{-2})^2} = 0.1 \text{ N}$$

اگر در رابطه کولن، فاصله دو بار را برحسب cm، ثابت کولن را 90 و بارهای الکتریکی را برحسب میکروکولن در رابطه جای‌گذاری

$$F = 90 \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} = 90 \times \frac{1 \times 1}{30^2} = 0.1 \text{ N}$$

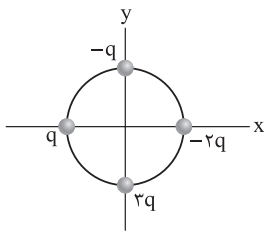
کنیم، نیرو برحسب نیوتون به دست می‌آید:

درس‌Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

تیزبازی

۴۲ اگر در شکل زیر، قطر دایره ۱ m و $q = 5 \text{ nC}$ باشد، بزرگی میدان الکتریکی برابند در مرکز دایره چند نیوتون بر کولن



است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$

۴۵√۳ (۱)

۱۸۰√۳ (۲)

۲۲۵ (۳)

۹۰۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا میدان الکتریکی حاصل از هر کدام از بارها را در مرکز دایره رسم کرده و جهت میدان الکتریکی خالص را به دست آورید، سپس با محاسبه میدان‌های الکتریکی، اندازه میدان الکتریکی خالص را به دست آورید.

Hint

هر بار الکتریکی نقطه‌ای q در اطراف خود خاصیتی به نام میدان الکتریکی ایجاد می‌کند، اندازه این میدان در نقطه‌ای به فاصله r از بار q از رابطه زیر به دست می‌آید:

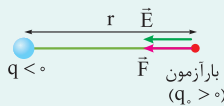
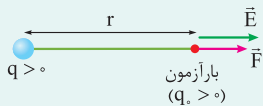
درس Box

اندازه بار الکتریکی (C) ثابت کولن $(\frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$

$$E = k \frac{|q|}{r^2}$$

فاصله (m) میدان الکتریکی (N/C)

برای تشخیص جهت میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار، بار آزمون $(q_0 > 0)$ را در نقطه مورد نظر قرار می‌دهیم، جهت نیروی واردشده به بار q_0 ، هم جهت با میدان الکتریکی حاصل از بار q در آن نقطه است.

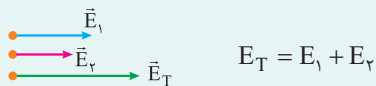


طبق شکل‌های بالا، میدان الکتریکی بار مثبت در جهتی است که از بار دور شود و میدان الکتریکی بار منفی در جهتی است که به بار نزدیک شود.

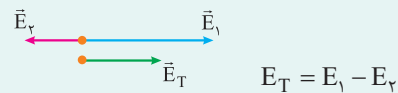
● اگر به جای دو ذره، تعدادی بار الکتریکی نقطه‌ای داشته باشیم، میدان الکتریکی وارد بر هر ذره، برابند میدان‌هایی است که هر یک از ذره‌های دیگر در غیاب سایر ذره‌ها، بر آن ذره وارد می‌کنند.

● برای محاسبه میدان الکتریکی خالص وارد بر هر بار الکتریکی، سه حالت زیر رخ می‌دهد:

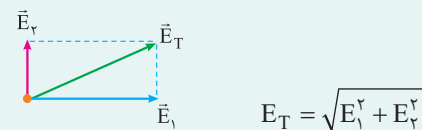
الف) میدان‌ها هم‌راستا و هم‌جهت:



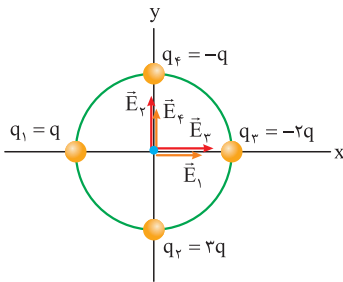
ب) میدان‌ها هم‌راستا و خلاف جهت:



پ) میدان‌های عمود بر هم:



گام اول: میدان الکتریکی حاصل از هر ذره را در مرکز دایره رسم می‌کنیم:



گام دوم: اندازه میدان‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-9}}{(0.5)^2} = 180 \text{ N/C} \\ E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 15 \times 10^{-9}}{(0.5)^2} = 540 \text{ N/C} \\ E_3 = \frac{9 \times 10^9 \times 10 \times 10^{-9}}{(0.5)^2} = 360 \text{ N/C} \\ E_4 = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-9}}{(0.5)^2} = 180 \text{ N/C} \end{cases}$$

گام سوم: میدان الکتریکی برآیند را به دست می‌آوریم:

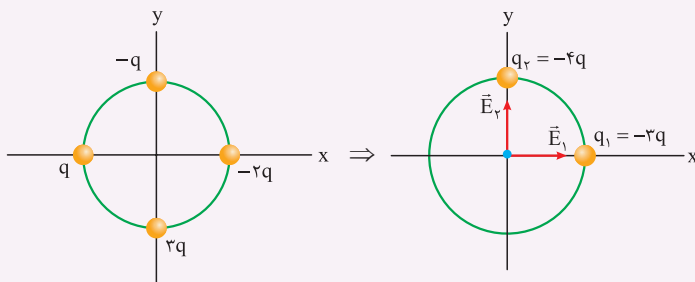
در راستای محور x: $\vec{E}_1 \rightarrow \vec{E}_2 \Rightarrow E_x = E_1 + E_2 = 180 + 360 = 540 \text{ N/C}$

در راستای محور y: $\vec{E}_3 \uparrow \vec{E}_4 \Rightarrow E_y = E_3 + E_4 = 540 + 180 = 720 \text{ N/C}$

$$E_T = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{(540)^2 + (720)^2} = 900 \text{ N/C}$$

$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 90 \times 6 & 90 \times 8 & 90 \times 10 \end{matrix}$

می‌توانیم برای راحتی محاسبات، بارها را برآیندگیری کرده و سپس میدان حاصل از هر کدام را به دست آوریم:



با توجه به اندازه بارها و هم‌اندازه بودن فاصله مرکز دایره تا بارها، $E_2 = \frac{4}{3} E_1$ است، پس کافی است یکی از میدان‌ها را حساب کنیم:

$$E_1 = \frac{k|q_1|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 15 \times 10^{-9}}{(0.5)^2} = 540 \text{ N/C}, \quad E_2 = \frac{4}{3} E_1 = 720 \text{ N/C}$$

$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{(540)^2 + (720)^2} = 900 \text{ N/C}$$

تیزبازی

۴۳ در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $5 \times 10^5 \text{ N/C}$ که جهت آن قائم و رو به پایین است، ذره باردار به جرم 2 g

معلق و به حال سکون قرار دارد. بار الکتریکی ذره چند نانوکولن است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

۴۰ (۲)

۴ (۱)

-۴۰ (۴)

-۴ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

Hint

ابتدا با توجه به این که ذره معلق و در حالت سکون است، نیروهای وارد بر ذره را رسم کرده و با توجه به جهت نیروی الکتریکی و جهت میدان الکتریکی، علامت بار الکتریکی را مشخص کنید، سپس با برابر قراردادن نیروهای وارد بر جسم در راستای قائم، اندازه بار الکتریکی ذره را به دست آورید.

کرتی Box

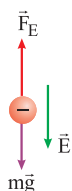
هرگاه ذره باردار در میدان الکتریکی یکنواخت قرار بگیرد، نیرویی هم‌راستا با میدان الکتریکی از طرف میدان به ذره وارد می‌شود:

(۱) اگر بار ذره مثبت باشد، طبق رابطه $\vec{F} = \vec{E}q$ ، نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی هم‌جهت هستند.

(۲) اگر بار ذره منفی باشد، طبق رابطه $\vec{F} = \vec{E}q$ ، نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی خلاف جهت هم هستند.

گام اول: شکل زیر وضعیت تعادل ذره باردار را نشان می‌دهد. نیروی وزن رو به پایین است؛ بنابراین برای این که ذره باردار معلق و به حال سکون باشد، نیرویی که از طرف میدان الکتریکی بر آن وارد می‌شود، باید به سمت بالا باشد، از آنجایی که میدان الکتریکی در جهت قائم و رو به پایین است، پس طبق رابطه $\vec{F} = \vec{E}q$ ، بار ذره منفی است.

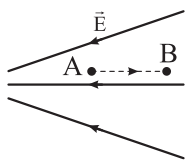
پاسخ خیلی تشریحی



گام دوم: شرط تعادل ذره باردار را می‌نویسیم:

$$F_E = mg \Rightarrow E|q| = mg \Rightarrow |q| = \frac{mg}{E} = \frac{2 \times 10^{-3} \times 10}{5 \times 10^5} = 4 \times 10^{-8} \text{ C} = 40 \text{ nC} \xrightarrow{q < 0} q = -40 \text{ nC}$$

۴۴ خطوط میدان الکتریکی در قسمتی از فضا به شکل زیر است. با حرکت از نقطه A تا نقطه B، به ترتیب از راست به چپ، اندازه میدان الکتریکی و پتانسیل الکتریکی چگونه تغییر می کنند؟



- (۱) افزایش می یابد، کاهش می یابد.
- (۲) افزایش می یابد، افزایش می یابد.
- (۳) کاهش می یابد، افزایش می یابد.
- (۴) کاهش می یابد، کاهش می یابد.

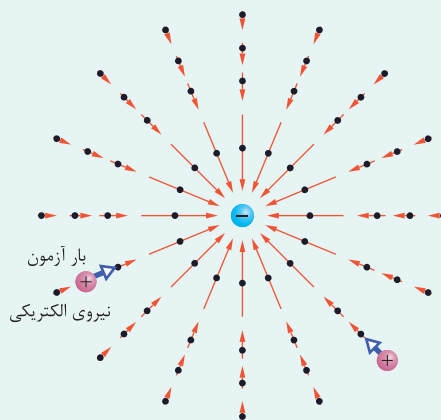
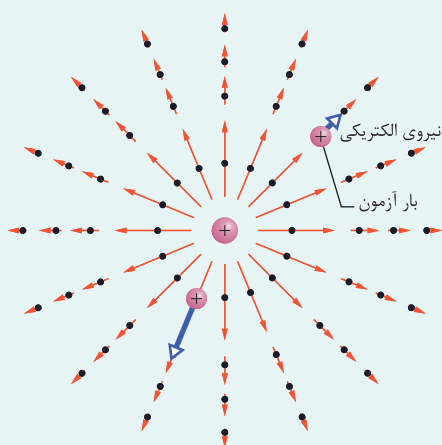
پاسخ: گزینه ۳

درس Box

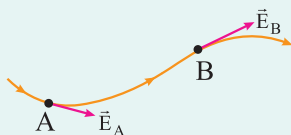
برای مجسم کردن میدان الکتریکی در فضای اطراف اجسام باردار، از خطهای جهت داری موسوم به خطوط میدان الکتریکی استفاده می کنند.

خطوط میدان الکتریکی ویژگی های زیر را دارند:

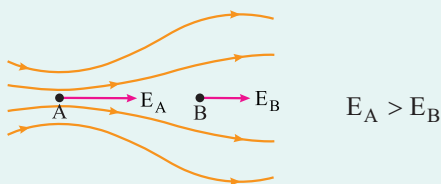
(۱) با توجه به جهت نیروی وارد بر بار مثبت آزمون، خطهای میدان الکتریکی از بار مثبت خارج و به بار منفی وارد می شوند.



(۲) در هر نقطه، بردار میدان الکتریکی باید مماس بر خط میدان الکتریکی عبوری از آن نقطه و در همان جهت باشد.



(۳) میزان تراکم خطوط میدان در هر نقطه از فضا نشان دهنده اندازه میدان در آن ناحیه است.



(۴) خطوط میدان الکتریکی برابند هرگز یکدیگر را قطع نمی کنند، یعنی از هر نقطه فضا فقط یک خط میدان الکتریکی می گذرد.

● به نسبت تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی به بار ذره که مستقل از نوع و اندازه بار الکتریکی است، اختلاف پتانسیل الکتریکی می گوئیم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$$

طبق رابطه بالا داریم:

(۱) اگر ذره در جهت میدان حرکت کند. ← پتانسیل الکتریکی کاهش می یابد.

(۲) اگر ذره در خلاف جهت میدان حرکت کند. ← پتانسیل الکتریکی افزایش می یابد.

فیزیک

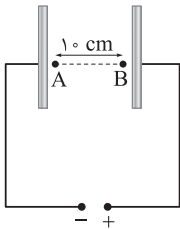
پاسخ خیلی تشریحی ✓

طبق خطوط میدان الکتریکی رسم شده، با توجه به این که تراکم خطوط میدان در نقطه A بیشتر از نقطه B است، در نتیجه $E_A > E_B$ است، پس با حرکت از نقطه A تا نقطه B، اندازه میدان الکتریکی کاهش می یابد. با حرکت از نقطه A به نقطه B، چون ذره در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت می کند، پتانسیل الکتریکی افزایش می یابد.



