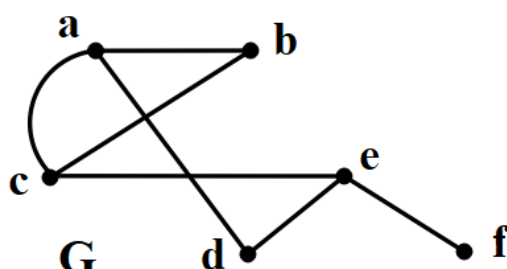
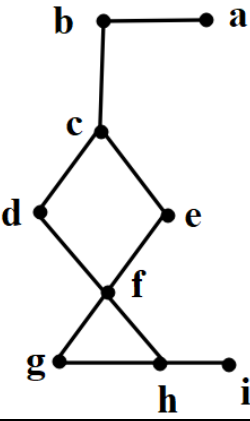


تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۴/۲۸	رشته: ریاضی و فیزیک	پایه: دوازدهم	درس: ریاضیات گسسته
نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵			
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از خط کش، پرگار و ماشین حساب ساده (صرفاً چهار عمل اصلی) مجاز است.		
نمره			

۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) برای هر عدد طبیعی $n > 1$ ، عدد $2^n - 1$ اول است. ب) اگر $a bc$ آن گاه a حداقل یکی از اعداد b و c را عاد می کند. پ) تعداد رأس های زوج هر گراف، عددی زوج است. ت) حاصل ضرب درایه های هر سطر (ستون) دلخواه در مربع لاتین 4×4 برابر $4!$ است.	۱											
۱	جاهای خالی را با اعداد یا عبارت های مناسب کامل کنید. الف) حاصل عبارت $(\circ, \wedge)$ برابر است. (پرانتز نماد ب.م.م است). ب) مجموعه همسایگی باز یک رأس تنها (ایزوله) در یک گراف، مجموعه است. پ) a رأسی با درجه ۳ در گراف G است، رأس a تعداد رأس از این گراف را احاطه می کند. ت) تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۲ عضوی به یک مجموعه ۴ عضوی، برابر عدد است.	۲											
۱/۲۵	برای هر دو عد حقیقی x و y ، گزاره زیر را به روش بازگشتی (گزاره های هم ارز) ثابت کنید: $\frac{x^2 + y^2}{4} \geq x - 1$	۳											
۱/۲۵	اگر a عدد طبیعی بزرگ تر از یک و $2a 5k + 2$ و $2a 7k + 4$ ، آن گاه ثابت کنید a عددی اول است.	۴											
۱/۲۵	در یک تقسیم، مقسوم a و مقسوم علیه b هر دو بر عدد صحیح n بخش پذیرند. ثابت کنید باقی مانده تقسیم نیز، همواره بر n بخش پذیر است.	۵											
۱/۲۵	با استفاده از ویژگی های هم نهشتی، باقی مانده تقسیم عدد $A = 2 \times 3^{97} + 9$ را بر عدد ۱۳ به دست آورید.	۶											
۱/۲۵	با تبدیل معادله سیاله $3x + 5y = 17$ به معادله هم نهشتی و حل آن، جواب های عمومی این معادله را به دست آورید.	۷											
۱	پاسخ سؤالات ستون اول را از ستون دوم پیدا کرده و در پاسخ برگ بنویسید. (در ستون دوم یک مورد اضافی است). <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: top; margin-right: 20px;"><thead><tr><th>ستون دوم</th></tr></thead><tbody><tr><td>۱</td></tr><tr><td>۲</td></tr><tr><td>۳</td></tr><tr><td>۴</td></tr><tr><td>۵</td></tr></tbody></table> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: top;"><thead><tr><th>ستون اول</th></tr></thead><tbody><tr><td>الف) عدد احاطه گری گراف تهی ۵ رأسی چند است؟</td></tr><tr><td>ب) تعداد یال های مکمل گراف P_6 کدام است؟</td></tr><tr><td>پ) عدد احاطه گری گراف C_6 کدام است؟</td></tr><tr><td>ت) اگر $G = K_5$ مقدار $\Delta(G)$ چند است؟</td></tr></tbody></table>	ستون دوم	۱	۲	۳	۴	۵	ستون اول	الف) عدد احاطه گری گراف تهی ۵ رأسی چند است؟	ب) تعداد یال های مکمل گراف P_6 کدام است؟	پ) عدد احاطه گری گراف C_6 کدام است؟	ت) اگر $G = K_5$ مقدار $\Delta(G)$ چند است؟	۸
ستون دوم													
۱													
۲													
۳													
۴													
۵													
ستون اول													
الف) عدد احاطه گری گراف تهی ۵ رأسی چند است؟													
ب) تعداد یال های مکمل گراف P_6 کدام است؟													
پ) عدد احاطه گری گراف C_6 کدام است؟													
ت) اگر $G = K_5$ مقدار $\Delta(G)$ چند است؟													
۱/۵	با توجه به گراف G به سؤالات زیر پاسخ دهید: الف) مرتبه و اندازه گراف G را مشخص کنید. (۰/۵) ب) مسیری به طول ۴ از رأس f به رأس b بنویسید. (۰/۲۵) پ) دوری به طول ۵ با شروع از رأس a بنویسید. (۰/۲۵) ت) مقدار $\deg_{\bar{G}}(d)$ را حساب کنید. (با ارائه راه حل) (۰/۵) 	۹											

