

آزمون شماره (۲۶)

جمعه

۱۴۰۵/۰۵/۲۳

دفترچه  
شماره ۱

# آزمون‌های سراسر کاج

گزینه درسه را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴

دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه



جهت دریافت  
پاسخنامه  
اسکن کنید.

|                                     |                        |
|-------------------------------------|------------------------|
| نام و نام خانوادگی:                 | شماره داوطلبی:         |
| تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۴۰ | مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه |

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

| ردیف | مواد امتحانی | وضعیت پاسخگویی | تعداد سؤال | شماره سؤال |    | مدت پاسخگویی |
|------|--------------|----------------|------------|------------|----|--------------|
|      |              |                |            | از         | تا |              |
| ۱    | ریاضیات      | اجباری         | ۴۰         | ۱          | ۴۰ | ۷۰ دقیقه     |

## ریاضیات



۱- اگر دنباله  $a, b, c, \dots$  یک دنباله هندسی صعودی و  $c, b, a$  یک دنباله حسابی باشند، قدرنسبت دنباله هندسی چقدر از  $\sqrt{13}$  بیش تر است؟ ( $a > 0$ )

- (۴) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۳

۲- اگر سهمی  $y = \frac{m-1}{m+2}x^2 + (4m-1)x$  فقط از ناحیه دوم مختصات عبور نکند، حدود  $m$  کدام است؟

- (۱)  $(\frac{1}{4}, 1)$  (۲)  $(0, 1)$  (۳)  $(1, 2)$  (۴)  $(\frac{1}{4}, 2)$

۳- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x(x-5)=1$  باشند، حاصل  $\alpha^6 + 135\beta$  کدام است؟

- (۱) ۷۰۰ (۲) ۷۰۱ (۳) ۷۰۲ (۴) ۶۹۹

۴- مجموع ریشه‌های حقیقی معادله  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{13}{36}$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۲

۵- اگر وارون تابع  $f(x) = 4x + \sqrt{2x+m} + 2$  از نقطه  $(1, -1)$  عبور کند،  $f^{-1}(35)$  کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) -۱۱ (۳) -۷ (۴) ۷

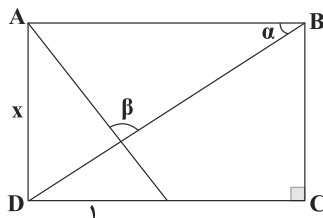
۶- اگر نقطه  $A(4-m, 5+n)$  روی محور  $x$  ها و نقطه  $B(2n-m, 3m+1)$  روی محور  $y$  ها قرار گیرد، اندازه پاره خط  $AB$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{1037}$  (۲)  $\sqrt{1039}$  (۳)  $\sqrt{1041}$  (۴)  $\sqrt{1043}$

۷- در صورتی که  $\log(x^2 y) = 3$  و  $\log(\frac{x^2}{y}) = -1$  باشد، حاصل  $\log(xy^2)$  چقدر است؟

- (۱)  $4/8$  (۲)  $5/2$  (۳)  $4/6$  (۴)  $6/4$

۸- در مستطیل زیر  $AB=2AD$  است. مقدار  $\cot \beta$  کدام است؟



(۱)  $\frac{x+2}{2x+1}$

(۲)  $\frac{x-2}{2x+1}$

(۳)  $\frac{x-2}{2x-1}$

(۴)  $\frac{x+2}{2x-1}$

۹- در صورتی که  $\tan \alpha = A$  باشد،  $\frac{1}{\cos \alpha} - \tan \alpha$  حاصل  $\tan \alpha + \frac{1}{\cos \alpha}$  کدام است؟ ( $\alpha \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ )

- (۱)  $A$  (۲)  $2A$  (۳)  $\frac{1}{A}$  (۴)  $\frac{2}{A}$

۱۰- جواب عمومی معادله  $\tan 3x - \tan 2x = \tan x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{k\pi}{4}$  (۲)  $\frac{k\pi}{3}$  (۳)  $k\pi + \frac{\pi}{3}$  (۴)  $k\pi - \frac{\pi}{3}$

محل انجام محاسبات



۱۱- اگر تابع  $f(x) = \frac{(a-1)x^2 + bx + c}{x-3}$  تابع ثابت و  $f(\frac{1}{\sqrt{3}}) = \frac{a}{\sqrt{3}}$  باشد، مقدار  $b+c$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{10}$  (۲)  $\frac{1}{12}$  (۳)  $\frac{1}{16}$  (۴)  $\frac{1}{8}$

۱۲-  $f$  تابع اکیداً نزولی و دامنه آن اعداد حقیقی است، اگر جواب کامل نامعادله  $f(3x^2 - 7x) > f(10)$  بازه  $(a, b)$  باشد،  $b-a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{17}{3}$  (۲)  $\frac{16}{3}$  (۳)  $\frac{11}{3}$  (۴)  $\frac{13}{3}$

۱۳- کدام تابع زیر در  $x=2$  حد دارد اما ناپیوسته است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $f(x) = [x^2 - 2x]$  (۲)  $g(x) = [4x + x^2]$  (۳)  $h(x) = [\sin \frac{\pi}{x}]$  (۴)  $t(x) = [\cos \frac{\pi}{x}]$

۱۴- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{\pi - \pi x^2}}{\sqrt[3]{2 \sin \pi x}}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲) صفر (۳) ۱ (۴) -۱

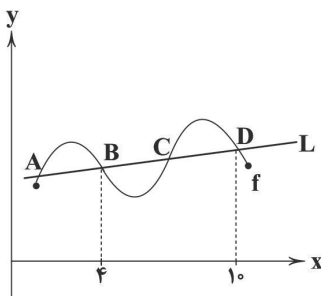
۱۵- اگر  $f(x) = \sin^2 x + 2 \cos^2 x$  و  $f''(x) = A \cos Bx$  باشد، حاصل  $A+B$  کدام است؟ ( $B > 0$ )

- (۱) ۱۰ (۲) -۱۰ (۳) ۸ (۴) -۸

۱۶- باقی مانده تقسیم  $x^{100} - x^{99} - f(x)$  بر  $x^2 - 2x + 1$  برابر  $Ax + B$  است. حاصل  $f(A-B)$  کدام است؟

- (۱)  $2^{100}$  (۲)  $2^{98}$  (۳)  $2^{99}$  (۴)  $2^{101}$

۱۷- خط  $L$  طبق شکل تابع  $f$  را در چهار نقطه قطع می‌کند. در چند نقطه از دامنه تابع  $f(x)$ ،  $f$  آهنگ لحظه‌ای  $f$  برابر  $\frac{1}{e}$  است؟



( $f(4) = 3, f(10) = 4$ )

- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) صفر

۱۸- اگر  $f(x) = 2 - \sqrt{x}$  باشد، مشتق تابع  $g(x) = f(xf(x))$  در  $x=1$  کدام است؟

- (۱)  $0/25$  (۲)  $-0/25$  (۳)  $0/24$  (۴)  $-0/24$

۱۹- اگر نقطه عطف تابع  $y = x^3 - 3x^2 + kx + k^2$  در ناحیه چهارم قرار گیرد، حدود  $k$  کدام است؟

- (۱)  $(-1, 3)$  (۲)  $(1, 4)$  (۳)  $(-2, 1)$  (۴)  $(-1, 2)$

۲۰- محل برخورد مجانب‌های تابع هموگرافیک  $y = x + \frac{cx^2 + ax - 1}{x + b}$  نقطه  $A(-1, 3)$  باشد، حاصل  $a+b+c$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۲۱- عدد  $a$  بزرگ‌ترین عدد ۳ رقمی است که مضرب ۱۵ است و باقی مانده تقسیم آن بر دو عدد ۹ و ۱۶ به ترتیب ۳ و ۵ است. مجموع ارقام عدد

$a$  کدام است؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۱۹ (۳) ۲۱ (۴) ۲۳

محل انجام محاسبات



۲۲- اگر  $a$  و  $b$  دو عدد طبیعی باشند، به طوری که  $8|a+3$ ،  $15|b-4$  و  $a+b=141$  باشد، باقی مانده تقسیم  $(a-b)^2$  بر ۱۷ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

۲۳- در گراف ساده  $G$  که  $V=\{v_1, v_2, \dots, v_8\}$  داریم  $\gamma(G)=1$ ، اگر  $2 \leq i \leq 8$  باشد و داشته باشیم  $|N_G(v_i)|=3$ ، آن گاه چند یال به گراف اضافه کنیم تا تبدیل به گراف منتظم شود؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۲۴- تعداد جواب های صحیح و نامنفی  $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=12$  با شرط  $x_1x_2=6$  کدام است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۵۷ (۳) ۷۲ (۴) ۱۱۴

۲۵- در یک جعبه ۹۰ گوی داریم که روی هر گوی یک عدد ۲ رقمی متمایز با گوی های دیگر نوشته شده است. حداقل چند گوی از جعبه خارج کنیم که مطمئن شویم حداقل دو گوی در میان آن ها وجود دارد که حاصل ضرب اعداد روی آن ها مضرب ۱۵ است؟

- (۱) ۷۳ (۲) ۶۴ (۳) ۴۸ (۴) ۲۴

۲۶- اگر  $A_n = \{m \in \mathbb{Z} | m \geq -n, 2^m \leq n\}$ ،  $n \in \mathbb{N}$ ، آن گاه مجموعه  $A_3 \cap A_4$  چند زیرمجموعه دارد؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴) ۳۶

۲۷- اگر  $A, B$  و  $C$  سه مجموعه باشند و  $A \subset B$ ،  $C \subset B$  و  $A \cap C = \emptyset$ ، حاصل  $(A \cup C) \cap B \cap A'$  کدام است؟

- (۱)  $A$  (۲)  $A-C$  (۳)  $C$  (۴)  $\emptyset$

۲۸- جعبه  $A$  شامل ۹ مهره با شماره های ۱ تا ۹ و جعبه  $B$  شامل ۶ مهره با شماره های ۱ تا ۶ موجودند. یک جعبه به تصادف انتخاب و مهره های به تصادف از درون آن استخراج می شود. اگر شماره این مهره زوج باشد، مهره دیگری از همان جعبه و اگر فرد باشد، مهره ای از جعبه ای دیگر بیرون می آوریم. احتمال این که روی هر دو مهره عدد زوج نوشته شده باشد، چقدر است؟

- (۱)  $\frac{11}{60}$  (۲)  $\frac{11}{70}$  (۳)  $\frac{11}{50}$  (۴)  $\frac{11}{40}$

۲۹- سه داده آماری با میانگین ۶ مفروض است. اگر داده ۲ به آن ها اضافه شود، ضریب تغییرات ۴ داده موجود ۱/۲ برابر ضریب تغییرات داده های قبلی می شود. مجموع مربعات ۳ داده اولیه کدام است؟

- (۱) ۱۶۸ (۲) ۱۴۴ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۰۸

۳۰- در نمونه گیری تصادفی ساده از یک ظرف شامل ۵ مهره با شماره های ۱ تا ۵، ۳ مهره با جای گذاری انتخاب می کنیم. احتمال این که مهره شماره ۵ انتخاب شود، کدام است؟

- (۱)  $0/616$  (۲)  $0/418$  (۳)  $0/548$  (۴)  $0/488$

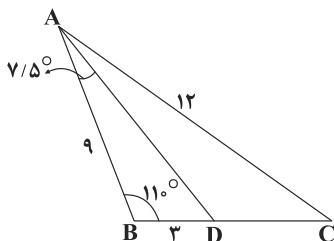
۳۱- در شکل زیر اندازه زاویه  $C$  چند درجه است؟

- (۱)  $50^\circ$

- (۲)  $55^\circ$

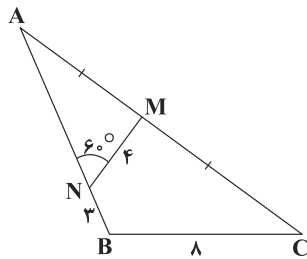
- (۳)  $60^\circ$

- (۴)  $65^\circ$





۳۲- در مثلث شکل زیر  $BC=8$  و  $\widehat{ANM}=60^\circ$  است. اگر  $AM=MC$  و  $MN=4$  باشد، اندازه  $AN$  کدام است؟



(۱) ۱۲

(۲) ۱۱

(۳) ۱۰

(۴) ۹

۳۳- دو کره که فاصله مرکزهایشان از هم ۲۱ واحد است، یکدیگر را قطع کرده‌اند. اگر نقاط مشترک واقع بر روی هر دو کره دایره‌ای به مساحت

$144\pi$  و شعاع کره کوچک‌تر ۱۳ باشد، شعاع کره بزرگ‌تر کدام است؟ آزمون وی ای پی

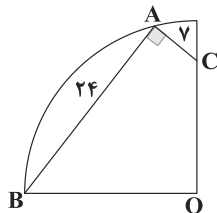
(۴) ۲۰

(۳) ۱۸

(۲) ۱۶

(۱) ۱۵

۳۴- در شکل زیر مساحت ربع دایره کدام است؟

(۱)  $49\pi$ (۲)  $64\pi$ (۳)  $81\pi$ (۴)  $100\pi$ 

۳۵- بازتاب نقطه  $A(2,5)$  نسبت به خط  $2x+3y=11$  نقطه  $A'$  است و بازتاب نقطه  $A'$  نسبت به خط  $3x-2y=10$  نقطه  $A''(\alpha,\beta)$

است.  $\alpha+\beta$  کدام است؟

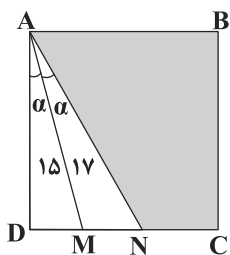
(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۳۶- چهارضلعی ABCD مربع است. مساحت دو مثلث ADM و AMN به ترتیب ۱۵ و ۱۷ است. مساحت قسمت رنگی کدام است؟



(۱) ۸۸

(۲) ۹۱

(۳) ۹۶

(۴) ۱۰۰

۳۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ ،  $A^2 = \alpha A + \beta I$  و  $A^{-1} = \alpha' A + \beta' I$  باشند، حاصل  $\frac{\alpha+\alpha'}{\beta+\beta'}$  کدام است؟

(۴) -۲

(۳) -۱

(۲) ۲

(۱) ۱

۳۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} \log 5 & \log 2 \\ \log 2 & \log 5 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 5|A| & 10|A| \\ 10|2A| & 4|A| \end{bmatrix}$  باشد، مقدار  $\left| \frac{4}{5}B \right|$  کدام است؟

(۴)  $-78/6$ (۳)  $-72/6$ (۲)  $-64/8$ (۱)  $-60/9$



۳۹- دایره‌های  $C_1$  و  $C_2$  در ناحیه اول مماس خارج هستند. اگر دایره  $C_1$  بر محور  $x$  ها و دایره  $C_2$  بر محور  $y$  ها مماس باشند و مراکز دو دایره نقاط  $O_1(27, \alpha)$  و  $O_2(12, 13)$  باشند،  $\alpha$  کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۴۰- اگر  $|\vec{b}|=2$ ،  $|\vec{c}|=6$ ،  $\vec{b} \cdot \vec{c}=12$  و  $3\vec{a} \times \vec{b} = 5\vec{c} - 2\vec{a}$  باشد، حاصل  $|\vec{a}|$  کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

# گاج

## موفقیت با یک تیک!

مداد آزمون گاج



برای خرید آنلاین و اطلاع از آخرین عناوین منتشر شده به ما مراجعه کنید

**گاج مارکت**  
**gajmarket.com**  
فروشگاه آنلاین



# با گاجه مارکت زود، تند، خرید...

بزرگترین فروشگاه خرید آنلاین لوازم دانش آموزی

**gajmarket.com**

آزمون شماره (۲۶)

جمعه

۱۴۰۵/۰۵/۲۳

دفترچه  
شماره ۲آزمون‌های سراسر  
کاج

گزینه درسه را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴

دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

|                                     |                        |
|-------------------------------------|------------------------|
| نام و نام خانوادگی:                 | شماره داوطلبی:         |
| تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۶۵ | مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه |

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

| ردیف | مواد امتحانی | وضعیت پاسخگویی | تعداد سؤال | شماره سؤال |     | مدت پاسخگویی |
|------|--------------|----------------|------------|------------|-----|--------------|
|      |              |                |            | از         | تا  |              |
| ۱    | فیزیک        | اجباری         | ۳۵         | ۴۱         | ۷۵  | ۴۵ دقیقه     |
| ۲    | شیمی         | اجباری         | ۳۰         | ۷۶         | ۱۰۵ | ۳۰ دقیقه     |

## فیزیک



۴۱- تفاوت تعداد موارد درست و نادرست در بین موارد زیر چند است؟

الف) بار الکتریکی ذره‌ای بزرگ  $24C/0.00000$  است، اگر بار الکتریکی را به صورت نماد علمی بنویسیم به صورت  $C \times 10^{-5} \times 2/4$  می‌شود.

ب) یکای اصلی و فرعی توان به ترتیب  $W$  و  $\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$  است.

ج) با ریزسنجی طول حجمی را اندازه گرفتیم و ریزسنج  $28/43 \text{ mm}$  را نشان داد، دقت این ریزسنج  $0.01 \text{ cm}$  است.

د) تبدیل یکای زیر صحیح است.  

$$2 \frac{mg \cdot km}{Gs^2} = 2 \times 10^{-15} N$$

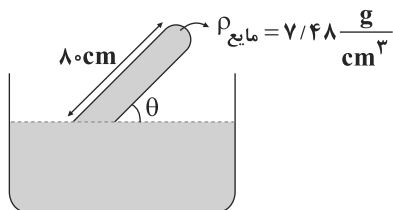
ه) دو کمیت جریان الکتریکی و بار الکتریکی از کمیت‌های اصلی هستند و نماد یکای آن‌ها به ترتیب به صورت  $A$  و  $C$  است.

و) آب به دلیل چگالی بیش‌تر نسبت به بنزین برای خاموش کردن بنزین شعله‌ور ماده مناسبی است.