۴۵

در شکل زیر، اندازه میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه $E = 2 \times 10^3 \text{ N/C}$ است. پروتونی از نقطه A با سرعت v_0 در خلاف جهت میدان الکتریکی پرتاب شده است. اگر پروتون در نقطه B متوقف شود، v_0 چند متر بر ثانیه است؟ (جرم پروتون $1.6 \times 10^{-27} \text{ kg}$ و بار الکتریکی آن $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ است.)



$$10^5 \quad (1)$$

$$2 \times 10^5 \quad (2)$$

$$10^4 \quad (3)$$

$$2 \times 10^4 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲

با کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، تندی ذره در نقطه A را به دست می آوریم.

Hint

درس: Box

کار انجام شده توسط میدان الکتریکی بر ذره‌ای با بار q که در میدان الکتریکی به اندازه d جابه‌جا شده است، از رابطه زیر به دست می آید:

$$W_E = |q| E d \cos \theta$$

زاویه بین نیروی F_E و جابه‌جایی d (N/C) الکتریکی (J) الکتریکی
 کار نیروی F_E و جابه‌جایی d (C) بار الکتریکی (m) جابه‌جایی

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_E = \Delta K = K_f - K_i$$

تغییرات انرژی جنبشی طبق قضیه کار و انرژی جنبشی برابر با اندازه کار میدان است، پس:

$$\Delta K = W_E \Rightarrow \frac{1}{2} m (v_0 - v_f) = |q| E d \cos \theta$$

$$\frac{m=1.6 \times 10^{-27} \text{ kg}, q=1.6 \times 10^{-19} \text{ C}}{E=2 \times 10^3 \text{ N/C}, d=1 \text{ m}, \theta=180^\circ} \rightarrow \frac{1}{2} \times 1.6 \times 10^{-27} \times (-v_0) = 1.6 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^3 \times 1 \times \underbrace{\cos 180^\circ}_{-1}$$

$$\Rightarrow v_0 = 2 \times 10^5 \text{ m/s}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۴۶ مدار فلاش یک دوربین عکاسی، انرژی را با ولتاژ 200 V در یک خازن با ظرفیت $500\text{ }\mu\text{C}$ ذخیره می‌کند. اگر این مدار کل این انرژی را در مدت‌زمان 2 ms آزاد کند، توان متوسط خروجی فلاش چند کیلووات است؟

- (۱) 5000 (۲) 2500
(۳) 5 (۴) $2/5$

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا به کمک $U = \frac{1}{2} CV^2$ ، انرژی ذخیره‌شده در خازن را به دست آورید و سپس از رابطه $P_{av} = \frac{U}{t}$ ، توان متوسط خروجی فلاش را محاسبه کنید.

Hint

درس‌Box

• انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره‌شده در خازن از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$U = \frac{1}{2} CV^2, \quad U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}, \quad U = \frac{1}{2} QV$$

• آهنگ متوسط تخلیه انرژی (توان متوسط) از رابطه زیر به دست می‌آید:

انرژی ذخیره‌شده در خازن (J)

$$P_{av} = \frac{U}{t}$$

مدت‌زمان تخلیه (s) توان متوسط (W)

گام اول: انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره‌شده در خازن را به دست می‌آوریم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \times 500 \times 10^{-6} \times (200)^2 = 10\text{ J}$$

گام دوم: به کمک رابطه $P_{av} = \frac{U}{t}$ ، توان متوسط خروجی فلاش را محاسبه می‌کنیم:

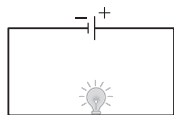
$$P_{av} = \frac{U}{t} = \frac{10}{2 \times 10^{-3}} = 5000\text{ W} = 5\text{ kW}$$

اگره حواست به یکاها نباشه، توی دام گزینه (۱) می‌افتی و اگه حواست به توان دو در رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ هم نباشه، توی دام گزینه‌های (۲) و (۴) می‌افتی.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گول نخوری ✗

۴۷ در شکل زیر، یک لامپ رشته‌ای به مقاومت الکتریکی 15Ω به اختلاف پتانسیل 12 V وصل است. تعداد الکترون‌های عبوری از این لامپ در هر دقیقه برابر کدام است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)



$$3 \times 10^{21} \text{ (2)}$$

$$5 \times 10^{21} \text{ (4)}$$

$$3 \times 10^{20} \text{ (1)}$$

$$5 \times 10^{20} \text{ (3)}$$

پاسخ: گزینه ۱

درسی Box

تعریف مقاومت الکتریکی: به نسبت اختلاف پتانسیل دو سر رسانا به جریان الکتریکی عبوری از آن، مقاومت الکتریکی می‌گویند:

اختلاف پتانسیل (V)

$$R = \frac{V}{I}$$

مقاومت الکتریکی (Ω) جریان الکتریکی (A)

بار الکتریکی همواره مضرب صحیحی از بار بنیادی (e) است:

$$q = \pm ne \quad (e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C})$$

اگر جسم به اندازه n الکترون بگیرد، علامت بار منفی و اگر جسم n الکترون از دست بدهد، علامت بار مثبت می‌شود.

گام اول: جریان عبوری از لامپ را محاسبه می‌کنیم:

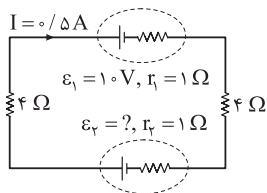
پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow I = \frac{12}{15} = 0.8 \text{ A}$$

گام دوم: به کمک روابط $I = \frac{q}{t}$ و $q = ne$ داریم:

$$I = \frac{ne}{t} \Rightarrow n = \frac{It}{e} = \frac{0.8 \times 60}{1/6 \times 10^{-19}} = 3 \times 10^{20}$$

در مدار شکل زیر، نیروی محرکهٔ باتری ε_2 چند ولت است؟ **۴۸**



۵ (۱)

۶ (۲)

۱۴ (۳)

۱۵ (۴)

پاسخ: گزینهٔ ۴

کرتس Box

برای محاسبهٔ جریان الکتریکی در مدارهای تک‌حلقه‌ای که از چند باتری استفاده می‌شود، داریم:

مجموع جبری نیروهای محرکه (V)

$$I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R + \sum r}$$

مجموع جبری

مقاومت‌های درونی (Ω) مقاومت‌های خارجی (Ω)

در رابطه بالا، باتری‌هایی که جریان از پایانهٔ منفی به آن‌ها وارد می‌شود و در واقع موافق با جریان هستند به مدار انرژی می‌دهند و علامت آن‌ها را در رابطه بالا مثبت قرار می‌دهیم.

باتری‌هایی که جریان از پایانهٔ مثبت به آن‌ها وارد و از پایانهٔ منفی خارج می‌شود و در واقع مخالف جریان هستند، از مدار انرژی می‌گیرند و با علامت منفی در رابطه بالا جای‌گذاری می‌شوند.

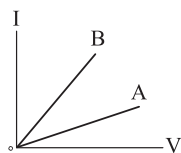
با توجه به این که جریان از پایانهٔ منفی به باتری ε_2 وارد و از پایانهٔ مثبت آن خارج می‌شود، ε_2 به مدار انرژی می‌دهد و با استدلال

مشابه، باتری ε_1 از مدار انرژی می‌گیرد، در نتیجه به کمک رابطه $I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R_1 + R_2 + r_1 + r_2}$ داریم:

$$0.5 = \frac{\varepsilon_2 - 10}{4 + 4 + 1 + 1} \Rightarrow \varepsilon_2 - 10 = 5 \Rightarrow \varepsilon_2 = 15 \text{ V}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۴۹ نمودار $I-V$ برای دو سیم مسی A و B با طول‌های یکسان، مطابق شکل زیر است، به ترتیب از راست به چپ، مقاومت و مساحت مقطع کدام سیم بزرگ‌تر است؟



(۱) A, A

(۲) B, B

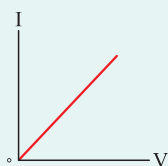
(۳) B, A

(۴) A, B

پاسخ: گزینه ۳

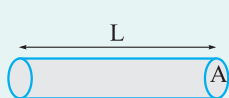
کرتس Box

نمودار جریان بر حسب اختلاف پتانسیل نشان می‌دهد که در رساناهای اهمی، جریان به طور متناسب با اختلاف پتانسیل افزایش می‌یابد:



$$\text{شیب نمودار} = \frac{1}{R} = \frac{I}{V}$$

مقاومت الکتریکی یک رسانای اهمی به ساختمان فیزیکی مقاومت وابسته است و در دمای ثابت، اگر سطح مقطع جسم در تمام طول آن یکسان باشد، از رابطه زیر محاسبه می‌شود:



$$R = \rho \frac{L}{A}$$

طول رسانا (m) \uparrow
 ρ مقاومت ویژه ($\Omega \cdot m$) \swarrow
 A مساحت مقطع جسم (m^2) \searrow

گام اول: در نمودار $I-V$ ، شیب با مقاومت رابطه عکس دارد، پس:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

رد گزینه‌های (۲) و (۴) $\Rightarrow R_B < R_A$ شیب $A >$ شیب B

گام دوم: به کمک رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ به صورت نسبتی داریم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{\frac{\rho_A = \rho_B}{L_A = L_B}} \frac{R_A}{R_B} = \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{R_A > R_B} A_B > A_A$$

۵۰

اگر دو سر یک بخاری برقی به اختلاف پتانسیل 220 V وصل شود، جریان الکتریکی 5 A از آن می‌گذرد. اگر این بخاری در هر شبانه‌روز به مدت 4 h روشن باشد، هزینه برق مصرفی این بخاری در یک ماه (۳۰ روز) چند تومان است؟ (قیمت برق مصرفی به ازای هر کیلووات ساعت، 50 تومان است.)

- (۱) 220 (۲) 660
(۳) 2200 (۴) 6600

پاسخ: گزینه ۴

گزینه‌های Box

(۱) توان مصرفی در یک مصرف‌کننده از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$P = VI, P = RI^2, P = \frac{V^2}{R}$$

V : اختلاف پتانسیل دو سر مصرف‌کننده (V)

R : مقاومت الکتریکی مصرف‌کننده (Ω)

I : جریان الکتریکی عبوری از مصرف‌کننده (A)

(۲) انرژی مصرفی در یک مصرف‌کننده در مدت‌زمان t ، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$U = P \cdot t$$

اگر در رابطه بالا توان را برحسب کیلووات (kW) و زمان را برحسب ساعت (h) جای‌گذاری کنیم، انرژی مصرفی برحسب کیلووات ساعت (kWh) به دست می‌آید.

گام اول: توان مصرفی بخاری برقی را محاسبه می‌کنیم:

$$P = VI = 220 \times 5 = 1100\text{ W} = 1/1\text{ kW}$$

گام دوم: به کمک رابطه $P = \frac{U}{t}$ ، انرژی الکتریکی مصرفی را در مدت یک ماه به دست می‌آوریم:

$$U = P \times t = 1/1 \times 4 \times 30 = 132\text{ kWh}$$

گام سوم: هزینه برق مصرفی به ازای هر کیلووات ساعت، 50 تومان است، پس:

$$\text{تومان} = 132 \times 50 = 6600 = \text{هزینه برق مصرفی در یک ماه}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

دو مقاومت مشابه را یک بار به طور متوالی و بار دیگر به طور موازی به یکدیگر می‌بندیم و هر بار به اختلاف پتانسیل معین و یکسانی وصل می‌کنیم. جریان الکتریکی عبوری از هر مقاومت در حالت اول، چند برابر جریان الکتریکی عبوری از هر مقاومت در حالت دوم است؟

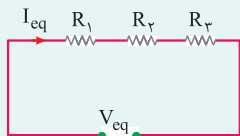
(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

پاسخ: گزینه ۲

به هم بستن مقاومت‌ها:

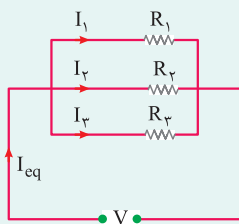
کارتی Box

(۱) اتصال متوالی (سری): در این حالت، مطابق شکل زیر جریان عبوری از تمام مقاومت‌ها یکسان است و داریم:



$$\begin{cases} I_1 = I_2 = I_3 = I_{eq} \\ V_{eq} = V_1 + V_2 + V_3 \end{cases} \Rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

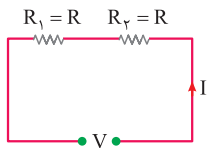
(۲) اتصال موازی: مطابق شکل در اتصال موازی، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها با هم برابر است، پس:



$$\begin{cases} I_{eq} = I_1 + I_2 + I_3 \\ V_{eq} = V_1 = V_2 = V_3 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

گام اول: در حالت متوالی، جریان عبوری از هر مقاومت را به دست می‌آوریم:

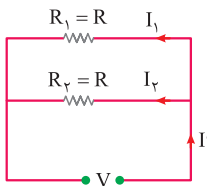
پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$R_{eq} = R_1 + R_2 = 2R$$

$$I = \frac{V}{R_{eq} + r} = \frac{V}{2R}$$

گام دوم: در حالت موازی داریم:



$$R'_{eq} = \frac{R \times R}{R + R} = \frac{R}{2}$$

$$I' = \frac{V}{R'_{eq} + r} = \frac{2V}{R}$$

به کمک پایستگی بار الکتریکی، جریان عبوری از هر مقاومت را به دست می‌آوریم:

$$I' = I_1 + I_2 \xrightarrow{R_1=R_2} I' = 2I_1 \xrightarrow{I'=\frac{2V}{R}} I_1 = \frac{V}{R}$$

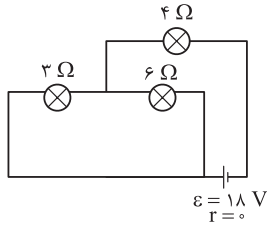
گام سوم: نسبت $\frac{I}{I_1}$ برابر است با:

$$\frac{I}{I_1} = \frac{\frac{V}{2R}}{\frac{V}{R}} = \frac{1}{2}$$

اگر دقت نکنی که در حالت موازی، جریان در شاخه‌ها تقسیم می‌شود و جریان کلی مدار رو در رابطه قرار بدی، توی دام گزینه (۴) می‌افتی و اگر نسبت خواسته شده رو برعکس در نظر بگیری، اشتباهاً گزینه (۱) رو انتخاب می‌کنی.

