

آزمون آزمایشی خیلی سبز



پایه دوازدهم

آزمون جامع (مرحله بیستم)

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

۱۶/ مرداد/ ۱۴۰۵

دفترچه شماره یک

پایه

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	دوازدهم	یازدهم	دهم
حسابان و ریاضیات پایه	۱۸	۱	۱۸	۷۰ دقیقه	کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۴۴	کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۵۱	کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۱۷
هندسه	۱۲	۱۹	۳۰		کل کتاب صفحه ۹ تا ۸۶	کل کتاب صفحه ۹ تا ۷۵	کل کتاب صفحه ۹ تا ۹۶
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	۱۰	۳۱	۴۰		کل کتاب صفحه ۱ تا ۸۴	کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۳۱	فصل ۶ و ۷ صفحه ۱۱۸ تا ۱۷۰
مجموع	۴۰ سؤال			۷۰ دقیقه	—		

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس - گزینشگر
حسابان و ریاضیات پایه	طراحان: کاظم اجلائی - کوروش اسلامی - فرشاد حسن زاده - عادل حسینی بابک سادات - علی شهرابی - مصطفی کرمی - محمد گودرزی - میلاد منصوری سروش موئینی - حسین نادری - محمدسجاد نقیه کارشناسان علمی: علی افضل زاده - محمد گودرزی - سروش موئینی - مازیار احمدی ناو	محمدسجاد نقیه
هندسه	طراحان: امیرحسین ابومحبوب - سید محمد رضا حسینی فرد - محمد طاهر شعاعی حمید گلزاری - صبا مهدوی - سید محسن میراسلامی - حسین هاشمی طاهری کارشناس علمی: سید عباس حسینی	حمید گلزاری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	طراح: مصطفی دیداری کارشناسان علمی: سید عباس حسینی - سعید قندچی	مصطفی دیداری

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاچانیور

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

دفترچه سؤالات آزمون های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه ها، نوع صفحه آرای، فونت سؤالات، سبک کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و ...) در شبیه ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می شود.





۱- تابع f با ضابطه $f(x) = x^2 + 1$ مفروض است. اگر $g(x) = \begin{cases} f(x) & ; x < 1 \\ g(x-1) + f(x) & ; x \geq 1 \end{cases}$ باشد، حاصل $(f \circ g \circ f)(1)$ کدام است؟

۲۶ (۴)

۳۷ (۳)

۵۰ (۲)

۶۵ (۱)

۲- اگر $f(x) = x^3 + 3x + 1$ باشد، دامنه تابع g با ضابطه $g(x) = \sqrt{\frac{x^2 - x + 1}{f(f(x)) - f(x^3 - x^2 + 5)}}$ کدام است؟

 $\mathbb{R} - [-1, 4]$ (۴) $\mathbb{R} - [-4, 1]$ (۳) $(-1, 4)$ (۲) $(-4, 1)$ (۱)

۳- اگر $f^{-1}(x) = x + 3\sqrt{x}$ و $(f \circ g^{-1})(x) = x^3 + 1$ باشد، مقدار $g(4)$ کدام است؟

۱ (۴)

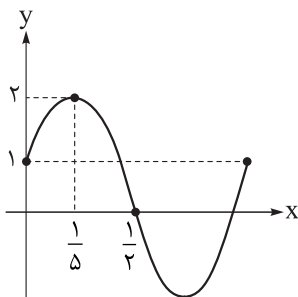
 $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۲)

صفر (۱)

۴- اگر $x + y = \frac{\pi}{4}$ و $\tan x = \frac{3}{4}$ باشد، حاصل $\cos(6x + 4y)$ کدام است؟

 $-\frac{24}{25}$ (۴) $\frac{24}{25}$ (۳) $-\frac{7}{25}$ (۲) $\frac{7}{25}$ (۱)

۵- بخشی از نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = a \sin(bx + c)\pi$ در شکل زیر رسم شده است. اگر $b > 0$ و $0 < c < \frac{1}{4}$ باشد، حاصل $\frac{ac}{b}$ کدام است؟

 $\frac{3}{5}$ (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴)

۶- مجموع جوابهای معادله $\tan^2 x - 2 \cot^2 x = 1$ در بازه $(-\pi, \pi)$ کدام است؟

صفر (۴)

 π (۳) 3π (۲) 4π (۱)

۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x\sqrt{x} - 9\sqrt[3]{x} + 7}{(\sqrt[3]{x} - 1)(\sqrt{x} - 1)}$ کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۱/۵ (۳)

۱۰/۵ (۲)

۱۰ (۱)

محل انجام محاسبات



۸- اگر $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{[x] + a[-x]}{x-3} = +\infty$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای $[10a]$ کدام است؟ $([])$ ، نماد جزء صحیح است.

۱۷ (۴)

۱۵ (۳)

۱۳ (۲)

۱۱ (۱)

۹- تابع f روی $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است. اگر $g(x) = \frac{af(x) + 3x^2 + 15}{x^2 + 5}$ و $h(x) = \frac{f(x)}{x^2 + 5}$ باشد، کدام عبارت همواره درست است؟

$$g'(x) = af'(x) \quad (۲)$$

$$g'(x) = h'(x) \quad (۱)$$

$$h'(x) = ag'(x) + 3 \quad (۴)$$

$$g'(x) = ah'(x) \quad (۳)$$

۱۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^3 + ax + b & ; x < 1 \\ x^2 + 4x + 1 & ; x \geq 1 \end{cases}$ در $x = 1$ مشتق پذیر است. حاصل $f(0)$ کدام است؟

صفر (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

۱۱- تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{1+|x|}{1-x|x|}$ ، چند نقطه بحرانی دارد؟ آزمون وی ای پی

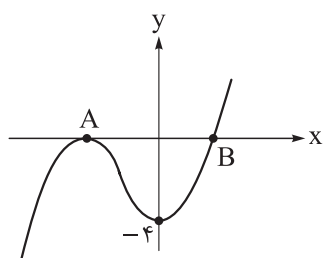
۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۲- نمودار مربوط به تابع f با ضابطه $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ در شکل زیر رسم شده است. طول نقطه B کدام است؟

 $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{2}{3}$ (۲)

۱ (۳)

 $\frac{4}{3}$ (۴)

۱۳- دنباله‌های a_n و $b_n = 4n + 1$ مفروض‌اند، به طوری که $a_{n+1} - a_n = b_n$ است. اگر $a_{79} = 779$ باشد، a_7 کدام است؟

-۱۱ (۴)

۱۱ (۳)

۵ (۲)

-۵ (۱)

۱۴- اگر $A = \sqrt[5]{9\sqrt{3}} \times 12^{-1/5}$ و $B = \sqrt[5]{4\sqrt{16}} \times (\frac{1}{4})^{-\frac{4}{3}}$ باشد، حاصل $\frac{(1+A^{-1})^{\frac{1}{2}}}{(2B)^{-\frac{1}{3}}}$ کدام است؟

۲۰ (۴)

۱۵ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

محل انجام محاسبات



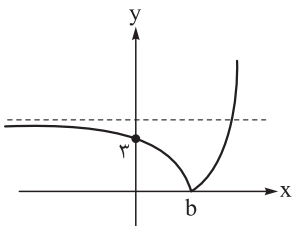
۱۵- اگر α و β جواب‌های معادله $x^2 - 3x - 1 = 0$ باشند، حاصل عبارت $\frac{\alpha^2 + 36\beta + 1}{3\beta^3 + 1}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $1/1$ (۳) ۳ (۴) $3/0$

۱۶- مجموعه جواب‌های معادله $|x+1| - |x-1| = mx$ شامل عدد غیر صفر نیز هست. مجموع مقادیر مختلف برای $[m]$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۷- نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = |2^x + a|$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار b کدام است؟



- (۱) ۱ (۲) $3/2$ (۳) ۲ (۴) $5/2$

۱۸- اگر $x = \alpha$ جواب معادله $\log_7(x^2 - 3x) + \log_7(x - 2) = 3$ باشد، حاصل $\log_{\sqrt{7}} \alpha$ کدام است؟

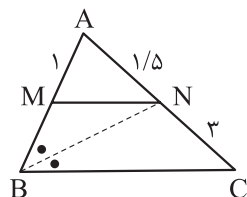
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵



۱۹- عمود منصف‌های اضلاع مثلث ABC در نقطه O درون این مثلث هم‌رس‌اند به طوری که $\hat{B}OC = 110^\circ$. اگر ارتفاع‌های این مثلث در نقطه H هم‌رس باشند، آن‌گاه اندازه زاویه BHC چند درجه است؟

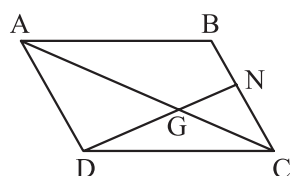
- (۱) ۱۱۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۱۵ (۴) ۱۲۵

۲۰- در شکل روبه‌رو BN نیمساز زاویه B است. محیط دوزنقه $BMNC$ کدام است؟



- (۱) ۱۸
(۲) ۱۷
(۳) ۱۳
(۴) ۱۲

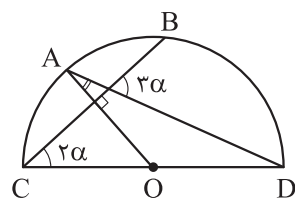
۲۱- در متوازی‌الاضلاع شکل زیر، به اضلاع ۸ و ۳ نقطه N وسط ضلع BC است. اگر یکی از زاویه‌های متوازی‌الاضلاع، پنج برابر زاویه دیگر آن باشد، مساحت مثلث GDC ، کدام است؟



- (۱) $1/5$
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۲۲- از برش یک استوانه به شعاع قاعده ۵ و ارتفاع ۳ یک مستطیل با مساحت ۱۸ به وجود آمده است. فاصله صفحه برش از محور استوانه کدام است؟

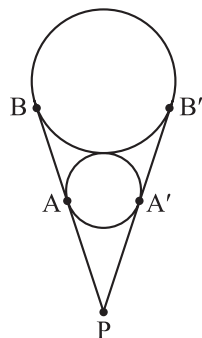
- (۱) ۶ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۴



۲۳- در شکل روبه‌رو، O وسط قطر نیم‌دایره است. زاویه A ، چند درجه است؟

- (۱) $22/5$
(۲) ۱۵
(۳) ۱۸
(۴) $13/5$

۲۴- مطابق شکل، مماس مشترک‌های خارجی دو دایره مماس خارج، در نقطه P متقاطع‌اند، اگر $PA = AB = 4$ ، آن‌گاه مساحت دایره کوچک‌تر کدام است؟



- (۱) $1/44\pi$
(۲) 2π
(۳) $2/56\pi$
(۴) 4π

۲۵- در مثلث قائم الزاویه ABC به اضلاع $AB = 3$ و $AC = 4$ ، پاره خط AH ، ارتفاع وارد بر وتر است. خط گذرنده از AH را با بردار $\overrightarrow{kBC}$ انتقال می دهیم. اگر خط حاصل، مساحت مثلث ABC را به نسبت ۱ به ۳ تقسیم کند، عدد مثبت k کدام است؟

(۱) $3/0$ (۲) $2/0$ (۳) $25/0$ (۴) $24/0$

۲۶- در مثلث ABC ، طول میانه وارد بر ضلع a واسطه هندسی بین اضلاع به طول b و c است. حاصل $|\frac{a}{b-c}|$ کدام برابر است؟

(۱) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۲۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ، آن گاه $A^2 = aA + bI$. حاصل $a - b$ کدام است؟

(۱) -۵ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) -۴

۲۸- با فرض $\cos \theta \neq 0$ ، اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \tan \theta \\ \tan \theta & 2 \\ \cos \theta & \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 4|A| & 8|A| \\ 2|A| & 3|A| \end{bmatrix}$ ، آن گاه دترمینان ماتریس BA^{-1} کدام است؟

(۱) ۶۸ (۲) ۵۷۴ (۳) ۲۷۲ (۴) ۱۳۶

۲۹- در یک سهمی، اگر از دو سر وتری که در کانون بر محور سهمی عمود است، دو عمود بر خط هادی آن وارد کنیم، چهارضلعی حاصل، مستطیلی به قطر $4\sqrt{5}$ خواهد بود. کم ترین مقدار مجموع فواصل نقطه ای روی خط هادی سهمی از دو سر این وتر کدام است؟

(۱) $5\sqrt{3}$ (۲) $3\sqrt{5}$ (۳) ۸ (۴) $8\sqrt{2}$

۳۰- سه بردار $\vec{a} = (1, 1, 1)$ و $\vec{b} = (2, 2, 1)$ در یک صفحه قرار ندارند و $\vec{h} = (-1, m, n)$ بردار ارتفاع متوازی السطوح حاصل از این سه بردار است که بر $\vec{c}$ عمود است. اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c} = -1$ باشد، اندازه بردار $\vec{a}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۲ (۴) $\sqrt{6}$

۳۱- گزاره $p \vee q \Rightarrow r \sim$ هم‌ارز کدام گزاره است؟

(۱) $(\sim r \Rightarrow p) \wedge (\sim r \Rightarrow q)$ (۲) $(\sim r \Rightarrow p) \wedge (\sim r \Rightarrow \sim q)$