صفحه ۱ از ۲

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۴/۲۸
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵			
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از خط کش، پرگار و ماشین حساب ساده (صرفاً چهار عمل اصلی) مجاز است.		
	نمره		

۱۰	یک گراف k - منتظم از مرتبه ۶ دارای ۱۲ یال است. مقدار k را به دست آورید. (با ارائه راه حل)	۰/۷۵
۱۱	گراف G را در نظر بگیرید:  الف) عدد احاطه گری گراف G را با ذکر دلیل به دست آورید. (۱/۲۵) ب) مجموعه احاطه گر غیر مینیمال $\{b, d, g, e, h\}$ را با حذف کدام رأس می توان به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل کرد؟ (۰/۲۵)	۱/۵
۱۲	یک گراف ۶ رأسی با γ - مجموعه ای به اندازه یک رسم کنید به طوری که مجموعه احاطه گر آن یکتا و تعداد یال های آن حداقل باشد.	۰/۵
۱۳	با حروف m, m, m, s, s, h چند رمز ۶ رقمی می توان نوشت؟ (محاسبه جواب آخر الزامی نیست).	۰/۷۵
۱۴	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_6 = 14$ با شرط های $x_1 = 4$ و $x_5 \geq 3$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۵	مربع لاتین A را در نظر بگیرید. ستون دوم و ستون سوم مربع را جابه جا کنید و مربع حاصل را B بنامید. آیا دو مربع لاتین A و B متعامدند؟ چرا؟ $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	۱
۱۶	با استفاده از اصل شمول و عدم شمول، مشخص کنید که در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۴۰۰ (۱ ≤ n ≤ ۴۰۰)، چند عدد وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۲ و ۵ بخش پذیر نباشند؟ (بر ۲ بخش پذیر نباشند و بر ۵ نیز بخش پذیر نباشند).	۱/۵
۱۷	پنج نفر را که برای یک برنامه فوتبالی پیامک ارسال کرده اند، انتخاب کرده ایم و می خواهیم در ۴ مرحله و در هر مرحله ۱ جایزه را به یکی از پنج نفر (با قرعه کشی) به دلخواه بدهیم. این عمل به چند طریق امکان پذیر است؟ (یک نفر می تواند ۴ جایزه را برنده شود).	۰/۵
۱۸	۶۷ شاخه گل را حداکثر در چند گلدان قرار دهیم تا اطمینان داشته باشیم، گلدانی هست که در آن حداقل ۵ شاخه گل قرار گرفته است؟	۱/۲۵
	موفق باشید	مجموع نمرات
	۲۰	

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۴/۲۸
تعداد صفحه: ۹	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵			
ردیف	راهنمای نمره گذاری		
نمره			

با عرض سلام و خدا قوت لطفاً هنگام نمره گذاری پاسخ برگ ها نکات زیر را مدنظر قرار دهید:

- در صورتی که در هر یک از مراحل محاسباتی، خطایی رخ داده اما پس از آن بقیه مراحل به درستی انجام شده باشد، فقط نمره مربوط به خطای انجام شده کسر گردد.
- در صورتی که دانش آموز فقط پاسخ نهایی را نوشته باشد، (۲۵ / ۰) نمره تعلق می گیرد.