(۱) ۰ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۴۲- در شکل زیر مایع به انتهای لوله با مساحت  $5 \text{ cm}^2$ ، نیرویی برابر  $31/28 N$  وارد می‌کند، اگر فشار هوای محیط  $72/4 \text{ cmHg}$  باشد، زاویه  $\theta$  چند درجه است؟

$$\left( \sqrt{2} \approx 1/4, \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{g}{\text{cm}^3}, g = 10 \frac{N}{kg} \right)$$



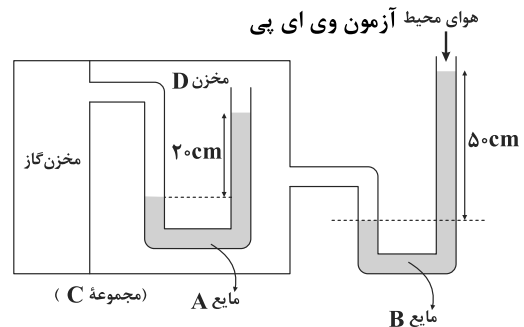
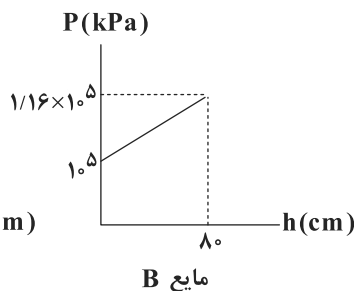
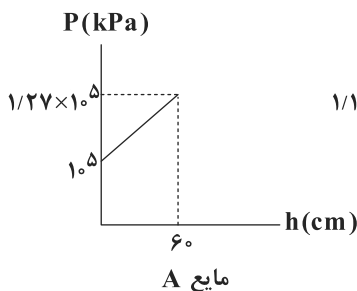
(۱) ۳۰

(۲) ۳۷

(۳) ۵۳

(۴) ۴۵

۴۳- نمودار تغییر فشار بر حسب ارتفاع از سطح آزاد مایع، برای دو مایع  $A$  و  $B$  که با حجم‌های یکسان درون دو ظرف یکسان ریخته‌ایم مطابق شکل‌های زیر است، دو مایع را در مجموعه  $C$  می‌ریزیم و مطابق شکل قرار می‌گیرند، فشار پیمانه‌ای مخزن خازن بر حسب کیلوپاسکال کدام است؟



(۴) ۱۰/۹

(۳) ۲۶/۵

(۲) ۱۹

(۱) ۱

۴۴- شخصی به جرم  $5 \text{ kg}$  با تندی  $v \left( \frac{m}{s} \right)$  در حال دویدن است اگر شخص تندی خود را  $6 \frac{m}{s}$  کاهش دهد، انرژی جنبشی آن  $330 J$  کاهش می‌یابد، اگر شخص با تندی  $5 - 1/5 v \left( \frac{m}{s} \right)$  می‌دوید انرژی جنبشی او چند ژول می‌شد؟

(۴) ۳۳۰

(۳) ۶۸/۹

(۲) ۶۴۰

(۱) ۱۲۸۰



۴۵- هواپیمايي با جرم ۲۵ تن از سطح زمین بلند می‌شود، تندی هواپیما هنگام بلند شدن از سطح زمین  $90 \frac{m}{s}$  است و در مدت ۸ دقیقه به ارتفاع ۹۰۰ متری سطح زمین می‌رسد، اگر تندی هواپیما در ارتفاع فوق  $150 \frac{m}{s}$  باشد توان کل کار انجام شده توسط نیروهای وارد شده بر

هواپیما به غیر از نیروی وزن در مدت زمان گفته شده چند کیلووات است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

۴۶۸/۷۵ (۴)

۳۷۵ (۳)

۸۴۳/۷۵ (۲)

۱۲۱۸/۷۵ (۱)

۴۶- درون ظرفی مقداری آب با دمای  $3^\circ C$  در اختیار داریم و می‌خواهیم دمای آن را به  $0^\circ C$  برسانیم برای این کار مقداری یخ با دمای  $20^\circ C$  را درون ظرف می‌اندازیم. اگر تفاوت حداقل و حداکثر مقدار یخ مورد نیاز  $1860$  گرم باشد، برای افزایش دمای مقدار آب یا جرم و دمای برابر آب اولیه درون ظرف تا دمای جوش توسط گرمکن با توان  $600 W$  به تقریب چند دقیقه زمان لازم است؟

( $L_f = 80^\circ C$  آب  $= 160^\circ C$  یخ  $= 336 \frac{kJ}{kg}$ )

۸/۱ (۴)

۵/۸ (۳)

۱/۴ (۲)

۱۷۶ (۱)

۴۷- کدام گزینه صحیح است؟

(۱) در دمایی که دماسنج فارنهایت مقداری ۵ برابر دماسنج سلسیوس نشان می‌دهد دماسنج کلوین عدد  $263 K$  را نشان می‌دهد.

(۲) وقتی دندانپزشک سوراخ دندانی را پر می‌کند، باید ماده‌ی پرکننده‌ی دندان همان مشخصه‌های گرمایی دندان را داشته باشد.

(۳) معمولاً افزایش فشار وارد بر جسم مانند یخ سبب بالا رفتن نقطه ذوب جسم می‌شود.

(۴) جریان‌های باد ساحلی و سیستم گرم‌کننده مرکزی ساختمان‌ها نمونه‌هایی از انتقال گرما به روش همرفت طبیعی است.

۴۸- دو میله فلزی با طول و جنس متفاوت در اختیار داریم و ضریب انبساط طولی میله بلندتر و کوتاه‌تر به ترتیب  $\frac{1}{k} = 1/5 \times 10^{-4}$  و  $\alpha_A$  و

افزایش دما  $29/55 cm$  خواهد شد، نسبت طول میله کوتاه‌تر به طول میله بلندتر پیش از افزایش دما چقدر بوده است؟ (طول میله بلندتر

پس از افزایش دما هم‌چنان از میله دیگر بیش‌تر خواهد بود.)

$\frac{13}{17}$  (۴)

$\frac{7}{8}$  (۳)

$\frac{2}{3}$  (۲)

$\frac{23}{27}$  (۱)

۴۹- انرژی ذخیره شده در خازنی با صفحات تخت متصل به باتری که بین صفحات آن یک دی‌الکتریک با ثابت  $1/5$  قرار دارد برابر  $U_1$  ژول است،

صفحات خازن را در حالی که خازن به باتری متصل است، به یک‌دیگر نزدیک می‌کنیم به طوری که فاصله صفحات نسبت به حالت قبل  $40\%$

درصد کم‌تر شود، سپس خازن را از باتری جدا می‌کنیم و دی‌الکتریک بین صفحات را با دی‌الکتریک دیگری با ثابتی  $1/4$  برابر ثابت

دی‌الکتریک اولیه جایگزین می‌کنیم. اگر انرژی ذخیره شده در خازن  $320 mJ$  افزایش یابد،  $U_1$  چند ژول است؟ اگر ولتاژ باتری  $16 V$  باشد

بار ذخیره شده در صفحات خازن در حالت اولیه چند میلی‌کولن بوده است؟

$420 - 0/24$  (۴)

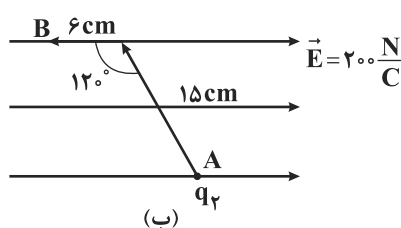
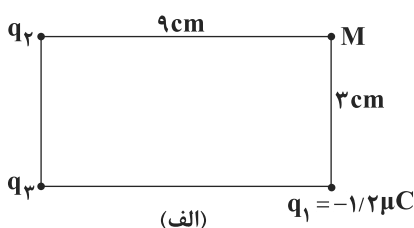
$210 - 0/168$  (۳)

$210 - 0/24$  (۲)

$420 - 0/168$  (۱)

۵۰- در شکل زیر برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از بارها در نقطه M برابر صفر است، اگر بار  $q_2$  را در میدان الکتریکی شکل ب مطابق شکل

جابه‌جا کنیم از نقطه A تا B انرژی پتانسیل الکتریکی آن چقدر و چگونه تغییر می‌کند؟



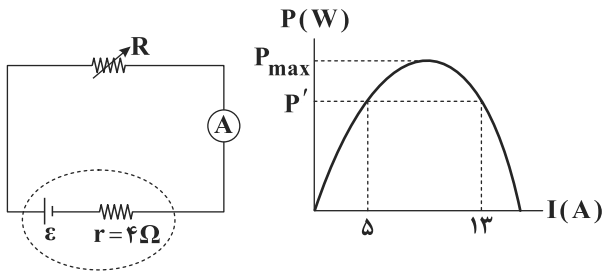
(۱)  $874/8 \mu J$  افزایش می‌یابد

(۲)  $874/8 \mu J$  کاهش می‌یابد

(۳)  $29/6 \mu J$  کاهش می‌یابد

(۴)  $29/6 \mu J$  افزایش می‌یابد

۵۱- در مدار شکل زیر با تغییر مقاومت متغیر رئوستا جریان خروجی از مولد و در نتیجه توان خروجی آن تغییر می‌کند، اگر نمودار تغییرات توان خروجی از مولد برحسب جریان خروجی از آن به صورت زیر باشد. تفاوت توان خروجی از مولد هنگامی که  $R = 8 \Omega$  است با  $P_{\max}$  چند



وات است؟

(۱) ۴۶

(۲) ۳۶

(۳) ۷۲

(۴) ۹۲

۵۲- سیمی به طول  $L$  و مساحت  $A$  داریم، سیم را ذوب می‌کنیم و سیم جدیدی می‌سازیم به طوری که قطر مقطع سیم ۲۰٪ کاهش یابد. اگر

مقاومت سیم را در حالت اولیه  $R_1$  و در حالت دوم  $R_2$  باشد،  $\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$  چقدر خواهد بود؟

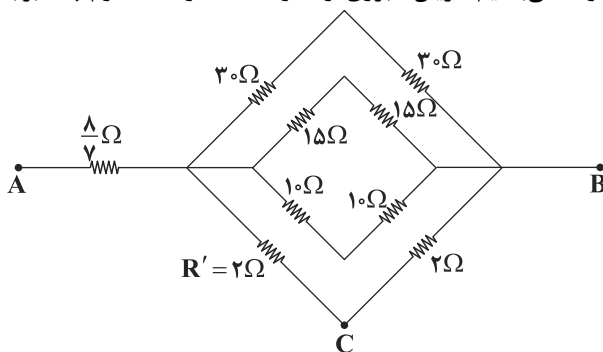
(۴) ۱۰

(۳) ۵

(۲) ۶/۲۵

(۱) ۲/۵

۵۳- دو سر یک مولد ۲۰V را یک بار به نقاط  $A$  و  $B$  و بار دیگر به نقاط  $C$  و  $A$  می‌بندیم جریان عبوری از مقاومت  $R'$  در حالت دوم چند برابر حالت اول خواهد بود؟ (مقاومت درونی مولد صفر است)



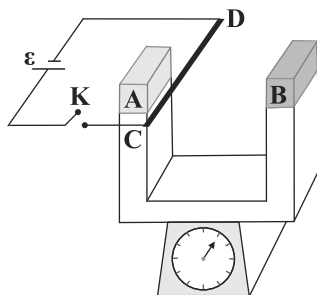
(۱) ۱

(۲) ۱/۴

(۳) ۲/۵

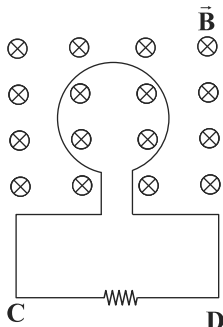
(۴) ۱/۶۸

۵۴- در شکل زیر با بستن کلید  $k$  و عبور جریان از سیم  $CD$  عددی که ترازو نشان می‌دهد ۲۴N کاهش می‌یابد. اگر  $75 \text{ cm}$  از سیم  $CD$  درون میدان مغناطیسی یکنواخت بین دو قطب آهنربا نعلی شکل با بزرگی  $1/28 \text{ T}$  قرار گرفته باشد، پس از بستن کلید  $k$  چند آمپر جریان از سیم  $CD$  عبور می‌کند؟ و قطب  $B$  آهنربای نعلی چیست؟

(۱)  $S - 25$ (۲)  $N - 25$ (۳)  $S - 18/75$ (۴)  $N - 18/75$ 

۵۵- یک حلقه فلزی رسانا را مطابق شکل زیر عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت و متغیری با معادله  $\vec{B} = 0.5t^2 - 6t + 1$  قرار گرفته است، در بازه  $t_1 = 12 \text{ s}$  تا  $t_2 = 16 \text{ s}$  بزرگی نیرو محرکه القایی در حلقه چند ولت است و در بازه  $t_1 = 4 \text{ s}$  تا  $t_2 = 14 \text{ s}$  جهت جریان القایی در مقاومت  $R$

به چه شکل خواهد بود؟ (میدان مغناطیسی در  $t = 0$  در شکل زیر نشان داده شده است، شعاع حلقه  $10 \text{ cm}$  است،  $\pi = 3$ )

(۱) ابتدا از  $D$  به  $C$  سپس از  $C$  به  $D$ (۲) ابتدا از  $D$  به  $C$  سپس از  $C$  به  $D$ (۳) ابتدا از  $C$  به  $D$  سپس از  $D$  به  $C$ (۴) ابتدا از  $C$  به  $D$  سپس از  $D$  به  $C$



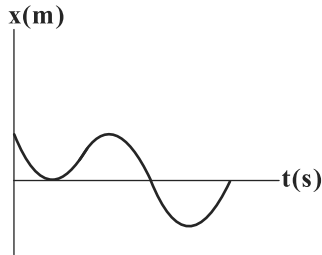
۵۶- میدان مغناطیسی روی محورهای القاگری با طول  $20\text{ cm}$  و شعاع مقطع  $r\text{ mm}$  که جریان ثابتی از آن می‌گذرد  $0.9\text{ T}$  است، اگر انرژی ذخیره شده در القاگر  $405\text{ mJ}$  باشد  $r$  چند میلی‌متر است؟  $(\pi \approx 3, \mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}})$

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲) ۲ (۳) ۴ (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۵۷- حداکثر شار عبوری از پیچه‌ای که در یک مولد جریان متناوب قرار گرفته است برابر  $40\text{ Wb}$  است، هنگامی که شار عبوری از پیچه  $25\text{ Wb}$  است جریان تولیدی مولد چند برابر بیشینه جریان الکتریکی القا شده در پیچه است؟

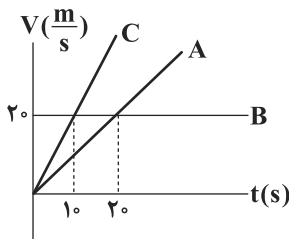
- (۱)  $\frac{5}{8}$  (۲)  $\frac{3}{8}$  (۳)  $\frac{\sqrt{39}}{8}$  (۴)  $\frac{39}{64}$

۵۸- نمودار مکان - زمان بر روی محور  $x$  حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در بازه زمانی صفر تا  $t$  جهت حرکت متحرک و بردار مکان آن چند بار تغییر کرده است؟



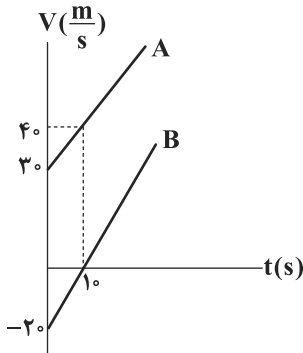
- (۱) ۲ و ۳ (۲) ۳ و ۲ (۳) ۳ و ۱ (۴) ۱ و ۱

۵۹- نمودار سرعت - زمان متحرک  $A$  و  $B$  و  $C$  مطابق شکل است. در مبدأ زمان هر سه متحرک از مبدأ مکان شروع به حرکت می‌کند. در لحظه‌ای که دو متحرک  $A$  و  $B$  به هم می‌رسند، متحرک  $C$  در چه مکانی قرار دارد؟



- (۱) ۴۰۰ (۲) ۸۰۰ (۳) ۱۶۰۰ (۴) ۲۴۰۰

۶۰- نمودار سرعت - زمان دو متحرک  $A$  و  $B$  مطابق شکل است. اگر در مبدأ زمان هر دو متحرک در یک مکان باشند، در لحظه  $t=1\text{ s}$  فاصله دو متحرک از هم چند متر است؟

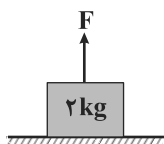


- (۱) ۵۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۴۵۰ (۴) ۶۰۰

۶۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع  $h$  رها می‌شود. اگر گلوله در ۳ ثانیه آخر حرکت  $135\text{ m}$  را طی کرده باشد، ارتفاع  $h$  برابر چند متر است؟  $(g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

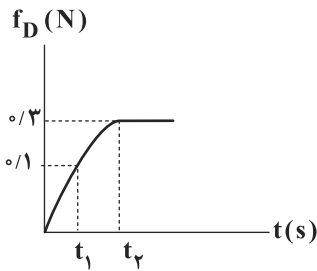
- (۱) ۱۶۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۲۱۰ (۴) ۲۴۰

۶۲- مطابق شکل جسمی به جرم  $2\text{ kg}$  روی سطح افقی قرار دارد، اگر به آن نیروی  $F=80\text{ N}$  وارد شود و نیروی مقاومت در مقابل حرکت آن  $30\text{ N}$  باشد، شتاب حرکت جسم چند متر بر مجذور ثانیه خواهد بود؟  $(g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



- (۱) ۷/۵ (۲) ۱۵ (۳) ۲۲/۵ (۴) ۳۰

۶۳- نمودار نیروی مقاومت هوا بر حسب زمان برای سقوط گلوله‌ای مطابق شکل است. در لحظه  $t_1$  شتاب حرکت گلوله چند  $\frac{m}{s^2}$  است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )



$$\frac{5}{3} \quad (1)$$

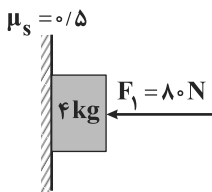
$$\frac{7}{3} \quad (2)$$

$$\frac{10}{3} \quad (3)$$

$$\frac{20}{3} \quad (4)$$

۶۴- با توجه به شکل زیر جسم توسط نیروی  $F_1$  به دیوار محکمی فشرده شده است و جسم ساکن است. از نیروی  $F_1$  چقدر باید کاسته شود تا

جسم در آستانه حرکت قرار بگیرد؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )



$$10 \quad (1)$$

$$30 \quad (2)$$

$$40 \quad (3)$$

$$50 \quad (4)$$

۶۵- پره‌های یک پنکه بادوره  $0.4$  ثانیه به طور یکنواخت در حال چرخش است. تعداد دور بر دقیقه (rpm) پره‌های پنکه چقدر است؟

$$12/5 \quad (4)$$

$$25 \quad (3)$$

$$100 \quad (2)$$

$$150 \quad (1)$$

۶۶- در یک سامانه جرم-فنر، وزنه متصل به فنر برابر  $800g$  است و روی پاره‌خطی به طول  $10cm$  در حال نوسان است. اگر ثابت فنر  $5 \frac{N}{m}$  باشد، انرژی جنبشی وزنه هنگام عبور از نقطه تعادل برابر چند میلی‌ژول است؟

$$125 \quad (4)$$

$$12/5 \quad (3)$$

$$62/5 \quad (2)$$

$$6/25 \quad (1)$$

۶۷- معادله مکان-زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت  $x = 0.2 \cos 10\pi t$  است. اگر جرم نوسانگر  $400g$  باشد، در لحظه  $t = \frac{3}{4}s$  شتاب نوسانگر برابر چند متر بر مجذور ثانیه است؟

$$10\sqrt{2}\pi^2 \quad (4)$$

$$-10\pi^2 \quad (3)$$

$$10\pi^2 \quad (2)$$

$$-10\sqrt{2}\pi^2 \quad (1)$$

۶۸- سیمی به چگالی  $\frac{7}{8} \frac{g}{cm^3}$  و سطح مقطع  $5mm^2$  با نیروی  $156N$  تحت کشش قرار می‌گیرد. اگر طول موج ایجادشده در سیم برابر  $20cm$  باشد، بسامد موج حاصل چند هرتز خواهد بود؟

$$2000 \quad (4)$$

$$1000 \quad (3)$$

$$500 \quad (2)$$

$$250 \quad (1)$$

۶۹- اگر فاصله شخصی تا منبع صوت  $30m$  کاهش یابد، تراز شدت صوت  $24$  دسی‌بل افزایش خواهد یافت. فاصله اولیه شخص تا منبع صوت چند متر بوده است؟ ( $\log 2 = 0.3$ ) و از اتلاف انرژی صرف نظر شود.

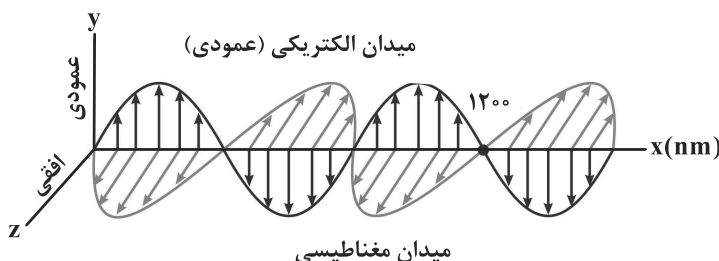
$$38 \quad (4)$$

$$32 \quad (3)$$

$$16 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

۷۰- تصویر لحظه‌ای از یک منبع الکترومغناطیسی که در خلأ منتشر می‌شود، مطابق شکل است. به ترتیب از راست به چپ جهت انتشار و دوره تناوب آن بر حسب ثانیه کدام است؟ ( $C = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ ) آزمون وی ای پی



$$\frac{16}{3} \times 10^{-15}, -x \quad (1)$$

$$\frac{8}{3} \times 10^{-15}, +x \quad (2)$$

$$\frac{16}{3} \times 10^{-15}, +x \quad (3)$$

$$\frac{8}{3} \times 10^{-15}, -x \quad (4)$$



۷۱- در یک تار دو انتهای بسته دو بسامد هماهنگ متوالی به صورت  $240\text{ Hz}$  و  $300\text{ Hz}$  است. اگر تندی انتشار موج عرضی در طناب برابر  $120 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  باشد، طول تار چند متر است؟

(۱)  $25/0$  (۲)  $5/0$  (۳)  $75/0$  (۴) ۱

۷۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

(الف) در پدیده فوتوالکتریک در بسامدهای بیش‌تر از بسامد آستانه، با کاهش شدت نور فرودی بیشینه انرژی فوتوالکتریک‌ها کاهش می‌یابد.  
(ب) در پدیده فوتوالکتریک در بسامدهای بیش‌تر از بسامد آستانه، با کاهش طول موج فرودی بر سطح فلز بیشینه تندی فوتوالکتریک‌ها افزایش می‌یابد.