گول نخوری ✖

۵۲ در مدار شکل زیر، توان مصرفی لامپ رشته‌ای ۶ اهمی، چند وات است؟



۶ (۱)

۱۲ (۲)

۲۴ (۳)

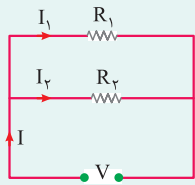
۵۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

مقاومت معادل و جریان کل مدار را محاسبه کنید، سپس با محاسبه جریان عبوری در شاخه لامپ ۶ اهمی و جای گذاری آن در رابطه $P = RI^2$ ، توان مصرفی لامپ ۶ اهمی را به دست آورید.

Hint

با توجه به این که در مقاومت‌های موازی، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها با هم برابر است، داریم:

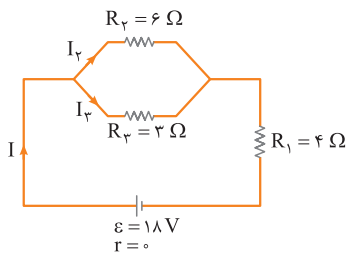


$$V_1 = V_2 = V \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

یعنی جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

برای محاسبه توان مصرفی لامپ ۶ اهمی، به جریان عبوری از آن نیاز داریم، پس طبق مراحل زیر پیش می‌رویم.

گام اول: شکل ساده مدار را رسم کرده و مقاومت معادل و جریان کل را محاسبه می‌کنیم:



$$R_{eq} = \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3} + R_1 = \frac{6 \times 6}{6 + 6} + 4 = 6 \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{18}{6} = 3 \text{ A}$$

گام دوم: جریان عبوری از لامپ $R_2 = 6 \Omega$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_2} = \frac{6}{6} = 1 \Rightarrow I_2 = I_3$$

$$I = I_2 + I_3 \Rightarrow 3 = I_2 + I_2 \Rightarrow I_2 = 1.5 \text{ A}$$

گام سوم: توان مصرفی لامپ $R_2 = 6 \Omega$ را محاسبه می‌کنیم:

$$P_2 = R_2 I_2^2 = 6 \times 1.5^2 = 13.5 \text{ W}$$

در حالت به هم بستن موازی، جریان بین مقاومت‌های موازی، عکس نسبت مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، اگره خواست به این نباشد و با محاسبه $I = 3 \text{ A}$ بری سراغ محاسبه توان مقاومت ۶ اهمی، توی دام گزینه (۴) می‌افتی.

گول نخوری

یک آهنربای میله‌ای مطابق شکل زیر، روی یک میز قرار دارد. یک عقربه مغناطیسی که آزادانه می‌تواند حول محور قائم بچرخد، به آرامی روی مسیر دایره‌ای شکل به دور آهنربا یک دور می‌چرخد. در این مسیر، عقربه چند درجه

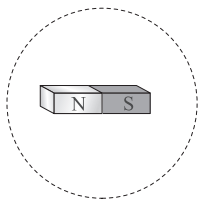
دوران می‌کند؟

۱۸۰ (۱)

۲۷۰ (۲)

۳۶۰ (۳)

۷۲۰ (۴)

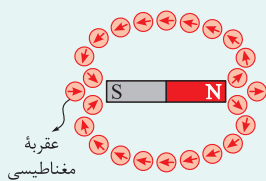


پاسخ: گزینه ۴

کرتس Box

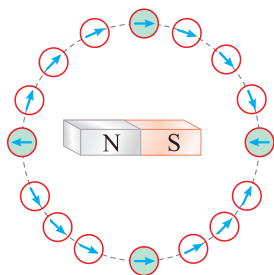
خطوط میدان مغناطیسی در هر نقطه از فضا در جهت عقربه مغناطیسی هستند.

در بیرون آهنربا، خطوط میدان مغناطیسی از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شوند.



مطابق شکل زیر، وضعیت عقربه مغناطیسی را رسم می‌کنیم؛ همان‌طور که در شکل می‌بینید، عقربه مغناطیسی در هر ربع 18°

می‌چرخد، پس در یک دور کامل، $72^\circ (4 \times 18^\circ)$ می‌چرخد.



پاسخ خیلی تشریحی

الکترونی با سرعت \vec{v} در یک میدان مغناطیسی یکنواخت، عمود بر میدان در حرکت است. اگر شکل زیر، نشان دهنده جهت میدان (\vec{B}) و جهت نیروی وارد بر الکترون (\vec{F}) باشد، جهت \vec{v} کدام است؟

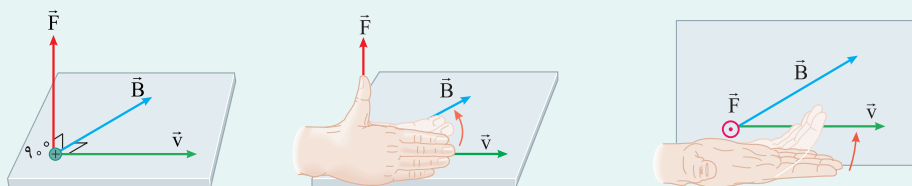


- (۱) \odot
 (۲) \otimes
 (۳) \rightarrow
 (۴) \leftarrow

پاسخ: گزینه ۳

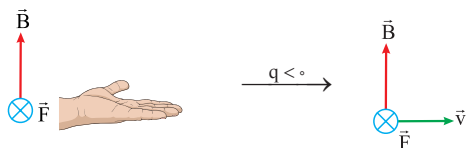
درس Box

تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار مثبت با استفاده از قاعده دست راست: اگه چهار انگشت دست راست را در جهت \vec{v} قرار دهیم به گونه‌ای که جهت خم شدن چهار انگشت در جهت \vec{B} باشد، انگشت شست، جهت نیروی مغناطیسی (\vec{F}) را نشان می‌دهد.



اگر بار ذره منفی باشد، جهت نیروی مغناطیسی را برعکس می‌کنیم، در واقع برای ذره با بار منفی از دست چپ استفاده کنیم.

به کمک قاعده دست راست (چون بار منفی است از دست چپ استفاده می‌کنیم)، جهت \vec{v} را مشخص می‌کنیم:

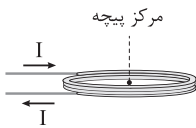


پاسخ خیلی تشریحی ✓

در شکل زیر، از پیچۀ مسطحی به شعاع $6/25 \text{ cm}$ که از 2000 دور سیم نازک درست شده است، جریان 20 mA

۵۵

می‌گذرد. میدان مغناطیسی در مرکز پیچه چند گاوس و در چه جهتی است؟ $(\mu_0 = 12/5 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$



- (۱) ، ۴ ↑
 (۲) ، ۴ ↓
 (۳) ، ۴۰ ↑
 (۴) ، ۴۰ ↓

پاسخ: گزینه ۲

درس‌Box

اندازه میدان مغناطیسی در مرکز یک حلقه حامل جریان I به شعاع R از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2R}$$

تعداد حلقه‌های نزدیک به هم ضرب تراوایی مغناطیسی خالص $(\frac{\text{T.m}}{\text{A}})$ جریان الکتریکی (A) $\rightarrow \mu_0 N I$ شعاع حلقه (m) $\rightarrow 2R$ میدان مغناطیسی (T) $\leftarrow B$

میدان مغناطیسی ناشی از یک حلقه دایره‌ای حامل جریان:

مطابق شکل در اطراف یک حلقه رسانای دایره‌ای شکل، میدان مغناطیسی ایجاد می‌شود. همان‌طور که می‌بینید خط‌های میدان مغناطیسی در ناحیه داخل حلقه به یکدیگر نزدیک‌ترند؛ یعنی میدان در این ناحیه قوی‌تر است. افزون بر این، در نقطه‌های روی محور حلقه، میدان موازی محور است. جهت خط‌های میدان مغناطیسی حلقه را می‌توان با قاعده دست راست مطابق شکل زیر نشان داد.



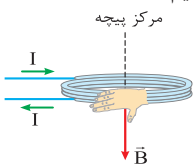
گام اول: میدان مغناطیسی در مرکز پیچه را طبق رابطه زیر محاسبه می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2R} = \frac{12/5 \times 10^{-7} \times 2000 \times 20 \times 10^{-3}}{2 \times 6/25 \times 10^{-2}} = 4 \times 10^{-4} \text{ T} \times 10^4 = 4 \text{ G}$$

تبدیل T به G

گام دوم: به کمک قاعده دست راست و با توجه به جهت جریان در پیچه، جهت میدان را مشخص می‌کنیم:



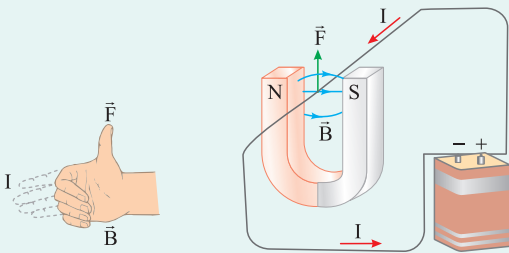
سیم مستقیمی به طول $2/4 \text{ m}$ ، حامل جریان $2/5 \text{ A}$ از شرق به غرب است. اندازه میدان مغناطیسی زمین در محل این سیم 45 G و جهت آن از جنوب به شمال است. نیروی مغناطیسی وارد بر این سیم چند نیوتون و در چه جهتی است؟

- (۱) $2/7 \times 10^{-4}$ ، عمود بر سطح زمین و به طرف بالا
- (۲) $2/7 \times 10^{-3}$ ، عمود بر سطح زمین و به طرف بالا
- (۳) $2/7 \times 10^{-4}$ ، عمود بر سطح زمین و به طرف پایین
- (۴) $2/7 \times 10^{-3}$ ، عمود بر سطح زمین و به طرف پایین

پاسخ: گزینه ۳

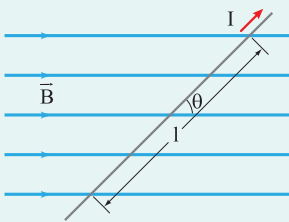
درس Box

اورستد با انجام آزمایش‌هایی نشان داد که میدان مغناطیسی بر سیم حامل جریان نیرو وارد می‌کند، این نیرو بر راستای سیم و بر راستای میدان مغناطیسی عمود است. جهت این نیروی مغناطیسی را می‌توان به کمک قاعده دست راست به صورت زیر تعیین کرد:



نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی یکنواخت به عامل‌های زیر وابسته است:

$$F = IIB \sin \theta$$



I: جریان الکتریکی (A)

l: طول بخشی از سیم که در میدان مغناطیسی قرار دارد. (m)

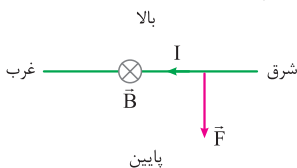
B: میدان مغناطیسی (T)

θ : زاویه‌ای که امتداد سیم با خطوط میدان مغناطیسی می‌سازد.