(۳) $(r \Rightarrow \sim p) \vee (r \Rightarrow q)$ (۴) $(\sim r \Rightarrow p) \vee (r \Rightarrow q)$

۳۲- برای ۳ مجموعه A ، B و C رابطه‌های $A \cup C = B \cap C$ و $A \cap C = B \cup C'$ درست است. کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست است؟

(۱) $C = \emptyset$ (۲) $A = B = C$ (۳) $A = \emptyset$ (۴) $A - B = U$

۳۳- به ۱۶ داده آماری با واریانس ۴۰، دو داده جدید با اختلاف ۱۴ واحد اضافه می‌کنیم. اگر میانگین داده‌های جدید تغییر نکند، واریانس داده‌های جدید کدام است؟

(۱) ۴۰ (۲) ۴۰/۵ (۳) ۴۱ (۴) ۴۱/۵

۳۴- امیر و بابک عضو تیم ده‌نفره والیبال مدرسه‌اند. در این تیم قد هیچ دو نفری برابر نیست. اگر بدانیم امیر از بابک بلندتر است، احتمال این‌که امیر از نظر بلندی قد، نفر نهم باشد، چه قدر است؟

(۱) $\frac{1}{45}$ (۲) $\frac{1}{50}$ (۳) $\frac{2}{81}$ (۴) $\frac{1}{100}$

۳۵- سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. اگر «رو» بیاید، ۲ سکه پرتاب کرده و اگر «پشت» بیاید، ۳ سکه را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال همه سکه‌ها مثل هم ظاهر نشده‌اند؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{13}{16}$ (۳) $\frac{5}{12}$ (۴) $\frac{11}{16}$

۳۶- به ازای برخی مقادیر طبیعی n ، معادله سیاله $52(x+1) + 143y = 23n - 7$ دارای جواب است. مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد دورقمی n ، کدام است؟

(۱) ۱۵ (۲) ۱۴ (۳) ۱۳ (۴) ۱۲

۳۷- حاصل ضرب درجه‌های رأس‌های گراف G با کم‌ترین مرتبه ممکن برابر ۱۰۸ است. عدد احاطه‌گری گراف $\bar{G}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۸- تعداد جواب‌های صحیح نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \sqrt{2x_3 + 2x_4 + 2x_5} = 3$ کدام است؟

(۱) ۱۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶

۳۹- چند تابع $f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 4\}$ می‌توان تعریف کرد به طوری که مجموع مقادیر تابع، عددی زوج باشد؟

(۱) ۲۳ (۲) ۲۴ (۳) ۴۱ (۴) ۴۰

۴۰- حداقل چند عدد از مجموعه $\{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 14, 16, 17, 19, 20, 21\}$ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم مجموع حداقل دو عدد از آن‌ها بر ۳ بخش‌پذیر است؟ آزمون وی ای پی

(۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

پاسخ‌نامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحه
شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید
از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

آزمون آزمایشی خیلی سبز



پایه دوازدهم

آزمون جامع (مرحله بیستم)

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

۱۶/ مرداد/ ۱۴۰۵

دفترچه شماره دو

پایه

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	دوازدهم	یازدهم	دهم
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۵۶	کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۳۰	کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۴۹
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه	کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۲۳	کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۲۳	کل کتاب صفحه ۱ تا ۱۲۲
مجموع	۶۵ سؤال			۷۵ دقیقه		—	

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس - گزینشگر
فیزیک	طراحان: یاشار انگوتی - علیرضا جباری - هادی حمزه پور - رضا سبزمیدانی نوید شاهی کارشناسان علمی: علیرضا جباری - سعید محبی - هادی نجفی	رضا سبزمیدانی - نوید شاهی
شیمی	طراحان: فرشید ابراهیمی - سلیم بهرامی - پیمان خواجوی مجد - علی رفیعی محمد قهرمانی نژاد - سروش عبادی - هادی عبادی - یاسر عبداللهی محمد عظیمیان زواره - امیر قاسمی پور - امیرحسین مسلمی - محسن مجنونی مرتضی نصیرزاده کارشناسان علمی: یاشار ذریه - محمدمهدی کریمیان - مرتضی نصیرزاده	یاسر عبداللهی

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاچانپور

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

دفترچه سؤالات آزمون های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه ها، نوع صفحه آرای، فونت سؤالات، سبک کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و ...) در شبیه ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می شود.





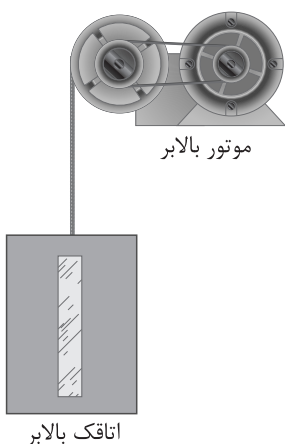
۴۱- در کدام گزینه، تمام یکاها، جزء یکاهای اصلی در SI هستند؟

- (۱) کلون، آمپر، مول
(۲) کلون، آمپر، گرم
(۳) درجه سلسیوس، کلون، کندلا (شمع)
(۴) درجه سلسیوس، گرم، مول

۴۲- دمای بدن یک انسان سالم تقریباً 37°C است. به ترتیب از راست به چپ، این دما بر حسب کلون و درجه فارنهایت کدام است؟

- (۱) $98/6, 310$ (۲) $88/6, 310$ (۳) $98/6, 300$ (۴) $88/6, 300$

۴۳- در شکل زیر، جرم اتاقک بالابری به همراه بار آن 600 kg است. اگر این بالابر توسط موتور آن در مدت 20 s از طبقه همکف به طبقه دوم در ارتفاع 6 m برده شود، توان خروجی متوسط موتور این بالابر چند کیلووات است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$ و کلیه نیروهای اتلافی را نادیده بگیرید.)



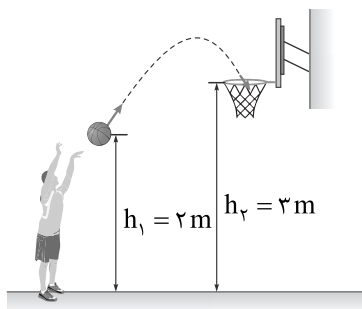
(۱) $1/8$

(۲) $3/6$

(۳) 18

(۴) 36

۴۴- در شکل زیر، ورزشکاری توپ بسکتبال به جرم 475 g را با تندی 7 m/s به طرف سبد پرتاب می‌کند. اگر تندی توپ هنگام رسیدن به دهانه سبد، 5 m/s باشد، در این حرکت، کار کل انجام‌شده روی توپ برابر چند ژول است؟



(۱) $41/8$

(۲) $-41/8$

(۳) $5/7$

(۴) $-5/7$

۴۵- در کدام فرایند ترمودینامیکی، بدون مبادله گرما، انرژی درونی دستگاه افزایش می‌یابد؟ آزمون وی ای پی

- (۱) انبساط هم‌دما (۲) تراکم هم‌دما (۳) انبساط بی‌دررو (۴) تراکم بی‌دررو

محل انجام محاسبات



۴۶- در یک تشت موج، موج تشکیل شده در سطح آب از قسمت عمیق وارد قسمت کم عمق می شود. به ترتیب، طول موج و بسامد این موج چگونه تغییر می کند؟

- (۱) افزایش می یابد، کاهش می یابد.
(۲) افزایش می یابد، تغییر نمی کند.
(۳) کاهش می یابد، کاهش می یابد.
(۴) کاهش می یابد، تغییر نمی کند.

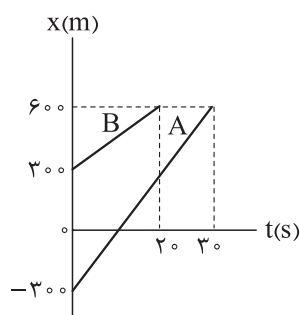
۴۷- طول موج یک موج الکترومغناطیسی برابر 310 nm است. انرژی هر یک از فوتون های مربوط به این موج چند ژول است؟
($hc = 1240 \text{ eV.nm}$ و $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

- (۱) 4×10^{-18}
(۲) $6/4$
(۳) 4×10^{-18}
(۴) $6/4 \times 10^{-19}$

۴۸- کدام یک از موارد زیر درست است؟

- (الف) در هسته های پایدار سنگین، تعداد پروتون های هسته از تعداد نوترون های آن بیشتر است.
(ب) جرم هسته از مجموع جرم نوکلئون های تشکیل دهنده آن بیشتر است.
(پ) با گسیل پوزیترون از یک هسته ناپایدار، تعداد نوترون های هسته یک واحد افزایش می یابد.
(ت) اغلب هسته ها پس از واپاشی آلفا یا بتا، در حالت برانگیخته قرار می گیرند و با گسیل پرتو گاما به حالت پایه می رسند.
- (۱) الف و ب (۲) ب و پ (۳) پ و ت (۴) الف و ت

۴۹- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می کنند، به شکل زیر است. در لحظه ای که جهت بردار مکان متحرک A تغییر می کند، فاصله دو متحرک چند متر است؟



- (۱) ۳۲۵
(۲) ۳۵۰
(۳) ۴۲۵
(۴) ۴۵۰

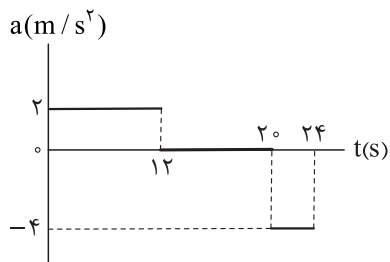
۵۰- معادله مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، در SI به صورت $x = t^2 - 4t + 9$ است. اندازه سرعت متوسط متحرک در ۳ ثانیه اول، چند برابر اندازه سرعت متوسط متحرک در ۴ ثانیه دوم است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{12}$

محل انجام محاسبات



۵۱- نمودار شتاب - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر سرعت اولیه متحرک $\vec{i}(-8 \text{ m/s})$ باشد، تندی متوسط آن در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 24 \text{ s}$ چند متر بر ثانیه است؟



$$\frac{13}{3} \quad (1)$$

$$5 \quad (2)$$

$$\frac{26}{3} \quad (3)$$

$$10 \quad (4)$$

۵۲- در شرایط خلأ، دو گلوله به فاصله زمانی ۱ s از نقطه‌ای به ارتفاع h رها می‌شوند. اگر بیشترین فاصله بین آن‌ها در طول حرکت به ۴۵ m برسد، ارتفاع h چند متر است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

$$145 \quad (4)$$

$$125 \quad (3)$$

$$110 \quad (2)$$

$$80 \quad (1)$$

۵۳- جسمی روی کف آسانسوری قرار دارد. وقتی آسانسور با شتاب رو به بالای 2 m/s^2 به سمت پایین می‌رود، نیرویی که از طرف جسم بر کف آسانسور وارد می‌شود، F_1 است و وقتی با شتاب رو به پایین 2 m/s^2 به سمت بالا می‌رود، نیروی وارد بر کف آسانسور از طرف جسم، F_2 است. F_2 چند برابر F_1 است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

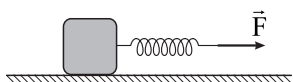
$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{5}{4} \quad (2)$$

$$\frac{4}{5} \quad (1)$$

۵۴- در شکل زیر، جسمی به جرم 8 kg روی سطح افقی تحت تأثیر نیروی افقی $\vec{F}$ در حال حرکت است. اگر با افزایش نیروی $\vec{F}$ ، طول فنر از 25 cm به 30 cm برسد و اندازه شتاب جسم از $1/5 \text{ m/s}^2$ به 3 m/s^2 برسد، ثابت فنر در SI برابر کدام است؟ (ضریب اصطکاک جنبشی در تمام مسیر یکسان است.)



$$120 \quad (2)$$

$$60 \quad (1)$$

$$480 \quad (4)$$

$$240 \quad (3)$$

۵۵- معادله تکانه - زمان جسمی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $p = t^2 - 10t + 15$ است. نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در بازه زمانی $t_1 = 2 \text{ s}$ تا $t_2 = 6 \text{ s}$ برحسب نیوتون کدام است؟

$$-2/5 \vec{i} \quad (4)$$

$$2/5 \vec{i} \quad (3)$$

$$-2 \vec{i} \quad (2)$$

$$2 \vec{i} \quad (1)$$

۵۶- دو ماهواره A و B روی دو مدار دایره‌ای شکل به دور زمین در حال گردش هستند. اگر دوره ماهواره A، ۸ برابر دوره ماهواره B باشد، تندی ماهواره A چند برابر تندی ماهواره B است؟

$$4 \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

محل انجام محاسبات



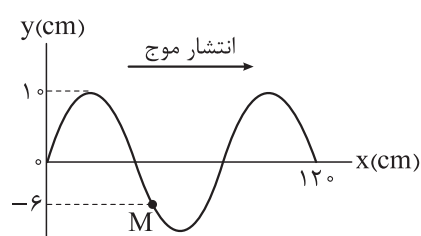
۵۷- معادله مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، در SI به صورت $x = 0.08 \cos(\Delta \pi t)$ است. شتاب جسم در لحظه $t = 0.45 \text{ s}$ بر حسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟ ($\pi^2 = 10$)

- (۱) $1.0 \vec{i}$ (۲) $-1.0 \vec{i}$ (۳) $1.0 \sqrt{2} \vec{i}$ (۴) $-1.0 \sqrt{2} \vec{i}$

۵۸- جسم متصل به فنر سبکی با ثابت 400 N/m روی سطح افقی بدون اصطکاکی نوسان می کند. اگر کمینه و بیشینه طول فنر در یک دوره تناوب به ترتیب 30 cm و 40 cm باشد، بیشینه انرژی جنبشی جسم چند ژول است؟

- (۱) $0/2$ (۲) $0/5$ (۳) 2 (۴) 5

۵۹- تصویر موج عرضی منتشرشده در طنابی در مبدأ زمان به شکل زیر است. اگر تندی انتشار موج 20 m/s باشد، اندازه سرعت متوسط نقطه M از طناب در 0.2 ثانیه اول چند متر بر ثانیه است؟

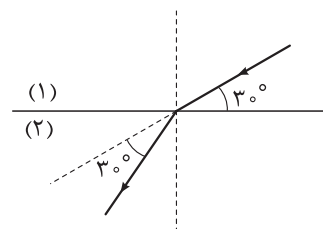


- (۱) 6
(۲) 10
(۳) $0/6$
(۴) 1

۶۰- اگر فاصله شنونده ای از یک چشمه صوت نصف شود، تراز شدت صوت دریافتی شنونده چند دسی بل تغییر می کند؟ ($\log 2 = 0/3$) و چشمه، صوت را به طور یکنواخت در تمام جهت ها منتشر می کند.