(ج) در پدیده فوتوالکتریک در بسامدهای بیش‌تر از بسامد آستانه، با کاهش تعداد فوتوالکتریک‌های گسیلی کاهش می‌یابد.

(د) در پدیده فوتوالکتریک در بسامدهای کم‌تر از بسامد آستانه، با افزایش شدت نور فرودی می‌توان باعث رخ دادن پدیده فوتوالکتریک شد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۳- نپتونیم  $^{237}_{93}\text{NP}$  ناپایدار است و واپاشی آن از طریق ذرات  $\alpha$ ،  $\beta^-$ ، و  $\alpha$  انجام می‌گیرد. پس از وقوع این واپاشی‌ها اختلاف تعداد نوترون‌ها و پروتون‌های هسته نهایی کدام است؟

(۱) ۴۹ (۲) ۸۸ (۳) ۱۳۷ (۴) ۱۵۰

۷۴- در اتم هیدروژن الکترون از سومین حالت برانگیختگی به اولین حالت برانگیختگی جهش می‌کند. انرژی لازم برای جهش الکترون چند الکترون ولت است؟ ( $E_R = 13.6\text{ eV}$ )

(۱)  $12/1$  (۲)  $2/55$  (۳)  $12/75$  (۴)  $6/5$

۷۵- بازده یک ماشین گرمایی ۲۰ درصد است. اگر این ماشین گرمایی در هر چرخه  $2\text{ kJ}$  گرما از منبع دما بالا دریافت کند، چند ژول گرما تلف شده است؟

(۱) ۴۰۰ (۲) ۸۰۰ (۳) ۱۲۰۰ (۴) ۱۶۰۰

## شیمی



۷۶- عنصر X دارای چهار ایزوتوپ با جرم‌های  $m$ ،  $m+2$ ،  $m+3$  و  $m+4$  در مقیاس amu بوده که فراوانی ایزوتوپ دوم به ترتیب  $20/5$ ،  $6/833$  و ۴۱ برابر ایزوتوپ‌های اول، سوم و چهارم است. اگر جرم اتمی میانگین عنصر X برابر با  $52/08\text{ amu}$  باشد، m کدام است؟

(۱) ۴۹ (۲) ۵۰ (۳) ۵۱ (۴) ۵۲

۷۷- تمام گزینه‌ها، عبارت زیر را به درستی کامل می‌کند، به جز:

«اگر نسبت شمار الکترون‌های با  $I=2$  به شمار الکترون‌های با  $I=0$  برای اتم فلز واسطه M از دوره چهارم برابر با ..... باشد، .....»

(۱)  $75/0$  - پتانسیل کاهشی کاتیون  $M^{2+}$ ، بیش‌تر از پتانسیل کاهشی کاتیون «دو بار مثبت» نخستین فلز گروه ۱۴ است.

(۲)  $125/0$  - فلز M نخستین فلز واسطه جدول تناوبی است.

(۳)  $25/1$  - فلز M تنها یک نوع کاتیون تک‌اتمی تشکیل می‌دهد.

(۴)  $375/0$  - طول موج محلول  $M^{2+}$ ، کوتاه‌تر از طول موج محلول  $M^{3+}$  است.

۷۸- اگر شمار اتم‌ها در  $10/26$  گرم ساکارز (شکر)،  $5/4$  برابر شمار اتم‌ها در  $1/25$  گرم از یک ترکیب آلی باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند ترکیب آلی مورد نظر باشد؟ ( $H=1, C=12, N=14, O=16: \text{g.mol}^{-1}$ )

(۱) متیل فورمات (۲) پروپانول (۳) متانئوئیک اسید (۴) متیل آمین

۷۹- اتم عنصر A دارای ۸ الکترون با  $I=0$  و اتم عنصر X دارای سه زیرلایه است که هر کدام با ۶ الکترون اشغال شده است. کدام عبارت‌ها در ارتباط با A و X درست است؟

(آ) در دما و فشار اتاق، حالت فیزیکی عنصر A به یقین، جامد است.

(ب) شمار عنصرهای با ویژگی‌های X، بیش‌تر از شمار عنصرهای با ویژگی‌های A است.

(پ) فراوان‌ترین عنصر سازنده سیاره زمین، هر دو ویژگی اشاره‌شده عنصرهای A و X را دارد.

(ت) A و X به یقین هم‌دوره هستند.

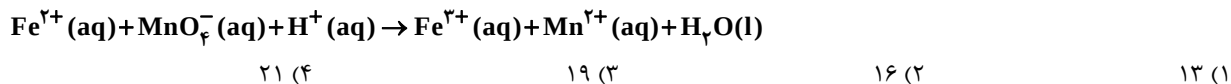
(۱) «آ» و «ب» (۲) «آ» و «ت» (۳) «ب» و «پ» (۴) «پ» و «ت»



۸۰- هر مول از ترکیب یونی دوتایی حاصل از عنصرهای A و X بر اثر مبادله دو مول الکترون تشکیل شده است. چه تعداد از جفت عنصرهای زیر می توانند A و X باشند؟

- لیتیم و گوگرد ۱ (۱) • باریم و اکسیژن ۲ (۲) • مس و اکسیژن ۳ (۳) • کروم و برم ۴ (۴)

۸۱- در معادله واکنش زیر پس از موازنه کامل، مجموع ضرایب‌های مولی گونه‌های باردار مثبت، کدام است؟



۸۲- در محلولی از آمونیوم فسفات، به ازای ۱/۴ مول یون حاصل از تفکیک کامل نمک، ۴ مول آب در محلول وجود دارد. درصد جرمی فسفات در این محلول کدام است؟ ( $\text{H}=1, \text{N}=14, \text{O}=16, \text{P}=31: \text{g.mol}^{-1}$ )

- ۲۱/۹۲ (۱) ۲۶/۷۸ (۲) ۳۳/۱۵ (۳) ۳۹/۴۸ (۴)

۸۳- کدام عبارت‌های زیر از نظر درستی یا نادرستی مشابه عبارت «در ساختار یخ، هر اتم اکسیژن به دو اتم هیدروژن با پیوند اشتراکی و به دو اتم هیدروژن دیگر با پیوند هیدروژنی متصل است.» می باشد؟

آ) جهت‌گیری مولکول‌های قطبی در میدان الکتریکی، مبنای اندازه‌گیری کمیتی تجربی به نام گشتاور دوقطبی بوده که فاقد یکا است.  
ب) تفاوت نقطه جوش  $\text{H}_2\text{O}$  و  $\text{H}_2\text{S}$  کم‌تر از تفاوت نقطه جوش  $\text{H}_2\text{O}$  و  $\text{HF}$  است.

پ) ساده‌ترین کتون، جرم مولی بیش‌تر، اما نقطه جوش پایین‌تری در مقایسه با اتانول دارد و هر کدام از آن‌ها در مقایسه با آب، آسان‌تر تبخیر می‌شوند.

ت) هر گرم هگزان همانند هر گرم یخ، حجم بیش‌تری را در مقایسه با هر گرم آب، اشغال می‌کند.

- ۱) «آ» و «ب» ۲) «پ» و «ت» ۳) «آ» و «پ» ۴) «ب» و «ت»

۸۴- در محلولی از کلسیم کلرید، مجموع غلظت مولی یون‌ها ۱/۲ مول بر لیتر است. اگر غلظت یون کلرید در این محلول برابر ۲۲۷۲ ppm باشد، به ترتیب از راست به چپ، چگالی این محلول چند گرم بر میلی‌لیتر است و چند گرم از این محلول کلسیم کلرید با چهار لیتر محلول ۱/۵ مولار سدیم فسفات به طور کامل واکنش می‌دهد؟ ( $\text{Cl}=35.5: \text{g.mol}^{-1}$ )

سدیم کلرید + کلسیم فسفات → سدیم فسفات + کلسیم کلرید

- ۱۸۰۰۰، ۱/۲۰ (۱) ۲۸۱۲۵، ۱/۲۰ (۲) ۱۸۰۰۰، ۱/۲۵ (۳) ۲۸۱۲۵، ۱/۲۵ (۴)

۸۵- برای آلکانی با فرمول مولکولی  $\text{C}_8\text{H}_{18}$  چند ساختار شاخه‌دار می‌توان رسم کرد که دارای دو شاخه فرعی بوده و مجموع شماره شاخه‌های آن دست‌کم برابر با ۵ باشد؟

- ۸ (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴)

۸۶- به m گرم پتاسیم پرمنگنات جامد، مطابق معادله واکنش موازنه‌نشده زیر، گرما می‌دهیم تا ۶۳/۲٪ از آن تجزیه شود. اگر جرم جامد برجای مانده، برابر با ۶۵۵/۲g باشد، مقدار m چند گرم است؟ ( $\text{O}=16, \text{K}=39, \text{Mn}=55: \text{g.mol}^{-1}$ )



- ۶۰۰ (۱) ۶۵۰ (۲) ۷۰۰ (۳) ۷۵۰ (۴)

۸۷- عنصرهای A و X متعلق به دوره سوم جدول دوره‌ای بوده و آخرین زیرلایه اتم‌های A و X به ترتیب شامل ۱ و ۲ الکترون است. کدام گزینه در ارتباط با این دو عنصر به یقین درست است؟

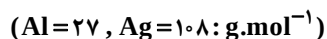
۱) هر دو عنصر سطح صیقلی داشته و جریان الکتریسیته را از خود عبور می‌دهند.

۲) هر دو عنصر چکش‌خوار بوده و رسانای گرما به شمار می‌آیند.

۳) شعاع اتمی A بزرگ‌تر از شعاع اتمی X است.

۴) هر دو عنصر در دما و فشار اتاق به حالت جامد بوده و سختی زیادی دارند.

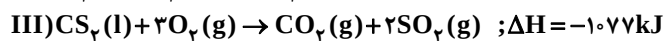
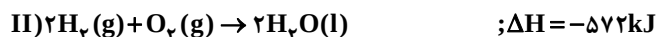
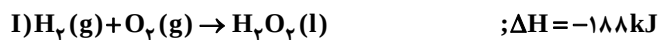
۸۸- به آلیاژی از نقره و آلومینیم به جرم ۵۰ گرم، ۹۹۰ ژول گرما می‌دهیم تا دمای آن از ۴۲°C به ۸۲°C برسد. شمار اتم‌های آلومینیم در این آلیاژ، چند برابر شمار اتم‌های نقره است؟ (ظرفیت گرمایی هر مول آلومینیم را مانند هر مول نقره، ۲۴/۳J.°C<sup>-1</sup> در نظر بگیرید.)



- ۲/۶۷ (۱) ۱/۲۵ (۲) ۳ (۳) ۳/۳۳ (۴)



۸۹- از واکنش کربن دی سولفید مایع با آب اکسیژنه مایع، فراورده های آب مایع و گازهای کربن دی اکسید و گوگرد دی اکسید به دست می آید. اگر در این واکنش حجم گازهای تولید شده (در شرایط STP) برابر با ۸/۴L باشد، مقدار گرمای آزاد شده با توجه به واکنش های زیر چند کیلوژول است؟



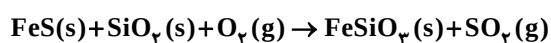
۴۱۲/۱۲۵ (۴)

۳۷۲/۲۵۰ (۳)

۳۱۲/۳۷۵ (۲)

۲۰۸/۱۲۵ (۱)

۹۰- ۷۰/۴ گرم FeS با مقدار لازم (متناسب با ضرایب استوکیومتری) از گاز اکسیژن و سیلیس وارد یک ظرف سر بسته شده تا در شرایط مناسب واکنش موازنه نشده زیر انجام شود. اگر سرعت متوسط مصرف آهن (II) سولفید برابر ۰/۲ مول بر دقیقه باشد و پس از گذشت  $t^*$  ثانیه از آغاز واکنش، ۶۶/۷ درصد حجم گازهای درون ظرف را  $\text{SO}_2$  تشکیل دهد،  $t^*$  چندمین ثانیه پس از آغاز واکنش است؟ ( $\text{S} = 32, \text{Fe} = 56: \text{g.mol}^{-1}$ )



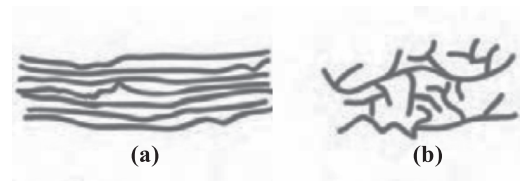
۲۷۰ (۴)

۱۸۰ (۳)

۱۲۰ (۲)

۹۰ (۱)

۹۱- با توجه به شکل زیر که دو نوع پلی اتن را نشان می دهد، کدام گزینه نادرست است؟



(a)

(b)

(۱) پلی اتن b همانند پلی اتن a، بر روی آب، شناور می ماند.

(۲) نیروی جاذبه بین مولکولی در هر کدام از این دو ترکیب، قوی تر از پیوند یونی در نمک خوراکی است.

(۳) جرم مولی میانگین پلی اتن a، بیش تر از پلی اتن b است.

(۴) برای ساخت بطری کدر شیر، پلی اتن a، مناسب تر از پلی اتن b است.

۹۲- در واکنش استری شدن کامل ترفتالیک اسید و ۱- بوتانول، جرم استر تولید شده چند برابر جرم فراورده دیگر است و در استر حاصل، نسبت شمار جفت الکترون های پیوندی به شمار جفت الکترون های ناپیوندی کدام است؟ (گزینه ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید)

و ( $\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$ )

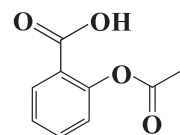
۵/۸۷۵، ۱۱/۴۴ (۲)

۵/۸۷۵، ۷/۷۲ (۱)

۶/۳۷۵، ۱۱/۴۴ (۴)

۶/۳۷۵، ۷/۷۲ (۳)

۹۳- آسپرین یا استیل سالیسیلیک اسید یک اسید تک پروتون دار ( $K_a = 4 \times 10^{-4}$ ) با ساختار زیر است. اگر pH محلولی از آن برابر با ۲/۹۲ باشد، در هر لیتر از محلول آن، چند گرم حل شونده وجود دارد؟ ( $\log 2 = 0.3, \log 3 = 0.48, \text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$ )



۰/۶۴۸ (۱)

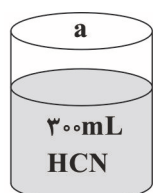
۱/۰۸۰ (۲)

۰/۸۶۴ (۳)

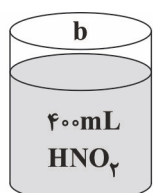
۰/۴۶۸ (۴)

۹۴- به هر کدام از محلول های زیر مقداری آب مقطر اضافه می کنیم. به طوری که حجم محلول a و b به ترتیب به ۸ و ۵ برابر حجم اولیه می رسد.

تفاوت pH نهایی دو محلول کدام است؟



$K_a = 4.9 \times 10^{-10}$   
pH = 4/1



$K_a = 4.9 \times 10^{-4}$   
pH = 3/5

۱ (۱)

۰/۹ (۲)

۰/۷ (۳)

۰/۸ (۴)



۹۵- هر واحد فرمولی از اسید چرب A شامل ۳۲ اتم هیدروژن است و از آن برای تهیه نوعی صابون مایع که فاقد یون فلزی است، استفاده می‌شود. اگر در واکنش تولید صابون از این اسید، جرم صابون تولیدشده،  $16/5$  برابر جرم فراورده دیگر باشد، به ترتیب از راست به چپ، تفاوت شمار پیوندهای یگانه C—C و پیوندهای دوگانه در ساختار اسید چرب A کدام است و بر اثر سوختن کامل هر مول از این اسید،

چند گرم فراورده تولید می‌شود؟ ( $H=1, C=12, N=14, O=16: g.mol^{-1}$ )

- (۱) ۱۰۸۰، ۱۳ (۲) ۱۰۳۶، ۱۳ (۳) ۱۰۸۰، ۱۲ (۴) ۱۰۳۶، ۱۲

۹۶- ضداسیدی که فقط شامل جوش شیرین و آلومینیم هیدروکسید است، می‌تواند ۳ لیتر شیره معده فردی که دچار بیماری است و pH شیره معده آن  $1/4$  است را به طور کامل خنثی کند. اگر نسبت شمار آنیون‌ها به شمار کاتیون‌ها در ضداسید برابر با  $1/5$  باشد، جرم ضداسید

مصرف‌شده چند گرم بوده است؟ ( $H=1, C=12, O=16, Na=23, Al=27: g.mol^{-1}$ )

- (۱) ۶/۳۶ (۲) ۰/۶۳۶ (۳) ۶/۶۰ (۴) ۰/۶۶۰

۹۷- در سلول گالوانی «آلومینیم – روی» چه تعداد الکترون باید مبادله شود تا تفاوت جرم تیغه‌ها برابر  $4/98$  باشد؟ (جرم هر کدام از تیغه‌ها در

آغاز برابر  $20$  گرم بوده است،  $(Al=27, Zn=65: g.mol^{-1})$

- (۱)  $3/612 \times 10^{22}$  (۲)  $7/224 \times 10^{22}$  (۳)  $2/408 \times 10^{22}$  (۴)  $4/816 \times 10^{22}$

۹۸- کدام گزینه در ارتباط با سلول برقکافت آب (سلول a) و سلول نورالکتروشیمیایی (سلول b) که در آن سیلیسیم در حضور آب به سیلیس تبدیل می‌شود، نادرست است؟

(۱) گاز به دست آمده در سلول b، در سلول a نیز تولید می‌شود.

(۲) علامت  $E^\circ$  دو سلول با هم متفاوت است.

(۳) در آند سلول a، برخلاف آند سلول b، pH محیط به مرور کاهش می‌یابد.

(۴) مجموع ضرایب اجزای واکنش کلی سلول b، بزرگ‌تر از مجموع ضرایب اجزای واکنش کلی سلول a است.

۹۹- اگر شمار الکترون‌های مبادله‌شده در مدار خارجی سلول سوختی متان – اکسیژن، دو برابر شمار الکترون‌های مبادله‌شده در مدار خارجی سلول هال باشد، به‌ازای تولید  $3/6$  مول فراورده در کاتد سلول هال، به ترتیب از راست به چپ چند لیتر گاز (با فرض شرایط STP) در واکنش کلی سلول سوختی متان مصرف شده و جرم گاز  $CO_2$  تولیدشده در سلول سوختی، چند برابر جرم همین گاز سلول در هال است؟

- (۱)  $1,181/44$  (۲)  $1,181/44$  (۳)  $1,136/08$  (۴)  $1/33, 136/08$

۱۰۰- کدام عبارت‌ها در ارتباط با دو عنصر نخست گروه چهاردهم جدول دوره‌ای (A و B) درست است؟ (برای نخستین عنصر این گروه (A)، آلوتروپی را در نظر بگیرید که رسانایی گرمایی دارد).

(آ) نیروهای بین‌مولکولی در سیلیسیم کربید قوی‌تر از B بوده و به همین دمای ذوب و سختی سیلیسیم کربید بیش‌تر از B است.

(ب) در ساختار A همانند B، هر اتم به چهار اتم دیگر متصل است.

(پ) رسانایی الکتریکی B بیش‌تر از رسانایی الکتریکی A است.

(ت) A همانند B به صورت خالص در طبیعت یافت می‌شود.

- (۱) «آ» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «پ» و «ت» (۴) «آ» و «ت»

۱۰۱- کدام عبارت‌های زیر نادرست است؟ ( $H=1, C=12, O=16: g.mol^{-1}$ )

(آ) اگر یک مولکول سه اتمی در میدان الکتریکی جهت‌گیری کند، می‌توان نتیجه گرفت که هسته اتم‌های سازنده بر روی یک خط راست قرار ندارند.

(ب) در مولکول دو اتمی  $BrCl$ ، احتمال حضور جفت‌الکترون پیوندی پیرامون اتم کوچک‌تر، بیش‌تر است.

(پ) تفاوت عدد اکسایش اتم مرکزی در کلروفرم و کریونیل سولفید برابر با ۲ است.