گام اول: برای محاسبه اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم، کافی است داده‌ها را در رابطه زیر جای‌گذاری کنیم:

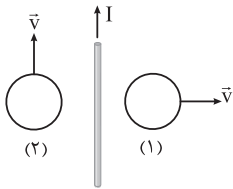
$$F = IIB \sin \theta \xrightarrow{I=2/5 \text{ A}, l=2/4 \text{ m}} \xrightarrow{B=0/45 \text{ G}=0/45 \times 10^{-4} \text{ T}, \theta=90^\circ} F = 2/5 \times 2/4 \times 0/45 \times 10^{-4} \times \sin 90^\circ = 2/7 \times 10^{-4} \text{ N}$$

گام دوم: جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را به کمک قاعده دست راست مشخص می‌کنیم:



پاسخ خیلی تشریحی ✓

دو حلقهٔ رسانای (۱) و (۲) در نزدیکی یک سیم دراز حامل جریان ثابت I قرار دارند. این دو حلقه با تندی یکسان، ولی در جهت‌های متفاوت مطابق شکل زیر حرکت می‌کنند. جهت جریان القایی در حلقه‌های (۱) و (۲) به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



(۱) ساعتگرد، پادساعتگرد

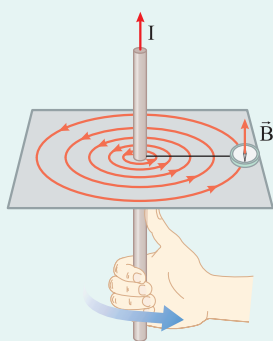
(۲) پادساعتگرد، در حلقهٔ (۲) جریانی القا نمی‌شود.

(۳) ساعتگرد، در حلقهٔ (۲) جریانی القا نمی‌شود.

(۴) پادساعتگرد، پادساعتگرد

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس‌Box



(۱) یک سیم حامل جریان الکتریکی در اطراف خود میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند که جهت این میدان به کمک قاعدهٔ دست راست مشخص می‌شود، به این صورت که اگر انگشت شست را در جهت جریان قرار دهیم، جهت خم شدن انگشتان دست راست، جهت میدان مغناطیسی در اطراف سیم را نشان می‌دهد.

● میدان مغناطیسی در اطراف سیم راست با فاصله از آن رابطهٔ عکس و با اندازهٔ جریان رابطهٔ مستقیم دارد.

(۲) قانون لنز بیان می‌کند که وقتی شار مغناطیسی تغییر می‌کند، جریان در جهتی در حلقه القا می‌شود که میدان مغناطیسی ناشی از آن با تغییر شار مخالفت می‌کند؛ یعنی:

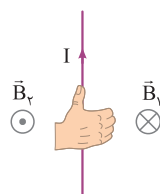
● وقتی شار مغناطیسی افزایش می‌یابد، میدان مغناطیسی اصلی و القایی در خلاف جهت هم هستند:



● وقتی شار مغناطیسی کاهش می‌یابد، میدان مغناطیسی اصلی و القایی هم جهت هستند:

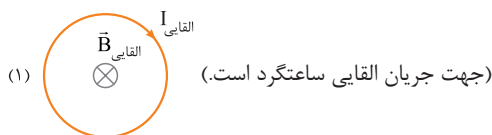


ابتدا جهت میدان مغناطیسی ناشی از سیم مستقیم را در مرکز حلقه‌ها طبق قاعدهٔ دست راست تعیین می‌کنیم:



گام اول: بررسی جهت جریان القایی در حلقهٔ (۱):

میدان مغناطیسی ناشی از سیم مستقیم در مرکز حلقهٔ (۱) درون سو \otimes است و حلقه در حال دور شدن از سیم است، پس میدان مغناطیسی در مرکز حلقه کاهش می‌یابد. طبق قانون لنز، جهت میدان مغناطیسی القایی در مرکز حلقه باید هم جهت با میدان مغناطیسی اصلی باشد تا با کاهش میدان مخالفت کند، پس میدان مغناطیسی القایی هم درون سو \otimes است. حالا جهت جریان القایی را به کمک قاعدهٔ دست راست تعیین می‌کنیم:

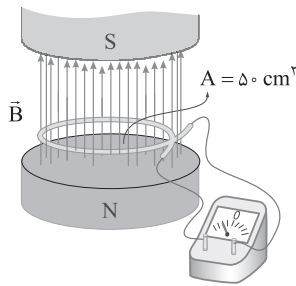


گام دوم: بررسی جهت جریان القایی در حلقهٔ (۲):

حلقهٔ (۲) به موازات سیم مستقیم حرکت می‌کند، در نتیجه میدان مغناطیسی در مرکز حلقه همواره ثابت است و تغییر نمی‌کند؛ بنابراین جریانی در حلقهٔ (۲) القا نمی‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در شکل زیر، میدان مغناطیسی بین قطب‌های یک آهنربای الکتریکی که بر سطح حلقه عمود است، با زمان تغییر می‌کند و در مدت 0.25 s از 2 T به بالا به 1 T تسلا رو به پایین می‌رسد. بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط



در حلقه در این مدت، چند میلی‌ولت است؟

۲ (۱)

۶ (۲)

۲۰ (۳)

۶۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

چون تغییر میدان مغناطیسی باعث ایجاد نیروی محرکه القایی شده، از رابطه $\epsilon_{av} = |-NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t}|$ ، بزرگی نیروی محرکه القایی را به دست آورید.

Hint

طبق قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، با تغییر شار مغناطیسی عبوری از حلقه، نیروی محرکه‌ای در حلقه القا می‌شود. اندازه نیروی محرکه القایی از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

درسی Box

$$\epsilon_{av} = |-N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}| \Rightarrow \begin{cases} \epsilon_{av} = |-NAB \frac{(\cos \theta_2 - \cos \theta_1)}{\Delta t}| : \text{B و A ثابت و } \theta \text{ تغییر کند.} \\ \epsilon_{av} = |-NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t}| : \text{A و } \theta \text{ ثابت و B تغییر کند.} \\ \epsilon_{av} = |-NB \cos \theta \frac{\Delta A}{\Delta t}| : \text{B و } \theta \text{ ثابت و A تغییر کند.} \end{cases}$$

نیروی محرکه القایی (V)
 $\epsilon_{av} = |-N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}|$
 تعداد حلقه
 آهنگ تغییر شار مغناطیسی ($\frac{Wb}{s}$)

در این جا تغییر میدان مغناطیسی باعث تغییر شار و ایجاد نیروی محرکه القایی شده است، پس:

پاسخ خیلی تشریحی

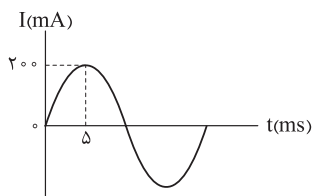
$$\epsilon_{av} = |-N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}| = |-NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t}|$$

$$\frac{N=1, A=50 \text{ cm}^2 = 50 \times 10^{-4} \text{ m}^2, \theta=0}{B_1=2 \text{ T}, B_2=-1 \text{ T}, \Delta t=0.25 \text{ s}} \rightarrow \epsilon_{av} = |-1 \times 50 \times 10^{-4} \times 1 \times \frac{(-1 - 2)}{0.25}| = 6 \times 10^{-3} \text{ V} = 6 \text{ mV}$$

جهت میدان مغناطیسی \vec{B}_2 در خلاف جهت میدان مغناطیسی \vec{B}_1 است. آنگاه به این اطلاعات توجه نکنی و فقط اندازه \vec{B}_1 و \vec{B}_2 رو از هم کم کنی ($\Delta B = 1 - 2$)، توی دام گزینه (۱) می‌افتی.

گول نخوری

نمودار جریان متناوب سینوسی یک مولد جریان متناوب، به شکل زیر است. معادله جریان بر حسب زمان در SI کدام است؟



$$I = 0.2 \sin 100\pi t \quad (1)$$

$$I = 2 \sin 100\pi t \quad (2)$$

$$I = 0.2 \sin 100\pi t \quad (3)$$

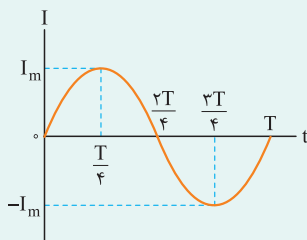
$$I = 2 \sin 100\pi t \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۳

فقط کافی است با توجه به نمودار، I_m و T را مشخص کنید و در معادله $I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$ جای گذاری کنید.

Hint

جریان متناوب، جریانی است که اندازه و علامت آن به صورت تابع سینوسی با زمان تغییر می کند. نمودار و معادله جریان بر حسب زمان به صورت زیر است:



$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

(A) جریانه بیشینه (s) دوره تناوب

گام اول: برای محاسبه دوره تناوب، با توجه به نمودار داریم:

$$\frac{T}{4} = 5 \text{ ms} \Rightarrow T = 20 \text{ ms} = 2 \times 10^{-2} \text{ s}$$

گام دوم: با داشتن I_m و T ، معادله جریان - زمان به راحتی نوشته می شود:

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = (200 \times 10^{-3}) \sin\left(\frac{2\pi}{2 \times 10^{-2}}t\right) = 0.2 \sin 100\pi t$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

درس Box



۶۰. ضریب القاوری یک القاگر فرضی چند هانری باشد تا با عبور جریان 200 A از آن، بتواند 1 kWh انرژی الکتریکی

در خود ذخیره کند؟

۳۶۰ (۲)

۳۶۰۰ (۱)

۱۸۰ (۴)

۱۸۰۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

کرتس Box

انرژی القاگر (J) جریان (A)

$$U = \frac{1}{2} LI^2$$

ضریب القاوری (H)

انرژی القاگر از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

گام اول: انرژی ذخیره‌شده در القاگر 1 kWh است، آن را بر حسب ژول (W.s) می‌نویسیم:

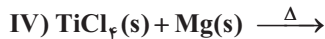
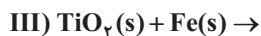
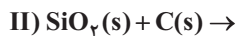
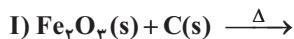
$$1\text{ kWh} = 1\text{ kWh} \times \frac{10^3\text{ W}}{1\text{ kW}} \times \frac{3600\text{ s}}{1\text{ h}} = 36 \times 10^5\text{ J}$$

گام دوم: با جای‌گذاری داده‌ها در رابطه $U = \frac{1}{2} LI^2$ ، ضریب القاوری را محاسبه می‌کنیم:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow 36 \times 10^5 = \frac{1}{2} L(200)^2 \Rightarrow L = \frac{2 \times 36 \times 10^5}{4 \times 10^4} = 180\text{ H}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به واکنش‌های زیر، کدام مطلب نادرست است؟ **۶۲**



(۱) برای استخراج آهن در فولاد مبارکه از واکنش (I) استفاده می‌شود که در این واکنش افزون بر آهن، یک گاز گلخانه‌ای نیز تولید می‌شود.

(۲) واکنش (II) در دمای بالا انجام می‌شود که در آن عنصر اصلی سازنده سلول‌های خورشیدی و گازی دواتمی با سه پیوند اشتراکی حاصل می‌شود.

(۳) واکنش (III) در شرایط طبیعی انجام نمی‌شود، زیرا واکنش‌پذیری واکنش‌دهنده‌ها از واکنش‌پذیری فرآورده‌ها کم‌تر است.

(۴) برای تهیه تیتانیوم، واکنش (IV) را در حضور گاز نیتروژن انجام می‌دهند، زیرا گاز اکسیژن موجود در هوا مانع از انجام واکنش می‌شود.

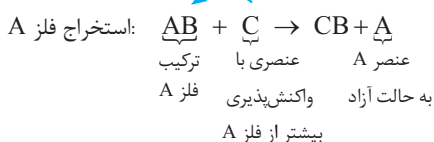
پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

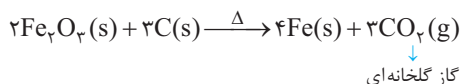
با توجه به متن سؤال ۶ تمرین دوره‌ای فصل ۱ شیمی یازدهم، این واکنش در حضور آرگون انجام می‌شود، زیرا گازهای اکسیژن و نیتروژن در شرایط واکنش می‌توانند با واکنش‌دهنده‌ها، واکنش شیمیایی بدهند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

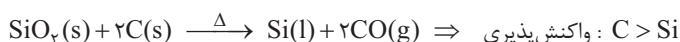
گزینه (۱): یک عنصر با واکنش‌پذیری بیشتر می‌تواند با ترکیب یک عنصر دیگر با واکنش‌پذیری کم‌تر واکنش دهد و عنصر موجود در این ترکیب را آزاد کند؛ بنابراین برای استخراج یک فلز از ترکیب آن، باید از واکنش آن ترکیب با عنصری که واکنش‌پذیری بیشتری دارد، استفاده کرد.