۱	الف) نادرست (ص ۳) ب) نادرست (ص ۱۰) پ) نادرست (ص ۴۰) ت) درست (ص ۶۲) هر قسمت (۲۵ / ۰) دارد.
۲	الف) ۸ (ص ۱۳) ب) تهی یا $\emptyset$ یا $\{ \}$ (ص ۳۶) پ) ۴ (ص ۴۸) ت) صفر (ص ۷۷) هر قسمت (۲۵ / ۰) دارد.
۱/۲۵	روش اول: $\frac{x^2+y^2}{4} \geq x-1 \Leftrightarrow \underbrace{x^2+y^2 \geq 4x-4}_{(25/0)} \Leftrightarrow \underbrace{x^2-4x+4+y^2 \geq 0}_{(25/0)} \Leftrightarrow \underbrace{(x-2)^2+y^2 \geq 0}_{(25/0)}$ نامساوی آخر، همواره برقرار است (۲۵ / ۰) و روابط بالا برگشت پذیر هستند. (۲۵ / ۰) توجه: در تمامی این روش ها در صورت استفاده از نماد $\Leftrightarrow$ و یا نوشتن عبارت «برگشت پذیر بودن رابطه ها» (۲۵ / ۰) نمره منظور شود. روش دوم: $\frac{x^2+y^2}{4} \geq x-1 \Leftrightarrow \underbrace{x^2+y^2 \geq 4x-4}_{(25/0)} \Leftrightarrow \underbrace{x^2-4x+4+y^2 \geq 0}_{(25/0)}$ نامساوی آخر، همواره برقرار است (۲۵ / ۰) زیرا: $1 > 0, \Delta = 16 - 16 - 4y^2 = -4y^2 \leq 0 \quad (25/0)$ روابط بالا برگشت پذیر هستند. (۲۵ / ۰) روش سوم: $\frac{x^2+y^2}{4} \geq x-1 \Leftrightarrow \underbrace{x^2+y^2 \geq 4x-4}_{(25/0)} \Leftrightarrow \underbrace{y^2+x^2-4x+4 \geq 0}_{(25/0)}$ $1 > 0, \Delta = -4(x^2-4x+4) = -4(x-2)^2 \leq 0 \quad (25/0)$ نامساوی آخر، همواره برقرار است (۲۵ / ۰) و روابط بالا برگشت پذیر هستند. (۲۵ / ۰) روش چهارم: $\frac{x^2+y^2}{4} \geq x-1 \Leftrightarrow \underbrace{\frac{x^2}{4}-x+1+\frac{y^2}{4} \geq 0}_{(25/0)} \Leftrightarrow \underbrace{\left(\frac{x}{2}-1\right)^2+\frac{y^2}{4} \geq 0}_{(5/0)}$ نامساوی آخر، همواره برقرار است (۲۵ / ۰) و روابط بالا برگشت پذیر هستند. (۲۵ / ۰) توجه: اگر در این روش درستی نامساوی دومی با روش دلتا بیان شود، نمره داده شود. (صفحه ۷)

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۴/۲۸
تعداد صفحه: ۹	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵			
ردیف	راهنمای نمره گذاری		
نمره			