(ت) سومین عضو خانواده آلکان‌ها، آسان‌تر از نخستین عضو خانواده اترها، مایع می‌شود.

- (۱) «پ» و «ت» (۲) «ب» و «پ» (۳) «آ» و «ب» (۴) «آ» و «ت»

۱۰۲- کدام عبارت‌های زیر در ارتباط با ترکیب‌های یونی درست است؟

(آ) نسبت عدد کوئوردیناسیون کاتیون به عدد کوئوردیناسیون آنیون در کلسیم فلوئورید کوچک‌تر از همین نسبت در نمک خوراکی است.

(ب) ترکیب‌های یونی در حالت‌های مذاب و محلول، برخلاف حالت جامد، جریان برق را از خود عبور می‌دهند.

(پ) در دما و فشار اتاق، ترکیب‌های یونی همانند مواد کووالانسی به حالت جامدند.

(ت) هر ترکیب یونی را می‌توان فراورده واکنش یک فلز با یک نافلز دانست.

- (۱) «آ» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «پ» و «ت» (۴) «آ» و «ت»



۱۰۳- کدام عبارت‌های زیر در ارتباط با پلیمر PET درست است؟

(آ) نوعی پلی‌استر بوده و نام علمی آن، پلی‌اتیلن ترفتالیک است.

(ب) این پلیمر همانند سایر پلیمرهای سنتزی ماندگاری زیادی در طبیعت داشته و به کندی تجزیه می‌شود.

(پ) در واکنش پلیمری شدن آن از مونومرهای سازنده، فقط عدد اکسایش دو اتم کربن تغییر می‌کند.

(ت) هیچ‌کدام از مونومرهای سازنده آن در نفت خام وجود ندارند.

(۱) «آ» و «ب» (۲) «پ» و «ت» (۳) «آ» و «پ» (۴) «ب» و «ت»

۱۰۴- اگر ۱۸۰ گرم گاز هیدروژن و ۷۰۰ گرم گاز نیتروژن در سامانه بسته‌ای به حجم چهار لیتر با هم واکنش دهند و در حالت تعادل، ۲۰۰ گرم از

واکنش‌دهنده‌ها باقی بماند، ثابت تعادل:  $2\text{NH}_3(\text{g}) \rightleftharpoons 3\text{H}_2(\text{g}) + \text{N}_2(\text{g})$  به تقریب کدام است؟ ( $H=1, N=14: \text{g.mol}^{-1}$ )

(۱) ۰/۹۱ (۲) ۰/۱۹ (۳) ۰/۵۹ (۴) ۱/۰۹

۱۰۵- کدام گزینه در ارتباط با متان نادرست است؟

(۱) متان واکنش‌پذیری بسیار کمی دارد و تبدیل آن به الکل چوب، فرایندی دشوار است.

(۲) مقداری زیادی از این گاز از دستگاه گوارش پستاندارانی مانند گاو خارج می‌شود و به همین دلیل به زیست‌گاز معروف است.

(۳) به گاز مرداب معروف بوده و از تجزیه گیاهان به وسیله باکتری‌های بی‌هوازی در زیر آب تولید می‌شود.

(۴) در میدان‌های نفتی برای تأمین انرژی، بخش قابل توجهی از گاز متان را می‌سوزانند.



# با گاجه مارکت زود، تند، خرید...

بزرگترین فروشگاه خرید آنلاین لوازم دانش آموزی

**gajmarket.com**

آزمون شماره (۲۶)  
جمعه  
۱۴۰۵/۰۵/۲۳

دفترچه  
شماره ۳

# آزمون‌های سراسر کاج

گزینه درسد را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵  
پاسخنامه دوازدهم ریاضی  
دوره دوم متوسطه

|                                      |                         |
|--------------------------------------|-------------------------|
| نام و نام خانوادگی:                  | شماره داوطلبی:          |
| تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۱۰۵ | مدت پاسخگویی: ۱۴۵ دقیقه |

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

| ردیف | مواد امتحانی | تعداد سؤال | شماره سؤال |     | مدت پاسخگویی |
|------|--------------|------------|------------|-----|--------------|
|      |              |            | از         | تا  |              |
| ۱    | ریاضیات      | ۴۰         | ۱          | ۴۰  | ۷۰ دقیقه     |
| ۲    | فیزیک        | ۳۵         | ۴۱         | ۷۵  | ۴۵ دقیقه     |
| ۳    | شیمی         | ۳۰         | ۷۶         | ۱۰۵ | ۳۰ دقیقه     |

# آزمون‌های سراسر گاج

| دروس    | مسئول درس          | طراحان                                                                           | ویراستاران علمی                                    |
|---------|--------------------|----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| ریاضیات | زهراساسانی         | سیروس نصیری<br>مجید فرهمندپور - مهدی کرمی                                        | علی بهره‌مندپور - زهرا ساسانی<br>علیرضا عباسی زاهد |
| فیزیک   | محمد رضا علیخانی   | ارسلان رحمانی - امیررضا خوئینی‌ها<br>محمد باغبان - امین‌رضا خدایی<br>احسان محمدی | سیما هداوند                                        |
| شیمی    | فاطمه عبدالله‌خانی | پویا الفتی                                                                       | امیرعلی برخوردارپور - محمدی<br>فاطمه عبدالله‌خانی  |



فروشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب  
نیش بازارچه کتاب

۰۲۱-۶۴۲۰

www.azmoon.gaj.ir  
www.gajmarket.com

| تیم آزمون‌های سراسری گاج |                                              |
|--------------------------|----------------------------------------------|
| مدیریت آزمون‌سازی:       | زهرا خردمند                                  |
| مسئول دفترچه:            | سپیده احمدیان                                |
| کنترل پروژه:             | ستاره سرکمریان                               |
| صفحه‌آرایی و صفحه‌بندی:  | فاطمه میرزایی                                |
| امور فنی:                | فاطمه میرزایی - ربابه الطافی - آزاده شکرزبان |



چیدن هوشمندانه لگوی یادگیری

با همراهی آزمون‌های گاج

Telegram: @konkur\_in

۱/۶

$$\Delta + n = 0 \Rightarrow n = -\Delta$$

$$2n - m = 0 \Rightarrow -10 - m = 0 \Rightarrow m = -10$$

بنابراین  $A(14, 0)$  و  $B(0, -29)$ ، پس:

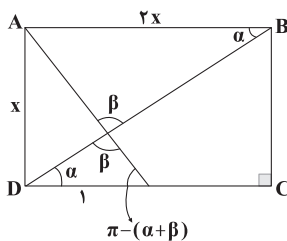
$$|AB| = \sqrt{14^2 + 29^2} = \sqrt{196 + 841} = \sqrt{1037}$$

۱/۷

$$\begin{cases} \log(x^r y) = 3 \\ \log(\frac{x^r}{y}) = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r \log x + \log y = 3 \\ r \log x - \log y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log x = \frac{r}{\Delta} \\ \log y = \frac{11}{\Delta} \end{cases}$$

$$\log(xy^r) = \log x + r \log y = \frac{r}{\Delta} + \frac{r \cdot 11}{\Delta} = \frac{r \cdot 12}{\Delta} = 4/8$$

۲/۸



$$\tan \alpha = \frac{1}{r}$$

$$\tan(\pi - (\alpha + \beta)) = x \Rightarrow \tan(\alpha + \beta) = -x$$

$$\Rightarrow \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = -x \Rightarrow \frac{\frac{1}{r} + \tan \beta}{1 - \frac{1}{r} \tan \beta} = -x$$

$$\Rightarrow -x + \frac{x}{r} \tan \beta = \frac{1}{r} + \tan \beta \Rightarrow (\frac{x}{r} - 1) \tan \beta = x + \frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow \tan \beta = \frac{rx + 1}{x - r} \Rightarrow \cot \beta = \frac{x - r}{rx + 1}$$

۳/۹

$$(\frac{1}{\cos \alpha} - \tan \alpha)(\frac{1}{\cos \alpha} + \tan \alpha) = 1$$

$$\Rightarrow A(\frac{1}{\cos \alpha} + \tan \alpha) = 1 \Rightarrow \frac{1}{\cos \alpha} + \tan \alpha = \frac{1}{A}$$

۲/۱۰

$$\tan 3x - \tan 2x - \tan x = 0 \Rightarrow \tan 3x \tan 2x \tan x = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan 3x = 0 \Rightarrow x = k \frac{\pi}{3} \\ \tan 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \\ \tan x = 0 \Rightarrow x = k\pi \end{cases}$$

به ازای  $k$ های فرد  $\tan x$  تعریف نشده است. با توجه به دامنه معادله جوابهای قابل قبول  $\frac{k\pi}{3}$  است.

۲/۱۱

$$a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1$$

$$\frac{b}{4} = \frac{c}{-3} = \frac{1}{12} \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{3} \\ c = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow b + c = \frac{1}{12}$$

## ریاضیات

۱/۱

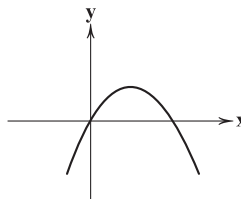
$$\begin{cases} a, b, c, \dots \xrightarrow{\text{هندسی}} b^r = ac \Rightarrow c = \frac{b^r}{a} \\ ra, rb, c, \dots \xrightarrow{\text{حسابی}} \lambda b = ra + c \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lambda b = ra + \frac{b^r}{a} \xrightarrow{\times a} \lambda ab = ra^r + b^r$$

$$\xrightarrow{+a^r} \lambda(\frac{b}{a})^r = r + (\frac{b}{a})^r \Rightarrow (\frac{b}{a})^r - \lambda(\frac{b}{a})^r + r = 0$$

$$\Rightarrow \frac{b}{a} = r \pm \sqrt{1-r} \xrightarrow{\frac{b}{a} > 1} \frac{b}{a} = r + \sqrt{1-r} \Rightarrow \frac{b}{a} - \sqrt{1-r} = r$$

۱/۲

در این سهمی  $C = 0$  است. بنابراین از مبدأ مختصات عبور می کند.

$$\begin{cases} a < 0 \Rightarrow a = \frac{m-1}{m+2} < 0 \Rightarrow -2 < m < 1 \\ b > 0 \Rightarrow b = 4m-1 > 0 \Rightarrow m > \frac{1}{4} \end{cases} \xrightarrow{\cap} m \in (\frac{1}{4}, 1)$$

۲/۳

$$x^2 - 5x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 5 \\ \alpha\beta = -1 \end{cases}$$

$$\alpha^2 = 5\alpha + 1 \Rightarrow \alpha^4 = 25\alpha^2 + 10\alpha + 1 = 25(5\alpha + 1) + 10\alpha + 1$$

$$\Rightarrow \alpha^4 = 135\alpha + 26 \Rightarrow \alpha^4 + 135\beta = 135(\alpha + \beta) + 26$$

$$\Rightarrow \alpha^4 + 135\beta = 135 \times 5 + 26 = 701$$

۱/۴

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{13}{36} \Rightarrow \frac{2(x^2+x)+1}{(x^2+x)^2} = \frac{13}{36}$$

$$\xrightarrow{x^2+x=A} \frac{2A+1}{A^2} = \frac{13}{36} \Rightarrow 13A^2 = 72A + 36$$

$$\Rightarrow 13A^2 - 72A - 36 = 0 \Rightarrow (A-6)(13A+6) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = 6 \\ A = -\frac{6}{13} \end{cases}$$

$$x^2 + x = 6 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} x_1 + x_2 = -1$$

$$x^2 + x = -\frac{6}{13} \Rightarrow x^2 + x + \frac{6}{13} = 0 \Rightarrow \Delta < 0$$

۴/۵

$$f^{-1}(1) = -1 \Rightarrow f(-1) = 1$$

$$\Rightarrow -4 + \sqrt{m-2} + 2 = 1 \Rightarrow \sqrt{m-2} = 3 \Rightarrow m = 11$$

$$f(x) = 35 \Rightarrow 4x + \sqrt{2x+11} + 2 = 35$$

$$\Rightarrow \sqrt{2x+11} = 33 - 4x \Rightarrow x = 7 \Rightarrow f^{-1}(35) = 7$$

۳ ۲۱

$$\begin{cases} a \equiv 3 \Rightarrow a \equiv 21 \\ a \equiv 5 \Rightarrow a \equiv 21 \end{cases} \Rightarrow a \equiv_{[16,9]} 21 \Rightarrow a \equiv_{144} 21$$

$$\begin{cases} a \equiv_{144} 21 \Rightarrow a \equiv_{144} 165 \\ a \equiv_{15} 0 \Rightarrow a \equiv_{15} 165 \end{cases} \Rightarrow a \equiv_{[144,15]} 165 \Rightarrow a \equiv_{720} 165$$

$$\Rightarrow a = 720k + 165$$

$$k=1 \Rightarrow a=885$$

$$\text{مجموع ارقام} = 8+8+5=21$$

## درسنامه

**نکته:** اگر  $a \equiv r$  و  $a \equiv n$  باشد، آنگاه  $a \equiv_{[m,n]} r$  است و این قاعده را می توان تعمیم داد.

۲ ۲۲

$$8|a+3 \Rightarrow a+3=8x \Rightarrow a=8x-3$$

$$15|b-4 \Rightarrow b-4=15y \Rightarrow b=15y+4$$

$$a+b=141 \Rightarrow 8x-3+15y+4=141 \Rightarrow 8x+15y=140$$

معادله جواب دارد  $(8, 15)=1, 1|140 \Rightarrow$

$$15y \equiv 140 \Rightarrow -y \equiv -4 \Rightarrow y \equiv 4 \Rightarrow y=8k+4$$

$$8x+12k+60=140 \Rightarrow 8x=80-12k \Rightarrow x=10-15k$$

$$\begin{cases} x > \frac{3}{8} \Rightarrow 10-15k > \frac{3}{8} \Rightarrow k < \frac{77}{120} \\ y > \frac{-4}{15} \Rightarrow 8k+4 > \frac{-4}{15} \Rightarrow k > \frac{-1}{15} \end{cases} \Rightarrow k \in \{0\}$$

پس  $y=4$  و  $x=10$  است که داریم:

$$a=77, b=64$$

$$a-b=77-64=13$$

$$13^2 \equiv -1 \Rightarrow (13^2)^{17} \equiv (-1)^{17} \Rightarrow 13^{34} \equiv -1$$

## درسنامه

یادآوری:

$$\textcircled{1} a|b \Rightarrow b=aq$$

$$\textcircled{2} a \equiv b \Rightarrow a=mq+b$$

چون  $\gamma(G)=1$  است، پس  $\Delta=p-1=7$  و درجه باقی رئوس

این گراف ۳ است.

$$\sum \deg v_i = 2q \Rightarrow 7+3+3+3+3+3+3+3=2q$$

$$\Rightarrow 28=2q \Rightarrow q=14$$

$$q' = \frac{p(p-1)}{2} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$

$$\text{تعداد یال های اضافه شده} = 28-14=14$$

۴ ۱۲

$$f(3x^2-7x) > f(10) \xrightarrow{\text{فنزولی اکید}} 3x^2-7x < 10$$

$$\Rightarrow 3x^2-7x-10 < 0 \Rightarrow (x+1)(3x-10) < 0$$

$$\Rightarrow -1 < x < \frac{10}{3} \Rightarrow b-a = \frac{10}{3} - 1 = \frac{7}{3}$$

۳ ۱۳

$$h(x) = \left[ \sin \frac{\pi}{x} \right], x=2$$

$$h(2) = \left[ \sin \frac{\pi}{2} \right] = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left[ \sin \frac{\pi}{x} \right] = [1^-] = 0$$

۳ ۱۴

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{\pi - \pi x^2}}{\sqrt{x} \sin \pi x} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\pi - \pi x^2}{x \sin \pi x}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2\pi x}{x \pi \cos \pi x}} = 1$$

۴ ۱۵

$$f(x) = \sin^2 x + 3 \cos 2x$$

$$\Rightarrow f'(x) = \sin 2x - 6 \sin 2x = -5 \sin 2x$$

$$\Rightarrow f''(x) = -10 \cos 2x \Rightarrow A+B = -10$$

۳ ۱۶

$$x^{100} - x^{99} = (x-1)^2 q(x) + Ax + B$$

$$\xrightarrow{x=1} A+B=0$$

$$100x^{99} - 99x^{98} = 2(x-1)q(x) + (x-1)^2 q'(x) + A$$

$$\xrightarrow{x=1} A=1, B=-1$$

$$f(A-B) = f(2) = 2^{100} - 2^{99} = 2^{99}(2-1) = 2^{99}$$

شیب خط  $L$  برابر  $\frac{1}{e}$  است. بنابراین تعداد نقاطی که شیب

خطوط مماس برابر  $\frac{1}{e}$  باشد، مطلوب مسئله است که طبق شکل ۳ نقطه چنین شرایطی دارد.

۲ ۱۸

$$g(x) = f(xf(x)) \Rightarrow g'(x) = (f(x) + xf'(x))f'(xf(x))$$

$$\Rightarrow g'(1) = (f(1) + f'(1))f'(f(1))$$

$$f(x) = 2 - \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$g'(1) = (1 - \frac{1}{2})f'(1) = \frac{1}{2} \times (-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{4}$$

۳ ۱۹

$$x_1=1, y_1=1-3+k+k^2=k^2+k-2 < 0$$

$$\Rightarrow -2 < k < 1$$

۴ ۲۰

$$y = \frac{(1+c)x^2 + (a+b)x - 1}{x+b}$$

$$1+c=0 \Rightarrow c=-1$$

$$x+b=0 \xrightarrow{x=-1} -1+b=0 \Rightarrow b=1$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = a+b=3 \xrightarrow{b=1} a=2$$

$$a+b+c=2+1-1=2$$

## دورسنامه

**اصل شمول و عدم شمول:** وقتی چند مجموعه داریم و می‌خواهیم تعداد کل اعضای منحصر به فرد را حساب کنیم، باید اول همه را بشماریم (اصل شمول) و بعد اشتباه‌های دوباره شماری را کم کنیم (عدم شمول) و اگر لازم شد، دوباره بعضی از چیزها را اضافه کنیم. برای دو مجموعه  $A$  و  $B$  داریم:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

**نکته:** در مسائل لانه کبوتری یا بدترین حالت ممکن را در نظر می‌گیریم و یا این‌که تا جایی که ممکن است عدالت را رعایت می‌کنیم یعنی تکرار مداوم یک عمل احتمال وقوع نتیجه مورد نظر را اجتناب‌ناپذیر می‌کند.

۳ / ۲۶

$$A_3 = \{m \in \mathbb{Z} | m \geq -3, m \leq 3\} \Rightarrow A_3 = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$$

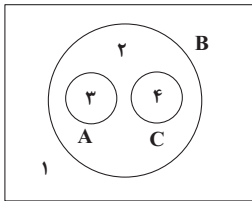
$$A_4 = \{m \in \mathbb{Z} | m \geq -4, m \leq 4\} \Rightarrow A_4 = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$A_3 \cap A_4 = \{-3, -2, -1, 0, 1\} \Rightarrow n(A_3 \cap A_4) = 5$$

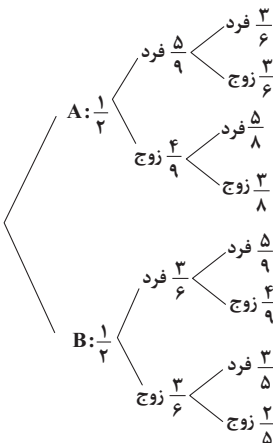
$$\text{تعداد زیر مجموعه‌ها} = 2^5 = 32$$

۳ / ۲۷

$$[(A \cup C) \cap B] \cap A' = (\{3, 4\} \cap \{2, 3, 4\}) \cap \{1, 2, 4\} = \{4\} = C$$



۱ / ۲۸



$$P = \frac{1}{2} \times \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} = \frac{11}{60}$$

۲ / ۲۹

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = 6 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 18$$

اگر داده ۲ به این ۳ داده اضافه شود، میانگین این ۴ داده برابر  $\frac{20}{4} = 5$  می‌شود.

$$CV_{\text{جدید}} = \frac{\sigma_{\text{جدید}}}{\bar{x}_{\text{جدید}}} = \frac{1/2 \times \frac{\sigma_{\text{قدیم}}}{6}}{5} \Rightarrow \sigma_{\text{جدید}} = \sigma_{\text{قدیم}}$$

$$\Rightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 4}{4} - 25 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}{3} - 36$$

## دورسنامه

**نکته:** برای این‌که در یک گراف ساده عدد احاطه‌گری برابر ۱ شود، حتماً باید حداقل ۱ رأس از درجه  $(p-1)$  وجود داشته باشد.