حالا فرض کنید می‌خواهیم فلز Fe را از Fe_2O_3 استخراج کنیم. برای این کار می‌توان از فلز سدیم یا عنصر کربن استفاده کرد؛ زیرا این دو عنصر واکنش‌پذیری بیشتری از Fe دارند. از اون‌هایی که دسترسی به کربن آسان‌تر است و صرفه اقتصادی بیشتری دارد، در فولاد مبارکه مانند همه شرکت‌های فولاد جهان، برای استخراج آهن از کربن استفاده می‌شود.

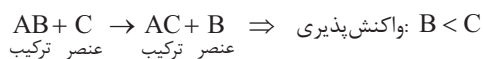


گزینه (۲): در صفحه ۴۸ کتاب درسی می‌خوانیم که سیلیسیم (عنصر اصلی سازنده سلول‌های خورشیدی) از واکنش زیر تهیه می‌شود:

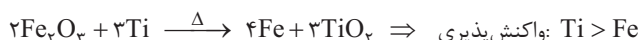


ساختار CO به صورت مقابل است و سه پیوند اشتراکی دارد:

گزینه (۳): در هر واکنش شیمیایی که به طور طبیعی انجام می‌شود. واکنش‌پذیری فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها کم‌تر است؛ پس اگر یک واکنش به ما بدهند که در دو طرفش یه عنصر آزاد وجود داشته باشد و بگن که این واکنش به طور طبیعی انجام می‌شود، ما خیلی سریع می‌تونیم واکنش‌پذیری دو عنصر آزاد در دو طرف معادله را با هم مقایسه کنیم:



با توجه به واکنش زیر که در صفحه ۴۹ کتاب درسی آمده است، نتیجه می‌گیریم که واکنش‌پذیری تیتانیوم از آهن بیشتر می‌باشد.



نمونه‌ای از کلسیم کربنات با خلوص ۲۵ درصد، مطابق معادله زیر به طور کامل در ظرفی سرباز تجزیه می‌شود. جرم نمونه جامد طی این فرایند، چند درصد کاهش می‌یابد؟ (C = ۱۲, O = ۱۶, Ca = ۴۰ : g.mol⁻¹)



۷۵ (۴)

۴۴ (۳)

۲۵ (۲)

۱۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

کاهش جرم ایجاد شده به دلیل خروج گاز CO₂ است؛ بنابراین ابتدا لازم است که مقدار CO₂ تولید شده را محاسبه کنیم: با توجه به این که جرم اولیه CaCO₃ رو نداریم و از ما درصد کاهش جرم رو خواسته، بهتره که جرم اولیه نمونه را ۱۰۰g فرض کنیم.

$$\text{جرم مولی CO}_2 = ۱۲ + (۲ \times ۱۶) = ۴۴ \text{ g.mol}^{-1} \text{ و جرم مولی CaCO}_3 = ۴۰ + ۱۲ + (۳ \times ۱۶) = ۱۰۰ \text{ g.mol}^{-1}$$

$$? \text{ g CO}_2 = ۱۰۰ \text{ g CaCO}_3 \times \frac{۲۵}{۱۰۰} \times \frac{۱ \text{ mol CaCO}_3}{۱۰۰ \text{ g CaCO}_3} \times \frac{۱ \text{ mol CO}_2}{۱ \text{ mol CaCO}_3} \times \frac{۴۴ \text{ g CO}_2}{۱ \text{ mol CO}_2} = ۱۱ \text{ g CO}_2$$

روش کسر تناسب:

په چور دیگه

$$\frac{\text{جرم ناخالص} \times \text{درصد خلوص}}{۱۰۰} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}$$

$$\frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{\text{CaCO}_3} = \frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{\text{CO}_2}$$

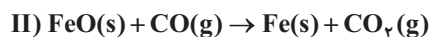
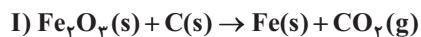
$$\frac{۱۰۰ \times \frac{۲۵}{۱۰۰}}{۱ \times ۱۰۰} = \frac{x}{۱ \times ۴۴} \Rightarrow x = ۱۱ \text{ g CO}_2$$

مقدار کاهش جرم مخلوط واکنش ۱۱ g است؛ بنابراین:

$$\text{درصد کاهش جرم} = \frac{۱۱}{۱۰۰} \times ۱۰۰ = ۱۱\%$$

۶۴

جرم‌های یکسانی از آهن (III) اکسید و آهن (II) اکسید مطابق معادله‌های زیر برای تهیه آهن استفاده شده‌اند. اگر جرم آهن تولیدشده در دو واکنش برابر باشد، بازده درصدی واکنش (II) چند برابر بازده درصدی واکنش (I) است؟ (معادله واکنش‌ها موازنه شود، $\text{Fe} = 56, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)



۰ / ۴ (۴)

۰ / ۹ (۳)

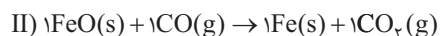
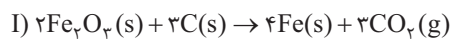
۰ / ۸ (۲)

۱ / ۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

اگر جرم آهن تولیدی در دو واکنش برابر باشد، یعنی شمار مول‌های آهن نیز در هر دو واکنش برابر است.



حالا مقدار Fe به دست آمده از واکنش I به روش کسر تبدیل را برابر با همین مقدار در واکنش II قرار می‌دهیم:

$$x \text{ g Fe}_2\text{O}_3 \times \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{4 \text{ mol Fe}}{2 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{56 \text{ g Fe}}{1 \text{ mol Fe}} \times \frac{R_1}{100} = x \text{ g FeO} \times \frac{1 \text{ mol FeO}}{72 \text{ g FeO}} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{1 \text{ mol FeO}} \times \frac{56 \text{ g Fe}}{1 \text{ mol Fe}} \times \frac{R_2}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{2 \times 72 \times 100}{100 \times 160} = 0.9$$

معادله دوم را در ۴ ضرب می‌کنیم تا ضریب Fe در دو معادله یکسان شود؛ سپس بین Fe_2O_3 و FeO تناسب برقرار می‌کنیم.

په‌چور دیگه



$$\frac{\text{جرم} \times \frac{R_1}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم} \times \frac{R_2}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{x \times \frac{R_1}{100}}{160 \times 2} = \frac{x \times \frac{R_2}{100}}{72 \times 4} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{72}{80} = 0.9$$



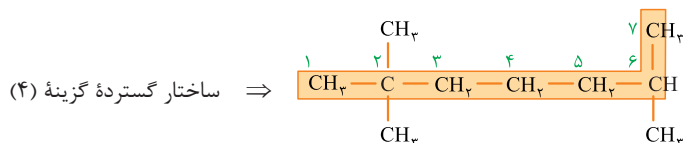
در کدام گزینه نام آلکان به درستی بیان شده است؟

- (۱) $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}(\text{C}_2\text{H}_5)\text{CH}_2\text{CH}(\text{CH}_3)_2$ - اتیل - ۴ - متیل هگزان
 (۲) $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_2\text{CH}(\text{CH}_3)\text{CH}_2\text{CH}(\text{CH}_3)_2$ - تری متیل هگزان
 (۳) $(\text{CH}_3)_2\text{CH}(\text{CH}_2)_2\text{CH}(\text{CH}_3)_2$ - دی متیل هگزان
 (۴) $(\text{CH}_3)_3\text{C}(\text{CH}_2)_3\text{CH}(\text{CH}_3)_2$ - تری متیل هپتان

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا باید ساختار گسترده تر آلکان را رسم و سپس آن را نام گذاری کنیم:

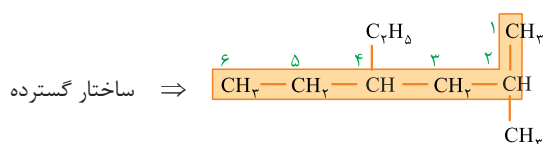
پاسخ خیلی تشریحی ✓



نام \leftarrow ۲، ۲، ۶ - تری متیل هپتان

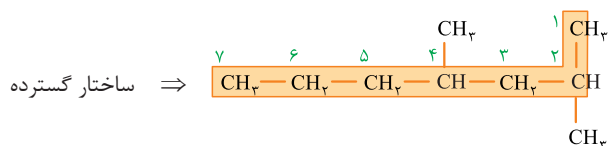
بررسی سایر گزینه ها:

گزینه (۱):



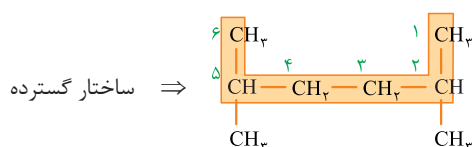
نام \leftarrow ۴ - اتیل - ۲ - متیل هگزان

گزینه (۲):



نام \leftarrow ۲، ۴ - دی متیل هپتان

گزینه (۳):



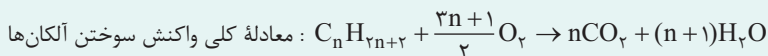
نام \leftarrow ۲، ۴ - دی متیل هگزان

۶۶ کدام مورد دربارهٔ آلکان راست‌زنجیری که از سوختن کامل ۷/۱ گرم از آن، ۹/۹ گرم آب تولید می‌شود، درست است؟ (O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱: g.mol⁻¹)

- (۱) در نام آن، پیشوندی که شمار اتم‌های کربن را معلوم کند، وجود ندارد.
- (۲) گرانی آن نسبت به آلکان راست‌زنجیری که هر مولکول آن، ۴۳ پیوند اشتراکی دارد، کم‌تر است.
- (۳) تفاوت جرم مولی آن با آلکانی با ۱۸ اتم هیدروژن، ۴۲ گرم است.
- (۴) برای رسم ساختار پیوند - خط آن به ۱۰ خط نیاز است.

پاسخ: گزینه ۲

از اون بایی که آلکان‌ها سیر شده هستند، تمایل چندانی به انجام واکنش‌های شیمیایی ندارند. یکی از محدود واکنش‌های آلکان‌ها، سوختن آن‌ها است. از سوختن کامل آلکان‌ها (و بقیهٔ هیدروکربن‌ها)، CO_۲ و H_۲O تولید می‌شود:



قبل از بررسی گزینه‌ها لازم است فرمول مولکولی آلکان مدنظر را پیدا کنیم. پس با استفاده از اطلاعات سؤال و استوکیومتری به جرم مولی آلکان و سپس به فرمول مولکولی آن می‌رسیم. با توجه به درس‌بکس بالا، ضریب استوکیومتری آلکان ۱ و ضریب استوکیومتری آب (n+1) است:

$$7/1 \text{ g } C_n H_{2n+2} \times \frac{1 \text{ mol } C_n H_{2n+2}}{(14n+2) \text{ g } C_n H_{2n+2}} \times \frac{(n+1) \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } C_n H_{2n+2}} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 9/9 \text{ g } H_2O$$

$$\Rightarrow 7/1 \times (n+1) \times 18 = (14n+2) \times 9 \Rightarrow 142(n+1) = 11(14n+2) \Rightarrow 154n - 142n = 142 - 22$$

$$\Rightarrow 12n = 120 \Rightarrow n = 10$$

فرمول مولکولی آلکان $\Rightarrow C_{10}H_{22}$

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}$$

$$\frac{\quad}{C_n H_{2n+2}} = \frac{\quad}{H_2O}$$

$$\frac{7/1}{14n+2} = \frac{9/9}{18 \times (n+1)} \Rightarrow \frac{71}{14(n+1)} = \frac{99}{18(n+1)} \Rightarrow 71n + 71 = 77n + 11 \Rightarrow 6n = 60 \Rightarrow n = 10$$

از آن‌جا که هر اتم کربن، چهار الکترون و هر اتم هیدروژن، یک الکترون به اشتراک می‌گذارد و از طرفی هر پیوند اشتراکی شامل دو الکترون است، تعداد پیوندهای اشتراکی در هیدروکربن‌ها از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\text{تعداد پیوندهای اشتراکی} = \frac{(\text{تعداد اتم‌های کربن} \times 4) + (\text{تعداد اتم‌های هیدروژن} \times 1)}{2}$$

مثال تعداد پیوندهای اشتراکی در یک آلکان n کربنی (C_nH_{2n+2}) برابر با (۳n+1) است:

$$\text{تعداد پیوندهای اشتراکی در آلکان‌ها} = \frac{\overset{C}{3n} + \overset{H}{2n+2}}{2} = 3n+1$$

گزینهٔ (۲): تعداد اتم کربن آلکانی که ۴۳ پیوند اشتراکی دارد، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$3n+1 = 43 \Rightarrow 3n = 42 \Rightarrow n = 14$$

گرانی: C_{۱۴}H_{۳۰} > C_{۱۰}H_{۲۲}

هر چه قدر تعداد اتم‌های کربن آلکان راست‌زنجیر کم‌تر باشد، گرانی کم‌تر است.