- (۱) $0/3$ (۲) $0/6$ (۳) 3 (۴) 6

۶۱- مسیر پرتو نوری که از محیط (۱) وارد محیط (۲) شده، به شکل زیر است. ضریب شکست محیط (۱) چند برابر ضریب شکست محیط (۲) است؟



$$\sqrt{3} \quad (2)$$

$$2 \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

۶۲- در آزمایش فوتوالکتریک، تابع کار فلز به کاررفته برابر 5 eV است. اگر طول موج نور تابیده به سطح این فلز، 20 درصد کمتر از طول موج آستانه آن باشد، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترن های گسیل شده از سطح فلز برابر چند الکترون ولت است؟

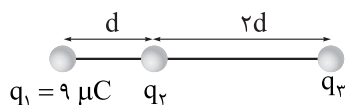
- (۱) 1 (۲) $1/25$ (۳) 2 (۴) $2/5$

محل انجام محاسبات

۶۳- اتم هیدروژن، از اولین حالت برانگیخته به سومین حالت برانگیخته منتقل می‌شود. در این انتقال، انرژی الکترون چند ریدبرگ و چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) $\frac{8}{9}$ ، افزایش می‌یابد. (۲) $\frac{8}{9}$ ، کاهش می‌یابد. (۳) $\frac{3}{16}$ ، افزایش می‌یابد. (۴) $\frac{3}{16}$ ، کاهش می‌یابد.

۶۴- در شکل زیر، نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر یک از بارهای الکتریکی نقطه‌ای، برابر صفر است. مجموع دو بار q_2 و q_3 چند میکروکولن است؟



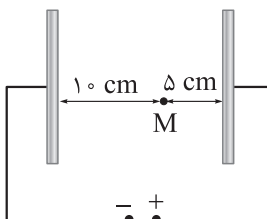
(۲) ۴۰

(۱) ۳۲

(۴) -۴۰

(۳) -۳۲

۶۵- در شکل زیر، دو صفحه رسانای موازی به اختلاف پتانسیل الکتریکی معینی وصل هستند. اگر ذره‌ای به جرم 6 g و بار الکتریکی $q = -10 \mu\text{C}$ را در نقطه M رها کنیم، ذره با تندی 1 m/s به یکی از صفحه‌ها برخورد می‌کند. اختلاف پتانسیل الکتریکی دو صفحه چند ولت است؟ (از اثر وزن ذره چشم‌پوشی کنید).



(۱) ۹۰

(۲) ۱۸۰

(۳) ۹

(۴) ۱۸

۶۶- خازنی به ظرفیت $6 \mu\text{F}$ به یک باتری 15 V متصل است. اگر فاصله بین صفحات خازن را ۲۵ درصد کاهش دهیم، بار الکتریکی خازن چند میکروکولن تغییر می‌کند؟

(۴) ۱۲۰

(۳) ۹۰

(۲) ۶۰

(۱) ۳۰

۶۷- سیمی به طول 2 m و جرم 36 mg از ماده‌ای به چگالی 9 g/cm^3 ساخته شده است. اگر مقاومت ویژه این سیم $0.6 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ باشد، مقاومت الکتریکی آن چند اهم است؟

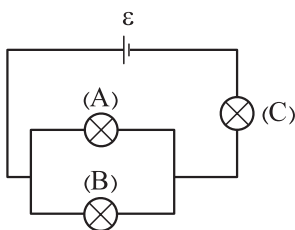
(۴) ۲۰

(۳) ۲

(۲) ۶۰

(۱) ۶

۶۸- در مدار شکل زیر، سه لامپ A، B و C، مشابه و باتری آرمانی است. توان خروجی باتری، چند برابر توان مصرفی لامپ A است؟



(۱) ۶

(۲) ۳

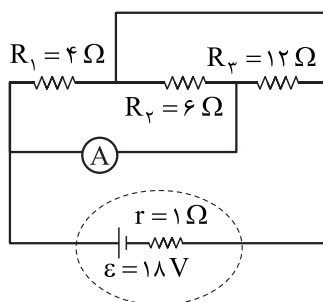
(۳) ۲

(۴) ۱/۵

محل انجام محاسبات



۶۹- در مدار شکل زیر، آمپرسنج آرمانی چند آمپر را نشان می‌دهد؟



۱ (۱)

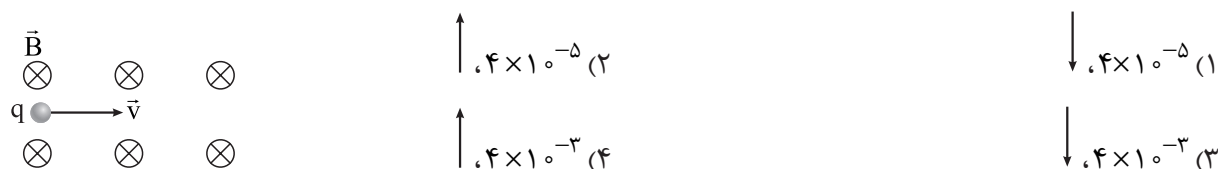
۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۷۰- در شکل زیر، ذره باردار $q = -5 \mu C$ با تندی $v = 200 \text{ m/s}$ در میدان مغناطیسی یکنواخت و درون سوی $B = 400 \text{ G}$

پرتاب می‌شود. نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره چند نیوتون و در کدام جهت است؟ آزمون وی ای پی



۷۱- در شکل زیر، از دو سیم بلند و موازی، جریان‌های الکتریکی هم‌اندازه و غیرهم‌جهت I می‌گذرد. اگر بدون تغییر اندازه

جریان‌ها، جهت جریان یکی از سیم‌ها تغییر کند، جهت میدان مغناطیسی خالص در نقطه M چند درجه تغییر می‌کند؟



۷۲- یک حلقه دایره‌ای شکل رسانا به شعاع 10 cm در یک میدان مغناطیسی قرار دارد و خطوط میدان مغناطیسی،

عمود بر سطح حلقه است. اگر نمودار تغییرات این میدان مغناطیسی بر حسب زمان، به شکل زیر باشد، اندازه نیروی

محركة القایی متوسط در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 5 \text{ s}$ چند میلی‌ولت است؟ ($\pi = 3$)



۱۵ (۱)

۳۰ (۲)

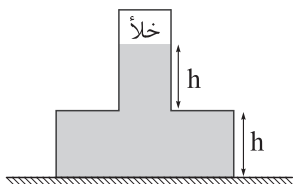
۱/۵ (۳)

۳ (۴)

محل انجام محاسبات



۷۳- در شکل زیر، در یک ظرف که از دو بخش استوانه‌ای تشکیل شده، مقداری مایع ریخته شده است. اگر مساحت سطح آزاد مایع نصف مساحت قاعده ظرف باشد، اندازه نیرویی که از طرف مایع به کف ظرف وارد می‌شود، چند برابر وزن مایع است؟



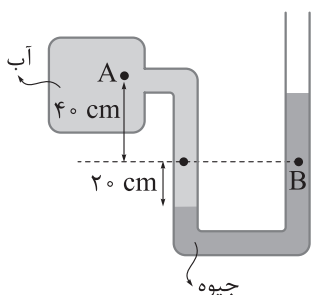
$$۲ (۲)$$

$$\frac{۴}{۳} (۴)$$

$$۱ (۱)$$

$$\frac{۲}{۳} (۳)$$

۷۴- در شکل زیر، اختلاف فشار دو نقطه A و B چند کیلوپاسکال است؟ ($\rho_{\text{آب}} = ۱ \text{ g/cm}^3$ ، $\rho_{\text{جیوه}} = ۱۳/۶ \text{ g/cm}^3$ و $g = ۱۰ \text{ N/kg}$)



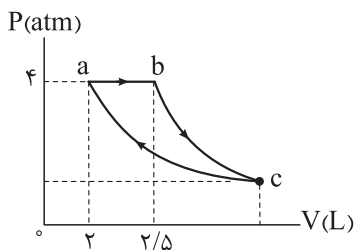
$$۵۴/۴ (۱)$$

$$۳۳/۲ (۲)$$

$$۲۱/۲ (۳)$$

$$۴۱/۴ (۴)$$

۷۵- مقدار معینی گاز کامل، چرخه‌ای شامل سه فرایند هم‌فشار، بی‌دررو و هم‌دما را به شکل زیر طی می‌کند. اگر در فرایند بی‌دررو، اندازه کاری که گاز انجام می‌دهد، برابر ۳۰۰ J باشد، در فرایند ab، اندازه گرمای مبادله‌شده بین گاز و محیط چند ژول است؟



$$۱۰۰ (۱)$$

$$۲۰۰ (۲)$$

$$۵۰۰ (۳)$$

$$۶۰۰ (۴)$$

۷۶- کدام مورد درست است؟

- (۱) انرژی الکترون‌ها در اتم با افزایش فاصله از هسته افزایش می‌یابد.
 (۲) اتم‌های برانگیخته، ناپایدار و کم‌انرژی‌اند و تمایل دارند با از دست دادن انرژی به حالت پایه برگردند.
 (۳) انرژی لایه‌های الکترونی پیرامون هسته هر اتم، ویژه همان اتم و به مجموع شمار پروتون و نوترون آن وابسته است.
 (۴) میزان انرژی لازم برای برانگیخته شدن الکترون در اتم، بیشتر از انرژی پرتو نشرشده حاصل از بازگشت آن الکترون به حالت اولیه است.

۷۷- ضمن تبدیل شدن کدام اتم به یون پایدار خود، شمار لایه‌های الکترونی اشغال شده، ثابت می‌ماند؟

- (۱) ${}_{11}A$ (۲) ${}_{13}B$ (۳) ${}_{17}X$ (۴) ${}_{21}D$

۷۸- طبق قواعد آیوپاک، در نام کدام ترکیب، واژه «دی کلرید» وجود دارد؟

- (۱) $MgCl_2$ (۲) Cl_2O_5 (۳) SCl_2 (۴) $Ba(ClO_3)_2$

۷۹- در اتم عنصر واسطه X از دوره چهارم جدول تناوبی، شمار الکترون‌ها در زیرلایه $3d$ ، ۵ برابر شمار الکترون‌ها در زیرلایه $4s$ است. کدام مورد به یقین درست است؟

- (۱) نسبت شمار الکترون‌ها با $l=2$ به $l=0$ در اتم X برابر ۵ است.

- (۲) آرایش الکترونی اتم X از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند.

- (۳) در اتم X ، حداقل ۷ زیرلایه از الکترون پر شده‌اند.

- (۴) عدد اتمی عنصر X ، عددی زوج است.

۸۰- اگر در $15/6$ گرم از ترکیب یونی M_2SO_4 ، $6/02 \times 10^{22}$ کاتیون وجود داشته باشد، فلز M کدام است؟

($O = 16, S = 32 : g.mol^{-1}$)

- (۱) ${}^{23}Na$ (۲) ${}^{39}K$ (۳) ${}^{64}Cu$ (۴) ${}^{108}Ag$

۸۱- کدام مورد درست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)

- (۱) در شرایطی که چگالی گاز اکسیژن، $1/6 g.L^{-1}$ است، چگالی گاز پروپین، $3 g.L^{-1}$ می‌باشد.