۱/۲۵	روش اول: $\left. \begin{aligned} 2a \mid 5k + 2 &\Rightarrow 2a \mid 35k + 14 \quad (\circ / 25) \\ 2a \mid 7k + 4 &\Rightarrow 2a \mid 35k + 2 \quad (\circ / 25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2a \mid 6 \Rightarrow a \mid 3 \quad (\circ / 25)$ $\xrightarrow{a \in \mathbb{N}, a > 1} a = 3 \quad (\circ / 25) \Rightarrow a \text{ عددی اول است}$ روش دوم: $\left. \begin{aligned} 2a \mid 5k + 2 &\Rightarrow 5k + 2 = 2aq \Rightarrow k = \frac{2aq - 2}{5} \quad (\circ / 25) \\ 2a \mid 7k + 4 &\Rightarrow 7k + 4 = 2aq' \Rightarrow k = \frac{2aq' - 4}{7} \quad (\circ / 25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{2aq - 2}{5} = \frac{2aq' - 4}{7}$ $\Rightarrow 6 = 2a(\underbrace{5q' - 7q}_{q''}) \Rightarrow a \mid 3 \xrightarrow{a > 1, a \in \mathbb{N}} a = 3 \Rightarrow a \text{ عددی اول است}$ روش سوم: $\left\{ \begin{aligned} 5k \equiv -2 &\Rightarrow 35k \equiv -14 \quad (\circ / 25) \\ 7k \equiv -4 &\Rightarrow 35k \equiv -2 \quad (\circ / 25) \end{aligned} \right. \Rightarrow 14 \equiv 2 \cdot \underbrace{(2a, 2)=2}_{(\circ / 25)} \xrightarrow{7 \equiv 1 \cdot} 7 \equiv 1 \cdot \Rightarrow a \equiv 3$ $\Rightarrow a \mid 3 \xrightarrow{a > 1, a \in \mathbb{N}} a = 3 \Rightarrow a \text{ عددی اول است}$ روش چهارم: $\left. \begin{aligned} 2a \mid 5k + 2 &\Rightarrow 2a \mid 12k + 6 \\ 2a \mid 7k + 4 &\Rightarrow 2a \mid 2k + 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} a \mid 6k + 3 & \quad (\circ / 25) \\ a \mid k + 1 &\Rightarrow a \mid 6k + 6 \quad (\circ / 25) \end{aligned} \right\}$ $\Rightarrow a \mid 3 \xrightarrow{a \in \mathbb{N}, a > 1} a = 3 \Rightarrow a \text{ عددی اول است}$ (صفحه ۱۲)	۴
صفحه ۲ از ۹		

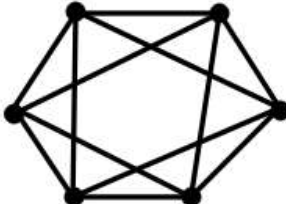
راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۴/۲۸
تعداد صفحه: ۹	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵			
ردیف	راهنمای نمره گذاری		
نمره			

۱/۲۵	روش اول: $\underbrace{a - bq = r}_{(\circ/۲۵)}, \begin{cases} n a & (\circ/۲۵) \\ n b \Rightarrow n bq & (\circ/۲۵) \end{cases} \Rightarrow \underbrace{n a - bq}_{(\circ/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{n r}_{(\circ/۲۵)}$ روش دوم: $\underbrace{a = bq + r}_{(\circ/۲۵)}, \begin{cases} n a \Rightarrow a = nq' & (\circ/۲۵) \\ n b \Rightarrow b = nq'' & (\circ/۲۵) \end{cases} \Rightarrow \underbrace{nq' = nq''q + r}_{(\circ/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{r = n(q' - q''q)}_{(\circ/۲۵)} \Rightarrow n r$ روش سوم: $\underbrace{a = bq + r}_{(\circ/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{b a - r}_{(\circ/۲۵)}$ براساس فرض (یعنی $n b$) و خاصیت تعدی داریم: $(\circ/۲۵)$ $\underbrace{n a - r}_{(\circ/۲۵)} \xrightarrow{n a} \underbrace{n r}_{(\circ/۲۵)}$ توجه: اگر دانش آموز از خاصیت تعدی استفاده کند و اسم آن را اشاره نکند، نمره کسر نگردد. روش چهارم: در تقسیم a بر b، عدد b غیر صفر است؛ چون b بر n بخشپذیر است، n نیز مخالف صفر است. پس: $\underbrace{a = bq + r}_{(\circ/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{\frac{a}{n} = \frac{b}{n}q + \frac{r}{n}}_{(\circ/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{k = k'q + \frac{r}{n}}_{(\circ/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{\frac{r}{n} = k - k'q}_{(\circ/۲۵)} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \underbrace{n r}_{(\circ/۲۵)}$ روش پنجم: برهان خلف: فرض کنیم $n \nmid r$ پس: $\left. \begin{array}{l} r = nq' + r' \quad (\circ/۲۵) \\ n b \Rightarrow b = nq'' \end{array} \right\} \Rightarrow \underbrace{a - bq = nq' + r'}_{(\circ/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{a = n(q''q + q') + r'}_{(\circ/۲۵)}$ $\Rightarrow a = nq_1 + r' \xrightarrow{0 < r' < n} n \nmid a \quad (\circ/۲۵)$ که تناقض با فرض مسأله است. $(\circ/۲۵)$ (صفحه ۱۷)	۵
۱/۲۵	$3^3 \equiv 1 \quad (\circ/۲۵) \Rightarrow 3^{۹۶} \equiv 1 \quad (\circ/۲۵) \Rightarrow \underbrace{3 \times 3^{۹۶}}_{(\circ/۲۵)} \equiv 3 \Rightarrow 2 \times 3^{۹۷} \equiv 6$ $A = 2 \times 3^{۹۷} + 9 \equiv 15 \equiv 2 \quad (\circ/۲۵) \Rightarrow r = 2 \quad (\circ/۲۵)$ توجه: به هر گونه راه حل صحیح که با استفاده از ویژگی های هم نهستی ارائه شده باشد، نمره کامل تعلق گیرد. (صفحه ۲۱)	۶
صفحه ۳ از ۹		

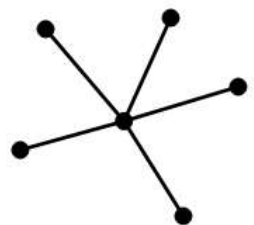
راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۴/۲۸
تعداد صفحه: ۹	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵			
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
نمره			

۱/۲۵	روش اول : $3x \equiv 17 \pmod{25} \Rightarrow 3x \equiv 12 \pmod{25} \xrightarrow{(3,25)=1} x \equiv 4 \pmod{25} \Rightarrow x = 5k + 4 \pmod{25}$ $3(5k + 4) + 5y = 17 \Rightarrow y = -3k + 1 \pmod{25}$ روش دوم : $5y \equiv 17 \pmod{25} \Rightarrow 5y \equiv 2 \pmod{25} \xrightarrow{(5,25)=1} y \equiv 4 \pmod{25} \Rightarrow y = 3k + 1 \pmod{25}$ $3x + 5(3k + 1) = 17 \Rightarrow x = -5k + 4 \pmod{25}$ توجه: ۱. اگر دانش آموز با این روش حل کند، فقط بابت جواب‌های آخر نمره تعلق می‌گیرد. $3x + 5y = 17 \rightarrow 3x = 17 - 5y \rightarrow x = \frac{17 - 5y}{3}$ $\rightarrow x = \frac{18 - 1 - 6y + y}{3} = 6 - 2y + \frac{y - 1}{3}, \quad \frac{y - 1}{3} \in \mathbb{Z}$ $3 \mid y - 1 \rightarrow y - 1 = 3k \rightarrow y = 3k + 1 \pmod{25}$ $x = 6 - 2(3k + 1) + k = 6 - 6k - 2 + k \rightarrow x = 4 - 5k \pmod{25}$ ۲. از آنجایی که در حل معادلات هم‌نهشتی می‌توان به تعداد دلخواه از مضارب پیمانه استفاده کرد، پاسخ‌ها ممکن است نمایش‌های گوناگونی داشته باشند. لذا به هر راه حل صحیحی که از نظر منطقی درست باشد، نمره کامل اختصاص یابد. ۳. راه حل‌های دیگر که از راه هم‌نهشتی نیست، فقط برای جواب‌های آخر به دانش آموز (۵/۰) تعلق بگیرد. (صفحه ۲۷)	۷
۱	الف) ۵ (ص ۴۴) ب) ۳ (ص ۳۷) پ) ۲ (ص ۴۹) ت) ۴ (ص ۳۷) هر قسمت (۵/۰) دارد.	۸
۰/۵	الف) $p = 6$ و $q = 7$ (صفحه ۳۵)	۹
۰/۲۵	ب) $fedab$ یا $fecab$ (۵/۰) (۲۵/۰) (صفحه ۳۸)	
۰/۲۵	پ) $abcda$ (۲۵/۰) $(adecba)$ (۲۵/۰) (صفحه ۳۸)	
۰/۵	ت) $\deg_{\bar{G}}(d) + \deg_G(d) = 5$ یا $\deg_{\bar{G}}(d) = 5 - 2 \Rightarrow \deg_{\bar{G}}(d) = 3$ (۲۵/۰) (۲۵/۰) (صفحه ۳۸)	
توجه: چنانچه دانش آموز با استفاده از رسم شکل یا ارائه توضیحات کامل به زبان فارسی، عدد ۳ را به عنوان پاسخ صحیح به دست آورد، نمره کامل این بخش تعلق گیرد.		
صفحه ۴ از ۹		