کارت‌های آموزشی

پاسخ خیلی تشریحی

یه جور دیگه

نکته

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): با توجه به جدول زیر، در نام‌گذاری آلکان‌های راست‌زنجیر با پنج کربن و به بالا، شماره اتم‌های کربن با پیشوند معادل بیان شده و پسوند «آن» اضافه می‌شود.

تعداد کربن	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
پیشوند	پنت	هگز	هپت	اوکت	نون	دک

مثال: دک + آن = دکان



ده

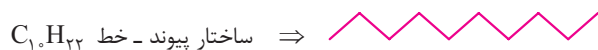
گزینه (۳):

فرمول مولکولی آلکانی با ۱۸ اتم هیدروژن:

$$C_n H_{2n+2} \Rightarrow 2n+2=18 \Rightarrow n=8$$

$$C_{10}H_{22} - C_8H_{18} = C_2H_4 = 28 \text{ g.mol}^{-1} = \text{تفاوت جرم مولی}$$

گزینه (۴):

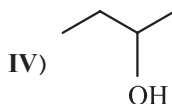
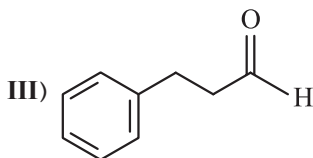
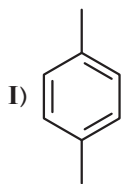


برای رسم ساختار پیوند - خط آلکان مورد نظر به ۹ خط نیاز داریم.

در فرمول پیوند - خط آلکانی (چه راست‌زنجیر، چه شاخه‌دار) با n اتم کربن، $n-1$ خط (پیوند $C-C$) وجود دارد.



با توجه به ساختارهای داده شده، کدام مورد درست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$) **۶۷**



- (۱) ترکیب (I)، همپار نفتالن است.
 (۲) میزان فشاریت ترکیب (II) از هپتان بیشتر است.
 (۳) از واکنش بوتان با آب، ترکیب (IV) تولید می شود.
 (۴) در جرم برابر، میزان آب تولیدی در اثر سوختن کامل ترکیب (III) نسبت به سوختن کامل بنزآلدهید، بیشتر است.

پاسخ: گزینه ۴

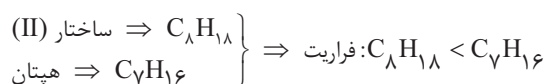
بررسی گزینه ها:

گزینه (۱): به موادی که فرمول مولکولی یکسان، اما ساختار متفاوت دارند، ایزومر یا همپار می گویند.

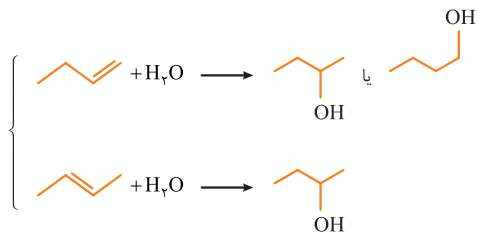


فرمول مولکولی این دو ماده متفاوت است، پس همپار نیستند.

گزینه (۲): با افزایش شمار اتم های کربن، فشاریت آلکان های راست زنجیر کاهش می یابد.



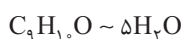
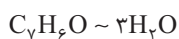
گزینه (۳):



از واکنش بوتن (۱- بوتن یا ۲- بوتن) با آب، ماده (IV) تولید می شود نه بوتان!!

گزینه (۴): فرمول مولکولی بنزآلدهید و ترکیب (III) به ترتیب به صورت C_7H_6O و $C_9H_{10}O$ است. در معادله موازنه شده

سوختن کامل ترکیب های آلی، ضریب H_2O نصف تعداد اتم های هیدروژن ترکیب است:



اگر جرم هر دو ترکیب را ۱ گرم در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

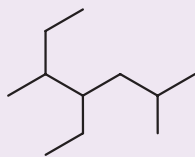
$$\frac{\text{مول}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{مول}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{سوختن بنزآلدهید} \Rightarrow \frac{1}{106} = \frac{x}{3} \Rightarrow x = \frac{3}{106} \text{ mol } H_2O \\ \text{سوختن ترکیب (III)} \Rightarrow \frac{1}{134} = \frac{y}{5} \Rightarrow y = \frac{5}{134} \text{ mol } H_2O \end{array} \right\} \frac{5}{134} > \frac{3}{106}$$

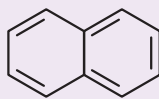
پاسخ خیلی تشریحی ✓

(سوال ۶ - امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳)

به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.



(۱)



(۲)



(۳)



(۴)

الف) نام هیدروکربن (۱) را بنویسید.

ب) فرمول مولکولی ترکیب (۴) را بنویسید.

ج) یک کاربرد برای ترکیب (۲) بنویسید.

د) هیدروکربن (۳) فرارتر است یا هیدروکربن راست‌زنجیر $C_{14}H_{30}$ ؟

ه) آیا از ترکیب (۴) می‌توان در تهیه پلی‌استر استفاده کرد؟ چرا؟

کدام موارد از مطالب زیر درباره بنزین و زغال سنگ، درست است؟

الف) از سوختن زغال سنگ همانند بنزین، گاز گوگرد دی اکسید تولید می گردد.

ب) مقدار کربن دی اکسید به ازای هر کیلوژول انرژی تولید شده از سوختن زغال سنگ بیشتر از بنزین است.

پ) در جرم یکسان، گرمای آزاد شده از سوختن بنزین بیشتر از زغال سنگ است.

ت) جایگزینی زغال سنگ به جای نفت، باعث کاهش اثر گلخانه ای می شود.

(۱) الف - ب (۲) الف - ت (۳) ب - پ (۴) پ - ت

پاسخ: گزینه ۳

کرتی Box

مقدار کربن دی اکسید به ازای هر کیلوژول انرژی تولید شده (g)	فراورده های سوختن	گرمای آزاد شده (kJ.g^{-1})	نام سوخت
۰/۰۶۵	$\text{CO}_2, \text{CO}, \text{H}_2\text{O}$	۴۸	بنزین
۰/۱۰۴	$\text{SO}_2, \text{CO}_2, \text{NO}_2, \text{CO}, \text{H}_2\text{O}$	۳۰	زغال سنگ

(۱) ارزش سوختی یا همان گرمای حاصل از سوختن ۱ گرم زغال سنگ، کم تر از ۱ گرم بنزین است. (در اثر سوختن ۱ گرم بنزین،

۴۸ kJ گرما آزاد می شود؛ در حالی که گرمای آزاد شده در اثر سوختن ۱ گرم زغال سنگ برابر با ۳۰ kJ است.)

(۲) مقدار کربن دی اکسید آزاد شده به ازای هر کیلوژول انرژی تولید شده در اثر سوختن زغال سنگ، بیشتر از سوختن بنزین است.

CO_2 بیشتر یعنی اثر گلخانه ای بیشتر!

(۳) جایگزینی نفت با زغال سنگ، باعث ورود مقدار بیشتری از انواع آلاینده ها به هوا کره می شود. در اثر سوختن (کامل یا ناقص)

بنزین، فراورده های CO ، H_2O و CO_2 تولید می شود؛ در حالی که در اثر سوختن زغال سنگ، علاوه بر این ها، آلاینده های SO_2

و NO_2 هم تولید می شوند.

موارد «ب» و «پ» درست اند.

بررسی سایر موارد:

الف) در ساختار زغال سنگ برخلاف بنزین، گوگرد وجود دارد و گاز SO_2 جزء فراورده های سوختن آن است.

ت) استفاده از زغال سنگ، باعث تشدید اثر گلخانه ای می شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به حالت‌های a تا d، کدام موارد زیر نادرست است؟ (جرم مولی آب و روغن زیتون به ترتیب برابر ۱۸ و ۸۸۴ گرم بر مول است).

$$a: (25^\circ\text{C} \text{ دمای } 200 \text{ g روغن زیتون با دمای } 75^\circ\text{C}) \xrightarrow{Q=19700 \text{ J}} b:$$

$$c: (25^\circ\text{C} \text{ دمای } 200 \text{ g آب با دمای } 75^\circ\text{C}) \xrightarrow{Q=41800 \text{ J}} d:$$

الف) ظرفیت گرمایی یک مول روغن زیتون بیشتر از یک مول آب است.

ب) مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده نمونه d بیشتر از نمونه c است.

پ) گرمای ویژه روغن زیتون را می‌توان $1/97 \text{ J} \cdot \text{C}^{-1}$ در نظر گرفت.

ت) با توجه به ماهیت یکسان ماده، میانگین انرژی جنبشی ذرات در a و b برابر است.

(۱) ب - پ (۲) پ - ت (۳) الف - ب (۴) الف - ت

پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های «پ» و «ت» نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) برای مقایسه ظرفیت گرمایی یک مول آب و روغن زیتون، ظرفیت گرمایی ویژه و سپس ظرفیت گرمایی مولی آن‌ها را حساب می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 19700 = 200 \times c \times 50 \Rightarrow c = 1/97 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{C}^{-1} \text{ روغن زیتون}$$

$$1/97 \times 884 = 1741/48 \text{ J} \cdot \text{C}^{-1} = \text{جرم مولی} \times \text{ظرفیت گرمایی ویژه} = \text{ظرفیت گرمایی مولی}$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 41800 = 200 \times c \times 50 \Rightarrow c = 4/18 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{C}^{-1} \text{ آب}$$

$$4/18 \times 18 = 75/24 \text{ J} \cdot \text{C}^{-1} = \text{ظرفیت گرمایی مولی}$$

بنابراین ظرفیت گرمایی ۱ مول روغن زیتون از ۱ مول آب بیشتر است.

ب) مجموع انرژی جنبشی ذرات یا همان انرژی گرمایی یک ماده، به مقدار و دمای آن بستگی دارد. با توجه به بیشتر بودن دمای

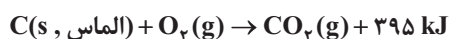
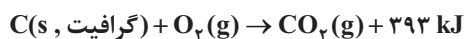
d، انرژی گرمایی آن بیشتر است.

پ) با توجه به محاسبات قسمت «الف»، ظرفیت گرمایی ویژه روغن زیتون $1/97 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{C}}$ است. (دقت کن!! عدد درسته ولی یکاش نه)

ت) میانگین انرژی جنبشی به دما بستگی دارد. در a و b، دماها متفاوت است؛ پس میانگین انرژی جنبشی آن‌ها نیز متفاوت است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۷۰. اگر مخلوطی به جرم ۶۰ گرم از الماس و گرافیت مطابق واکنش‌های زیر بسوزند و ۱۹۷۱ کیلوژول انرژی آزاد شود، جرم آلوتروپ ناپایدارتر در مخلوط اولیه کدام است؟ ($C = 12 \text{ g.mol}^{-1}$)



۱۲ (۴)

۴۸ (۳)

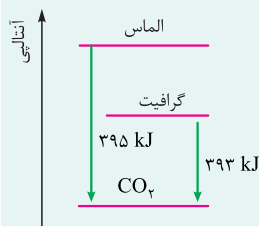
۲۴ (۲)

۳۶ (۱)

الماس

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به نمودار زیر، سطح انرژی الماس بیشتر بوده و ناپایدارتر از گرافیت است.