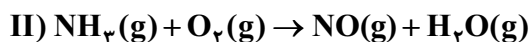
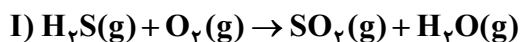
- (۲) رنگ زرد شعله در سوختن گاز متان، نشان‌دهنده این است که اتم یکی از فراورده‌ها به آرایش گاز نجیب نرسیده است.

- (۳) در شرایط استاندارد (STP)، $22/4$ لیتر از گازهای مختلف، جرم برابری دارند.

- (۴) در واکنش تبدیل کربن دی‌اکسید به مواد معدنی در نیروگاه‌ها، یک اکسید اسیدی با یک اکسید بازی واکنش می‌دهد.



۸۲- با توجه به واکنش‌های زیر، کدام موارد درست است؟ (معادله واکنش‌ها موازنه شود).



الف) تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در این دو واکنش برابر ۱۰ است.

ب) یکی از فراورده‌های واکنش (II)، در چرخه اوزون تروپوسفری نقش دارد.

ج) در صورت مصرف جرم یکسانی از گاز اکسیژن در هر دو واکنش، جرم آب تولیدشده در واکنش (I) بیشتر خواهد بود.

د) هرگاه در هر دو واکنش، مقدار مول یکسانی از H_2S و NH_3 مصرف شود، حجم گازهای SO_2 و NO تولیدشده

در شرایط STP با هم متفاوت خواهد بود.

(۲) الف و ب

(۱) الف و ج

(۴) ج و د

(۳) الف، ب و د

۸۳- پس از تهیه «گاز کلر، فلز سدیم، سود سوزآور و گاز هیدروژن»، نمک خوراکی در کدام مورد، کاربرد بیشتری دارد؟

(۲) مصارف خانگی

(۱) پلاستیک و صنعت نفت

(۴) ذوب کردن یخ در جاده‌ها

(۳) تولید سدیم کربنات

۸۴- با توجه به مواد داخل کادر، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

($\text{Br} = ۸۰, \text{Cl} = ۳۵/۵, \text{S} = ۳۲, \text{F} = ۱۹, \text{N} = ۱۴, \text{H} = ۱: \text{g.mol}^{-1}$)



الف) بیش از ۵۰ درصد مواد، مولکول‌هایی با گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر دارند.

ب) حالت فیزیکی چهار ماده در دمای اتاق، گازی است.

ج) نقطه جوش موادی که بین مولکول‌های آن پیوند هیدروژنی وجود دارد، بالاتر از نقطه جوش دیگر مواد است.

د) ترتیب نقطه جوش مواد متناسب با ترتیب جرم مولی آنهاست.

(۴) ب و د

(۳) الف و ج

(۲) ج و د

(۱) الف و ب

۸۵- شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم عنصرهای A و B از دوره چهارم جدول تناوبی با هم برابر است. کدام مورد نادرست است؟

(۱) عدد اتمی هیچ‌یک از عنصرها نمی‌تواند اعداد ۱۹، ۲۰ و ۲۷ تا ۳۰ باشد.

(۲) اگر هر دو فلز باشند، فقط یکی از آنها با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب می‌رسد.

(۳) اگر یکی از آنها در دمای اتاق به حالت مایع باشد، اتم عنصر دیگر دارای یک زیرلایه نیمه‌پر است.

(۴) اگر A، فلز و B، نافلز باشد، مجموع $(n + 1)$ الکترون‌های ظرفیتی اتم آنها به یقین با هم برابر است.

محل انجام محاسبات



۸۶- در دو ظرف جداگانه، جرم یکسانی از پتاسیم نیترات در واکنش‌های زیر شرکت می‌کند:



(معادله واکنش‌ها موازنه نشده است.)

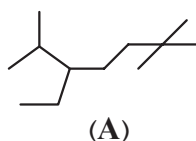


اگر اختلاف بازده درصدی دو واکنش، ۲۰ واحد و اختلاف جرم گاز نیتروژن تولیدی در آن‌ها، ۳۵ گرم باشد، جرم اولیه

پتاسیم نیترات چند گرم بوده است؟ ($\text{N} = 14, \text{KNO}_3 = 100 : \text{g.mol}^{-1}$)

۶۲۵ (۱) ۱۰۰۰ (۲) ۱۲۵۰ (۳) ۱۵۰۰ (۴)

۸۷- نام ترکیب A و ساختار پیوند - خط ترکیب B در کدام گزینه به درستی آورده شده است؟



(B)

- (۱) ۵ - اتیل - ۲،۲ - ۶ - تری‌متیل هپتان،
- (۲) ۵ - اتیل - ۲،۲ - ۶ - تری‌متیل هپتان،
- (۳) ۳ - اتیل - ۲،۲ - ۶ - تری‌متیل هپتان،
- (۴) ۳ - اتیل - ۲،۲ - ۶ - تری‌متیل هپتان،

۸۸- اگر افزودن چند قطره از هیدروکربنی با فرمول C_nH_{2n} به محلول حاوی برم، سبب بی‌رنگ شدن آن شود و در

این واکنش، به ازای مصرف ۴۸ گرم برم، ۷۳/۲ گرم فراورده تشکیل شود، کدام مورد زیر در ارتباط با این هیدروکربن

نادرست است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{Br} = 80 : \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) هیدروکربنی سیرنشده بوده که حالت فیزیکی و رنگ آن مشابه اتانول است.

(۲) هر واحد از فراورده واکنش این هیدروکربن با آب، دارای ۲۱ اتم است.

(۳) شمار پیوندهای اشتراکی در هر مولکول از آن، ۸/۱ شمار اتم‌های هیدروژن در آلکانی است که در سوخت فندک کاربرد دارد.

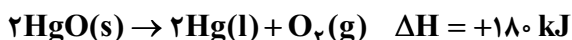
(۴) تفاوت شمار مول‌های گاز اکسیژن لازم برای سوختن کامل هر مول از آن و هر مول از نفتالن، برابر با ۲ است.

محل انجام محاسبات

۸۹- کدام مطلب درست است؟

- (۱) سرانه مصرف ماده غذایی، حداکثر مصرف آن ماده به ازای هر فرد در هر بازه زمانی تعریف می‌شود.
- (۲) اگر گرمای ویژه A دو برابر گرمای ویژه B باشد و به جرم برابر از آن‌ها در دمای θ_1 ، گرمای یکسانی بدهیم، مقدار θ_2 در جسم B دو برابر مقدار θ_1 در جسم A خواهد بود.
- (۳) واکنش تشکیل آمونیاک از گازهای N_2 و H_2 ، همانند تشکیل آمونیاک از گازهای N_2H_4 و H_2 ، گرماده است.
- (۴) گرمای ویژه آب در حالت‌های جامد، مایع و گاز برابر است، اما میزان حرکت مولکول‌های آب در حالت گاز بیشتر و در حالت جامد کم‌تر است.

۹۰- در شرایطی معین، m گرم HgO با خلوص ۶۲/۵ درصد مطابق واکنش زیر تجزیه می‌شود. اگر تفاوت جرم فراورده‌های تولیدشده برابر ۲۷/۶ گرم باشد، m و مقدار گرمای مبادله‌شده برحسب کیلوژول، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ($O = 16, Hg = 200 : g.mol^{-1}$)

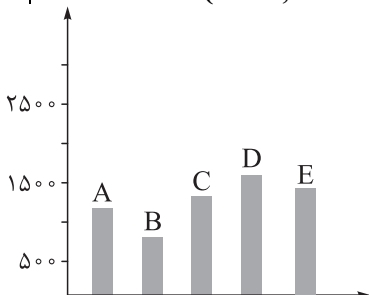


(۱) ۱۳/۵ - ۵۱/۸۴ (۲) ۱۳/۵ - ۵۶/۷۷ (۳) ۲۴/۰ - ۵۱/۸۴ (۴) ۲۴/۰ - ۵۶/۷۷

۹۱- در واکنش سوختن کامل ساده‌ترین عضو کدام خانواده از ترکیب‌های آلی، سرعت متوسط تولید فراورده‌ها با هم برابر است؟

(۱) الکل‌ها (۲) آلکان‌ها (۳) کتون‌ها (۴) اترها

۹۲- در نمودار زیر، قدرمطلق آنتالپی سوختن ترکیب‌های آلی (متان، اتین، اتانول، اتان، اتن) در دمای $25^\circ C$ نشان داده شده است. با توجه به آن، کدام مورد نادرست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$) $|\Delta H| : kJ.mol^{-1}$



(۱) برخلاف ترکیب‌های B، C و D، ترکیب‌های A و E با برم مایع واکنش می‌دهند.

(۲) در شرایط مناسب ترکیب‌های D و C را می‌توان از ترکیب E تهیه کرد.

(۳) درصد جرمی کربن در ترکیب B، دو برابر درصد جرمی کربن در متانول است.

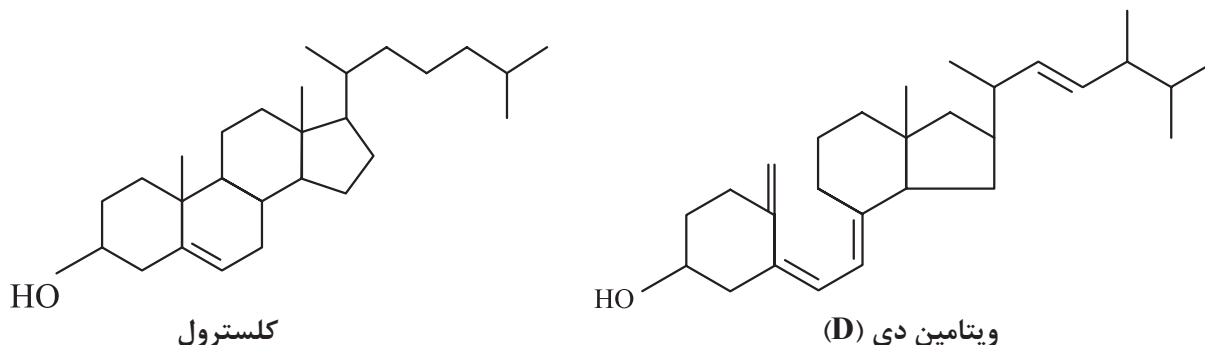
(۴) مقایسه ارزش سوختی این ترکیب‌ها برعکس مقایسه جرم مولی آن‌ها است.

۹۳- کدام مورد در ارتباط با نوعی پلی‌اتن که توصیف آن در زیر آمده است، درست است؟

- «در ساختار آن برخی از اتم‌های کربن به ۲ اتم کربن دیگر و برخی از آن‌ها به ۱ یا ۳ اتم کربن دیگر متصل هستند.»
- (۱) کدر بوده و در ساخت لوله‌های آب کاربرد ویژه‌ای دارد.
- (۲) برخلاف نوع دیگر پلی‌اتن، در واکنش با هیدروژن دچار افزایش جرم می‌شود.
- (۳) اگر آن را به درون ظرف آبی وارد کنیم، مانند پلی‌اتن دیگر بر روی آب شناور می‌ماند.
- (۴) مانند نوع دیگر پلی‌اتن، هرگاه گاز اتان را در فشار بالا گرما بدهیم، این پلیمر به دست می‌آید.



۹۴- با توجه به ساختارهای کلسترول ویتامین دی (D)، کدام موارد زیر درست است؟



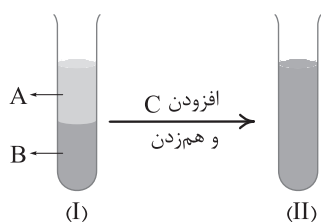
(الف) هر دو ترکیب را می‌توان الکل سیرنشده و غیرآروماتیک در نظر گرفت.

(ب) تفاوت جرم مولی کلسترول و ویتامین دی، با جرم مولی گروه CH_3 برابر است.

(ج) شمار پیوندهای $\text{C}-\text{H}$ در ساختار ویتامین دی، دو برابر شمار پیوندهای $\text{C}-\text{C}$ در ساختار کلسترول است.

(د) در مولکول ویتامین دی، ۵ اتم کربن با عدد اکسایش صفر وجود دارد.

(۱) الف و د (۲) ب و ج (۳) الف و ب (۴) ج و د



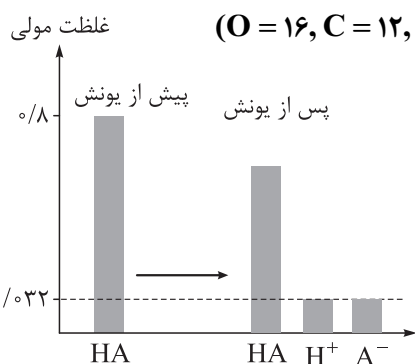
۹۵- با توجه به شکل روبه‌رو، کدام گزینه درست است؟

(۱) شکل (II) مخلوطی ناپایدار و به ظاهر همگن است.

(۲) A، B و C به ترتیب می‌تواند آب، روغن و صابون باشد.

(۳) مولکول‌های سازنده A همانند مولکول‌های سازنده B، قطبی است.

(۴) شکل (II) نور را پخش کرده و شامل توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت است.