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۴/۲۸
تعداد صفحه: ۹	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵			
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
نمره			

۰/۷۵	$q = \frac{kp}{2} \Rightarrow \underbrace{2k = 2 \times 12}_{(25/0)} \Rightarrow \underbrace{k = 4}_{(25/0)}$ توجه: ۱. چنانچه روند حل بدون نوشتن فرمول، صحیح باشد، نمره فرمول کسر نشود. ۲. اگر دانش‌آموز با رسم گراف ۴- منتظم به جواب صحیح $k = 4$ برسد، نمره کامل تعلق بگیرد. (25/0)  رسم گراف (5/0) (صفحه ۴۰)	۱۰
۱/۲۵	(الف) برای احاطه کردن رأس a، باید حداقل یکی از این دو رأس a, b انتخاب شوند. (25/0) برای احاطه کردن رأس i، باید حداقل یکی از این دو رأس h, i انتخاب شوند. (25/0) بنابراین تا اینجا هر مجموعه‌ی احاطه‌گر حداقل ۲ عضو دارد. اما این ۲ رأس انتخاب شده در هر حالت نمی‌توانند رؤس d, e را احاطه کنند. (25/0) یعنی $\gamma(G) \geq 3$. از طرفی $\{f, b, i\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. (25/0)، در نتیجه $\gamma(G) = 3$. (25/0) توجه: ۱. هر استدلال صحیحی که نشان دهد $\gamma(G) > 2$ (25/0) نمره دارد. ۲. به جای مجموعه‌ی $\{f, b, i\}$ هر کدام از مجموعه‌های $\{b, c, h\}$، $\{a, c, h\}$ و $\{f, b, h\}$ درست است. ۳. اگر دانش‌آموز با استفاده از فرمول نشان دهد $\gamma(G) \geq 2$ (25/0) نمره می‌گیرد. ۴. اگر دانش‌آموز یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم معرفی کند (25/0) نمره دریافت می‌کند.	۱۱
۰/۲۵	(ب) g (25/0) (صفحات ۴۷ و ۴۹)	

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۴/۲۸
تعداد صفحه: ۹	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵			
ردیف	راهنمای نمره گذاری		
	نمره		

۰/۵	رسم شکل (۵ / ۵)  (صفحه ۵۳)	۱۲
۰/۷۵	روش اول: $\frac{6!}{3! \times 2!}$ (۲۵/۰) (۲۵/۰) روش دوم: $\binom{6}{2} \times \binom{4}{3} \times \binom{1}{1}$ (۷۵/۰) توجه: ۱. در روش دوم، پاسخ هایی دیگری مانند موارد زیر نیز قابل قبول هستند. $\binom{6}{3} \times \binom{3}{2} \times \binom{1}{1} \quad \text{یا} \quad \binom{6}{1} \times \binom{5}{2} \times \binom{3}{3} \quad \text{یا} \quad \binom{6}{1} \times \binom{5}{3} \times \binom{2}{2}$ (۷۵/۰) (۷۵/۰) (۷۵/۰) $\binom{6}{3} \times \binom{3}{1} \times \binom{2}{2} \quad \text{یا} \quad \binom{6}{2} \times \binom{4}{1} \times \binom{3}{3}$ (۷۵/۰) (۷۵/۰) ۲. نوشتن ترکیب آخر در حاصل ضرب ضروری نیست و در صورت ننوشتن آن نمره ای کسر نگردد. (به عنوان مثال حاصل $\binom{6}{2} \binom{4}{1} \binom{3}{3} \quad \text{با} \quad \binom{6}{2} \binom{4}{1}$ تفاوتی ندارد.) (صفحه ۵۸)	۱۳
صفحه ۶ از ۹		