جرم مخلوط گرافیت و الماس، ۶۰ گرم و جرم مولی کربن 12 g.mol^{-1} است؛ بنابراین:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\text{جرم مولی} = \frac{\text{جرم}}{\text{مول}} = \frac{60}{12} = 5 \text{ mol}$$

فرض می‌کنیم که x مول الماس و $(5-x)$ مول گرافیت داریم:

$$\Rightarrow (\text{گرافیت} \times \Delta H_{\text{گرافیت}}) + (\text{الماس} \times \Delta H_{\text{الماس}}) = \text{مجموع انرژی آزاد شده}$$

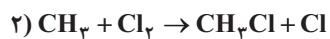
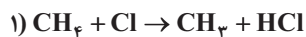
$$1971 = (x \times 395) + ((5-x) \times 393)$$

$$395x - 393x + 1965 = 1971 \Rightarrow x = 3 \text{ mol}$$

$$\text{جرم الماس} = 3 \text{ mol C} \times \frac{12 \text{ g C}}{1 \text{ mol C}} = 36 \text{ g}$$

واکنش کلردار کردن متان ($\text{CH}_4 + \text{Cl}_2 \rightarrow \text{CH}_3\text{Cl} + \text{HCl}$) یک واکنش دو مرحله‌ای است:

۷۱



اگر آنتالپی پیوندهای $\text{C}-\text{Cl}$ ، $\text{Cl}-\text{Cl}$ ، $\text{C}-\text{H}$ و $\text{H}-\text{Cl}$ به ترتیب برابر a ، b ، c و d کیلوژول بر مول باشد، آنتالپی مرحله اول چند برابر آنتالپی مرحله دوم است؟

$$\frac{a-b}{c-d} \quad (4) \qquad \frac{c+d}{a+b} \quad (3) \qquad \frac{c-d}{b-a} \quad (2) \qquad \frac{b-c}{a-d} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

[مجموع آنتالپی پیوند فرآورده‌ها] - [مجموع آنتالپی پیوند واکنش‌دهنده‌ها] $\Delta H =$ واکنش

$$\Rightarrow \Delta H_1 = [\cancel{3\Delta H(\text{C}-\text{H})}] - [\cancel{3\Delta H(\text{C}-\text{H})} + \Delta H(\text{H}-\text{Cl})] = c - d$$

$$\Delta H_2 = [\cancel{3\Delta H(\text{C}-\text{H})} + \Delta H(\text{Cl}-\text{Cl})] - [\cancel{3\Delta H(\text{C}-\text{H})} + \Delta H(\text{C}-\text{Cl})] = b - a$$

$$\frac{\Delta H_1}{\Delta H_2} = \frac{c-d}{b-a}$$

۷۲ کدام مورد، درست است؟

- ۱) انحلال آمونیوم نیترات در آب، گرماگیر است و ΔH این فرایند را می‌توان به کمک گرماسنج لیوانی، تعیین کرد.
 ۲) اگر اندازه آنتالپی مرحله اول و دوم تولید آمونیاک به روش هابر، به ترتیب a و b باشد، نسبت a به b بیشتر از ۱ است.
 ۳) آنتالپی واکنش $\text{NH}_3(\text{g}) + \text{H}(\text{g}) \rightarrow \text{NH}_2(\text{g})$ ، هم‌ارز با آنتالپی پیوند $\text{N}-\text{H}$ است.
 ۴) گاز مرداب را می‌توان از واکنش گرافیت و گاز هیدروژن در آزمایشگاه تهیه کرد.

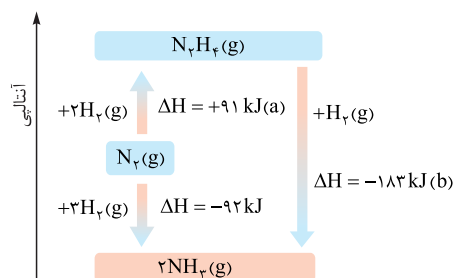
متان

پاسخ: گزینه ۱

انحلال آمونیوم نیترات در آب گرماگیر است، به همین دلیل از آن در تولید بسته‌های سرمازا استفاده می‌شود و ΔH آن را می‌توان به صورت مستقیم (گرماسنج لیوانی) اندازه‌گیری کرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲: با توجه به نمودار زیر، اندازه (مقدار عددی) ΔH مرحله دوم فرایند بیشتر است؛ بنابراین نسبت a به b باید کم‌تر از ۱ باشد.



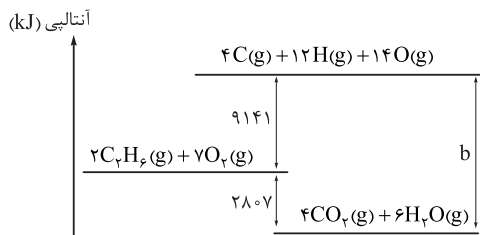
گزینه ۳: آنتالپی این واکنش هم‌ارز با آنتالپی تشکیل پیوند $\text{N}-\text{H}$ است نه آنتالپی پیوند $(\text{N}-\text{H})$! آنتالپی واکنشی هم‌ارز با آنتالپی پیوند $(\text{N}-\text{H})$ است که در آن یک مول پیوند $\text{N}-\text{H}$ شکسته شود نه تشکیل!!

گزینه ۴: گاز مرداب (متان) را نمی‌توان از واکنش گرافیت و گاز هیدروژن به دست آورد، زیرا تأمین شرایط بهینه برای انجام این واکنش دشوار و پرهزینه است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

نمودار داده شده الگویی برای واکنش سوختن اتان می باشد. براساس آن کدام مورد نادرست است؟

$$(H = 1, C = 12 : g.mol^{-1}, \Delta H(O-H) = 463 kJ.mol^{-1})$$



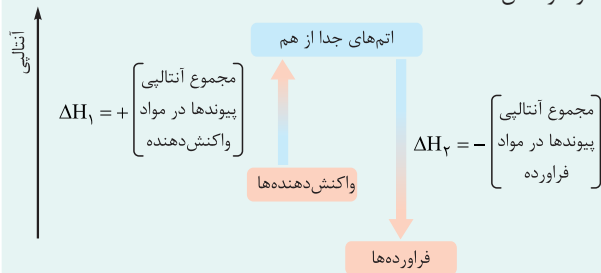
- (۱) میانگین آنتالپی پیوند $C=O$ برابر ۷۹۹ کیلوژول بر مول است.
- (۲) به ازای تولید ۲ مول فراورده در واکنش سوختن کامل اتان، $561/4$ کیلوژول گرما آزاد می شود.
- (۳) بزرگی مقدار b برابر ۱۱۹۴۸ کیلوژول است.
- (۴) ارزش سوختی اتان به تقریب، $93/56$ کیلوژول بر گرم است.

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

• استفاده از آنتالپی های پیوند، یک روش محاسباتی برای تعیین ΔH برخی از واکنش ها است. فرض کنید واکنش ها در یک فرایند دومرحله ای انجام می شوند؛ در مرحله اول، همه پیوندهای موجود در واکنش دهنده ها شکسته شده و واکنش دهنده ها به اتم های جدا از هم تبدیل می شوند. در مرحله بعدی این اتم ها دوباره با هم پیوند تشکیل داده و فراورده ها را به وجود می آورند. ΔH مرحله اول در واقع همان مجموع آنتالپی پیوندهای موجود در واکنش دهنده ها است؛ زیرا در آن واکنش دهنده ها به اتم های جدا از هم تبدیل می شوند، اما ΔH مرحله دوم، ΔH تشکیل پیوندها بوده و برابر با قرینه مجموع آنتالپی پیوندهای موجود در فراورده ها است. به این ترتیب خواهیم داشت:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \Delta H_1 + \Delta H_2 \Rightarrow \Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}]$$



ارزش سوختی به ازای یک گرم اتان است؛ بنابراین:

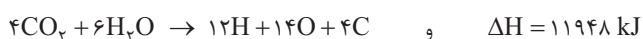
$$\text{ارزش سوختی} = 1 \text{ g } C_2H_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_6}{30 \text{ g } C_2H_6} \times \frac{2807 \text{ kJ}}{2 \text{ mol}} = 46.77 \text{ kJ.g}^{-1}$$

توجه عددی که روی نمودار برای آنتالپی سوختن C_2H_6 نوشته شده است، به ازای ۲ mol از آن است؛ بنابراین کسر تبدیل مول به کیلوژول به صورت $\frac{2807 \text{ kJ}}{2 \text{ mol}}$ نوشته می شود. بررسی سایر گزینه ها:

گزینه (۱): برای به دست آوردن آنتالپی پیوند $C=O$ ، لازم است b را محاسبه کنیم:

$$\Delta H = a - b$$

$$-2807 = 9141 - b \Rightarrow b = 11948 \text{ kJ}$$



پاسخ خیلی تشریحی ✓

$\Delta H = [\text{مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوند واکنش دهنده‌ها}]$

$$11948 = [8\Delta H(C=O) + 12\Delta H(O-H)] - 0 \Rightarrow 11948 = 8\Delta H(C=O) + \Delta H(12 \times 463)$$

$$\Rightarrow \Delta H(C=O) = 799 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

گزینه (۲): در واکنش مطرح شده به ازای تولید ۱۰ مول فراورده، ۲۸۰۷ kJ انرژی آزاد می‌شود، پس:

$$2 \text{ mol فراورده} \times \frac{2807 \text{ kJ}}{10 \text{ mol فراورده}} = 561/4 \text{ kJ}$$

گزینه (۳): محاسبات مقدار b در پاسخ گزینه (۱) آورده شده است.

$$b = 11948 \text{ kJ}$$

با توجه به نمودار داده شده، چند مورد از مطالب زیر درست است؟ (سوال ۲۵۴ کنکور تهرمی ۱۴۰۰ (فارج از کشور))

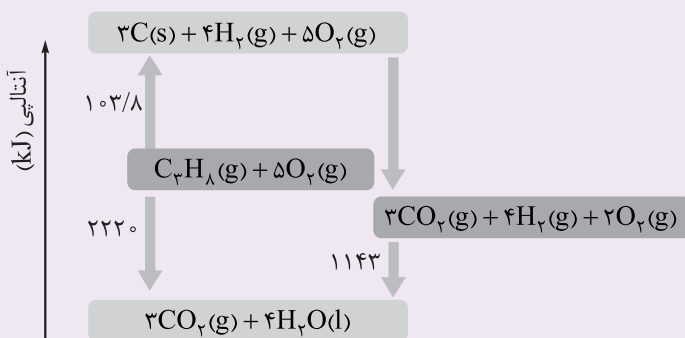
- آنتالپی تهیه یک مول آب از عنصرهای گازی سازنده آن، برابر ۱۱۴۳ kJ است.
- انرژی آزاد شده از اکسایش یک مول کربن و تشکیل گاز CO، برابر ۳۹۳/۶ kJ است.
- انرژی آزاد شده از سوختن یک مول پروپان در دمای ۱۲۰°C و فشار ۱ اتمسفر، برابر ۲۲۲۰ kJ است.
- این نمودار تغییرات انرژی یک واکنش سه مرحله‌ای را نشان می‌دهد که آنتالپی آن، برابر ۲۲۲۰ kJ است.
- از نمودار می‌توان دریافت که فراورده حاصل از اکسایش هیدروژن، پایدارتر از فراورده حاصل از اکسایش کربن است.

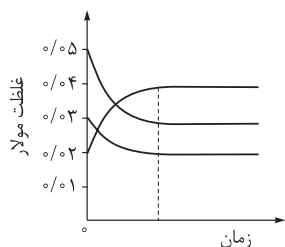
۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

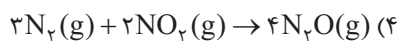
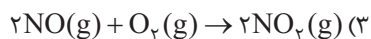
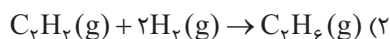
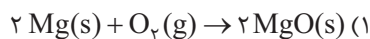
۲ (۱)





نمودار مقابل را به کدام واکنش می توان نسبت داد؟

۷۴



پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

می دانیم که با گذشت زمان غلظت واکنش دهنده ها کاهش و غلظت فراورده ها افزایش می یابد، پس دو منحنی نزولی مربوط به واکنش دهنده ها و منحنی صعودی مربوط به فراورده واکنش است.

با توجه به شکل، تا پایان واکنش (لحظه افقی شدن نمودارها)، تغییرات غلظت یکی واکنش دهنده ها ($0.5 - 0.3 = 0.2$) و دیگری ($0.3 - 0.2 = 0.1$) و تغییرات غلظت فراورده ($0.4 - 0.2 = 0.2$) مولار بوده است. با توجه به این که تغییرات غلظت مواد در یک واکنش متناسب با ضرایب استوکیومتری آنها است، معادله واکنش به صورت $2A + B \rightarrow 2C$ خواهد بود.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه (۱): غلظت مواد در حالت جامد و مایع خالص همواره مقدار ثابتی می باشد؛ بنابراین شیب نمودار غلظت - زمان برای آنها باید صفر باشد.

گزینه های (۲) و (۴): ضرایب استوکیومتری متناسب با تغییرات غلظت مواد نیست.