۹۶- با توجه به نمودار داده‌شده، کدام موارد درست است؟ ($\text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)

(الف) اگر HA استیک اسید باشد، جرم آنیون استات در ۴۰۰ میلی‌لیتر از

محلول آن، به تقریب برابر ۷۵۵ میلی‌گرم است.

(ب) pH محلول از pH محلول ۰/۰۰۶ مولار هیدروکلریک اسید بیشتر است.

(ج) رسانایی الکتریکی محلول از رسانایی الکتریکی محلول ۰/۰۱۶ مولار

آمونیم سولفات در آب، بیشتر است.

(د) اگر در دمای ثابت، غلظت اولیه محلول به ۰/۲ مولار برسد، درجه

یونش اسید HA به ۰/۰۶ می‌رسد.

(۱) الف و ج (۲) ب، ج و د (۳) الف، ج و د (۴) ب و د

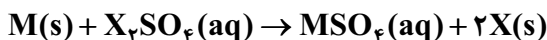
۹۷- برای آن که pH نیم‌لیتر از محلولی حاوی نیتریک اسید از ۲/۳ به ۱۲/۳ برسد، چند میلی‌گرم پتاس سوزآور باید

به آن بیفزاییم؟ (از تغییر حجم صرف‌نظر شود). ($\text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{K} = 39: \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) ۳۵۰ (۲) ۴۲۰ (۳) ۵۶۰ (۴) ۷۰۰

محل انجام محاسبات

۹۸- تیغه‌ای از جنس فلز M درون محلول سولفات فلز X قرار می‌گیرد. اگر پس از مدتی، جرم تیغه افزایش یابد، کدام مورد درست است؟ (فرض کنید همه اتم‌های X تولیدشده روی تیغه رسوب می‌کند.)



(۱) قدرت اکسندگی $M^{2+}(aq)$ از قدرت اکسندگی $X^+(aq)$ بیشتر است.

(۲) جرم مولی X به یقین بیشتر از جرم مولی M است.

(۳) اگر فلز X با محلول هیدروکلریک اسید ۱ مولار واکنش دهد، E° نیم‌سلول M^{2+}/M به یقین منفی است.

(۴) در سلول گالوانی حاصل از الکترودهای M و X، کاتیون‌ها با عبور از دیواره متخلخل به سمت نیم‌سلول M می‌روند.

۹۹- کدام مورد نادرست است؟

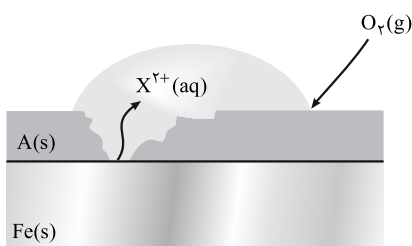
(۱) از آن‌جا که E° و چگالی لیتیم از سایر فلزها کم‌تر است، فلزی مناسب برای ذخیره انرژی الکتریکی محسوب می‌شود.

(۲) نیم‌واکنش اکسایش در سلول سوختی متان - اکسیژن به صورت $CH_4 + 2H_2O \rightarrow CO_2 + 8H^+ + 8e^-$ است.

(۳) در برقکافت آب، حجم گاز آزادشده در آند بیشتر از کاتد است و کاغذ pH در اطراف آند به رنگ سرخ درمی‌آید.

(۴) بر اثر برقکافت پتاسیم برمید مذاب، در اطراف قطب مثبت سلول، برم تولید می‌شود.

۱۰۰- اگر شکل زیر مربوط به ورقه حلبی خراش‌دیده در هوای مرطوب باشد، A و X^{2+} به ترتیب از راست به چپ، کدام‌اند؟



(۱) Sn^{2+}, Sn

(۲) Zn^{2+}, Zn

(۳) Fe^{2+}, Sn

(۴) Fe^{2+}, Zn

۱۰۱- کدام موارد زیر درباره سیلیس (A)، سیلیسیم (B) و کربن دی‌اکسید (X)، درست است؟

(الف) در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی مولکول X همانند مولکول اکسیژن دی‌فلوئورید، به اتم مرکزی بار جزئی

مثبت نسبت داده می‌شود.

(ب) A در حالت خالص، ماده‌ای نامحلول در آب است که در ساخت منشور و عدسی کاربرد دارد.

(ج) ماسه از جمله نمونه‌های ناخالص و کوارتز از جمله نمونه‌های خالص B محسوب می‌شود.

(د) در صنعت از واکنش A با کربن در دمای بالا، ماده B در حالت مذاب و ماده X در حالت گاز تولید می‌شود.

(۱) ب، ج (۲) الف، د (۳) ج، د (۴) الف، ب

۱۰۲- اگر آنتالپی فروپاشی شبکه بلور پتاسیم برمید و منیزیم فلئورید به ترتیب برابر ۶۹۰ و ۲۹۹۰ کیلوژول بر مول

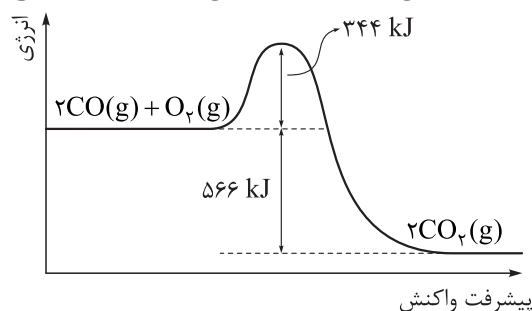
باشد، با انرژی لازم برای فروپاشی ۹۳ گرم منیزیم فلئورید و تبدیل آن به یون‌های گازی، چند گرم پتاسیم برمید را

می‌توان به یون‌های $K^+(g)$ و $Br^-(g)$ تبدیل کرد؟ ($F = 19, Mg = 24, K = 39, Br = 80 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۷۳۷ / ۵ (۲) ۷۷۳ / ۵ (۳) ۶۱۷ / ۵ (۴) ۶۷۱ / ۵

محل انجام محاسبات

۱۰۳- با توجه به نمودار زیر اگر با استفاده از کاتالیزگر، انرژی فعال سازی واکنش ۷۵ درصد کاهش یابد، فاصله سطح انرژی فراورده ها تا قله نمودار به تقریب چند درصد کاهش می یابد؟



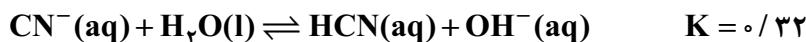
۷۲ (۱)

۲۸ (۲)

۴۶ (۳)

۵۴ (۴)

۱۰۴- با توجه به تعادل داده شده، اگر غلظت تعادلی هیدروسیانیک اسید و یون هیدروکسید به ترتیب برابر ۰/۱۶ و ۰/۰۸ باشد، کدام مورد درست است؟



(۱) غلظت تعادلی یون سیانید، دو برابر هیدروسیانیک اسید است.

(۲) با افزودن مقداری سود به تعادل و جابه جایی تعادل، [HCN] و [OH⁻] در تعادل جدید نسبت به تعادل اولیه، کم تر خواهد بود.

(۳) با افزودن مقداری HCl به تعادل، [CN⁻] در تعادل جدید، بیشتر از ۰/۰۴ مولار خواهد بود.

(۴) اگر با افزایش دما و افزایش مقدار HCN، تعادل در یک جهت یکسان جابه جا شود، این تعادل گرماده است.

۱۰۵- کدام مورد، نادرست است؟ آزمون وی ای پی

(۱) آلکن ها در شرایط مناسب به طور غیرمستقیم می توانند به آمین تبدیل شوند.

(۲) در واکنش تبدیل پارازیلن به ترفتالیک اسید در حضور پتاسیم پرمنگنات، هر مولکول کاهنده، ۶ درجه اکسایش می یابد.

(۳) در واکنش تبدیل اتن به اتیلن گلیکول در حضور پتاسیم پرمنگنات، عدد اکسایش اتم های کربن منفی باقی می ماند.

(۴) در مرحله دوم روش تولید غیرمستقیم متانول از متان، دما بالا بوده و حضور کاتالیزگر الزامی است.

پاسخ نامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش آموزان گرامی؛

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می توانید از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام رسان ها با ما به اشتراک بگذارید.

محل انجام محاسبات



آزمون‌های تشریحی خیلی سبز



۵ مرحله در طول سال

شبیه‌سازی کامل امتحان نهایی

- منطبق بر بارم‌بندی آموزش و پرورش
- تشابه کامل فرم برگه سوال، پاسخ‌برگ، کلید، پاسخنامه و حتی فونت سوال‌ها با امتحان نهایی
- پوشش همه مطالب و انواع سوالات
- ارائه یک یا دو تست عینا مشابه امتحان نهایی
- هم‌سطح با دشواری سوالات امتحان نهایی



پاسخنامه‌های خیلی تشریحی

- ارائه پاسخ کامل و مرحله به مرحله
- محتوای یاددهنده شامل درسنامه
- ارائه نکات کلیدی هر سوال

تصحیح کاملا مکانیزه

- تصحیح کاملا حرفه‌ای توسط دو مصحح
- تصحیح سوم در صورت اختلاف نظر دو مصحح قبل
- تصحیح به صورت بررسی یک سوال برای گروهی از دانش‌آموزان
- امکان کامنت‌گذاری مصحح در فرایند تصحیح
- امکان درخواست تصحیح مجدد در پنل ثبت اعتراض

کارنامه‌های بسیار کاربردی

- کارنامه تحلیلی و مقایسه‌ای
- نمره به تفکیک سوال
- کارنامه مبحثی

پاسخ نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز



آزمون جامع (مرحله بیستم)

پایه دوازدهم

۱۶/ مرداد/ ۱۴۰۵

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان و ریاضیات پایه	کاظم اجلالی - کوروش اسلامی - فرشاد حسن زاده - عادل حسینی - بابک سادات - علی شهرابی - مصطفی کرمی محمد گودرزی - میلاد منصوری - سروش موئینی - حسین نادری - محمدسجاد نقیه
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - سید محمدرضا حسینی فرد - محمدرضا شعاعی - حمید گلزاری - حسین هاشمی طاهری سید محسن میراسلامی - صبا مهدوی
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	مصطفی دیداری
فیزیک	یاشار انگوتی - علیرضا جباری - هادی حمزه پور - رضا سبزمیدانی - نوید شاهی
شیمی	فرشید ابراهیمی - سلیم بهرامی - پیمان خواجهی مجد - علی رفیعی - محمد قهرمانی نژاد - سروش عبادی - هادی عبادی یاسر عبداللهی - محمد عظیمیان زواره - امیر قاسمی پور - امیرحسین مسلمی - محسن مجتونی - مرتضی نصیرزاده

نام درس	مستقل درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان و ریاضیات پایه	محمدسجاد نقیه	محمدسجاد نقیه	عادل حسینی	علی افضل زاده محمد گودرزی سروش موئینی مازیار احمدی ناو	منصور زرکش اصفهانی سید محمدمهدی حسینی سهند محمدکریم نژاد
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	حمید گلزاری	سید عباس حسینی	محمد خندان ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	سید عباس حسینی سعید قندچی	منصور زرکش اصفهانی ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	علیرضا جباری مریم گلی حسنلو علیرضا جعفری آثار	علیرضا جباری سعید محبی هادی نجفی	آیدین طهماسقلی زاده امیر محمودی انزلی فاطمه نجفی محمدرضا یاری سعید محبی
شیمی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	یاشار ذریه محمدمهدی کریمیان مرتضی نصیرزاده	هادی عبادی مهدیس محبت پناه محمد نوروزی مال

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاچانپور

ویژه کنکوری های ۱۴۰۵



آزمون آزمائشی خیلی سبز

بیتا ابراهیمی - علیرضا جعفری - عادل حسینی - مینا کریمزاده

تیم اجرایی و تألیف آزمون

سرپرست تولید	الناز علی یاریزاده
ویراستاران فنی	نیلوفر اعتمادی - نیوشا پیمان - زهرا صفری الهه صفری - فاطمه علی اکبری - محیا غنی فرد نادره نازآوری - ساعده نمازی
رسام	ندا فخاری سارا گنجی آزادپور
صفحه آرایی	صدف امام - مریم حسینزاده سپیده سخائی - الهام سهرابی - طاهره صادق نژاد مائده صبری - نیلوفر فرخجسته - فاطمه قیاسوند مهدیه گل پور - دریا لطفی





ریاضیات

۱ تابع f با ضابطه $f(x) = x^2 + 1$ مفروض است. اگر $g(x) = \begin{cases} f(x) & ; x < 1 \\ g(x-1) + f(x) & ; x \geq 1 \end{cases}$ باشد، حاصل $(f \circ g \circ f)(1)$ کدام است؟

۲۶ (۴)

۳۷ (۳)

۵۰ (۲)

۶۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

Hint فقط کافیست مرحله به مرحله جای گذاری کنی.

گام اول: ابتدا، به مقدار $f(1)$ نیاز داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$f(1) = 1^2 + 1 = 2$$

$$\Rightarrow (f \circ g \circ f)(1) = f(g(2))$$

گام دوم: حالا $g(2)$ را حساب می‌کنیم:

$$\xrightarrow{x=2} g(2) = g(1) + f(2)$$

$$\begin{cases} g(1) = g(0) + f(1) \\ f(2) = 2^2 + 1 = 5 \end{cases} \xrightarrow{g(0)=f(0)=1} g(1) = 1 + 2 = 3$$

$$\Rightarrow g(2) = 8$$

گام سوم: در انتها داریم:

$$(f \circ g \circ f)(1) = f(8) = 65$$

۲ اگر $f(x) = x^3 + 3x + 1$ باشد، دامنه تابع g با ضابطه $g(x) = \sqrt{\frac{x^2 - x + 1}{f(f(x)) - f(x^3 - x^2 + 5)}}$ کدام است؟

(۱) $(-4, 1)$ همواره مثبت است. (۲) $(-1, 4)$

(۳) $\mathbb{R} - [-4, 1]$ (۴) $\mathbb{R} - [-1, 4]$

پاسخ: گزینه ۳

تابع f اکیداً صعودیه.

درس: Box

کاربرد یکنوایی در حل نامعادلات: فرض کنید تابع f اکیداً یکنواست و قصد داریم نامعادله $f(g(x)) \geq f(h(x))$ را حل کنیم. در این صورت داریم:

$$f \text{ اکیداً صعودی است.} \rightarrow g(x) \geq h(x)$$

$$f \text{ اکیداً نزولی است.} \rightarrow g(x) \leq h(x)$$

فرض کنید تابع f روی بازه $[a, b]$ پیوسته و روی بازه (a, b) مشتق پذیر باشد؛ اگر به ازای هر x از بازه (a, b) ، $f'(x) > 0$ باشد، تابع f اکیداً صعودی و اگر $f'(x) < 0$ باشد تابع f اکیداً نزولی است.

در حالت خاص، تابع f با ضابطه $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ اکیداً یکنواست، اگر $b^2 \leq 3ac$ باشد. در این صورت اگر $a > 0$ باشد، تابع اکیداً صعودی و اگر $a < 0$ باشد، اکیداً نزولی است.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: براساس نکته گفته شده، تابع f روی $\mathbb{R}$ اکیداً صعودی است.

گام دوم: مشخص است که برای محاسبه دامنه تابع g ، باید عبارت زیر رادیکال نامنفی باشد، اما از آنجا که عبارت $x^2 - x + 1$ همواره مثبت است، دامنه تابع g مجموعه جوابهای نامعادله زیر است:

$$f(f(x)) > f(x^3 - x^2 + 5)$$

حالا چون تابع f اکیداً صعودی است، داریم:

$$f(x) > x^3 - x^2 + 5$$

گام سوم: حالا نامعادله بالا را حل می کنیم:

$$x^3 + 3x + 1 > x^3 - x^2 + 5 \Rightarrow x^2 + 3x - 4 = (x + 4)(x - 1) > 0$$

$$\xrightarrow{\text{خارج ریشهها}} x < -4 \text{ یا } x > 1$$

بنابراین $D_g = \mathbb{R} - [-4, 1]$ است.

۳ اگر $f^{-1}(x) = x + \sqrt[3]{x}$ و $(f \circ g^{-1})(x) = x^3 + 1$ باشد، مقدار $g(4)$ کدام است؟

۱ (۴)

 $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۲)

(۱) صفر

پاسخ: گزینه ۱

درس Box

ویژگی مهم وارون تابع: اگر تابع f از نقطه (α, β) عبور کند، نمودار تابع f^{-1} از نقطه (β, α) عبور می‌کند:

$$f(\alpha) = \beta \Leftrightarrow f^{-1}(\beta) = \alpha$$

به دست آوردن ضابطه تابع وارون تابع f :

(۱) در معادله $y = f(x)$ ، x را برحسب y به دست می‌آوریم.

(۲) جای x ها و y را عوض می‌کنیم، در این صورت ضابطه به دست آمده $y = f^{-1}(x)$ است.

(۳) برد تابع f را به دست می‌آوریم:

$$D_{f^{-1}} = R_f$$

اگر توابع f ، g و $f \circ g$ هر سه وارون پذیر باشند، داریم:

$$(f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$$



پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: از نکته استفاده می‌کنیم:

$$(f \circ g)^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1} \Rightarrow (g \circ f^{-1})(x) = \sqrt[3]{x-1}$$

دقت کنید که وارون تابع h با ضابطه $h(x) = x^3 + 1$ را به صورت زیر به دست آورده‌ایم:

$$y = h(x) = x^3 + 1 \Rightarrow x^3 = y - 1 \Rightarrow x = \sqrt[3]{y-1} \xrightarrow{\text{تعويض جای } x \text{ و } y} h^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1}$$

گام دوم: با توجه به تساوی $g(f^{-1}(x)) = \sqrt[3]{x-1}$ ، برای محاسبه $g(4)$ لازم است $f^{-1}(x)$ را مساوی ۴ قرار دهیم:

$$f^{-1}(x) = 4 \Rightarrow x + \sqrt[3]{x} = 4$$

$$\Rightarrow x + \sqrt[3]{x} - 4 = (\sqrt{x} + 4)(\sqrt{x} - 1) = 0 \xrightarrow{\sqrt{x} > 0} \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1$$

گام سوم: با جای‌گذاری $x = 1$ در ضابطه تابع $g \circ f^{-1}$ داریم:

$$g(f^{-1}(1)) = g(4) = \sqrt[3]{1-1} = 0$$



ریاضیات

۴ اگر $x + y = \frac{\pi}{4}$ و $\tan x = \frac{3}{4}$ باشد، حاصل $\cos(6x + 4y)$ کدام است؟

$$-\frac{24}{25} \quad (4)$$

$$\frac{24}{25} \quad (3)$$

$$-\frac{7}{25} \quad (2)$$

$$\frac{7}{25} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

اتحادهای مثلثاتی دو برابر کمان:

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \Rightarrow \cos 2\theta = \begin{cases} 1 - 2 \sin^2 \theta \\ 2 \cos^2 \theta - 1 \end{cases}$$

نسبت‌های $\sin 2\theta$ و $\cos 2\theta$ را می‌توان برحسب $\tan \theta$ نیز نوشت:

$$\sin 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta}$$

$$\cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$$

یادآوری:

$$\cos(\pi + \theta) = -\cos \theta$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: در ابتدا به کمک فرض $x + y = \frac{\pi}{4}$ ، کمان $6x + 4y$ را برحسب x می‌نویسیم:

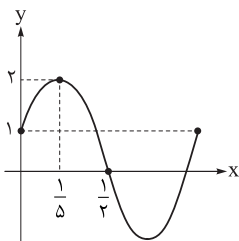
$$6x + 4y = 4(x + y) + 2x = \pi + 2x \Rightarrow \cos(6x + 4y) = \cos(\pi + 2x) = -\cos 2x$$

گام دوم: پس هدف محاسبه $-\cos 2x$ برحسب $\tan x$ است. طبق روابط درس‌باکس داریم:

$$-\cos 2x = -\frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = -\frac{1 - \frac{9}{16}}{1 + \frac{9}{16}} = -\frac{7}{25}$$



بخشی از نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = a \sin(bx + c)\pi$ در شکل زیر رسم شده است. اگر $b > 0$ و $0 < c < \frac{1}{4}$



باشد، حاصل $\frac{ac}{b}$ کدام است؟

$$\frac{1}{5} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{3}{5} \quad (1)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲



تابع f با ضابطه $f(x) = a \sin(bx + c)$ مفروض است.

● اگر $-\frac{\pi}{4} < c < \frac{\pi}{4}$ باشد، در صورتی که نمودار تابع در $x = 0$ صعودی باشد، $ab > 0$ و اگر نزولی باشد، $ab < 0$ است.

● اگر $\frac{\pi}{4} < c < \frac{3\pi}{4}$ باشد، در صورتی که نمودار تابع در $x = 0$ صعودی باشد، $ab < 0$ و اگر نزولی باشد، $ab > 0$ است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: طبق نکته بالا، چون $0 < c < \frac{\pi}{4}$ و تابع در $x = 0$ صعودی است، ab باید مثبت باشد؛ بنابراین چون طبق فرض b

مثبت است، a نیز باید مثبت باشد. آزمون وی ای پی

گام دوم: حداکثر مقدار تابع برابر ۲ است، بنابراین داریم:

$$y_{\max} = |a| = 2 \xrightarrow{a > 0} a = 2$$

از طرفی عرض از مبدأ تابع برابر است با:

$$f(0) = 2 \sin c\pi = 1 \Rightarrow \sin c\pi = \frac{1}{2} \xrightarrow{0 < c < \frac{1}{4}} c\pi = \frac{\pi}{6} \Rightarrow c = \frac{1}{6}$$

گام سوم: بنابراین $f(x) = 2 \sin(bx + \frac{1}{6})\pi$ است و چون طول نقطه برخورد نمودار تابع با محور x ، $\frac{1}{4}$ است، داریم:

$$f(\frac{1}{4}) = 2 \sin(\frac{b\pi}{4} + \frac{\pi}{6}) = 0 \Rightarrow \sin(\frac{b\pi}{4} + \frac{\pi}{6}) = 0$$

اولین کمان مثبتی که در آن سینوس صفر باشد، برابر π است.

$$\frac{b\pi}{4} + \frac{\pi}{6} = \pi \Rightarrow \frac{b}{4} = \frac{5}{6} \Rightarrow b = \frac{5}{3}$$

گام چهارم: در نهایت داریم:

$$\frac{ac}{b} = \frac{2 \times \frac{1}{6}}{\frac{5}{3}} = \frac{1}{5}$$



ریاضیات

مجموع جواب‌های معادله $\tan^2 x - 2 \cot^2 x = 1$ در بازه $(-\pi, \pi)$ کدام است؟

۴) صفر

۳) π

۲) 3π

۱) 4π

پاسخ: گزینه ۴

معادله مثلثاتی:

$$\tan \theta_0 = \tan \theta \Rightarrow \theta = k\pi + \theta_0 ; k \in \mathbb{Z}$$

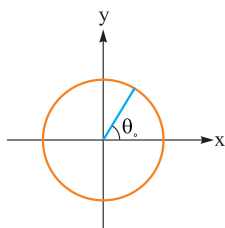
درس Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: $\cot x$ را به صورت $\frac{1}{\tan x}$ می‌نویسیم:

$$\tan^2 x - \frac{2}{\tan^2 x} = 1 \Rightarrow \tan^4 x - \tan^2 x - 2 = 0 \Rightarrow (\tan^2 x - 2)(\tan^2 x + 1) = 0$$

$$\xrightarrow{\tan^2 x > 0} \tan^2 x = 2 \Rightarrow \tan x = \pm \sqrt{2}$$

گام دوم: فرض کنید θ_0 کمائی در ناحیه اول دستگاه مختصات باشد که تانژانت آن برابر $\sqrt{2}$ است:



$$\begin{cases} \tan x = \tan \theta_0 \Rightarrow x = k\pi + \theta_0 \\ \tan x = -\tan \theta_0 \Rightarrow x = k\pi - \theta_0 \end{cases} ; k \in \mathbb{Z}$$

گام سوم: جواب‌های بازه $(-\pi, \pi)$ عبارت‌اند از θ_0 ، $-\pi + \theta_0$ ، $\pi - \theta_0$ و $-\theta_0$ که مجموع آن‌ها برابر صفر است.

معادله نسبت به x متقارن است، پس اگر $x = \alpha$ جواب معادله باشد، قطعاً $x = -\alpha$ نیز جواب معادله است، بنابراین مجموع جواب‌ها در یک بازه متقارن مثل $(-L, L)$ ، صفر است.

تیزبازی

حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x\sqrt{x} - 9\sqrt[3]{x} + 7}{(\sqrt[3]{x} - 1)(\sqrt{x} - 1)}$ کدام است؟ ۷

۱۰/۵ (۲)

۱۰ (۱)

۱۲ (۴)

۱۱/۵ (۳)

مشاوره در رفع ابهام حد $\frac{0}{0}$ ،
برای سادگی حد عامل‌های غیرصفر
را جای‌گذاری کنید.

پاسخ: گزینه ۲

$\sqrt{x}$ رو متغیر t بگیر و بعدش از هوییتال استفاده کن.

Hint

پاسخ خیلی تشریحی ✓ **گام اول:** با توجه به حضور $\sqrt[3]{x}$ و $\sqrt{x}$ ، بهتر است $\sqrt[3]{x}$ را t بگیریم. در این صورت $\sqrt[3]{x}$ برابر t و $\sqrt{x}$ برابر t^2 خواهد شد:

$$\Rightarrow L = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{2x\sqrt{x} - 9\sqrt[3]{x} + 7}{(\sqrt[3]{x} - 1)(\sqrt{x} - 1)} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{2t^6 \times t^2 - 9t^3 + 7}{(t^3 - 1)(t^2 - 1)} \Rightarrow L = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{2t^8 - 9t^3 + 7}{t^5 - t^3 - t^2 + 1}$$

گام دوم: حالا براساس قضیه هوییتال داریم:

$$L = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{18t^7 - 27t^2}{5t^4 - 3t^3 - 2t} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{18t(t^6 - 1.5)}{5t^4 - 3t^3 - 2t}$$

توجه! دقت کنید که جمله t در حد بالا عامل صفرکننده نیست و برای سادگی در مشتق مرحله بعد، حد آن را که برابر ۱ است، جای‌گذاری کرده‌ایم.

