



آزمون خیلی سبز؛ یک آزمون استراتژیک

آزمون آزمایشی خیلی سبز
مرحله ششم
رشته ریاضی

آزمون آزمایشی خیلی سبز
مرحله ششم
رشته انسانی

آزمون آزمایشی خیلی سبز
مرحله ششم
رشته تجربی

پایه دوازدهم
سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

دفترچه شماره یک

ماده امتحانی	ردیف و آمار	تعداد سوال	از شماره	داشماره	مدت پاسخگویی	نمره	پایه
فیزیک و آمار	۲۰	۱	۲۰	۳۰	۳۰ دقیقه	۳۰	دهم
شیمی و آمار	۳۰	۱	۳۰	۴۰	۳۰ دقیقه	۳۰	دهم
علوم اجتماعی	۱۵	۱۵	۴۵	۶۵	۲۵ دقیقه	۲۵	دوازدهم
زبان فارسی	۱۵	۱۵	۶۵	۸۰	۱۵ دقیقه	۱۵	دوازدهم
مجموع	۱۵	۸۰	۶۵	۸۰	۸۵ دقیقه	۸۵	دوازدهم
تاریخ	۱۵	۱۵	۶۵	۸۰	۱۵ دقیقه	۱۵	دوازدهم
ریاضی و آمار	۱۵	۱۵	۶۵	۸۰	۱۵ دقیقه	۱۵	دوازدهم
زبان و ادبیات فارسی	۱۵	۱۵	۶۵	۸۰	۱۵ دقیقه	۱۵	دوازدهم
علوم اجتماعی	۱۵	۱۵	۶۵	۸۰	۱۵ دقیقه	۱۵	دوازدهم
زبان فارسی	۱۵	۱۵	۶۵	۸۰	۱۵ دقیقه	۱۵	دوازدهم

مسئول دروس - گریته شکر علی شهبانی
پهناز کبانی
مصدرازهجهانی
سمن زاهدی

مطابق با هر ترتیب حروف الفبا
مصدق علی نصیری - علی بهرامی - علی قیومیانزاده
مسئول تصحیفات - محمد بیگلر
ولی الهامی - علی شجاع - بهای کرمانی - بهنام کرمانی
مصدرازهجهانی

پاسخنامه آئینه - مصدات بهشتی - حبیبه توکل
بهای جاهدی - امیرحسین صبیحی زاده

سرپرست محتوای آزمون: فاطمه آکاتانور
مشاور محتوای آزمون: مریم صالحی

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.
دفترچه سوالات آزمون های خیلی سبز از همه نظر (اعداد سوال ها، زمان پاسخگویی، نوع چیدمان سوالات، سوالات تشریحی، سوالات تکراری، سوالات تکراری و تعداد جای خالی محل انجام محاسبات و...) در ضمیمه هر برگ حاکم به دفترچه سوالات کثیرمرحله ای آزمون های خیلی سبز است.

این آزمون نمره منفی دارد.
این آزمون نمره منفی دارد.
این آزمون نمره منفی دارد.

شروع مجدد در ۱۴۰۵
شروع مجدد در ۱۴۰۵
شروع مجدد در ۱۴۰۵

ویژه کنکوری های ۱۴۰۵
ویژه کنکوری های ۱۴۰۵
ویژه کنکوری های ۱۴۰۵

پایه دوازدهم
سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵
پایه دوازدهم
سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵
پایه دوازدهم
سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

رشته ریاضی
رشته انسانی
رشته تجربی

www.konkur.in



مثل کنکورترین آزمون آزمایشی

دفترچه سوالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه آرای، فونت سوالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه‌ترین حالت به دفترچه سوالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.



مرحله ۶ دوازدهم تجربی | زیست‌شناسی

صفحه ۲

- ۱- در بخشی از کتاب درسی، آزمایشات دانشمندی در سه مرحله کلی آورده شده است که به بحث‌ها و پژوهش‌های چندساله درباره ماهیت ماده ژنتیک خاتمه داد. در هر مرحله‌ای از این آزمایشات که از پروتئازها استفاده شد، کدام مورد زیر مشاهده می‌شود؟
 - (۱) عدم تجزیه ماده وراثتی
 - (۲) انتقال صفت بین یاخته‌های زنده
 - (۳) عدم استفاده از گریزانه (سانتریفیوژ)
 - (۴) قرارگیری باکتری‌ها در چهار ظرف متمایز
- ۲- کدام ویژگی، درباره هیچ‌یک از کاتالیزورهای زیستی فعال در یاخته‌های کبدی انسان صادق نیست؟
 - (۱) در طی شرکت در واکنش‌های شیمیایی مصرف می‌شوند.
 - (۲) پس از قرارگرفتن مواد سمی در جایگاه فعال آن‌ها، به فعالیت صحیحشان ادامه می‌دهند.
 - (۳) با اثر بر یک نوع پیش‌ماده خاص، قادر به تولید چند نوع فرآورده مختلف در درون یاخته می‌باشند.
 - (۴) بدون نیاز به شکل‌گیری جایگاه فعال در نتیجه تشکیل ساختار سوم پروتئینی، به انجام واکنش‌های شیمیایی می‌پردازند.
- ۳- کدام مورد برای تکمیل عبارت زیر، مناسب است؟
«فقط یکی از آنزیم‌های شرکت‌کننده در فرایند همانندسازی دنا که بلافاصله بعد از تشکیل دوراهی همانندسازی، فعالیت خود را آغاز می‌کند،.....»
 - (۱) مارپیچ دنا و دو رشته آن را از هم باز می‌کند
 - (۲) در ساخت یک رشته دنا در مقابل رشته الگو نقش دارد
 - (۳) بین گروه فسفات و گروه هیدروکسیل، پیوند اشتراکی می‌سازد
 - (۴) فاقد توانایی شکستن پیوند اشتراکی در فعالیت بسیارازی خود است
- ۴- با توجه به اطلاعات کتاب درسی درباره انواع نوکلئیک اسیدهای دورشته‌ای در یاخته‌های مورولا، نوکلئیک اسیدی که ساختار حلقوی دارد نسبت به نوکلئیک اسیدی که ساختار خطی دارد، چه مشخصه‌ای دارند؟ (در نظر بگیرید هر یک در زمان مشابهی همانندسازی می‌شوند.)
 - (۱) توسط تعداد غشای کم‌تری محصور شده است.
 - (۲) همانندسازی را در جهات بیشتری انجام می‌دهد.
 - (۳) تعداد دوراهی‌های همانندسازی بیشتری دارد.
 - (۴) برای تکثیر آن، مقدار نوکلئوتیدهای آزاد کم‌تری مصرف می‌شود.
- ۵- کدام مورد، در خصوص آزمایشات یا نتایج کارهای گریفیت، نادرست است؟
 - (۱) در یکی از آزمایشات خود، علی‌رغم استفاده از باکتری‌های زنده بدون پوشینه، سبب مرگ موش شد.
 - (۲) در یکی از آزمایشات خود، علی‌رغم تزریق باکتری‌های زنده به موش، شاهد زنده ماندن موش بود.
 - (۳) در یکی از آزمایشات خود، باکتری‌های پوشینه‌دار زنده را در محلی غیر از خون موش‌های مرده مشاهده کرد.
 - (۴) در یکی از آزمایشات خود، بدون پی‌بردن به ماهیت ماده ژنتیک، نحوه انتقال آن بین یاخته‌های زنده را متوجه شد.
- ۶- کدام عبارت در خصوص پیوندهایی که در ساختار «عامل اصلی انتقال صفات وراثتی» حضور دارند، نادرست است؟
 - (۱) پیوندی که بین قندهای دو نوکلئوتید مجاور برقرار است،
 - (۲) پیوندی که بین قندهای دو نوکلئوتید مجاور برقرار است،

Green Page

- سؤال‌هایی که با توجه به تمرین‌ها و مثال‌های کتاب درسی و سؤال‌های امتحان‌های نهایی برگزار شده، تو آزمون خیلی سبز براتون شبیه‌سازی شدن، البته سؤال‌های خاص امتحان نهایی؛ همون سؤال‌هایی که تضمین می‌کنه ۲۰ بگیری
- (سبک و نوع نگارش سؤال‌ها مشابهت دقیق با امتحان‌های نهایی دارن)
- تقریباً تو هر آزمون، برای هر درس ۲ یا ۳ تا سؤال شبیه‌ساز نهایی (Green Page) داریم.
- رنگ زمینه صفحه پاسخنامه این سؤال‌ها سبزرنگه به همین دلیل معروفن به (Green page)

فیزیک

۶۲ هر میکروقرن، تقریباً چند دقیقه است؟

(۱) ۵ / ۲۶
(۲) ۸ / ۷۶
(۳) ۵۲ / ۶
(۴) ۸۷ / ۶

پاسخ: گزینه ۳

تبدیل یکای زنجیره‌ای: برای تبدیل یکای یک کمیت به یکاهای دیگر، از روش تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. برای نمونه، برای این‌که ببینیم ۲۰ in معادل چند cm است، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

(الف) ابتدا تساوی بین دو یکا را می‌نویسیم، تا کسر تبدیل مناسب به دست آید:

$$\frac{2/54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} = 1 \quad \text{یا} \quad \frac{1 \text{ in}}{2/54 \text{ cm}} = 1$$

(ب) سپس به کمک کسر تبدیل مناسب، تبدیل یکای زنجیره‌ای را می‌نویسیم:

$$20 \text{ in} = 20 \cdot \text{in} \times \frac{2/54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} = 50/8 \text{ cm}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ از روش تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$\frac{دقیقه}{ساعت} \times \frac{۲۴}{روز} \times \frac{۳۶۵}{سال} \times \frac{۱۰۰}{قرن} \times \frac{۱۰^{-۶}}{میکروقرن} = \frac{۱}{میکروقرن}$$

$$دقیقه = ۱ \times \frac{۱}{ساعت} \times \frac{۲۴}{روز} \times \frac{۳۶۵}{سال} \times \frac{۱۰۰}{قرن} \times \frac{۱۰^{-۶}}{میکروقرن} = ۵۲/۵۶$$

کتاب درسی


(الف) هر میکروقرن، تقریباً چند دقیقه است؟

(فیزیک (۱) - تمرین ۶ پایان فصل صفحه ۱۹ کتاب درسی)

پایین صفحه پاسخنامه این سؤال‌ها، سؤال اصلی که تو امتحان نهایی اومده (یا تمرین و مثال کتاب) با ذکر آدرسش نوشته شده.

Red Page

- برای این که با سبک سؤال‌های کنکور خیلی دقیق آشنا بشین؛ خیلی سبز تو هر آزمون برای هر درس ۲ یا ۳ تا از سؤال‌های کنکور رو شبیه‌سازی می‌کنه.
- همیشه سعی می‌شه که این مدل شبیه‌سازی‌ها از بین (سؤال‌های کنکور) که معمولاً تکرار میشن انجام بشه
- توی پاسخنامه صفحه مربوط به پاسخ این سؤال‌ها رنگ زمینه قرمز داره به خاطر همین بهش می‌گیم (Red page)
- اگه دقت کنید می‌بینید که سبک و مدل این سؤال‌های شبیه‌سازی شده دقیقاً مثل همون سؤال کنکوره



فیزیک

۴۵ معادله سرعت - زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = t^2 - 4t + 5$ است. شتاب متوسط این متحرک از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که سرعت آن به $\vec{v} = (1 \text{ m/s})\vec{i}$ می‌رسد، بر حسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟

(۱) $4\vec{i}$
 (۲) $-4\vec{i}$
 (۳) $2\vec{i}$
 (۴) $-2\vec{i}$

پاسخ: گزینه ۴

Hint سرعت در مبدأ زمان (v_0) و لحظه t_1 که بردار سرعت در آن لحظه برابر $\vec{v}_1 = (1 \text{ m/s})\vec{i}$ است را به دست آورید و سپس از رابطه $\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ خواسته سؤال را حساب کنید.

بردار شتاب متوسط متحرک از رابطه زیر به دست می‌آید:

(\vec{v}): بردار سرعت متحرک (m/s)
 t: زمان (s)

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: سرعت متحرک در مبدأ زمان را به دست می‌آوریم:

$$v_0 = (0)^2 - 4(0) + 5 = 5 \text{ m/s}$$

گام دوم: اکنون لحظه‌ای را که سرعت متحرک ۱ m/s است، محاسبه می‌کنیم:

$$v = t^2 - 4t + 5 = 1 \Rightarrow t^2 - 4t + 4 = 0 \Rightarrow (t-2)^2 = 0 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

گام سوم: بردار شتاب متوسط متحرک را در بازه زمانی ۰ تا ۲ ثانیه به دست می‌آوریم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{v_{2s} - v_0}{2 - 0} = \frac{(1-5)\vec{i}}{2} = (-2 \text{ m/s}^2)\vec{i}$$

معادله سرعت - زمان متحرکی در SI به صورت $v = 2t^2 - 8$ است. شتاب متوسط آن در ۲ ثانیه دوم چند متر بر مربع ثانیه است؟

(سؤال ۴۸ کنکور ریاضی ۱۳۰۴ - نوبت اول)

(۱) ۱۸
 (۲) ۱۲
 (۳) ۸
 (۴) ۴

سؤال اصلی کنکور که این سؤال از درشش شبیه‌سازی شده رو می‌تونن پایین صفحه پاسخنامه ببینید.

Purple Page

- مرسومه که هر سال سؤال های یکی دو تا درس تو کنکور سراسری سخت تر (یا خاص تر) طراحی میشن
- مثلاً کنکور سال ۱۴۰۴ تو رشته ریاضی و تجربی درس های ریاضی و شیمی اینجوری بودن و برای رشته انسانی این اتفاق برای علوم و فنون و فلسفه (کمی هم جغرافیا) افتاده بود.
- خیلی سبز این مدل سؤال های خاص رو هم تو هر آزمون شبیه سازی می کنه (۱ یا ۲ سؤال برای هر درس)
- صفحه پاسخ هر کدوم از این سؤال ها رنگ زمینه بنفش داره.
- Purple Page برای همه درس ها نیست و فقط برای درس هایی که سؤال خاص تر (یا سخت تر) تو کنکور همون سال داشتن از این مدل شبیه سازی ها داریم.

مشابه کنکور ۱۴۰۴

ریاضی ۱۱۴

تابع f ثابت و تابع g همانی است. اگر $6x = 2f(2x-1) + 3g(2x+1)$ باشد، حاصل $\left(\frac{g}{f}\right)(3)$ کدام است؟

$g(x) = x$ است.

$\frac{1}{2}$ (۱)
 $-\frac{1}{2}$ (۲)
 2 (۳)
 -2 (۴)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ضابطه تابع f را $f(x) = c$ و ضابطه تابع g را $g(x) = x$ در نظر می گیریم. حالا طبق رابطه مفروض داریم:

$$2c + 3(2x+1) = 6x \Rightarrow 6x + 2c + 3 = 6x$$

برای این که تساوی بالا همواره برقرار باشد، لازم است $2c + 3$ برابر صفر باشد:

$$c = -\frac{3}{2}$$

گام دوم: یعنی $f(x) = -\frac{3}{2}$ است و داریم:

$$\left(\frac{g}{f}\right)(3) = \frac{g(3)}{f(3)} = \frac{3}{-\frac{3}{2}} = -2$$

اگر f تابعی همانی و g تابع ثابت بوده و $g(3x) + 2f(3+x) = 3 + 2x$ باشد، مقدار $\frac{f(-1)}{g(4)}$ کدام است؟

(سؤال ۱۱۶ کنکور تهرمی ۱۳۰۴ - نوبت دوم)

$\frac{1}{3}$ (۱)
 $-\frac{1}{3}$ (۲)
 $-\frac{1}{4}$ (۳)
 $\frac{1}{4}$ (۴)

سؤال اصلی کنکور که این سؤال با توجه به اون شبیه سازی شده هم پایین صفحه پاسخنامه سؤال آورده شده که بتونی بلافاصله بعد از حل کردنش سؤال اصلی کنکور رو هم ببینی و این مدل سؤال خاص رو دقیقاً به ذهن بسپری.

پاسخنامه‌های برای تکمیل یادگیری

- پاسخنامه خیلی سبز فقط یک پاسخنامه معمولی نیست، بلکه به مسیره؛ به مسیر فکر شده و مرحله به مرحله برای تکمیل یادگیری.
- هر سؤال و پاسخ رو تو به صفحه میاریم که دسترسی به هر سؤال راحت‌تر باشه.

گاهی وقت‌ها دلیل اینکه نتونستی به جواب برسی اینه که صورت سؤال رو خوب متوجه نشدی، **تعبیر سؤال** (که دقیقاً رو قسمت خاص فهم سؤال نوشته می‌شه) به فهم دقیق سؤال کمک می‌کنه.

صورت سؤال رو دوباره اینجا میاره که حین بررسی پاسخنامه صورت سؤال هم دم دست باشه.

زیست‌شناسی

۱۶ شکل زیر، ترسیمی ساده مربوط به یکی از انواع الگوهای پیشنهادی برای همانندسازی دنا است. کد به این شکل، درست بیان شده است؟ (فرض کنید تمام نوکلئوتیدهای دنا A معمولی هستند، در فرآیند همانندسازی حفاظتی را برابر با یک رشته پلی‌نوکلئوتیدی در نظر بگیرید.)

(۱) شکستن پیوند اشتراکی در این الگو تنها به واسطه فعالیت نوکلئازی دنباسپاراز محتمل است.
 (۲) در این الگو برخلاف الگوی تأییدشده توسط مزلسون و استال، تغییر ساختار رشته الگو محتمل نیست.
 (۳) به دنبال ۲ دور همانندسازی دنا B با این الگو و در شرایطی مشابه با آزمایش مزلسون و استال، تشکیل نوار در میانه لوله محتمل است.
 (۴) در پی ۴ دور همانندسازی دنا C با این الگو و در محیط دارای ^{15}N ، فقط یک نوار در لوله تشکیل می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴

زیرمبحث: زیست دوازدهم - فصل ۱ - طرح‌های همانندسازی

شکل، نشان‌دهنده طرح همانندسازی حفاظتی است، چراکه در آن، هر دو رشته دنا اولیه به صورت دست‌نخورده باقی مانده، وارد یکی از یاخته‌های حاصل از تقسیم می‌شوند، دو رشته دنا جدید هم، با هم، وارد یاخته دیگر می‌شوند. از طرفی، دارای نیتروژن ۱۴ هستند و دنا C هم فقط دارای نیتروژن ۱۵ است.

حفاظتی: هر دو رشته دنا قبلی (اولیه) به صورت دست‌نخورده باقی مانده، وارد یکی از یاخته‌های حاصل از تقسیم می‌شوند، دو رشته دنا جدید هم، با هم، وارد یاخته دیگر می‌شوند؛ چون دنا اولیه به صورت دست‌نخورده در یکی از یاخته‌ها حفظ شده است.

نیمه‌حفاظتی: در این طرح در هر یاخته یکی از دو رشته دنا مربوط به دنا اولیه است و رشته دیگر با نوکلئوتیدهای جدید ساخته شده است، چون در هر یاخته حاصل، فقط یکی از دو رشته دنا قبلی وجود دارد.

غیرحفاظتی (پراکنده): هر کدام از رشته‌های دناهای حاصل، قطعاتی از رشته قبلی و صورت پراکنده در خود دارند.

طرح‌های پیشنهادی همانندسازی دنا

اگر دنا با نیتروژن ۱۵ (دنا C)، یک بار در محیط دارای نیتروژن ۱۵ به روش حفاظتی همانندسازی شود، در دنا با نوکلئوتیدهای حاوی نیتروژن ۱۵ ایجاد می‌شود. اگر این دو دنا جدید دوباره به صورت حفاظتی همانندسازی دناهای دارای نیتروژن ۱۵ ایجاد می‌شود. پس در نهایت، فقط یک نوار در سانتیفریوژ ایجاد می‌شود که دناهای بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): طی همانندسازی دنا، هنگام اضافه شدن هر نوکلئوتید سه فسفات به انتهای رشته پلی‌نوکلئوتیدی در طی فعالیت بسپارازی دنباسپاراز، دوتا از فسفات‌های آن از نوکلئوتید جدا می‌شوند. طی فعالیت نوکلئازی د فسفودی‌استر برای رفع اشتباه شکسته می‌شود. پس هم طی همانندسازی دنا (فعالیت بسپارازی) و هم طی دنباسپاراز شکستن پیوند اشتراکی رخ می‌دهد.

اگر همانندسازی دنا در آزمایش‌های مزلسون و استال با الگوی حفاظتی ممکن باشد، به ازای هر دور همانندسازی تشکیل شده دارای چگالی سبک یا سنگین هستند و در لوله آزمایش هیچ‌گاه دنا با چگالی متوسط تشکیل

هدف اصلی این مدل پاسخنامه اینه که فقط پاسخنامه رو نخونی و رد بشی بلکه مرحله به مرحله بهت کمک بکنه خودت سؤال رو حل کنی. **Hint** به اشاره دقیقیه برای اینکه بدونی برای جواب دادن به این سؤال از کجا شروع کنی و چیکار کنی.

دزنی Box به درسنامه کامل در عین حال جمع‌وجوره برای یادآوری درسنامه مربوط به اون سؤال. اگه تا این مرحله هنوز به جواب نرسیدی درس باکس کمک می‌کنه به یادآوری و تلاش مجدد برای حل سؤال.

پاسخ خیلی تشریحی به پاسخنامه خیلی خیلی تشریحی که هم پاسخ درست رو کامل تشریح می‌کنه و هم تکتک گزینه‌ها رو بررسی می‌کنه. معمولاً این پاسخنامه گام به گام و برای اینکه با خوندن گام اول دوباره سعی کنی ادامه راه حل رو خودت پیدا کنی.

نکته نکته‌های خیلی خاص (کنکوری)

پاسخ خیلی تشریحی ✓

موارد (ب) و (ت) درست‌اند.

بررسی موارد:

(الف) یون‌ها با قرارگیری در مدار الکتریکی به سوی قطب‌های ناهمنام خود حرکت می‌کنند، نه قطب‌های همنام!

(ب) گرافیت، رسانای الکترونی است و دو مادهٔ دیگر، رسانای جریان برق نیستند.

ترکیب‌های یونی در حالت جامد، رسانای جریان برق نیستند؛ زیرا یون‌ها در حالت جامد نمی‌توانند آزادانه جابه‌جا شوند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: برای این که نمودار سهمی پایین‌تر از خط قرار گیرد باید $(-2, 3)$ مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ زیر باشد:

$$b < 2ax + 4b \Rightarrow x^2 - 3ax - 5b < 0$$

گام دوم: با توجه به تعیین علامت عبارت درجه ۲، می‌توان نتیجه گرفت که $x = 3$ و $x = -2$ جواب

$$x^2 - 3ax - 5b = 0 \text{ هستند، در نتیجه:}$$

$$\begin{cases} 9a - 5b = 0 \\ 6a - 5b = 0 \end{cases} \xrightarrow[\text{کم می‌کنیم.}]{\text{بالایی را از پایینی}} \begin{cases} 9a - 5b = 0 \\ -3a = 0 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{3}, b = \frac{6}{5}$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{2}{5} = 0.4$$

می‌تونستی برای مشخص کردن a و b از P و S استفاده کنی.

$$3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$6a - 5b = 0 \Rightarrow b = \frac{6}{5}$$

په‌چور دیگه

گول نخوری ✖ سعی کردیم اشتباهات

متدوالی که تو هر سؤال اتفاق می‌افته رو تحت عنوان گول نخوری برای هر سؤال بیاریم.

این قراره بهت کمک کنه که تو دام سؤال‌ها نیفتی و بعد از به مدتی دام سؤال‌ها رو بشناسی.

په‌چور دیگه

اگر سؤال رو درست حل کردی، به راه حل متفاوت هم اینجا ببین.

په‌چور دیگه نگاه کردن به هر سؤال کمک زیادی به بالا بردن سرعت حل تست‌ها می‌کنه.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: از جدول تعیین علامت استفاده می‌کنیم؛ زیرا دامنهٔ تابع f مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $\frac{1-2x}{\sqrt{[x]-1}} \geq 0$ است

$$\frac{1-2x}{\sqrt{[x]-1}}$$

و بر اساس روابط درس‌بکس، جدول تعیین علامت عبارت $\sqrt{[x]-1}$ را می‌نویسیم:

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

گام دوم: حالا جدول هم‌زمان این دو عبارت را داریم:

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

$$\frac{1}{-}$$

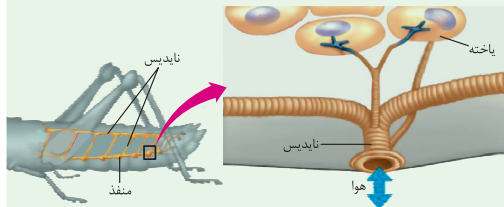
تیزبازی

اگر $x \in \mathbb{Z}$ ، آن‌گاه $[x] = x$ و ضابطهٔ تابع f به صورت $f(x) = \sqrt{-1}$ خواهد شد که غیر قابل قبول است؛ پس شامل هیچ عدد صحیحی نیست.

شکل‌نامه

۱) قطر نایدیس‌ها با میزان انشعابات آن‌ها، رابطهٔ عکس دارد؛ یعنی هر چه قدر از بخش‌های ابتدایی به سمت ان می‌رویم، قطر کاهش می‌یابد.

۲) جهت جریان هوا درون نایدیس‌ها دوطرفه است.



۳) از یک نایدیس می‌تواند انشعاباتی با قطر متفاوت جدا شود. این انشعابات می‌توانند به بخش‌های مختلف بدن بروند، گ در سمت منافذ تنفسی دیگر می‌روند تا با انشعابات آن‌ها یکی شوند، گروهی هم می‌توانند بروند و انشعابات پایانی نایدیس

۴) در مجاورت هر یاخته، ممکن است بیش از یک انشعاب پایانی وجود داشته باشد.

درون سیتوپلاسم کروموزوم کمکی نیز حضور دارد و از نظر تعداد جایگاه آغاز همانندسازی و یک یا دو همانند اغلب پروکاریوت‌ها است.

(الف) ساختاری متشکل از دو رشتهٔ موازی است که در جهتی خاص حول محور فرضی پیچیده شده‌اند.

(ب) در یک نقطهٔ ویژه از دنا، فرایند همانندسازی، آغاز شده و با رسیدن مجدد به آن پایان می‌یابد.

(ج) مشابه دنا، کمکی، از طریق بخش مشترکی به غشای یاخته اتصال می‌یابد.

(د) تعداد ساختارهای Y شکل آن‌ها در حین همانندسازی کم‌تر از دنا اصلی آغازیان است.

(۲) «الف»، «ب» و «د»

(۱) «الف» و «د»

(۴) «الف»، «ب»، «ج» و «د»

(۳) «ب»، «ج» و «د»

مشاوره تو یکی از سؤال‌های کنکور که تپ مشابهی با سؤال ما داشت، یکی از موارد تو همهٔ گزینه‌ها تکرار شده بود (مثل مورد (د) تو اینجا) خب این یعنی این گزینه درسته و لازم نیست بخونیش، پس با خیالت راحت برو سراغ بقیهٔ گزینه‌ها و زمانت رو save کن.

این همه آیتم توی پاسخنامه به خاطر اینه که هر کسی متناسب با نیاز خودش از اون بهره‌مند بشه.

مثلاً کسی که به به سؤال جواب درست داده فقط می‌تونه په‌چور دیگه یا تیزبازی سؤال رو ببینه نه همه پاسخنامه رو.

آزمون آزمایشی خیلی سبز



مرحله نوزدهم

پایه دوازدهم

۱۲/ تیر/ ۱۴۰۵

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

دفترچه شماره یک

پایه							
دهم	یازدهم	دوازدهم	مدت پاسخگویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی
-	-	کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۴۴	۷۰ دقیقه	۱۸	۱	۱۸	ریاضیات پایه حسابان و
-	-	کل کتاب صفحه ۹ تا ۸۶		۳۰	۱۹	۱۲	هندسه
-	-	کل کتاب صفحه ۱ تا ۸۴		۴۰	۳۱	۱۰	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال
		-	۷۰ دقیقه	۴۰ سؤال			مجموع

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس - گزینه‌گر
ریاضیات پایه حسابان و	طراحان: کاظم اجلالی - کوروش اسلامی - فرشاد حسن‌زاده - عادل حسینی بابک سادات - علی شهرابی - مصطفی کرمی - محمد گودرزی - میلاد منصوری سروش موئینی - حسین نادری - محمدسجاد نقیه کارشناسان علمی: محمد گودرزی - سروش موئینی	محمدسجاد نقیه
هندسه	طراحان: امیرحسین ابومحبوب - حمید گلزاری کارشناس علمی: سید عباس حسینی	حمید گلزاری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	طراح: مصطفی دیداری کارشناسان علمی: سید عباس حسینی - سعید قنچدی	مصطفی دیداری

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاچانپور

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

دفترچه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه‌آرایی، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و ...) در شبیه‌ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.



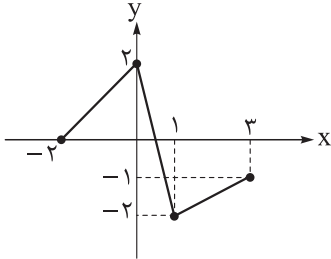


۱- اگر باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $x^3 + kx^2 - 3$ بر چندجمله‌ای $x + 2$ برابر ۱ باشد، مقدار k کدام است؟

- ۱) -1 ۲) 1 ۳) -3 ۴) 3

۲- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. مساحت سطح محدود به نمودار تابع g با ضابطه $g(x) = f\left(\frac{x}{3}\right) + 1$ و محور x

در ناحیه چهارم دستگاه مختصات کدام است؟



- ۱) 2

- ۲) $2/25$

- ۳) $2/5$

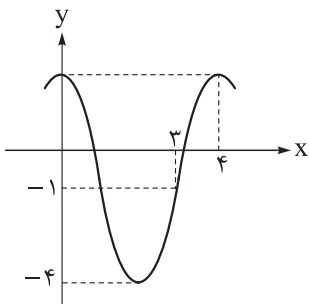
- ۴) $2/75$

۳- تابع f با دامنه $[-1, 3]$ اکیداً نزولی است. مجموع اعداد طبیعی دامنه تابع g با ضابطه

$$g(x) = \sqrt{f(\log_2(x+1)) - f(\log_2(2x-3))}$$

- ۱) 7 ۲) 9 ۳) 12 ۴) 15

۴- بخشی از نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = a \cos bx + c$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f\left(\frac{4}{3}\right)$ کدام است؟



- ۱) $\frac{1}{2}$

- ۲) $\frac{3}{2}$

- ۳) $-\frac{3}{2}$

- ۴) $-\frac{5}{2}$

۵- اگر $2 \tan \alpha = \tan \beta = 5$ باشد، مقدار $\cot(\alpha - \beta)$ کدام است؟

- ۱) $-5/4$ ۲) $-5/2$ ۳) $-6/2$ ۴) $-6/4$

۶- مجموع جواب‌های معادله $2 \sin^2 x - \cos x - 1 = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- ۱) 2π ۲) 3π ۳) 4π ۴) 5π

۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x + \sin^3 x}{x^3}$ کدام است؟

- ۱) صفر ۲) 1 ۳) $+\infty$ ۴) $-\infty$

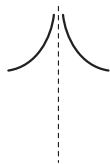
محل انجام محاسبات



۸- دو عدد طبیعی m و n مفروض اند. اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{nx^n - 2x^2 - 1}{x^m - mx^2 + 1} = 2$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای $m \times n$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

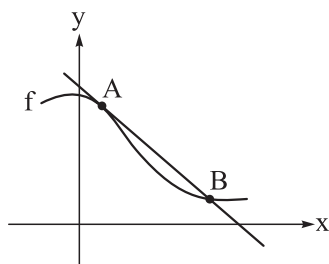
۹- خط $x = x_0$ مجانب قائم نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{a}{a^2 - \cos \pi x}$ است. اگر نمودار این تابع در یک همسایگی x_0



مطابق شکل مقابل باشد، مقدار $f(a)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (۴) $-\frac{2}{\sqrt{3}}$

۱۰- مطابق شکل زیر، خط مماس بر نمودار تابع f در نقطه $A(1, 4)$ ، نمودار را در نقطه $B(3t+1, t)$ قطع می‌کند.



اگر $f'(1) = -\frac{5}{4}$ باشد، مقدار t کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۱- عرض از مبدأ نیم‌مماس راست تابع f با ضابطه $f(x) = |4 - x^2|$ در $x = -2$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۱۲- اگر $f(x) = 2x^3 - x$ و $g(x) = 2\sqrt{x}$ باشد، حاصل $(f - 2g)'(4)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{95}{5}$ (۲) ۹۶ (۳) ۹۴ (۴) $\frac{94}{5}$

۱۳- تابع f با ضابطه $f(x) = \cos^3 4x$ مفروض است. مقدار $f''(\frac{\pi}{4})$ کدام است؟

- (۱) -۴۸ (۲) -۳۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۸

۱۴- نقاط بحرانی نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = (x-1)|x^2 - 1|$ تشکیل یک مثلث می‌دهند. مساحت این مثلث کدام است؟

- (۱) $\frac{32}{9}$ (۲) $\frac{32}{27}$ (۳) $\frac{16}{27}$ (۴) $\frac{7}{9}$

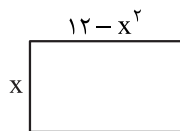
۱۵- مقدار مینیمم مطلق تابع f ، با ضابطه $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{9}{4}x$ روی بازه $[0, 2]$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{9}{4}$ (۲) $-\frac{11}{6}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{15}{8}$

محل انجام محاسبات



۱۶- آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع محیط مستطیل زیر (بر حسب x)، زمانی که مقدار مساحت مستطیل ماکزیمم شود، کدام است؟



-۶ (۱)

۶ (۲)

۳ (۳)

-۳ (۴)

۱۷- تابع f با ضابطه $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ مفروض است. اگر $x = 1$ طول یکی از اکستریم‌های نسبی و طول $x = -1$ نقطه عطف نمودار تابع f باشد، حاصل $a \times b$ کدام است؟

۲۷ (۴)

-۲۷ (۳)

۳ (۲)

-۳ (۱)

۱۸- در نمودار کدام تابع، جهت تقعر در مبدأ مختصات تغییر می‌کند، اما این نقطه عطف نیست؟

$g(x) = x^2 |x|$ (۲)

$f(x) = x |x|$ (۱)

$k(x) = (x^2 - 1) |x| - x$ (۴)

$h(x) = (x - 1) |x| - x$ (۳)

محل انجام محاسبات



۱۹- اگر $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ و $B = [b_{ij}]_{3 \times 2}$ به طوری که $a_{ij} = \begin{cases} i^2 - 1 & i = j \\ i + j & i > j \\ i - j & i < j \end{cases}$ و $b_{ij} = \begin{cases} 4 - j^2 & i = j \\ j - i & i > j \\ i + j & i < j \end{cases}$ ، آن گاه دترمینان ماتریس $A \times B$ کدام است؟

- (۱) ۳۱ (۲) ۳۲ (۳) ۳۳ (۴) ۳۴

۲۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ، آن گاه دترمینان وارون ماتریس $2A^{10} + A^{23}$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) -۵ (۳) ۰/۲ (۴) -۰/۲

۲۱- اگر A ، ماتریسی وارون پذیر باشد، به طوری که $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & |A| & 1 \\ 0 & 2 & |A| \end{bmatrix}$ ، آن گاه مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۲۲- سطح مقطع یک صفحه با یک سطح استوانه‌ای، کدام نمی‌تواند باشد؟

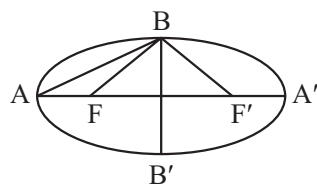
- (۱) یک خط (۲) دو خط موازی
(۳) بیضی (۴) سهمی

۲۳- دو دایره با معادله‌های $x^2 + y^2 = 2$ و $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ نسبت به هم چه وضعی دارند؟

- (۱) مماس داخل (۲) مماس خارج (۳) متقاطع (۴) متداخل

۲۴- در شکل زیر، رأس‌ها و کانون‌های بیضی مشخص شده‌اند. اگر نسبت مساحت مثلث BFF' به مساحت مثلث ABF

سه برابر خروج از مرکز بیضی باشد، مقدار عددی خروج از مرکز کدام است؟



(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{2}{5}$

(۴) $\frac{3}{5}$

محل انجام محاسبات

۲۵- کانون سهمی $y^2 = 2x - 4y$ و نقاط تقاطع آن با محورهای مختصات، رأس‌های یک چندضلعی هستند. مساحت این چندضلعی کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۶- از نقطه $M(2, -1)$ مماسی بر دایره به معادله $x^2 + y^2 - 4x + 4y + 7 = 0$ رسم کرده‌ایم. کدام نقطه زیر روی این خط مماس قرار دارد؟

- (۱) $(-3, 2)$ (۲) $(1, -2)$
(۳) $(3, 1)$ (۴) $(3, -1)$

۲۷- چند نقطه با مختصات صحیح، در رابطه $\{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}, x^2 < y \leq 3\}$ وجود دارد؟

- (۱) ۹ (۲) ۷ (۳) ۵ (۴) ۱۰

۲۸- نقطه A به ارتفاع ۳ واقع بر محور Z ها و نقطه B به طول و عرض ۱ روی صفحه XY واقع است. فاصله نقطه وسط پاره خط AB از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2/75}$ (۲) $\sqrt{2/5}$
(۳) $\sqrt{3/25}$ (۴) $\sqrt{3/5}$

۲۹- اگر $\vec{a} = \vec{j} + 10\vec{k}$ ، $\vec{b} = (4, 1, 5)$ و $\vec{c} = (1, -2, 2)$ ، آن‌گاه طول تصویر قائم بردار \vec{a} بر امتداد بردار $\vec{b} + \vec{c}$ ، کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{3}$ (۲) $4/2\sqrt{3}$
(۳) $4/4\sqrt{3}$ (۴) $4/6\sqrt{3}$

۳۰- متوازی‌السطوح ایجادشده توسط سه بردار $\vec{a} = (0, -1, 1)$ ، $\vec{b} = (1, 0, -1)$ و $\vec{c} = (0, -1, -1)$ را در نظر بگیرید. طول ارتفاعی از این متوازی‌السطوح که بر صفحه شامل دو بردار \vec{b} و \vec{c} وارد می‌شود، کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\frac{1}{3}\sqrt{3}$
(۳) $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

محل انجام محاسبات



۳۱- کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

(۱) به ازای هر عدد طبیعی n داریم $(n+2, n) = 2$.

(۲) α و β اعداد گنگ و $\alpha + \beta$ گویا است. $\frac{\alpha + \beta}{\alpha - \beta}$ عددی گنگ است.

(۳) x و y دو عدد حقیقی دلخواه هستند: $(x-1)^2 + (x-y)^2 \geq 0 \leftrightarrow x^2 + \frac{1}{4}(y^2 + 1) \geq x + xy$

(۴) $A = \{4, 5\}$ یک زیرمجموعه از مجموعه $S = \{1, 2, \dots, 6\}$ است و $n \in S$ ، اگر $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$ یک عدد زوج باشد، آن‌گاه $n \in A$.

۳۲- اگر $a > 1$ و $a | 9k + 4$ و $a | 5k + 3$ ، کدام عدد ممکن است اول باشد؟ (اعداد گزینه‌ها بزرگ‌تر از ۳ هستند.)

(۱) $(a-1)q + 5$

(۲) $(a-1)q + 2$

(۳) $(a-1)q + 3$

(۴) $(a-1)q + 4$

۳۳- $A = 1! + 2! + 3! + \dots + 100!$ بوده و دو عدد $(Aa - 5)$ و $(4a - 7)$ رقم یکان برابر دارند، رقم یکان عدد $(a^2 + 7)$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۳۴- مجموع ارقام کوچک‌ترین جواب سه‌رقمی y که در معادله $11x + 16y = 116$ صدق می‌کند، کدام است؟

(۱) ۷

(۲) ۸

(۳) ۹

(۴) ۱۰

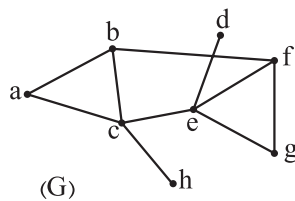
۳۵- کدام گزینه در مورد گراف G نادرست است؟

(۱) $\Delta(\bar{G}) + q(\bar{G}) = 24$

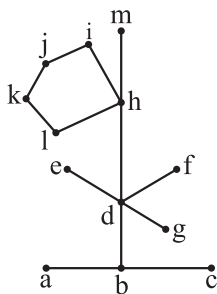
(۲) مجموعه $N_G(a) \cap N_G(c)$ یک عضو دارد.

(۳) طول بزرگ‌ترین مسیر در گراف برابر $q(G) - 2$ است.

(۴) طول بزرگ‌ترین دور گراف برابر $p(G) - 2$ است.



۳۶- در شکل زیر، مجموعه احاطه‌گر مینیمال با بیشترین تعداد عضو را برابر A در نظر می‌گیریم، حاصل $\gamma(G) + n(A)$ کدام است؟



(۱) $\gamma(P_{30})$

(۲) $\gamma(P_{31})$

(۳) $\gamma(C_{27})$

(۴) $\gamma(C_{34})$

محل انجام محاسبات

۳۷- ۸ دانش آموز در آزمایشگاه فیزیک به ۴ گروه ۲ نفره تقسیم شده و همه گروه‌ها آزمایش یکسانی را انجام می‌دهند. گروه‌بندی به چند صورت ممکن است انجام شود؟

۲۵۲۰ (۱)

۶۳۰ (۲)

۲۱۰ (۳)

۱۰۵ (۴)

۳۸- معادله $x_1 + \sqrt{x_2} + x_3 + x_4 = 4$ ، چند جواب صحیح نامنفی دارد که $x_1 \geq 2$ ؟

۱۲ (۱)

۹ (۲)

۱۰ (۳)

۱۱ (۴)

۳۹- $m = 5$ و $n = 3$ است. تعداد راه‌های هدیه‌دادن m خودکار مختلف به n فرد به طوری که به هر فرد حداقل یکی برسد را A و تعداد راه‌های هدیه‌دادن n خودکار مختلف به m نفر به طوری که به هر فرد حداکثر یکی برسد را B می‌گیریم. $\frac{A}{B}$ کدام است؟

$\frac{5}{2}$ (۱)

$\frac{2}{5}$ (۴)

$\frac{4}{5}$ (۳)

$\frac{5}{4}$ (۲)

۴۰- حداقل چند عدد از مجموعه $\{2, 6, 10, \dots, 98\}$ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم دو عدد در بین اعداد انتخاب شده وجود دارد که مجموع آن‌ها برابر ۱۰۴ است؟

۱۳ (۱)

۱۴ (۲)

۱۵ (۳)

۱۶ (۴)

پاسخ‌نامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

محل انجام محاسبات

آزمون آزمایشی خیلی سبز



مرحله نوزدهم

پایه دوازدهم

۱۲/ تیر/ ۱۴۰۵

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

دفترچه شماره دو

پایه							مواد امتحانی
دهم	یازدهم	دوازدهم	مدت پاسخگویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	
-	-	کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۵۶	۴۵ دقیقه	۷۵	۴۱	۳۵	فیزیک
-	-	کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۳۳	۳۰ دقیقه	۱۰۵	۷۶	۳۰	شیمی
-	-	-	۷۵ دقیقه	-	۶۵ سؤال	-	مجموع

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس - گزینشگر
فیزیک	طراحان: یاشار انگوتی - علیرضا جباری - هادی حمزه پور - رضا سبزمیدانی نوید شاهی - مصطفی وانقی کارشناسان علمی: علیرضا جباری - سعید محبی - هادی نجفی	رضا سبزمیدانی - نوید شاهی
شیمی	طراحان: فرشید ابراهیمی - مهدی براتی - پیمان خواجهی مجد - یاسر راش هادی عبادی - یاسر عبداللہی - محمد عظیمیان زواره - امیر قاسمی پور محسن مجنون - امیرحسین مسلمی کارشناسان علمی: یاشار ذریه - محمدمهدی کریمیان - مرتضی نصیرزاده	یاسر عبداللہی - امیرحسین مسلمی

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاچانپور

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

دفترچه سؤالات آزمون های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه ها، نوع صفحه آرایی، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و ...) در شبیه ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می شود.

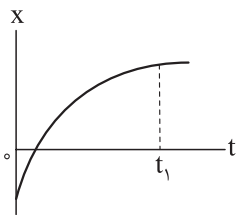




۴۱- کدام یک از گزینه‌های زیر درباره متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، درست است؟

- (۱) در تمام بازه‌های زمانی، تندی متوسط متحرک از اندازه سرعت متوسط آن بزرگ‌تر است.
- (۲) بردار مکان متحرک در یک لحظه، برداری است که مکان آغازین متحرک را به مکان متحرک در آن لحظه وصل می‌کند.
- (۳) در تمام بازه‌های زمانی، تندی متوسط متحرک با اندازه سرعت متوسط آن برابر است.
- (۴) سرعت متوسط متحرک، بین دو لحظه از زمان، برابر شیب پاره‌خطی است که نقاط نظیر آن دو لحظه در نمودار مکان - زمان را به یکدیگر وصل می‌کند.

۴۲- نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. از لحظه صفر تا t_1 ، کدام یک

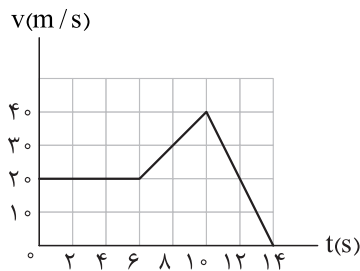


از موارد زیر درباره این متحرک درست است؟

- (الف) تندی متحرک ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.
 - (ب) تندی متحرک به طور پیوسته کاهش می‌یابد.
 - (پ) فاصله متحرک از مبدأ مکان ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.
 - (ت) فاصله متحرک از مبدأ مکان به طور پیوسته افزایش می‌یابد.
- (۱) الف و پ
(۲) الف و ت
(۳) ب و پ
(۴) ب و ت

۴۳- نمودار سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. متحرک در مبدأ زمان، در

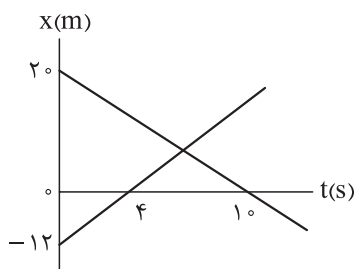
مکان $x = -10 \text{ m}$ قرار دارد. به ترتیب از راست به چپ، اندازه شتاب و اندازه بردار مکان متحرک در لحظه $t = 8 \text{ s}$ ،



در SI کدام است؟

- (۱) ۱، ۱۶۰
- (۲) ۱، ۱۸۰
- (۳) ۵، ۱۶۰
- (۴) ۵، ۱۸۰

۴۴- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که با سرعت ثابت در راستای محور x حرکت می‌کنند، به شکل زیر است.



اندازه بردار مکان هم‌رسی دو متحرک بر حسب متر کدام است؟

- (۱) ۶
- (۲) ۶/۴
- (۳) ۷
- (۴) ۷/۲

محل انجام محاسبات



۴۵- متحرکی در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت است. اگر در مکان $x = +9 \text{ m}$ سرعت متحرک $+4 \text{ m/s}$ و در مکان $x = +19 \text{ m}$ سرعت متحرک $+18 \text{ km/h}$ باشد، اندازه شتاب متحرک چند متر بر مربع ثانیه است؟

$$0/9 \text{ (۲)}$$

$$0/45 \text{ (۱)}$$

$$30/8 \text{ (۴)}$$

$$15/4 \text{ (۳)}$$

۴۶- خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبزشدن چراغ، خودرو با شتاب 2 m/s^2 شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه، کامیونی با سرعت ثابت 36 km/h از آن سبقت می‌گیرد. خودرو چند ثانیه پس از شروع حرکت خود، از کامیون سبقت می‌گیرد؟

$$10 \text{ (۲)}$$

$$5 \text{ (۱)}$$

$$100 \text{ (۴)}$$

$$50 \text{ (۳)}$$

۴۷- سنگی از بام ساختمانی بدون سرعت اولیه و در شرایط خلأ به طرف زمین رها می‌شود. اگر سنگ در 2 ثانیه آخر حرکت خود 60 متر را طی کند، اندازه سرعت سنگ درست پیش از برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

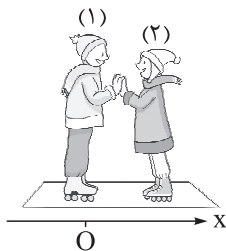
$$30 \text{ (۲)}$$

$$25 \text{ (۱)}$$

$$40 \text{ (۴)}$$

$$35 \text{ (۳)}$$

۴۸- در شکل زیر، دو شخص به جرم‌های 75 kg و 50 kg با کفش‌های چرخ‌دار در یک سالن مسطح و صاف روبه‌روی هم ایستاده‌اند. شخص اول با نیروی 150 N شخص دوم را به طرف راست هل می‌دهد. شتاب شخص اول و دوم به ترتیب از راست به چپ، بر حسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟



$$3\vec{i}, 2\vec{i} \text{ (۱)}$$

$$2\vec{i}, 2\vec{i} \text{ (۲)}$$

$$3\vec{i}, -2\vec{i} \text{ (۳)}$$

$$2\vec{i}, -2\vec{i} \text{ (۴)}$$

۴۹- فنری به طول $L_0 = 10 \text{ cm}$ را از یک نقطه آویزان می‌کنیم و به سر دیگر آن وزنه 200 گرمی وصل می‌کنیم. پس از رسیدن به تعادل، طول فنر به $L = 12 \text{ cm}$ می‌رسد. ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

$$10^2 \text{ (۲)}$$

$$10 \text{ (۱)}$$

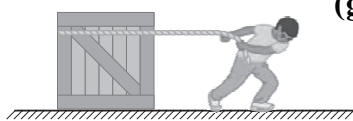
$$10^4 \text{ (۴)}$$

$$10^3 \text{ (۳)}$$

محل انجام محاسبات



۵۰- در شکل زیر، کارگری جعبه ساکنی را با طنابی افقی با نیروی ثابت افقی 310 N می کشد. اگر جرم جعبه 100 kg و ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جعبه و سطح به ترتیب $0/3$ و $0/25$ باشد، به ترتیب از راست به چپ، اندازه



نیروی اصطکاک وارد بر جعبه و اندازه شتاب جعبه، در SI کدام است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$)

- (۱) $0/1,300$
 (۲) 300 ، صفر
 (۳) 250 ، صفر
 (۴) $0/6, 250$

۵۱- چتربازی به جرم 60 kg مدتی پس از یک پرش آزاد، چترش را باز می کند. ناگهان نیروی مقاومت هوا به 960 N افزایش می یابد. شتاب چترباز در این لحظه، چند متر بر مربع ثانیه و در چه جهتی است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$)

- (۱) 16 ، بالا
 (۲) 16 ، پایین
 (۳) 6 ، بالا
 (۴) 6 ، پایین

۵۲- توپی به جرم 250 g با تندی 15 m/s به طور افقی به بازیکنی نزدیک می شود. بازیکن با مشت به توپ ضربه می زند و باعث می شود توپ با تندی 21 m/s در جهت مخالف برگردد. اگر مشت بازیکن $0/06\text{ s}$ با توپ در تماس باشد، اندازه

نیروی متوسط وارد بر مشت بازیکن از طرف توپ چند نیوتون است؟

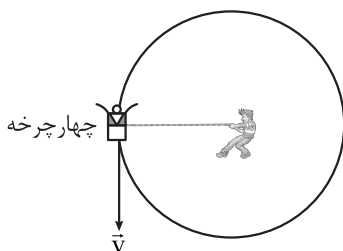
- (۱) 15
 (۲) 25
 (۳) 150
 (۴) 250

۵۳- اگر جرم ماهواره ای 250 kg باشد، وزن آن در ارتفاع 3600 کیلومتری از سطح زمین، چند نیوتون است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$ و شعاع کره زمین 6400 km است.)

- (۱) $102/4$
 (۲) 160
 (۳) 1024
 (۴) 1600

۵۴- در شکل زیر، شخصی یک چهارچرخه به جرم 20 kg را توسط طنابی به طول 2 m روی سطح افقی بدون اصطکاک به گونه ای می کشد تا چهارچرخه روی محیط دایره ای با تندی ثابت حرکت کند. اگر نیروی کشش طناب 100 N باشد،

دوره تناوب چهارچرخه چند ثانیه است؟ ($\pi^2 = 10$)



- (۱) 8
 (۲) 4
 (۳) 2
 (۴) 1

محل انجام محاسبات

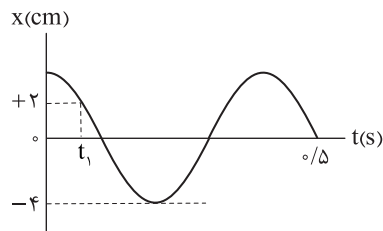


۵۵- جسمی به جرم m به فنری متصل شده و با دوره تناوب 2 s نوسان می‌کند. اگر جرم این جسم 200 g افزایش یابد، دوره تناوب 3 s می‌شود. m برابر چند کیلوگرم است؟

(۱) $0/16$ (۲) 160

(۳) $0/4$ (۴) 400

۵۶- نمودار مکان-زمان نوسانگر جرم-فنری مطابق شکل زیر است. شتاب نوسانگر در لحظه t_1 بر حسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟



(۱) $(\frac{1}{4}\pi^2)\vec{i}$ (۲) $(-\frac{1}{4}\pi^2)\vec{i}$

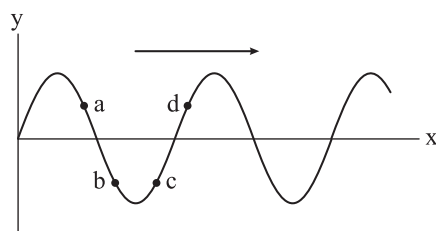
(۳) $(\pi^2)\vec{i}$ (۴) $(-\pi^2)\vec{i}$

۵۷- جسمی به جرم 1 kg به فنری افقی با ثابت 6 N/cm متصل است. فنر به اندازه 9 cm فشرده و سپس رها می‌شود و جسم روی سطح افقی شروع به نوسان می‌کند. با چشم‌پوشی از اصطکاک، وقتی تندی جسم $1/6\text{ m/s}$ است، انرژی پتانسیل کشسانی آن چند ژول خواهد بود؟

(۱) $11/5$ (۲) $1/15$

(۳) $12/5$ (۴) $1/25$

۵۸- شکل زیر، یک موج سینوسی را که در جهت محور x در طول ریسمان کشیده شده‌ای حرکت می‌کند در لحظه‌ای از زمان نشان می‌دهد، چهار جزء از این ریسمان روی شکل نشان داده شده‌اند. در این لحظه، جهت حرکت کدام یک از



این چهار جزء، در جهت محور y است؟

(۱) a و b

(۲) a و d

(۳) b و c

(۴) c و d

۵۹- سیمی با چگالی $7/8\text{ g/cm}^3$ و سطح مقطع 5 mm^2 بین دو نقطه با نیروی 156 N کشیده شده است. تندی انتشار موج عرضی در این سیم چند متر بر ثانیه است؟

(۱) 10 (۲) 20

(۳) 100 (۴) 200

محل انجام محاسبات

۶۰- کدام یک از موارد زیر دربارهٔ امواج الکترومغناطیسی درست است؟

(الف) در این امواج، میدان الکتریکی همواره بر میدان مغناطیسی عمود است.

(ب) در این امواج، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی همواره بر جهت حرکت موج عمودند؛ در نتیجه این موج، عرضی است.

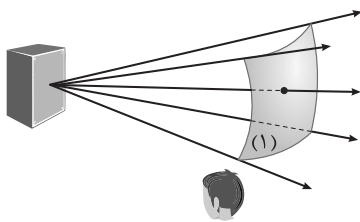
(پ) در این امواج، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی با بسامد یکسان و همگام با یکدیگر تغییر می‌کنند و همواره هم‌اندازه‌اند.

(ت) این امواج، انرژی را به صورت انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل ذرات محیط منتقل می‌کنند.

(۱) الف و ب (۲) الف و پ (۳) ب و ت (۴) پ و ت

۶۱- تراز شدت صوت یک چشمهٔ صوت که انتشار صوت آن به صورت شکل زیر است، در سطح (۱) برابر 80 dB است. اگر

مساحت سطح (۱)، برابر 4 m^2 باشد، آهنگ متوسط انتقال انرژی از این سطح در SI کدام است؟ ($I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$)



(۱) 4×10^{-4}

(۲) 4×10^{-8}

(۳) $2/5 \times 10^{-4}$

(۴) $2/5 \times 10^{-8}$

۶۲- کم‌ترین فاصلهٔ بین یک شخص و دیوار بلند مقابل آن چند متر باشد تا پژواک صدای خود را از صدای اصلی تمییز

دهد؟ (تندی صوت در هوا 340 m/s است.)

(۴) $1/7$

(۳) $3/4$

(۲) 17

(۱) 34

۶۳- در کدام یک از موارد زیر، از امواج الکترومغناطیسی برای مکان‌یابی پژواکی استفاده می‌شود؟

(۲) دستگاه سونار

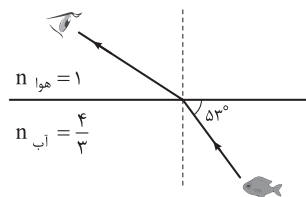
(۱) رادار دوپلری

(۴) میکروفون سهموی

(۳) دستگاه لیتوتریپسی

۶۴- مطابق شکل، پرتو نوری که از ماهی به چشمان شخص می‌رسد، تحت زاویهٔ 53° به مرز آب - هوا برخورد کرده

است. زاویه‌ای که پرتوی شکست با مرز جدایی آب و هوا می‌سازد، چند درجه است؟ ($\sin 53^\circ = 4/5$)



(۱) 37°

(۲) 53°

(۳) 30°

(۴) 60°

محل انجام محاسبات



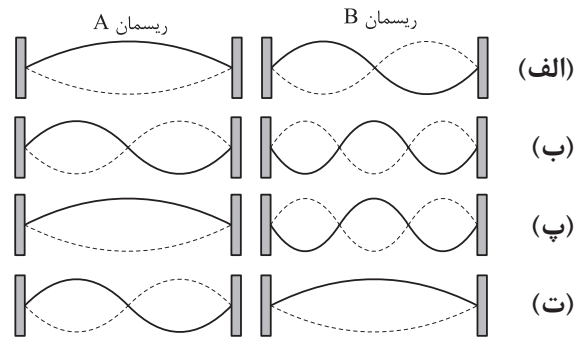
۶۵- در یک تشت موج، امواج سطحی آب با بسامد 5 Hz تشکیل شده و فاصله دو برآمدگی متوالی آن 25 cm است. موج وارد ناحیه‌ای با عمق کم‌تر شده و تندی انتشار آن 20% درصد تغییر می‌کند. طول موج و بسامد امواج سطحی آب در ناحیه کم‌عمق به ترتیب در SI کدام است؟

- (۱) $4,0 / 2$ (۲) $5,0 / 2$ (۳) $4,0 / 3$ (۴) $5,0 / 3$

۶۶- گوشی‌های همراه همواره با امواج رادیویی با بسامد 2 GHz کار می‌کنند. این امواج تحت چه شرایطی از یک مانع بهتر پراشیده می‌شوند و به منطقه سایه مانع می‌رسند؟ ($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$)

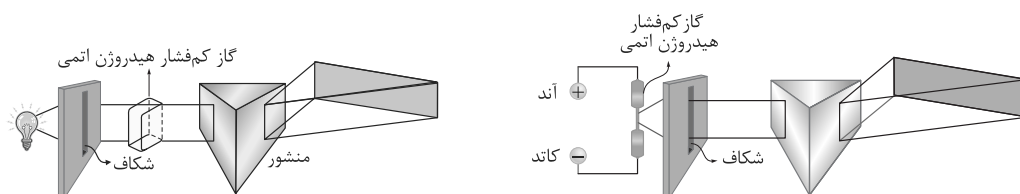
- (۱) در صورتی که ابعاد لبه مانع در حدود 30 cm یا کوچک‌تر از آن باشد.
 (۲) در صورتی که ابعاد لبه مانع در حدود 1 m یا بزرگ‌تر از آن باشد.
 (۳) در صورتی که ابعاد لبه مانع در حدود 15 cm یا کوچک‌تر از آن باشد.
 (۴) در صورتی که ابعاد لبه مانع در حدود 150 cm یا بزرگ‌تر از آن باشد.

۶۷- ریسمان‌های A و B، طول و چگالی خطی جرمی یکسانی دارند، ولی ریسمان B تحت کشش بیشتری نسبت به ریسمان A قرار دارد. شکل زیر چهار وضعیت «الف» تا «ت» را نشان می‌دهد که در آن‌ها نقش‌های موج ایستاده در دو ریسمان وجود دارند. در چه تعداد از وضعیت‌های زیر، احتمال دارد که ریسمان‌های A و B در بسامد تشدید یکسان نوسان کنند؟



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۸- شکل‌های «الف» و «ب» طرحی از آزمایش‌های مربوط به تشکیل طیف اتمی را نشان می‌دهد. طیف‌های تشکیل شده روی پرده شکل‌های «الف» و «ب» به ترتیب از راست به چپ از کدام نوع‌اند؟



(الف)

- (۲) گسیلی خطی، جذب خطی
 (۴) گسیلی پیوسته، گسیلی خطی

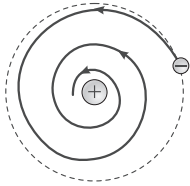
(ب)

- (۱) جذب خطی، گسیلی پیوسته
 (۳) جذب خطی، گسیلی خطی

محل انجام محاسبات



۶۹- با توجه به شکل زیر که مربوط به مسیر حرکت الکترون در مدل هسته‌ای اتم است، بنا بر فیزیک کلاسیک، حین حرکت الکترون به دور هسته، انرژی الکترون و بسامد موج الکترومغناطیسی گسیل شده توسط آن، به ترتیب چگونه تغییر می‌کنند؟



- (۱) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.
- (۲) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.
- (۳) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.
- (۴) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

۷۰- یک چشمه نور مرئی با توان 100 W ، فوتون‌هایی با طول موج $\lambda = 640 \text{ nm}$ گسیل می‌کند. چه تعداد فوتون در هر دقیقه

از این چشمه نور گسیل می‌شود؟ ($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$, $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$)

- (۱) 2×10^{21}
- (۲) 8×10^{21}
- (۳) 2×10^{22}
- (۴) 8×10^{22}

۷۱- طول موج دومین خط طیف اتمی هیدروژن در رشته براکت ($n' = 4$) برابر چند میکرومتر است و این خط در کدام

گستره طول موج‌های الکترومغناطیسی واقع است؟ ($R = 0.01 \text{ (nm)}^{-1}$)

- (۱) 288 nm ، فرورسرخ
- (۲) 288 nm ، فرابنفش
- (۳) 88 nm ، فرورسرخ
- (۴) 88 nm ، فرابنفش

۷۲- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

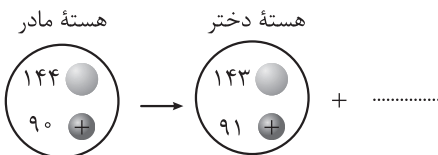
(الف) در یک هسته پایدار، مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده هسته، بزرگ‌تر از جرم هسته است.

(ب) هر چه کاستی جرم هسته بیشتر باشد، انرژی بستگی هسته‌ای آن هسته کم‌تر است.

(پ) انرژی نوکلئون‌های وابسته به هسته، کوانتیده است.

- (۱) ۳
- (۲) ۲
- (۳) ۱
- (۴) صفر

۷۳- شکل زیر، فرایند واپاشی توریم ۲۳۴ را نشان می‌دهد. نام ذره گسیل شده در این فرایند واپاشی کدام است؟



- (۱) آلفا
- (۲) گاما
- (۳) پوزیترون
- (۴) الکترون

محل انجام محاسبات



۷۴- پس از گذشت ۱۲ روز، تعداد هسته‌های پرتوزای یک نمونه، به $\frac{1}{8}$ تعداد موجود در آغاز، کاهش یافته است. نیمه عمر

این ماده چند روز است؟

۳ (۲)

۲ (۱)

۶ (۴)

۴ (۳)

۷۵- در راکتورهای هسته‌ای، میله‌های کنترل آهنگ واکنش شکافت، معمولاً از چه موادی ساخته می‌شود؟

(۱) بور، گرافیت

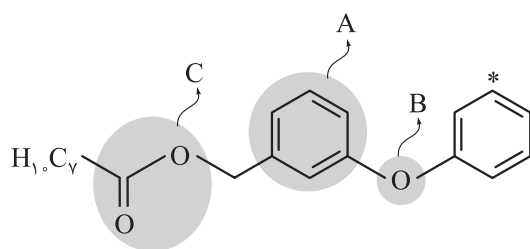
(۲) کادمیم، بور

(۳) گرافیت، کادمیم

(۴) آب‌سنگین، گرافیت

محل انجام محاسبات

۷۶- ساختار زیر مربوط به یک سم قوی است که برای از بین بردن حشرات روی گیاهان استفاده می‌شود. کدام مورد نادرست است؟



(۱) قسمت‌های A و B در این مولکول به ترتیب ناقطبی و

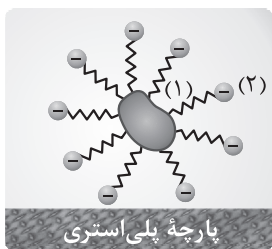
قطبی هستند.

(۲) گروه C در ساختار روغن زیتون نیز وجود دارد.

(۳) انحلال‌پذیری این ماده در آب بیشتر از انحلال‌پذیری آن در هگزان است.

(۴) عدد اکسایش اتم کربن ستاره‌دار در این مولکول برابر ۱- است.

۷۷- با توجه به شکل زیر که مربوط به پاک‌شدن لکه چربی توسط صابون از سطح پارچه است، کدام گزینه نادرست است؟



(۱) بخش (۲) حاوی گروه COO^- بوده و با آب جاذبه یون-دوقطبی تشکیل می‌دهد.

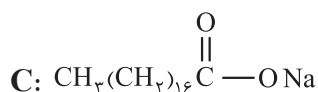
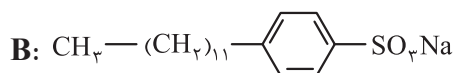
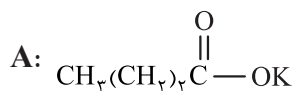
(۲) بخش (۱) با لکه چربی، پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهد.

(۳) اگر جنس پارچه به نخی تغییر کند، قدرت پاک‌کنندگی صابون افزایش می‌یابد.

(۴) با افزایش دما برخلاف افزودن مقدار چشمگیری یون Mg^{2+} به آب، درصد لکه

باقی‌مانده روی پارچه کاهش می‌یابد.

۷۸- با توجه به ساختار مواد A، B و C، کدام مطلب درست است؟



(۱) A، ساختار یک پاک‌کننده صابونی مایع و B، ساختار یک پاک‌کننده غیرصابونی را نشان می‌دهد.

(۲) مخلوط آب، روغن و C، یک مخلوط ناهمگن اما پایدار است.

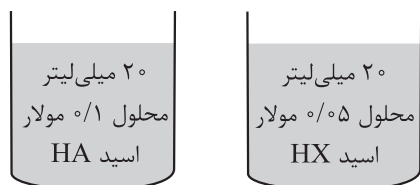
(۳) C برخلاف B، در آب سخت حل نمی‌شود.

(۴) با افزایش دما از 20°C به 40°C ، پاک‌کننده C به میزان بیشتری با آلاینده‌ها واکنش می‌دهد و آن‌ها را از روی لباس می‌زداید.

محل انجام محاسبات



۷۹- با توجه به شکل‌های زیر، اگر درجه یونش اسید بسیار ضعیف HA، نصف درجه یونش اسید بسیار ضعیف HX باشد، کدام گزینه نادرست است؟



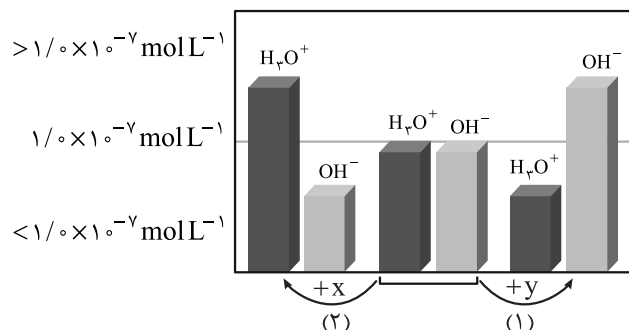
(۱) pH دو محلول با هم برابر است.

(۲) غلظت مولی یون X^- با غلظت مولی یون A^- برابر است.

(۳) رسانایی الکتریکی محلول HX با رسانایی الکتریکی محلول HA برابر است.

(۴) ثابت یونش اسید HA با ثابت یونش اسید HX، برابر است.

۸۰- با توجه به نمودار زیر که معیار نسبی از مقایسه خصلت اسیدی و بازی محلول‌ها را نشان می‌دهد، کدام موارد از مطالب داده‌شده درست است؟



(الف) فرایند خنثی شدن آب دریاچه‌های اسیدی با استفاده از آهک، از فرایند (۱) پیروی می‌کند.

(ب) اگر دما $25^\circ C$ باشد، پس از اضافه کردن مواد x و y، رابطه $[H^+][OH^-] = 10^{-14}$ در محلول‌های حاصل برقرار است.

(پ) فرایند (۲) را می‌توان به تهیه آب گازدار از آب خالص نسبت داد.

(ت) x و y به ترتیب می‌توانند باریم اکسید و دی‌نیتروژن پنتا اکسید باشند.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «الف» و «ت» (۴) «پ» و «ت»

۸۱- جدول زیر اطلاعاتی درباره دو محلول باز فرضی را نشان می‌دهد. ثابت یونش AOH به تقریب کدام است و اگر pH

محلول XOH با pH محلول ۰/۰۳ مولار باریم هیدروکسید برابر باشد، x کدام است؟

	محلول بازی	غلظت مولی	درصد یونش
(I)	AOH	۰/۲	۵
(II)	XOH	x	۴

$$(۲) \quad 0.15 \times 10^{-4}$$

$$(۱) \quad 1/5 \times 10^{-4}$$

$$(۴) \quad 1/5 \times 10^{-3}$$

$$(۳) \quad 0.15 \times 10^{-3}$$

محل انجام محاسبات

۸۲- هر یک از توضیحات زیر را می‌توان به یکی از مواد درون کادر نسبت داد. کدام ماده با هیچ‌یک از توضیحات تطابق ندارد؟



الف) کاغذ pH را به رنگ آبی درمی‌آورد و در شرایط یکسان، رسانایی الکتریکی محلول آن به طور قابل توجهی کمتر از محلول لیتیم نترات است.

ب) با افزایش غلظت محلول آن، رسانایی الکتریکی آن تغییری نمی‌کند.

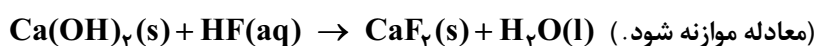
پ) در محلول ۰/۱ مولار آن، غلظت یون هیدرونیوم ۰/۱ مولار است.

ت) از آن به همراه پودر آلومینیم، برای بازکردن لوله‌های مسدود شده بر اثر تجمع چربی استفاده می‌شود.



۸۳- برای خنثی کردن ۳۷ میلی‌گرم کلسیم هیدروکسید، به چند میلی‌لیتر محلول هیدروفلوئوریک اسید با $\text{pH} = 2/3$ و درصد یونش ۱۵ درصد، نیاز است؟

$$(\log 5 = 0/7, \text{Ca} = 40, \text{O} = 16, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1})$$



۸۴- با توجه به عبارت‌های داده شده که مربوط به فلزهای A، B و C در دمای 25°C هستند، کدام گزینه درست است؟

- فقط فلزهای A و B با محلول ۰/۱ مولار هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهند و گاز هیدروژن تولید می‌کنند.
- قدرمطلق پتانسیل الکترودی A از B بزرگ‌تر است.

(۱) اگر قطعه‌ای از فلز C در داخل محلولی از کاتیون‌های A^{2+} قرار گیرد، پس از مدتی دمای محلول افزایش می‌یابد.

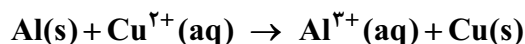
(۲) در فرایند آبکاری قاشقی از جنس A با فلز C، قاشق به قطب مثبت باتری متصل می‌شود.

(۳) جهت حرکت آنیون‌ها در سلول گالوانی A و C، با جهت حرکت الکترون‌ها در سلول گالوانی A و B، همسو است.

(۴) با گذشت زمان در سلول گالوانی حاصل از B و C، جرم تیغه C افزایش می‌یابد.

۸۵- با مصرف ۵/۴ گرم آلومینیم مطابق معادله موازنه نشده زیر، چند مول الکترون در واکنش مبادله می‌شود؟

$$(\text{Al} = 27 \text{ g.mol}^{-1})$$



محل انجام محاسبات

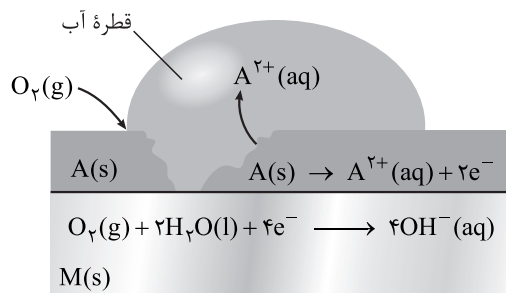


۸۶- هنگامی که دو نیم سلول X و Y به هم وصل شوند، جریان الکتریکی از نیم سلول X به نیم سلول Y برقرار می شود و با اتصال نیم سلول X به SHE، الکترون ها از نیم سلول X به سمت SHE جاری می شوند. کدام مطلب درباره X و Y و سلول گالوانی حاصل از آن ها درست است؟

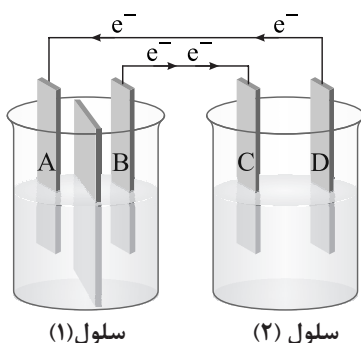


- (۱) قدرت کاهندگی فلز Y از فلز X بیشتر است.
 - (۲) نیروی الکتروموتوری سلول برابر ۰/۰۹ است.
 - (۳) غلظت X^{2+} با گذشت زمان افزایش می یابد.
 - (۴) کاتیون های موجود در محلول از دیواره متخلخل به سمت نیم سلول X مهاجرت می کنند.
- ۸۷- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) در برقکافت آب، اطراف آند اسیدی بوده و گاز اکسیژن تولید می شود.
 - (۲) سلول های سوختی ردپای CO_2 را کاهش می دهند، به همین دلیل منبع انرژی سبز به شمار می روند.
 - (۳) اکسایش گاز هیدروژن در سلول سوختی، برخلاف سوزاندن آن در موتور درون سوز، بازده را تا ۶۰ درصد افزایش می دهد.
 - (۴) در سلول های گالوانی همانند سلول های الکترولیتی، یون ها به سمت قطب های با علامت موافق حرکت می کنند.
- ۸۸- با توجه به شکل زیر که مربوط به نوعی فرایند اکسایش - کاهش است، کدام گزینه درست است؟



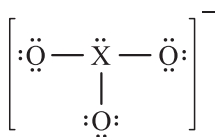
- (۱) قدرت کاهندگی فلز M از A بیشتر است.
 - (۲) اگر محیط اسیدی شود، نیم واکنش کاهش انجام شده در این فرایند، همانند نیم واکنش کاهش سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن خواهد بود.
 - (۳) اگر فلز M آهن باشد و به جای فلز A از Sn استفاده کنیم، در صورت خراش، قلع اکسید می شود.
 - (۴) اگر فلزهای A و M، به ترتیب روی و آهن باشند، از این نوع آهن می توان در بسته بندی مواد غذایی استفاده کرد.
- ۸۹- با توجه به شکل زیر که اتصال یک سلول گالوانی را به یک سلول الکترولیتی نشان می دهد، کدام مورد، نادرست است؟



- (۱) سلول (۱)، گالوانی و سلول (۲)، الکترولیتی است.
- (۲) آند سلول (۱)، الکتروود B است.
- (۳) قطب منفی سلول (۲)، الکتروود D است.
- (۴) فرایند $MgCl_2(l) \rightarrow Mg(l) + Cl_2(g)$ ، در سلول (۲) می تواند انجام شود.

محل انجام محاسبات

۹۰- با توجه به ساختار زیر، عنصر X در گروه جدول تناوبی قرار دارد و عدد اکسایش آن برابر با است. (عدد اتمی عنصر X بزرگ‌تر از ۱۰ می‌باشد.)

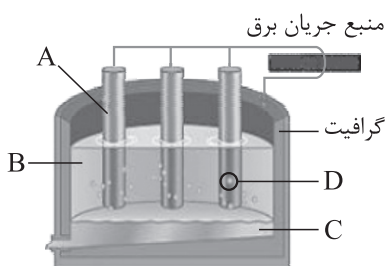


(۲) ۱۷، ۷+

(۱) ۱۷، ۵+

(۴) ۱۵، ۳-

(۳) ۱۵، ۵+



۹۱- با توجه به شکل زیر (مربوط به فرایند هال)، کدام گزینه درست است؟

(۱) ستون A به قطب منفی باتری متصل بوده و همانند دیواره داخلی سلول، از جنس گرافیت است.

(۲) D مربوط به حباب‌های گاز CO_۲ است که در کاتد تولید می‌شود.

(۳) چگالی B از C کم‌تر بوده و C مربوط به الکترولیت مورد استفاده در این سلول است.

(۴) میزان انرژی لازم برای تولید هر قوطی آلومینیم در آن، بیش از ۱۴ برابر انرژی لازم در بازیافت همان مقدار آلومینیم است.

۹۲- با توجه به جدول زیر که مربوط به مواد سازنده نوعی خاک رس است، کدام گزینه نادرست است؟

ماده	SiO _۲	Al _۲ O _۳	H _۲ O	Na _۲ O	Fe _۲ O _۳	MgO	Au و دیگر مواد
درصد جرمی	۴۶/۲۰	۳۷/۷۴	۱۳/۳۲	۱/۲۴	۰/۹۶	۰/۴۴	۰/۱

(۱) عامل اصلی سرخ‌فام‌بودن خاک رس، نوعی ترکیب یونی است و طول موج‌های مربوط به نور قرمز را عبور داده یا بازتاب می‌کند.

(۲) با گرم کردن مقداری از این خاک رس و کاهش رطوبت آن، درصد جرمی سیلیس به ۵۰٪ می‌تواند برسد.

(۳) در میان گونه‌های سازنده این خاک، انواع مواد کووالانسی، یونی، مولکولی و فلزی دیده می‌شود.

(۴) درصد جرمی جامد کووالانسی موجود در خاک رس، از جامد مولکولی بیشتر و از مجموع درصد جرمی جامدات یونی کم‌تر است.

۹۳- درستی یا نادرستی مطالب زیر، به ترتیب کدام است؟

(الف) آنتالپی پیوند Si—Si از Si—C، کم‌تر و سختی سیلیسیم کربید از سیلیسیم، بیشتر است.

(ب) Si در طبیعت به حالت خالص یافت نشده و به طور عمده به شکل سیلیس (Si_۲O) یافت می‌شود.

(پ) گرافیت همانند الماس، شبکه‌ای غول‌آسا از اتم‌های کربن با چینش سه‌بعدی است.

(ت) گرافن تک‌لایه‌ای از گرافیت است که برخلاف آن، شفاف و انعطاف‌پذیر است.

(۲) درست - درست - نادرست - نادرست

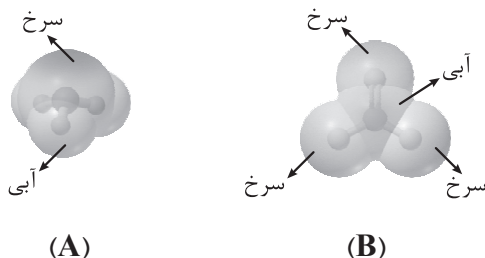
(۱) درست - نادرست - نادرست - درست

(۴) درست - نادرست - درست - درست

(۳) نادرست - درست - درست - نادرست



۹۶- با توجه به شکل‌های زیر که مربوط به نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی دو مولکول می‌باشد، کدام گزینه به طور حتم درست است؟



- (۱) مولکول A برخلاف مولکول B در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.
 (۲) اتم مرکزی در مولکول A از اتم با بار جزئی منفی در مولکول B، خاصیت نافلزی بیشتری دارد.
 (۳) در مولکول B همانند مولکول A، توزیع الکترون‌ها متقارن و یکنواخت است.
 (۴) کربن تتراکلرید در دمای اتاق مایع بوده و همانند مولکول‌های B، قطبی است.
- ۹۵- با توجه به جدول زیر که نقطه ذوب و جوش چند ماده خالص را نشان می‌دهد، کدام مورد نادرست است؟

D	B	A	ماده
	۶۸۱	-۲۱۸	نقطه ذوب (°C)
-۱۱۲	۱۳۳۰	-۱۸۳	نقطه جوش (°C)

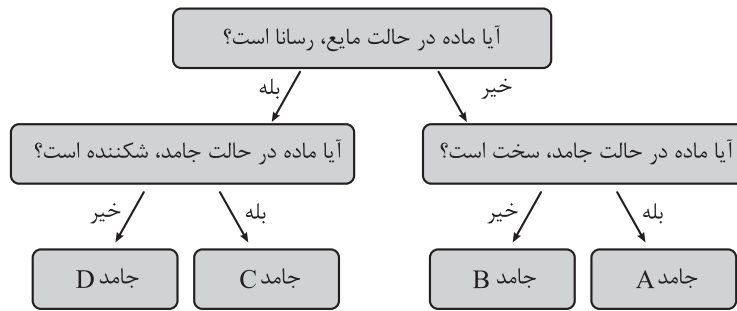
- (۱) ماده A یک ماده مولکولی است.
 (۲) اگر گستره دمایی مایع بودن ماده D برابر 8°C باشد، نقطه ذوب آن ۸۱ کلوین است.
 (۳) در فناوری تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی، انتخاب ماده B به عنوان شارژ ذخیره‌کننده انرژی گرمایی خورشید، منطقی‌تر است.
 (۴) ساختار ذره‌ای SiC(s) می‌تواند مشابه مواد A و B باشد.
- ۹۶- در کدام گزینه، آنتالپی فروپاشی ترکیب‌های یونی به درستی مقایسه شده است؟
- (۱) $\text{NaCl} < \text{KCl} < \text{LiF}$
 (۲) $\text{K}_2\text{O} < \text{Na}_2\text{O} < \text{CaO}$
 (۳) $\text{MgO} < \text{Li}_2\text{O} < \text{Al}_2\text{O}_3$
 (۴) $\text{LiCl} < \text{NaCl} < \text{KBr}$
- ۹۷- کدام گزینه در مورد جامدهای فلزی نادرست است؟

- (۱) دریای الکترونی عاملی است که چیدمان کاتیون‌ها را در شبکه بلوری فلز حفظ می‌کند.
 (۲) شبکه بلوری فلزها از لحاظ بار الکتریکی خنثی نیست.
 (۳) فلزها در حالت جامد و مذاب، رسانای جریان برق هستند.
 (۴) براساس مدل دریای الکترونی، در فضای میان کاتیون‌ها، سست‌ترین الکترون‌های موجود در اتم فلزی، آزادانه حرکت می‌کنند.

محل انجام محاسبات



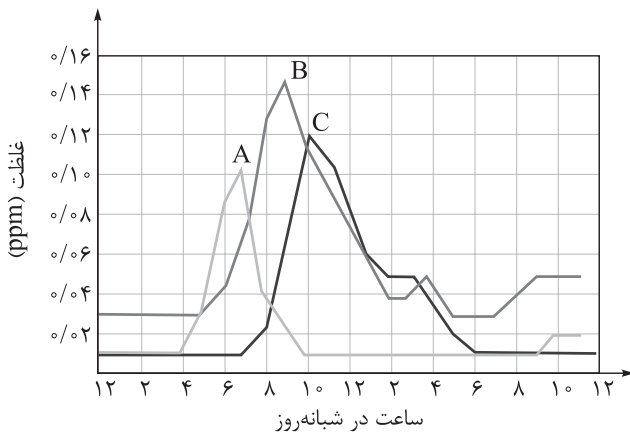
۹۸- با توجه به نمودار زیر، کدام مطلب درست است؟



- (۱) سیلیسیم کربید ماده‌ای در دسته A و نیتینول، ماده‌ای از دسته C است.
- (۲) در جامدهای نوع C، با افزایش جرم مولی، نقطه ذوب افزایش می‌یابد و در جامدهای نوع D، مقدار عددی پتانسیل کاهش استاندارد، یکی از عوامل مؤثر بر واکنش‌پذیری عنصر است.
- (۳) اغلب ترکیب‌های آلی در دسته B قرار دارند و عناصر اصلی تشکیل‌دهنده جامدهای نوع A، یون تک‌اتمی تشکیل نمی‌دهند.
- (۴) ماده اصلی تشکیل‌دهنده بوکسیت و ماده‌ای که باعث استحکام و ماندگاری سازه‌های سنگی می‌شود، به ترتیب در دسته‌های D و A قرار دارند.

۹۹- کدام مورد درست است؟

- (۱) رنگ‌های پوششی از نوع مخلوط‌های همگن هستند و افزون بر زیبایی، از خوردگی فلزها جلوگیری می‌کنند.
- (۲) فلزی که به جای فولاد در ساخت پروانه کشتی استفاده می‌شود، دومین فلز واسطه جدول دوره‌ای است.
- (۳) از نظر مقاومت در برابر سایش، تیتانیوم نسبت به فولاد برتر است.
- (۴) دوده، یک رنگدانه آلی است که همه طول موج‌های مرئی را جذب می‌کند.
- ۱۰۰- با توجه به نمودار زیر که غلظت برخی آلاینده‌ها در هوای یک شهر بزرگ را نشان می‌دهد، کدام مورد نادرست است؟

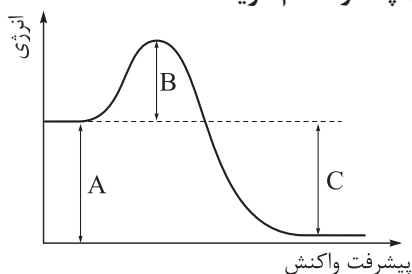


- (۱) گاز B موجب قهوه‌ای‌رنگ‌شدن هوای آلوده می‌شود.
- (۲) در ساعت ۹ صبح، غلظت گاز اوزون از غلظت گاز نیتروژن دی‌اکسید کم‌تر است.
- (۳) از واکنش گاز B و اکسیژن در حضور نور خورشید، گازهای A و C تولید می‌شود.
- (۴) گاز B در هواکره، به شکل مولکول‌های دواتمی نیز وجود دارد.

محل انجام محاسبات

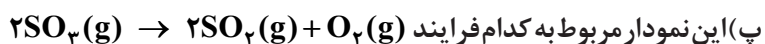


۱۰۱- با توجه به نمودار زیر، پاسخ درست پرسش‌های زیر به ترتیب از راست به چپ، در کدام گزینه آمده است؟



الف) کدام یک از حروف، نشان دهنده آنتالپی واکنش است؟

ب) در حضور کاتالیزگر، کدام قسمت تغییر می‌کند؟



یا $2NO(g) \rightarrow N_2(g) + O_2(g)$ می‌تواند باشد؟

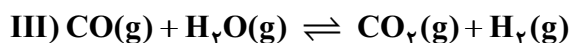
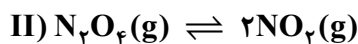
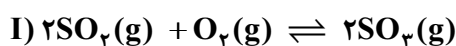
(۲) B, C تجزیه گوگرد تری‌اکسید

(۱) B, C تجزیه نیتروژن مونوکسید

(۴) B, A تجزیه گوگرد تری‌اکسید

(۳) A, B تجزیه نیتروژن مونوکسید

۱۰۲- با توجه به سامانه‌های تعادلی زیر، کدام گزینه درست است؟ ($O = 16, S = 32 : g \cdot mol^{-1}$)



(۱) افزایش فشار در دمای ثابت، باعث جابه‌جایی تعادل (III) در جهت رفت می‌شود.

(۲) کاهش دما، سبب پررنگ‌تر شدن سامانه تعادلی (II) می‌شود.

(۳) در دمای ثابت، انتقال واکنش (I) به ظرف کوچک‌تر، سبب جابه‌جاشدن آن در جهت برگشت می‌شود.

(۴) اگر در تعادل (I) در یک ظرف یک‌لیتری، مقدار SO_2 ، SO_3 و O_2 به ترتیب برابر با $3/2$ ، $3/2$ و $3/2$ گرم

باشد، مقدار ثابت تعادل واکنش برابر 4^0 است.

۱۰۳- در محفظه‌ای به حجم یک لیتر، تعادل گازی $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$ در دمای $200^\circ C$ برقرار است.

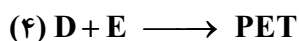
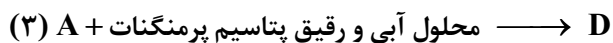
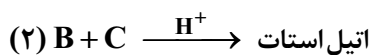
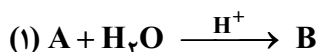
هرگاه در دمای ثابت، مقدار 0.09 مول N_2 به ظرف تعادل افزوده شود، مجموع مقادیر a و b کدام است؟

<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> $0.50 \text{ mol } H_2$ $0.14 \text{ mol } NH_3$ $0.07 \text{ mol } N_2$ </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> $0.09 \text{ mol } N_2$ </div> </div>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 10px; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">۱L</div> <div style="font-size: 20px;">}</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 10px; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">۱L</div> </div> <p style="text-align: center;">(۱) تعادل (۲) تعادل</p>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> $b \text{ mol } H_2$ $0.22 \text{ mol } NH_3$ $a \text{ mol } N_2$ </div> </div>	<p>(۱) 0.74</p> <p>(۲) 0.50</p> <p>(۳) 0.34</p> <p>(۴) 0.60</p>
---	--	--	---

محل انجام محاسبات



۱۰۴- با توجه به واکنش‌های زیر که تبدیل چند ماده آلی را به یکدیگر نشان می‌دهد، کدام مطلب نادرست است؟



(۱) از B به عنوان ضد عفونی کننده در بیمارستان‌ها استفاده می‌شود.

(۲) شمار پیوندهای اشتراکی مولکول C، ۱ واحد از شمار پیوندهای اشتراکی مولکول D، کم تر است.

(۳) ترکیب E را برخلاف D، می‌توان به طور مستقیم از نفت خام به دست آورد.

(۴) در واکنش گاز A با گاز هیدروژن کلرید، فراورده‌ای تولید می‌شود که به عنوان افشانه بی‌حس کننده موضعی کاربرد دارد.

۱۰۵- با توجه به نمودار زیر که مربوط به تولید متانول است، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) ماده A نوعی مولکول دو اتمی بوده که ناپایداری از فراورده

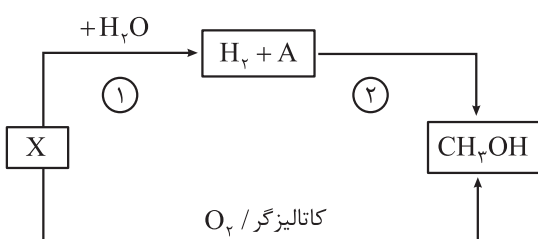
گازی واکنش سوختن کامل متان در دمای اتاق است.

(۲) برای انجام مرحله (۱) همانند مرحله (۲)، به کاتالیزگر نیاز است.

(۳) منابع ماده X، زیست‌گاز، گاز طبیعی و گاز مشعل هستند.

(۴) فشار مورد نیاز برای انجام مرحله (۲)، از فشار در شرایط

بهینه تولید آمونیاک به روش هابر، بیشتر است.



پاسخ‌نامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحه
شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید
از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.



آزمون‌های تشریحی خیلی سبز

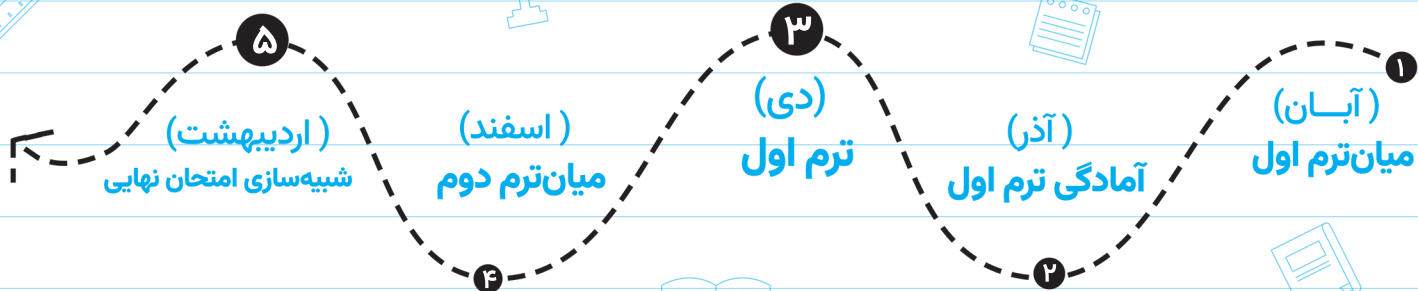
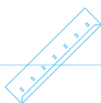


۵ مرحله در طول سال

آزمون

شبیه‌سازی کامل امتحان نهایی

- منطبق بر بارم‌بندی آموزش و پرورش
- تشابه کامل فرم برگه سوال، پاسخبرگ، کلید، پاسخنامه و حتی فونت سوال‌ها با امتحان نهایی
- پوشش همه مطالب و انواع سوالات
- ارائه یک یا دو تست عینا مشابه امتحان نهایی
- هم‌سطح با دشواری سوالات امتحان نهایی



پاسخنامه‌های خیلی تشریحی

- ارائه پاسخ کامل و مرحله به مرحله
- محتوای یاددهنده شامل درسنامه
- ارائه نکات کلیدی هر سوال



تصحیح کاملا مکانیزه

- تصحیح کاملا حرفه‌ای توسط دو مصحح
- تصحیح سوم در صورت اختلاف نظر دو مصحح قبل
- تصحیح به صورت بررسی یک سوال برای گروهی از دانش‌آموزان
- امکان کامنت‌گذاری مصحح در فرایند تصحیح
- امکان درخواست تصحیح مجدد در پنل ثبت اعتراض



کارنامه‌های بسیار کاربردی

- کارنامه تحلیلی و مقایسه‌ای
- نمره به تفکیک سوال
- کارنامه مبحثی



پاسخ نامه آزمون آزمایشی خلی سبز



مرحله نوزدهم

پایه دوازدهم

۱۲/ تیر/ ۱۴۰۵

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان و ریاضیات پایه	کاظم اجلائی - کوروش اسلامی - فرشاد حسن زاده - عادل حسینی - بابک سادات - علی شهبازی مصطفی کرمی - محمد گودرزی - میلاد منصوری - سروش موئینی - حسین نادری - محمدسجاد نقیه
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - حمید گلزاری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	مصطفی دیداری
فیزیک	یاشار انگوتی - علیرضا جباری - هادی حمزه پور - رضا سبزمیدانی - نوید شاهی - مصطفی واغتی
شیمی	فرشید ابراهیمی - مهدی براتی - پیمان خواجوی مجد - یاسر راش - هادی عبادی - یاسر عبداللہی محمد عظیمیان زواره - امیر قاسمی پور - محسن مجنون - امیرحسین مسلمی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان و ریاضیات پایه	محمدسجاد نقیه	محمدسجاد نقیه	عادل حسینی	محمد گودرزی سروش موئینی	منصور زرکش اصفهانی سهند محمدکریم نژاد مهدی مرادی
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	سید عباس حسینی	سید عباس حسینی	محمد خندان ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	سید عباس حسینی سعید قندچی	ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	علیرضا جباری	علیرضا جباری سعید محبی هادی نجفی	آیدین طهماسقلی زاده امیر محمودی انزلی سعید محبی محمد رضا یاری
شیمی	یاسر عبداللہی	یاسر عبداللہی امیرحسین مسلمی	امیرحسین مسلمی	یاشار ذریه محمد مهدی کریمیان مرتضی نصیرزاده	محمد رضا بیاتلو هادی عبادی آرمین عظیمی محمد نوروزی مال

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاچانیپور



آزمون آزمائشی خلی سبز

بیٹا ابراہیمی - علیرضا جعفری - عادل حسینی

تیم اجرایی و تألیف آزمون

الناز علی یاری زاده

سرپرست تولید

نیلوفر اعتمادی - نیوشا پیمان - زهرا صفری
الہہ صفری - فاطمہ علی اکبری - محیا غنی فرد
نادرہ ناز آوری - ساعدہ نمازی

ویراستاران فنی

ندا فخاری
سارا گنجی آزادپور

رسام

صدف امام - مریم حسین زاده
سپیدہ سخائی - الہام سہرابی - طاہرہ صادق نژاد
مائدہ صبری - نیلوفر فرخجستہ - فاطمہ قیاسوند
مہدیہ گل پور - دریا لطفی

صفحه آرایی



۱ اگر باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $x^3 + kx^2 - 3$ بر چندجمله‌ای $x + 2$ برابر ۱ باشد، مقدار k کدام است؟

۳ (۴)

-۳ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر چندجمله‌ای $x - a$ برابر $p(a)$ است.

اگر $p(x) = x^3 + kx^2 - 3$ باشد، باقی مانده تقسیم برابر $p(-2)$ است:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$p(-2) = -8 + 4k - 3 = 1 \Rightarrow 4k = 12 \Rightarrow k = 3$$

اگر باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $x^3 + kx^2 + 2$ بر $x - 2$ برابر با ۶ باشد، k را تعیین کنید.

(مسأله ۲) - تمرین ۶ صفحه ۲۲ کتاب درسی

نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. مساحت سطح محدود به نمودار تابع g با ضابطه $g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right) + 1$ و محور x

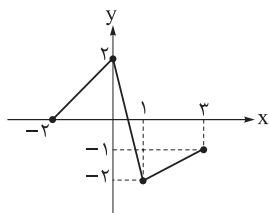
در ناحیه چهارم دستگاه مختصات کدام است؟

(۱) ۲

(۲) $\frac{2}{25}$

(۳) $\frac{2}{5}$

(۴) $\frac{2}{75}$

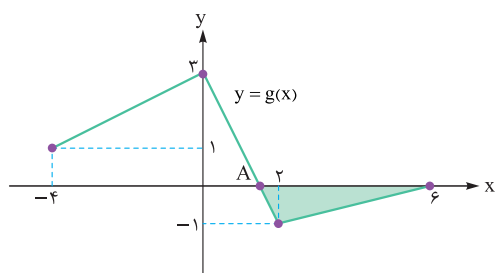


پاسخ: گزینه ۲

نمودار تابع g رو باید رسم کنی.

Hint

گام اول: برای رسم نمودار تابع g باید طول نقاط روی نمودار تابع f را در ۲ ضرب کنیم و عرض نقاط آن را با ۱ جمع کنیم؛ یعنی اگر نقطه (x_0, y_0) روی نمودار تابع f باشد، نقطه $(2x_0, y_0 + 1)$ روی نمودار تابع g است؛ بنابراین داریم:



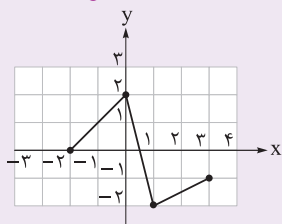
گام دوم: مثلث سایه‌خورده شکل بالا سطح مورد نظر سؤال است. برای به دست آوردن مساحت آن لازم است طول نقطه A را به دست آوریم:

$$0 \leq x \leq 2: g(x) = -2x + 3 \xrightarrow{g(x_A)=0} x_A = \frac{3}{2}$$

گام سوم: پس مساحت مثلث مورد نظر برابر است با:

$$S = \frac{\left(6 - \frac{3}{2}\right) \times 1}{2} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

(سؤال ۳ - امتحان نهایی دی ۱۴۰۴)



نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل مقابل رسم شده است.

نمودار تابع $y = 2f\left(\frac{x}{2}\right)$ را رسم کنید.

۳ تابع f با دامنه $[-1, 3]$ اکیداً نزولی است. مجموع اعداد طبیعی دامنه تابع g با ضابطه $g(x) = \sqrt{f(\log_2(x+1)) - f(\log_2(2x-3))}$ کدام است؟

۱۵ (۴)

۱۲ (۳)

۹ (۲)

۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

توابع لگاریتمی داده شده، اکیداً صعودی هستند.

Hint

کاربرد یکنوایی در حل نامعادلات: فرض کنید تابع f روی دامنه اش اکیداً یکنوا باشد، آن گاه نامعادله $f(g(x)) \geq f(h(x))$ به یکی از صورت های زیر حل می شود:

درس Box

$$f \text{ اکیداً نزولی است. } \rightarrow g(x) \leq h(x)$$

$$f \text{ اکیداً صعودی است. } \rightarrow g(x) \geq h(x)$$

فقط باید حواسمان به دامنه توابع $f \circ g$ و $f \circ h$ باشد.گام اول: تابع g رادیکالی است و دامنه آن مجموعه جواب های نامعادله زیر است:

$$f(\log_2(x+1)) - f(\log_2(2x-3)) \geq 0 \Rightarrow f(\log_2(x+1)) \geq f(\log_2(2x-3))$$

از آن جا که تابع f با دامنه $[-1, 3]$ اکیداً نزولی است، با توجه به درس باکس و هم چنین دامنه تابع f باید نامعادله زیر را حل کنیم:

$$-1 \leq \log_2(x+1) \leq \log_2(2x-3) \leq 3$$

گام دوم: بنابراین باید نامعادله های زیر را حل کنیم:

$$-1 \leq \log_2(x+1) \Rightarrow x+1 \geq 2^{-1} = \frac{1}{2} \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\log_2(x+1) \leq \log_2(2x-3) \Rightarrow x+1 \leq 2x-3 \Rightarrow x \geq 4 \quad (2)$$

$$\log_2(2x-3) \leq 3 \Rightarrow 0 < 2x-3 \leq 2^3 = 8 \Rightarrow 1/5 < x \leq 5/5 \quad (3)$$

سپس با اشتراک مجموعه جواب های (۱)، (۲) و (۳) دامنه تابع g بازه $[4, 5/5]$ به دست می آید. اعداد طبیعی این بازه عبارت اند از ۴ و ۵ که مجموع آنها برابر ۹ است.

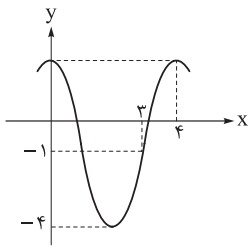
پاسخ خیلی تشریحی ✓

الف) فرض کنید تابع f در یک فاصله اکیداً صعودی باشد و a و b متعلق به این فاصله باشند. اگر $f(a) \leq f(b)$ نشان دهید که $a \leq b$.

ب) اگر $\log(x+1) \leq \log(2x-3)$ ، حدود x را به دست آورید.

(مسائل (۲) - کار در کلاس ۴ صفحه ۱۸ کتاب درسی)

بخشی از نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = a \cos bx + c$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f(\frac{4}{3})$ کدام است؟ **۴**



$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

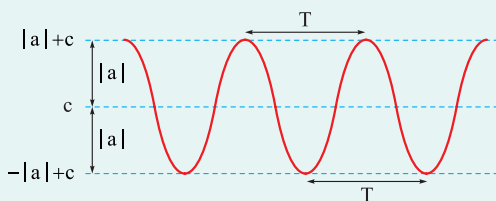
$$-\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$-\frac{5}{2} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۴

نمودار توابع مثلثاتی $y = a \cos bx + c$ و $y = a \sin bx + c$

دکتر **Box**



• بیشترین مقدار تابع $y_{\max} = c + |a|$ و کمترین مقدار آن $y_{\min} = c - |a|$ است.

• فاصله دو نقطهٔ ماکزیمم متوالی یا دو نقطهٔ مینیمم متوالی برابر دورهٔ تناوب تابع است.

• دورهٔ تناوب تابع از رابطه $T = \frac{2\pi}{|b|}$ به دست می‌آید.

گام اول: مطابق نمودار، دورهٔ تناوب تابع برابر ۴ است:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 4 \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{\pi}{2}$$

گام دوم: مینیمم تابع برابر -۴ است و تابع از نقطه $(3, -1)$ می‌گذرد:

$$\begin{cases} c - |a| = -4 \\ f(3) = a \cos \frac{3\pi}{2} + c = -1 \xrightarrow{\cos \frac{3\pi}{2} = 0} c = -1 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{c - |a| = -4} -1 - |a| = -4 \Rightarrow |a| = 3 \Rightarrow a = \pm 3$$

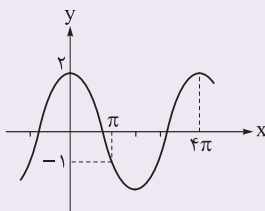
اما چون در $x = 0$ ماکزیمم تابع رخ داده است، مقدار مثبت a قابل قبول است.

گام سوم: بنابراین $f(x) = 3 \cos \frac{\pi x}{2} - 1$ است و داریم:

$$f\left(\frac{4}{3}\right) = 3 \cos \frac{2\pi}{3} - 1 = 3 \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = -3 \cos \frac{\pi}{3} - 1 = -\frac{5}{2}$$

قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos bx + c$ به صورت زیر است. مقادیر a ، b و c را بیابید.

(سوال ۷ - امتحان نهایی دی ۱۴۰۳)



اگر $2 \tan \alpha = \tan \beta = 5$ باشد، مقدار $\cot(\alpha - \beta)$ کدام است؟

۵

$$\frac{1}{\tan(\alpha - \beta)}$$

-۶ / ۴ (۴)

-۶ / ۲ (۳)

-۵ / ۲ (۲)

-۵ / ۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

اول $\tan(\alpha - \beta)$ رو حساب کن.

Hint

اتحاد تانژانت مجموع و تفاضل کمان:

درس Box

$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y} \Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{4} \pm \theta\right) = \frac{1 \pm \tan \theta}{1 \mp \tan \theta}$$

اتحاد تانژانت دو برابر کمان:

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

گام اول: طبق فرض $\tan \alpha = \frac{5}{2}$ و $\tan \beta = 5$ است و داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{5}{2} - 5}{1 + \frac{5}{2} \times 5} = \frac{-\frac{5}{2}}{\frac{27}{2}} = -\frac{5}{27}$$

گام دوم: بنابراین داریم:

$$\cot(\alpha - \beta) = \frac{1}{\tan(\alpha - \beta)} = -\frac{27}{5} = -5.4$$

سؤال ۶ - امتحان نهایی دی ۱۴۰۴

اگر $\tan \alpha = \tan \beta = -\sqrt{2}$ ، مقدار $\tan(\alpha + \beta)$ را به دست آورید.

مجموع جواب‌های معادله $2\sin^2 x - \cos x - 1 = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

یک دور دایره مثلثاتی

 5π (۴) 4π (۳) 3π (۲) 2π (۱)

پاسخ: گزینه ۲

Hint $\sin^2 x$ رو بر حسب $\cos x$ بنویس.

درس‌Box

معادلات مثلثاتی:

$$\sin \theta = \sin \theta_0 \Rightarrow \begin{cases} \theta = 2k\pi + \theta_0 \\ \theta = 2k\pi + \pi - \theta_0 \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos \theta = \cos \theta_0 \Rightarrow \theta = 2k\pi \pm \theta_0; k \in \mathbb{Z}$$

$$\tan \theta = \tan \theta_0 \Rightarrow \theta = k\pi + \theta_0; k \in \mathbb{Z}$$

گام اول: ابتدا به جای $\sin^2 x$ عبارت $1 - \cos^2 x$ را قرار می‌دهیم تا یک معادله درجه دوم بر حسب $\cos x$ به دست آید:

$$2(1 - \cos^2 x) - \cos x - 1 = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

گام دوم: با تغییر متغیر $t = \cos x$ معادله درجه دوم $2t^2 + t - 1 = 0$ را داریم:

$$\xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} t_1 = -1 \\ t_2 = -\frac{c}{a} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

گام سوم: بنابراین کافی است جواب‌های معادله‌های $\cos x = -1$ و $\cos x = \frac{1}{2}$ را در بازه $[0, 2\pi]$ به دست آوریم:

$$\begin{cases} \cos x = -1 \xrightarrow{0 \leq x \leq 2\pi} x_1 = \pi \\ \cos x = \frac{1}{2} \xrightarrow{0 \leq x \leq 2\pi} x_2 = \frac{\pi}{3}, x_3 = \frac{5\pi}{3} \end{cases}$$

در نتیجه مجموع جواب‌های معادله در بازه $[0, 2\pi]$ برابر $x_1 + x_2 + x_3 = 3\pi$ است.معادله $4\sin^2 x - 4\cos x - 5 = 0$ را حل کنید و جواب‌های کلی آن را بنویسید.

(سؤال ۷ - امتحان نهایی دی ۱۴۰۴)

حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x + \sin^3 x}{x^3}$ کدام است؟ **Y**

-∞ (۴)

+∞ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۳

حد رو دو قسمت کن.

Hint

درس Box

حد بی‌نهایت: تابع کسری h را با ضابطه $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ در نظر می‌گیریم. این نکته را بیشتر یاد گرفته بودیم که برای محاسبه حد تابع h در $x = a$ ، کافی است حد صورت را بر حد مخرج تقسیم کنیم، یعنی اگر حد تابع f در $x = a$ برابر L_1 و حد تابع g در این نقطه برابر L_2 باشد، حد تابع h در $x = a$ برابر $\frac{L_1}{L_2}$ است؛ با این شرط که $L_2 \neq 0$ باشد. اما اگر $L_1 \neq 0$ و $L_2 = 0$ باشد، حاصل حد ∞ می‌شود و با استفاده از جدول زیر می‌توان علامت بی‌نهایت را به دست آورد.

$L_1 < 0$	$L_1 > 0$	
$-\infty$ مثال $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{x^2} = -\infty$	$+\infty$ مثال $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = +\infty$	$L_2 > 0$
$+\infty$ مثال $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{[x]}{x+1} = +\infty$	$-\infty$ مثال $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x}{x-2} = -\infty$	$L_2 < 0$

از سال گذشته به یاد داریم:

نکته

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^n = 1$$

به سادگی داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x + \sin^3 x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{x^3} + \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^3 = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^2} + \left(\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{x} \right)^3 = +\infty + 1 = +\infty$$

وقتی $x \rightarrow 0$ ، هم‌ارزی $\sin x \sim x$ را داریم:

په‌چور دیگه

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x + \sin^3 x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x + x^3}{x^3} \xrightarrow{\text{قضیه کم‌توان}} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x + \sin^3 x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^2} = +\infty$$

(سؤال ۹ (قسمت ب) - امتحان نهایی دی ۱۴۰۳)

حاصل حدود زیر را به دست آورید.

الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-7}{x^5 - 4x + 3}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 x + x}{x^2}$

دو عدد طبیعی m و n مفروض اند. اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{nx^n - 2x^2 - 1}{x^m - mx^2 + 1} = 2$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای $m \times n$ کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

حد در بی نهایت: در چند جمله‌ای $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots$ وقتی $x \rightarrow \pm\infty$ با حد تک جمله‌ای $a_n x^n$ در $\pm\infty$ برابر است؛ یعنی در بی نهایت می‌توانیم فقط تک جمله‌ای با بزرگ‌ترین درجه را در نظر بگیریم.

نتیجه

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0}{a'_m x^m + a'_{m-1} x^{m-1} + \dots + a'_1 x + a'_0} = \begin{cases} 0 & ; n < m \\ \frac{a_n}{a'_m} & ; n = m \\ \pm\infty & ; n > m \end{cases}$$

گام اول: باید حالات مختلف را بررسی کنیم. جدول زیر تمام این حالات را نشان می‌دهد. در این جدول برای مقادیر مختلف m

و n حاصل $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{nx^n - 2x^2 - 1}{x^m - mx^2 + 1}$ را حساب کرده‌ایم:

m \ n	n		
	n = 1	n = 2	n ≥ 3
m = 1	L = 2	L = 0	L = -∞
m = 2	L = 2	L = 0	L = -∞
m ≥ 3	L = 0	L = 0	n > m L = +∞
			n = m L = n یا m
			n < m L = 0

گام دوم: همان‌طور که از جدول بالا مشخص است فقط در حالت‌های $(n, m) = (1, 1)$ و $(n, m) = (1, 2)$ است که حاصل حد مورد نظر برابر ۲ است؛ بنابراین داریم:

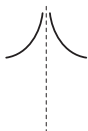
$$\begin{cases} (n, m) = (1, 1) \Rightarrow m \times n = 1 \\ (n, m) = (1, 2) \Rightarrow m \times n = 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{مجموع}} 1 + 2 = 3$$

اگر $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ و $g(x) = b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b_0$ دو چند جمله‌ای باشند، نشان دهید:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_n}{b_m} x^{n-m} \quad (b_m \neq 0)$$

خط $x = x_0$ مجانب قائم نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{a}{a^2 - \cos \pi x}$ است. اگر نمودار این تابع در یک همسایگی x_0

مطابق شکل مقابل باشد، مقدار $f(a)$ کدام است؟



$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$-\frac{2}{\sqrt{3}} \quad (4)$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: معادله خطهای مجانب قائم نمودار تابع f جوابهای معادله $\cos \pi x = a^2$ (در این سؤال ریشههای مخرج) است. از آنجا که حدهای چپ و راست تابع f در این ریشه هر دو $+\infty$ است، این ریشه باید از مرتبه ۲ باشد؛ بنابراین $a^2 = 1$ و در نتیجه $a = \pm 1$ است.

گام دوم: حالا باید مقدار a را طوری پیدا کنیم که حاصل حد $+\infty$ شود، نه $-\infty$.

$$\begin{cases} a = -1: \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{-1}{1 - \cos \pi x} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \times \\ a = 1: \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{1 - \cos \pi x} = \frac{1}{0^+} = +\infty \checkmark \end{cases}$$

گام سوم: بنابراین $f(x) = \frac{1}{1 - \cos \pi x}$ است و داریم:

$$f(a) = f(1) = \frac{1}{1 - (-1)} = \frac{1}{2}$$

کدام شکل زیر وضعیت نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{1 - \cos x}$ را در همسایگی $x = 0$ نمایش می‌دهد؟ (شماره شکل مربوط

به آن را در پاسخ برگ بنویسید.)

(سؤال ۳ - امتحان نوبتی فروردین ۱۴۰۴)



(۴)



(۳)

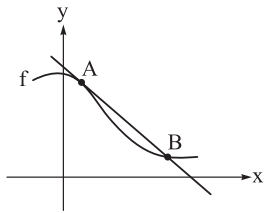


(۲)



(۱)

۱۰ مطابق شکل زیر، خط مماس بر نمودار تابع f در نقطه $A(1, 4)$ ، نمودار را در نقطه $B(3t+1, t)$ قطع می‌کند. اگر $f'(1) = -\frac{1}{5}$ باشد، مقدار t کدام است؟



(۱) $1/6$

(۲) $1/8$

(۳) $1/2$

(۴) $1/4$

پاسخ: گزینه ۱

شیب خطی که پاره‌خط AB روی اون قرار دارد، همون $f'(1)$ هستش.

Hint

کرتس Box

شیب خط مماس بر نمودار تابع f در $x = a$ را مشتق تابع f در $x = a$ می‌نامیم و آن را با نماد $f'(a)$ نمایش می‌دهیم.

$$f'(a) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \\ \text{یا} \\ \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \end{cases}$$

گام اول: پاره‌خط AB روی خطی است که با شیب $-\frac{1}{5}$ از نقطه $A(1, 4)$ می‌گذرد؛ زیرا در $x = 1$ شیب خط و مشتق تابع f با هم برابرند:

$$\begin{cases} m = -\frac{1}{5} \\ (x_0, y_0) = (1, 4) \Rightarrow y - 4 = -\frac{1}{5}(x - 1) \Rightarrow AB: y = -\frac{1}{5}x + \frac{9}{5} \\ y - y_0 = m(x - x_0) \end{cases}$$

گام دوم: معادله خط گذرا از نقاط A و B را می‌توانیم به صورت $x + 2y = 9$ نیز بنویسیم. حالا مختصات نقطه B را در این خط قرار می‌دهیم تا مقدار t به دست آید.

$$\xrightarrow{B(3t+1, t)} (3t+1) + 2(t) = 9 \Rightarrow 5t = 8 \Rightarrow t = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$$

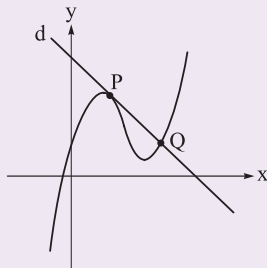
شیب خط گذرا از نقطه A و B را برابر $-\frac{1}{5}$ قرار می‌دهیم:

تیزبازی

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{t - 4}{3t + 1 - 1} = -\frac{1}{5} \Rightarrow 3t = -2t + 8 \Rightarrow t = 1\frac{3}{5}$$

مطابق شکل زیر خط d در نقطه $P(1, 3)$ بر نمودار تابع f مماس و در نقطه $Q(2a+1, a)$ آن را قطع می‌کند. اگر $f'(1) = -1$ ، مقدار a را بیابید.

(سوال ۱۱ - امتحان نهایی دی ۱۴۰۳)



عرض از مبدأ نیم‌مماس راست تابع f با ضابطه $f(x) = |4 - x^2|$ در $x = -2$ کدام است؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشتق توابع خاص:

درسی Box

$f(x)$	$f'(x)$
$c \in \mathbb{R}$	\circ
ax^n	nax^{n-1}
$\frac{a}{x^n}$	$-\frac{an}{x^{n+1}}$
$\frac{ax+b}{cx+d}$	$\frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$
$\sqrt{ax+b}$	$\frac{a}{2\sqrt{ax+b}}$
$\sqrt[3]{ax+b}$	$\frac{a}{3\sqrt[2]{(ax+b)^2}}$

گام اول: در یک همسایگی راست $x = -2$ ، تابع f با تابع g با ضابطه $g(x) = 4 - x^2$ مساوی است؛ بنابراین داریم:

$$\begin{cases} g'(x) = -2x \\ f'_+(-2) = g'(-2) = 4 \end{cases}$$

گام دوم: بنابراین نیم‌مماس راست تابع f در $x = -2$ نیم‌خطی است که با شیب ۴ از نقطه $(-2, 0)$ می‌گذرد:

$$\underline{y - y_0 = m(x - x_0)} \rightarrow y - 0 = 4(x + 2) \Rightarrow y = 4x + 8 ; x \geq -2$$

عرض از مبدأ این نیم‌خط برابر ۸ است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

تابع $f(x) = |4 - x^2|$ را در نظر بگیرید. با استفاده از تعریف مشتق، شیب نیم‌مماس چپ تابع را در نقطه $x = -2$ محاسبه کنید.

(سؤال ۱۴ - امتحان نهایی دی ۱۴۰۴)

اگر $f(x) = 2x^3 - x$ و $g(x) = 2\sqrt{x}$ باشد، حاصل $(f - 2g)'(4)$ کدام است؟

۹۴ / ۵ (۴)

۹۴ (۳)

۹۶ (۲)

۹۵ / ۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشتق و جبر توابع:

درسی Box

$$(f \pm g)' = f' \pm g'$$

$$(f \times g)' = f'g + g'f$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - g'f}{g^2}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: در ابتدا داریم:

$$(f - 2g)'(4) = f'(4) - 2g'(4) \quad (*)$$

گام دوم: حالا برای هر دو تابع، مشتق را در $x = 4$ حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} f'(x) = 6x^2 - 1 \Rightarrow f'(4) = 95 \\ g'(x) = \frac{2}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow g'(4) = \frac{1}{2} \end{cases} \xrightarrow{(*)} (f - 2g)'(4) = 95 - 1 = 94$$

اگر $f(x) = 2x^3 + 1$ و $g(x) = \sqrt{x}$ باشند، حاصل $(f + g)'(4) + (f \times g)'(1)$ را به دست آورید.

(سؤال ۱۱ - امتحان نوبتی دی ۱۳۰۲)

۱۳

تابع f با ضابطه $f(x) = \cos^3 4x$ مفروض است. مقدار $f''(\frac{\pi}{4})$ کدام است؟

مشتق دوم است.

۴۸ (۴)

۳۰ (۳)

-۳۰ (۲)

-۴۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

مشتق تابع مرکب $f \circ g$:

$$(f \circ g)'(x) = g'(x) \times f'(g(x))$$

مشتق توابع مثلثاتی:

$f(x)$	$f'(x)$
$\sin^n u(x)$	$nu'(x) \cos u(x) \sin^{n-1} u(x)$
$\cos^n u(x)$	$-nu'(x) \sin u(x) \cos^{n-1} u(x)$
$\tan^n u(x)$	$nu'(x) \tan^{n-1} u(x)(1 + \tan^2 u(x))$

گام اول: ابتدا ضابطه تابع f' را به دست می آوریم:

$$\xrightarrow{\text{درس باکس}} \frac{n=3, u(x)=4x \Rightarrow u'(x)=4}{f'(x) = -12 \sin 4x \cos^2 4x}$$

گام دوم:

مشتق عامل صفرکننده: در تابع $h(x) = f(x) \times g(x)$ ، اگر $f(a) = 0$ باشد، داریم:

$$h'(a) = f'(a) \times \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

یعنی کافی است مقدار مشتق عامل صفرکننده را (در صورت وجود) در حد مابقی ضابطه تابع ضرب کنیم.

برای محاسبه $f''(\frac{\pi}{4})$ ، $\sin 4x$ عامل صفرکننده است و مطابق نکته بالا داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} (\sin 4x)' = 4 \cos 4x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{4}} -4 \\ \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (-12 \cos^2 4x) = -12 \cos^2 \pi = -12 \end{array} \right. \Rightarrow f''(\frac{\pi}{4}) = (-4)(-12) = 48$$

مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) (سؤال ۱۴ قسمت ب) - امتحان نوبت شهریور ۱۴۰۴

الف) $f(x) = (\sqrt{x} + 3x)^y$

ب) $g(x) = \cos^3(4x)$

کارت Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

نکته

نقاط بحرانی نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = (x-1)|x^2-1|$ تشکیل یک مثلث می دهند. مساحت این مثلث کدام است؟

$$\frac{7}{9} \quad (۴)$$

$$\frac{۱۶}{۲۷} \quad (۳)$$

$$\frac{۳۲}{۲۷} \quad (۲)$$

$$\frac{۳۲}{۹} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

تابع f رو دوضابطه ای بنویس.

Hint

نقطه بحرانی: نقطه $(c, f(c))$ برای نمودار تابع f بحرانی محسوب می شود، اگر و تنها اگر یکی از شروط زیر برقرار باشد:

(۱) تابع f در $x = c$ مشتق نداشته باشد.

(۲) $f'(c)$ برابر صفر باشد.

درسی Box

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ریشه های عبارت داخل قدرمطلق $x = \pm 1$ است و می توانیم ضابطه تابع f را به صورت زیر بازنویسی کنیم:

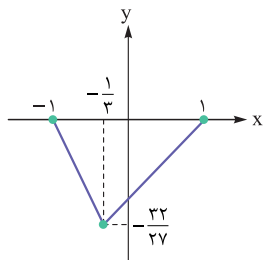
$$f(x) = \begin{cases} -(x-1)^2(x+1) & ; -1 < x < 1 \\ (x-1)^2(x+1) & ; x \leq -1 \text{ یا } x \geq 1 \end{cases}$$

گام دوم: حالا ضابطه تابع f' را به دست می آوریم:

$$f'(x) = \begin{cases} -(x-1)(3x+1) & ; -1 < x < 1 \\ (x-1)(3x+1) & ; x < -1 \text{ یا } x \geq 1 \end{cases}$$

گام سوم: تابع f در $x = -1$ مشتق ناپذیر است؛ زیرا $f'_-(-1) = 4$ و $f'_+(-1) = -4$ است. همچنین مشتق تابع f در $x = -\frac{1}{3}$ و $x = 1$ برابر صفر است.

گام چهارم: بنابراین نقاط $(-1, 0)$ ، $(-\frac{1}{3}, -\frac{32}{27})$ و $(1, 0)$ نقاط بحرانی نمودار تابع f هستند.



مساحت مثلث شکل بالا برابر است با:

$$S = \frac{2 \times \frac{32}{27}}{2} = \frac{32}{27}$$

مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع f با ضابطه $f(x) = |x^2-1|$ را روی بازه $[-2, 2]$ پیدا کنید.

(حسابان (۲) - مثال صفحه ۱۱۸ کتاب درسی)

۱۵

مقدار مینیمم مطلق تابع f ، با ضابطه $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{9}{4}x$ روی بازه $[0, 2]$ کدام است؟

$$-\frac{15}{8} \quad (4)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$-\frac{11}{6} \quad (2)$$

$$-\frac{9}{4} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

درس Box

اگر برد تابع f روی بازه $[\alpha, \beta]$ بازه $[m, M]$ باشد، m را مینیمم مطلق و M را ماکزیمم مطلق تابع f روی بازه $[\alpha, \beta]$ در نظر می‌گیریم.

برای به دست آوردن مقادیر اکسترمم مطلق تابع پیوسته f روی بازه $[\alpha, \beta]$ باید کارهای زیر را انجام دهیم:

(۱) طول نقاط بحرانی ($x = c_i$) عضو بازه (α, β) را به دست می‌آوریم.

(۲) $f(c_i)$ ها را حساب می‌کنیم.

(۳) از بین $f(c_i)$ ، $f(\alpha)$ و $f(\beta)$ ، بیشترین مقدار ماکزیمم مطلق و کم‌ترین مقدار را مینیمم مطلق تابع f در نظر می‌گیریم.

گام اول: طول نقاط بحرانی درون بازه $(0, 2)$ را به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = x^2 - \frac{9}{4} \xrightarrow{f'(x)=0} x^2 = \frac{9}{4} \xrightarrow{0 < x < 2} x = \frac{3}{2}$$

گام دوم: $f(0)$ ، $f(\frac{3}{2})$ و $f(2)$ را حساب می‌کنیم:

$$f(0) = 0$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{27}{8}\right) - \frac{9}{4}\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{9}{4}$$

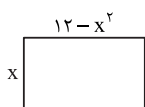
$$f(2) = \frac{1}{3}(8) - \frac{9}{4}(2) = -\frac{11}{6}$$

در نتیجه کم‌ترین مقدار تابع برابر $-\frac{9}{4} = -2\frac{1}{4}$ است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

مقدار مینیمم مطلق تابع $f(x) = \frac{-1}{3}x^3 + x$ را در بازه $[0, 2]$ به دست آورید. (سؤال ۱۶ - امتحان نوبتی شهریور ۱۴۰۴)

آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع محیط مستطیل زیر (بر حسب x)، زمانی که مقدار مساحت مستطیل ماکزیمم شود، کدام است؟



همان مشتق تابع محیط است.

$$6 \quad (2)$$

$$-6 \quad (1)$$

$$-3 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ضابطه تابع مساحت مستطیل بر حسب x به صورت زیر است:

$$S(x) = x(12 - x^2) = 12x - x^3 ; 0 < x < \sqrt{12}$$

این تابع در نقطه بحرانی‌اش ماکزیمم می‌شود:

$$S'(x) = 12 - 3x^2 \xrightarrow{S'(x)=0} x^2 = 4 \xrightarrow{0 < x < \sqrt{12}} x = 2$$

گام دوم: ضابطه تابع محیط مستطیل بر حسب x به صورت زیر است:

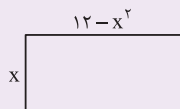
$$P(x) = 2(x + 12 - x^2) = -2x^2 + 2x + 24 ; 0 < x < \sqrt{12}$$

گام سوم: خواسته سؤال آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع P در $x = 2$ است:

$$P'(x) = -4x + 2 \xrightarrow{x=2} P'(2) = -6$$

(سؤال ۱۷ - امتحان نهایی دی ۱۴۰۴)

ماکزیمم مقدار مساحت مستطیل به ابعاد x و $12 - x^2$ را به دست آورید.



تابع f با ضابطه $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ مفروض است. اگر $x = 1$ طول یکی از اکسترم‌های نسبی و $x = -1$ طول

نقطه عطف نمودار تابع f باشد، حاصل $a \times b$ کدام است؟
 $f'(1) = 0$ است.

$f''(-1) = 0$ است.

۲۷ (۴)

-۲۷ (۳)

۳ (۲)

-۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

درس‌Box

جهت تقعر: علامت $f''(x)$ جهت گودی یا تقعر نمودار تابع f را نشان می‌دهد؛ به این ترتیب که اگر $f''(x) > 0$ باشد، گودی رو به بالا و اگر $f''(x) < 0$ باشد، گودی رو به پایین است.
 در جدول زیر وضعیت f' و f'' را می‌بینیم:

	$f' < 0$	$f' > 0$
$f'' < 0$		
$f'' > 0$		

نقطه عطف: نقطه $(c, f(c))$ برای نمودار تابع f عطف محسوب می‌شود؛ اگر دو شرط زیر در مورد آن برقرار باشد:

(۱) نمودار تابع f در $x = c$ خط مماس داشته باشد.

(۲) جهت تقعر نمودار تابع f در $x = c$ تغییر کند.

طول نقطه عطف نمودار تابع درجه سوم $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ برابر $-\frac{b}{3a}$ است.

نکته

گام اول: $x = -1$ طول نقطه عطف نمودار تابع f است، پس طبق نکته داریم:

پاسخ خیلی تشریحی

$$-\frac{a}{3} = -1 \Rightarrow a = 3$$

گام دوم: از طرفی چون $x = 1$ طول نقطه اکسترم نسبی نمودار تابع f است، باید $f'(1)$ را برابر صفر قرار دهیم:

$$\xrightarrow{a=3} f(x) = x^3 + 3x^2 + bx \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 6x + b$$

$$\xrightarrow{f'(1)=0} 3 + 6 + b = 0 \Rightarrow b = -9$$

بنابراین $a \times b = -27$ است.

در تابع درجه سوم، طول نقطه عطف، میانگین طول نقاط اکسترم نسبی است، پس اگر طول یکی از نقاط اکسترم ۱ و طول نقطه عطف -1 باشد، طول نقطه اکسترم دیگر برابر -3 خواهد بود، یعنی $x = -3$ و $x = 1$ صفرهای تابع $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ هستند:

$$\begin{cases} S = -\frac{B}{A} = -\frac{2a}{3} = -2 \Rightarrow a = 3 \\ P = \frac{C}{A} = \frac{b}{3} = -3 \Rightarrow a = -9 \end{cases} \Rightarrow a \times b = -27$$

مقادیر a و b را در تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ طوری به دست آورید که $x = 2$ طول نقطه اکسترم نسبی و $x = 0$ طول نقطه عطف نمودار تابع f باشد.
 (سوال ۱۶- امتحان نهایی دی ۱۴۰۴)

یه جور دیگه

در نمودار کدام تابع، جهت تقعر در مبدأ مختصات تغییر می‌کند، اما این نقطه عطف نیست؟

$$g(x) = x^2 |x| \quad (۲)$$

$$f(x) = x |x| \quad (۱)$$

$$k(x) = (x^2 - 1) |x| - x \quad (۴)$$

$$h(x) = (x - 1) |x| - x \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۳

تابع f با ضابطه $f(x) = (x - x_0)^n |x - x_0|$ به ازای هر n طبیعی در $x = x_0$ مشتق‌پذیر و $f'(x_0) = 0$ است.

گام اول: جهت تقعر نمودار تابع در $x = x_0$ تغییر می‌کند، اما این نقطه برای نمودار تابع عطف محسوب نمی‌شود؛ بنابراین نتیجه می‌گیریم که تابع مورد نظر در $x = x_0$ نباید خط مماس داشته باشد.

تابع f و g طبق نکته بالا در $x = 0$ مشتق‌پذیرند و خط مماس دارند، بنابراین قابل قبول نیستند.

گام دوم: پس توابع h و k را جداگانه بررسی می‌کنیم:

$$h(x) = \begin{cases} -x^2 & ; x < 0 \\ x^2 - 2x & ; x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow h'(x) = \begin{cases} -2x & ; x < 0 \\ 2x - 2 & ; x > 0 \end{cases} \Rightarrow h''(x) = \begin{cases} -2 & ; x < 0 \\ 2 & ; x > 0 \end{cases}$$

$$k(x) = \begin{cases} -x^3 & ; x < 0 \\ x^3 - 2x & ; x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow k'(x) = \begin{cases} -3x^2 & ; x < 0 \\ 3x^2 - 2 & ; x > 0 \end{cases} \Rightarrow k''(x) = \begin{cases} -6x & ; x < 0 \\ 6x & ; x > 0 \end{cases}$$

گام سوم: هر دو تابع h و k در $x = 0$ مشتق‌ناپذیرند (خط مماس ندارند)، اما تابع h است که در این نقطه جهت تقعر نمودار آن تغییر می‌کند؛ k'' همواره مثبت است.

نمودار تابع f را به گونه‌ای رسم کنید که در نقطه‌ای مانند a جهت تقعر عوض شود ولی این نقطه، نقطه عطف نباشد.

(مسئله ۲ - تمرین صفحه ۱۳۶ کتاب درسی)



پاسخ خیلی تشریحی ✓

۱۹ اگر $B = [b_{ij}]_{3 \times 2}$ و $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ به طوری که $a_{ij} = \begin{cases} i^2 - 1 & i = j \\ i + j & i > j \\ i - j & i < j \end{cases}$ و $b_{ij} = \begin{cases} 4 - j^2 & i = j \\ j - i & i > j \\ i + j & i < j \end{cases}$ ، آن گاه دترمینان

ماتریس $A \times B$ کدام است؟

۳۴ (۴)

۳۳ (۳)

۳۲ (۲)

۳۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

(۱) دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ برابر است با $|A| = ad - bc$

(۲) درایه واقع بر سطر i ام و ستون j ام ماتریس AB از ضرب سطر i ام ماتریس A در ستون j ام ماتریس B به دست می آید.

گام اول: به کمک رابطه‌های داده شده، درایه‌های ماتریس‌های A و B را به دست می آوریم:

$$A = \begin{bmatrix} 1^2 - 1 & 1 - 2 & 1 - 3 \\ 2 + 1 & 2^2 - 1 & 2 - 3 \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow i = 1 \\ \leftarrow i = 2 \end{matrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4 - 1^2 & 1 + 2 \\ 1 - 2 & 4 - 2^2 \\ 1 - 3 & 2 - 3 \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow i = 1 \\ \leftarrow i = 2 \\ \leftarrow i = 3 \end{matrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \text{ و } A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 3 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

گام دوم: ماتریس AB را محاسبه می کنیم:

$$AB = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 3 & 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 8 & 10 \end{bmatrix}$$

گام سوم: دترمینان ماتریس AB را حساب می کنیم:

$$\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 8 & 10 \end{vmatrix} = 5 \times 10 - 2 \times 8 = 50 - 16 = 34$$

اگر $B = [b_{ij}]_{2 \times 3}$ و $A = [a_{ij}]_{3 \times 2}$ به صورت زیر معرفی شده باشند، ابتدا A و B را با درایه‌هایشان نوشته و سپس $A \times B$ و $B \times A$ را به دست آورید. (هندسه (۳) - تمرین ۷ صفحه ۲۱ کتاب درسی)

$$a_{ij} = \begin{cases} i^2 - 1 & i = j \\ i - j & i > j \\ j - i & i < j \end{cases}, \quad b_{ij} = \begin{cases} i^2 + 1 & i = j \\ i + j & i > j \\ i - j + 2 & i < j \end{cases}$$

۲۰ اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ، آن گاه دترمینان وارون ماتریس $2A^{10} + A^{23}$ کدام است؟

- ۵ (۱) ۰/۲ (۳)
 -۵ (۲) ۰/۲ (۴)

مشاوره محاسبه توان‌های بزرگ ماتریس‌ها، از تیپ‌های پرتکرار در آزمون‌های تستی و تشریحی است.

پاسخ: گزینه ۳

Hint ماتریس A^2 را محاسبه کنید.

(۱) ماتریس همانی: ماتریسی اسکالر است که همه درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن ۱ باشند، مثلاً $I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

و ... ماتریس همانی، عضو بی اثر عمل ضرب ماتریس‌ها است، یعنی اگر A و B قابل ضرب در I باشند، آن گاه $AI = A$ و $IB = B$ ؛ بنابراین اگر n عددی طبیعی باشد، آن گاه $I^n = I$.

(۲) اگر m و n دو عدد طبیعی و k عددی حقیقی باشد، آن گاه:

الف) $(A^m)^n = A^{mn}$

ب) $A^m \cdot A^n = A^{m+n}$

پ) $(kA)^m = k^m A^m$

(۳) هر ماتریس مربعی، مانند A با شرط $|A| \neq 0$ وارون پذیر است و داریم:

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ماتریس A^2 را محاسبه می‌کنیم:

$$A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

گام دوم: با توجه به این که $A^2 = -I$ ، داریم:

$$A^{10} = (A^2)^5 = (-I)^5 = (-1)^5 I^5 = -I$$

$$A^{23} = (A^{10})^2 A^3 = (-I)^2 (-I) A = -A$$

$$\Rightarrow 2A^{10} + A^{23} = -2I - A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

گام سوم: اگر در نظر بگیریم $B = 2A^{10} + A^{23}$ ، آن گاه:

$$|B| = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} = 4 + 1 = 5 \Rightarrow |B^{-1}| = \frac{1}{|B|} = \frac{1}{5} = 0/2$$

(سؤال ۲ - امتحان نهایی دی ۱۴۰۳)

با فرض $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ماتریس A^{49} را محاسبه کنید.

۲۱ اگر A ، ماتریسی وارون پذیر باشد، به طوری که $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & |A| & 1 \\ 0 & 2 & |A| \end{bmatrix}$ ، آن گاه مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

از طرفین تساوی دترمینان بگیرید.



درس Box

برای محاسبه دترمینان هر ماتریس 3×3 ، می‌توان آن را برحسب هر سطر یا ستونی به دست آورد که حاصل، در همه حالت‌ها یکسان خواهد بود. مثلاً اگر بخواهیم دترمینان را برحسب سطر اول محاسبه کنیم، داریم:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = (-1)^{1+1} a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + (-1)^{1+2} a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + (-1)^{1+3} a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

مجموع شماره سطر و ستون a_{11}

دترمینان حاصل از حذف سطر و ستونی که a_{11} در آن قرار دارد.

اگر در بین درایه‌های یک ماتریس 3×3 عدد صفر وجود داشته باشد، بهتر است برای ساده‌شدن محاسبات، دترمینان را برحسب سطر یا ستونی که بیشترین صفر در آن وجود دارد، محاسبه کنیم.



گام اول: از طرفین تساوی $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & |A| & 1 \\ 0 & 2 & |A| \end{bmatrix}$ دترمینان می‌گیریم و دترمینان سمت راست تساوی را برحسب سطر اول محاسبه می‌کنیم:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & |A| & 1 \\ 0 & 2 & |A| \end{vmatrix} \Rightarrow |A| = 1 \begin{vmatrix} |A| & 1 \\ 2 & |A| \end{vmatrix} - 0 + 1 \begin{vmatrix} 1 & |A| \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \Rightarrow |A| = |A|^2 - 2 + 2 \Rightarrow |A| = |A|^2$$

گام دوم: از $|A| = |A|^2$ نتیجه می‌گیریم $|A| = 0$ یا $|A| = 1$ ، اما طبق فرض سؤال، A ماتریسی وارون پذیر است، پس $|A| = 0$ را نمی‌پذیریم و تنها $|A| = 1$ قابل قبول است.

گام سوم: به ازای $|A| = 1$ ، داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌های } A = 8$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

(سؤال ۴ - امتحان نوبی فرورد ۱۴۰۲)

اگر $A = \begin{bmatrix} |A| & 0 & 1 \\ 1 & |A| & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $|A|$ را بیابید.

سطح مقطع یک صفحه با یک سطح استوانه‌ای، کدام نمی‌تواند باشد؟

- (۲) دو خط موازی
(۴) سهمی

- (۱) یک خط
(۳) بیضی

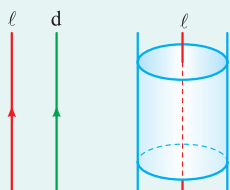
مشاوره مشابه تمرین ۶، صفحه ۳۹ کتاب درسی

پاسخ: گزینه ۴

سطح استوانه‌ای:

درس‌Box

در شکل (۱) دو خط d و l موازی‌اند. اگر خط d را مثل شکل (۲) حول خط l دوران بدهیم، به سطحی به اسم سطح استوانه‌ای می‌رسیم.



شکل (۱)

شکل (۲)

سطح مقطع‌های مختلف با سطح استوانه‌ای:

مقطع حاصل	شکل	وضعیت صفحه و سطح استوانه‌ای
		۱ اگر صفحه بر محور عمود باشد، سطح مقطع یک دایره است.
		۲ اگر صفحه به طور مایل محور را قطع کند، فصل مشترک یک بیضی است.
		۳ اگر صفحه به موازات محور سطح استوانه‌ای، آن را قطع کند، سطح مقطع، دو خط موازی است. حواستون باشد: در این حالت فاصله صفحه از محور، باید کم‌تر از فاصله مولد تا محور باشد.
		۴ اگر صفحه به موازات محور سطح استوانه‌ای بر آن مماس باشند، سطح مقطع یک خط است.

با توجه به درس باکس، سطح مقطع یک صفحه با سطح استوانه‌ای، هیچ‌گاه نمی‌تواند سهمی باشد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

هرگاه دو خط d و l موازی باشند، از دوران d حول l سطحی ایجاد می‌شود که آن را یک سطح استوانه‌ای می‌نامیم. حال فرض کنید صفحه P ، یک سطح استوانه‌ای را قطع کند. در حالت‌های مختلف دربارهٔ سطح مقطع حاصل بحث کنید (چهار حالت).

(هندسه (۳) - تمرین ۶ صفحه ۳۹ کتاب درسی)

دو دایره با معادله‌های $x^2 + y^2 = 2$ و $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ نسبت به هم چه وضعی دارند؟

- (۱) مماس داخل
(۲) مماس خارج
(۳) متقاطع
(۴) متداخل

- (۱) مماس داخل
(۲) متقاطع
(۳) متقاطع
(۴) متداخل

مشاوره مشابه سؤال ۱۰، نهایی هندسه (۳)، دی ۱۴۰۴

پاسخ: گزینه ۳

درس: Box

(۱) در معادله استاندارد دایره یعنی $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2$ ، مختصات مرکز به صورت $O(\alpha, \beta)$ و شعاع برابر با R است.
(۲) در معادله گسترده دایره، یعنی $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ ، مختصات مرکز به صورت $O(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2})$ و شعاع دایره برابر با $R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}$ است.

وضعیت دو دایره نسبت به هم:

(۳) دو دایره با شعاع‌های r ، r' و خط‌المركزین $OO' = d$ ، وضعیت مختلف زیر را می‌تواند نسبت به هم داشته باشند:

وضعیت	متخارج	مماس خارج	متقاطع	مماس داخل	متداخل
شکل					
شرط	$d > r + r'$	$d = r + r'$	$ r - r' < d < r + r'$	$d = r - r' $	$0 \leq d < r - r' $

با توجه به جدول بالا، برای این‌که بینیم دو دایره نسبت به هم چه وضعیتی دارند، باید مقدار « $r + r'$ »، « $|r - r'|$ » و d را با هم مقایسه کنیم.

گام اول: مختصات مرکز دایره $x^2 + y^2 = 2$ به صورت $O(0, 0)$ و شعاع آن $r = \sqrt{2}$ است.

گام دوم: مختصات مرکز دایره $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ به صورت $O'(1, -1)$ و شعاع آن $r' = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 4 - 0} = \sqrt{2}$ است.

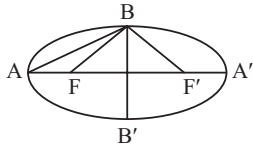
گام سوم: فاصله مرکزهای دو دایره $OO' = \sqrt{(1-0)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{2}$ است. از آن‌جا که $\underbrace{|r - r'|}_0 < \underbrace{OO'}_{\sqrt{2}} < \underbrace{r + r'}_{2\sqrt{2}}$ ، دو دایره متقاطع‌اند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

وضعیت نسبی دو دایره $x^2 + y^2 = 9$ و $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$ را نسبت به هم مشخص کنید.

(سؤال ۱۰- امتحان نهایی دی ۱۴۰۴)

در شکل زیر، رأس‌ها و کانون‌های بیضی مشخص شده‌اند. اگر نسبت مساحت مثلث BFF' به مساحت مثلث ABF سه برابر خروج از مرکز بیضی باشد، مقدار عددی خروج از مرکز کدام است؟



$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{2}{5} \quad (3)$$

$$\frac{3}{5} \quad (4)$$

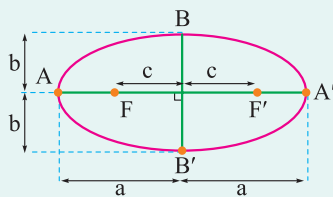
مشاوره مشابه سؤال ۱۱، نهایی هندسه (۳)، خرداد ۱۴۰۳

پاسخ: گزینه ۱

(۱) در هر بیضی، طول قطر بزرگ را $2a$ ، طول قطر کوچک را $2b$ و فاصله بین دو کانون را با $2c$ نمایش می‌دهیم.

(۲) قطر بزرگ و قطر کوچک هر بیضی بر هم عمودند.

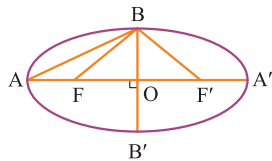
(۳) در هر بیضی، خروج از مرکز به صورت $e = \frac{c}{a}$ تعریف می‌شود.



درس‌Box

گام اول: با توجه به شکل، داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$\frac{S(BFF')}{S(ABF)} = \frac{\frac{1}{2} BO \cdot FF'}{\frac{1}{2} BO \cdot AF} = \frac{FF'}{AF} = \frac{2c}{a-c} \quad (*)$$

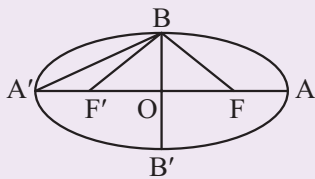
گام دوم: بنا به فرض سؤال، داریم $\frac{S(BFF')}{S(ABF)} = 3e$ ، پس با توجه به تساوی (*)، داریم:

$$\frac{2c}{a-c} = 3e \Rightarrow \frac{2c}{a-c} = 3\left(\frac{c}{a}\right) \Rightarrow \frac{2}{a-c} = \frac{3}{a} \Rightarrow 2a = 3a - 3c \Rightarrow 3c = a \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow e = \frac{1}{3}$$

یک بیضی به مرکز O و کانون‌های F و F' مطابق شکل زیر مفروض است. اگر $S_{\triangle FBF'} = 4S_{\triangle BA'O}$ باشد، خروج از

(سؤال ۱۱ - امتحان نهایی فرداد ۱۴۰۳)

مرکز بیضی را به دست آورید.



۲۵

کانون سهمی $y^2 = 2x - 4y$ و نقاط تقاطع آن با محورهای مختصات، رأس‌های یک چندضلعی هستند. مساحت این چندضلعی کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

مشاوره مشابه تمرین ۷ صفحه ۵۸ کتاب درسی

پاسخ: گزینه ۱

معادله سهمی را به صورت استاندارد بنویسید.

Hint

درس‌Box

(۱) در سهمی به معادله $(y - \beta)^2 = 4a(x - \alpha)$ ، مختصات کانون به صورت $F(\alpha + a, \beta)$ است.

(۲) برای به دست آوردن طول نقاط تقاطع یک منحنی با محور y ها، مقدار $x = 0$ را در معادله آن قرار می‌دهیم، جواب‌های معادله حاصل برحسب y ، طول نقاط تقاطع آن منحنی با محور y ها هستند. برای به دست آوردن نقاط تقاطع یک منحنی با محور x ها، مقدار $y = 0$ را در معادله آن قرار داده و نظیر همین فرایند را پیاده می‌کنیم.

گام اول: معادله سهمی را به صورت استاندارد می‌نویسیم:

$$y^2 = 2x - 4y \Rightarrow y^2 + 4y = 2x \Rightarrow (y + 2)^2 - 4 = 2x \Rightarrow (y + 2)^2 = 2x + 4$$

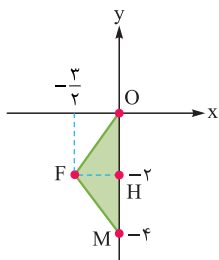
$$\Rightarrow (y + 2)^2 = 2(x + 2) \Rightarrow 4a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow F(-2 + \frac{1}{2}, -2) = (-\frac{3}{2}, -2)$$

گام دوم: نقاط تقاطع سهمی را با محورهای مختصات به دست می‌آوریم:

$$y^2 = 2x - 4y \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y^2 = 0 - 4y \Rightarrow y^2 + 4y = 0 \Rightarrow y = 0, y = -4 \\ y = 0 \Rightarrow 0 = 2x - 0 \Rightarrow x = 0 \end{cases}$$

گام سوم: با توجه به شکل زیر، مساحت مثلث FOM را می‌خواهیم که برابر است با:



$$S(FOM) = \frac{1}{2} FH \cdot OM = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 4 = 3$$

سهمی $y^2 = 2x - 4y$ مفروض است. مختصات رأس و کانون سهمی را یافته و آن را رسم کنید. همچنین مختصات نقاط برخورد سهمی و محورهای مختصات را بیابید.
(هنر سه (۳) - تمرین ۷ صفحه ۵۸ کتاب درسی)

۲۶ از نقطه $M(2, -1)$ مماسی بر دایره به معادله $x^2 + y^2 - 4x + 4y + 7 = 0$ رسم کرده‌ایم. کدام نقطه زیر روی این

خط مماس قرار دارد؟

(۲) $(1, -2)$

(۱) $(-3, 2)$

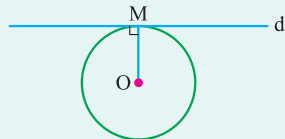
(۴) $(3, -1)$

(۳) $(3, 1)$

مشاوره مشابه مثال صفحه ۴۵ کتاب درسی

پاسخ: گزینه ۳

برای نوشتن معادله مماس بر دایره از نقطه‌ای روی آن، مطابق شکل باید ابتدا مرکز دایره را یافته، شیب OM را بیابیم و سپس شیب خط مماس را با قرینه و معکوس کردن شیب OM پیدا کنیم.



با داشتن شیب خط مماس و نقطه M ، می‌توان معادله خط مماس را نوشت.

$$x^2 + y^2 - 4x + 4y + 7 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 - 4 + (y + 2)^2 - 4 + 7 = 0$$

$$(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 1 \Rightarrow \text{مرکز } O(2, -2) \xrightarrow{M(2, -1)} OM \text{ شیب} = \frac{-1 - (-2)}{2 - 2} = \infty$$

پس شیب خط مماس باید صفر باشد و معادله خط مماس برابر است با $y = 1$. از بین نقاط گزینه‌ها فقط نقطه $(3, 1)$ روی این خط قرار دارد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در نقطه $A(2, 3)$ روی دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3$ مماسی بر آن رسم کرده‌ایم. معادله خط مماس را به دست آورید.

(هندسه (۳) - مثال صفحه ۵۴ کتاب درسی)

۲۷ چند نقطه با مختصات صحیح، در رابطه $\{x, y \mid x, y \in \mathbb{R}, x^2 < y \leq 3\}$ وجود دارد؟

۱۰ (۴)

۵ (۳)

۷ (۲)

۹ (۱)

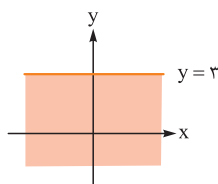
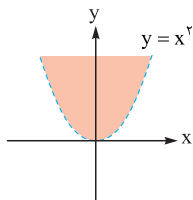
مشاوره مشابه کار در کلاس ۱-ج،
صفحه ۶۳ کتاب درسی

پاسخ: گزینه ۲

رابطه را به صورت اشتراک دو رابطه $x^2 < y$ و $y \leq 3$ در نظر بگیرید.

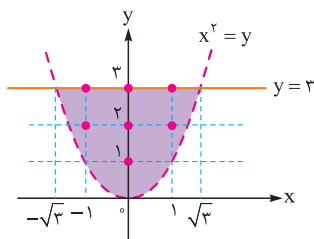
گام اول: از $x^2 < y \leq 3$ ، می توان نتیجه گرفت $x^2 < y$ و $y \leq 3$.

گام دوم: هر یک از دو رابطه $x^2 < y, y \leq 3$ را جداگانه در دستگاه مختصات رسم می کنیم. نواحی رنگ شده در هر شکل محدوده های $x^2 < y, y \leq 3$ را مشخص می کند.



گام سوم: نمودار $x^2 < y \leq 3$ از اشتراک $x^2 < y$ و $y \leq 3$ به دست می آید.

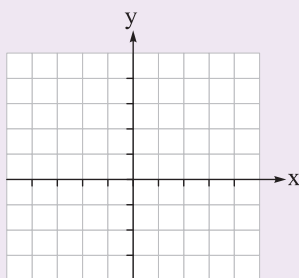
با توجه به شکل، هفت نقطه مشخص شده در شکل زیر، مختصات صحیح دارند و در رابطه مورد نظر سؤال صدق می کنند که عبارتند از:



$$\{(0, 1), (0, 2), (0, 3), (-1, 2), (-1, 3), (1, 2), (1, 3)\}$$

برای هر یک از روابط زیر ابتدا چند نقطه از صفحه که در آن رابطه صدق می کند را مشخص کنید و سپس شکل کلی مربوط به آن رابطه را تعیین نمایید.

(هندسه (۳) - تمرین کار در کلاس ۱ صفحه ۱۳ کتاب درسی)



$$(ج) \quad x^2 < y \leq 2$$

نقطه A به ارتفاع ۳ واقع بر محور zها و نقطه B به طول و عرض ۱ روی صفحه xy واقع است. فاصله نقطه وسط پاره خط AB از مبدأ مختصات کدام است؟

$$\sqrt{2/5} \quad (۲)$$

$$\sqrt{3/5} \quad (۴)$$

$$\sqrt{2/75} \quad (۱)$$

$$\sqrt{3/25} \quad (۳)$$

مشاوره مشابه سؤال ۱۴، نهایی
هندسه ۳، خرداد ۱۴۰۲

پاسخ: گزینه ۱

فرم کلی نقاط روی محورهای مختصات و صفحات دستگاه مختصات:

(۱) اگر نقطه روی یکی از محورهای مختصات باشد، در مختصات نقطه، مؤلفه مربوط به دو محور دیگر برابر صفر است. مثلاً اگر نقطه A روی محور xها باشد، در مختصاتش، مؤلفه‌های y و z را صفر می‌گذاریم:

$$A(x, 0, 0)$$

(۲) اگر نقطه روی یکی از صفحه‌های مختصات باشد، در مختصات نقطه، مؤلفه‌ای که در اسم صفحه حضور ندارد، برابر صفر است. مثلاً فرض کنید نقطه A روی صفحه yz باشد. چون در صفحه xy حضور ندارد، پس در مختصات نقطه A، مؤلفه x را صفر می‌گذاریم:

$$A(0, y, z)$$

خلاصه همه حرف‌های بالا می‌شود جدول زیر:

صفحه ZX	صفحه yz	صفحه xy	محور zها	محور yها	محور xها	جای نقطه
$A(x, 0, z)$	$A(0, y, z)$	$A(x, y, 0)$	$A(0, 0, z)$	$A(0, y, 0)$	$A(x, 0, 0)$	فرم کلی مختصات

گام اول: مختصات نقطه A به صورت $A(0, 0, 3)$ و مختصات نقطه B به صورت $B(1, 1, 0)$ است.

گام دوم: مختصات وسط پاره خط AB (نقطه M) را به دست می‌آوریم:

$$M\left(\frac{1+0}{2}, \frac{1+0}{2}, \frac{0+3}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

گام سوم: با در نظر گرفتن $O(0, 0, 0)$ و $M\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ ، طول پاره خط OM را محاسبه می‌کنیم:

$$OM = \sqrt{\left(\frac{1}{2}-0\right)^2 + \left(\frac{1}{2}-0\right)^2 + \left(\frac{3}{2}-0\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{11}{4}} = \sqrt{2/75}$$

نقطه A به ارتفاع ۳ روی محور zها و نقطه B(1, 0, 1) در فضا مفروض‌اند، فاصله مختصات وسط AB تا مبدأ مختصات را حساب کنید.

(سؤال ۱۴ - امتحان نوبتی خرداد ۱۴۰۲)

درس Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۲۹ اگر $\vec{a} = \vec{j} + 10\vec{k}$ ، $\vec{b} = (4, 1, 5)$ و $\vec{c} = (1, -2, 2)$ ، آن گاه طول تصویر قائم بردار \vec{a} بر امتداد بردار $\vec{b} + \vec{c}$ ، کدام است؟

$$4/2\sqrt{3} \quad (2)$$

$$4\sqrt{3} \quad (1)$$

$$4/6\sqrt{3} \quad (4)$$

$$4/4\sqrt{3} \quad (3)$$

مشاوره مشابه تمرین ۴، صفحه ۸۴ کتاب درسی

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

(۱) طول بردار $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ برابر است با $|\vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$.

(۲) حاصل ضرب داخلی دو بردار $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ و $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ برابر است با $\vec{u} \cdot \vec{v} = u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3$.

(۳) طول تصویر قائم بردار \vec{u} بر \vec{v} ، برابر است با $|\vec{u}'| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{v}|}$.

گام اول: اگر $\vec{b} = (4, 1, 5)$ و $\vec{c} = (1, -2, 2)$ ، آن گاه $\vec{b} + \vec{c} = (5, -1, 7)$.

گام دوم: اگر $\vec{v} = (5, -1, 7)$ ، آن گاه $|\vec{v}| = \sqrt{25 + 1 + 49} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$.

گام سوم: طول تصویر قائم بردار $\vec{a} = (0, 1, 10)$ بر امتداد بردار $\vec{v} = (5, -1, 7)$ ، برابر است با:

$$|\vec{a}'| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{v}|}{|\vec{v}|} = \frac{|0 \cdot 5 - 1 \cdot 5 + 10 \cdot 7|}{5\sqrt{3}} = \frac{69}{5\sqrt{3}} = \frac{23}{5} \times \frac{3}{\sqrt{3}} = 4/6\sqrt{3}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

اگر $\vec{c} = (-1, 1, 4)$ ، $\vec{b} = (3, -4, 2)$ و $\vec{a} = (1, -3, 4)$ باشند، آن گاه تصویر قائم \vec{a} بر امتداد $\vec{b} + \vec{c}$ را به دست آورید.

(هندسه (۳) - تمرین ۴ صفحه ۸۴ کتاب درسی)

۳۰

متوازی‌السطوح ایجادشده توسط سه بردار $\vec{a} = (0, -1, 1)$ ، $\vec{b} = (1, 0, -1)$ و $\vec{c} = (0, -1, -1)$ را در نظر بگیرید. طول

ارتفاعی از این متوازی‌السطوح که بر صفحه شامل دو بردار \vec{b} و \vec{c} وارد می‌شود، کدام است؟

$$\frac{1}{3}\sqrt{3} \quad (۲)$$

$$\sqrt{3} \quad (۱)$$

$$۲\sqrt{3} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{3}\sqrt{3} \quad (۳)$$

مشاوره این سؤال، سؤال مهمی است، چون نمونه آن را هم در امتحان نهایی و هم در کنکور داشته‌ایم.

پاسخ: گزینه ۳

گام اول: حجم متوازی‌السطوح ایجادشده توسط سه بردار \vec{a} ، \vec{b} و \vec{c} را محاسبه می‌کنیم:

$$|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix} = |0 \cdot (-1) - 1| = ۲$$

گام دوم: بردار $\vec{b} \times \vec{c}$ را محاسبه و به کمک آن مساحت متوازی‌الاضلاع حاصل از \vec{b} و \vec{c} را به دست می‌آوریم:

$$\vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \Rightarrow |\vec{b} \times \vec{c}| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + (-1)^2} = \sqrt{3}$$

گام سوم: طول ارتفاع مورد نظر، برابر است با:

$$|\vec{h}| = \frac{|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|}{|\vec{b} \times \vec{c}|} = \frac{۲}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$$

بردارهای $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$ ، $\vec{b} = (0, 1, 1)$ و $\vec{c} = \vec{i} + \vec{k}$ بر سه یال یک متوازی‌السطوح منطبق هستند. اگر قاعده این متوازی‌السطوح توسط بردارهای \vec{b} و \vec{c} تولید شود، اندازه ارتفاع وارد بر این وجه را محاسبه کنید.

(سؤال ۱۶ - امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۲)

کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

(۱) به ازای هر عدد طبیعی n داریم $(n+2, n) = 2$.(۲) α و β اعداد گنگ و $\alpha + \beta$ گویا است. $\frac{\alpha + \beta}{\alpha - \beta}$ عددی گنگ است.(۳) x و y دو عدد حقیقی دلخواه هستند: $(x-1)^2 + (x-y)^2 \geq 0 \leftrightarrow x^2 + \frac{1}{4}(y^2 + 1) \geq x + xy$ (۴) $A = \{4, 5\}$ یک زیرمجموعه از مجموعه $S = \{1, 2, \dots, 6\}$ است و $n \in S$ ، اگر $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$ یک عدد زوج باشد، آن‌گاه $n \in A$.

مشاوره درس اول نظریه اعداد روش‌های استدلال سؤال نهایی این قسمت بیشتر از اثبات بازگشتی بوده است. روی تمرین‌های این درس مسلط باشید.

پاسخ: گزینه ۳

برای سه تا گزینه مثال نقض پیدا کن.

Hint

درس‌Box

گویا یا گنگ بودن جمع، تفریق و ضرب اعداد

ضرب	جمع و تفریق (نوع اثبات)	هر دو گویا
گویا (اثبات مستقیم)	گویا (اثبات مستقیم)	هر دو گویا
(اگر عدد گویا صفر باشد، صفر ولی ضرب گویای ناصفر در گنگ، گنگ است.)	گنگ (برهان خلف)	یکی گویا و یکی گنگ
ممکن است گنگ یا گویا	ممکن است گنگ یا گویا	هر دو گنگ

روش اثبات حکم p با گزاره‌های هم‌ارز (اثبات بازگشتی): سعی می‌کنیم با اعمال دوطرفه ضرب، تقسیم، جمع و تفریق، ترکیب‌های درست دوشروطی $r \leftrightarrow q \leftrightarrow p$ بسازیم تا جایی که به یک رابطه همواره درست برسیم. چون آخرین گزاره همواره درست و ترکیب‌های دوشروطی هم درست هستند. پس هم گزاره‌ها هم‌ارز بوده و هم حکم p درست می‌شود (یعنی ثابت می‌شود).

نکته: درستی نامساوی‌ها معمولاً به روش گزاره‌های هم‌ارز (اثبات بازگشتی) ثابت می‌شود.

انواع روش‌های اثبات

نوع اثبات	روش کار	کاربرد
مستقیم	از درستی فرض به درستی حکم می‌رسیم.	از زوج یا فرد بودن اعداد به درستی حکم می‌رسیم.
در نظر گرفتن همه n را حالت‌بندی می‌کنیم (مثلاً زوج و فرد) و در هر کدام به درستی حکم می‌رسیم.		برای هر n می‌خواهیم حکمی را ثابت کنیم.
برهان خلف	خلاف حکم را به تناقض می‌رسانیم.	اثبات گنگ بودن اعداد - هر جا که اثبات مستقیم دشوار باشد.
بازگشتی	حکم را با اعمال دوطرفه به یک رابطه همواره درست می‌رسانیم.	نامساوی‌ها

گزینه (۱): نادرست است؛ چون ب.م.م دو عدد فرد متوالی برابر ۱ است، مثلاً $(3, 1) = 1 \rightarrow n = 1$ (دقت کنید اگر n زوج باشد $(n+2, n) = 2$).

گزینه (۲): نادرست است؛ اگر $\alpha = \sqrt{2}$ و $\beta = -\sqrt{2}$ بگیریم، $\alpha + \beta$ گویا بوده ولی $\frac{\alpha + \beta}{\alpha - \beta}$ که عددی گویا است.

گزینه (۳): درست است؛ اثبات به روش بازگشتی:

$$x^2 + \frac{1}{4}(y^2 + 1) \geq x + xy \xrightarrow{\times 4} 4x^2 + (y^2 + 1) \geq 4x + 4xy$$

$$\leftrightarrow x^2 + x^2 + y^2 + 1 - 4x - 4xy \geq 0 \leftrightarrow (x-1)^2 + (x-y)^2 \geq 0$$

گزینه (۴): نادرست است؛ اگر $n = 3$ باشد نیز $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$ زوج است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۳۲ اگر $a > 1$ ، $a \mid 9k + 4$ و $a \mid 5k + 3$ ، کدام عدد ممکن است اول باشد؟ (اعداد گزینه‌ها بزرگ‌تر از ۳ هستند).

$$(2) (a-1)q + 2$$

$$(1) (a-1)q + 5$$

$$(4) (a-1)q + 4$$

$$(3) (a-1)q + 3$$

مشاوره سؤال بسیار مهم و پرتکرار نهایی که در کنکور ۱۴۰۴ هم آمد. حواستان به اثبات‌های عاقدردن هم باشد.

پاسخ: گزینه ۱

با ضرب سمت راست در اعداد مناسب k رو حذف کن.

Hint

ویژگی‌های عاقدردن

دربس Box

از رابطه $a \mid b$ چه نتایجی می‌توانیم بگیریم.	
علامت مهم نیست.	$\pm a \mid \pm b$
دو طرف را در عدد صحیح دلخواه k ضرب کنیم.	$ka \mid kb$
دو طرف را به توان طبیعی دلخواه n برسانیم.	$a^n \mid b^n$
فقط سمت راست را به توان طبیعی n برسانیم.	$a \mid b^n$
فقط سمت راست را در عدد صحیح k ضرب کنیم.	$a \mid kb$
قدرمطلق سمت راست بزرگ‌تر یا مساوی قدرمطلق سمت چپ است.	$ a \leq b $ (باید $b \neq 0$)
به جای a می‌توانیم مقسوم‌علیه آن را قرار دهیم. (a را لاغر کنیم).	

از دو رابطه $a \mid b$ و $a \mid c$ چه نتایجی می‌توانیم بگیریم؟	
سمت راست‌ها را با هم جمع و تفریق کنیم.	$a \mid b \pm c$
سمت راست‌ها را در عدد صحیح دلخواه ضرب کرده و بعد جمع و تفریق کنیم.	$a \mid mb \pm nc$

برای اثبات رابطه‌هایی به صورت $\square \mid \bigcirc$ کافی است نشان دهیم عددی صحیح مثل q وجود دارد که $\square = \bigcirc \times q$.

نکته

گام اول: سمت راست رابطه اول را در ۵ و سمت راست دومی را در -۹ ضرب می‌کنیم:

$$a \mid 9k + 4 \xrightarrow{\times 5} a \mid 45k + 20$$

$$a \mid 5k + 3 \xrightarrow{\times (-9)} a \mid -45k - 27$$

گام دوم: سمت راست دو رابطه را جمع می‌کنیم:

$$a \mid -7 \rightarrow a \mid 7 \xrightarrow{a > 1} a = 7$$

گام سوم: در گزینه‌ها $a = 7$ قرار می‌دهیم:

می‌تواند اول باشد $\rightarrow 6q + 5$: گزینه (۱)

غیراول \rightarrow زوج بزرگ‌تر از ۲ $\rightarrow 6q + 2 = 2(3k + 1)$: گزینه (۲)

غیراول \rightarrow مضرب ۳ بزرگ‌تر از ۳ $\rightarrow 6q + 3 = 3(2q + 1)$: گزینه (۳)

غیراول \rightarrow زوج بزرگ‌تر از ۲ $\rightarrow 6q + 4 = 2(3q + 2)$: گزینه (۴)

اگر a عددی اول باشد و $a \mid 4k + 2$ و $3a \mid 5k + 1$ آن‌گاه مقدار a را بیابید. (سؤال ۶ - امتحان نهایی دی ۱۴۰۴)

ریاضیات

۳۳ $A = 1! + 2! + 3! + \dots + 100!$ بوده و دو عدد $(Aa - 5)$ و $(4a - 7)$ رقم یکان برابر دارند، رقم یکان عدد $(a^2 + 7)$

کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۳

(۳) ۱

(۴) ۳

مشاوره مهم‌ترین موضوع نظریه اعداد است. قاعده پیدا کردن باقی‌مانده، بخش‌پذیری بر اعداد خاص، معادله سیاله و هم‌نهشتی مهم‌ترین موضوعات این قسمت هستند.

پاسخ: گزینه ۲

Hint دو عدد رو به پیمانه 10^0 ، هم‌نهشت بگذار.

گام اول: رقم یکان A ، همان باقی‌مانده A در تقسیم بر 10^0 است:

$$1! + 2! + 3! + 4! + \underbrace{5! + \dots + 100!}_{\text{بر } 10^0 \text{ بخش‌پذیر}} \equiv 1 + 2 + 6 + 24 + 0 \equiv 3 \pmod{10^0}$$

گام دوم: دو عدد داده شده رقم یکان برابر دارند، پس به پیمانه 10^0 هم‌نهشت هستند. به جای A نیز ۳ قرار می‌دهیم:

$$4a - 7 \equiv 3a - 5 \pmod{10^0} \rightarrow a \equiv 2 \pmod{10^0} \xrightarrow{\text{توان } 2} a^2 \equiv 4 \pmod{10^0} \xrightarrow{+7} a^2 + 7 \equiv 11 \equiv 1 \pmod{10^0}$$

مجموع ارقام کوچک‌ترین جواب سه‌رقمی y که در معادله $11x + 16y = 116$ صدق می‌کند، کدام است؟ **۳۴**

- (۱) ۷
(۲) ۸
(۳) ۹
(۴) ۱۰

مشاوره از هر چیزی که در نهایی سؤال نیاید، از حل معادله هم‌نهستی یا سیاله سؤال می‌آید. حتماً آن را بلد باشید.

پاسخ: گزینه ۴

دو طرف را به پیمانه ۱۱ ببرید.

Hint

درسی Box

حل معادله سیاله

تعریف: به معادله $ax + by = c$ که همه ضرایب و مجهولات عدد صحیح هستند. معادله سیاله خطی درجه اول می‌گوییم.

شرط جواب: شرط این که معادله $ax + by = c$ جواب داشته باشد این است که $(a, b) | c$ (و برعکس).

روش حل معادله سیاله: معادله سیاله را به معادله هم‌نهستی تبدیل می‌کنیم. برای این کار دو طرف معادله را به پیمانه a می‌بریم، ax که مضرب a است، هم‌نهست صفر می‌شود، پس داریم:

$$ax + by \equiv c \Rightarrow by \equiv c$$

دقت کنید که می‌توانستیم به پیمانه b ببریم که در این صورت معادله به صورت $ax \equiv c$ درمی‌آید.

این که به کدام‌یک از پیمانه‌های b یا a ببریم فرقی نمی‌کند، اما معمولاً بهتر است به پیمانه‌ای ببریم که کوچک‌تر (از نظر قدرمطلق) است.

بعد از این که معادله هم‌نهستی را حل و آن متغیر را پیدا کردید، باید آن را در معادله سیاله قرار دهید تا مجهول دیگر هم به دست آید.

گام اول: باید کاری کنیم که x حذف شود، پس دو طرف معادله را به پیمانه ۱۱ می‌بریم:

$$11x + 16y \equiv 116 \xrightarrow{11x \equiv 0} 16y \equiv 116$$

گام دوم: به جای ۱۶ و ۱۱۵ هم‌نهست آن‌ها به پیمانه ۱۱ را قرار می‌دهیم:

$$16 \equiv 5 \quad \text{و} \quad 116 \equiv 6 - 1 + 1 = 6$$

گام سوم:

$$5y \equiv 6 \xrightarrow{6 \equiv -5} 5y \equiv -5 \xrightarrow{(5,1)=1} y \equiv -1$$

گام چهارم:

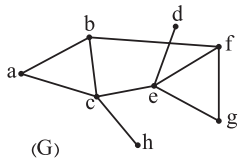
$$y = 11k - 1 \xrightarrow{\text{به ازای } k=1 \text{ کوچک‌ترین سه‌رقمی}} y = 109 \rightarrow \text{مجموع ارقام} = 10$$

نکته

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در معادله سیاله $15x + 19y = 7$ ، بزرگ‌ترین عدد ۲رقمی طبیعی که می‌توان برای x در نظر گرفت چه مقداری می‌باشد؟ (با راه حل) (سؤال ۶ - امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۲)

شخصی در یک مسابقه پرتاب دارت، در هر پرتاب ۷ یا ۹ امتیاز و در مجموع ۱۸۳ امتیاز کسب کرده است. حداکثر تعداد پرتاب‌های ۹ امتیازی او چندتا است؟ (سؤال ۷ - امتحان نهایی دی ۱۴۰۳)



۳۵ کدام گزینه در مورد گراف G نادرست است؟

$$\Delta(\bar{G}) + q(\bar{G}) = 24 \quad (1)$$

(۲) مجموعه $N_G(a) \cap N_G(c)$ یک عضو دارد.

(۳) طول بزرگ‌ترین مسیر در گراف برابر $q(G) - 2$ است.

(۴) طول بزرگ‌ترین دور گراف برابر $p(G) - 2$ است.

مشاوره روی تعریف‌ها و نمادهای گراف مسلط باشید. ۲ نمره از همین‌ها در امتحان نهایی می‌آید که معمولاً سؤال‌های بسیار ساده‌ای هستند.

پاسخ گزینه ۳

$q(\bar{G})$ همان تعداد یال‌های گراف مکمل و $\Delta(\bar{G})$ نیز ماکزیمم درجه در گراف مکمل و $N_G(v)$ مجموعه رأس‌هایی است که

به v وصل هستند.

Hint

تعاریف مهم گراف

درسی Box

مفهوم	نماد	مفهوم	نماد
سقف x	$\lceil x \rceil$	مجموعه رأس‌های گراف	$V(G)$
گراف مکمل G	G^c یا \bar{G}	مجموعه یال‌های گراف	$E(G)$
عدد احاطه‌گری گراف G	$\gamma(G)$	مرتبه گراف	p
مسیر n رأسی	P_n	اندازه گراف	q
دور n رأسی	C_n	درجه رأس v در گراف G	$\deg_G(v)$
مجموع درجات	$\sum_{i=1}^p \deg v_i$	ماکزیمم درجه	Δ
	(a, b)	مینیمم درجه	δ
همسایگی بسته رأس a	$N_G[a]$	همسایگی باز رأس a	$N_G(a)$
رأسی که درجه آن زوج است.	رأس زوج	رأسی که درجه آن فرد است.	رأس فرد

ویژگی‌ها	نماد	تعریف	نوع گراف
$pk = 2q$ که $k \leq p-1$ از بین p و k حداقل یکی زوج است.	k - منتظم	درجه همه رأس‌ها برابر k است.	منتظم
درجه هر رأس $= p-1$ $q = \frac{p(p-1)}{2}$ بیشترین تعداد یال ممکن در p رأس را دارد.	k_p	همه رأس‌ها به هم وصل هستند.	کامل p رأسی
$q(G) + q(\bar{G}) = \frac{p(p-1)}{2}$ $\deg_G(a) + \deg_{\bar{G}}(a) = p-1$ $\Delta(\bar{G}) + \delta(G) = p-1$ $\Delta(G) + \delta(\bar{G}) = p-1$	\bar{G}	رأس‌ها، همان‌ها هستند ولی رأس‌هایی که در G به هم وصل نیستند، این‌جا وصل می‌شوند.	مکمل G

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: گراف ۱۰ یال دارد، پس $q(G) = 10$. گراف ۸ رأس دارد، پس $p(G) = 8$.