**همسایگی:** همسایه باز رأس  $a$  در گراف  $G$  را با  $N_G(a)$  نشان می‌دهیم و منظور مجموعه‌ای از رأس‌های گراف است که مستقیماً با رأس  $a$  یال دارند و خود رأس  $a$  در آن مجموعه نیست و همسایگی بسته رأس  $a$  که با  $N_G[a]$  نشان می‌دهیم اجتماع همسایگی باز رأس  $a$  با خود  $a$  است.

۴ / ۲۴

$$x_1 = 1, x_2 = 6$$

$$1 + 6 + x_3 + x_4 + x_5 = 12 \Rightarrow x_3 + x_4 + x_5 = 5$$

$$\text{تعداد جواب} = \binom{5+3-1}{3-1} = \binom{7}{2} = 21$$

اگر  $x_1 = 6$  و  $x_2 = 1$  باشد هم ۲۱ جواب داریم.

$$x_1 = 2, x_2 = 3$$

$$2 + 3 + x_3 + x_4 + x_5 = 12 \Rightarrow x_3 + x_4 + x_5 = 7$$

$$\text{تعداد جواب} = \binom{7+3-1}{3-1} = \binom{9}{2} = 36$$

اگر  $x_1 = 3$  و  $x_2 = 2$  باشد هم ۳۶ جواب داریم.

$$\text{تعداد کل جواب‌ها} = 2(21 + 36) = 114$$

## دورسنامه

**نکته:** تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی  $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$  برابر  $\binom{n+k-1}{k-1}$  است.

۱ / ۲۵

می‌دانیم ضرب دو عدد زمانی مضرب ۱۵ است که حداقل یکی از آن‌ها عامل ۳ و حداقل یکی عامل ۵ داشته باشد، پس اگر  $A$  و  $B$  به ترتیب اعداد ۲ رقمی مضرب ۳ و ۵ باشند، داریم:

$$|A| = \left[ \frac{99}{3} \right] - \left[ \frac{9}{3} \right] = 33 - 3 = 30$$

$$|B| = \left[ \frac{99}{5} \right] - \left[ \frac{9}{5} \right] = 19 - 1 = 18$$

$$|A \cap B| = \left[ \frac{99}{15} \right] - \left[ \frac{9}{15} \right] = 6 - 0 = 6$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 30 + 18 - 6 = 42$$

$$|\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B| = 90 - 42 = 48$$

$$|A - B| = |A| - |A \cap B| = 30 - 6 = 24$$

در بدترین حالت ابتدا ۴۸ گوی را خارج می‌کنیم که نه عامل ۳ و نه عامل ۵ دارند، سپس ۲۴ گوی را خارج می‌کنیم که عامل ۳ دارند ولی عامل ۵ ندارند حال اگر  $(48 + 24 + 1 = 73)$  امین گوی را خارج کنیم، مطمئن خواهیم بود که حاصل ضرب اعداد خارج شده از دو تا از گوی‌ها مضرب ۱۵ است.



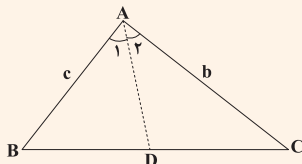
$$\Rightarrow 32 = 60x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{15}$$

$$\text{رنگی } S = \frac{AB+NC}{2} \times BC$$

$$\Rightarrow \text{رنگی } S = \frac{15x+7x}{2} \times 15x = 165x^2 = 165 \times \frac{1}{15} = 11$$

## دروسنامه

قضیه نیمساز: نیمساز هر زاویه داخلی ضلع روبه‌رو به آن زاویه را به نسبت دو ضلع زاویه تقسیم می‌کند.



$$\text{نیمساز } AD \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

**نکته:** اگر ارتفاع دو مثلث با هم برابر باشند، نسبت مساحت‌ها برابر نسبت قاعده‌ها است.

۴ / ۳۷

$$A^T = (2+(-1))A - \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} I \Rightarrow A^T = A - I$$

$$A^F = (A - I)^T = A^T - 2AI + I^T = A - I - 2A + I = -A$$

$$= \alpha A + \beta I \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = 0 \end{cases}$$

$$A^T = A - I \Rightarrow A^{-1} \cdot A^T = A^{-1} \cdot A - A^{-1} \cdot I$$

$$\Rightarrow A = I - A^{-1} \Rightarrow A^{-1} = I - A$$

$$\Rightarrow \alpha' A + \beta' I = I - A \Rightarrow \begin{cases} \alpha' = -1 \\ \beta' = 1 \end{cases}$$

$$\frac{\alpha + \alpha'}{\beta + \beta'} = \frac{-1-1}{0+1} = -2$$

## دروسنامه

**نکته:** اگر  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  باشد، آنگاه  $A^T = (a+d)A - (ad-bc)I$  است.

۱ / ۳۸

$$|A| = (\log 5)^T - (\log 2)^T = (\log 5 + \log 2)(\log 5 - \log 2)$$

$$= \log 10 \times \log \frac{5}{2} = \log \frac{5}{2}$$

$$b_{12} = 10^{|A|} = 10^{\log \frac{5}{2}} = \frac{5}{2}$$

$$b_{21} = 10^{|2A|} = 10^4 |A| = 10^4 \log \frac{5}{2} = 10^4 \log \frac{625}{16} = \frac{625}{16}$$

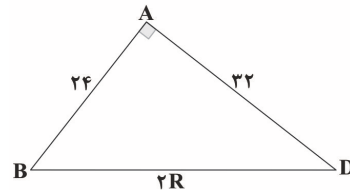
$$B = \begin{bmatrix} 5|A| & 10|A| \\ 10|2A| & 1|A| \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = 10^4 |A| - \frac{5}{2} \times \frac{625}{16}$$

$$= \frac{5}{2} - \frac{3125}{32} = \frac{-3045}{32}$$

$$\left| \frac{4}{5} B \right| = \frac{16}{25} |B| = \frac{16}{25} \times \frac{-3045}{32} = -60/9$$

$$\Delta ABC: BC^2 = AB^2 + AC^2 = 576 + 49 = 625 \Rightarrow BC = 25$$

در مثلث BCD، OC هم ارتفاع و هم میانه است، پس  $BC = CD = 25$  است.



$$BD^2 = AB^2 + AD^2$$

$$\Rightarrow 4R^2 = 576 + 1024 = 1600 \Rightarrow R^2 = 400 \Rightarrow R = 20$$

$$\text{ربع دایره } S = \frac{\pi R^2}{4} = \frac{400\pi}{4} = 100\pi$$

## دروسنامه

## نکات:

- ① زاویه محاطی رو به قطر  $90^\circ$  است.
- ② در مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع، میانه و نیمساز وارد بر قاعده برهم منطبق هستند.

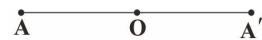
دو محور بازتاب نسبت به هم عمودند:

۳ / ۳۵

$$\begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ 3x - 2y = 10 \end{cases} \Rightarrow x = 4, y = 1$$

$O(4, 1)$  نقطه تقاطع دو محور بازتاب

پس نقطه  $A''$  دوران یافته نقطه  $A$  به مرکز  $O(4, 1)$  و زاویه  $2(90^\circ) = 180^\circ$  است.



$$O = \frac{A + A''}{2} \Rightarrow A'' = 2O - A = (8, 2) - (2, 5) \Rightarrow A'' = (6, -3)$$

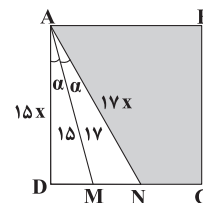
$$\alpha + \beta = 6 + (-3) = 3$$

## دروسنامه

**نکته:** ترکیب دو بازتاب با محورهای متقاطع یک دوران است که مرکز دوران نقطه تقاطع دو محور است و زاویه دوران دو برابر زاویه بین دو خط است.

۱ / ۳۶

ارتفاع دو مثلث ADM و AMN است، پس:



$$\frac{S_{\Delta ADM}}{S_{\Delta AMN}} = \frac{DM}{MN} \Rightarrow \frac{15}{17} = \frac{DM}{MN}$$

$$\Delta ADN: \text{نیمساز } AM \Rightarrow \frac{AD}{AN} = \frac{DM}{MN} = \frac{15}{17} \Rightarrow \begin{cases} AD = 15x \\ AN = 17x \end{cases}$$

$$\Delta ADN: AN^2 = AD^2 + DN^2 \Rightarrow 289x^2 = 225x^2 + DN^2 \Rightarrow DN^2 = 64x^2 \Rightarrow DN = 8x \Rightarrow NC = 7x$$

$$S_{\Delta ADN} = \frac{1}{2} \times AD \times DN \Rightarrow 15 \times 17 = \frac{1}{2} \times 15x \times 8x$$

## فیزیک

## بررسی موارد نادرست:

۴۱

$$\frac{0.0000024}{0.0000001} = 24 \times 10^{-7} = 2.4 \times 10^{-6} \quad (\text{الف})$$

$$\text{ب) یکای فرعی توان } \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}^3} \text{ است.}$$

$$\text{ج) دقت ریزسنج } 0.0001 \text{ cm گفته شده است.}$$

$$\text{د) تبدیل یکا به صورت زیر است:}$$

$$\frac{2 \text{ mg km}}{\text{Gs}^1} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^6 \text{ mg}} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ Gs}}{10^9 \text{ s}} \times \frac{1 \text{ Gs}}{10^9 \text{ s}} = 2 \times 10^{-21} \text{ N}$$

$$\text{ه) بار الکتریکی کمیت اصلی نیست.}$$

$$\text{و) چگالی بنزین در حدود } \frac{680 \text{ kg}}{\text{m}^3} \text{ و چگالی آب حدود } \frac{1000 \text{ kg}}{\text{m}^3} \text{ است و به}$$

$$\text{دلیل چگالی بیش تر برای خاموش کردن بنزین شعله ور مناسب نیست. در نتیجه تفاوت موارد درست و نادرست برابر ۶ است.}$$

۴۲

$$\text{بخشی از فشار هوا توسط ستون مایع ایجاد خواهد شد و بخش دیگر به انتهای لوله وارد می شود!}$$

$$\text{فشاری که مایع به انتهای لوله وارد می کند برابر است با:}$$

$$P_{\text{محیط}} = P_{\text{ستون مایع}} + P_{\text{حاصل از مایع در انتهای لوله}}$$

$$P_{\text{حاصل از مایع در انتهای لوله}} = \frac{F}{A} = \frac{3128}{5 \times 10^{-4}} = 62560 \text{ Pa}$$

$$\text{فشار هوای محیط بر حسب پاسکال برابر است با:}$$

$$P_{\text{محیط}} = 72/4 \text{ cmHg} \times \frac{1360}{\rho_a \text{ تبدیل به}} = 978464 \text{ Pa}$$

$$\text{فشار حاصل از ستون مایع برابر است با:}$$

$$P_{\text{ستون مایع}} = P_{\text{محیط}} - P_{\text{حاصل از مایع در انتهای لوله}} = 978464 - 62560 = 35904$$

$$P_{\text{حاصل از ستون مایع}} = \rho g h \sin \theta \leftarrow \frac{\rho = 7/48 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 748 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{h = 80 \text{ cm} = 0.8 \text{ m}} \rightarrow$$

$$7480 \times 10 \times 0.8 \times \sin \theta = 35904 \rightarrow \sin \theta = 0.6 \rightarrow \theta = 37^\circ$$

$$\text{ابتدا چگالی دو مایع A و B را با استفاده از نمودارها مشخص می کنیم:}$$

۴۳

$$A \Rightarrow \Delta P = \rho_A g \Delta h_A \quad \frac{\Delta P = 0.27 \times 10^5}{\Delta h = 6 \text{ cm}} \rightarrow 27000$$

$$= \rho_A \times 10 \times 0.06 \rightarrow \rho_A = 4500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$B \Rightarrow \Delta P = \rho_B g \Delta h_B \quad \frac{\Delta P = 0.16 \times 10^5}{\Delta h_B = 8 \text{ cm}} \rightarrow$$

$$16000 = \rho_B \times 10 \times 0.08 \rightarrow \rho_B = 2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

## درسنامه

## یادآوری:

$$\textcircled{1} \log ab = \log a + \log b$$

$$\textcircled{2} \log \frac{a}{b} = \log a - \log b$$

$$\textcircled{3} \log 10 = 1$$

$$\textcircled{4} a^{\log_a b} = b$$

$$|kA_{n \times n}| = k^n |A_{n \times n}|$$

## نکته:

$$\text{چون نقاط } O_1 \text{ و } O_2 \text{ در ناحیه اول هستند، } \alpha > 0 \text{ است.}$$

۳۹

$$C_1: O_1(27, \alpha) \xrightarrow{\text{مماس بر محور } x} R_1 = |\alpha| = \alpha$$

$$C_2: O_2(12, 13) \xrightarrow{\text{مماس بر محور } y} R_2 = |12| = 12$$

$$O_1 O_2 = \sqrt{(27-12)^2 + (13-\alpha)^2} = \sqrt{225 + (13-\alpha)^2}$$

$$\text{چون دو دایره مماس خارج هستند، داریم:}$$

$$O_1 O_2 = R_1 + R_2 \Rightarrow \sqrt{225 + (13-\alpha)^2} = \alpha + 12$$

$$\Rightarrow 225 + 169 - 26\alpha + \alpha^2 = \alpha^2 + 24\alpha + 144$$

$$\Rightarrow 250 = 50\alpha \Rightarrow \alpha = 5$$

## درسنامه

## نکات:

$$\textcircled{1} \text{ اگر دایره‌ای به مرکز } O(\alpha, \beta) \text{ بر محور } x \text{ مماس باشد } R = |\beta| \text{ و اگر بر محور } y \text{ مماس باشد } R = |\alpha|$$

$$\textcircled{2} \text{ چنانچه دو دایره } C_1(O_1, R_1) \text{ و } C_2(O_2, R_2) \text{ مماس خارج باشند } O_1 O_2 = R_1 + R_2$$

۴۰

$$\vec{b} \cdot (\vec{r}\vec{a} \times \vec{b}) = 0 \Rightarrow \vec{b} \cdot (\Delta \vec{c} - \vec{r}\vec{a}) = 0$$

$$\Rightarrow \Delta \vec{b} \cdot \vec{c} - \vec{r}\vec{b} \cdot \vec{a} = 0 \Rightarrow 60 = \vec{r}\vec{b} \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{b} \cdot \vec{a} = 30$$

$$\vec{a} \cdot (\vec{r}\vec{a} \times \vec{b}) = 0 \Rightarrow \vec{a} \cdot (\Delta \vec{c} - \vec{r}\vec{a}) = 0 \Rightarrow \Delta \vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{r}|\vec{a}|^2 = 0$$

$$\Rightarrow |\vec{a}|^2 = \frac{\Delta}{\vec{r}} \vec{a} \cdot \vec{c} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{c} = \frac{\vec{r}}{\Delta} |\vec{a}|^2$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}|^2 + 900 = |\vec{a}|^2 \times 4$$

$$\Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}|^2 = 4|\vec{a}|^2 - 900$$

$$\vec{r}\vec{a} \times \vec{b} = \Delta \vec{c} - \vec{r}\vec{a} \Rightarrow 9|\vec{a} \times \vec{b}|^2 = |\Delta \vec{c} - \vec{r}\vec{a}|^2$$

$$\Rightarrow 9(4|\vec{a}|^2 - 900) = |\Delta \vec{c}|^2 + |\vec{r}\vec{a}|^2 - 2(10 \cdot \vec{c})$$

$$\Rightarrow 36|\vec{a}|^2 - 8100 = 900 + 4|\vec{a}|^2 - 20(\frac{\vec{r}}{\Delta} |\vec{a}|^2)$$

$$\Rightarrow 40|\vec{a}|^2 = 9000 \Rightarrow |\vec{a}|^2 = \frac{9000}{40} = 225$$

$$\Rightarrow |\vec{a}| = 15$$

## درسنامه

## نکات:

$$\textcircled{1} |\vec{a} \times \vec{b}|^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2$$

$$\textcircled{2} \vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$$

$$\text{در ضرب مختلط داریم:}$$

$$W' = 25 \times 10^3 \times 10 \times 900 + \frac{1}{2} \times 25 \times 10^3 \times 14400$$

$$\rightarrow W' = 405 \times 10^6 \text{ J}$$

توان کل انجام کار توسط نیروهای وارد بر هواپیما غیر از نیروی وزن برابر است با:

$$P' = \frac{W'}{t} \quad t = 8 \text{ min} = 480 \text{ s} \rightarrow P' = \frac{405 \times 10^6}{480} = 843750 \text{ W}$$

$$\xrightarrow[\div 10^3]{\text{تبدیل به kW}} 843.75$$

کمترین مقدار یخ مورد نیاز برای آنکه دمای تعادل

مجموعه  $^{\circ}\text{C}$  شود مربوط به حالتی است که تمام یخ ذوب شود: (جرم آب را  $m$  در نظر بگیریم.)

$$^{\circ}\text{C} \text{ آب} \xleftarrow{Q_1} 3^{\circ}\text{C} \text{ آب} \quad P_3 = P_4 \Rightarrow P_{\text{مخزن گاز}} = P_{\text{مخزن}} + P_A g h_A$$

$$-2^{\circ}\text{C} \text{ یخ} \xrightarrow{Q_2} 0^{\circ}\text{C} \text{ یخ} \xrightarrow{Q_3} 0^{\circ}\text{C} \text{ آب} \quad m_1 \xrightarrow{Q_2} 0^{\circ}\text{C} \text{ یخ} \xrightarrow{Q_3} 0^{\circ}\text{C} \text{ آب}$$

$$L_f = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}, C_{\text{آب}} = \frac{L_f}{\lambda_0} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}}, C_{\text{یخ}} = \frac{L_f}{160} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$Q_1 = mc_{\text{آب}} \Delta\theta = m \times 4200 \times (0 - 30) = -126000 m$$

$$Q_2 = m_1 c_{\text{یخ}} \Delta\theta = m_1 \times 2100 \times (0 - (-20)) = 42000 m_1$$

$$Q_3 = m_1 L_f = m_1 \times 336000 = 336000 m_1$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow 378000 m_1 - 126000 m_{\text{آب}} = 0$$

$$\Rightarrow 378000 m_1 = 126000 m_{\text{آب}} \Rightarrow m_1 = \frac{1}{3} m_{\text{آب}}$$

بیشترین مقدار یخ مورد نیاز برای آنکه دمای تعادل مجموعه  $^{\circ}\text{C}$  شود مربوط به حالتی است که تمام آب به یخ شود: (جرم آب را  $m$  در نظر بگیریم.)

$$^{\circ}\text{C} \text{ یخ} \xleftarrow{Q_1} 3^{\circ}\text{C} \text{ آب} \quad m \xleftarrow{Q_1} 3^{\circ}\text{C} \text{ آب}$$

$$-2^{\circ}\text{C} \text{ یخ} \xrightarrow{Q_2} 0^{\circ}\text{C} \text{ یخ} \quad m_1 \xrightarrow{Q_2} 0^{\circ}\text{C} \text{ یخ}$$

$$Q_1 = mc_{\text{آب}} \Delta\theta = m \times 4200 \times (0 - 30) = -126000 m_{\text{آب}}$$

$$Q_2 = -m L_f = -336000 m_{\text{آب}}$$

$$Q_3 = m_1 C_{\text{یخ}} \Delta\theta = m_1 (2100) (0 - (-20)) = 42000 m_1$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow -462000 m_{\text{آب}} + 42000 m_1 = 0$$

$$\Rightarrow 462000 m_{\text{آب}} = 42000 m_1 \Rightarrow m_1 = 11 m_{\text{آب}}$$

تفاوت جرم یخ در دو حالت برابر است با:

$$m_1 - m_1 = 11 m_{\text{آب}} - \frac{m_{\text{آب}}}{3} = \frac{33-1}{3} m_{\text{آب}} = \frac{32}{3} m_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow \frac{32 m_{\text{آب}}}{3} = 1860 \text{ g} \rightarrow m_{\text{آب}} = 174/375 \text{ g}$$

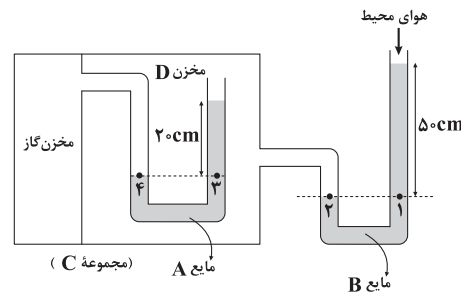
اکنون بخش دوم سؤال را حل می‌کنیم:

برای افزایش دمای  $174/375 \text{ g}$  آب با دمای  $3^{\circ}\text{C}$  تا دمای  $100^{\circ}\text{C}$  توسط گرمکن چند دقیقه زمان لازم است؟

$$Q = mc\Delta\theta = 174/375 \times 10^{-3} \times 4200 \times 70 = 51266250 \text{ J}$$

$$Q = \frac{W}{t} \rightarrow t = \frac{W}{P} = \frac{51266250}{85/44} = 85/44 \text{ s} \xrightarrow[\text{تبدیل به min}]{\div 60} 1/4 \text{ min}$$

اکنون در شکل C نقاط هم‌تراز را مشخص می‌کنیم و برابری فشار در نقاط هم‌تراز را می‌نویسیم:



$$P_1 = P_2 \Rightarrow P_0 + \rho_B g h_B = P_{\text{مخزن}}$$

$$\frac{h_B = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}}{P_{\text{مخزن}} = P_0 + 2000 \times 10 \times 0.5 = P_0 + 10000 \times 10}$$

$$\frac{h_A = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}}{P_{\text{مخزن گاز}} = P_{\text{مخزن}} + 0.2 \times 10 \times 4500}$$

$$\Rightarrow P_{\text{مخزن گاز}} = P_{\text{مخزن}} + 9000$$

$$\xrightarrow{(I)} P_{\text{مخزن گاز}} = P_0 + 10000 + 9000 \text{ Pa}$$

$$\Rightarrow \underbrace{P_{\text{مخزن گاز}} - P_0}_{\text{فشار پیمانه‌ای مخزن گاز}} = 19000 \text{ Pa}$$

راه سریع‌تر: بهتر بود به جای محاسبه جگالی‌ها با نسبت ارتفاع مایع A به ارتفاع مایع B در نمودار فشارها را محاسبه می‌کردیم!

$$\xrightarrow{2} \text{ ابتدا تغییرات انرژی جنبشی فرد را به دلیل کاهش } \frac{m}{s} \text{ تندی محاسبه می‌کنیم:}$$

$$k_1 - k_2 = 33 \text{ J} \Rightarrow \frac{1}{2} m (v_1)^2 - \frac{1}{2} m (v_2)^2 = 33$$

$$\frac{m = 5 \text{ kg}, v_2 = v - 6}{v_1 = v} \rightarrow \frac{1}{2} \times 5 \times v^2 - \frac{1}{2} \times 5 \times (v - 6)^2 = 33$$

$$2/5 v^2 - (2/5 v^2 + 90 - 30v) = 23 \rightarrow 30v - 90 = 23$$

$$\rightarrow 30v = 113 \rightarrow v = 14 \frac{m}{s}$$

انرژی جنبشی جسم را هنگامی که با تندی  $1/5 \text{ m/s} - 5$  حرکت می‌کند محاسبه می‌کنیم:

$$v_2 = 1/5 v - 5 \xrightarrow{v=14} v_2 = 1/5 \times 14 - 5 = 16 \frac{m}{s}$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m (v_2)^2 = \frac{1}{2} \times 5 \times (16)^2 = 640 \text{ J}$$

$$\xrightarrow{2} \text{ بر اساس قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:}$$

$$W_t = \Delta k \rightarrow W_t = \frac{1}{2} m ((v_2)^2 - (v_1)^2)$$

$$\frac{W_t = W_{mg} + W'}{W_{mg} = -\Delta u = -mgh} \rightarrow W_{mg} + W' = \frac{1}{2} m ((v_2)^2 - (v_1)^2)$$

$$\rightarrow -mgh + W' = \frac{1}{2} m ((v_2)^2 - (v_1)^2)$$

$$\Rightarrow W' = mgh + \frac{1}{2} m ((v_2)^2 - (v_1)^2)$$

$$\xrightarrow{m = 25 \text{ ton} = 25 \times 10^3 \text{ kg}} \\ h = 900 \text{ m}, v_1 = 9 \frac{m}{s}, v_2 = 15 \frac{m}{s}$$



$$U = \frac{Q^2}{rC} \xrightarrow{Q=\text{ثابت}} \frac{U_3}{U_1} = \frac{C_1}{C_3} \xrightarrow{U_1 = \frac{5}{3}U_3} \frac{U_3}{\frac{5}{3}U_1} = \frac{5}{7}$$

$$\Rightarrow U_3 = \frac{25}{21} U_1$$

تغییرات انرژی برابر است با:

$$U_3 - U_1 = 320 \text{ mJ} \xrightarrow{U_3 = \frac{25}{21} U_1} \frac{25}{21} U_1 - U_1 = \frac{4}{21} U_1 = 320 \text{ mJ}$$

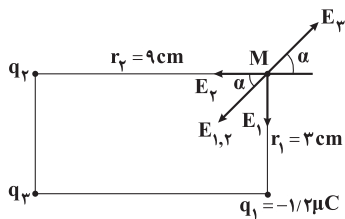
$$\Rightarrow U_1 = 1680 \text{ mJ} \Rightarrow U_1 = 1/68 \text{ J}$$

در حالت اولیه بار ذخیره شده در صفحات خازن را می‌توانیم از رابطه زیر به دست بیاوریم:

$$U_1 = \frac{1}{2} QV \Rightarrow 1680 \times 10^{-3} \text{ J} = \frac{1}{2} \times 16 \times Q$$

$$\rightarrow Q = 210 \times 10^{-3} \text{ C} \xrightarrow{\text{تبدیل به mC}} 210 \text{ mC}$$

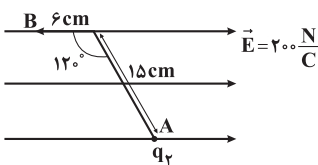
۲۵۰ برای آن‌که برآیند میدان‌های الکتریکی در نقطه M برابر صفر باشد، باید برآیند میدان‌های  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  در امتداد قطر مستطیل باشد تا بتواند میدان  $\vec{E}_3$  را خنثی کند، با توجه به شکل و هندسه مسئله برای آن‌که  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  در امتداد  $\vec{E}_3$  قرار گیرد باید  $E_2 = 3E_1$  باشد، با توجه به جهت  $E_2$  و  $E_1$  بار الکتریکی  $q_2$  منفی و بار  $q_1$  مثبت خواهد بود. در نتیجه داریم:



$$\tan \alpha = \frac{r_1}{r_2} \rightarrow \tan \alpha = \frac{E_1}{E_2} = \frac{1}{3} \rightarrow E_2 = 3E_1 \rightarrow \frac{k|q_2|}{(r_2)^2} = 3 \frac{k|q_1|}{(r_1)^2}$$

$$\rightarrow \frac{|q_2|}{(9)^2} = \frac{3 \times |q_1|}{(3)^2} = q_2 = 27\mu\text{C} \xrightarrow{q_1 = 1/27\mu\text{C}} q_2 = -32/40 \mu\text{C}$$

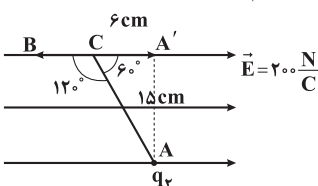
بخش دوم سؤال را بررسی می‌کنیم:



بار منفی در خلاف جهت میدان حرکت کرده است. در نتیجه انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

$$\Delta U = -|q|Ed \cos \theta$$

جابه‌جایی در راستای افقی را باید محاسبه کنیم:



$$d = AC' + BC \xrightarrow{AC' = AC \cos 60^\circ}$$

### ۴۷ | بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) دمایی که دماسنج فارنهایت عددی معادل ۵ برابر دماسنج سلسیوس نشان می‌دهد را محاسبه می‌کنیم:

$$1/8\theta + 32 = 5\theta \rightarrow 3/2\theta = 32 = \theta \Rightarrow 1^\circ \text{C}$$

عددی که دماسنج کلون نشان می‌دهد برابر است با:

$$k = \theta + 273 = 10 + 273 = 283 \text{ K}$$

۳) معمولاً افزایش فشار وارد بر جسم سبب بالا رفتن نقطه ذوب جسم می‌شود. اما در برخی مواد مانند یخ، افزایش فشار به کاهش نقطه ذوب می‌انجامد که این در مورد یخ بسیار ناچیز است.

۴) سیستم گرم‌کننده مرکزی ساختمان‌ها نمونه‌ای از همرفت واداشته است.

$$28 \text{ | طول میله بلندتر را } x \text{ و میله کوتاه را } 150 - x \text{ در نظر می‌گیریم:}$$

طول میله بلندتر را پس از افزایش محاسبه می‌کنیم:

$$L'_1 = L_1(1 + \alpha_A \Delta\theta) \xrightarrow{\Delta\theta = 6^\circ \text{C}} x(1 + 1/5 \times 10^{-4} \times 60) = x + 0.009x = 1/009x$$

طول میله کوتاه را نیز پس از افزایش محاسبه می‌کنیم:

$$L'_2 = L_2(1 + \alpha_B \Delta\theta) = (150 - x)(1 + 3/5 \times 10^{-4} \times 60) = 153/15 - 1/021x$$

$$L'_2 = 153/15 - 1/021x$$

اختلاف طول دو میله پس از افزایش دما برابر است با:

$$L'_1 - L'_2 = 1/009x - (153/15 - 1/021x) = 29/55 \Rightarrow 2/03x = 182/7 \rightarrow x = 90 \text{ cm}$$

طول اولیه میله بلندتر ۹۰ سانتی‌متر بوده بنابراین طول اولیه میله کوتاه برابر است با:

$$L_2 = 150 - 90 = 60 \text{ cm}$$

نسبت طول میله کوتاه‌تر و بلندتر برابر است با:

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{60}{90} = \frac{2}{3}$$

### ۴۹ | ۳ در حالت اول که خازن به باتری متصل است، اختلاف پتانسیل آن

ثابت می‌ماند. بنابراین ابتدا مشخص می‌کنیم در این حالت ظرفیت و انرژی خازن چند برابر می‌شود:

$$C = k\epsilon_0 \frac{A}{d} \xrightarrow{K_1 = 1/5, A = \text{ثابت}} \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2};$$

$$d_2 = d_1 - 0/4d_1 = 0/6d_1 \rightarrow$$

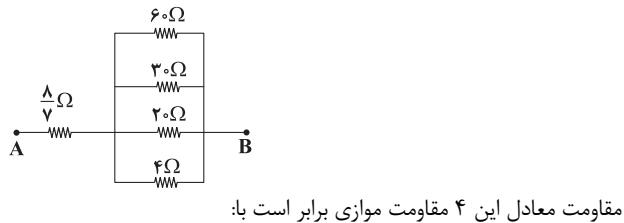
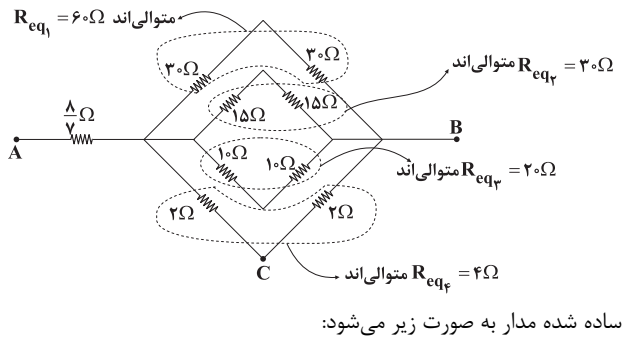
$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{0/6d_1} = \frac{5}{3}$$

$$U = \frac{1}{2} C V^2 \xrightarrow{V \text{ ثابت}} \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{5}{3}$$

در حالتی که خازن را از باتری جدا می‌کنیم، بار الکتریکی آن ثابت می‌ماند، در این حالت داریم:

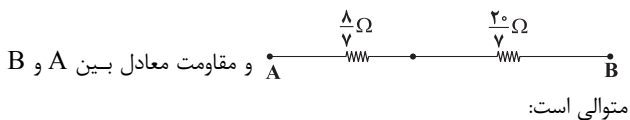
$$C = k\epsilon_0 \frac{A}{d} \xrightarrow{A = \text{ثابت}, d = \text{ثابت}} \frac{C_2}{C_1} = \frac{k_2}{k_1} \xrightarrow{k_2 = 1/4k_1, k_1 = 1/5} \frac{C_2}{C_1} = 1/4$$

$$\Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{1/4} = \frac{5}{7}$$



$$\frac{1}{R_{eq4}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \Rightarrow R_{eq4} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

شکل ساده شده مدار به صورت زیر می شود:



$$R_{eqAB} = \frac{6}{7} + \frac{2}{7} = \frac{8}{7} = 1.14\Omega$$

جریان خروجی از مولد در این حالت برابر است با:

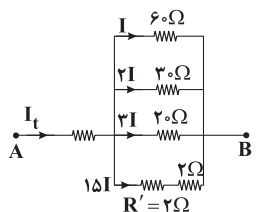
$$I = \frac{E}{R_{eq}} = \frac{12}{8/7} = 10.5A$$

نسبت جریان ها را در شاخه بر اساس عکس نسبت مقاومت ها می نویسیم:

جریان عبوری از مقاومت  $R' = 2\Omega$  برابر  $3I$  است:

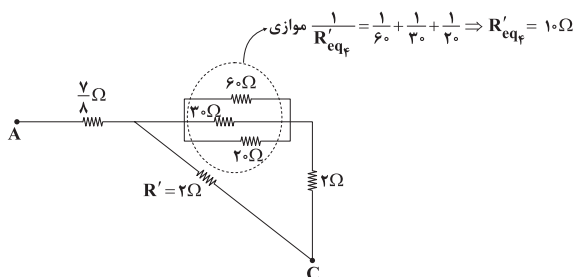
$$I_t = 36I = 378A \rightarrow I = \frac{378}{36} = 10.5A$$

$$I_{R'} = 36I = 378A \rightarrow I = \frac{378}{36} = 10.5A$$



پس مقاومت معادل بین A و C را محاسبه می کنیم:

مدار را کمی ساده می کنیم:



$$\text{موازی} \rightarrow \frac{1}{R'_{eqf}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \Rightarrow R'_{eqf} = 1\Omega$$

$$15 \times \frac{1}{2} = 7.5 \text{ cm} \rightarrow d = 7.5 \text{ cm} + 6 \text{ cm} = 13.5 \text{ cm}$$

$$\Delta U = -32/4 \times 10^{-6} \times 200 \times 13/5 \times 10^{-1} = -874/8 \mu J$$

در نتیجه انرژی پتانسیل بار  $874/8 \mu J$  کاهش می یابد.

با توجه به نمودار جریان در رأس سهمی برابر است با: **۵۱**

$$I_{\text{راس}} = \frac{5+13}{2} = 9A$$

جریان در رأس سهمی برابر است با  $\frac{E}{r}$  بنابراین داریم:

$$I_{\text{راس}} = \frac{E}{r} = 9A \rightarrow \frac{E}{r} = 9A \rightarrow E = 72V$$

حال  $P_{\text{max}}$  را محاسبه می کنیم:

$$P_{\text{max}} = EI - rI^2 \xrightarrow{I=9A} 72 \times 9 - 4(9)^2 = 324W$$

اکنون توان خروجی از باتری را هنگامی که  $R = 8\Omega$  است محاسبه می کنیم:

جریان خروجی برابر است با:

$$I' = \frac{E}{R+r} = \frac{72}{8+4} = 6A$$

$$P' = EI' - r(I')^2 = 72 \times 6 - 4(6)^2 = 288W$$

تفاوت  $P'$  و  $P_{\text{max}}$  برابر است با:

$$P_{\text{max}} - P' = 36W$$

**۵۲** با ذوب سیم و ساخت سیم مجدد جرم و حجم سیم تغییری نخواهد در نتیجه در حالت دوم که قطر  $2\%$  مقطع کاهش می یابد داریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2 \xrightarrow{A = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2} \pi \left(\frac{D_1}{2}\right)^2 \times L_1 =$$

$$= \pi \left(\frac{D_2}{2}\right)^2 \times L_2 \xrightarrow{D_2 = 0.98 D_1} \left(\frac{D_1}{2}\right)^2 \times L_1 =$$

$$= \left(\frac{0.98 D_1}{2}\right)^2 \times L_2 \Rightarrow L_1 = 0.96 L_2$$

نسبت مقاومت سیم در حالت دوم به مقاومت سیم در حالت اول برابر است با:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho \frac{L_2}{A_2}}{\rho \frac{L_1}{A_1}} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} \xrightarrow{L_1 = 0.96 L_2} \frac{L_2}{0.96 L_2} \times \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{1}{0.96}\right) \times \left(\frac{1}{0.98}\right)^2 = \left(\frac{1}{0.96}\right)^2$$

عبارت خواسته شده در سؤال برابر است با:

$$4 \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} = 4 \sqrt{\left(\frac{1}{0.96}\right)^2} = 4 \times \frac{1}{0.96} = 4.16$$

**۵۳** می دانیم مقاومت معادل مقاومت های  $R_1, R_2, R_3, \dots$  در

حالت سری به صورت  $R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$  و در حالت موازی به

صورت  $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$  به دست می آید. ابتدا مقاومت

معادل بین دو نقطه A و B را به صورت زیر به دست می آوریم:



تفاوت عدد ترازو در دو حالت مربوط به نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان است:

$$\begin{aligned} F'_b &= mg + F_b \\ \text{ترازو} & \\ F_b &= mg \end{aligned} \Rightarrow F'_b - F_b = F_b = 24 \text{ N}$$

$$\begin{aligned} F_b &= LIB \sin \theta \xrightarrow{\theta=90^\circ, L=75 \text{ cm}=0.75 \text{ m}} 0.75 \times I \times 1/28 \times 1 \\ \sin 90^\circ &= 1 \\ = 24 &\rightarrow I = 25 \text{ A} \end{aligned}$$

برای محاسبه نیروی محرکه القایی ابتدا باید تغییرات میدان را در بازه زمانی فوق محاسبه کنیم:

$$B_1 = 0.5t^2 - 6t + 1 \xrightarrow{t_1=12 \text{ s}} B_1 = 1 \text{ T}$$

$$B_2 = 0.5t^2 - 6t + 1 \xrightarrow{t_2=16 \text{ s}} B_2 = 33 \text{ T}$$

تغییرات شار عبوری از حلقه برابر است با:

$$\begin{aligned} \Delta \phi &= B_2 A \cos \theta - B_1 A \cos \theta \\ \theta &= 0, \cos \theta = 1 \\ A &= \pi r^2 = 3 \times (10)^2 = 300 \text{ cm}^2 = 300 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \\ \Delta \phi &= (B_2 - B_1) A \Rightarrow (33 - 1) A = 32 \times 300 \times 10^{-4} = 0.96 \text{ wb} \end{aligned}$$

بزرگی نیرو محرکه القایی در حلقه برابر است با:

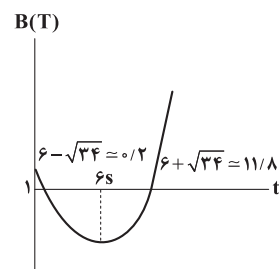
$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{-N \Delta \phi}{\Delta t} \rightarrow |\varepsilon| = \left| \frac{-N \Delta \phi}{\Delta t} \right| \\ \frac{N=1}{\Delta t=4 \text{ s}} &\rightarrow |\varepsilon| = \left| \frac{-1 \times 0.96}{4} \right| = |\varepsilon| = 0.24 \text{ V} \end{aligned}$$

برای بخش دوم سؤال نمودار مغناطیسی بر حسب زمان را رسم می‌کنیم:

$$B = 0.5t^2 - 6t + 1$$

$$B' = t - 6 \xrightarrow{B'=0} t = 6 \text{ s}$$

$$\begin{aligned} \Delta &= 36 - 4(1)(0.5) = 34 \\ \text{ریشه‌ها} & \rightarrow B=0 \rightarrow \text{ریشه‌ها} = 6 \pm \sqrt{34} \rightarrow \sqrt{34} \approx 5.83 \rightarrow \text{ریشه‌ها} = 11.83 \end{aligned}$$

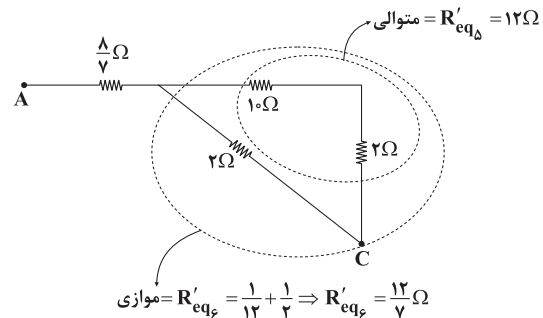


بررسی نمودار:

(۱) در بازه  $t=0$  تا  $t=6$  s اندازه میدان مغناطیسی برون‌سو در حال کاهش است.

(۲) در لحظه  $t=6$  s جهت میدان مغناطیسی تغییر کرده و برون‌سو می‌شود تا  $t=6$  s افزایش می‌یابد. بنابراین میدان مغناطیسی در خلاف جهت میدان مغناطیسی القا می‌شود و جهت جریان ساعتگرد خواهد بود یعنی از D به C.

مدار را ساده‌تر می‌کنیم:



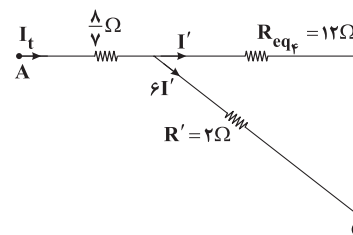
شکل نهایی ساده شده مدار به صورت می‌شود و مقاومت معادل بین A و C متوالی است:

$$R_{eqAC} = \frac{1}{V} + \frac{12}{V} = \frac{13}{V} \Omega$$

جریان خروجی از مولد در این حالت برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{1}{13} = 0.077 \text{ A}$$

نسبت جریان را در ساده شده مدار بر اساس عکس مقاومت‌ها مشخص می‌کنیم:



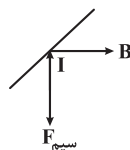
$$I_t = 7I' = 7A \rightarrow I' = 1A \Rightarrow I_{R'} = 6I' = 6A$$

نسبت جریان عبوری از مقاومت  $R'$  در حالت دوم به حالت اول برابر است با:

$$\frac{I'_{R'}}{I_{R'}} = \frac{6A}{25A} = \frac{6}{25} = 0.24$$

با بستن کلید، جریان از پایانه مثبت مولد خارج می‌شود و در هر

قطعه از سیم جریان از C به طرف D خواهد بود. بر اساس گفته سؤال پس از برقراری جریان عددی که ترازو نشان می‌دهد ۲۴ N کاهش یافته، اگر نیرویی که آهنربا به سیم وارد می‌کند به سمت پایین باشد طبق قانون سوم نیوتون نیرویی که سیم به آهنربا وارد می‌کند به طرف بالا خواهد بود که ترازو نشان می‌دهد کاهش خواهد یافت. بنابراین با استفاده از قانون دست راست و جهت جریان و نیروی مغناطیسی وارد بر سیم، جهت میدان مغناطیسی را می‌یابیم:



بنابراین میدان مغناطیسی به سمت راست خواهد بود و در آهنربا میدان مغناطیسی از قطب N به S است بنابراین قطب B آهنربا قطب S است.



۵۹ / ۳

$$v = a + t + v_0 \xrightarrow{v_0=0} 20 = 2a_A \rightarrow a_A = \frac{10}{s^2}$$

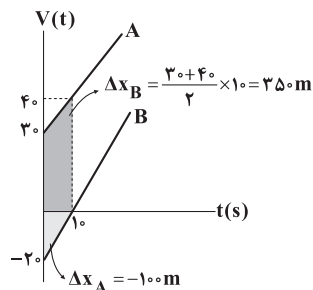
$$\begin{cases} x_A = \frac{1}{2}a_A t^2 + v_0 t \rightarrow x_A = \frac{t^2}{2} \\ x_A = x_B \rightarrow \frac{t^2}{2} = 20t \\ x_B = v_B t \rightarrow x_B = 20t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 40 \end{cases}$$

متحرک C دارای حرکت با شتاب ثابت است و شتاب حرکت متحرک C برابر  $\frac{2}{s^2} m$  است.

حال به کمک معادله مکان - زمان می‌توانیم مکان متحرک C را به دست بیاوریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 2 \times 40^2 + 0 + 0 = 1600m$$

مساحت سطح زیر نمودار سرعت - زمان بیانگر جابه‌جایی متحرک است. پس جابه‌جایی هر دو متحرک در  $10$  ثانیه اول حرکت را محاسبه می‌کنیم:

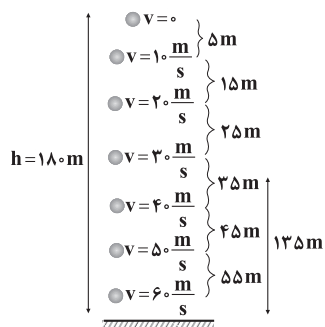


چون هر دو متحرک در مبدأ زمان در یک مکان قرار دارند، در نتیجه دو متحرک در لحظه  $t = 10s$  برابر است با:

$$\text{فاصله دو متحرک} = |\Delta x_A| + |\Delta x_B| = 100 + 2400 = 2500m$$

چون اتلاف انرژی وجود ندارد، در نتیجه در هر ثانیه تندی

گلوله  $\frac{W}{s}$  افزایش می‌یابد. با توجه به الگوی زیر داریم:

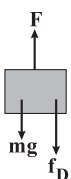


مطابق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - mg - f_D = ma$$

$$\Rightarrow 80 - 20 - 30 = 2 \times a$$

$$\Rightarrow 30 = 2 \times a \Rightarrow a = 15 \frac{m}{s^2}$$



۳) در بازه  $t = 6s$  تا  $t = 11/8s$  میدان مغناطیسی برون‌سو کاهش می‌یابد بنابراین بر اساس قانون لنز میدان مغناطیسی در جهت میدان مغناطیسی اصلی القا می‌شود و جهت جریان پادساعتگرد خواهد بود یعنی از C به D.

۴) در بازه  $t = 11/8s$  به بعد جهت میدان مغناطیسی تغییر کرده و درون‌سو می‌شود و از صفر شروع به افزایش می‌کند، در این حالت بر اساس قانون لنز میدان مغناطیسی در خلاف جهت میدان مغناطیسی اصلی القا می‌شود و جهت جریان ساعتگرد خواهد بود یعنی از C به D.

۵۶ / ۱ عبور جریان I از القاگر، باعث ایجاد میدان مغناطیسی B روی محور آن می‌شود که از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 IN}{L}$$

بنابراین با داشتن میدان مغناطیسی، جریان عبوری قابل محاسبه است:

$$I = \frac{BL}{\mu_0 N} (I)$$

انرژی ذخیره شده در القاگر برابر است با:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \xrightarrow{L = \frac{\mu_0 AN^2}{L}} U = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 AN^2}{L} I^2$$

$$\xrightarrow{(I)} U = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 AN^2}{L} \left( \frac{BL}{\mu_0 N} \right)^2$$

$$U = \frac{B^2 LA}{2\mu_0} \xrightarrow{A = \pi r^2 = 3 \times (10^{-3})^2, B = 0.9, L = 0.2} 4.05 \times 10^{-3} J$$

$$= \frac{0.9 \times 0.9 \times 3 \times 10^{-6} \times 0.2}{2 \times 10^{-6}} \rightarrow r^2 = 2 \rightarrow r = \sqrt{2} mm$$

۵۷ / ۳ حداکثر شار عبوری از پیچه  $40wb$  است و شار مغناطیسی در زمان گفته شده  $25wb$  است. در معادله جایگذاری می‌کنیم:

$$(I) \Rightarrow \phi = 40 \cos \frac{2\pi}{T} t \xrightarrow{\phi = 25wb} 25 = 40 \cos \frac{2\pi}{T} t_1$$

$$\rightarrow \cos \frac{2\pi}{T} t_1 = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$$

جریان القا شده در پیچه از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t$$

اکنون جریان القا شده و پیچه در زمان فوق را محاسبه می‌کنیم:

$$\Rightarrow I_{t_1} = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t_1$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \rightarrow \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

$$\sin^2 \frac{2\pi}{T} t_1 = 1 - \cos^2 \frac{2\pi}{T} t_1 \Rightarrow \sin^2 \frac{2\pi}{T} t_1 = 1 - \left( \frac{5}{8} \right)^2 = \frac{39}{64}$$

$$\sin \frac{2\pi}{T} t_1 = \sqrt{\frac{39}{64}} = \frac{\sqrt{39}}{8}$$

$$I_{t_1} = I_m \times \frac{\sqrt{39}}{8} \Rightarrow \frac{I_{t_1}}{I_m} = \frac{\sqrt{39}}{8}$$

۵۸ / ۳ جهت بردار مکان زمانی تغییر می‌کند که نمودار مکان - زمان محور افقی را قطع و از آن عبور کرده باشد. جهت حرکت متحرک زمانی تغییر می‌کند که جهت حرکت نمودار تغییر کرده باشد.





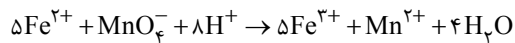
## شیمی

گاز نجیب Kr به همراه تمام عنصرهای دوره پنجم به جز گاز نجیب Xe<sub>۴</sub> دارای سه زیرلایه ۶ الکترونی هستند.

تا این جا واضح است عبارت های «آ» و «ت» نادرست و عبارت «ب» درست است. از طرفی فراوان ترین عنصر سازنده سیاره زمین، Fe<sub>۲</sub> است که هر دو ویژگی اشاره شده در متن سؤال را دارد (درستی عبارت «پ»).

۸۰/۴ هر مول از ترکیب های یونی دوتایی Li<sub>۲</sub>S ، BaO ، CuO ، یا Cu<sub>۲</sub>O و CrBr<sub>۲</sub> بر اثر مبادله دو مول الکترون تشکیل شده اند.

۸۱/۳ معادله موازنه شده واکنش داده شده به صورت زیر است:



گونه های باردار مثبت شامل  $\text{Fe}^{2+}$  ،  $\text{H}^+$  ،  $\text{Fe}^{3+}$  و  $\text{Mn}^{2+}$  هستند که مجموع ضرایب آن ها برابر است با:

$$5 + 8 + 5 + 1 = 19$$

۸۲/۲ بر اثر تفکیک کامل هر مول آمونیوم فسفات  $((\text{NH}_4)_3\text{PO}_4)$  ،

چهار مول یون  $(\text{PO}_4^{3-})$  و  $(3\text{NH}_4^+)$  تولید می شود. به این ترتیب شمار مول های نمک آمونیوم فسفات برابر است با:

$$? \text{mol}(\text{NH}_4)_3\text{PO}_4 = 1/4 \text{mol ion} \times \frac{1 \text{mol}(\text{NH}_4)_3\text{PO}_4}{4 \text{mol ion}}$$

$$= 0/35 \text{mol}(\text{NH}_4)_3\text{PO}_4$$

$$? \text{g نمک} = 0/35 \text{mol نمک} \times \frac{149 \text{g نمک}}{1 \text{mol نمک}} = 52/15 \text{g نمک}$$

$$? \text{g PO}_4^{3-} = 0/35 \text{mol نمک} \times \frac{1 \text{mol PO}_4^{3-}}{1 \text{mol نمک}} \times \frac{95 \text{g PO}_4^{3-}}{1 \text{mol PO}_4^{3-}}$$

$$= 33/25 \text{g PO}_4^{3-}$$

$$\text{جرم فسفات} = \frac{33/25 \text{g}}{(4 \times 18) \text{g} + 52/15 \text{g}} \times 100 = \frac{\text{جرم محلول}}{\text{جرم محلول}} \times 100$$

$$= 26/78$$

۸۳/۲ عبارت های «پ» و «ت» همانند عبارت متن سؤال، درست هستند.

## بررسی عبارت ها:

(آ) گشتاور دوقطبی مولکول ها  $(\mu)$  با یکای دبی (D) گزارش می شود.

(ب) تفاوت نقطه جوش  $\text{H}_2\text{O}$  و  $\text{H}_2\text{S}$  در حدود  $160^\circ\text{C}$  و تفاوت نقطه جوش  $\text{H}_2\text{O}$  و HF در حدود  $80^\circ\text{C}$  است.

(پ) ساده ترین کتون همان استون  $(\text{CH}_3\text{COCH}_3)$  بوده که جرم مولی بیش تری از اتانول  $(\text{C}_2\text{H}_5\text{OH})$  دارد. اما نقطه جوش آن پایین تر است.

(ت) با توجه به کم تر بودن چگالی یخ و چگالی هگزان در مقایسه با چگالی آب، این عبارت درست است.

۸۴/۴ با توجه به فرمول  $\text{CaCl}_2$  که هر مول از آن شامل یک

مول  $\text{Ca}^{2+}$  و دو مول  $\text{Cl}^-$  است، می توان نتیجه گرفت که اگر مجموع غلظت مولی یون ها  $1/2$  مول بر لیتر باشد، غلظت نمک  $0/4$  مولار و غلظت یون کلرید،  $0/8$  مولار است. با فرض این که حجم محلول یک لیتر باشد، داریم:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شوند}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6$$

$$\Rightarrow 22720 = \frac{\text{جرم Cl}^-}{\text{چگالی محلول} \times \text{حجم محلول}} \times 10^6$$

۷۶/۲ مطابق داده های سؤال برای فراوانی ایزوتوپ های اول تا چهارم می توان نوشت (فراوانی ایزوتوپ چهارم را f در نظر گرفتیم):

$$2f + 41f + 6f + f = 100 \Rightarrow f = 2$$

$$\bar{X} = X_1 + \frac{F_1}{100}(X_2 - X_1) + \frac{F_2}{100}(X_3 - X_2) + \frac{F_3}{100}(X_4 - X_3)$$

$$\Rightarrow 52/08 = m + \frac{12}{100}(2) + \frac{12}{100}(3) + \frac{2}{100}(4) \Rightarrow m = 50$$

۷۷/۱ اتم تمام فلزهای واسطه دوره چهارم (به جز Cr و Cu) دارای ۸ الکترون با  $l=0$  (زیرلایه s) هستند.

## بررسی گزینه ها:

(۱) عنصر مورد نظر Fe<sub>۲۶</sub> است که پتانسیل کاهشی  $\text{Fe}^{2+}$ ، کوچک تر (منفی تر) از پتانسیل کاهشی  $\text{Sn}^{2+}$  است.

$$_{26}\text{Fe}: [\text{Ar}] 3d^6 4s^2 \left( \frac{6}{18} = 0/33 \right)$$

(۲) عنصر مورد نظر  $_{21}\text{Sc}$  است که نخستین فلز واسطه جدول تناوبی است.

$$_{21}\text{Sc}: [\text{Ar}] 3d^1 4s^2 \left( \frac{1}{18} = 0/05 \right)$$

(۳) عنصر مورد نظر  $_{30}\text{Zn}$  است که فقط یک نوع کاتیون تک اتمی ( $\text{Zn}^{2+}$ ) تشکیل می دهد:

$$_{30}\text{Zn}: [\text{Ar}] 3d^{10} 4s^2 \left( \frac{10}{18} = 0/55 \right)$$

(۴) عنصر مورد نظر  $_{23}\text{V}$  (وانادیوم) است که محلول های آبی حاوی یون های  $\text{V}^{2+}$  و  $\text{V}^{3+}$  به ترتیب بنفش و سبز رنگ هستند. طول موج رنگ بنفش، کوتاه تر از رنگ سبز است.

$$_{23}\text{V}: [\text{Ar}] 3d^3 4s^2 \left( \frac{3}{18} = 0/16 \right)$$

۷۸/۲ فرمول ساکارز (شکر) به صورت  $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$  است.

$$\left( \frac{10/26 \text{g}}{\text{جرم مولی شکر}} \times \text{شمار اتم های شکر} \right) = \frac{5/4}{\text{جرم مولی A}} \times \text{شمار اتم های A}$$

$$\Rightarrow \left( \frac{10/26 \text{g}}{342} \times 45 \right) = \frac{5/4}{\text{جرم مولی A}} \times \left( \frac{1/25 \text{g}}{\text{جرم مولی A}} \times \text{شمار اتم های A} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{\text{شمار اتم های A}}{\text{جرم مولی A}} = \frac{1}{5}$$

نسبت مورد نظر برای متیل فورمات  $(\text{HCOOCH}_3)$  ، پروپانول  $(\text{C}_3\text{H}_7\text{OH})$  ، متانوئیک اسید  $(\text{HCOOH})$  و متیل

آمین  $(\text{CH}_3\text{NH}_2)$  به ترتیب برابر با  $\frac{1}{5}$  ،  $\frac{2}{15}$  ،  $\frac{5}{46}$  و  $\frac{7}{31}$  است.

۷۹/۳ اتم عنصر A دارای ۸ الکترون در زیرلایه s است:

$$1s^2 / 2s^2 / 3s^2 / 4s^2$$

۱۵ عنصر از دوره چهارم دارای این ویژگی هستند. در واقع تمام عنصرهای دوره چهارم به جز  $_{19}\text{K}$  ،  $_{24}\text{Cr}$  و  $_{29}\text{Cu}$  دارای ۸ الکترون در زیرلایه s هستند. عنصرهای  $_{35}\text{Br}$  و  $_{36}\text{Kr}$  در دما و فشار اتاق به ترتیب به حالت مایع و گازند.

اتم عنصر X دارای دو زیرلایه ۶ الکترونی  $3p^6$  و  $2p^6$  است. زیرلایه ۶ الکترونی سوم می تواند  $3d^6$  یا  $4p^6$  باشد. عنصر با عدد اتمی ۲۶ یعنی Fe و



۱۸۷/۱ A می‌تواند عنصرهای Na و Al و X می‌تواند عنصرهای Mg و Si باشد.

### بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) سیلیسیم در اثر ضربه خرد می‌شود.

(۳) شعاع اتمی Al کوچک‌تر از شعاع اتمی Mg است.

(۴) سدیم نرم است و به آسانی با چاقو بریده می‌شود.

۱۸۸/۱ جرم آلومینیم و نقره در این آلیاژ را به ترتیب با a و a-۵ بر حسب گرم نشان می‌دهیم:

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$990 = \left[ (a \times \frac{24}{27}) + ((50-a) \times \frac{24}{108}) \right] \times (12-42)$$

$$\Rightarrow 24/75 = \frac{(4a \times 24/3) + ((50-a) \times 24/3)}{108}$$

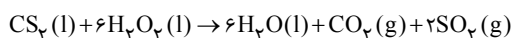
$$\Rightarrow 24/75 = \frac{97/2a + 1215 - 24/3a}{108}$$

$$\Rightarrow 24/75 = \frac{1215 - 72/9a}{108} \Rightarrow a = 20^\circ \text{g Al}$$

$$\frac{\text{شمار اتم‌های Al}}{\text{شمار اتم‌های Ag}} = \frac{\text{شمار مول‌های Al}}{\text{شمار مول‌های Ag}} = \frac{20}{27}$$

$$= \frac{20}{30} \times \frac{108}{27} = 2/67$$

۱۸۹/۱ معادله واکنش هدف به صورت زیر است:



برای رسیدن به واکنش هدف، تغییرات زیر را بر روی واکنش‌های کمکی اعمال می‌کنیم:

✓ واکنش (III) را به همان صورت می‌نویسیم.

✓ واکنش (I) را وارونه کرده و ضرایب آن را در عدد ۶ ضرب می‌کنیم.

✓ ضرایب واکنش (II) را در عدد ۳ ضرب می‌کنیم.

سپس این سه واکنش را با هم جمع می‌کنیم:

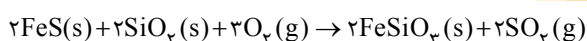
$$\Delta H(\text{هدف}) = \Delta H_{\text{III}} - 6\Delta H_{\text{I}} + 3\Delta H_{\text{II}}$$

$$= (-1077) - 6(-188) + 3(-572) = -1665 \text{ kJ}$$

$\Delta H$  به دست آمده مربوط به تولید ۳ مول گاز است که حجم آن در شرایط STP معادل ۶۷/۲ L است. در صورتی که حجم گازهای تولید شده ۸/۴ L باشد، مقدار گرمای آزاد شده برابر است با:

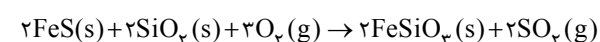
$$? \text{ kJ} = 8/4 \text{ L gas} \times \frac{1665 \text{ kJ}}{67/2 \text{ L gas}} = 208/125 \text{ kJ}$$

۹۰/۳ معادله موازنه‌شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



ابتدا شمار مول‌های گاز اکسیژن لازم را از روی جرم آهن (II) سولفید به دست می‌آوریم:

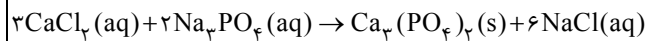
$$\frac{70/4 \text{ g FeS}}{2 \times 88} = \frac{x \text{ mol O}_2}{3} \Rightarrow x = 1/2 \text{ mol O}_2$$



$$t = 0: \quad \quad \quad 1/2 \quad \quad \quad 0$$

$$t^*: \quad \quad \quad 1/2 - 3a \quad \quad \quad 2a$$

$$\Rightarrow 22720 = \frac{(0/8 \times 35/5) \text{ g}}{1000 \text{ mL} \times d} \times 10^6 \Rightarrow d = 1/25 \text{ g.mL}^{-1}$$

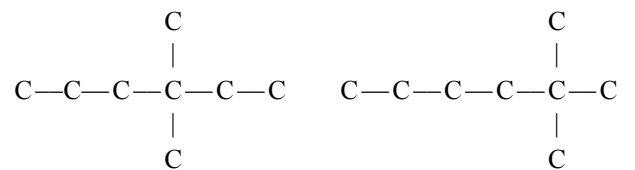


$$\frac{x \text{ L} \times 0/4 \frac{\text{mol}}{\text{L}}}{3} = \frac{4 \text{ L} \times 1/5 \frac{\text{mol}}{\text{L}}}{2} \Rightarrow x = 22/5 \text{ L}$$

از روی چگالی محلول، می‌توان جرم آن را به دست آورد:

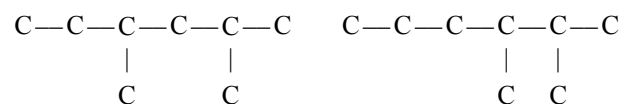
$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1/25 \text{ g.mL}^{-1} = \frac{m}{22500 \text{ mL}} \Rightarrow 28125 \text{ g}$$

۸۵/۲ فرمول ساختاری هر کدام از ساختارهای شاخه‌دار زیر با شرایط گفته شده در سؤال، به صورت  $\text{C}_8\text{H}_{18}$  است.



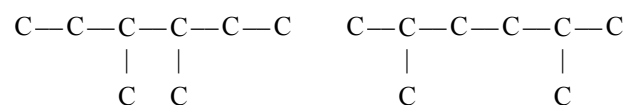
۳، ۳- دی‌متیل هگزان

۲، ۲- دی‌متیل هگزان



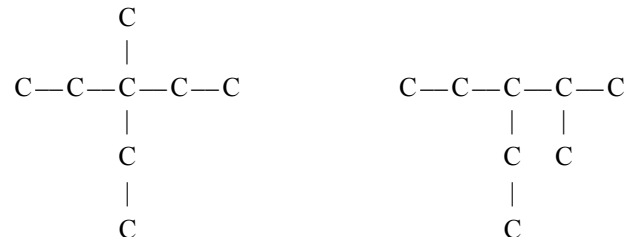
۲، ۴- دی‌متیل هگزان

۲، ۳- دی‌متیل هگزان



۳، ۴- دی‌متیل هگزان

۲، ۵- دی‌متیل هگزان

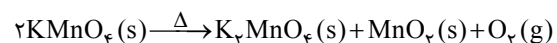


۳- اتیل - ۳- اتیل - ۳- متیل پنتان

۳- اتیل - ۲- متیل پنتان

به جز مورد اول که مجموع شماره شاخه‌های آن برابر با ۴ است، در بقیه ساختارها، مجموع شماره شاخه‌ها دستکم برابر با ۵ است.

۸۶/۳ معادله موازنه‌شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



مطابق داده‌های سؤال، مقدار ۶۳۲m گرم از پتاسیم پرمنگنات تجزیه شده و ۳۶۸m گرم از آن باقی می‌ماند.

$$\frac{0/632 \text{ mg KMnO}_4}{2 \times 158} = \frac{x \text{ g} [\text{K}_2\text{MnO}_4, \text{MnO}_2]}{1 \times (197 + 87)}$$

$$\Rightarrow x = 0/568 \text{ mg جامد}$$

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$0/568 \text{ m} + 0/368 \text{ m} = 655/2 \Rightarrow m = 700 \text{ g}$$



$$pH_a = 4/1 + \frac{1}{4} \log 8 = 4/1 + \frac{1}{4} (\log 2^3) = 4/1 + 0/45 = 4/55$$

$$pH_b = 3/5 + \frac{1}{4} \log 5 = 3/5 + \frac{1}{4} (\log \frac{1}{4})$$

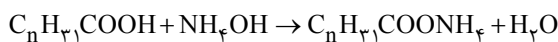
$$= 3/5 + \frac{1}{4} (\log 10 - \log 2) = 3/5 + \frac{1}{4} (1 - 0/3)$$

$$= 3/5 + 0/35 = 3/85$$

$$pH_a - pH_b = 4/55 - 3/85 = 0/7$$

فرمول اسید چرب A را به صورت  $C_n H_{31} COOH$  در نظر می‌گیریم.

معادله موازنه‌شده واکنش تولید صابون مایع از این اسید به صورت زیر است:



مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{\text{جرم مولی صابون}}{\text{جرم مولی آب}} = 16/5 \Rightarrow \frac{\text{جرم مولی صابون}}{18 \text{ g.mol}^{-1}} = 16/5$$

$$\Rightarrow \text{جرم مولی صابون} = 297 \text{ g.mol}^{-1}$$

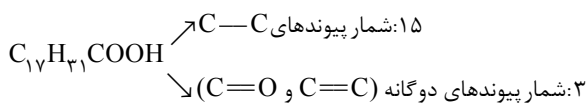
$$12(n) + 31 + 12 + 2(16) + 14 + 4 = 297 \Rightarrow n = 17$$

بنابراین فرمول اسید چرب A به صورت  $C_{17} H_{31} COOH$  است.

در صورتی‌که زنجیر هیدروکربنی با ۱۷ اتم کربن سیرشده باشد، شمار اتم‌های هیدروژن آن برابر خواهد بود با:

$$2(17) + 1 = 35$$

با مقایسه دو عدد ۳۵ و ۳۱ می‌توان دریافت که زنجیر هیدروکربنی در اسید چرب A شامل ۲ پیوند دوگانه  $C=C$  است.



تفاوت دو عدد ۱۵ و ۳ برابر با ۱۲ است.

در صورتی‌که یک مول  $C_{18} H_{33} O_2$  به طور کامل بسوزد، ۱۸ مول  $CO_2$  و ۱۶ مول  $H_2 O$  تولید می‌شود.

$$1080 \text{ g} = (18 \times 44) + (16 \times 18)$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$\text{جرم مولی } CO_2 \quad \text{جرم مولی } H_2 O$$

ابتدا شمار مول‌های  $H^+$  موجود در شیره معده را به دست می‌آوریم:

$$pH = 1/4 \Rightarrow [H^+] = 10^{-1/4} = 10^{-0/6-2} = (10^{-3})^2 \times 10^{-2}$$

$$= 2^2 \times 10^{-2} = 4 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$? \text{ mol } H^+ = 3L \times 4 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{L} = 0/12 \text{ mol } H^+$$

هر مول جوش شیرین ( $NaHCO_3$ ) و هر مول آلومینیم

هیدروکسید ( $Al(OH)_3$ ) به ترتیب یک و سه مول  $H^+$  را خنثی می‌کنند.

از طرفی هر مول جوش شیرین شامل یک مول کاتیون و یک مول آنیون و هر

مول آلومینیم هیدروکسید نیز شامل یک مول کاتیون و سه مول آنیون است.

بنابراین اگر شمار مول‌های جوش شیرین و آلومینیم هیدروکسید را به ترتیب با a و b نشان می‌دهیم می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} a + 3b = 0/12 \text{ (I)} \\ \frac{a + 3b}{a + b} = 1/5 \text{ (II)} \end{cases}$$

از حل هم‌زمان معادله‌های (I) و (II) مقادیر a و b به دست می‌آید:

$$a = 0/06 \text{ mol } NaHCO_3$$

$$b = 0/02 \text{ mol } Al(OH)_3$$

$$SO_2 \text{ درصد جرمی} = \frac{2a}{(1/2 - 3a) + 2a} \times 100 \Rightarrow 66/7 = \frac{2a}{1/2 - a} \times 100$$

$$\Rightarrow a = 0/3$$

$$t^* \text{ مقدار اکسیژن مصرفی تا } t^* = 3a = 3(0/3) = 0/9 \text{ mol}$$

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{3}{4} \bar{R}_{FeS} = \frac{3}{4} (0/2) = 0/3 \text{ mol.min}^{-1}$$

$$\bar{R}_{O_2} = 0/3 = \frac{0/9}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 3 \text{ min} \equiv 180 \text{ s}$$

$$\Delta t = t^* - t \Rightarrow 180 = t^* - 0 \Rightarrow t^* = 180 \text{ s}$$

پلی‌اتن‌های a و b به ترتیب پلی‌اتن بدون شاخه (سنگین) و

پلی‌اتن شاخه‌دار (سبک) هستند.

### بررسی گزینه‌ها:

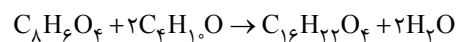
(۱) چگالی هر دو نوع پلی‌اتن، کم‌تر از چگالی آب است.

(۲) نیروی جاذبه بین مولکولی در پلیمرها از نوع وان‌دروالسی بوده که ضعیف‌تر از پیوند یونی است.

(۳) استحکام، نقطه ذوب و جرم مولی میانگین پلی‌اتن سنگین، بیش‌تر از پلی‌اتن سبک است.

(۴) برای ساخت بطری شیر که کدر و مات است، پلی‌اتن بدون شاخه، مناسب‌تر از پلی‌اتن شاخه‌دار است.

معادله موازنه‌شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



[۱- بوتانول] [ترفتالیک اسید]

از آن‌جا که ترفتالیک اسید یک دی‌اسید و ۱- بوتانول، یک الکل تک‌عاملی است، پس هر مول از اسید با ۲ مول الکل واکنش می‌دهد.

$$\frac{\text{جرم استر}}{\text{جرم آب}} = \frac{16(12) + 22(1) + 4(16)}{2(18)} = \frac{278}{36} = 7/72$$

$$= \frac{16(4) + 22(1) + 4(2)}{2} = \frac{47}{2} = 23/5$$

هر اتم اکسیژن دارای دو جفت الکترون ناپیوندی بوده و در نتیجه هر مولکول از این استر شامل ۸ جفت الکترون ناپیوندی است.

$$\frac{47}{8} = 5/875$$

بنابراین نسبت مورد نظر برابر است با:

فرمول مولکولی آسپرین به صورت  $C_9 H_8 O_4$  است.

$$pH = 2/92 \Rightarrow [H^+] = 10^{-2/92} = 10^{-0/48 + 0/3 + 0/3-4}$$

$$= 3 \times 2 \times 2 \times 10^{-4} = 12 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]} \Rightarrow 4 \times 10^{-4} = \frac{(12 \times 10^{-4})^2}{M - (12 \times 10^{-4})}$$

$$\Rightarrow M = 48 \times 10^{-4} \frac{\text{mol}}{L}$$

$$? g C_9 H_8 O_4 = 1L \text{ محلول} \times \frac{48 \times 10^{-4} \text{ mol}}{1L \text{ محلول}} \times \frac{180 \text{ g}}{1 \text{ mol}}$$

$$= 0/864 g C_9 H_8 O_4$$

اگر حجم محلول یک اسید ضعیف با اضافه کردن آب خالص، n

برابر شود، pH آن به اندازه  $\frac{1}{n} \log n$  افزایش می‌یابد.



ب) در مولکول دواتمی  $\text{BrCl}$ ، احتمال حضور جفت الکترون های پیوندی پیرامون اتم کوچک تر یعنی  $\text{Cl}$  بیش تر است، زیرا خاصیت نافلزی کلر بیش تر از برم است.

پ) عدد اکسایش اتم مرکزی (C) در کربونیل سولفید (SCO) برابر ۴+ و در کلروفرم ( $\text{CHCl}_3$ ) برابر با ۲+ است.

ت) سومین عضو خانواده آلکان ها و نخستین عضو خانواده اتراها به ترتیب پروپان ( $\text{C}_3\text{H}_8$ ) و دی متیل اتر ( $\text{CH}_3\text{OCH}_3$ ) هستند.

دی متیل اتر به دلیل قطبی بودن مولکول ها، نیروهای جاذبه قوی تری میان آن ها برقرار شده و آسان تر مایع می شود.

### ۱۰۲ پرسش عبارت های نادرست:

آ) نسبت عدد کوئوردیناسیون کاتیون به عدد کوئوردیناسیون آنیون در  $\text{CaF}_2$  و  $\text{NaCl}$  به ترتیب برابر با ۲ و ۱ است.

ت) هر ترکیب یونی دوتایی را می توان فراورده واکنش یک فلز با یک نافلز دانست.

### ۱۰۳ پرسش عبارت های نادرست:

آ) پلیمر PET، نوعی پلی استر بوده و نام علمی آن، پلی اتیلن ترفتالات است. پ) در واکنش پلیمری شدن PET از مونومرهای سازنده آن، عدد اکسایش هیچ کدام از اتم های کربن تغییر نمی کند.

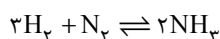
### ۱۰۴ پرسش عبارت های نادرست:

$$? \text{mol H}_2 = 18 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{2 \text{ g}} = 9 \text{ mol H}_2$$

$$? \text{mol N}_2 = 70 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{28 \text{ g}} = 2.5 \text{ mol N}_2$$

مطابق معادله واکنش گازی:  $\text{N}_2 + 3\text{H}_2 \rightleftharpoons 2\text{NH}_3$ ، به ازای مصرف ۳ مول گاز هیدروژن ( $3 \times 2 \text{ g H}_2$ )، یک مول گاز نیتروژن ( $1 \times 28 \text{ g}$ ) نیز مصرف شده و جرم واکنش دهنده ها به میزان  $6 + 28 = 34 \text{ g}$  کاهش می یابد. اکنون از یک تناسب ساده استفاده می کنیم:

$$\left[ \begin{array}{cc} \text{مول نیتروژن مصرفی} & \text{کاهش جرم واکنش دهنده ها (g)} \\ 1 & 34 \\ x & (180 + 700) - 200 \end{array} \right] \Rightarrow x = 20 \text{ mol N}_2$$



$$\begin{array}{ccc} \text{مول اولیه} & 90 & 25 & 0 \\ \text{مول تعادلی} & 90 - 3x & 25 - x & 2x \end{array}$$

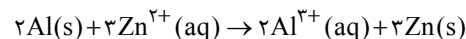
$$K = \frac{[\text{NH}_3]^2}{[\text{H}_2]^3 [\text{N}_2]} = \frac{\left(\frac{2x}{4}\right)^2}{\left(\frac{90-3x}{4}\right)^3 \left(\frac{25-x}{4}\right)} = \frac{100}{(7/5)^3 \times 1/25} \approx 0.19$$

### ۱۰۵ پرسش عبارت های نادرست:

گاز متان ( $\text{CH}_4$ ) سازنده اصلی گاز طبیعی است که در میدان های نفتی به فراوانی یافت می شود. در این میدان ها برای افزایش ایمنی، بخش قابل توجهی از آن را می سوزانند.

$$= 6/6 \text{ g} = [(6 \times 84) + (2 \times 78)] \times 10^{-2} = \text{جرم ضداسید}$$

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



به ازای مصرف دو مول آلومینیم ( $2 \times 27 \text{ g Al}$ )، ۶ مول الکترون مبادله شده و ۳ مول روی ( $3 \times 65 \text{ g Zn}$ ) تولید می شود. در نتیجه تفاوت جرم تیغه های برابر خواهد بود با:

$$(+195) - (-54) = 249 \text{ g}$$

مصرف تولید

اکنون از تناسب زیر استفاده می کنیم:

$$\left[ \begin{array}{cc} \text{شمار الکترون های مبادله شده} & \text{تفاوت جرم تیغه ها (g)} \\ 6 \times 6 / 0.2 \times 10^{-2} & 249 \\ x & 4/98 \end{array} \right]$$

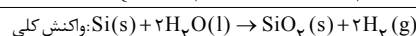
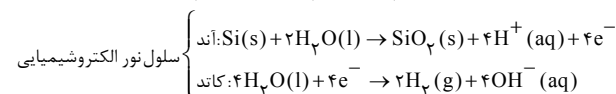
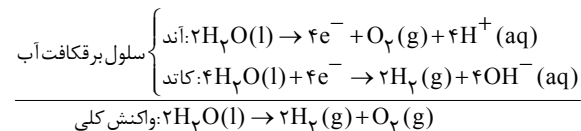
$$\Rightarrow x = 7/224 \times 10^{-2} \text{ e}^-$$

### ۹۸ پرسش عبارت های نادرست:

سلول برقکافت آب همانند سلول نورالکتروشیمیایی مورد نظر برای تولید گاز هیدروژن مناسب هستند، با این تفاوت که سلول برقکافت آب برخلاف

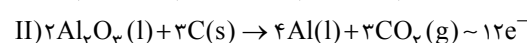
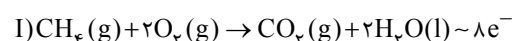
سلول نورالکتروشیمیایی یک سلول الکترولیتی است و  $E^\circ$  آن منفی است.

معادله نیم واکنش های آندی و کاتدی هر دو سلول به صورت زیر است:

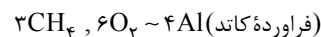


در آند هر دو سلول، به دلیل تولید  $\text{H}^+$ ، محیط اسیدی شده و pH کاهش می یابد.

### ۹۹ پرسش عبارت های نادرست:



اگر دو طرف معادله (I) را در عدد ۳ ضرب کنیم، مطابق فرض سؤال، شمار الکترون های مبادله شده در سلول سوختی متان - اکسیژن، دو برابر شمار الکترون های مبادله شده در سلول هال خواهد بود:



$$\frac{x \text{ L gas}}{(3+6) \times 22/4} = \frac{3/6 \text{ mol Al}}{4} \Rightarrow x = 181/44 \text{ L gas}$$

به ازای مبادله ۲۴ مول الکترون در واکنش (I) و ۱۲ مول الکترون در واکنش (II)، هر کدام از واکنش ها، ۳ مول گاز  $\text{CO}_2$  تولید می شود.

### ۱۰۰ پرسش عبارت های نادرست:

آ) الماس، سیلیسیم و سیلیسیم کربید جزو جامدهای کووالانسی هستند و به

کار بردن «نیروهای بین مولکولی» برای این مواد نادرست است.

ت) سیلیسیم در طبیعت به حالت خالص یافت نمی شود.

### ۱۰۱ پرسش عبارت های نادرست:

آ) مولکول سه اتمی کربونیل سولفید (SCO) دارای شکل هندسی خطی بوده و در میدان الکتریکی جهت گیری می کند. در مولکول های خطی، هسته اتم های سازنده بر روی یک خط راست قرار دارند.

# گاج

## موفقیت با یک تیک!

مداد آزمون گاج



برای خرید آنلاین و اطلاع از آخرین عناوین منتشر شده به ما مراجعه کنید

**گاج مارکت**  
**gajmarket.com**  
فروشگاه آنلاین



# با گاجه مارکت زود، تند، خرید...

بزرگترین فروشگاه خرید آنلاین لوازم دانش آموزی

**gajmarket.com**