مجدداً از هوییتال استفاده می‌کنیم:

$$L = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{18(7t^6)}{15t^3 - 3} = \frac{18 \times 7}{12} = \frac{21}{2} = 10.5$$

اگر $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{[x] + a[-x]}{x - 3} = +\infty$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای $[10a]$ کدام است؟ $([])$ ، نماد جزء صحیح است.

هر دو حد چپ و راست

۱۷ (۴)

۱۵ (۳)

۱۳ (۲)

۱۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: وقتی $x \rightarrow 3^-$ ، $[x] = 2$ و $[-x] = -3$ و وقتی $x \rightarrow 3^+$ ، $[x] = 3$ و $[-x] = -4$ است.

گام دوم: حدهای چپ و راست عبارت داده شده را در $x = 3$ به دست می آوریم:

$$\text{حد راست: } \frac{3 - 4a}{+} = +\infty$$

$$\text{حد چپ: } \frac{2 - 3a}{-} = +\infty$$

برای این که هر دو حد چپ و راست $+\infty$ شود، لازم است که $2 - 3a$ منفی و $3 - 4a$ مثبت باشد:

$$\begin{cases} 2 - 3a < 0 \Rightarrow a > \frac{2}{3} \\ 3 - 4a > 0 \Rightarrow a < \frac{3}{4} \end{cases}$$

گام سوم: از اشتراک دو محدوده بالا داریم:

$$\frac{2}{3} < a < \frac{3}{4}$$

و در نتیجه $\frac{15}{4} < 10a < \frac{20}{3}$ است؛ یعنی $[10a]$ می تواند ۶ و ۷ باشد که مجموع آنها برابر ۱۳ است.

وقتی $x \rightarrow 3^-$ ، x ناصحیح است و می توانیم از تساوی $[x] + [-x] = -1$ استفاده کنیم و عبارت داده شده را بازنویسی کنیم:

$$\frac{[x] + a[-x]}{x - 3} = \frac{[x] + a(-1 - [x])}{x - 3} = \frac{[x](1 - a) - a}{x - 3}$$

در این صورت حدهای چپ و راست تابع f ساده تر حساب می شوند.

په چور دیگه



ریاضیات

۹

تابع f روی $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است. اگر $g(x) = \frac{af(x) + 3x^2 + 15}{x^2 + 5}$ و $h(x) = \frac{f(x)}{x^2 + 5}$ باشد، کدام عبارت همواره درست است؟

$$g'(x) = af'(x) \quad (۲)$$

$$g'(x) = h'(x) \quad (۱)$$

$$h'(x) = ag'(x) + 3 \quad (۴)$$

$$g'(x) = ah'(x) \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۳

خیلی ساده‌س، ضابطه تابع g رو ساده کن.

Hint

قضایای مشتق گیری:

درس Box

$$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$$

$$(f(x) \times g(x))' = f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{(g(x))^2}$$

گام اول: ضابطه تابع g را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$g(x) = \frac{af(x) + 3(x^2 + 5)}{x^2 + 5} \Rightarrow g(x) = \frac{af(x)}{x^2 + 5} + 3$$

حالا براساس فرض مسئله داریم:

$$g(x) = ah(x) + 3$$

گام دوم: طبق درس باکس می‌توانیم نتیجه‌گیری کنیم:

$$g'(x) = ah'(x)$$

۱۰ تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^3 + ax + b & ; x < 1 \\ x^2 + 4x + 1 & ; x \geq 1 \end{cases}$ در $x = 1$ مشتق پذیر است. حاصل $f(0)$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) -۱

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: در ابتدا باید تابع f در $x = 1$ پیوسته باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^3 + ax + b) = 1 + a + b$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) = 1 + 4 + 1 = 6$$

$$\xrightarrow{\text{برابری}} 1 + a + b = 6 \Rightarrow a + b = 5$$

گام دوم: حالا ضابطه تابع f' و سپس مشتق‌های چپ و راست تابع f را در $x = 1$ حساب می‌کنیم:

$$f'(x) = \begin{cases} 3x^2 + a & ; x < 1 \\ 2x + 4 & ; x \geq 1 \end{cases} \Rightarrow f'_-(1) = 3 + a, f'_+(1) = 6$$

$$\xrightarrow{\text{برابری}} 3 + a = 6 \Rightarrow a = 3 \xrightarrow{\text{رابطه آخر گام اول}} b = 2$$

در نهایت داریم:

$$f(0) = b = 2$$



ریاضیات

۱۱

تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{1+|x|}{1-x|x|}$ ، چند نقطه بحرانی دارد؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

درس Box

نقطه $(c, f(c))$ برای نمودار تابع f بحرانی محسوب می‌شود؛ اگر

• تابع f در $x = c$ مشتق ناپذیر باشد؛ یا

• $f'(c)$ برابر صفر باشد.

گام اول: در ابتدا تابع f را دوضابطه‌ای می‌نویسیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-x}{1+x^2} & ; x < 0 \\ \frac{1}{1-x} & ; x \geq 0 \end{cases}$$

گام دوم: سپس ضابطه تابع f' را به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x - 1}{(1+x^2)^2} & ; x < 0 \\ \frac{1}{(1-x)^2} & ; x > 0 \end{cases}$$

گام سوم: مشخص است که تابع در $x = 0$ مشتق ناپذیر است، زیرا:

$$f'_-(0) = -1, \quad f'_+(0) = 1$$

حالا $f'(x)$ را مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$\xrightarrow{f'(x)=0} x^2 - 2x - 1 = 0 \xrightarrow{x < 0} x = 1 - \sqrt{2}$$

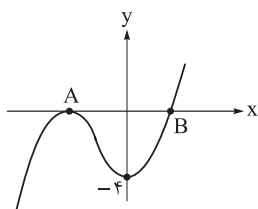
بنابراین تابع f ، دو نقطه بحرانی دارد.

طول نقطه بحرانی باید عضو دامنه تابع باشد، پس ریشه‌های مخرج هیچ‌گاه طول نقطه بحرانی نمی‌شوند.

گول نخوری ✗

در این سوال نباید ± 1 رو طول نقطه بحرانی حساب کنی.

نمودار مربوط به تابع f با ضابطه $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ در شکل زیر رسم شده است. طول نقطه B کدام است؟



$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$1 \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۳

نکته

اگر محور x در نقطه $x = x_0$ بر نمودار تابع f مماس باشد، آن گاه $f(x_0) = f'(x_0) = 0$ است.

گام اول: عرض از مبدأ تابع برابر -4 است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$f(0) = c = -4$$

از طرفی مشتق تابع f در $x = 0$ صفر است؛ زیرا تابع f در این نقطه اکسترمم نسبی دارد:

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \xrightarrow{f'(0)=0} f'(0) = b = 0$$

بنابراین $f(x) = x^3 + ax^2 - 4$ است.

گام دوم: طول نقطه A را m در نظر می گیریم، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} f(m) = m^3 + am^2 - 4 = 0 \\ f'(m) = 3m^2 + 2am = 0 \end{cases}$$

از معادله دوم داریم:

$$m(3m + 2a) = 0 \xrightarrow{m \neq 0} m = -\frac{2a}{3}$$

این تساوی را در معادله اول جای گذاری می کنیم:

$$-\frac{8a^3}{27} + a\left(-\frac{2a}{3}\right) - 4 = 0 \Rightarrow \frac{4a^3}{27} = 4 \Rightarrow a^3 = 27 \Rightarrow a = 3$$

په چور دیگه

$$\begin{cases} m^3 + am^2 - 4 = 0 \xrightarrow{\times 3} 3m^3 + 3am^2 - 12 = 0 \\ 3m^2 + 2am = 0 \xrightarrow{\times (-m)} -3m^3 - 2am^2 = 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع}} am^2 = 12 \xrightarrow{\text{جای گذاری}} m^3 + 12 - 4 = 0 \Rightarrow m = -2 \xrightarrow{am^2=12} 4a = 12 \Rightarrow a = 3$$

گام سوم: در نتیجه ضابطه تابع f ، $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$ است. چون مجموع ضرایب چندجمله ای $f(x)$ برابر صفر است، قطعاً $f(1) = 0$ است و از آنجایی که طبق نمودار، $x = 1$ تنها جواب مثبت معادله $f(x) = 0$ است، نتیجه می گیریم که طول نقطه B برابر ۱ است.

ریاضیات

۱۳

دنباله‌های a_n و $b_n = 4n + 1$ مفروض‌اند، به طوری که $a_{n+1} - a_n = b_n$ است. اگر $a_{79} = 779$ باشد، a_7 کدام است؟

b_n دنبالهٔ اختلافات جملات متوالی دنبالهٔ a_n است.

(۲) ۵
(۴) -۱۱

(۱) -۵
(۳) ۱۱

پاسخ: گزینهٔ ۲

اگر $t_n = an^2 + bn + c$ یک دنبالهٔ درجه دوم باشد، دنبالهٔ اختلاف جملات متوالی آن $d_n = t_{n+1} - t_n = 2an + a + b$ است.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: واضح است که دنبالهٔ a_n درجه دوم است، پس جملهٔ عمومی آن را $a_n = \alpha n^2 + \beta n + \gamma$ در نظر می‌گیریم.

مطابق نکتهٔ بالا، داریم:

$$b_n = a_{n+1} - a_n = 2\alpha n + \alpha + \beta = 4n + 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\alpha = 4 \Rightarrow \alpha = 2 \\ \alpha + \beta = 1 \xrightarrow{\alpha=2} \beta = -1 \end{cases}$$

گام دوم: از طرفی طبق فرض $a_{79} = 779$ است، پس داریم:

$$\xrightarrow{a_n = 2n^2 - n + \gamma} a_{79} = 800 - 79 + \gamma = 779 \Rightarrow \gamma = -1$$

پس $a_n = 2n^2 - n - 1$ و در نتیجه $a_7 = 5$ است.

په‌جور دیگه

$$\begin{aligned} a_7 - a_1 &= b_1 = 5 \\ a_7 - a_7 &= b_7 = 9 \\ &\vdots \\ + \quad a_{79} - a_{19} &= b_{19} = 77 \\ \hline a_{79} - a_1 &= 5 + 9 + 13 + \dots + 77 = \frac{19 \times 82}{2} = 779 \\ \xrightarrow{a_{79} = 779} a_1 &= 0 \xrightarrow{a_7 - a_1 = 5} a_7 - 0 = 5 \Rightarrow a_7 = 5 \end{aligned}$$

۱۴ اگر $A = \sqrt[5]{9\sqrt{3}} \times 12^{-1/5}$ و $B = \sqrt[5]{4^2\sqrt{16}} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{4}{5}}$ باشد، حاصل $\frac{(1+A^{-1})^{\frac{1}{2}}}{(2B)^{-\frac{1}{2}}}$ کدام است؟

۲۰ (۴)

۱۵ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲



با شرط $a > 0$ و $n \in \mathbb{N} - \{1\}$ ، تساوی زیر همواره برقرار است:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: A و B را برحسب توان‌های ۲ و ۳ می‌نویسیم:

$$A = (3^2 \times 3^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{5}} \times (2^2)^{-1/5} \times 3^{-1/5} = 3^{-1} \times 2^{-2} = \frac{1}{24}$$

$$B = (2^2 \times 2^{\frac{4}{5}})^{\frac{1}{5}} \times 2^{\frac{4}{5}} = 2^{\frac{2}{5}} \times 2^{\frac{4}{5}} = 2^2 = 4$$

گام دوم: حالا خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$\frac{(1+A^{-1})^{\frac{1}{2}}}{(2B)^{-\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt{1+24}}{\frac{1}{\sqrt[2]{8}}} = \frac{5}{\frac{1}{2}} = 10$$

۱۵ اگر α و β جواب‌های معادله $x^2 - 3x - 1 = 0$ باشند، حاصل عبارت $\frac{\alpha^2 + 36\beta + 1}{3\beta^2 + 1}$ کدام است؟

۰ / ۳ (۴)

۳ (۳)

۱ / ۱ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

Hint از معادله استفاده کن و α^2 رو به دست بیار.