در شرایط معینی، ۱۵۰ گرم محلول ۱۷ درصد جرمی هیدروژن پراکسید در ظرفی طبق معادله زیر مصرف می‌شود. اگر سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن برابر با $1/25 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$ باشد، پس از چند ثانیه، تعداد مول H_2O_2 در محلول به ۰/۵ مول می‌رسد؟ ($\text{H} = 1, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



۱۲۰۰ (۴)

۶۰۰ (۳)

۴۰۰ (۲)

۳۰۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا تعداد مول‌های اولیه H_2O_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$n_1 = 150 \text{ g H}_2\text{O}_2 \times \frac{17 \text{ g H}_2\text{O}_2}{100 \text{ g H}_2\text{O}_2} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}_2}{34 \text{ g H}_2\text{O}_2} = 0.75 \text{ mol}$$

$$|\Delta n_{\text{H}_2\text{O}_2}| = |n_2 - n_1| = 0.5 - 0.75 = 0.25 \text{ mol}$$

در مرحله بعد با استفاده از سرعت تولید O_2 ، سرعت مصرف H_2O_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{R_{\text{O}_2}}{1} = \frac{R_{\text{H}_2\text{O}_2}}{2} \Rightarrow \frac{1/25 \times 10^{-2}}{1} = \frac{R_{\text{H}_2\text{O}_2}}{2} \Rightarrow R_{\text{H}_2\text{O}_2} = 2/25 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

تغییرات مول و سرعت مصرف را در فرمول سرعت H_2O_2 جای‌گذاری می‌کنیم:

$$R_{\text{H}_2\text{O}_2} = \frac{\Delta n_{\text{H}_2\text{O}_2}}{\Delta t} \Rightarrow 2/25 \times 10^{-2} = \frac{0.25}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 10 \text{ min} \Rightarrow 10 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 600 \text{ s}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به مواد زیر، کدام مورد درست است؟ **۷۶**

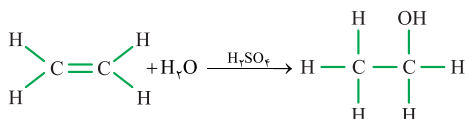
«نشاسته - پلی اتن - پروپان - روغن زیتون - دی برمواتان»

- (۱) ۸۰ درصد این مواد، همانند سلولز درشت مولکول محسوب می شوند.
 (۲) از واکنش مونومر سازنده یکی از پلیمرها با آب در محیط اسیدی، اتانول تولید می شود.
 (۳) روغن زیتون نیز همانند پلی اتن دارای مولکول هایی با جرم مولی بسیار زیاد بوده و پلیمر محسوب می شود.
 (۴) نسبت شمار نوع عنصرهای سازنده نشاسته به شمار نوع عنصرهای پروپان برابر ۲ است.

پاسخ: گزینه ۲

مونومر سازنده پلی اتن، اتن است و از واکنش اتن با آب، اتانول تولید می شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



بررسی سایر گزینه ها:

گزینه (۱): از بین ۵ مورد ذکر شده، پلی اتن، روغن زیتون و نشاسته، همانند سلولز درشت مولکول هستند.

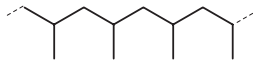
$$\text{درصد درشت مولکول ها} = \frac{3}{5} \times 100 = 60\%$$

گزینه (۳): در ساختار روغن زیتون، واحد تکرار شونده وجود ندارد؛ بنابراین پلیمر محسوب نمی شود.

گزینه (۴): عنصرهای سازنده نشاسته C, H و O و عنصرهای سازنده پروپان، C و H هستند؛ بنابراین نسبت شمار نوع عنصرها در آن ها برابر ۱/۵ است.

کدام مورد نادرست است؟

۷۷



(۱) ساختار روبه‌رو به پلیمری مربوط است که در تهیهٔ سرنگ کاربرد دارد.

(۲) الکل و اسید سازندهٔ استری با فرمول $C_4H_8O_2$ ، متانول و آشناترین اسید آلی هستند. ← استیک اسید

(۳) حالت فیزیکی ۱، ۲ - دی‌کلرو اتان در دما و فشار اتاق، برخلاف ۱، ۲ - دی‌برمو اتان، گازی است.

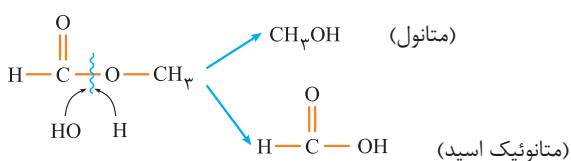
(۴) در واکنش پلیمری شدن اتن، جرم مولی میانگین پلی‌اتن تولیدشده به مقدار کاتالیزگرهای واکنش بستگی دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

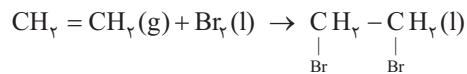
بررسی گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

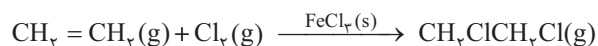
گزینهٔ (۱): این ساختار مربوط به پلی‌پروپن است که در تهیهٔ سرنگ کاربرد دارد.

گزینهٔ (۲): ساختار استر $C_4H_8O_2$ به صورت $H-C(=O)-O-CH_3$ است و برای تشخیص کربوکسیلیک اسید و الکل سازندهٔ آن به صورت زیر عمل می‌کنیم:دقت کنید که آشناترین عضو اسیدهای آلی، استیک اسید ($CH_3-C(=O)-OH$) است.

گزینهٔ (۳): در دمای اتاق، حالت فیزیکی ۱، ۲ - دی‌کلرو اتان، گاز و ۱، ۲ - دی‌برمو اتان، مایع است.



۱، ۲ - دی‌برمو اتان

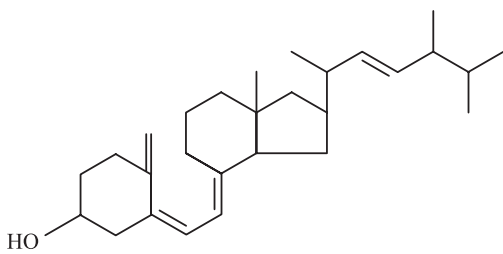


۱، ۲ - دی‌کلرو اتان

گزینهٔ (۴): با توجه به تمرین‌های دوره‌ای فصل ۳ کتاب درسی، جرم مولی میانگین پلی‌اتن، به مقدار کاتالیزگرهای استفاده‌شده

در واکنش بستگی دارد.

کدام مورد دربارهٔ ویتامین D (ساختار زیر) و استر حاصل از واکنش آن با ساده‌ترین کربوکسیلیک اسید یک عاملی، درست است؟



- (۱) از سوختن کامل یک مول ویتامین D، در مجموع ۴۸ مول فرآورده تولید می‌شود.
 (۲) در ساختار لوویس استر مربوطه، نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی برابر ۲۰ است.
 (۳) شمار گروه‌های CH_3 در ساختار ویتامین D، دو برابر شمار حلقه‌های موجود در ساختار آن است.
 (۴) تفاوت جرم مولی استر مربوطه با جرم مولی ویتامین D، با جرم مولی کربن مونواکسید برابر است.

پاسخ: گزینه ۴



برای محاسبهٔ تعداد اتم‌های هیدروژن و تعداد پیوندهای اشتراکی در یک ترکیب آلی می‌توان از روابط زیر استفاده کرد:

$$(1 \times \text{اتم‌های نیتروژن}) + (\text{تعداد پیوندهای } 4 \times) - (\text{تعداد حلقه‌ها} \times 2) - (\text{تعداد پیوندهای } 2 \times) = (2n + 2) = \text{تعداد اتم‌های هیدروژن}$$

سه‌گانه دوگانه

$$\frac{(3 \times \text{تعداد اتم‌های N}) + (2 \times \text{تعداد اتم‌های O}) + (1 \times \text{تعداد اتم‌های H}) + (4 \times \text{تعداد اتم‌های C})}{2} = \text{تعداد پیوند اشتراکی (کووالانسی) در یک ترکیب آلی}$$

برای به دست آوردن فرمول مولکولی ویتامین D، تعداد کربن‌ها را شمرده و در فرمول بالا قرار می‌دهیم تا تعداد هیدروژن‌ها به دست آید:

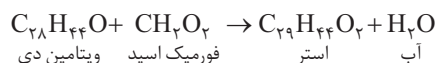
$$\text{تعداد H} = \frac{(2 \times 28) + 2}{2} - 2(2) - 2(4) = 44$$

دوگانه حلقه پیوند

$$\text{فرمول مولکولی} \Rightarrow \text{C}_{28}\text{H}_{44}\text{O}$$

واکنش تشکیل استر مربوطه به صورت زیر است:

(برای به دست آوردن فرمول استر، فرمول الکل و اسید را با هم جمع کرده و از آن‌ها یک H_2O کم می‌کنیم.)

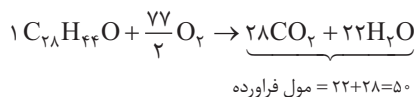


$$\text{تفاوت جرم مولی استر و ویتامین دی} = \text{C}_{29}\text{H}_{46}\text{O}_2 - \text{C}_{28}\text{H}_{44}\text{O} = \text{CO}$$

تفاوت فرمول استر مربوطه و ویتامین D، یک C و یک O است؛ بنابراین تفاوت جرم مولی آن‌ها به اندازهٔ جرم مولی کربن مونوکسید (CO) است.

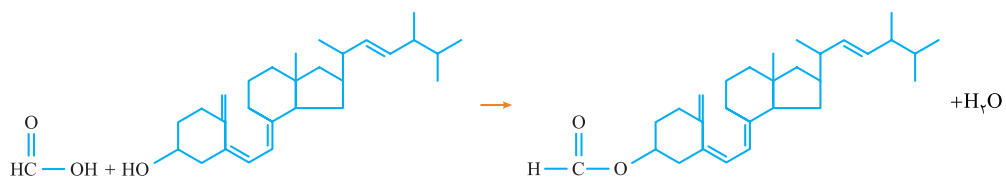
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): واکنش سوختن ویتامین D را نوشته و موازنه می‌کنیم.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه (۲): ساختار استر مربوطه به صورت زیر است:



تعداد پیوند اشتراکی (جفت الکترون پیوندی) و تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی در استر حاصل با فرمول $C_{29}H_{44}O_2$ ، به صورت زیر است:

$$\text{جفت الکترون پیوندی} = \frac{\overbrace{(29 \times 4)}^{\text{C}} + \overbrace{(44 \times 1)}^{\text{H}} + \overbrace{(2 \times 2)}^{\text{O}}}{2} = 82$$

$$\text{جفت الکترون ناپیوندی} = (O \times 2) = 2 \times 2 = 4$$

$$\frac{\text{جفت الکترون پیوندی}}{\text{جفت الکترون ناپیوندی}} = \frac{82}{4} = 20/5$$

گزینه (۳): در ساختار ویتامین D، ۵ گروه CH_3 و ۳ حلقه وجود دارد؛ بنابراین تعداد گروه‌های CH_3 دو برابر حلقه‌ها نیست.

درستی یا نادرستی کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟

- (۱) مواد زیست‌تخریب‌پذیر در طبیعت، پس از مدت کوتاهی به اتم‌های سازنده خود تجزیه می‌شوند.
- (۲) انحلال‌پذیری C_4H_9OH در چربی از انحلال‌پذیری C_3H_7OH در چربی، بیشتر است.
- (۳) کولار نوعی پلی‌آمید طبیعی است و از فولاد هم‌جرم خود، پنج برابر مقاوم‌تر است.
- (۴) همه آمین‌ها توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را دارند.

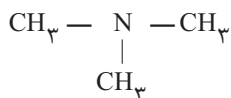
پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه (۲) برخلاف سایر گزینه‌ها درست است. در الکل‌ها با افزایش تعداد کربن، انحلال‌پذیری در چربی به دلیل کاهش قطبیت افزایش می‌یابد.

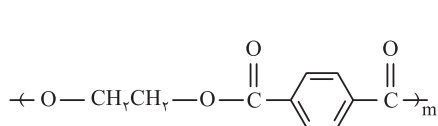
بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینه (۱): مواد زیست‌تخریب‌پذیر در طبیعت توسط جانداران ذره‌بینی به مولکول‌های ساده و کوچک تبدیل می‌شوند، نه اتم‌های سازنده!
- گزینه (۳): کولار نوعی پلی‌آمید ساختگی است.
- گزینه (۴): در ساختار آمین‌ها، نیتروژن می‌تواند به سه گروه هیدروکربنی وصل باشد و به هیچ هیدروژنی متصل نباشد که در این صورت توانایی برقراری پیوند هیدروژنی را ندارد.

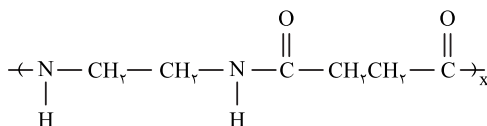


تری‌متیل آمین

فرمول شیمیایی واحد تکرار شونده پلی آمید حاصل از واکنش دی اسید سازنده ترکیب (I) با دی آمین سازنده ترکیب (II) کدام است؟



(I)



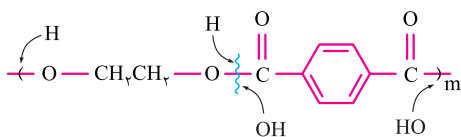
(II)



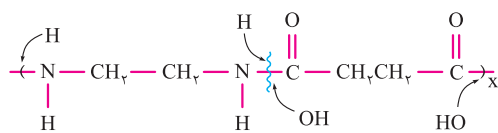
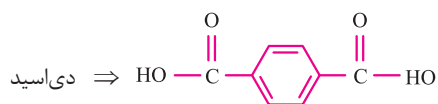
پاسخ: گزینه ۲

در مرحله اول، مونومرهای سازنده هر پلیمر را تعیین می کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



(I)



(II)



حالا با کمک دی اسید ساختار (I) و دی آمین ساختار (II)، ساختار پلی آمید را تعیین می کنیم:

