

تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۴/۲۸	رشته: ریاضی و فیزیک	پایه: دوازدهم	درس: ریاضیات گسسته
نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵			
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از خط کش، پرگار و ماشین حساب ساده (صرفاً چهار عمل اصلی) مجاز است.		
نمره			

۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) برای هر عدد طبیعی $n > 1$ ، عدد $2^n - 1$ اول است. ب) اگر $a \mid bc$ آن گاه a حداقل یکی از اعداد b و c را عاد می کند. پ) تعداد رأس های زوج هر گراف، عددی زوج است. ت) حاصل ضرب درایه های هر سطر (ستون) دلخواه در مربع لاتین 4×4 برابر $4!$ است.	۱												
۱	جاهای خالی را با اعداد یا عبارت های مناسب کامل کنید. الف) حاصل عبارت $(\circ, \wedge)$ برابر است. (پرانتز نماد ب.م.م است). ب) مجموعه همسایگی باز یک رأس تنها (ایزوله) در یک گراف، مجموعه است. پ) a رأسی با درجه ۳ در گراف G است، رأس a تعداد رأس از این گراف را احاطه می کند. ت) تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۲ عضوی به یک مجموعه ۴ عضوی، برابر عدد است.	۲												
۱/۲۵	برای هر دو عد حقیقی x و y ، گزاره زیر را به روش بازگشتی (گزاره های هم ارز) ثابت کنید: $\frac{x^2 + y^2}{4} \geq x - 1$	۳												
۱/۲۵	اگر a عدد طبیعی بزرگ تر از یک و $2a \mid 5k + 2$ و $2a \mid 7k + 4$ ، آن گاه ثابت کنید a عددی اول است.	۴												
۱/۲۵	در یک تقسیم، مقسوم a و مقسوم علیه b هر دو بر عدد صحیح n بخش پذیرند. ثابت کنید باقی مانده تقسیم نیز، همواره بر n بخش پذیر است.	۵												
۱/۲۵	با استفاده از ویژگی های هم نهشتی، باقی مانده تقسیم عدد $A = 2 \times 3^{97} + 9$ را بر عدد ۱۳ به دست آورید.	۶												
۱/۲۵	با تبدیل معادله سیاله $3x + 5y = 17$ به معادله هم نهشتی و حل آن، جواب های عمومی این معادله را به دست آورید.	۷												
۱	پاسخ سؤالات ستون اول را از ستون دوم پیدا کرده و در پاسخ برگ بنویسید. (در ستون دوم یک مورد اضافی است). <table><tr><th>ستون اول</th><th>ستون دوم</th></tr><tr><td>الف) عدد احاطه گری گراف تهی ۵ رأسی چند است؟</td><td>۱</td></tr><tr><td>ب) تعداد یال های مکمل گراف P_6 کدام است؟</td><td>۲</td></tr><tr><td>پ) عدد احاطه گری گراف C_6 کدام است؟</td><td>۳</td></tr><tr><td>ت) اگر $G = K_5$ مقدار $\Delta(G)$ چند است؟</td><td>۴</td></tr><tr><td></td><td>۵</td></tr></table>	ستون اول	ستون دوم	الف) عدد احاطه گری گراف تهی ۵ رأسی چند است؟	۱	ب) تعداد یال های مکمل گراف P_6 کدام است؟	۲	پ) عدد احاطه گری گراف C_6 کدام است؟	۳	ت) اگر $G = K_5$ مقدار $\Delta(G)$ چند است؟	۴		۵	۸
ستون اول	ستون دوم													
الف) عدد احاطه گری گراف تهی ۵ رأسی چند است؟	۱													
ب) تعداد یال های مکمل گراف P_6 کدام است؟	۲													
پ) عدد احاطه گری گراف C_6 کدام است؟	۳													
ت) اگر $G = K_5$ مقدار $\Delta(G)$ چند است؟	۴													
	۵													
۱/۵	با توجه به گراف G به سؤالات زیر پاسخ دهید: الف) مرتبه و اندازه گراف G را مشخص کنید. (۰/۵) ب) مسیری به طول ۴ از رأس f به رأس b بنویسید. (۰/۲۵) پ) دوری به طول ۵ با شروع از رأس a بنویسید. (۰/۲۵) ت) مقدار $\deg_{\bar{G}}(d)$ را حساب کنید. (با ارائه راه حل) (۰/۵) 	۹												

صفحه ۱ از ۲

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۴/۲۸
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵			
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از خط کش، پرگار و ماشین حساب ساده (صرفاً چهار عمل اصلی) مجاز است.		
نمره			

۰/۷۵	یک گراف k - منتظم از مرتبه ۶ دارای ۱۲ یال است. مقدار k را به دست آورید. (با ارائه راه حل)	۱۰
۱/۵	گراف G را در نظر بگیرید: الف) عدد احاطه گری گراف G را با ذکر دلیل به دست آورید. (۱/۲۵) ب) مجموعه احاطه گر غیر مینیمال $\{b, d, g, e, h\}$ را با حذف کدام رأس می توان به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل کرد؟ (۰/۲۵)	۱۱
۰/۵	یک گراف ۶ رأسی با γ - مجموعه ای به اندازه یک رسم کنید به طوری که مجموعه احاطه گر آن یکتا و تعداد یال های آن حداقل باشد.	۱۲
۰/۷۵	با حروف m, m, m, s, s, h چند رمز ۶ رقمی می توان نوشت؟ (محاسبه جواب آخر الزامی نیست).	۱۳
۱/۵	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_6 = 14$ با شرط های $x_1 = 4$ و $x_5 \geq 3$ را به دست آورید.	۱۴
۱	مربع لاتین A را در نظر بگیرید. ستون دوم و ستون سوم مربع را جابه جا کنید و مربع حاصل را B بنامید. آیا دو مربع لاتین A و B متعامدند؟ چرا؟ $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	۱۵
۱/۵	با استفاده از اصل شمول و عدم شمول، مشخص کنید که در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۴۰۰ (۱ ≤ n ≤ ۴۰۰)، چند عدد وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۲ و ۵ بخش پذیر نباشند؟ (بر ۲ بخش پذیر نباشند و بر ۵ نیز بخش پذیر نباشند).	۱۶
۰/۵	پنج نفر را که برای یک برنامه فوتبالی پیامک ارسال کرده اند، انتخاب کرده ایم و می خواهیم در ۴ مرحله و در هر مرحله ۱ جایزه را به یکی از پنج نفر (با قرعه کشی) به دلخواه بدهیم. این عمل به چند طریق امکان پذیر است؟ (یک نفر می تواند ۴ جایزه را برنده شود).	۱۷
۱/۲۵	۶۷ شاخه گل را حداکثر در چند گلدان قرار دهیم تا اطمینان داشته باشیم، گلدانی هست که در آن حداقل ۵ شاخه گل قرار گرفته است؟	۱۸
۲۰	مجموع نمرات	موفق باشید
صفحه ۲ از ۲		