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۴/۲۸
تعداد صفحه: ۹	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵			
ردیف	راهنمای نمره گذاری	نمره	

۱/۵	روش اول: $y_5 = x_1 - 3 \geq 0 \Rightarrow y_5 \geq 0, \quad \underbrace{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + y_5 + x_6}_{(25/0)} = 11$ $\underbrace{x_1 + 4 + x_3 + x_4 + y_5 + x_6}_{(25/0)} = 11 \Rightarrow \underbrace{x_1 + x_3 + x_4 + y_5 + x_6}_{(25/0)} = 7$ $\underbrace{\binom{n+k-1}{k-1}}_{(25/0)} = \underbrace{\binom{11}{4}}_{(5/0)} = 33 \circ$ توجه: ۱. اگر دانش آموز به $\binom{11}{4}$ برسد و عدد $33 \circ$ را <u>نویسد</u>، نمره کامل داده شود. ۲. اگر دانش آموز در یک مرحله معادله $x_1 + x_3 + x_4 + y_5 + x_6 = 7$ یا $x_1 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 7$ بنویسد، $(75/0)$ کامل تعلق می گیرد. ۳. اگر بدون نوشتن $\binom{n+k-1}{k-1}$، مرحله بعدی را به درستی نوشته باشد، نمره ای <u>کسر نگردد</u>. (صفحه ۶۱) روش دوم: روش ستاره و خط مشابه فعالیت صفحه ۵۹ کتاب درسی: با توجه شرط های داده شده $14 - 4 - 3 = 7$ ستاره $(*)$ $(25/0)$ و $5 - 1 = 4$ خط عمودی $()$ $(25/0)$ داریم که با روش جایگشت های با تکرار به صورت زیر حل می کنیم: $\frac{11!}{7! \times 4!} = 33 \circ$ $\underbrace{\quad}_{(75/0)} \quad (25/0)$ توجه: اگر دانش آموز به $\frac{11!}{7! \times 4!}$ برسد و عدد $33 \circ$ را <u>نویسد</u>، نمره کامل داده شود. (صفحه ۵۹)	۱۴
صفحه ۷ از ۹		

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۴/۲۸
تعداد صفحه: ۹	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵			
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
نمره			

۱	$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ یا $\begin{bmatrix} 11 & 32 & 23 \\ 22 & 13 & 31 \\ 33 & 21 & 12 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 11 & 23 & 32 \\ 22 & 31 & 13 \\ 33 & 12 & 21 \end{bmatrix}$ (۵/۲۵) (۵/۲۵) بله (۵/۲۵) چون اعداد دو رقمی تکراری در مربع ساخته شده وجود ندارد. (۵/۲۵) توجه: اگر دانش‌آموز بدون نوشتن مربع لاتین B به مربع تلفیقی (مربع حاوی اعداد دو رقمی) برسد، نمره آن (۵/۲۵) قسمت داده شود.	۱۵
۱/۵	$A = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 400, 2 \mid n\} \Rightarrow A = \left[\frac{400}{2} \right] = 200 \quad (۵/۲۵)$ $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 400, 5 \mid n\} \Rightarrow B = \left[\frac{400}{5} \right] = 80 \quad (۵/۲۵)$ $A \cap B = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 400, 10 \mid n\} \Rightarrow A \cap B = \left[\frac{400}{10} \right] = 40 \quad (۵/۲۵)$ $ \overline{A \cap B} = \overline{A \cup B} = S - A \cup B = S - (A + B - A \cap B) = 400 - (200 + 80 - 40) = 160 \quad (۵/۲۵)$ توجه: تعیین A، B و $A \cap B$ به شیوه‌های مختلف امکان‌پذیر است. به هر روش صحیح دیگر، نمره متناسب تعلق گیرد. (صفحه ۷۴)	۱۶
۰/۵	روش اول: معادل است با یافتن تعداد توابع ممکن از یک مجموعه $m = 4$ عضوی به یک مجموعه $n = 5$ عضوی که برابر است با: $n^m = 5^4 = 625 \quad (۵/۵)$ روش دوم: برای اهداء جایزه اول ۵ انتخاب داریم، از آن جایی که یک نفر می‌تواند ۴ جایزه ممکن را دریافت کند. بنابراین برای اهداء جوایز دوم، سوم و چهارم نیز ۵ انتخاب از بین شرکت کنندگان خواهیم داشت. پس طبق اصل ضرب جواب حاصل برابر است با: $\underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5}_{(۵/۵)} = 625$ توجه: اگر دانش‌آموز فقط به جواب پایانی ۶۲۵ یا ۵⁴ اشاره کند، نمره کامل داده شود. تذکر: در صورتی که دانش‌آموز به شکل زیر پاسخ دهد (۵/۵) نمره داده شود: اگر جایزه‌ها یکسان باشند، تعداد حالات برابر است با تعداد جواب‌های صحیح نامنفی معادله $\binom{n+k-1}{k-1} = \binom{4+5-1}{5-1} = 7 \quad \text{یعنی } x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 4$ (صفحه ۷۸)	۱۷