گام دوم:

$$q(G) + q(\bar{G}) = \frac{p(p-1)}{2} \rightarrow 10 + q(\bar{G}) = \frac{8 \times 7}{2} = 28 \rightarrow q(\bar{G}) = 18$$

$$\Delta(\bar{G}) + \delta(G) = p - 1 \xrightarrow{\delta(G)=1} \Delta(\bar{G}) + 1 = 7 \rightarrow \Delta(\bar{G}) = 6$$

پس $\Delta(\bar{G}) + q(\bar{G}) = 24$ و گزینه (۱) درست است.

گام سوم: گزینه (۲) درست است، چون

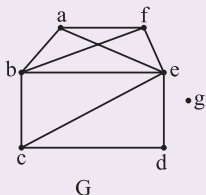
$$N_G(a) = \{b, c\} \text{ و } N_G(c) = \{a, b, h\} \rightarrow N_G(a) \cap N_G(c) = \{b\}$$

گام چهارم: بزرگ‌ترین مسیر گراف به صورت hcbafged است که طول آن برابر ۷ (همون $q - 3$) است، پس گزینه (۳) نادرست است.

بزرگ‌ترین دور گراف به صورت cabfgec است که طول آن برابر ۶ (همون $p - 2$) است.

گول نخوری ✗

(سؤال ۸ - امتحان نهایی شهریور ۱۴۰۴)



گراف G را در نظر بگیرید.

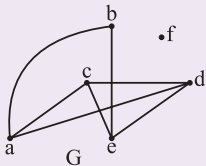
الف) مقدار $d_{\bar{G}}(e)$ را به دست آورید.

ب) حاصل $q(\bar{G})$ را به دست آورید.

پ) دوری به طول ۶ با شروع از رأس a در گراف G بنویسید.

ت) گراف G چند رأس زوج دارد؟

(سؤال ۹ - امتحان نهایی دی ۱۴۰۴)



گراف G را در نظر بگیرید.

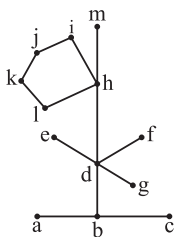
الف) مجموعه $V(G)$ و اندازه گراف G را بنویسید.

ب) مسیری به طول ۴ از a به b بنویسید.

پ) دوری به طول ۵ بنویسید که از رأس c شروع شود.

ت) اگر $N_G(x) = \{c, b, d\}$ باشد، آن‌گاه x چه رأس یا رأس‌هایی می‌تواند باشد؟

۳۶ در شکل زیر، مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال با بیشترین تعداد عضو را برابر A در نظر می‌گیریم، حاصل $\gamma(G) + n(A)$ کدام است؟



$$\gamma(P_{31}) \quad (۲)$$

$$\gamma(C_{34}) \quad (۴)$$

$$\gamma(P_{30}) \quad (۱)$$

$$\gamma(C_{27}) \quad (۳)$$

پاسخ گزینهٔ ۴

به جای برداشتن b ، رأس‌های a و c رو بردار و به جای d رأس g و f و e و همین‌جوری.

Hint

درس‌Box

بررسی عدد احاطه‌گری و تعداد γ - مجموعه‌های گراف‌های خاص

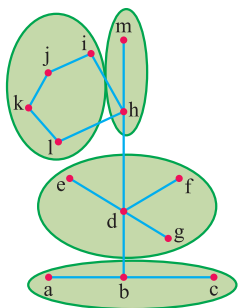
تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیم (γ - مجموعه‌ها)	عدد احاطه‌گری	گراف
P تا (هر رأس یک γ - مجموعه است).	$\gamma(K_p) = 1$	K_p (کامل)
۱ (مجموعهٔ کل رأس‌ها)	$\gamma(\bar{K}_p) = P$	\bar{K}_p (تهی)
اگر n مضرب ۳ باشد، فقط یک γ - مجموعه دارد؛ در غیر این صورت مستقیم شمارش می‌کنیم.	$\gamma(P_n) = \left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor$	P_n (مسیر)
اگر n مضرب ۳ باشد، سه تا γ - مجموعه دارد.	$\gamma(C_n) = \left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor$	C_n (دور)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: از هر کدام از رأس‌های درون دایره حداقل یک رأس باید انتخاب کنیم،

پس $\gamma \geq 4$. از طرفی مجموعهٔ $\{b, d, h, k\}$ کل رأس‌ها را احاطه می‌کند، پس: $\gamma(G) = 4$.

گام دوم: برای مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال با بیشترین تعداد عضو، کافی است مجموعهٔ $\{a, c, e, f, g, m, i, l\}$ را انتخاب کنیم، پس $n(A) = 8$.



گام سوم: $\gamma(G) + n(A) = 12$ از طرفی $\gamma(P_n) = \gamma(C_n) = \left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor$ پس داریم:

$$\gamma(P_{30}) = \left\lfloor \frac{30}{3} \right\rfloor = 10 \quad \text{و} \quad \gamma(P_{31}) = \left\lfloor \frac{31}{3} \right\rfloor = 9 \quad \text{و} \quad \gamma(C_{27}) = \left\lfloor \frac{27}{3} \right\rfloor = 9 \quad \text{و} \quad \gamma(C_{34}) = \left\lfloor \frac{34}{3} \right\rfloor = 11$$

درس‌Box

تعریف مجموعهٔ احاطه‌گر مینیم: در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف G ، مجموعه (یا مجموعه‌هایی) که کم‌ترین تعداد عضو را دارند، مجموعهٔ احاطه‌گر مینیم می‌گوییم. تعداد اعضای چنین مجموعه‌ای را عدد احاطه‌گری گراف G می‌نامیم و آن را با $\gamma(G)$ نمایش می‌دهیم. به یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیم، یک γ - مجموعه هم می‌گوییم.

تعریف مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال: مجموعهٔ احاطه‌گر که با حذف هر یک از رأس‌هایش، دیگر احاطه‌گر نباشد را احاطه‌گر مینیمال می‌گوییم.

۸ دانش‌آموز در آزمایشگاه فیزیک به ۴ گروه ۲ نفره تقسیم شده و همه گروه‌ها آزمایش یکسانی را انجام می‌دهند. گروه‌بندی به چند صورت ممکن است انجام شود؟

۱۰۵ (۴)

۲۱۰ (۳)

۶۳۰ (۲)

۲۵۲۰ (۱)

مشاوره حواستان به تقسیم $k!$ باشد، اگر k گروه با ظرفیت یکسان داشته باشیم.

پاسخ: گزینه ۴

۸ شیء رو قراره به ۴ مجموعه ۲ عضوی افراز کنی.

Hint

درس‌Box

تعداد افرازهای یک مجموعه:

فرض کنید می‌خواهیم مجموعه‌ای n عضوی را به زیرمجموعه‌های n_1, n_2, \dots, n_k و ... عضوی افراز کنیم ($n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$). تعداد حالت‌های انجام کار طبق قضیه جایگشت یا تکرار به صورت زیر به دست می‌آید:

الف) اگر n_1, n_2, \dots, n_k و ... همگی متفاوت باشند، تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$\frac{n!}{(n_1)!(n_2)! \dots}$$

مثلاً اگر بخواهیم مجموعه ۹ عضوی را به زیرمجموعه‌های ۲ و ۳ و ۴ عضوی افراز کنیم، تعداد حالت‌ها برابر $\frac{9!}{2!3!4!}$ می‌شود.

ب) اگر k تا از زیرمجموعه‌ها مثل هم باشند (تعداد عضوهای یکسانی داشته باشند)، تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$\frac{n!}{k!(n_1)!(n_2)! \dots}$$

با توجه به درس باکس داریم:

پاسخ خیلی تشریحی

$$\frac{8!}{2!2!2!2!4!} = 105$$

تعداد کل
↑
۸!
↓
۴ گروه یکسان

گام اول: ۲ نفر از ۸ نفر را انتخاب کرده و یک گروه ۲ نفره تشکیل می‌دهیم.

گام دوم: دوباره ۲ نفر از ۶ نفر باقی‌مانده را در گروه دیگر و ...

گام سوم: جابه‌جایی گروه‌ها با هم (مثلاً ۲ نفر در یک گروه با ۲ نفر در اتاق دیگر جابه‌جا شوند) فرقی نمی‌کند، پس جواب بالا باید بر $4!$ تقسیم گردد، پس تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$\frac{\binom{8}{2} \binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2}}{4!} = \frac{28 \times 15 \times 6}{4 \times 3 \times 2} = 7 \times 15 = 105$$

په‌چور دیگه

۱۰ نفر به چند طریق می‌توانند در پنج اتاق ۲ نفره یکسان واقع در یک هتل اسکان یابند؟

(سوال ۳۸ کنکور ریاضی ۱۳۰۴ - نوبت دوم)

۹۴۵ (۴)

۵۶۷ (۳)

۳۱۵ (۲)

۱۸۹ (۱)

معادله $x_1 + \sqrt{x_2} + x_3 + x_4 = 4$ ، چند جواب صحیح نامنفی دارد که $x_1 \geq 2$ ؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

اول تا از هم کم کن و بعد x_4 رو حالت بندی کن.

Hint

تعداد جواب‌های معادله سیاله خطی در حالت‌های مختلف:

درس‌Box

معادله	تعداد جواب‌های صحیح نامنفی	تعبیر یا روش حل
$x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ k تا متغیر	$\binom{n+k-1}{k-1}$	توزیع n شیء یکسان بین k نفر انتخاب n شاخه گل از بین k نوع گل
$\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_k = n \\ x_1 \geq a \end{cases}$	$\binom{n+k-1-a}{k-1}$	اگر متغیری شرط بزرگ‌تر یا مساوی (حداقلی) داشته باشد، آن را از n کم می‌کنیم.
$\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_k = n \\ x_i \geq 1, i = 1, 2, \dots, k \end{cases}$	$\binom{n-1}{k-1}$	جواب‌های طبیعی معادله
$\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_k = n \\ x_1 \leq a \end{cases}$	$\binom{n+k-1}{k-1} - \binom{n-(a+1)+k-1}{k-1}$	کل جواب‌ها را از جواب‌های با شرط $x_1 \geq a+1$ کم می‌کنیم.
$x_1 + x_2 + \dots + x_k \leq n$	$\binom{n+k}{k}$	متغیر نامنفی x_{k+1} را اضافه کرده تا نامعادله تبدیل به معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_{k+1} = n$ گردد.
$\begin{cases} ax_1 + \dots + x_k = n \\ x_1^n + \dots + x_k = n \\ \sqrt{x} + \dots + x_k = n \end{cases}$	-	متغیر دارای ضریب، توان، رادیکال و ... را حالت بندی می‌کنیم.

برای به دست آوردن تعداد جواب‌های صحیح نامنفی با شرط $x_1 \geq a$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

نکته

به جای x_1 در معادله $x_1 + a$ قرار می‌دهیم $\Rightarrow x_1 = x_1' + a \Rightarrow x_1' = x_1 - a$

گام اول: تغییر متغیر می‌دهیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$x_1' = x_1 - 2 \geq 0 \rightarrow x_1 = x_1' + 2$$

گام دوم: با جای‌گذاری x_1 در معادله داریم:

$$x_1' + 2 + \sqrt{x_2} + x_3 + x_4 = 4 \rightarrow x_1' + \sqrt{x_2} + x_3 + x_4 = 2$$

گام سوم: x_2 را حالت بندی می‌کنیم. چون می‌خواهیم جواب‌ها صحیح باشند، x_2 باید مربع کامل باشد:

$$x_2 = 0 \rightarrow x_1' + x_3 + x_4 = 2 \rightarrow \text{تعداد جواب‌ها} = \binom{4}{2} = 6$$

$$x_2 = 1 \rightarrow x_1' + 1 + x_3 + x_4 = 2 \rightarrow x_1' + x_3 + x_4 = 1 \rightarrow \text{تعداد جواب‌ها} = \binom{3}{2} = 3$$

$$x_2 = 4 \rightarrow x_1' + 2 + x_3 + x_4 = 2 \rightarrow x_1' + x_3 + x_4 = 0 \rightarrow \text{تعداد جواب‌ها} = 1$$

پس در کل، معادله $6 + 3 + 1 = 10$ جواب دارد.

$m = 5$ و $n = 3$ است. تعداد راه‌های هدیه‌دادن m خودکار مختلف به n فرد به طوری که به هر فرد حداقل یکی برسد را برابر A و تعداد راه‌های هدیه‌دادن n خودکار مختلف به m نفر به طوری که به هر فرد حداکثر یکی برسد را B می‌گیریم. کدام است؟

$$\frac{2}{5} (4)$$

$$\frac{4}{5} (3)$$

$$\frac{5}{4} (2)$$

$$\frac{5}{2} (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

تعداد تابع‌های پوشا و یک‌به‌یک رو به دست بیار.

Hint

درسی Box

اشیای یکسان ← جواب‌های $x_1 + \dots + x_k = n$ معادله

تعداد جواب‌های صحیح نامنفی $\binom{n+k-1}{k-1}$

تعداد تابع‌های طبیعی = (به هر نفر حداقل یک جایزه برسد) $\binom{n-1}{k-1}$

توزیع n شی بین k نفر

اشیای متمایز ← تعداد تابع‌ها از مجموعه n عضوی اشیا به k عضوی افراد

تعداد جواب‌ها (تعداد کل تابع) k^n (دومی به توان اولی)

به هر نفر حداکثر یک جایزه برسد $P(k, n) = \frac{k!}{(k-n)!}$

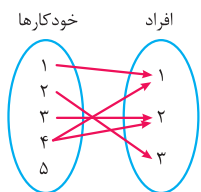
تابع‌های یک‌به‌یک $(k \geq n)$

به هر نفر حداقل یک جایزه برسد. از n عضوی به دو عضوی: $2^n - 2$

تابع‌های پوشا $(k \leq n)$ از n عضوی به ۳ عضوی:

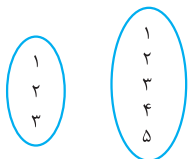
$$3^n - 3 \times 2^n + 3$$

گام اول: برای محاسبه A کافی است تعداد تابع‌های پوشا از مجموعه ۵ عضوی خودکارها به مجموعه ۳ عضوی افراد را به دست آوریم:



$$n = 5 \Rightarrow 3^5 - 3 \times 2^5 + 3 = 3^5 - 3 \times 2^5 + 3 = 150$$

گام دوم: برای محاسبه B کافی است تعداد تابع‌های یک‌به‌یک از مجموعه ۳ عضوی به ۵ عضوی را به دست آوریم:



$$60 = 3 \times 4 \times 5 \leftarrow \text{عدد ۱ به هر کدام از ۵ عضو می‌تواند نظیر شود}$$

حالت‌های ۳ حالت‌های ۲

گام سوم:

$$\frac{A}{B} = \frac{150}{60} = \frac{5}{2}$$

تعداد راه‌های توزیع ۳ خودکار متفاوت بین ۵ نفر به طوری که به هر نفر حداکثر یک خودکار برسد، برابر است.

(سؤال ۲ (قسمت ب) - امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳)

۴۰. حداقل چند عدد از مجموعه $\{۲, ۶, ۱۰, \dots, ۹۸\}$ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم دو عدد در بین اعداد انتخاب شده وجود دارد که مجموع آن‌ها برابر ۱۰۴ است؟

۱۴ (۲)

۱۳ (۱)

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

اعداد رو دوتا دوتا طوری جفت کن که جمع اون‌ها ۱۰۴ بشه.

روش جفت‌سازی در حل مسئله‌های اصل لانه کیوتری: برای به دست آوردن حداقل انتخاب برای این که دو عدد با ویژگی مورد نظر (مثلاً جمع خاص) حتماً در بین اعداد وجود داشته باشد، اعداد رو دوتا دوتا طوری دسته‌بندی می‌کنیم که همان ویژگی را داشته باشند؛ البته ممکن است برخی اعداد، جفتی نداشته باشند و تک‌عضوی باقی بمانند که هر کدام از آن‌ها را یک دسته در نظر می‌گیریم.

اگر یکی بیشتر از تعداد دسته‌ها (لانه‌ها) برداریم، مطمئن هستیم که دو عدد با همان ویژگی در بین اعداد انتخابی وجود دارد.

گام اول: برای درست کردن لانه‌ها اعداد را دوتا دوتا جوری دسته‌بندی می‌کنیم که جمع آن‌ها ۱۰۴ بشود. حواستان باشد برای عدد ۲، جفتی پیدا نمی‌شود:

$$\underbrace{\{۲\}, \{۶, ۹۸\}, \{۱۰, ۹۴\}, \{۱۴, ۹۰\}, \dots, \{۵۰, ۵۴\}}_{۱۳ \text{ لانه}}$$

$۴(۱۲)+۲$

گام دوم: ۱۳ لانه داریم، پس اگر ۱۴ عدد انتخاب کنیم مطمئن هستیم که از یک لانه حداقل دو عدد انتخاب کرده‌ایم. همین دو عدد مطلوب مسئله بوده، چون هر کدام که باشند، جمع آن‌ها برابر ۱۰۴ می‌شود.

مجموعه اعداد $A = \{۱, ۵, ۹, ۱۳, \dots, ۷۷, ۸۱, ۸۵\}$ را که به صورت یک تصاعد عددی مرتب شده‌اند، در نظر می‌گیریم، اگر از این مجموعه ۱۳ عضو انتخاب کنیم، نشان دهید که حداقل ۲ عدد در این ۱۳ عدد وجود دارد که مجموعشان برابر با ۹۰ باشد. (ریاضیات گسسته - تمرین ۱۳ صفحه ۸۴ کتاب درسی)

مشاوره تمرین‌های کتاب در بخش اصل لانه کیوتری خیلی مهم هستند و معمولاً یکی از آن‌ها در امتحان نهایی می‌آید.

Hint

درس‌Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

کدام یک از گزینه‌های زیر دربارهٔ متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، درست است؟

- (۱) در تمام بازه‌های زمانی، تندی متوسط متحرک از اندازهٔ سرعت متوسط آن بزرگ‌تر است.
- (۲) بردار مکان متحرک در یک لحظه، برداری است که مکان آغازین متحرک را به مکان متحرک در آن لحظه وصل می‌کند.
- (۳) در تمام بازه‌های زمانی، تندی متوسط متحرک با اندازهٔ سرعت متوسط آن برابر است.
- (۴) سرعت متوسط متحرک، بین دو لحظه از زمان، برابر شیب پاره‌خطی است که نقاط نظیر آن دو لحظه در نمودار مکان - زمان را به یکدیگر وصل می‌کند.

پاسخ: گزینهٔ ۴

کرتی Box

رابطه‌های تندی متوسط و سرعت متوسط:

$$s_{av} = \text{تندی متوسط (m/s)}$$

$$l = \text{مسافت (m)}$$

$$\Delta t = \text{مدت زمان (s)}$$

$$\bar{v}_{av} = \text{سرعت متوسط (m/s)}$$

$$\bar{d} = \text{جاب‌جایی (m)}$$

$$\bar{v}_{av} = \frac{\bar{d}}{\Delta t}, \quad s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$$

در هر بازهٔ زمانی، تندی متوسط متحرک، بزرگ‌تر یا مساوی اندازهٔ سرعت متوسط آن است:

$$s_{av} \geq |\bar{v}_{av}|$$

اگر اندازهٔ جاب‌جایی و مسافت برابر باشند ($l = |\bar{d}|$):

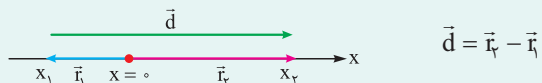
$$s_{av} = |\bar{v}_{av}|$$

بردار مکان (\vec{r}):

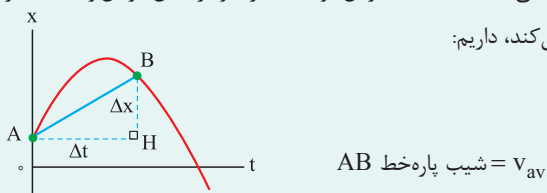
برداری که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند، بردار مکان جسم در آن لحظه، نام دارد.

بردار جاب‌جایی (\vec{d}):

پاره‌خط جهت‌داری است که مکان آغازین حرکت را به مکان پایانی وصل می‌کند. بردار جاب‌جایی \vec{d} بین دو لحظه t_1 و t_2 همان تفاضل دو بردار مکان \vec{r}_2 و \vec{r}_1 در آن دو لحظه است.



سرعت متوسط متحرک، بین دو لحظه از زمان، برابر شیب پاره‌خطی است که نقاط نظیر آن دو لحظه در نمودار مکان - زمان را به یکدیگر وصل می‌کند. مثلاً برای متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، داریم:

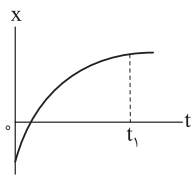


موارد مطرح‌شده را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

- گزینهٔ (۱): نادرست؛ زیرا ممکن است در یک بازهٔ زمانی، تندی متوسط متحرک، با اندازهٔ سرعت متوسط آن برابر باشد.
- گزینهٔ (۲): نادرست؛ با توجه به درس باکس، برداری که مکان آغازین متحرک را به مکان متحرک در آن لحظه وصل می‌کند، بردار جاب‌جایی آن است.
- گزینهٔ (۳): نادرست؛ زیرا ممکن است در یک بازهٔ زمانی، تندی متوسط متحرک، از اندازهٔ سرعت متوسط آن بیشتر باشد.
- گزینهٔ (۴): درست؛ با توجه به متن درس باکس، این عبارت درست است.

نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. از لحظه صفر تا t_1 ، کدام یک



از موارد زیر درباره این متحرک درست است؟

الف) تندی متحرک ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

ب) تندی متحرک به طور پیوسته کاهش می‌یابد.

پ) فاصله متحرک از مبدأ مکان ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

ت) فاصله متحرک از مبدأ مکان به طور پیوسته افزایش می‌یابد.

الف و ت

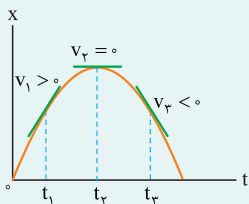
الف و پ

ب و ت

ب و پ

پاسخ: گزینه ۳

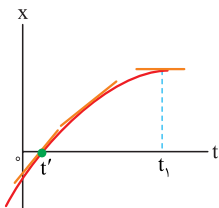
(۱) سرعت در هر لحظه دلخواه t ، برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در آن لحظه است:



(۲) اگر متحرکی در جهت محور x حرکت کند، تندی لحظه‌ای متحرک با سرعت لحظه‌ای آن برابر است.

(۳) اگر نمودار مکان - زمان متحرک، به محور t نزدیک شود، یعنی متحرک به مبدأ مکان نزدیک می‌شود و $|x|$ در حال کاهش است. اما اگر نمودار مکان - زمان متحرک، از محور t دور شود، یعنی متحرک از مبدأ مکان دور می‌شود و $|x|$ در حال افزایش است.

گام اول: مورد «الف» نادرست است؛ زیرا در بازه زمانی 0 تا t_1 ، شیب خط مماس بر نمودار، دائماً کاهش یافته است؛ یعنی تندی متحرک پیوسته کاهش می‌یابد؛ بنابراین مورد «ب» درست است.



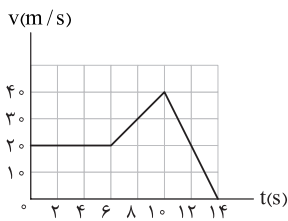
گام دوم: در بازه زمانی 0 تا t' متحرک به مبدأ مکان نزدیک می‌شود، یعنی فاصله متحرک از مبدأ مکان کاهش می‌یابد؛ در بازه زمانی t' تا t_1 متحرک از مبدأ مکان دور می‌شود، یعنی فاصله متحرک از مبدأ مکان افزایش می‌یابد؛ بنابراین مورد «پ» درست و مورد «ت» نادرست است.

مشاوره این سؤال براساس یکی از پرسش‌های کتاب فیزیک (۳) در فصل اول طرح شده است. پرسش‌ها و تمرین‌های کتاب درسی را جدی بگیرید.

کرتی Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

نمودار سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. متحرک در مبدأ زمان، در مکان $m = -10 = x_0$ قرار دارد. به ترتیب از راست به چپ، اندازه شتاب و اندازه بردار مکان متحرک در لحظه $t = 8$ s،



در SI کدام است؟

(۱) ۱، ۱۶۰

(۲) ۱، ۱۸۰

(۳) ۵، ۱۶۰

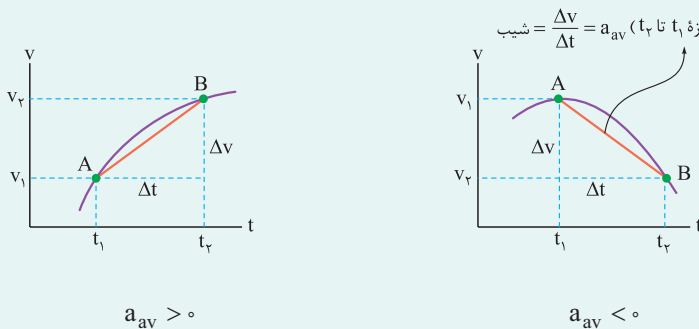
(۴) ۵، ۱۸۰

مشاوره به طور کلی این آزمون با نگاه به تمرین‌ها، پرسش‌ها، فعالیت‌ها و مثال‌های کتاب درسی طرح شده تا دانش‌آموزان با شرکت در این آزمون و تحلیل آن، برای حضور در امتحان نهایی آماده‌تر شوند.

پاسخ: گزینه ۳

کرتی Box

(۱) شتاب متوسط بین دو لحظه، برابر شیب خطی است که نمودار سرعت - زمان را در آن دو لحظه قطع می‌کند:



$a_{av} > 0$

$a_{av} < 0$

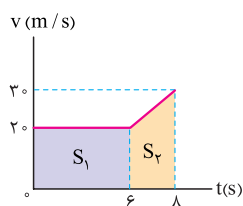
اگر نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در یک بازه زمانی، به صورت خطی باشد، شتاب متحرک در آن بازه زمانی ثابت بوده و شتاب لحظه‌ای با شتاب متوسط، برابر است.

(۲) مساحت سطح بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان، در هر بازه زمانی، برابر جابه‌جایی متحرک در آن بازه است. جابه‌جایی برای مساحت سطحی که بالای محور زمان است، مثبت و جابه‌جایی برای مساحت سطحی که زیر محور زمان است، منفی در نظر گرفته می‌شود.

گام اول: شتاب متحرک در لحظه $t = 8$ s با شتاب متوسط آن در بازه زمانی ۶ s تا ۱۰ s برابر است:

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{40 - 20}{10 - 6} = 5 \text{ m/s}^2$$

گام دوم: جابه‌جایی متحرک در ۸ ثانیه اول حرکت را با توجه به مساحت سطح زیر نمودار سرعت - زمان به دست می‌آوریم:



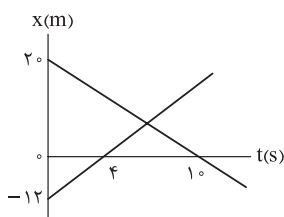
$$\Delta x = S_1 + S_2 = (20 \times 6) + \frac{(20 + 30)(8 - 6)}{2} \Rightarrow \Delta x = 120 + 50 = 170 \text{ m}$$

انکون مکان متحرک را در لحظه $t = 8$ s به دست می‌آوریم تا اندازه بردار مکان متحرک معلوم شود:

$$\Delta x = x - x_0 \Rightarrow 170 = x - (-10) \Rightarrow x = 160 \text{ m}$$

پاسخ خیلی تشریحی

نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که با سرعت ثابت در راستای محور x حرکت می‌کنند، به شکل زیر است.



اندازه بردار مکان همرسی دو متحرک بر حسب متر کدام است؟

۶ (۱)

۶ / ۴ (۲)

۷ (۳)

۷ / ۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

معادله مکان هر یک از دو متحرک را بنویسید و سپس آن‌ها را مساوی با هم قرار دهید تا اندازه بردار مکان همرسی دو متحرک به دست آید.

Hint

درس Box

معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت:

$$x = vt + x_0$$

x: مکان متحرک در لحظه t (m)

v: سرعت متحرک (m/s)

x_0 : مکان اولیه یا مبدأ حرکت (m)

t: زمان (s)

نمودار مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت:

با توجه به این که معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت، یک تابع درجه اول است، نمودار آن به صورت یک خط شیب‌دار است که شیب آن سرعت متحرک را نشان می‌دهد و نقطه شروع آن روی محور x، مکان اولیه را بیان می‌کند.

گام اول: سرعت هر یک از دو متحرک را با توجه به شیب هر نمودار به دست می‌آوریم:

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} v_A = \frac{0 - (-12)}{4 - 0} = 3 \text{ m/s} \\ v_B = \frac{0 - 20}{10 - 0} = -2 \text{ m/s} \end{cases}$$

گام دوم: با معلوم بودن مکان اولیه هر یک از دو متحرک، معادله مکان - زمان آن‌ها را می‌نویسیم و برابر با هم قرار می‌دهیم:

$$x_A = v_A t + x_{0A} \Rightarrow x_A = 3t - 12$$

$$x_B = v_B t + x_{0B} \Rightarrow x_B = -2t + 20$$

$$x_A = x_B \Rightarrow 3t - 12 = -2t + 20 \Rightarrow 5t = 32 \Rightarrow t = \frac{32}{5} = 6.4 \text{ s}$$

$$x_A = x_B \xrightarrow{t=6.4 \text{ s}} x_B = 3(6.4) - 12 = 19.2 - 12 = 7.2 \text{ m}$$

پاسخ خیلی تشریحی

متحرکی در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت است. اگر در مکان $x = +9 \text{ m}$ سرعت متحرک $+4 \text{ m/s}$ و در

۴۵

مکان $x = +19 \text{ m}$ سرعت متحرک $+18 \text{ km/h}$ باشد، اندازه شتاب متحرک چند متر بر مربع ثانیه است؟

$$0/9 \quad (2)$$

$$0/45 \quad (1)$$

$$30/8 \quad (4)$$

$$15/4 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

کرتس Box

رابطه مستقل از زمان یا معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

v : سرعت متحرک در مکان x (m/s)

v_0 : سرعت متحرک در مکان x_0 (m/s)

a : شتاب حرکت (m/s^2)

$$\Delta x = x - x_0$$

Δx : جابه‌جایی (m)

معادله سرعت - جابه‌جایی یا رابطه مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت را می‌نویسیم و با جای‌گذاری داده‌ها، اندازه شتاب متحرک را به دست می‌آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow[v_0 = 18 \div 3.6 = 5 \text{ m/s}, x_0 = 19 \text{ m}]{v_1 = 4 \text{ m/s}, x_1 = 9 \text{ m}} 5^2 - 4^2 = 2a(19 - 9)$$

$$\Rightarrow 9 = 20a \Rightarrow a = \frac{9}{20} \text{ m/s}^2 = 0/45 \text{ m/s}^2$$

خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبزشدن چراغ، خودرو با شتاب 2 m/s^2 شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه، کامیونی با سرعت ثابت 36 km/h از آن سبقت می‌گیرد. خودرو چند ثانیه پس از شروع حرکت خود، از کامیون سبقت می‌گیرد؟

۱۰ (۲)

۵ (۱)

۱۰۰ (۴)

۵۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

معادله مکان هر یک از دو متحرک را بنویسید و آن‌ها را مساوی با هم قرار دهید تا لحظه سبقت به دست آید.

Hint

کرتی Box

معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$x: \text{ مکان متحرک در لحظه } t \text{ (m)}$$

$$x: \text{ مکان متحرک در لحظه } t = 0 \text{ (m)}$$

$$a: \text{ شتاب حرکت (m/s}^2\text{)}$$

$$t: \text{ زمان (s)}$$

$$v_0: \text{ سرعت متحرک در لحظه } t = 0 \text{ (m/s)}$$

معادله مکان خودرو (A) و کامیون (B) را می‌نویسیم و آن‌ها را مساوی با هم قرار می‌دهیم تا لحظه‌ای را به دست آوریم که آن‌ها از کنار هم می‌گذرند یا اصطلاحاً سبقت گرفته می‌شود:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{1}{2}a_A t^2 + v_{A0} t + x_{A0} = v_B t + x_{B0}$$

$$\frac{a_A = 2 \text{ m/s}^2}{v_B = 36 \text{ km/h} = 36 \div 3.6 = 10 \text{ m/s}} \rightarrow \frac{1}{2} \times 2 t^2 = 10 t \Rightarrow t^2 = 10 t \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$



سنگی از بام ساختمانی بدون سرعت اولیه و در شرایط خلأ به طرف زمین رها می‌شود. اگر سنگ در ۲ ثانیه آخر حرکت خود ۶۰ متر را طی کند، اندازه سرعت سنگ درست پیش از برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

۲۵ (۱) ۳۰ (۲) ۳۵ (۳) ۴۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

درس‌Box

(۱) معادله مکان - زمان و معادله سرعت - زمان در حرکت سقوط آزاد و بدون سرعت اولیه و با فرض این که سوی مثبت محور y رو به پایین اختیار شود، به صورت زیر است:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{مکان متحرک (m)}$$

$$v = gt \quad g: \text{ شتاب گرانش در سطح زمین } = 10 \text{ m/s}^2$$

t : زمان (s)

v : سرعت متحرک (m/s)

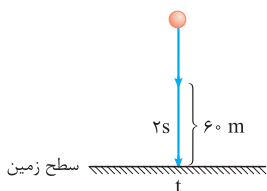
(۲) رابطه تستی برای محاسبه مسافت طی شده در T ثانیه آخر حرکت:

l : مسافت طی شده در T ثانیه آخر حرکت (m)

t : کل زمان حرکت (s)

گام اول: معادله مکان - زمان متحرک را در لحظه t و هم‌چنین در لحظه $(t-2)$ می‌نویسیم و اختلاف بین آن‌ها را برابر با 60 m قرار می‌دهیم تا کل زمان سقوط به دست آید:

پاسخ خیلی تشریحی



$$\frac{1}{2}gt^2 - \frac{1}{2}g(t-2)^2 = 60 \quad \xrightarrow{g=10 \text{ m/s}^2} \quad \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 - \frac{1}{2} \times 10 \times (t^2 - 4t + 4) = 60$$

$$\Rightarrow 5t^2 - 5t^2 + 20t - 20 = 60 \Rightarrow 20t = 80 \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

گام دوم: معادله سرعت - زمان سنگ را می‌نویسیم تا اندازه سرعت آن را درست پیش از برخورد به زمین به دست آوریم:

$$v = gt \quad \xrightarrow[t=4 \text{ s}]{g=10 \text{ m/s}^2} \quad v = 10 \times 4 = 40 \text{ m/s}$$

روش دوم برای گام اول:

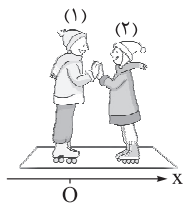
یه جور دیگه

$$l = \frac{1}{2}gT(2t-T) \quad \xrightarrow[T=2 \text{ s}]{l=60 \text{ m}, g=10 \text{ m/s}^2} \quad 60 = \frac{1}{2} \times 10 \times 2(2t-2) \Rightarrow 6 = 2t-2 \Rightarrow 8 = 2t \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

در شکل زیر، دو شخص به جرم‌های 75 kg و 50 kg با کفش‌های چرخ‌دار در یک سالن مسطح و صاف روبه‌روی هم ایستاده‌اند. شخص اول با نیروی 150 N شخص دوم را به طرف راست هل می‌دهد. شتاب شخص اول و دوم به ترتیب

۴۸

از راست به چپ، بر حسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟



$$3\vec{i}, 2\vec{i} \quad (1)$$

$$2\vec{i}, 2\vec{i} \quad (2)$$

$$3\vec{i}, -2\vec{i} \quad (3)$$

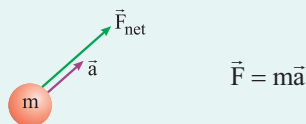
$$2\vec{i}, -2\vec{i} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۳

قانون دوم نیوتون:

دکتر Box

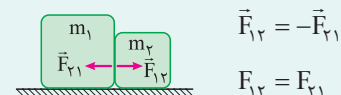
هرگاه نیروهای وارد بر جسمی متوازن نباشند، یعنی بر جسم، نیروی خالصی وارد شود، جسم تحت تأثیر آن نیرو شتاب می‌گیرد که این شتاب، با نیروی خالص وارد بر جسم، نسبت مستقیم دارد و در همان جهت نیروی خالص است؛ اما با جرم جسم، نسبت وارون دارد:



$$\vec{F} = m\vec{a}$$

قانون سوم نیوتون:

هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم هم به جسم اول، نیرویی هم‌اندازه و هم‌راستا، ولی در خلاف جهت وارد می‌کند:



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

$$F_{12} = F_{21}$$

گام اول: قانون دوم نیوتون را برای شخص دوم به کار می‌بریم و شتاب حرکت آن را به دست می‌آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\vec{F}_{12} = m_2 \vec{a}_2 \quad \frac{\vec{F}_{12} = (150 \text{ N})\vec{i}}{m_2 = 50 \text{ kg}} \rightarrow 150 \cdot \vec{i} = 50 \cdot \vec{a}_2 \Rightarrow \vec{a}_2 = (3 \text{ m/s}^2)\vec{i}$$

گام دوم: با توجه به قانون سوم نیوتون، شخص دوم نیز با نیرویی به بزرگی 150 N شخص اول را به طرف چپ هل می‌دهد، پس داریم:

$$\vec{F}_{21} = m_1 \vec{a}_1 \quad \frac{\vec{F}_{21} = (-150 \text{ N})\vec{i}}{m_1 = 75 \text{ kg}} \rightarrow -150 \cdot \vec{i} = 75 \vec{a}_1 \Rightarrow \vec{a}_1 = (-2 \text{ m/s}^2)\vec{i}$$

۴۹ فنری به طول $L_0 = 10 \text{ cm}$ را از یک نقطه آویزان می‌کنیم و به سر دیگر آن وزنه 200 گرمی وصل می‌کنیم. پس از رسیدن به تعادل، طول فنر به $L = 12 \text{ cm}$ می‌رسد. ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

۱۰^۴ (۴)۱۰^۳ (۳)۱۰^۲ (۲)

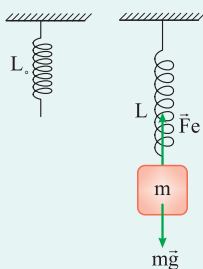
۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

رابطه نیروی کشسانی فنر:

$$F_e = k\Delta L$$

$$\Delta L = L - L_0$$



اگر وزنه آویخته به فنر قائم، باعث افزایش طول آن شود، در حال تعادل، $F_e = mg$ خواهد بود.

F_e : اندازه نیروی کشسانی فنر (N)

k : ثابت فنر (N/m)

ΔL : تغییر طول فنر (m)

L_0 : طول اولیه فنر (m)

L : طول ثانویه فنر (m)

کرتس Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

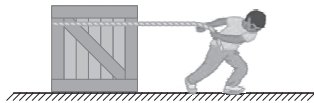
رابطه نیروی کشسانی فنر را می‌نویسیم و اندازه نیروی کشسانی فنر (F_e) را برابر با وزن جسم آویخته به فنر قرار می‌دهیم:

$$F_e = k\Delta L \xrightarrow[\Delta L = L - L_0]{F_e = mg} mg = k(L - L_0)$$

$$\frac{m = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}, g = 10 \text{ N/kg}}{L = 12 \text{ cm} = 0.12 \text{ m}, L_0 = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}} \rightarrow 0.2 \times 10 = k(0.12 - 0.1) \Rightarrow 2 = k \times 0.02 \Rightarrow k = 100 \text{ N/m}$$

۵۰

در شکل زیر، کارگری جعبه ساکنی را با طنابی افقی با نیروی ثابت افقی 310 N می کشد. اگر جرم جعبه 100 kg و ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جعبه و سطح به ترتیب $0/3$ و $0/25$ باشد، به ترتیب از راست به چپ، اندازه نیروی اصطکاک وارد بر جعبه و اندازه شتاب جعبه، در SI کدام است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



(۱) $0/1, 300$

(۲) $0, 300$ صفر

(۳) $0, 250$ صفر

(۴) $0/6, 250$

پاسخ: گزینه ۴

کوتی Box

$$f_{s,\max} = \mu_s F_N$$

(۱) رابطه نیروی اصطکاک ایستایی در آستانه حرکت:

$$f_{s,\max}: \text{اندازه نیروی اصطکاک ایستایی در آستانه حرکت (N)}$$

 μ_s : ضریب اصطکاک ایستایی

$$F_N: \text{اندازه نیروی عمودی سطح (N)}$$

نیروی عمودی سطح، نیرویی است که از طرف سطح تکیه‌گاه و عمود بر آن، بر جسمی که با سطح در تماس است، وارد می‌شود. اگر جسم در راستای عمود بر سطح، شتابی نداشته باشد، در این راستا $\vec{F}_{\text{net}} = 0$ بوده و از این رابطه، \vec{F}_N به دست می‌آید.

$$f_k = \mu_k F_N$$

(۲) رابطه نیروی اصطکاک جنبشی:

$$f_k: \text{اندازه نیروی اصطکاک جنبشی (N)}$$

 μ_k : ضریب اصطکاک جنبشی

$$F_N: \text{اندازه نیروی عمودی سطح (N)}$$

گام اول: اندازه نیروی اصطکاک در آستانه حرکت را حساب می‌کنیم:

$$f_{s,\max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = mg = 100 \times 10 = 1000 \text{ N}} \xrightarrow{\mu_s = 0/3} f_{s,\max} = 0/3 \times 1000 = 300 \text{ N}$$

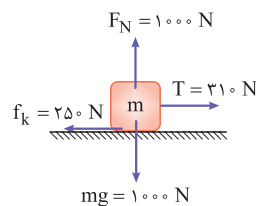
با توجه به این که نیروی افقی وارد بر طناب 310 N است، این نیرو از $f_{s,\max}$ بزرگ‌تر بوده و جسم حرکت می‌کند.

گام دوم: نیروی اصطکاک جنبشی را به دست می‌آوریم:

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{F_N = 1000 \text{ N}} \xrightarrow{\mu_k = 0/25} f_k = 0/25 \times 1000 = 250 \text{ N}$$

بنابراین اندازه نیروی اصطکاک وارد بر جعبه، 250 N است.

گام سوم: قانون دوم نیوتون را برای این جعبه در راستای افقی می‌نویسیم و اندازه شتاب آن را حساب می‌کنیم:



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T - f_k = ma \Rightarrow 310 - 250 = 100a \Rightarrow a = \frac{60}{100} = 0/6 \text{ m/s}^2$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

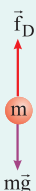
چتربازی به جرم 60 kg مدتی پس از یک پرش آزاد، چترش را باز می‌کند. ناگهان نیروی مقاومت هوا به 960 N افزایش می‌یابد. شتاب چترباز در این لحظه، چند متر بر مربع ثانیه و در چه جهتی است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

- (۱) 16 ، بالا
(۲) 16 ، پایین
(۳) 6 ، بالا
(۴) 6 ، پایین

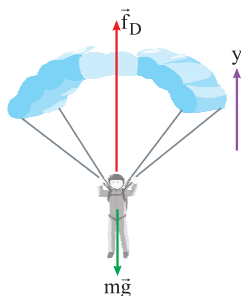
پاسخ: گزینه ۳

کرتس Box

نیروی مقاومت شاره: وقتی جسمی درون یک شاره (مانند آب یا هوا) حرکت می‌کند، از طرف شاره، نیرویی در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود که آن را با \vec{f}_D نشان می‌دهیم و آن را نیروی مقاومت شاره می‌نامیم. وقتی جسمی در هوا سقوط می‌کند، نیروی مقاومت هوا رو به بالا و نیروی وزن آن رو به پایین اثر می‌کند.



قانون دوم نیوتون را برای این چترباز می‌نویسیم. توجه داشته باشید که هنگام باز شدن چتر، نیروی مقاومت هوا به طور ناگهانی افزایش می‌یابد. به طوری که این نیرو در ابتدای باز شدن چتر، از وزن چترباز بیشتر است.



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow f_D - mg = ma \Rightarrow 960 - 60 \times 10 = 60a \Rightarrow 360 = 60a \Rightarrow a = 6 \text{ m/s}^2$$

با توجه به این که نیروی خالص وارد بر چترباز در این شرایط رو به بالا است، شتاب چترباز نیز رو به بالا است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

توپى به جرم 250 g با تندى 15 m/s به طور افقى به بازيكنى نزديك مى شود. بازيكن با مشت به توپ ضربه مى زند و باعث مى شود توپ با تندى 21 m/s در جهت مخالف برگردد. اگر مشت بازيكن 0.06 s با توپ در تماس باشد، اندازه نيروى متوسط وارد بر مشت بازيكن از طرف توپ چند نيوتون است؟

25 (۲)	15 (۱)
250 (۴)	150 (۳)

پاسخ: گزینه ۳

تکانه:

کرتس Box

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

حاصل ضرب جرم جسم در سرعت آن را تکانه جسم مى ناميم.

$$m = \text{جرم (kg)}$$

$$\vec{v} = \text{سرعت (m/s)}$$

$$\vec{p} = \text{تکانه (}\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}\text{)}$$

تکانه، کمیتی برداری است که هم جهت با سرعت می باشد.

رابطه اندازه نيروى متوسط وارد بر جسم برحسب تکانه:

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{\vec{p}_r - \vec{p}_i}{t_r - t_i}$$

$$\vec{F}_{av}: \text{نيروى متوسط وارد بر جسم (N)}$$

$$\Delta\vec{p}: \text{تغيير تکانه جسم (}\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}\text{)}$$

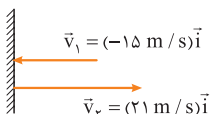
$$\Delta t: \text{بازه زمانى (s)}$$

$$\vec{p}_i: \text{تکانه جسم در لحظه } t_i \text{ (}\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}\text{)}$$

$$\vec{p}_r: \text{تکانه جسم در لحظه } t_r \text{ (}\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}\text{)}$$

سرعت توپ هنگام برخورد به مشت بازيكن را با \vec{v}_1 و سرعت آن هنگام بازگشت از مشت بازيكن را با \vec{v}_r نشان مى دهيم. بر اين اساس مى توان نوشت:

پاسخ خيلى تشریحی ✓



$$\vec{F}_{av} = \frac{\vec{p}_r - \vec{p}_i}{\Delta t} = \frac{m\vec{v}_r - m\vec{v}_i}{\Delta t} = \frac{m(\vec{v}_r - \vec{v}_i)}{\Delta t}$$

$$\frac{m=250 \text{ g} = 0.25 \text{ kg}}{\Delta t=0.06 \text{ s}} \rightarrow \vec{F}_{av} = \frac{0.25(21\vec{i} - (-15)\vec{i})}{0.06} = \frac{0.25 \times 36\vec{i}}{0.06} = (150 \text{ N})\vec{i}$$

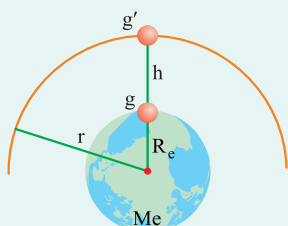
$$\Rightarrow F_{av} = 150 \text{ N}$$

۵۳ اگر جرم ماهواره‌ای 250 kg باشد، وزن آن در ارتفاع 3600 کیلومتری از سطح زمین، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)
و شعاع کره زمین 6400 km است.)

- ۱) $102/4$
۲) 160
۳) 1024
۴) 1600

پاسخ: گزینه ۳

اگر به مقدار قابل ملاحظه‌ای از سطح کره زمین فاصله بگیریم، مقدار g رو به کاهش می‌گذارد، به طوری که شتاب گرانش در اطراف کره زمین با مربع فاصله از مرکز زمین نسبت وارون دارد.



$$\frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{r}\right)^2$$

$$r = R_e + h$$

$g =$ شتاب گرانش در سطح زمین

$g' =$ شتاب گرانش در ارتفاع h از سطح زمین به فاصله r از مرکز زمین

گام اول: نسبت شتاب گرانش در ارتفاع 3600 کیلومتری از سطح زمین به شتاب گرانش در سطح زمین را به دست می‌آوریم:

$$\frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 = \left(\frac{6400}{6400 + 3600}\right)^2 = \left(\frac{6400}{10000}\right)^2 = \left(\frac{64}{100}\right)^2 \Rightarrow g' = g\left(\frac{64}{100}\right)^2$$

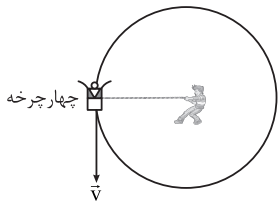
گام دوم: وزن ماهواره در ارتفاع 3600 کیلومتری از سطح زمین را حساب می‌کنیم:

$$W' = mg' = mg\left(\frac{64}{100}\right)^2 \xrightarrow{\substack{m=250 \text{ kg} \\ g=10 \text{ N/kg}}} W' = 250 \times 10 \times \left(\frac{64}{100}\right)^2 \Rightarrow W' = 250 \times \frac{64}{100} \times \frac{64}{100} = \frac{64 \times 64}{4} = 1024 \text{ N}$$

کوتی Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در شکل زیر، شخصی یک چهارچرخه به جرم 20 kg را توسط طنابی به طول 2 m روی سطح افقی بدون اصطکاک به گونه‌ای می‌کشد تا چهارچرخه روی محیط دایره‌ای با تندی ثابت حرکت کند. اگر نیروی کشش طناب 100 N باشد، دوره تناوب چهارچرخه چند ثانیه است؟ ($\pi^2 = 10$)



۸ (۱)

۴ (۲)

۲ (۳)

۱ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

کوتی Box

(۱) رابطه نیروی مرکزگرا در حرکت دایره‌ای یکنواخت:

 F_{net} : بزرگی نیروی مرکزگرا (N)

m: جرم جسم متحرک (kg)

v: تندی جسم (m/s)

r: شعاع مسیر (m)

(۲) در حرکت دایره‌ای یکنواخت، مدت‌زمان لازم برای پیمودن یک دور محیط دایره را دوره تناوب (دوره) می‌نامیم و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

T = دوره (s)

گام اول: نیروی کشش طناب به عنوان نیروی مرکزگرا عمل می‌کند. با معلوم‌بودن این نیرو، جرم جسم و شعاع مسیر حرکت، تندی چهارچرخه را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net}} = m \frac{v^2}{r} \quad \frac{F_{\text{net}}=T=100 \text{ N}, m=20 \text{ kg}}{r=2 \text{ m}} \rightarrow 100 = 20 \times \frac{v^2}{2} \Rightarrow v^2 = 10 \text{ m}^2/\text{s}^2 \Rightarrow v = \sqrt{10} \text{ m/s}$$

گام دوم: دوره حرکت چهارچرخه را محاسبه می‌کنیم:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad \frac{\pi^2=10 \Rightarrow \pi=\sqrt{10}, r=2 \text{ m}}{v=\sqrt{10} \text{ m/s}} \rightarrow T = \frac{2 \times \sqrt{10} \times 2}{\sqrt{10}} = 4 \text{ s}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

جسمی به جرم m به فنری متصل شده و با دوره تناوب 2 s نوسان می‌کند. اگر جرم این جسم 200 g افزایش یابد، دوره تناوب 3 s می‌شود. m برابر چند کیلوگرم است؟

۱۶۰ (۲)

۰/۱۶ (۱)

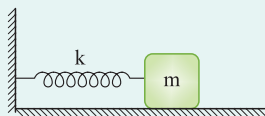
۴۰۰ (۴)

۰/۴ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

رابطه دوره نوسانگر وزنه - فنر:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$



T : دوره تناوب (s)

m : جرم وزنه (kg)

k : ثابت فنر (N/m)

با توجه به این که فقط جرم وزنه متصل به فنر تغییر کرده است، برای مقایسه دو حالت اول و دوم می‌توان نوشت:

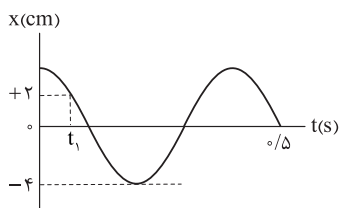
$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \quad \frac{T_2=3s, m_2=m+200g}{T_1=2s, m_1=m} \rightarrow \frac{3}{2} = \sqrt{\frac{m+200}{m}} \Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{m+200}{m} \Rightarrow 9m = 4m + 800 \Rightarrow 5m = 800$$

$$\Rightarrow m = 160 \text{ g} = 0.16 \text{ kg}$$

کرتی Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۵۶ نمودار مکان - زمان نوسانگر جرم - فنری مطابق شکل زیر است. شتاب نوسانگر در لحظه t_1 بر حسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟



$$(1) \left(\frac{1}{4}\pi^2\right)\vec{i}$$

$$(2) \left(-\frac{1}{4}\pi^2\right)\vec{i}$$

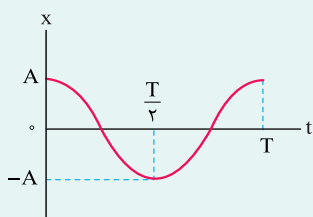
$$(3) \pi^2\vec{i}$$

$$(4) (-\pi^2)\vec{i}$$

پاسخ: گزینه ۲

(۱) دوره تناوب (T):

کرتی Box



زمان یک نوسان کامل را دوره تناوب یا به اختصار دوره می‌گوییم و یکای آن ثانیه است.

(۲) رابطه بسامد زاویه‌ای:

ω : بسامد زاویه‌ای (rad/s)

T: دوره تناوب (s)

(۳) رابطه شتاب نوسانگر بر حسب مکان:

a: شتاب (m/s^2)

x: مکان نوسانگر (m)

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$a = -\omega^2 x$$

گام اول: با توجه به نمودار داده شده، دوره تناوب را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta T}{4} = 0.5 \Rightarrow T = \frac{2}{5} = 0.4 \text{ s}$$

گام دوم: بسامد زاویه‌ای نوسانگر را حساب می‌کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \text{ rad/s}$$

گام سوم: رابطه شتاب نوسانگر را بر حسب مکان آن می‌نویسیم و شتاب نوسانگر را در لحظه t_1 محاسبه می‌کنیم:

$$a = -\omega^2 x \xrightarrow[\substack{\omega=5\pi \text{ rad/s} \\ x=2 \text{ cm}=0.02 \text{ m}}]{\omega=5\pi \text{ rad/s}} a = -(5\pi)^2 \times 0.02 \Rightarrow a = -25\pi^2 \times \frac{2}{100} = -\frac{\pi^2}{2} \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow \vec{a} = -\left(\frac{\pi^2}{2} \text{ m/s}^2\right)\vec{i}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

جسمی به جرم 1 kg به فنری افقی با ثابت 6 N/cm متصل است. فنر به اندازه 9 cm فشرده و سپس رها می‌شود و جسم روی سطح افقی شروع به نوسان می‌کند. با چشم‌پوشی از اصطکاک، وقتی تندی جسم $1/6 \text{ m/s}$ است، انرژی پتانسیل کشسانی آن چند ژول خواهد بود؟

$$1/15 \text{ (۲)}$$

$$11/5 \text{ (۱)}$$

$$1/25 \text{ (۴)}$$

$$12/5 \text{ (۳)}$$

پاسخ: گزینه ۲

کوتاه‌نویس Box

انرژی کل (مکانیکی) یک نوسانگر، مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل آن است. هنگام نوسان، انرژی‌های جنبشی و پتانسیل به یکدیگر تبدیل می‌شوند و با چشم‌پوشی از اصطکاک، مجموع آن‌ها مستقل از زمان بوده و مقداری ثابت است.

$$E = K + U$$

E: انرژی مکانیکی (J)

K: انرژی جنبشی (J)

U: انرژی پتانسیل (J)

$$E = \frac{1}{2} kA^2$$

k: ثابت فنر (N/m)

A: دامنه نوسان (m)

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

m: جرم نوسانگر (kg)

v: تندی نوسانگر (m/s)

گام اول: انرژی مکانیکی (کل) نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{1}{2} kA^2 \xrightarrow[A=9 \text{ cm}=9 \times 10^{-2} \text{ m}]{k=6 \text{ N/cm}=600 \text{ N/m}} E = \frac{1}{2} \times 600 \times (9 \times 10^{-2})^2 = 300 \times 81 \times 10^{-4} \Rightarrow E = 2/43 \text{ J}$$

گام دوم: انرژی جنبشی نوسانگر را محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \xrightarrow[v=1/6 \text{ m/s}]{m=1 \text{ kg}} K = \frac{1}{2} \times 1 \times (1/6)^2 = 1/28 \text{ J}$$

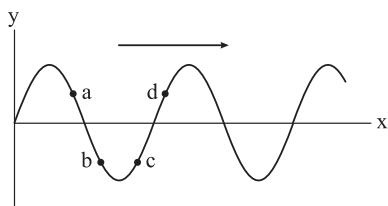
گام سوم: با معلوم‌بودن انرژی کل و انرژی جنبشی نوسانگر، می‌توانیم انرژی پتانسیل نوسانگر را حساب کنیم:

$$E = K + U \xrightarrow[K=1/28 \text{ J}]{E=2/43 \text{ J}} 2/43 = 1/28 + U \Rightarrow U = 1/15 \text{ J}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

شکل زیر، یک موج سینوسی را که در جهت محور x در طول ریسمان کشیده شده‌ای حرکت می‌کند در لحظه‌ای از زمان نشان می‌دهد، چهار جزء از این ریسمان روی شکل نشان داده شده‌اند. در این لحظه، جهت حرکت کدام یک از

این چهار جزء، در جهت محور y است؟



(۱) a و b

(۲) a و d

(۳) b و c

(۴) c و d

پاسخ: گزینه ۱

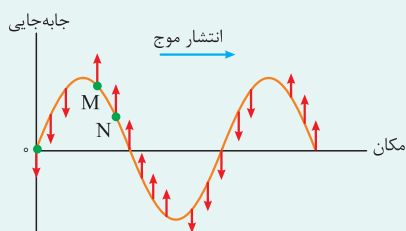
موج‌های پیش‌رونده:

دکتر Box

موج‌های مکانیکی‌ای هستند که از یک نقطه به نقطه دیگر حرکت کرده و انرژی را با خود منتقل می‌کنند.

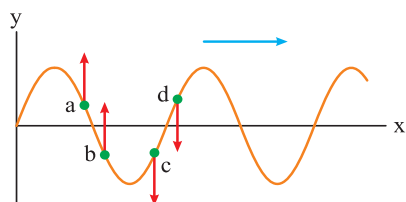
این موج است که در محیط منتشر می‌شود و با تندی ثابت از یک سر به سر دیگر می‌رود، نه ماده یا اجزای محیطی که موج در آن حرکت می‌کند. اجزای محیط، حول نقطه تعادل خود و با همان بسامد چشمه، نوسان می‌کنند و با تندی متغیر، حرکت هماهنگ ساده دارند.

هر ذره از محیط، می‌خواهد به وضعیت ذره‌ای درآید که لحظه‌ای قبل، موج از آن عبور کرده است. مثلاً در شکل زیر، ذره N از طناب می‌خواهد به وضعیت ذره M درآید.



پیکان‌های قرمز رنگ، جهت حرکت اجزای مختلف طناب را نشان می‌دهند.

جهت حرکت نوسانی ذرات a ، b ، c و d با توجه به درس‌بکس به صورت زیر است؛ بنابراین جهت حرکت نقاط a و b در جهت محور y است.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

سیم با چگالی $7/8 \text{ g/cm}^3$ و سطح مقطع 5 mm^2 بین دو نقطه با نیروی 156 N کشیده شده است. تندی

۵۹

انتشار موج عرضی در این سیم چند متر بر ثانیه است؟

- ۱۰ (۱) ۲۰ (۲)
۱۰۰ (۳) ۲۰۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

تندی انتشار موج در یک سیم یا ریسمان کشیده شده از رابطه زیر به دست می آید:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{FL}{\rho V}} = \sqrt{\frac{FL}{\rho A L}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

L: طول سیم (m)

V: حجم سیم (m^3)

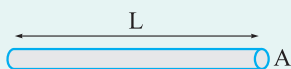
v: تندی انتشار موج (m/s)

F: نیروی کشش (N)

ρ : چگالی ماده تشکیل دهنده سیم (kg/m^3)

A: مساحت سطح مقطع سیم (m^2)

m: جرم سیم (kg)



به کمک رابطه مطرح شده در درس باکس، تندی انتشار موج در سیم را به دست می آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \xrightarrow{F=156 \text{ N}, \rho=7/8 \text{ g/cm}^3=7800 \text{ kg/m}^3, A=5 \text{ mm}^2=5 \times 10^{-6} \text{ m}^2} v = \sqrt{\frac{156}{7800 \times 5 \times 10^{-6}}} = \sqrt{\frac{156 \times 10^3}{3/9}} = \sqrt{4 \times 10^4} = 200 \text{ m/s}$$

۶۰

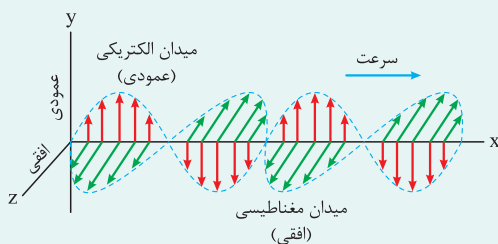
کدام یک از موارد زیر دربارهٔ امواج الکترومغناطیسی درست است؟

- الف) در این امواج، میدان الکتریکی همواره بر میدان مغناطیسی عمود است.
 ب) در این امواج، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی همواره بر جهت حرکت موج عمودند؛ در نتیجه این موج، عرضی است.
 پ) در این امواج، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی با بسامد یکسان و همگام با یکدیگر تغییر می‌کنند و همواره هم‌اندازه‌اند.
 ت) این امواج، انرژی را به صورت انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل ذرات محیط منتقل می‌کنند.
- (۱) الف و ب
 (۲) الف و پ
 (۳) ب و ت
 (۴) پ و ت

پاسخ: گزینه ۱

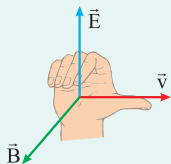
درس‌Box

انتقال نوسان‌ها بین دو میدان \vec{E} و \vec{B} از یک نقطه به نقطهٔ دیگر، سبب انتشار موج الکترومغناطیسی می‌شود.



ویژگی‌های میدان‌های الکتریکی \vec{E} و مغناطیسی \vec{B} در موج‌های الکترومغناطیسی:

- هم عمودند. هم‌چنین بر جهت حرکت موج عمودند. پس موج الکترومغناطیسی از نوع عرضی است.
- بسامد یکسانی دارند و همگام با هم تغییر می‌کنند.
- تغییر در میدان الکتریکی، سبب ایجاد میدان مغناطیسی متغیر می‌شود (و برعکس).
- اگر چهار انگشت دست راست خود را در جهت \vec{E} گرفته و آن‌ها را به طرف \vec{B} ببندیم، انگشت شست جهت انتشار موج را نشان می‌دهد.
- به محیط مادی نیاز ندارند، یعنی در خلأ نیز منتشر می‌شوند.
- همراه خود انرژی را منتقل می‌کنند.



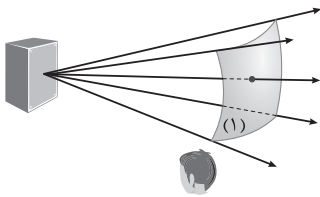
علاوه بر موج‌های مکانیکی، امواج الکترومغناطیسی نیز انرژی را منتقل می‌کنند، اما نه به صورت انرژی‌های جنبشی و پتانسیل ذرات محیط، بلکه به صورت انرژی‌های میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی این انتقال را انجام می‌دهند؛ مانند انرژی خورشید که به زمین می‌رسد.

با توجه به درس‌باکس، موارد «الف» و «ب» درست هستند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

مورد «پ» نادرست است؛ زیرا میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی الزاماً هم‌اندازه نیستند. علاوه بر آن یکاهای آن‌ها با هم فرق دارند و هم‌اندازه بودن برای آن‌ها بی‌معنی است.
 مورد «ت» نادرست است؛ زیرا انتقال انرژی به صورت انرژی‌های جنبشی و پتانسیل ذرات محیط، فقط در امواج مکانیکی صورت می‌گیرد و انتقال انرژی در موج‌های الکترومغناطیسی توسط میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی صورت می‌گیرد.

تراز شدت صوت یک چشمه صوت که انتشار صوت آن به صورت شکل زیر است، در سطح (۱) برابر 80 dB است. اگر مساحت سطح (۱)، برابر 4 m^2 باشد، آهنگ متوسط انتقال انرژی از این سطح در SI کدام است؟



$$(I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2)$$

$$4 \times 10^{-4} \quad (1)$$

$$4 \times 10^{-8} \quad (2)$$

$$2/5 \times 10^{-4} \quad (3)$$

$$2/5 \times 10^{-8} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۱

کرتس Box

شدت صوت: آهنگ متوسط انرژی ای است که توسط موج به واحد سطح، عمود بر راستای انتشار صوت می‌رسد و یا از آن عبور می‌کند:

$$I = \frac{P_{av}}{A}$$

I : شدت صوت (W/m^2)

P_{av} : آهنگ متوسط انتقال انرژی یا توان صوتی (W)

A : مساحت سطحی که صوت به آن می‌رسد. (m^2)

رابطه تراز شدت صوت:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

β : تراز شدت صوت (dB دسی‌بل)

I : شدت صوت مورد نظر (W/m^2)

I_0 : شدت مرجع یا آستانه شنوایی (W/m^2) = 10^{-12}

گام اول: با استفاده از رابطه تراز شدت صوت، می‌توانیم شدت صوت را به دست آوریم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 80 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \log \frac{I}{10^{-12}} = 8 = \log 10^8 \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^8 \Rightarrow I = 10^{-4} \text{ W/m}^2$$

گام دوم: با معلوم بودن شدت صوت و مساحت سطحی که صوت به آن می‌رسد، آهنگ متوسط انتقال انرژی را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{P_{av}}{A} \Rightarrow 10^{-4} = \frac{P_{av}}{4} \Rightarrow P_{av} = 4 \times 10^{-4} \text{ W}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۶۲ کم‌ترین فاصله بین یک شخص و دیوار بلند مقابل آن چند متر باشد تا پژواک صدای خود را از صدای اصلی تمییز دهد؟ (تندی صوت در هوا 340 m/s است.)

۱۷ (۲)

۳۴ (۱)

۱/۷ (۴)

۳/۴ (۳)

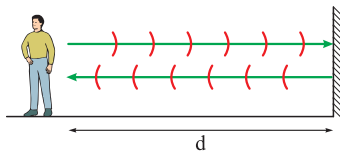
پاسخ: گزینه ۲

درس‌Box

پژواک: اگر صوت پس از بازتاب، با یک تأخیر زمانی به گوش شنونده‌ای برسد که صوت اولیه را مستقیماً می‌شنود، به چنین بازتابی پژواک می‌گویند.

اگر تأخیر زمانی بین این دو صوت، کم‌تر از 0.1 s باشد، گوش انسان نمی‌تواند پژواک را از صوت مستقیم اولیه تمییز دهد.

صوت شخص، پس از برخورد به دیوار بازتاب شده و به گوش خود شخص می‌رسد. اگر فاصله شخص تا دیوار را d فرض کنیم، مسافت طی شده در رفت و برگشت صوت $2d$ خواهد بود:



$$v = \frac{l}{\Delta t} = \frac{2d}{\Delta t}$$

برای تعیین کم‌ترین فاصله شخص از دیوار باید بازه زمانی را 0.1 s در نظر بگیریم:

$$v = \frac{2d}{\Delta t} \Rightarrow 340 = \frac{2d}{0.1} \Rightarrow 2d = 34 \Rightarrow d = 17 \text{ m}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در کدام یک از موارد زیر، از امواج الکترومغناطیسی برای مکان‌یابی پژواکی استفاده می‌شود؟

- (۱) رادار دوپلری
 (۲) دستگاه سونار
 (۳) دستگاه لیتوتریپسی
 (۴) میکروفون سهموی

پاسخ: گزینه ۱

کرتس Box

مکان‌یابی پژواکی: در این روش، مکان جسم را براساس امواج صوتی بازتابیده از آن تعیین می‌کنند. برای تعیین مکان اجسام متحرک و نیز تندی آن‌ها، از روش مکان‌یابی پژواکی به همراه اثر دوپلر استفاده می‌شود. از کاربردهای مکان‌یابی پژواکی توسط موج‌های مکانیکی به موارد زیر می‌توان اشاره کرد:

جهت‌یابی خفاش و دلفین، اندازه‌گیری تندی شارش خون در رگ‌ها، دستگاه سونار در کشتی‌ها برای مکان‌یابی اجسام زیر آب، سونوگرافی در پزشکی.

بازتاب موج‌های الکترومغناطیس: امواج الکترومغناطیس نیز مشابه امواج مکانیکی می‌توانند از یک سطح بازتابیده شوند و از قانون بازتاب عمومی امواج پیروی می‌کنند. مثلاً امواج الکترومغناطیسی تخت تابیده به یک سطح کاو پس از بازتابش، در کانون آن سطح جمع می‌شوند. حتی مکان‌یابی پژواکی نیز براساس امواج الکترومغناطیس کاربرد دارد. استفاده از رادار دوپلری برای تشخیص حضور هواپیما و تندی خودروها نمونه‌هایی از آن است.

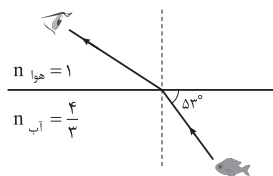


در بین گزینه‌های موجود، فقط در رادار دوپلری از نوعی موج الکترومغناطیسی برای مکان‌یابی پژواکی استفاده می‌شود. در سایر گزینه‌ها، گرچه از مکان‌یابی پژواکی استفاده می‌شود، اما با امواج مکانیکی کار می‌کنند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

مطابق شکل، پرتو نوری که از ماهی به چشمان شخص می‌رسد، تحت زاویه 53° به مرز آب - هوا برخورد کرده است.

زاویه‌ای که پرتوی شکست با مرز جدایی آب و هوا می‌سازد، چند درجه است؟ ($\sin 53^\circ = 0.8$)



(۱) 37°

(۲) 53°

(۳) 3°

(۴) 6°

پاسخ: گزینه ۱

قانون شکست اسنل برای شکست موج‌های نورانی:

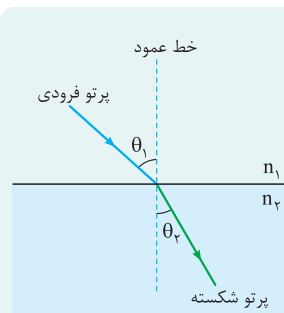
$$n_1 = \text{ضریب شکست محیط اول}$$

$$n_2 = \text{ضریب شکست محیط دوم}$$

$$\theta_1 = \text{زاویه تابش}$$

$$\theta_2 = \text{زاویه شکست}$$

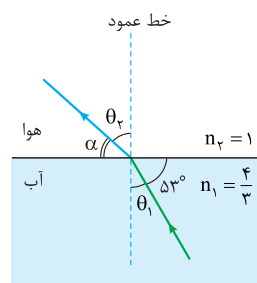
$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$



درس‌Box

پاسخ خیلی تشریحی

زاویه تابش در محیط اول (آب) برابر است با:



$$\theta_1 = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$$

بر این اساس، زاویه θ_2 را به دست می‌آوریم:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow \frac{4}{3} \sin 37^\circ = 1 \sin \theta_2 \Rightarrow \frac{4}{3} \times \frac{3}{5} = \sin \theta_2 \Rightarrow \sin \theta_2 = 0.8 \Rightarrow \theta_2 = 53^\circ$$

بنابراین زاویه‌ای که پرتو شکست با مرز جدایی آب و هوا می‌سازد، برابر است با:

$$\alpha = 90^\circ - \theta_2 = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$$

در یک تشت موج، امواج سطحی آب با بسامد ۵ Hz تشکیل شده و فاصله دو برآمدگی متوالی آن ۲۵ cm است. موج وارد ناحیه‌ای با عمق کم‌تر شده و تندی انتشار آن ۲۰ درصد تغییر می‌کند. طول موج و بسامد امواج سطحی آب در ناحیه کم‌عمق به ترتیب در SI کدام است؟

$$۵,۰ / ۲ \text{ (۲)}$$

$$۴,۰ / ۲ \text{ (۱)}$$

$$۵,۰ / ۳ \text{ (۴)}$$

$$۴,۰ / ۳ \text{ (۳)}$$

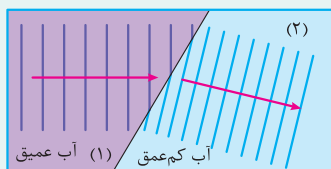
پاسخ: گزینه ۲

کرتس Box

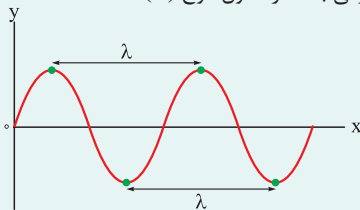
(۱) اگر موجی در حال انتشار روی سطح آب، به طور مایل از قسمت عمیق به مرز جدایی با قسمت کم‌عمق برسد، بسامد آن تغییر نمی‌کند، ولی تندی انتشار و طول موج آن کاهش می‌یابد:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

به این ترتیب جبهه‌های موج و جهت انتشار موج، مطابق شکل زیر تغییر جهت می‌دهند:



(۲) هنگام انتشار یک موج عرضی، فاصله بین دو برآمدگی متوالی یا دو فرورفتگی متوالی به اندازه طول موج (λ) است:



گام اول: با توجه به درس باکس، وقتی امواج سطحی آب وارد ناحیه کم‌عمق می‌شوند، بسامد آن‌ها ثابت بوده و همان ۵ Hz است؛ بنابراین گزینه‌های (۱) و (۳) رد می‌شوند.

گام دوم: از آنجا که امواج سطحی آب در ناحیه کم‌عمق، تندی انتشار کم‌تری دارند، می‌توان نوشت:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \xrightarrow[\lambda_1 = 25 \text{ cm}]{v_2 = v_1 - 0.2v_1 = 0.8v_1} \frac{\lambda_2}{25} = \frac{0.8v_1}{v_1} \Rightarrow \lambda_2 = 25 \times 0.8 = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گوشی‌های همراه همواره با امواج رادیویی با بسامد ۲ GHz کار می‌کنند. این امواج تحت چه شرایطی از یک مانع پراشیده می‌شوند و به منطقه سایه مانع می‌رسند؟ ($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$)

- (۱) در صورتی که ابعاد لبه مانع در حدود ۳۰ cm یا کوچک‌تر از آن باشد.
- (۲) در صورتی که ابعاد لبه مانع در حدود ۱ m یا بزرگ‌تر از آن باشد.
- (۳) در صورتی که ابعاد لبه مانع در حدود ۱۵ cm یا کوچک‌تر از آن باشد.
- (۴) در صورتی که ابعاد لبه مانع در حدود ۱۵۰ cm یا بزرگ‌تر از آن باشد.

پاسخ: گزینه ۳

درس‌Box

امواج رادیویی از نوع امواج الکترومغناطیس هستند و با تندی نور در هوا و خلأ منتشر می‌شوند.

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

λ : طول موج (m)

c : تندی انتشار نور در هوا و خلأ $= 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

f : بسامد موج (Hz)

پراش موج:

وقتی موج به مانعی لبه‌دار یا شکاف‌دار می‌رسد، بخشی از آن از لبه‌های مانع یا شکاف‌های موجود در آن می‌گذرد. اگر ابعاد مانع یا پهنای شکاف، در حدود مرتبه طول موج یا کوچک‌تر از آن باشند، موج هنگام عبور از آن‌ها به اطراف گسترده می‌شود. این پدیده را پراش می‌گویند.

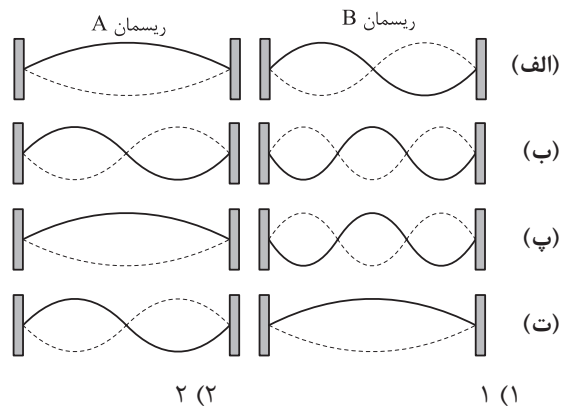
گام اول: با معلوم‌بودن بسامد و تندی انتشار این موج رادیویی، طول موج آن را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{2 \times 10^9 \text{ Hz}} = 0.15 \text{ m} = 15 \text{ cm}$$

گام دوم: با توجه به متن درس‌باکس، برای آن‌که این امواج از یک مانع پراشیده شده و به منطقه سایه مانع برسند، باید ابعاد آن‌ها در حدود ۱۵ cm یا کوچک‌تر از آن باشد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

ریسمان‌های A و B، طول و چگالی خطی جرمی یکسانی دارند، ولی ریسمان B تحت کشش بیشتری نسبت به ریسمان A قرار دارد. شکل زیر چهار وضعیت «الف» تا «ت» را نشان می‌دهد که در آن‌ها نقش‌های موج ایستاده در دو ریسمان وجود دارند. در چه تعداد از وضعیت‌های زیر، احتمال دارد که ریسمان‌های A و B در بسامد تشدید یکسان نوسان کنند؟



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

تندی انتشار موج در یک ریسمان که بین دو نقطه بسته شده و تحت تأثیر نیروی کشش قرار دارد، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

v: تندی انتشار موج (m/s)

F: نیروی کشش (N)

μ : چگالی خطی جرم ریسمان (kg/m)

رابطه بسامدهای تشدید ریسمانی که بین دو نقطه بسته شده و به نوسان درمی‌آید، به صورت زیر است:

$$f_n = \frac{nv}{2L}$$

f_n : بسامد هماهنگ nام (Hz)

n: شماره هماهنگ = تعداد شکم - 1 = تعداد گره

L: طول ریسمان (m)

v: تندی انتشار موج در ریسمان (m/s)

بسامدهای تشدید تار: هر تار مرتعش، به ازای بسامدهای معینی، می‌تواند به تشدید درآید و موج‌های ایستاده بارز یا اصطلاحاً

مدهای نوسانی را تولید کند. به این بسامدهای خاص، بسامدهای تشدید می‌گویند.

گره: در یک موج ایستاده، نقاطی از محیط که همواره ساکن می‌مانند، گره نام دارند.

شکم: وسط گره‌های مجاور را شکم می‌گویند و دامنه موج برابند در آن‌جا بیشینه است.

مدهای نوسان را با بسامدهای تشدید مشخص می‌کنند. پایین‌ترین بسامد (بم‌ترین صوت) را که مربوط به $n = 1$ است، بسامد

اصلی و مد مربوط به آن را مد اصلی یا هماهنگ اول می‌گویند. برای سایر هماهنگ‌ها می‌توان نوشت:

$$f_n = nf_1$$

گام اول: تندی انتشار موج در دو ریسمان A و B را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{\substack{F_B > F_A \\ \mu_B = \mu_A}} v_B > v_A$$

گام دوم: بسامد اصلی دو ریسمان A و B را با هم مقایسه می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$f_n = \frac{nv}{\lambda L} \xrightarrow[n_A = n_B = 1, v_B > v_A]{L_B = L_A} f_{1B} > f_{1A}$$

گام سوم: بسامد ریسمان‌های A و B را در هر یک از حالت‌های داده‌شده، با هم مقایسه می‌کنیم:

الف) احتمال ندارد:

$$f_{1B} > f_{1A} \Rightarrow 2f_{1B} > f_{1A} \xrightarrow{f_{2B} = 2f_{1B}} f_{2B} > f_{1A}$$

ب) احتمال ندارد:

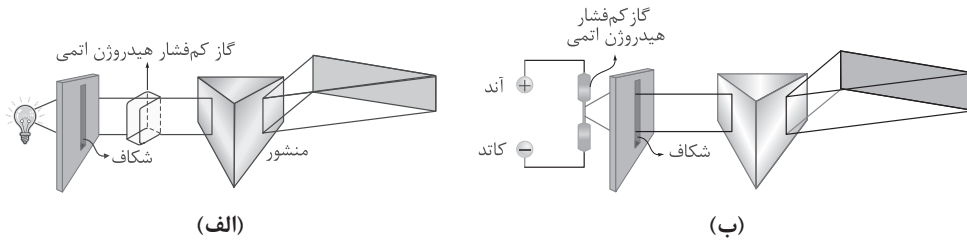
$$f_{1B} > f_{1A} \Rightarrow 3f_{1B} > 2f_{1A} \xrightarrow[f_{2A} = 2f_{1A}]{f_{3B} = 3f_{1B}} f_{3B} > f_{2A}$$

پ) احتمال ندارد:

$$f_{1B} > f_{1A} \Rightarrow 3f_{1B} > f_{1A} \xrightarrow{f_{3B} = 3f_{1B}} f_{3B} > f_{1A}$$

$$\left. \begin{array}{l} f_{1B} > f_{1A} \\ f_{2A} = 2f_{1A} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{احتمال یکسان شدن } f_{2A} \text{ و } f_{1B} \text{ وجود دارد.} \quad \text{ت)}$$

شکل‌های «الف» و «ب» طرحی از آزمایش‌های مربوط به تشکیل طیف اتمی را نشان می‌دهد. طیف‌های تشکیل شده روی پرده شکل‌های «الف» و «ب» به ترتیب از راست به چپ از کدام نوع‌اند؟



(الف)

(ب)

(۲) گسیلی خطی، جذبی خطی

(۱) جذبی خطی، گسیلی پیوسته

(۴) گسیلی پیوسته، گسیلی خطی

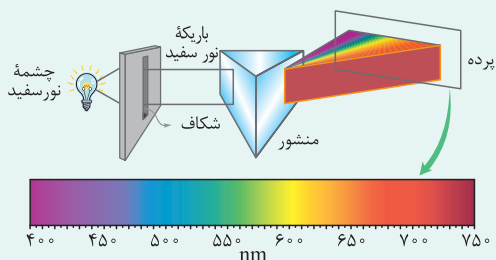
(۳) جذبی خطی، گسیلی خطی

پاسخ: گزینه ۲

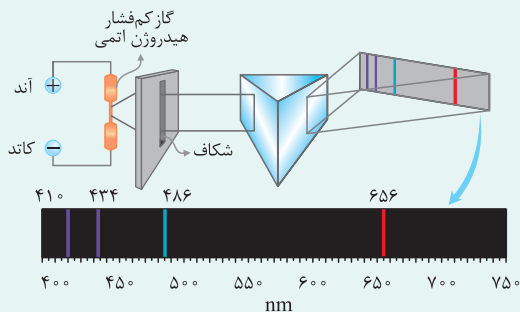
درس‌Box

طیف نور گسیلی یا تابشی یا نشری اجسام دو دسته‌اند:

(الف) **طیف پیوسته:** این طیف ناشی از نور جامدهای ملتهب یا مایع‌های حاصل از ذوب آن‌هاست. مانند طیف حاصل از نور رشته داغ یک لامپ روشن. این طیف شامل گستره پیوسته‌ای از طول موج‌هاست. به همین دلیل طیف ایجادشده را پیوسته می‌نامیم. تشکیل طیف پیوسته توسط جسم جامد، ناشی از برهم‌کنش قوی بین اتم‌های سازنده آن است.



(ب) **طیف خطی (گسسته یا ناپیوسته):** این طیف ناشی از نوری است که گازهای کم‌فشار و رقیق مانند هیدروژن، هلیوم، نئون و ... یا بخارهای عنصرهایی مانند جیوه و سدیم، در حالت برانگیخته از خود تابش می‌کنند. این طیف به صورت خط‌های رنگی مجزا با طول موج‌های معین دیده می‌شود که بین آن‌ها تاریک است. در این حالت اتم‌ها به صورت منفرد و آزاد هستند و برهم‌کنش میان آن‌ها ضعیف است.

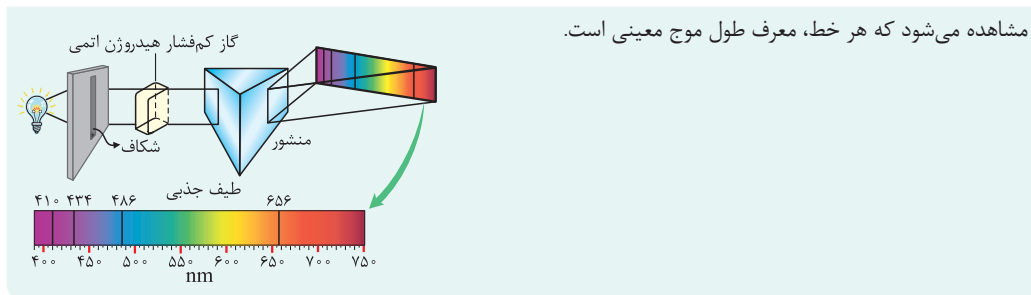


طیف جذبی:

اگر نور سفید ناشی از یک جسم ملتهب را از یک گاز کم‌فشار یا بخار عنصر عبور داده و سپس طیف آن را تشکیل دهیم، یک طیف رنگی پیوسته با خط‌های تاریک درون آن ظاهر می‌شود که در آن بعضی از طول موج‌ها از نور سفید جذب شده‌اند. چنین طیفی را طیف جذبی می‌گوییم.

طیف جذبی گاز هیدروژن اتمی و مدل بور:

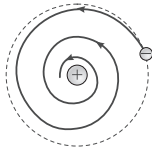
وقتی نور سفید ناشی از رشته داغ یک لامپ روشن، از گاز هیدروژن در فشار کم عبور می‌کند، بعضی از طول موج‌های نور سفید توسط اتم‌های هیدروژن، جذب می‌شوند. در نتیجه در طیف پیوسته نور سفید، به علت نبود این طول موج‌های خط‌های تاریک



با توجه به درس‌پاکس، در شکل «الف» بعضی از طول موج‌های نور سفید، توسط اتم‌های هیدروژن جذب می‌شوند و طیف جذبی خطی به وجود می‌آید. در شکل «ب» گاز کم‌فشار هیدروژن اتمی به عنوان چشمه نور است و طیف حاصل از آن گسیل خطی است.

✓ پاسخ خیلی تشریحی

با توجه به شکل زیر که مربوط به مسیر حرکت الکترون در مدل هسته‌ای اتم است، بنا بر فیزیک کلاسیک، حین حرکت الکترون به دور هسته، انرژی الکترون و بسامد موج الکترومغناطیسی گسیل شده توسط آن، به ترتیب چگونه تغییر می‌کنند؟



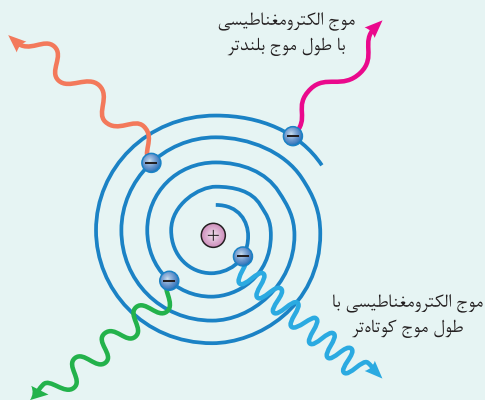
- ۱) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.
- ۲) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.
- ۳) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.
- ۴) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۲

درس‌Box

در مدل اتمی رادرفورد که آن را مدل هسته‌ای اتم نیز می‌نامند، بار مثبت اتم در هسته‌ای کوچک به شعاع 10^{-15} m متمرکز شده و الکترون‌ها با بار منفی در اطراف این هسته و در فاصله نسبتاً زیادی قرار دارند.

در این مدل، اگر فرض کنیم که الکترون‌ها به دور هسته در گردش باشند، حرکت آن‌ها پایدار نمی‌ماند؛ زیرا حرکت الکترون به دور هسته، یک حرکت شتابدار است و بنا به نظریه الکترومغناطیسی کلاسیک، باید این الکترون، موج الکترومغناطیسی گسیل کند و از انرژی آن کاسته شود. پس شعاع مدار الکترون به دور هسته، کوچک‌تر و بسامد حرکت آن بیشتر می‌شود. یعنی بسامد موج الکترومغناطیسی گسیل شده نیز به تدریج زیادتر و طول موج تابشی آن کوتاه‌تر می‌شود. به این ترتیب باید طیف موج الکترومغناطیسی گسیل شده از اتم، پیوسته باشد و الکترون پس از گسیل متوالی موج‌های الکترومغناطیسی روی هسته بیفتد.



با توجه به متن درس‌باکس، حین حرکت الکترون به دور هسته، انرژی الکترون کاهش می‌یابد، اما بسامد موج الکترومغناطیسی گسیل شده توسط آن، افزایش پیدا می‌کند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

یک چشمه نور مرئی با توان 100 W ، فوتون‌هایی با طول موج $\lambda = 640 \text{ nm}$ گسیل می‌کند. چه تعداد فوتون در هر دقیقه

از این چشمه نور گسیل می‌شود؟ ($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ ، $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ، $h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$)

$$8 \times 10^{21} \quad (2)$$

$$2 \times 10^{21} \quad (1)$$

$$8 \times 10^{22} \quad (4)$$

$$2 \times 10^{22} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

رابطه انرژی یک موج الکترومغناطیس:

$$E = nh \frac{c}{\lambda}$$

E: انرژی (J)

n: تعداد فوتون

$$h = \text{ثابت پلانک} = 6/6 \times 10^{-34} \text{ J.s} = 4/14 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$$

$$c = \text{تندی نور در هوا و خلأ} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\lambda = \text{طول موج نور در خلأ (m)}$$

توان یک چشمه موج الکترومغناطیس از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P = \frac{E}{\Delta t}$$

P: توان (W)

E: انرژی (J)

Δt : بازه زمانی (s)

الکترون‌ولت (eV):

الکترون‌ولت، یکای انرژی در فیزیک اتمی و فیزیک هسته‌ای است. یک الکترون‌ولت بنا به تعریف، برابر مقدار انرژی لازم برای جابه‌جایی یک الکترون، تحت ولتاژ یک ولت است:

$$1 \text{ eV} = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C} \times 1 \text{ V} = 1/6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

گام اول: انرژی چشمه نورانی در هر دقیقه را برحسب ژول به دست می‌آوریم:

$$E = P \Delta t \xrightarrow{\substack{P=100 \text{ W} \\ \Delta t=1 \text{ min}=60 \text{ s}}} E = 100 \times 60 = 6000 \text{ J}$$

گام دوم: ثابت پلانک را برحسب J.s پیدا می‌کنیم:

$$h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s} \times \frac{1/6 \times 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} \quad h = 6/4 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

گام سوم: به کمک رابطه انرژی امواج الکترومغناطیس، تعداد فوتون‌های گسیل شده را محاسبه می‌کنیم:

$$E = nh \frac{c}{\lambda} \Rightarrow n = \frac{E \lambda}{hc} = \frac{6000 \times 640 \times 10^{-9}}{6/4 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8} = \frac{6 \times 6/4 \times 10^{-4}}{6/4 \times 3 \times 10^{-26}} = 2 \times 10^{22}$$

کرتس Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

طول موج دومین خط طیف اتمی هیدروژن در رشتهٔ براکت ($n' = 4$) برابر چند میکرومتر است و این خط در کدام گسترهٔ طول موج‌های الکترومغناطیسی واقع است؟ ($R = 0.01 \text{ (nm)}^{-1}$)

- (۱) 288 nm ، فروسرخ
 (۲) 288 nm ، فرابنفش
 (۳) 88 nm ، فروسرخ
 (۴) 88 nm ، فرابنفش

پاسخ: گزینهٔ ۳

کرتس Box

معادلهٔ ریڈبرگ: طول موج تمامی خط‌های طیف گسیلی اتم هیدروژن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

λ : طول موج (nm)

R: ثابت ریڈبرگ $\approx 0.01 \text{ (nm)}^{-1}$

n' : شمارهٔ مدار کوچک‌تر

n: شمارهٔ مدار بزرگ‌تر

به ازای یک عدد صحیح که به n' نسبت می‌دهیم، n عددهای صحیح بعد از آن است و مجموعه‌ای از طول موج‌ها ایجاد می‌شوند که یک رشته نام دارند. مقدارهای n، شمارهٔ خط‌ها را نشان می‌دهند. مثلاً پنجمین خط در رشتهٔ بالمر، یعنی $n = 7$.

نام طیف	مقدار n'	رابطهٔ ریڈبرگ مربوط به رشته	مقدارهای n	ناحیهٔ طیف
لیمان	۱	$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	۲, ۳, ۴, ...	فرابنفش
بالمر	۲	$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	۳, ۴, ۵, ...	فرابنفش و مرئی
پاشن	۳	$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	۴, ۵, ۶, ...	فروسرخ
براکت	۴	$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	۵, ۶, ۷, ...	فروسرخ
پفوند	۵	$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	۶, ۷, ۸, ...	فروسرخ

دومین خط طیف اتمی هیدروژن در رشتهٔ براکت ($n' = 4$) مربوط به $n = 6$ است:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{6^2} \right) = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{36} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{20}{16 \times 36} \right) = \frac{1}{80 \times 36}$$

$$\Rightarrow \lambda = 80 \times 36 = 2880 \text{ nm} = 2.88 \text{ } \mu\text{m}$$

این طول موج در ناحیهٔ فروسرخ قرار دارد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

- (الف) در یک هسته پایدار، مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده هسته، بزرگ‌تر از جرم هسته است.
 (ب) هر چه کاستی جرم هسته بیشتر باشد، انرژی بستگی هسته‌ای آن هسته کم‌تر است.
 (پ) انرژی نوکلئون‌های وابسته به هسته، کوانتیده است.

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

پاسخ: گزینه ۲

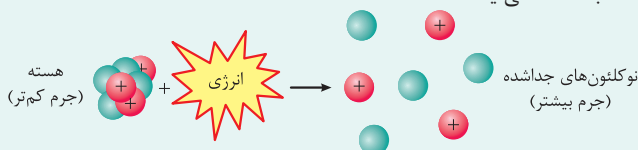
انرژی بستگی هسته‌ای:

انرژی لازم برای جداکردن نوکلئون‌های یک هسته از یکدیگر، انرژی بستگی هسته‌ای نامیده می‌شود.

کاستی جرم هسته:

اندازه‌گیری‌های دقیق نشان می‌دهند که جرم هسته، از مجموع جرم پروتون‌ها و نوترون‌های تشکیل‌دهنده‌اش اندکی کم‌تر است. این اختلاف جرم را کاستی جرم هسته می‌گویند.

انرژی بستگی هسته‌ای از رابطه اینشتین $E = mc^2$ به دست می‌آید.



m = کاستی جرم هسته (kg)

c = تندی نور در خلأ و هوا 3×10^8 m/s

E = انرژی بستگی هسته‌ای (J)

مقایسه انرژی نوکلئون‌ها با انرژی الکترون‌ها:

نوکلئون‌های وابسته به هسته نیز مانند الکترون‌های وابسته به اتم:

(۱) انرژی کوانتیده دارند؛ یعنی نوکلئون‌های درون هسته، نمی‌توانند هر انرژی دلخواهی را اختیار کنند.

(۲) می‌توانند با جذب انرژی به ترازهای انرژی بالاتر بروند و هسته برانگیخته شود. یک هسته برانگیخته را با نماد ${}^A_Z X^*$ نمایش می‌دهند.

(۳) در حالت برانگیخته، می‌توانند با گسیل فوتون به تراز پایه برگردند. انرژی فوتون گسیل‌شده، با اختلاف انرژی بین تراز برانگیخته و تراز پایه برابر است، اما تفاوت آن‌ها در این است که اختلاف بین ترازهای انرژی نوکلئون‌ها در هسته از مرتبه keV و MeV است، در حالی که اختلاف بین ترازهای انرژی الکترون‌ها در اتم از مرتبه eV است؛ یعنی سطح انرژی نوکلئون‌ها بسیار بالاتر از سطح انرژی الکترون‌هاست.

موارد مطرح‌شده را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

(الف) درست؛ با توجه به درس‌بکس داریم:

$$ZM_p + NM_n > M_x$$

Z : تعداد پروتون‌ها M_n : جرم هر نوترون

M_p : جرم هر پروتون M_x : جرم هسته

N : تعداد نوترون‌ها

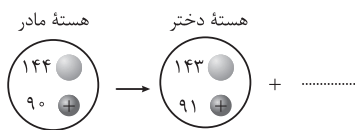
(ب) نادرست؛ طبق رابطه $E = mc^2$ ، هر چه جرم (m) بیشتر باشد، انرژی بستگی هسته‌ای آن (E) نیز بیشتر است.
 (پ) درست است.

کرتس‌Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

شکل زیر، فرایند واپاشی توریم ۲۳۴ را نشان می‌دهد. نام ذره گسیل شده در این فرایند واپاشی کدام است؟

۷۳



(۱) آلفا

(۲) گاما

(۳) پوزیترون

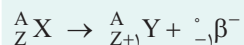
(۴) الکترون

پاسخ: گزینه ۴

کارتی Box

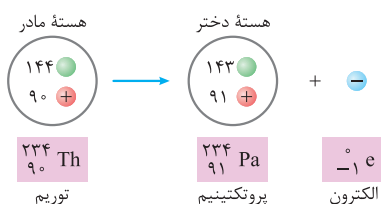
واپاشی بتا، همراه با گسیل الکترون (${}_{-1}^0\beta^{-}$ یا ${}_{-1}^0e^{-}$):

الکترون گسیل شده در این واپاشی، در هسته مادر وجود ندارد و همچنین یکی از الکترون‌های مدار اتم نیست؛ این الکترون وقتی به وجود می‌آید که نوترونی درون هسته، به پروتون و الکترون تبدیل شود. فرایند این واپاشی را با رابطه زیر بیان می‌کنند:



با توجه به این که هسته دختر نسبت به هسته مادر، یک نوترون کم‌تر و یک پروتون بیشتر دارد؛ بنابراین ذره گسیل شده در این

فرایند واپاشی، الکترون است. واپاشی ${}_{-1}^0\beta^{-}$ ، برای توریم ۲۳۴ که به طور طبیعی رخ می‌دهد:



پاسخ خیلی تشریحی ✓

۷۴

پس از گذشت ۱۲ روز، تعداد هسته‌های پرتوزای یک نمونه، به $\frac{1}{8}$ تعداد موجود در آغاز، کاهش یافته است. نیمه‌عمر

این ماده چند روز است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

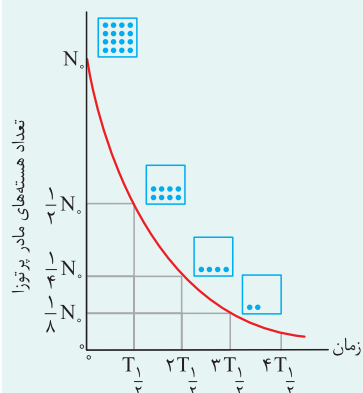
۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

نیمه‌عمر:

درس‌Box

ایزوتوپ‌های پرتوزا با گذشت زمان، واپاشیده می‌شوند. تعداد هسته‌های مادر (هسته‌های اولیه) آن‌ها کاهش می‌یابد و به صفر میل می‌کند. بنا به تعریف، نیمه‌عمر، مدت‌زمانی است که طول می‌کشد تا تعداد هسته‌های مادر (اولیه) موجود در یک نمونه، به نصف برسند و آن را با نماد $(T_{\frac{1}{2}})$ نشان می‌دهیم:



$$N = \frac{N_0}{2^n}$$

$N_0 =$ تعداد هسته‌های اولیه در یک نمونه پرتوزا

$N =$ تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده

$N_0 - N =$ تعداد هسته‌های واپاشیده‌شده

$n =$ تعداد تکرار نیمه‌عمر

$t =$ کل زمان واپاشی

$$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$$

ابتدا تعداد مراحل واپاشی را به دست می‌آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$N = \frac{N_0}{2^n} \xrightarrow{N = \frac{1}{8} N_0} \frac{1}{8} N_0 = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow 2^n = 8 \Rightarrow n = 3$$

با معلوم‌بودن کل زمان واپاشی و تعداد مراحل واپاشی، نیمه‌عمر را محاسبه می‌کنیم:

$$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 3 = \frac{12}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow T_{\frac{1}{2}} = 4 \text{ روز}$$

در راکتورهای هسته‌ای، میله‌های کنترل آهنگ واکنش شکافت، معمولاً از چه موادی ساخته می‌شود؟

- (۱) بور، گرافیت
 (۲) کادمیم، بور
 (۳) گرافیت، کادمیم
 (۴) آب سنگین، گرافیت

پاسخ: گزینه ۲

کوتاه‌نویس Box

راکتورها دارای سوخت هسته‌ای، مادهٔ کندساز، میله‌های کنترل و شاره‌ای (معمولاً آب) برای خارج‌ساختن گرما از راکتورند. سوخت هسته‌ای: اورانیوم غنی شده با حدود ۳ درصد ایزوتوپ $^{235}_{92}\text{U}$ که درون هزاران میله با قطر حدود ۱ cm در قلب راکتور قرار می‌گیرد. مادهٔ کندساز: نوترون‌های آزاد شده در فرایند شکافت، سرعت زیادی دارند. تجربه نشان می‌دهد که این نوترون‌های تند، با احتمال بیشتری جذب ایزوتوپ $^{238}_{92}\text{U}$ می‌شوند؛ بدون آن که باعث شکافت آن‌ها شوند. اگر بتوان به نحوی این نوترون‌ها را کند ساخت، احتمال جذب آن‌ها توسط ایزوتوپ $^{235}_{92}\text{U}$ افزایش می‌یابد و با شکافت‌های پی‌درپی، واکنش زنجیری شکل می‌گیرد. موادی مانند آب معمولی (H_2O)، آب سنگین (D_2O) و گرافیت (اتم‌های کربن)، به عنوان کندساز نوترون‌ها در واکنش‌های هسته‌ای به کار می‌روند.

میله‌های کنترل: این میله‌ها معمولاً از مواد جذب‌کنندهٔ نوترون، مانند کادمیم یا بور ساخته می‌شوند و آهنگ واکنش شکافت یعنی تعداد نوترون‌های موجود، برای به وجود آوردن شکافت را تنظیم می‌کنند.

آب خنک‌کنندهٔ راکتور: آبی که سوخت هسته‌ای را احاطه کرده است، تحت فشار زیاد قرار دارد تا بدون آن که بجوشد، گرمای حاصل از شکافت را جذب کند و به دماهای بالا برسد.

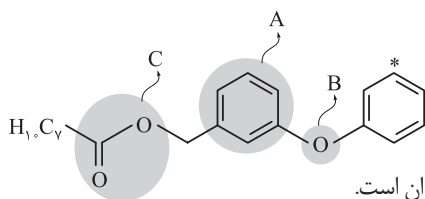
آب داغ راکتور، به سامانهٔ بستهٔ دیگری که محتوی آب با فشار نسبتاً کم‌تری است، پمپ می‌شود تا این آب را بجوشاند و تولید بخار کند. بخار حاصل، توربین و مولد الکتریسیته را به کار می‌اندازد.

از آب رودخانه یا دریای مجاور نیروگاه نیز در چگالندهٔ توربین استفاده می‌شود.

با توجه به متن درس‌بکس، میله‌های کنترل آهنگ واکنش شکافت، از کادمیم یا بور ساخته می‌شود.

✓ پاسخ خیلی تشریحی

ساختار زیر مربوط به یک سم قوی است که برای از بین بردن حشرات روی گیاهان استفاده می‌شود. کدام مورد نادرست است؟



(۱) قسمت‌های A و B در این مولکول به ترتیب ناقطبی و قطبی هستند.

(۲) گروه C در ساختار روغن زیتون نیز وجود دارد.

(۳) انحلال‌پذیری این ماده در آب بیشتر از انحلال‌پذیری آن در هگزان است.

(۴) عدد اکسایش اتم کربن ستاره‌دار در این مولکول برابر ۱- است.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

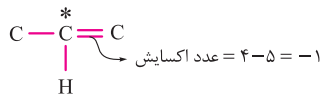
بخش عمده مولکول داده‌شده، بخش هیدروکربنی بوده و در نتیجه ناقطبی است؛ بنابراین در آب حل نمی‌شود. این ماده در حلال‌های ناقطبی مانند هگزان حل می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): قسمت A (حلقه بنزنی)، ناقطبی و قسمت B (گروه عاملی اتری)، قطبی است.

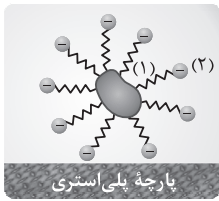
گزینه (۲): گروه C، گروه استری است که در ساختار استرهای سنگین مانند روغن زیتون نیز وجود دارد.

گزینه (۴): اتم کربن ستاره‌دار، به دو اتم کربن دیگر و یک اتم هیدروژن متصل است:



با توجه به شکل زیر که مربوط به پاک‌شدن لکه چربی توسط صابون از سطح پارچه است، کدام گزینه نادرست است؟

W



- (۱) بخش (۲) حاوی گروه COO^- بوده و با آب جاذبه یون - دوقطبی تشکیل می‌دهد.
 (۲) بخش (۱) با لکه چربی، پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهد.
 (۳) اگر جنس پارچه به نخی تغییر کند، قدرت پاک‌کنندگی صابون افزایش می‌یابد.
 (۴) با افزایش دما برخلاف افزودن مقدار چشمگیری یون Mg^{2+} به آب، درصد لکه باقی‌مانده روی پارچه کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۲

بخش (۱) (بخش هیدروکربنی صابون) با لکه چربی، جاذبه وان‌دروالسی برقرار می‌کند.
 بررسی سایر گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه (۱): بخش (۲) گروه COO^- بوده که بخش قطبی جزء آنیونی صابون است و با آب جاذبه یون - دوقطبی تشکیل می‌دهد.

نکته

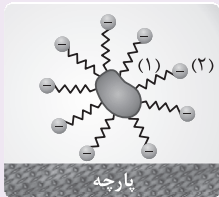
صابون

- جز کاتیونی ← حالت فیزیکی صابون را تعیین می‌کند.
- بخش قطبی (گروه COO^-) ← جاذبه یون - دوقطبی با آب (حل شدن در آب)
- بخش ناقطبی (گروه هیدروکربنی) ← جاذبه وان‌دروالسی با چربی (حل شدن در چربی)

گزینه (۳): میزان چسبندگی لکه چربی روی پارچه‌های نخی کم‌تر از پارچه‌های پلی‌استری است؛ بنابراین قدرت پاک‌کنندگی صابون برای پارچه‌های نخی بیشتر از پارچه‌های پلی‌استری است.

گزینه (۴): پاک‌کنندگی صابون در آب سخت که حاوی مقادیر چشمگیری از یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} است، کاهش می‌یابد. قدرت پاک‌کنندگی با افزایش دما، استفاده از آنزیم و استفاده از پارچه نخی به جای پلی‌استری و استفاده از آب معمولی به جای آب سخت افزایش می‌یابد.

(سؤال ۳ امتحان نوبت فروردین ۱۴۰۴)



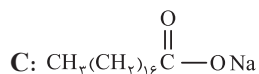
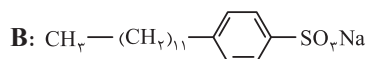
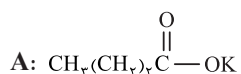
شکل زیر پاک‌شدن چربی توسط صابون از سطح پارچه را نشان می‌دهد.

(آ) لکه چربی با کدام بخش صابون (زنجر هیدروکربنی یا بخش قطبی) جاذبه برقرار می‌کند؟

(ب) کدام بخش (۱ یا ۲) باعث پخش شدن چربی در آب می‌شود؟

(پ) بخش (۲) گروه COO^- یا SO_3^- است؟

با توجه به ساختار مواد A، B و C، کدام مطلب درست است؟



(۱) A، ساختار یک پاک‌کننده صابونی مایع و B، ساختار یک پاک‌کننده غیرصابونی را نشان می‌دهد.

(۲) مخلوط آب، روغن و C، یک مخلوط ناهمگن اما پایدار است.

(۳) C برخلاف B، در آب سخت حل نمی‌شود.

(۴) با افزایش دما از 20°C به 40°C ، پاک‌کننده C به میزان بیشتری با آلایندها واکنش می‌دهد و آن‌ها را از روی لباس می‌زداید.

پاسخ: گزینه ۲

مقایسه پاک‌کننده صابونی و غیرصابونی:

درس‌Box

غیرصابونی با فرمول $\text{RC}_6\text{H}_4\text{SO}_3\text{Na}$	صابونی با فرمول RCOONa	پاک‌کننده ویژگی
<p>(۹ جفت الکترون ناپیوندی)</p>	<p>(۵ جفت الکترون ناپیوندی)</p>	ساختار
	R	بخش ناقطبی (آب‌گریز و چربی‌دوست)
$-\text{SO}_3^-$	$-\text{COO}^-$	بخش قطبی (آب‌دوست و چربی‌گریز)
دارد	ندارد	حلقه بنزن
طی واکنش‌های پیچیده، از بنزن و دیگر مواد اولیه در صنایع پتروشیمی	از واکنش چربی یا روغن‌های مختلف با سدیم هیدروکسید	نحوه تولید
واکنش نمی‌دهد و رسوبی تشکیل نمی‌شود.	واکنش می‌دهد و رسوب می‌کند.	واکنش با یون‌های موجود در آب سخت
بیشتر	کم‌تر	قدرت پاک‌کنندگی

B پاک‌کننده غیرصابونی، C پاک‌کننده صابونی جامد و A نوعی ترکیب، حاوی بخش قطبی و ناقطبی بدون خاصیت پاک‌کنندگی (به دلیل زنجیره هیدروکربنی کوتاه) است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): A خاصیت پاک‌کنندگی ندارد زیرا شمار اتم‌های کربن بخش ناقطبی آن کم است.

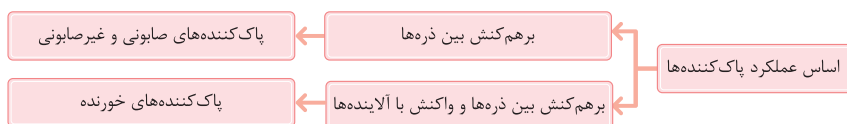
گزینه (۲): مخلوط آب، روغن و صابون، کلوئید است. کلوئیدها، جزء مخلوط‌های ناهمگن و پایدار هستند.

گزینه (۳): هر دو نوع پاک‌کننده در آب سخت حل می‌شوند. دلیل کم‌تر بودن قدرت پاک‌کنندگی صابون در آب سخت، واکنش

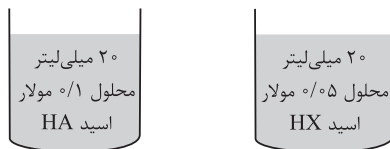
آن با یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} موجود در آب سخت است و نه کم‌بودن انحلال‌پذیری آن!

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه (۴): پاک‌کننده صابونی با آلاینده‌ها واکنش نمی‌دهد و فقط برهم‌کنش دارد.



با توجه به شکل‌های زیر، اگر درجه یونش اسید بسیار ضعیف HA، نصف درجه یونش اسید بسیار ضعیف HX باشد، کدام گزینه نادرست است؟



- (۱) pH دو محلول با هم برابر است.
 (۲) غلظت مولی یون X^- با غلظت مولی یون A^- برابر است.
 (۳) رسانایی الکتریکی محلول HX با رسانایی الکتریکی محلول HA برابر است.
 (۴) ثابت یونش اسید HA با ثابت یونش اسید HX، برابر است.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به رابطه $\alpha_{HX} = 2\alpha_{HA}$ ، گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه (۱): برای مقایسه pH دو محلول، غلظت یون هیدرونیوم دو محلول را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} [H^+]_{HA} &= M \times \alpha_{HA} = 0.1 \times \alpha_{HA} = 0.1 \alpha_{HA} \\ [H^+]_{HX} &= M \times \alpha_{HX} = 0.05 \times 2\alpha_{HA} = 0.1 \alpha_{HA} \end{aligned} \right\} \Rightarrow [H^+]_{HA} = [H^+]_{HX} \Rightarrow pH_{HA} = pH_{HX}$$

گزینه (۲): با توجه به این که $[H^+]_{HA} = [H^+]_{HX}$ و در یونش اسیدها، غلظت آنیون با هیدرونیوم برابر است، بنابراین $[X^-]$ و $[A^-]$ یکسان است.

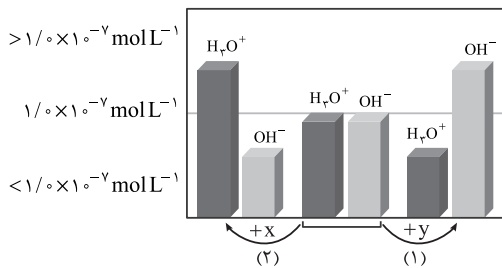
گزینه (۳): با توجه به این که غلظت یون‌ها در دو محلول برابر است، پس رسانایی الکتریکی دو محلول نیز با هم برابر است.

گزینه (۴): با توجه به این که هر دو اسید، بسیار ضعیف هستند، رابطه K_a برای آن‌ها را می‌نویسیم:

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M_{\text{تعادلی}}} \xrightarrow{\substack{\text{اسید خیلی ضعیف} \\ \text{اولیه } M_{\text{تعادلی}} = M}} \frac{(M\alpha)^2}{M} = M\alpha^2 \Rightarrow K_{a_{HA}} = 0.1\alpha_{HA}^2$$

$$\Rightarrow \frac{K_{a_{HA}}}{K_{a_{HX}}} = \frac{0.1\alpha_{HA}^2}{0.05\alpha_{HX}^2} = \frac{1}{2}$$

با توجه به نمودار زیر که معیار نسبی از مقایسهٔ خصلت اسیدی و بازی محلول‌ها را نشان می‌دهد، کدام موارد از مطالب داده‌شده درست است؟



الف) فرایند خنثی‌شدن آب دریاچه‌های اسیدی با استفاده از آهک، از فرایند (۱) پیروی می‌کند.
ب) اگر دما 25°C باشد، پس از اضافه کردن مواد x و y ، رابطه $[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14}$ در محلول‌های حاصل برقرار است.
پ) فرایند (۲) را می‌توان به تهیهٔ آب گازدار از آب خالص نسبت داد.
ت) x و y به ترتیب می‌توانند باریوم اکسید و دی‌نیتروژن پنتا اکسید باشند.

- (۱) «الف» و «ب»
(۲) «ب» و «پ»
(۳) «الف» و «ت»
(۴) «پ» و «ت»

پاسخ: گزینهٔ ۲

در محلول‌های اسیدی هم، یون هیدروکسید وجود دارد، فقط غلظت آن از یون هیدرونیوم کم‌تر است. به همین ترتیب در محلول‌های بازی هم، یون هیدرونیوم وجود دارد و فقط غلظت آن از یون هیدروکسید کم‌تر است. به طور خلاصه در دمای اتاق می‌توان نوشت:

نوع محیط	$[\text{H}^+]$	$[\text{OH}^-]$	رابطهٔ بین $[\text{H}^+]$ و $[\text{OH}^-]$	حاصل $[\text{H}^+][\text{OH}^-]$ در دمای اتاق	گسترهٔ pH
خنثی	برابر با 10^{-7}	برابر با 10^{-7}	$[\text{H}^+] = [\text{OH}^-]$	10^{-14}	برابر با ۷
اسیدی	بزرگ‌تر از 10^{-7}	کوچک‌تر از 10^{-7}	$[\text{H}^+] > [\text{OH}^-]$	10^{-14}	کوچک‌تر از ۷
بازی	کوچک‌تر از 10^{-7}	بزرگ‌تر از 10^{-7}	$[\text{H}^+] < [\text{OH}^-]$	10^{-14}	بزرگ‌تر از ۷

عبارت‌های «ب» و «پ» درست هستند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

الف) خنثی‌شدن آب دریاچه‌های اسیدی با آهک (CaO) ← اضافه کردن باز به اسید (تبدیل اسید به مادهٔ خنثی)

فرایند (۱) ← تبدیل یک مادهٔ خنثی به باز

ب) در همهٔ محلول‌های آبی در دمای اتاق، رابطه $[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14}$ برقرار است.

پ) آب گازدار یک محلول اسیدی است که فرایند (۲) می‌تواند مربوط به آن باشد.

ت) x و y به ترتیب خاصیت اسیدی و بازی دارند، در حالی که BaO و N_2O_5 به ترتیب، باز و اسید محسوب می‌شوند.

درس‌Box

جدول زیر اطلاعاتی درباره دو محلول باز فرضی را نشان می‌دهد. ثابت یونش AOH به تقریب کدام است و اگر pH محلول XOH با pH محلول 0.03 مولار باریوم هیدروکسید برابر باشد، x کدام است؟

	محلول بازی	غلظت مولی	درصد یونش
(I)	AOH	0.2	5
(II)	XOH	x	4

$$0.15 - 5 \times 10^{-4} \quad (2)$$

$$1/5 - 2 \times 10^{-3} \quad (4)$$

$$1/5 - 5 \times 10^{-4} \quad (1)$$

$$0.15 - 2 \times 10^{-3} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

برای محاسبه ثابت یونش باز AOH، به غلظت یون هیدروکسید در محلول آن نیاز داریم:

$$[\text{OH}^-] = M\alpha = 0.2 \times \frac{5}{100} = 0.01 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K_b = \frac{[\text{OH}^-]^2}{M - [\text{OH}^-]} = \frac{10^{-2} \times 10^{-2}}{0.2 - 10^{-2}} \approx \frac{10^{-2} \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-1}} = 5 \times 10^{-4}$$

برای قسمت دوم سؤال، با توجه به این که pH محلول XOH با pH محلول 0.03 مولار باریوم هیدروکسید برابر است، غلظت یون هیدروکسید این دو محلول باید با هم برابر باشد:

$$\text{Ba(OH)}_2 \text{ محلول} \Rightarrow [\text{OH}^-] = 2M = 2 \times 0.03 = 0.06 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{XOH محلول} \Rightarrow [\text{OH}^-] = M\alpha \Rightarrow 0.06 = M \times \frac{4}{100} \Rightarrow M = \frac{6}{4} = 1.5 \text{ mol.L}^{-1}$$

هر یک از توضیحات زیر را می‌توان به یکی از مواد درون کادر نسبت داد. کدام ماده با هیچ‌یک از توضیحات تطابق ندارد؟



الف) کاغذ pH را به رنگ آبی درمی‌آورد و در شرایط یکسان، رسانایی الکتریکی محلول آن به طور قابل توجهی کم‌تر از محلول لیتیم نیترات است. ← باز

ب) با افزایش غلظت محلول آن، رسانایی الکتریکی آن تغییری نمی‌کند. ← غیرالکترولیت است.

پ) در محلول ۰/۱ مولار آن، غلظت یون هیدرونیوم ۰/۱ مولار است. ← اسید قوی

ت) از آن به همراه پودر آلومینیم، برای باز کردن لوله‌های مسدود شده بر اثر تجمع چربی استفاده می‌شود.



پاسخ: گزینه ۲

HCOOH (فورمیک اسید) با هیچ‌یک از توضیحات تطابق ندارد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

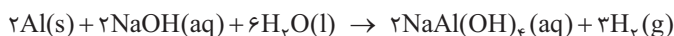
بررسی موارد:

الف) به رنگ آبی درآمدن کاغذ pH، نشان می‌دهد که ماده مورد نظر، یک باز است، یعنی NaOH یا NH₃، ولی با توجه به این که رسانایی الکتریکی محلول، خیلی کم‌تر از محلول لیتیم نیترات (LiNO₃) است، با یک الکترولیت ضعیف سروکار داریم؛ پس NH₃ را انتخاب می‌کنیم.

ب) ماده مورد نظر باید غیرالکترولیت و نارسانا باشد که غلظت محلول آن، تأثیری بر رسانایی الکتریکی آن نداشته باشد. در بین مواد داده شده، فقط اتانول (C₇H₅OH) غیرالکترولیت است، زیرا به صورت مولکولی در آب حل می‌شود و در محلول آن، یون وجود ندارد.

پ) در محلول اسیدهای قوی، غلظت یون هیدرونیوم با غلظت اولیه محلول برابر است. ← HI

ت) از مخلوط پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید، برای باز کردن مجاری بسته شده با چربی‌ها استفاده می‌شود.



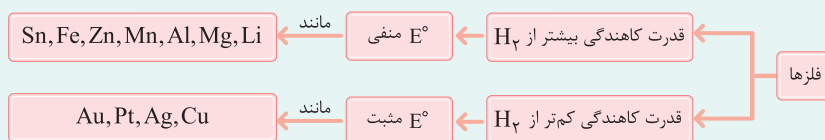
با توجه به عبارت‌های داده شده که مربوط به فلزهای A، B و C در دمای 25°C هستند، کدام گزینه درست است؟

- فقط فلزهای A و B با محلول ۱/۰ مولار هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهند و گاز هیدروژن تولید می‌کنند.
- قدر مطلق پتانسیل الکترودی A از B بزرگ‌تر است.
- (۱) اگر قطعه‌ای از فلز C در داخل محلولی از کاتیون‌های A^{2+} قرار گیرد، پس از مدتی دمای محلول افزایش می‌یابد.
- (۲) در فرایند آبکاری قاشقی از جنس A با فلز C، قاشق به قطب مثبت باتری متصل می‌شود.
- (۳) جهت حرکت آنیون‌ها در سلول گالوانی A و C، با جهت حرکت الکترون‌ها در سلول گالوانی A و B، همسو است.
- (۴) با گذشت زمان در سلول گالوانی حاصل از B و C، جرم تیغه C افزایش می‌یابد.

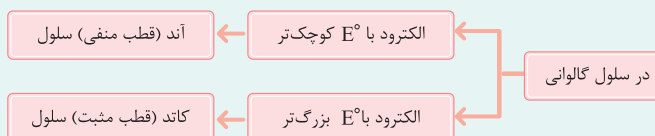
پاسخ: گزینه ۴

دکتر Box

پتانسیل کاهش استاندارد اغلب فلزها منفی است. این فلزها قدرت کاهندگی بیشتری از H_2 دارند، فلزهایی هم وجود دارند که E° آن‌ها مثبت است و قدرت کاهندگی کم‌تری از H_2 دارند.



در یک سلول گالوانی، الکترودی با E° کوچک‌تر که تمایل زیادی به از دست دادن الکترون دارد، آند یا قطب منفی سلول و الکترودی با E° بزرگ‌تر که تمایل به گرفتن الکترون دارد، کاتد یا قطب مثبت را تشکیل می‌دهد.



ابتدا عبارت‌های داده شده را تحلیل می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

عبارت اول: می‌دانیم که در سری الکتروشیمیایی فلزهای پایین‌تر از H_2 (با E° کم‌تر از صفر) با محلول هیدروکلریک اسید واکنش داده و گاز هیدروژن تولید می‌کنند، پس دو فلز A و B، E° منفی و فلز C، E° مثبت دارد.

عبارت دوم: اگر قدر مطلق پتانسیل الکترودی A از B بیشتر باشد، پس قطعاً پتانسیل A از B منفی‌تر است.

$$\text{قدرت کاهندگی: } A > B > C, \text{E}^{\circ} : C > B > A$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): چون پتانسیل الکترودی فلز C از فلز A بیشتر است، پس فلز A نسبت به فلز C کاهنده قوی‌تری است، در نتیجه C نمی‌تواند کاتیون A^{2+} را به صورت فلز آزاد کند و واکنش انجام نمی‌شود و دما هم تغییر نمی‌کند.

گزینه (۲): در آبکاری قاشق از جنس A با فلز C، قاشق به قطب منفی باتری متصل می‌شود.

در آبکاری، فلز پوشاننده به عنوان آند، به قطب مثبت باتری و جسمی که قرار است آبکاری شود، به عنوان کاتد به قطب منفی باتری متصل می‌شود.

نکته

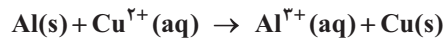
گزینه (۳): در سلول گالوانی A و C، A آند و C کاتد است و جهت حرکت الکترون آنیون‌ها به سمت آند خواهد بود، ولی در سلول گالوانی حاصل از A و B که A آند و B کاتد است، جهت حرکت الکترون‌ها از آند به کاتد است.

گزینه (۴): در سلول گالوانی B و C، B آند و C کاتد است، پس جرم تیغه کاتدی (یعنی C) با گذشت زمان افزایش می‌یابد.

با مصرف ۵/۴ گرم آلومینیم مطابق معادله موازنه‌نشده زیر، چند مول الکترون در واکنش مبادله می‌شود؟

۸۵

(Al = ۲۷ g.mol⁻¹)



۱۲ (۴)

۰/۶ (۳)

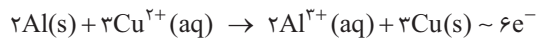
۶ (۲)

۱/۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول: موازنه واکنش:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام دوم: محاسبه مول الکترون مبادله‌شده:

$$x \text{ mol e}^{-} = 5/4 \text{ g Al} \times \frac{1 \text{ mol Al}}{27 \text{ g Al}} \times \frac{6 \text{ mol e}^{-}}{2 \text{ mol Al}} = 0/6 \text{ mol e}^{-}$$

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{5/4}{2 \times 27} = \frac{x}{6} \Rightarrow x = 0/6 \text{ mol e}^{-}$$

Al e⁻ مبادله‌شده

په جور دیگر

هنگامی که دو نیم سلول X و Y به هم وصل شوند، جریان الکتریکی از نیم سلول X به نیم سلول Y برقرار می شود و با اتصال نیم سلول X به SHE، الکترون ها از نیم سلول X به سمت SHE جاری می شوند. کدام مطلب درباره X و Y و سلول گالوانی حاصل از آن ها درست است؟



(۱) قدرت کاهندگی فلز Y از فلز X بیشتر است.

(۲) نیروی الکتروموتوری سلول برابر ۰/۰۹ است.

(۳) غلظت X^{2+} با گذشت زمان افزایش می یابد.

(۴) کاتیون های موجود در محلول از دیواره متخلخل به سمت نیم سلول X مهاجرت می کنند.

پاسخ: گزینه ۳

در سلول های گالوانی، الکترون ها از آند به سمت کاتد حرکت می کنند؛ بنابراین در هر دو سلول، X آند است یعنی قدرت کاهندگی X از Y و هیدروژن بیشتر است و E° آن مقداری منفی است. بررسی گزینه ها:

گزینه (۱): اتصال دو نیم سلول X و Y و برقراری جریان الکتریکی از اتم های X به اتم های Y، نشان می دهد که قدرت کاهندگی عنصر X بیشتر از عنصر Y است.

گزینه (۲): اتصال دو نیم سلول X و هیدروژن و جاری شدن الکترون ها از اتم X به سمت نیم سلول هیدروژن، نشان می دهد قدرت کاهندگی X از هیدروژن بیشتر است و از آن جایی که E° هیدروژن برابر صفر است، پس $E^{\circ}(X) < 0$ است؛ بنابراین emf سلول برابر است با:

$$\text{emf} = E_{\text{کاتد}}^{\circ} - E_{\text{آند}}^{\circ} = E_Y^{\circ} - E_X^{\circ} = 0.34 - (-0.25) = 0.59 \text{ V}$$

گزینه (۳): فلز X که در نقش آند است، با گذشت زمان الکترون از دست داده و کاتیون X^{2+} تشکیل می شود و غلظت آن در محلول افزایش می یابد.

گزینه (۴): در سلول های گالوانی، آنیون ها از دیواره متخلخل به سمت آند و کاتیون ها به سمت کاتد (Y) مهاجرت می کنند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

کدام گزینه نادرست است؟

۸۷

- (۱) در برقکافت آب، اطراف آند اسیدی بوده و گاز اکسیژن تولید می‌شود.
 (۲) سلول‌های سوختی ردپای CO_2 را کاهش می‌دهند، به همین دلیل منبع انرژی سبز به شمار می‌روند.
 (۳) اکسایش گاز هیدروژن در سلول سوختی، برخلاف سوزاندن آن در موتور درون‌سوز، بازده را تا 60° درصد افزایش می‌دهد.
 (۴) در سلول‌های گالوانی همانند سلول‌های الکترولیتی، یون‌ها به سمت قطب‌های با علامت موافق حرکت می‌کنند.

پاسخ: گزینه ۴

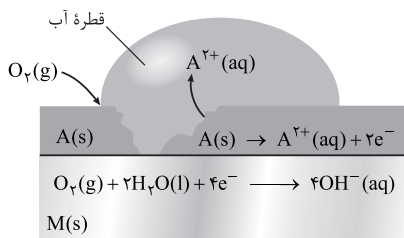
پاسخ خیلی تشریحی ✓

در سلول‌های گالوانی، کاتیون‌ها به سمت کاتد (قطب مثبت) و آنیون‌ها به سمت آند (قطب منفی) می‌روند، اما در سلول‌های الکترولیتی، کاتیون به سمت کاتد (قطب منفی) و آنیون‌ها به سمت آند (قطب مثبت) می‌روند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینه (۱): در برقکافت آب، نیم‌واکنش $2\text{H}_2\text{O}(l) \rightarrow \text{O}_2(g) + 4\text{H}^+(aq) + 4\text{e}^-$ در آند انجام می‌شود.
 گزینه (۲): سلول‌های سوختی استفاده از سوخت فسیلی را کاهش می‌دهند، در نتیجه سبب کاهش ردپای CO_2 می‌شوند.
 گزینه (۳): بازدهی سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن، ۳ برابر موتور درون‌سوز و حدود 60% است.

با توجه به شکل زیر که مربوط به نوعی فرایند اکسایش - کاهش است، کدام گزینه درست است؟



(۱) قدرت کاهندگی فلز M از A بیشتر است.

(۲) اگر محیط اسیدی شود، نیم‌واکنش کاهش انجام شده در این فرایند، همانند نیم‌واکنش کاهش سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن خواهد بود.

(۳) اگر فلز M آهن باشد و به جای فلز A از Sn استفاده کنیم، در صورت خراش، قلع اکسید می‌شود.

(۴) اگر فلزهای A و M، به ترتیب روی و آهن باشند، از این نوع آهن می‌توان در بسته‌بندی مواد غذایی استفاده کرد.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

این فرایند مربوط به حفاظت کاتدی فلز M به وسیله فلز A می‌باشد که فلز کاهنده‌تر اکسایش می‌یابد.

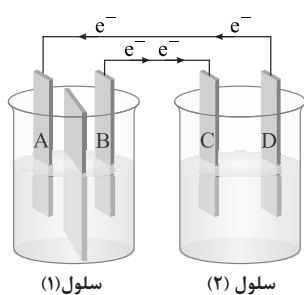
نیم‌واکنش کاهش خوردگی و حفاظت کاتدی فلزها در محیط اسیدی، به صورت $O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^- \rightarrow 2H_2O(l)$ می‌باشد که مشابه نیم‌واکنش کاتدی سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): فلز A اکسایش یافته و قدرت کاهندگی آن از M بیشتر است.

گزینه (۳): اگر فلز A قلع و M آهن باشد، حلبی به دست می‌آید که در صورت خراشیده شدن آن، آهن اکسید خواهد شد.

گزینه (۴): اگر به جای فلز A از Zn استفاده شود، آهن گالوانیزه ایجاد می‌شود که برخلاف حلبی، در بسته‌بندی مواد غذایی کاربرد ندارد.

با توجه به شکل زیر که اتصال یک سلول گالوانی را به یک سلول الکترولیتی نشان می‌دهد، کدام مورد، نادرست است؟



(۱) سلول (۱)، گالوانی و سلول (۲)، الکترولیتی است.

(۲) آند سلول (۱)، الکتروود B است.

(۳) قطب منفی سلول (۲)، الکتروود D است.

(۴) فرایند $MgCl_2(l) \rightarrow Mg(l) + Cl_2(g)$ ، در سلول (۲) می‌تواند انجام شود.

پاسخ: گزینه ۳

بررسی گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه (۱): سلول (۲) که دیواره متخلخل ندارد، یک سلول الکترولیتی و سلول (۱)، یک سلول گالوانی است.

گزینه‌های (۲) و (۳): در سلول گالوانی، الکترون‌ها از آند (قطب منفی) خارج و به کاتد (قطب مثبت) وارد می‌شوند:

$B \rightarrow \text{آند} \rightarrow -$

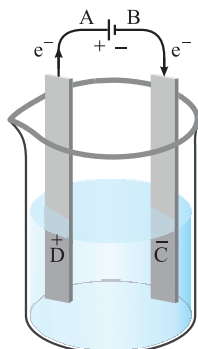
$A \rightarrow \text{کاتد} \rightarrow +$

در سلول‌های الکترولیتی، الکترون‌ها از آند (قطب مثبت) خارج و به کاتد (قطب منفی) وارد می‌شوند:

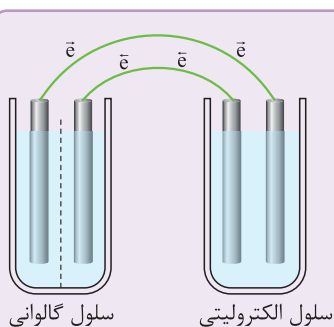
$D \rightarrow \text{آند} \rightarrow +$

$C \rightarrow \text{کاتد} \rightarrow -$

و در آخر! شاید آله شکل سؤال رو به این صورت ببینید درکش براتون راحت تر باشه:



گزینه (۴): معادله داده شده مربوط به برقکافت منیزیم کلرید مذاب است. فرایند برقکافت در سلول الکترولیتی انجام می‌شود.

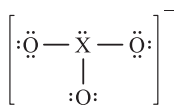


می‌دانید که برای استفاده از سلول الکترولیتی به یک مولد یا باتری (سلول گالوانی) نیاز است، شکل مقابل این ویژگی را نشان می‌دهد.

نخست آند و کاتد را برای هر الکتروود در هر سلول مشخص کنید، سپس روند انجام فرایند جابه‌جایی الکترون‌ها را هنگام استفاده از یک سلول

الکترولیتی توضیح دهید. (شیمی (۳) - سؤال ۱۶ تمرین‌های دوره‌ای صفحه ۶۶)

با توجه به ساختار زیر، عنصر X در گروه جدول تناوبی قرار دارد و عدد اکسایش آن برابر با است.
(عدد اتمی عنصر X بزرگ‌تر از ۱۰ می‌باشد.)



(۱) ۱۷، +۵

(۲) ۱۷، +۷

(۳) ۱۵، +۵

(۴) ۱۵، -۳

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

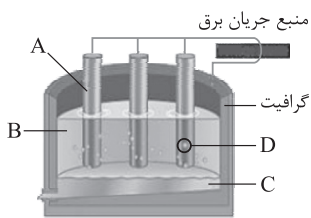
برای به دست آوردن شماره گروه و تعداد الکترون‌های ظرفیت عنصر X، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

مجموع شمار الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در ساختار لوویس - مجموع شمار الکترون‌های ظرفیت اتم‌های سازنده = بار یون

$$-1 = x + 3(6) - (\underbrace{3 \times 2}_{\text{الکترون ناپیوندی}} + \underbrace{1 \times 2}_{\text{الکترون پیوندی}}) \Rightarrow x = 7 \Rightarrow \text{X عنصری از گروه ۱۷ است.}$$

$$\text{XO}_3^- : x + 3(-2) = -1 \Rightarrow x = +5 \text{ (عدد اکسایش X)}$$

با توجه به شکل زیر (مربوط به فرایند هال)، کدام گزینه درست است؟



(۱) ستون A به قطب منفی باتری متصل بوده و همانند دیواره داخلی سلول، از جنس گرافیت است.

(۲) مربوط به حباب‌های گاز CO_2 است که در کاتد تولید می‌شود.

(۳) چگالی B از C کم‌تر بوده و C مربوط به الکترولیت مورد استفاده در این سلول است.

(۴) میزان انرژی لازم برای تولید هر قوطی آلومینیم در آن، بیش از ۱۴ برابر انرژی لازم در بازیافت همان مقدار آلومینیم است.

پاسخ: گزینه ۴

● آلومینیم در طبیعت به شکل ترکیب یافت می‌شود. در صنعت این فلز را از برقکافت Al_2O_3 مذاب در یک سلول الکترولیتی به دست می‌آورند. تولید آلومینیم به این روش به افتخار شیمی‌دان آمریکایی جناب «چارلز مارتین هال»، فرایند هال نامیده می‌شود. آقای هال، این روش را در ۲۳ سالگی ابداع کرد!

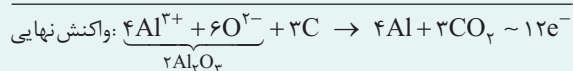
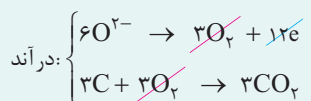
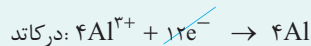
بریم سراغ نکات سلول الکترولیتی مربوط به فرایند هال:

(۱) الکترولیت مورد استفاده در این سلول، حاوی Al_2O_3 مذاب است.

(۲) آند و کاتد این سلول، هر دو از جنس گرافیت هستند. دیواره‌ها و کف این سلول، نقش کاتد (قطب منفی) را دارند، در حالی که میله‌های گرافیتی بالای سلول، نقش آند (قطب مثبت) را دارند.

(۳) در کاتد این سلول، نیم‌واکنش $\text{Al}^{3+}(\text{l}) + 3\text{e}^- \rightarrow \text{Al}(\text{l})$ انجام می‌شود.

(۴) در آند این سلول، ابتدا نیم‌واکنش $2\text{O}^{2-}(\text{l}) \rightarrow \text{O}_2(\text{g}) + 4\text{e}^-$ انجام می‌شود، سپس گرافیت موجود در آند با گاز اکسیژن تولیدشده واکنش داده و طبق معادله $\text{C}(\text{gرافیت}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{CO}_2(\text{g})$ ، گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌کند. با ضرب نیم‌واکنش‌های نوشته‌شده در عدد مناسب و جمع کردن آن‌ها، واکنش کلی سلول به دست می‌آید:



(۵) در سلول الکترولیتی مربوط به فرایند هال، گرافیت کاتد نقشی در نیم‌واکنش کاتدی ندارد اما گرافیت آند، نقش واکنش‌دهنده را هم بازی می‌کند، به همین دلیل *رفته‌رفته!* از جرم آن کم می‌شود.

(۶) با توجه به این‌که چگالی آلومینیم مذاب تولیدشده در کاتد بیشتر از الکترولیت موجود در سلول است، آلومینیم مذاب پایین‌تر از الکترولیت مذاب، بر روی کاتد گرافیتی (ته ظرف) ته‌نشین می‌شود و به کمک یک لوله از قسمت پایینی سلول جمع‌آوری می‌شود. (شکل رو ببینید!)

(۷) فرایند هال به علت مصرف مقدار زیادی انرژی الکتریکی، هزینه بالایی دارد. از طرفی فلز آلومینیم یکی از مهم‌ترین منابع تجدیدناپذیر طبیعت است؛ بنابراین با بازیافت فلز آلومینیم می‌توان علاوه بر افزایش عمر این منبع، برخی از هزینه‌های تولید آن را کاهش داد.

توجه! تولید قوطی‌های آلومینیمی از قوطی کهنه، فقط به ۷ درصد انرژی لازم برای تهیه همان تعداد قوطی از فرایند هال نیاز دارد.

میزان انرژی به‌کاررفته در فرایند هال نسبت به بازیافت آلومینیم به ازای میزان بهره‌وری یکسان، برابر $\frac{1}{7}$ است که بیش از ۱۴ برابر است.

درس‌Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): ستون A و دیواره داخلی سلول، از گرافیت است و A محل تولید گاز کربن دی‌اکسید و آند (قطب مثبت) می‌باشد.

گزینه (۲): حباب‌های گاز CO_2 در آند تولید می‌شوند.

گزینه (۳): چگالی C (Al) از B (Al_2O_3) بیشتر است و B مربوط به الکترولیت می‌باشد.

با توجه به جدول زیر که مربوط به مواد سازنده نوعی خاک رس است، کدام گزینه نادرست است؟ **۹۲**

ماده	SiO _۲	Al _۲ O _۳	H _۲ O	Na _۲ O	Fe _۲ O _۳	MgO	Au و دیگر مواد
درصد جرمی	۴۶/۲۰	۳۷/۷۴	۱۳/۳۲	۱/۲۴	۰/۹۶	۰/۴۴	۰/۱

- (۱) عامل اصلی سرخ‌فام‌بودن خاک رس، نوعی ترکیب یونی است و طول موج‌های مربوط به نور قرمز را عبور داده یا بازتاب می‌کند. Fe_2O_3
- (۲) با گرم کردن مقداری از این خاک رس و کاهش رطوبت آن، درصد جرمی سیلیس به ۵۰٪ می‌تواند برسد.
- (۳) در میان گونه‌های سازنده این خاک، انواع مواد کووالانسی، یونی، مولکولی و فلزی دیده می‌شود.
- (۴) درصد جرمی جامد کووالانسی موجود در خاک رس، از جامد مولکولی بیشتر و از مجموع درصد جرمی جامدات یونی کم‌تر است.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در بین گونه‌های تشکیل‌دهنده خاک رس، SiO_۲ جامد کووالانسی، H_۲O، ماده مولکولی، Au جامد فلزی و سایر ترکیبات، جامد یونی هستند و ترتیب درصد جرم آن‌ها به صورت زیر است:

جامد کووالانسی < جامد یونی < ماده مولکولی < جامد فلزی: درصد جرمی
SiO_۲

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): عامل اصلی سرخ‌فام‌بودن خاک رس، Fe_۲O_۳ است. این رنگدانه معدنی، قرمز رنگ است و طول موج‌های مربوط به رنگ قرمز را عبور داده یا بازتاب می‌کند.

گزینه (۲): با گرم کردن خاک رس، درصد جرمی H_۲O کاهش و درصد جرمی سیلیس افزایش می‌یابد.

گزینه (۳): اینم که قبلاً گفتیم!

درستی یا نادرستی مطالب زیر، به ترتیب کدام است؟

- الف) آنتالپی پیوند $\text{Si}-\text{Si}$ از $\text{Si}-\text{C}$ ، کم‌تر و سختی سیلیسیم کربید از سیلیسیم، بیشتر است.
 ب) Si در طبیعت به حالت خالص یافت نشده و به طور عمده به شکل سیلیس (Si_2O) یافت می‌شود.
 پ) گرافیت همانند الماس، شبکه‌ای غول‌آسا از اتم‌های کربن با چینش سه‌بعدی است.
 ت) گرافن تک‌لایه‌ای از گرافیت است که برخلاف آن، شفاف و انعطاف‌پذیر است.

(۱) درست - نادرست - نادرست - درست

(۲) درست - درست - نادرست - نادرست

(۳) نادرست - درست - درست - نادرست

(۴) نادرست - نادرست - نادرست - درست

پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های «الف» و «ت» درست هستند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

الف) ترتیب سختی جامدات کووالانسی Si و SiC مشابه ترتیب آنتالپی پیوند آن‌ها، به صورت سیلیسیم کربید < سیلیسیم است.
 آنتالپی پیوند: $\text{Si}-\text{O} > \text{C}-\text{C} > \text{Si}-\text{C} > \text{Si}-\text{Si}$

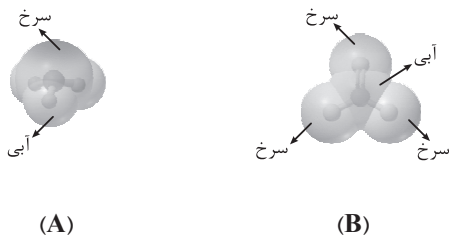
ب) سیلیس دارای فرمول مولکولی SiO_2 است نه Si_2O !

پ) گرافیت جامد کووالانسی با چینش دوبعدی اتم‌ها است.

ت) گرافن و گرافیت، رسانای جریان برق هستند و گرافن، تک‌لایه‌ای شفاف و انعطاف‌پذیر است.



با توجه به شکل‌های زیر که مربوط به نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی دو مولکول می‌باشد، کدام گزینه به طور حتم درست است؟



- ۱) مولکول A برخلاف مولکول B در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.
- ۲) اتم مرکزی در مولکول A از اتم با بار جزئی منفی در مولکول B، خاصیت نافلزی بیشتری دارد.
- ۳) در مولکول B همانند مولکول A، توزیع الکترون‌ها متقارن و یکنواخت است.
- ۴) کربن تتراکلرید در دمای اتاق مایع بوده و همانند مولکول‌های B، قطبی است.

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

مولکول A ساختاری مشابه آمونیاک (NH_3) و B ساختاری مشابه با SO_3 دارد که در مولکول A برخلاف مولکول B، توزیع الکترون‌ها نامتقارن است؛ یعنی A، مولکولی قطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند. بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینه ۲): مقایسه خاصیت نافلزی اتم‌های این دو ساختار، وقتی امکان‌پذیر است که فرمول مولکولی آن‌ها مشخص باشد.
- گزینه ۳): توزیع الکترون‌ها در مولکول B، متقارن است.
- گزینه ۴): کربن تتراکلرید (CCl_4) همانند B، ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

با توجه به جدول زیر که نقطه ذوب و جوش چند ماده خالص را نشان می‌دهد، کدام مورد نادرست است؟ **۹۵**

D	B	A	ماده
	۶۸۱	-۲۱۸	نقطه ذوب ($^{\circ}\text{C}$)
-۱۱۲	۱۳۳۰	-۱۸۳	نقطه جوش ($^{\circ}\text{C}$)

- (۱) ماده A یک ماده مولکولی است.
 (۲) اگر گستره دمایی مایع بودن ماده D برابر 8°C باشد، نقطه ذوب آن ۸۱ کلوین است.
 (۳) در فناوری تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی، انتخاب ماده B به عنوان شارژ ذخیره کننده انرژی گرمایی خورشید، منطقی تر است.
 (۴) ساختار ذره‌ای SiC(s) می‌تواند مشابه مواد A و B باشد.

پاسخ: گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه (۱): نقطه ذوب و جوش ماده A بسیار پایین است. مواد مولکولی می‌توانند چنین نقطه ذوب و جوش پایینی داشته باشند.
 گزینه (۲):

$$80 = -112 - x \Rightarrow x = -192^{\circ}\text{C}$$

$$T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273 = -192 + 273 = 81 \text{ K}$$

گزینه (۳): تفاوت نقطه ذوب و جوش ماده B، زیاد است و می‌تواند انرژی گرمایی خورشید را بیشتر در خود نگه دارد. (B یک ترکیب یونی است).

گزینه (۴): SiC یک جامد کووالانسی است و ساختار ذره‌ای آن با ماده A که مولکولی است، متفاوت می‌باشد.

در کدام گزینه، آنتالپی فروپاشی ترکیب‌های یونی به درستی مقایسه شده است؟

۹۶



پاسخ: گزینه ۲



به طور کلی برای مقایسه ΔH فروپاشی شبکه ترکیب‌های یونی می‌توان از روش زیر استفاده کرد:

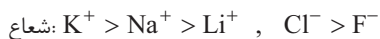
گام اول: هر چه مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون در یک ترکیب یونی بزرگتر باشد، ΔH فروپاشی شبکه آن بزرگتر است.

گام دوم: اگر مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون برای دو ترکیب یونی برابر باشد، شعاع یون‌های سازنده آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم، هر چه شعاع یون‌ها کوچک‌تر باشد، ΔH فروپاشی بزرگتر است.

بررسی گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه (۱): همه ترکیب‌ها دارای کاتیون و آنیون (+۱) و (-۱) است؛ بنابراین هر چه شعاع کاتیون و آنیون کم‌تر باشد، ΔH فروپاشی بزرگتر است:



گزینه (۲): مجموع قدرمطلق بار یون‌ها در CaO (۲, |-۲) برابر ۴ و در دو ترکیب دیگر (۱, |-۲) برابر ۳ است.

با توجه به مقایسه شعاع یونی $\text{K}^+ > \text{Na}^+$ ، آنتالپی فروپاشی Na_2O از K_2O بیشتر است.

گزینه (۳): مجموع قدرمطلق بار یون‌ها در Al_2O_3 ، MgO و Li_2O به ترتیب برابر ۵، ۴ و ۳ است؛ بنابراین مقایسه ΔH فروپاشی آن‌ها به صورت $\text{Li}_2\text{O} < \text{MgO} < \text{Al}_2\text{O}_3$ است.

گزینه (۴): با توجه به یکسان بودن مجموع قدرمطلق بار کاتیون‌ها و آنیون‌ها، با توجه به مقایسه شعاع یونی آن‌ها، مقایسه ΔH فروپاشی به صورت $\text{KBr} < \text{NaCl} < \text{LiCl}$ است.

کدام گزینه در مورد جامدهای فلزی نادرست است؟

- (۱) دریای الکترونی عاملی است که چیدمان کاتیون‌ها را در شبکه بلوری فلز حفظ می‌کند.
- (۲) شبکه بلوری فلزها از لحاظ بار الکتریکی خنثی نیست.
- (۳) فلزها در حالت جامد و مذاب، رسانای جریان برق هستند.
- (۴) براساس مدل دریای الکترونی، در فضای میان کاتیون‌ها، سست‌ترین الکترون‌های موجود در اتم فلزی، آزادانه حرکت می‌کنند.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

شبکه بلوری فلزها از لحاظ بار الکتریکی خنثی است، چون مجموع قدرمطلق بار الکتریکی منفی الکترون‌های سازنده دریای الکترونی با مجموع بار الکتریکی مثبت کاتیون‌های موجود در شبکه بلوری برابر است.

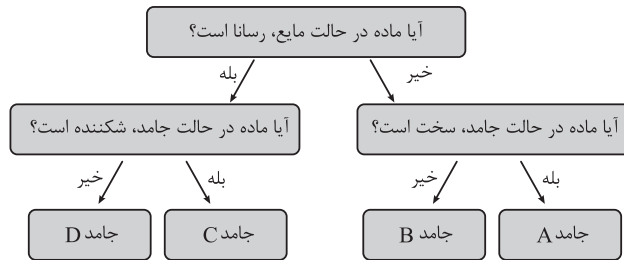
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): در صورت عدم وجود دریای الکترونی، کاتیون‌ها (بار همنام) همدیگر را دفع می‌کنند و شبکه بلوری از هم پاشیده می‌شود.

گزینه (۳): با توجه به توجیه خاصیت رسانایی الکتریکی فلزها به کمک مدل دریای الکترونی، این جمله کاملاً درسته!

گزینه (۴): براساس مدل دریای الکترونی، ساختار فلزها آرایش منظمی از کاتیون‌ها در سه بعد است که در فضای میان آن‌ها سست‌ترین الکترون‌های موجود در اتم، دریایی را ساخته‌اند و در آن آزادانه جابه‌جا می‌شوند.

۹۸ با توجه به نمودار زیر، کدام مطلب درست است؟

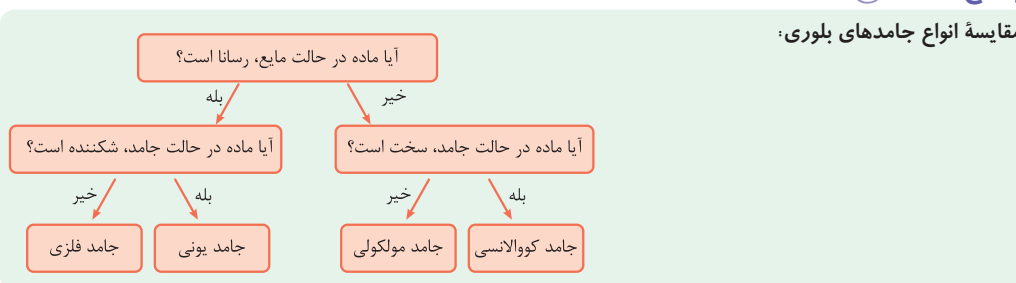


- (۱) سیلیسیم کربید ماده‌ای در دسته A و نیتینول، ماده‌ای از دسته C است.
 (۲) در جامدهای نوع C، با افزایش جرم مولی، نقطه ذوب افزایش می‌یابد و در جامدهای نوع D، مقدار عددی پتانسیل کاهش‌ی استاندارد، یکی از عوامل مؤثر بر واکنش‌پذیری عنصر است.
 (۳) اغلب ترکیب‌های آلی در دسته B قرار دارند و عناصر اصلی تشکیل‌دهنده جامدهای نوع A، یون تک‌اتمی تشکیل نمی‌دهند.
 (۴) ماده اصلی تشکیل‌دهنده بوکسیت و ماده‌ای که باعث استحکام و ماندگاری سازه‌های سنگی می‌شود، به ترتیب در دسته‌های D و A قرار دارند.



پاسخ: گزینه ۳

مقایسه انواع جامدهای بلوری:



A: جامد کووالانسی - B: جامد مولکولی - C: جامد یونی - D: جامد فلزی

بررسی گزینه‌ها:

- گزینه (۱): نیتینول (آلیاژ نیکل و تیتانیوم) در دسته جامدهای فلزی قرار می‌گیرد.
 گزینه (۲): در جامدهای یونی، نقطه ذوب به آنتالپی فروپاشی ترکیب بستگی دارد. آنتالپی فروپاشی مواد یونی، با بار یون‌ها رابطه مستقیم و با شعاع آن‌ها رابطه عکس دارد.
 گزینه (۳): اغلب ترکیب‌های آلی جزء مواد مولکولی به شمار می‌آیند و عناصر اصلی سازنده جامدهای کووالانسی (کربن و سیلیسیم)، یون تک‌اتمی تشکیل نمی‌دهند.
 گزینه (۴): ماده اصلی تشکیل‌دهنده بوکسیت (Al_2O_3) نوعی ترکیب یونی بوده که در دسته C قرار می‌گیرد.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

کدام مورد درست است؟

- (۱) رنگ‌های پوششی از نوع مخلوط‌های همگن هستند و افزون بر زیبایی، از خوردگی فلزها جلوگیری می‌کنند.
 (۲) فلزی که به جای فولاد در ساخت پروانه کشتی استفاده می‌شود، دومین فلز واسطه جدول دوره‌ای است.
 (۳) از نظر مقاومت در برابر سایش، تیتانیوم نسبت به فولاد برتر است.
 (۴) دوده، یک رنگدانه آلی است که همه طول موج‌های مرئی را جذب می‌کند.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

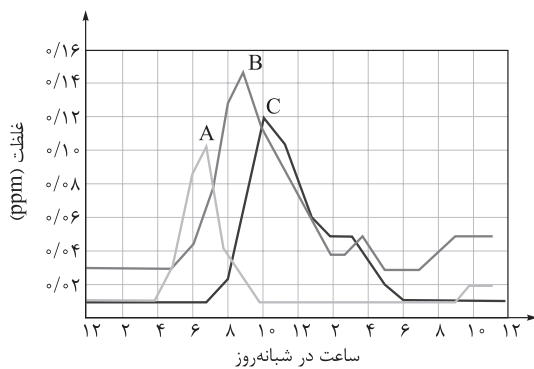
به جای فولاد از تیتانیوم (Ti) در ساخت پروانه کشتی استفاده می‌شود. با توجه به این که عدد اتمی فلزهای واسطه از ۲۱ شروع می‌شود، تیتانیوم دومین فلز واسطه جدول دوره‌ای محسوب می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:
 گزینه (۱): رنگ‌های پوششی، مخلوط ناهمگن از نوع کلوئید هستند.
 گزینه (۳): هم تیتانیوم و هم فولاد، در برابر سایش مقاومت بالایی دارند.

فولاد	تیتانیوم	ماده ویژگی
۱۵۳۵	۱۶۶۷	نقطه ذوب (°C)
۷/۹۰	۴/۵۱	چگالی (g.mL ⁻¹)
متوسط	ناچیز	واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا
ضعیف	عالی	مقاومت در برابر خوردگی
عالی	عالی	مقاومت در برابر سایش

گزینه (۴): دوده، یک رنگدانه معدنی است و نه آلی!

با توجه به نمودار زیر که غلظت برخی آلاینده‌ها در هوای یک شهر بزرگ را نشان می‌دهد، کدام مورد نادرست است؟

۱۰۰



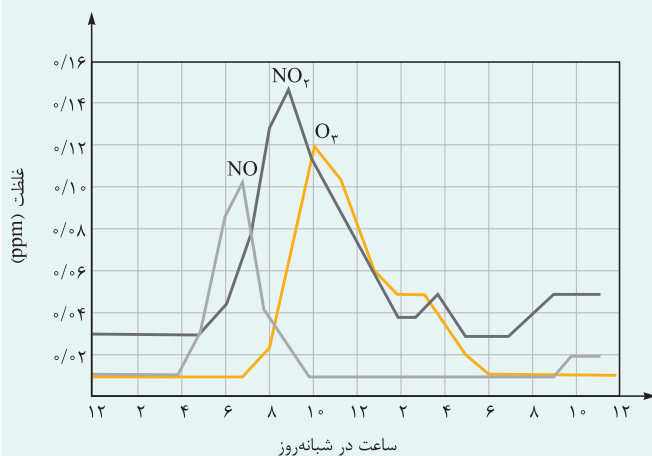
- (۱) گاز B موجب قهوه‌ای‌رنگ شدن هوای آلوده می‌شود.
- (۲) در ساعت ۹ صبح، غلظت گاز اوزون از غلظت گاز نیتروژن دی‌اکسید کم‌تر است.
- (۳) از واکنش گاز B و اکسیژن در حضور نور خورشید، گازهای A و C تولید می‌شود.
- (۴) گاز B در هواکره، به شکل مولکول‌های دواتمی نیز وجود دارد.

پاسخ: گزینه ۴

آلاینده‌های CO ، SO_2 ، NO ، C_xH_y در خروجی اگزوز خودروها وجود دارند.

درس‌Box

معادله شیمیایی	عامل پیدایش	آلاینده
	نامرغوب بودن سوخت یا نبود اکسیژن کافی	C_xH_y
$\text{N}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{NO}(\text{g})$	واکنش گازهای نیتروژن و اکسیژن در دمای بالا درون موتور خودروها	NO
$\text{S}(\text{s}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{SO}_2(\text{g})$	سوختن گوگرد در سوخت‌های فسیلی	SO_2
$\text{C}_x\text{H}_y + \left(\frac{2x+y}{4}\right)\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow x\text{CO}(\text{g}) + \frac{y}{2}\text{H}_2\text{O}(\text{g})$	سوختن ناقص هیدروکربن‌های موجود در سوخت	CO



نمودار مقابل غلظت آلاینده‌های NO ، NO_2 و O_3 را در نمونه‌ای از هوای یک شهر بزرگ نشان می‌دهد:

NO ، NO_2 و O_3 را که قبلاً فهمیدیم از کجا می‌آید! بریم سراغ معادله پیدایش NO_2 و O_3 ،

قهوه‌ای‌رنگ NO_2 معادله پیدایش NO_2 : $2\text{NO}(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{NO}_2(\text{g})$

رنگ قهوه‌ای هوای آلوده زیر سر همین NO_2 هستش! لایه قهوه‌ای روشن در زمستان در سطح شهرهای بزرگ جهان و کشور فودمون بیشتر دیده می‌شه!

نور خورشید $\text{NO}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{NO}(\text{g}) + \text{O}_3(\text{g})$ معادله پیدایش O_3 (اوزون تروپوسفری)

هواستون باشه که اوزون با این که جزء آلاینده‌های هوا است اما جزء آلاینده‌های خروجی از اگزوز خودروها به شمار نمی‌آید، زیرا در هواکره و از واکنش گازهای نیتروژن دی‌اکسید و اکسیژن در حضور نور خورشید تولید می‌شود.

A، B و C به ترتیب NO ، NO_2 و O_3 هستند. گاز C (O_3) به شکل مولکول‌های دواتمی O_3 نیز در هواکره وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): گاز B (NO_2) عامل قهوه‌ای‌رنگ شدن هوای آلوده است.

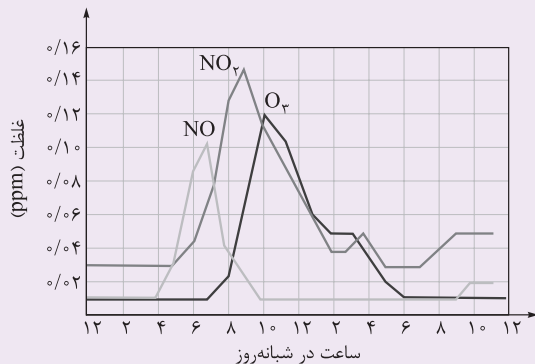
پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه (۲): با توجه به نمودار، در ساعت ۹ صبح، غلظت گاز اوزون (C) از غلظت گاز نیتروژن دی‌اکسید (B) کم‌تر است.

گزینه (۳): اشاره به واکنش $\text{NO}_x + \text{O}_3 \rightarrow \text{NO} + \text{O}_2$ دارد.

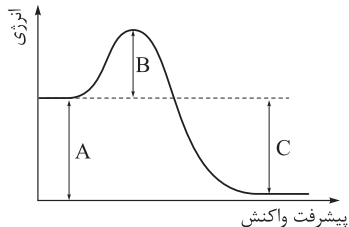
نمودار زیر غلظت برخی از آلاینده‌ها را در نمونه‌ای از هوای یک شهر بزرگ نشان می‌دهد.

(سوال ۶ امتحان نوبتی فرورد ۱۴۰۲)



- الف) کم‌ترین غلظت آلاینده مربوط به کدام گاز است؟
 ب) کدام آلاینده موجب قهوه‌ای شدن هوا می‌شود؟
 پ) با افزایش غلظت اوزون، رنگ هوای آلوده کم‌رنگ‌تر یا پررنگ‌تر می‌شود؟ توضیح دهید.
 ت) معادله واکنش موازنه‌شده پیدایش گاز نیتروژن مونوکسید را بنویسید.

با توجه به نمودار زیر، پاسخ درست پرسش‌های زیر به ترتیب از راست به چپ، در کدام گزینه آمده است؟



الف) کدام یک از حروف، نشان‌دهنده آنتالپی واکنش است؟

ب) در حضور کاتالیزگر، کدام قسمت تغییر می‌کند؟

پ) این نمودار مربوط به کدام فرایند $2SO_3(g) \rightarrow 2SO_2(g) + O_2(g)$ است؟

یا $2NO(g) \rightarrow N_2(g) + O_2(g)$ می‌تواند باشد؟

۲) B, C تجزیه گوگرد تری‌اکسید

۱) B, C تجزیه نیتروژن مونوکسید

۴) B, A تجزیه گوگرد تری‌اکسید

۳) A, B تجزیه نیتروژن مونوکسید

پاسخ: گزینه ۱

الف) تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها، نشان‌دهنده آنتالپی واکنش است، یعنی C!

ب) کاتالیزگر، انرژی فعال‌سازی واکنش را کاهش می‌دهد، یعنی تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و قله نمودار ← B

پاسخ خیلی تشریحی ✓

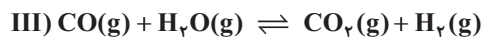
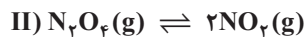


کاتالیزگر این موارد را کاهش می‌دهد	کاتالیزگر این موارد را افزایش می‌دهد	کاتالیزگر این موارد را تغییر نمی‌دهد
<ul style="list-style-type: none"> انرژی فعال‌سازی واکنش سطح انرژی ذره تشکیل‌شده در قله نمودار انرژی - پیشرفت واکنش زمان انجام واکنش و هزینه تولید فراورده 	<ul style="list-style-type: none"> سرعت واکنش (شیب نمودار غلظت - زمان) پایداری ذره تشکیل‌شده در قله نمودار انرژی - پیشرفت واکنش 	<ul style="list-style-type: none"> سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها ΔH واکنش مقدار نهایی فراورده‌ها

پ) در نمودار داده شده، سطح انرژی فراورده‌ها پایین‌تر از واکنش‌دهنده‌ها است، یعنی واکنش انجام‌شده گرماده است. واکنش‌های تجزیه به طور معمول گرماگیر هستند اما *هواستون باشه* که واکنش $2NO \rightarrow N_2 + O_2$ که در مبدل کاتالیستی خودروها انجام می‌شود، یکی از موارد استثنا است و گرماده می‌باشد.



با توجه به سامانه‌های تعادلی زیر، کدام گزینه درست است؟ ($O = ۱۶, S = ۳۲ : g \cdot mol^{-1}$)



(۱) افزایش فشار در دمای ثابت، باعث جابه‌جایی تعادل (III) در جهت رفت می‌شود.

(۲) کاهش دما، سبب پیرنگ‌تر شدن سامانه تعادلی (II) می‌شود.

(۳) در دمای ثابت، انتقال واکنش (I) به ظرف کوچک‌تر، سبب جابه‌جاشدن آن در جهت برگشت می‌شود.

(۴) اگر در تعادل (I) در یک ظرف یک‌لیتری، مقدار $SO_۲$ ، $SO_۳$ و $O_۲$ به ترتیب برابر با $۱/۲۸$ ، $۳/۲$ و $۳/۲$ گرم باشد، مقدار ثابت تعادل واکنش برابر ۴۰ است.

پاسخ: گزینه ۴

عوامل موثر بر تعادل:



عامل	عکس‌العمل تعادل به تغییر	چگونگی تغییر ثابت تعادل (K) با جابه‌جاشدن تعادل	
تغییر غلظت	افزایش غلظت یک ماده	جابه‌جایی در جهت مصرف آن ماده	
	کاهش غلظت یک ماده	جابه‌جایی در جهت تولید آن ماده	
تغییر حجم (فشار)	افزایش حجم (کاهش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی بیشتر	
	کاهش حجم (افزایش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی کم‌تر	
تغییر دما	واکنش‌های گرماده	کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت رفت)
		افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت برگشت)
	واکنش‌های گرماگیر	کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت برگشت)
		افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت رفت)

گزینه (۱): افزایش فشار در یک واکنش تعادلی با شمار مول‌های گازی برابر در دو سوی معادله واکنش، تأثیری بر جابه‌جایی تعادل ندارد.

گزینه (۲): این واکنش در جهت رفت گرماگیر است و با افزایش دما، طبق اصل لوشاتلیه، واکنش در جهت رفت و تولید $NO_۲$ پیش می‌رود، در نتیجه مخلوط پیرنگ‌تر می‌شود.

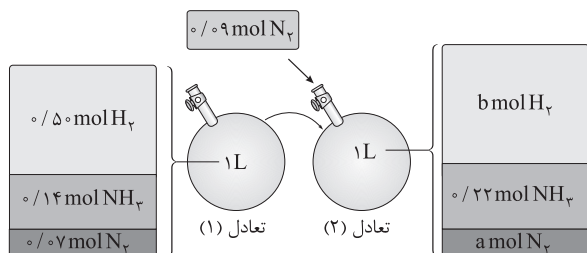
گزینه (۳): در تعادل‌های گازی، با کاهش حجم (افزایش فشار) طبق اصل لوشاتلیه، تعادل به سمت تعداد مول‌های گازی کم‌تر پیش می‌رود و در تعادل (I) تعداد مول‌های گازی فرآورده کم‌تر است، پس تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

گزینه (۴): ابتدا جرم مواد را به مول تبدیل می‌کنیم. از طرفی چون حجم ظرف یک لیتر است، غلظت هر ماده با مقدار مول آن برابر است:

$$\left. \begin{aligned} SO_۲ \text{ مول} &= \frac{۱/۲۸}{۶۴} = ۰/۰۲ \text{ mol} \\ SO_۳ \text{ مول} &= \frac{۳/۲}{۸۰} = ۰/۰۴ \text{ mol} \\ O_۲ \text{ مول} &= \frac{۳/۲}{۳۲} = ۰/۱ \text{ mol} \end{aligned} \right\} \Rightarrow K = \frac{[SO_۳]^۲}{[SO_۲]^۲[O_۲]} = \frac{(۰/۰۴)^۲}{(۰/۰۲)^۲ \times (۰/۱)} = ۴۰$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در محفظه‌ای به حجم یک لیتر، تعادل گازی $\text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NH}_3(\text{g})$ در دمای 200°C برقرار است. هرگاه در دمای ثابت، مقدار $0/09$ مول N_2 به ظرف تعادل افزوده شود، مجموع مقادیر a و b کدام است؟

(۱) $0/74$ (۲) $0/50$ (۳) $0/34$ (۴) $0/60$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به ضرایب استوکیومتری N_2 و NH_3 و مقدار مول NH_3 در تعادل‌های (۱) و (۲) می‌توان نتیجه گرفت:

الف) افزایش مقدار مول NH_3 عبارت است از:

$$0/22 - 0/14 = 0/08 \text{ mol NH}_3$$

ب) چون ضریب استوکیومتری N_2 نصف ضریب استوکیومتری NH_3 است، بنابراین از $0/09$ مول N_2 اضافه شده به ظرف تعادل، $0/04$ مول آن مصرف و $0/08$ مول NH_3 تولید شده است.

پس مقدار مول N_2 در تعادل (۲):

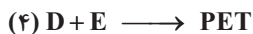
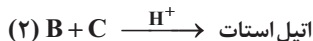
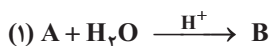
$$a = 0/09 + 0/07 - 0/04 = 0/12 \text{ mol}$$

به ازای مصرف هر مول N_2 ، ۳ مول H_2 مصرف می‌شود؛ بنابراین به ازای مصرف $0/04$ مول N_2 ، $0/12$ مول H_2 مصرف خواهد شد و می‌توان نوشت:

$$b = 0/50 - 0/12 = 0/38 \text{ mol}$$

$$a + b = 0/12 + 0/38 = 0/50$$

با توجه به واکنش‌های زیر که تبدیل چند ماده آلی را به یکدیگر نشان می‌دهد، کدام مطلب نادرست است؟



(۱) از B به عنوان ضد عفونی کننده در بیمارستان‌ها استفاده می‌شود.

(۲) شمار پیوندهای اشتراکی مولکول C، ۱ واحد از شمار پیوندهای اشتراکی مولکول D، کم‌تر است.

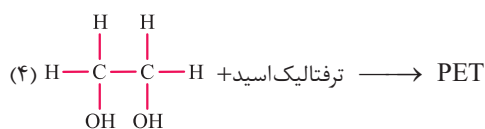
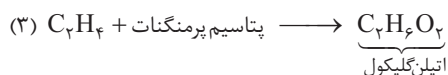
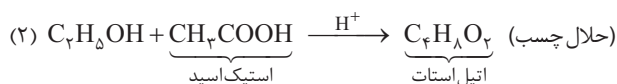
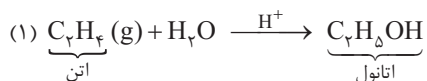
(۳) ترکیب E را برخلاف D، می‌توان به طور مستقیم از نفت خام به دست آورد.

(۴) در واکنش گاز A با گاز هیدروژن کلرید، فرآورده‌ای تولید می‌شود که به عنوان افشانه بی‌حس کننده موضعی کاربرد دارد.

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا واکنش‌های داده شده را تکمیل می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

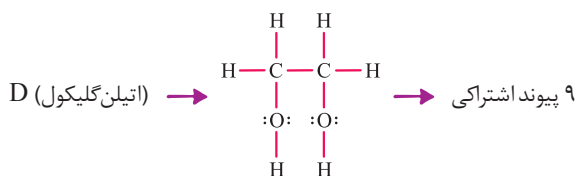
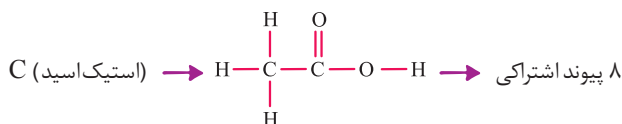


D (اتیلن گلیکول) و E (ترفتالیک اسید) را به طور مستقیم نمی‌توان از نفت خام به دست آورد.

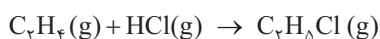
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): در واکنش (۱)، B اتانول (الکل) است که به عنوان ضد عفونی کننده در بیمارستان‌ها کاربرد دارد.

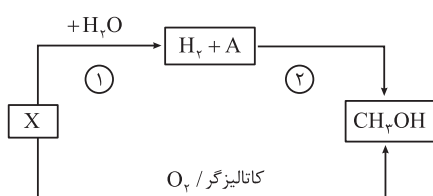
گزینه (۲): به ساختار لوویس دو ماده C و D دقت کنید:



گزینه (۴): در واکنش گاز هیدروژن کلرید با گاز اتن، کلرواتان تهیه می‌شود که به عنوان افشانه بی‌حس کننده موضعی استفاده می‌شود.



با توجه به نمودار زیر که مربوط به تولید متانول است، کدام گزینه نادرست است؟



(۱) ماده A نوعی مولکول دو اتمی بوده که ناپایدارتر از فرآورده گازی واکنش سوختن کامل متان در دمای اتاق است.
(۲) برای انجام مرحله (۱) همانند مرحله (۲)، به کاتالیزگر نیاز است.

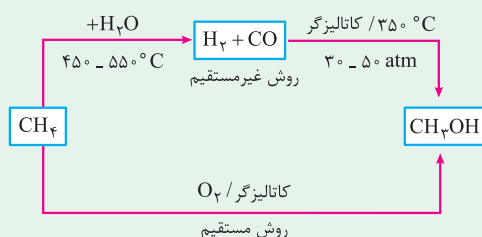
(۳) منابع ماده X، زیست گاز، گاز طبیعی و گاز مشعل هستند.

(۴) فشار مورد نیاز برای انجام مرحله (۲)، از فشار در شرایط بهینه تولید آمونیاک به روش هابر، بیشتر است.

مشاوره این نمودار مربوط به تولید متانول به دو روش مستقیم و غیرمستقیم هست که باید تک تک مراحل اون که شامل نوع واکنش دهنده و فرآورده و شرایط انجام واکنش که شامل دما و فشار هست رو خوب به خاطر بسپارین که در امتحان نهایی و کنکور، می تونه باز از شما سؤال بیاد.

پاسخ: گزینه ۴

به نمودار زیر که مربوط به تولید متانول به روش مستقیم و غیرمستقیم است، دقت کنید:



فشار مورد نیاز برای مرحله دوم روش غیرمستقیم، $3 - 5 \text{ atm}$ و فشار بهینه فرایند هابر، 200 atm است.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه (۱): ماده A، CO بوده که از فرآورده گازی واکنش سوختن متان (CO_2) در دمای اتاق، ناپایدارتر است.

گزینه (۲): همه مراحل مستقیم و غیرمستقیم تولید متانول، به کاتالیزگر نیاز دارد.

توجه هرچند در شکل به وجود کاتالیزگر در مرحله اول روش غیرمستقیم، اشاره نشده است، اما با توجه به متن کتاب درسی، این مرحله نیز به کاتالیزگر نیاز دارد.



گزینه (۳): ماده (X) متان است که منابع آن شامل زیست گاز، گاز طبیعی و گاز مشعل است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