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۴/۲۸
تعداد صفحه: ۹	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵			
ردیف	راهنمای نمره گذاری		
نمره			

۱/۲۵	روش اول: طبق تعمیم اصل لانه کبوتری: $\underbrace{k+1=5}_{(○/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{k=4}_{(○/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{kn+1=67}_{(○/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{4n=66}_{(○/۲۵)} \Rightarrow n=\left[\frac{66}{4}\right] = 16 \quad (○/۲۵)$ توجه: اگر دانش آموز بدون نوشتن جزء صحیح به جواب ۱۶ برسد، (○ / ۲۵) نمره آن قسمت داده شود. روش دوم: $\underbrace{5-1=4}_{(○/۲۵)}, \quad \underbrace{67-1=66}_{(○/۲۵)}$ $\begin{array}{r} 66 \quad \quad 4 \\ 64 \quad 16 \\ \hline 2 \end{array} \Rightarrow \underbrace{n=16}_{(○/۲۵)}$ (○/۵) روش سوم: برای اطمینان از داشتن گلدانی با حداقل ۵ شاخه گل، در بدبینانه ترین حالت، باید از بین ۶۷ شاخه گل در همه گلدان ها ۴ گل قرار داشته باشد. (○ / ۲۵) بنابراین یک شاخه گل را برای یکی از گلدان ها کنار گذاشته (○ / ۲۵) و ۶۶ گل دیگر را تقسیم بر ۴ می کنیم. (○ / ۲۵) در نتیجه باید به تعداد خارج قسمت تقسیم، یعنی ۱۶، گلدان داشته باشیم (○ / ۲۵) تا با اضافه کردن آن گل کنار گذاشته شده و باقی مانده تقسیم به یک گلدان دلخواه، اطمینان حاصل شود که گلدانی وجود دارد که حداقل ۵ شاخه گل در آن قرار گرفته است. (○ / ۲۵) روش چهارم: $k+1=5 \Rightarrow k=4 \quad (○ / ۲۵)$ $\underbrace{4n+1 \leq 67}_{(○/۵)} \Rightarrow 4n \leq 66 \Rightarrow n \leq 16/5 \quad (○/۲۵), \quad n=16 \quad (○/۲۵)$ توجه: در صورتی که دانش آموز مرحله $n \leq 16/5$ را ننوشت اما $n=16$ را به دست آورده باشد، نمره ای کسر نگردد. روش پنجم: $\left[\frac{m}{n}\right] = k \Rightarrow \left[\frac{67}{n}\right] = 5 \Rightarrow 4 < \frac{67}{n} \leq 5 \Rightarrow \underbrace{4n < 67 \leq 5n}_{(○/۵)} \Rightarrow n=16$ توجه: از آنجا که نتیجه از $4n < 67$ به دست می آید، نوشتن همین مرحله به جای $4n < 67 \leq 5n$ نیز کافی است. روش ششم: $k+1=5 \Rightarrow k=4 \quad (○/۵), \quad 67 = 4 \times 16 + 3 \quad (○/۵) \Rightarrow n=16 \quad (○/۲۵)$ توجه: به جای $67 = 4 \times 16 + 3$ هر نمایش دیگری از تقسیم قابل قبول است. (صفحه ۸۲)	۱۸
۲۰	مجموع نمرات	موفق باشید
صفحه ۹ از ۹		