درس‌Box

اگر α و β جواب‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، مجموع جواب‌ها $S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ و حاصل ضرب آنها

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a} \text{ است.}$$

بعضی از روابط تکمیلی به صورت زیر است:

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3SP$$

$$\alpha^4 + \beta^4 = S^4 - 4S^2P + 2P^2$$

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{S^2}{P} - 2$$

$$\xrightarrow{\alpha, \beta > 0} \begin{cases} \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}} \\ \alpha\sqrt{\beta} + \beta\sqrt{\alpha} = \sqrt{P(S + 2\sqrt{P})} \\ \alpha\sqrt{\alpha} + \beta\sqrt{\beta} = \sqrt{S^3 - 3SP + 2P\sqrt{P}} \end{cases}$$

فرض کنید α و β جواب‌های یک معادله درجه دوم و S و P به ترتیب مجموع و حاصل ضرب آنها باشند، اگر تعریف کنیم:

$$\lambda_n = \alpha^n + \beta^n \text{ آن گاه داریم:}$$

$$\lambda_n = S\lambda_{n-1} - P\lambda_{n-2}; \lambda_0 = 2, \lambda_1 = S$$

گام اول: جواب‌های معادله در خود معادله صدق می‌کنند، بنابراین داریم:

$$\alpha^2 - 3\alpha - 1 = 0 \Rightarrow \alpha^2 = 3\alpha + 1$$

$$\beta^2 = 3\beta + 1$$

به طریق مشابه داریم:

$$F = \frac{3\alpha + 1 + 36\beta + 1}{3\beta(3\beta + 1) + 1} = \frac{3\alpha + 36\beta + 2}{9\beta^2 + 3\beta + 1} = \frac{3\alpha + 36\beta + 2}{3 \cdot \beta + 1 \cdot 0}$$

گام دوم: در معادله $x^2 - 3x - 1 = 0$ به سادگی به دست می‌آید که $\alpha + \beta = 3$ و $\alpha\beta = -1$ است، بنابراین می‌توانیم از تساوی

$$\alpha = 3 - \beta \text{ استفاده کنیم:}$$

$$F = \frac{2(3 - \beta) + 36\beta + 2}{3 \cdot \beta + 1 \cdot 0} = \frac{33\beta + 11}{3 \cdot \beta + 1 \cdot 0} = \frac{11(3\beta + 1)}{1 \cdot (3\beta + 1)} = 1/1$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

نکته

مجموعه جواب‌های معادله $|x+1| - |x-1| = mx$ شامل عدد غیرصفر نیز هست. مجموع مقادیر مختلف برای

[m] کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

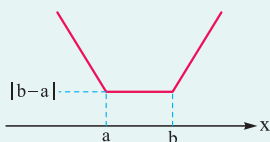
(۱) صفر

پاسخ: گزینه ۴

نمودار توابع گلدانی و سرسره‌ای:

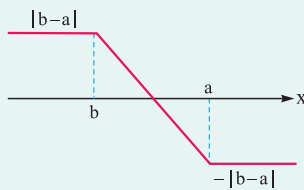
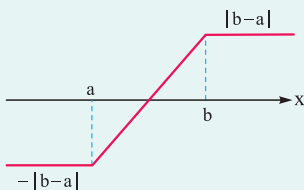
درس Box

نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = |x-a| + |x-b|$ در شکل زیر رسم شده است:



این نمودار معروف به نمودار گلدانی است.

نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = |x-a| - |x-b|$ در شکل‌های زیر رسم شده‌اند:

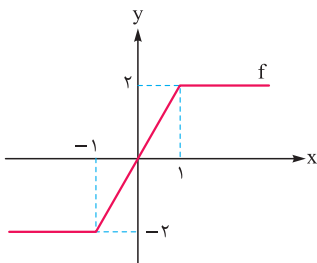


این نمودارها معروف به نمودار سرسره‌ای هستند.

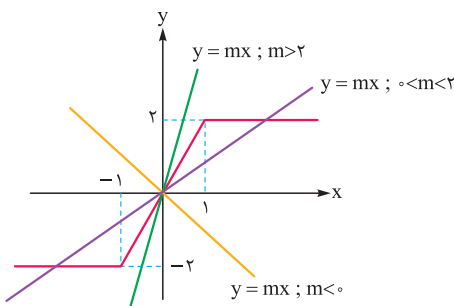
گام اول: جواب‌های معادله صورت سؤال، طول نقاط برخورد نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = |x+1| - |x-1| = mx$ و خط $y = mx$ است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:



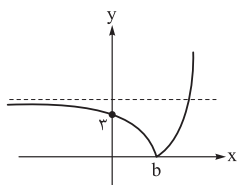
گام دوم: مشخص است که قطعاً $x = 0$ طول یکی از نقاط برخورد نمودار تابع f و خط $y = mx$ است، بنابراین برای آن که این دو در نقطه‌ای غیر از مبدأ مختصات همدیگر را قطع کنند، مطابق شکل زیر لازم است که $0 < m \leq 2$ باشد:



دقت کنید که اگر $m = 2$ باشد، مجموعه جواب‌های معادله، نامتناهی است.

گام سوم: در نتیجه [m] می‌تواند مقادیر ۰، ۱ و ۲ را بپذیرد که مجموع آن‌ها برابر ۳ است.

نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = |2^x + a|$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار b کدام است؟



۱ (۱)

۳/۲ (۲)

۲ (۳)

۵/۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

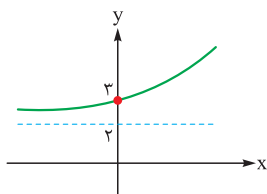
a باید منفی باشد.

Hint

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: عرض از مبدأ نمودار تابع برابر ۳ است؛ بنابراین داریم:

$$f(0) = |2^0 + a| = |1 + a| = 3 \Rightarrow \begin{cases} 1 + a = -3 \Rightarrow a = -4 \\ 1 + a = 3 \Rightarrow a = 2 \end{cases}$$

اما دقت کنید که نمودار تابع $y = |2^x + 2| = 2^x + 2$ مطابق شکل زیر است:که خلاف فرض سؤال است؛ پس $a = -4$ قابل قبول است.گام دوم: بنابراین $f(x) = |2^x - 4|$ است و داریم:

$$f(b) = |2^b - 4| = 0 \Rightarrow 2^b = 4 = 2^2 \Rightarrow b = 2$$

۱۸ اگر $x = \alpha$ جواب معادله $\log_7(x^2 - 3x) + \log_7(x - 2) = 3$ باشد، حاصل $\log_{\sqrt{7}} \alpha$ کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳



دوتا لگاریتم رو به یه لگاریتم تبدیل کن.

گام اول: سمت چپ تساوی را ساده می کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\log_7(x^2 - 3x) + \log_7(x - 2) = \log_7(x - 2)(x^2 - 3x) = \log_7(x^3 - 5x^2 + 6x)$$

بنابراین معادله به صورت زیر تغییر می کند:

$$\log_7(x^3 - 5x^2 + 6x) = 3 \Rightarrow x^3 - 5x^2 + 6x = 7^3 = 49 \Rightarrow x^3 - 5x^2 + 6x - 49 = 0 ; x > 3 \quad (*)$$

گام دوم: مقسوم علیه های طبیعی و بزرگ تر از ۳ عدد ۸ را امتحان می کنیم:

$$\xrightarrow{x=4} 4^3 - 5 \times 4^2 + 6 \times 4 - 49 = 64 - 80 + 24 - 49 = 0$$

پس $x = 4$ قطعاً یکی از جواب های معادله است. حالا با تقسیم عبارت $x^3 - 5x^2 + 6x - 49$ داریم:

$$x^3 - 5x^2 + 6x - 49 = (x - 4)(x^2 - x + 2) = 0$$

از آن جا که $x^2 - x + 2 = 0$ جواب حقیقی ندارد، $x = 4$ تنها جواب معادله (*) است.

گام سوم: بنابراین $\alpha = 4$ است و داریم:

$$\log_{\sqrt{7}} \alpha = \log_{\sqrt{7}} 4 = \log_{\frac{1}{\sqrt{7}}} 2^2 = \frac{2}{\frac{1}{\sqrt{7}}} \log_7 2 = 4$$



عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC در نقطه O درون این مثلث هم‌رس‌اند به طوری که $\hat{B}OC = 110^\circ$. اگر ارتفاع‌های

این مثلث در نقطه H هم‌رس باشند، آن‌گاه اندازه زاویه BHC چند درجه است؟

۱۲۰ (۲)

۱۱۰ (۱)

۱۲۵ (۴)

۱۱۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

درس‌Box

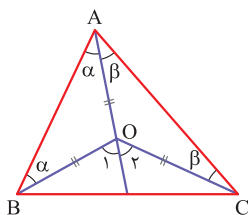
(۱) اگر هر سه زاویه داخلی یک مثلث حاده باشند، نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های اضلاع و نقطه هم‌رسی ارتفاع‌ها، درون مثلث قرار می‌گیرد.

(۲) نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های اضلاع یک مثلث، از سه رأس به یک فاصله است.

(۳) مجموع زاویه‌های داخلی هر چهارضلعی، 360° است.

گام اول: اگر O نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های مثلث ABC داخل آن باشد، آن‌گاه داریم $\hat{B}OC = 2\hat{A}$ ، زیرا O از رأس‌ها به یک فاصله است ($OA = OB = OC$) در نتیجه مثلث‌های AOB و AOC متساوی‌الساقین هستند. بنا به زاویه خارجی داریم:

پاسخ خیلی تشریحی

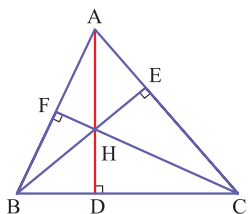


$$\hat{O}_1 = \alpha + \alpha = 2\alpha, \quad \hat{O}_2 = \beta + \beta = 2\beta$$

$$\Rightarrow \hat{B}OC = \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 2\alpha + 2\beta = 2(\alpha + \beta) = 2\hat{A}$$

گام دوم: اگر H نقطه هم‌رسی ارتفاع‌های مثلث ABC داخل آن باشد، داریم $\hat{B}HC = 180^\circ - \hat{A}$.

زیرا در چهارضلعی $AEHF$ مجموع زوایا برابر 360° است. داریم:



$$\hat{A} + \hat{AFH} + \hat{FHE} + \hat{AEH} = 360^\circ \Rightarrow \hat{A} + 90^\circ + \hat{FHE} + 90^\circ = 360^\circ \Rightarrow \hat{FHE} = 180^\circ - \hat{A}$$

$$\hat{B}HC = \hat{FHE} = 180^\circ - \hat{A} \quad (\text{دو زاویه متقابل به رأس})$$

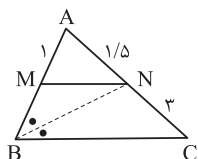
گام سوم: با توجه به فرض داریم:

$$\hat{B}OC = 2\hat{A} \Rightarrow 110^\circ = 2\hat{A} \Rightarrow \hat{A} = 55^\circ$$

$$\hat{B}HC = 180^\circ - \hat{A} = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$$

ریاضیات

۲۰ در شکل روبه‌رو BN نیمساز زاویه B است. محیط دوزنقه BMNC کدام است؟



۱۸ (۱)

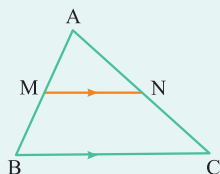
۱۷ (۲)

۱۳ (۳)

۱۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

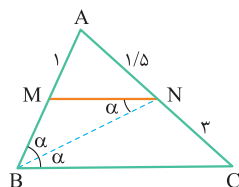
قضیه تالس و تعمیم آن در مثلث: مطابق شکل، MN با BC موازی است، پس:



$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \quad (\text{قضیه تالس در مثلث } ABC)$$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \quad (\text{تعمیم قضیه تالس در مثلث } ABC)$$

گام اول: از آن جا که چهارضلعی BMNC دوزنقه است، بنا به قضیه تالس در مثلث ABC، داریم:



$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{1}{MB} = \frac{1/5}{3} \Rightarrow MB = 2$$

گام دوم: BN نیمساز زاویه B است. با توجه به قضیه موازی - مورب مثلث BMN دو زاویه برابر دارد، یعنی متساوی‌الساقین است، پس:

$$BM = MN = 2$$

گام سوم: بنا به تعمیم قضیه تالس در مثلث ABC، داریم:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{2}{BC} \Rightarrow BC = 6$$

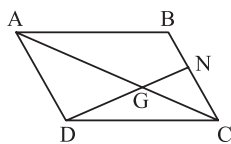
$$\Rightarrow \text{محیط دوزنقه} = 2 + 2 + 3 + 6 = 13$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

درس Box

در متوازی‌الاضلاع شکل زیر، به اضلاع ۸ و ۳ نقطه N وسط ضلع BC است. اگر یکی از زاویه‌های متوازی‌الاضلاع،

پنج برابر زاویه دیگر آن باشد، مساحت مثلث GDC، کدام است؟



(۱) ۵/۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲

قطر BD را رسم کنید.

Hint

درجس Box

(۱) در هر متوازی‌الاضلاع:

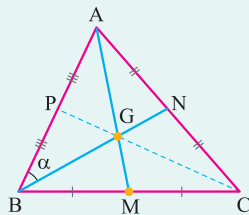
(الف) با رسم هر قطر، دو مثلث هم‌نهشت ایجاد می‌شود.

(ب) قطرهای همدیگر را نصف می‌کنند.

(پ) زاویه‌های مقابل، برابرند و زاویه‌های مجاور، مکمل هستند.

(ت) مساحت برابر است با حاصل ضرب دو ضلع در سینوس زاویه بین آن دو ضلع.

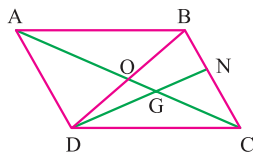
(۲) در هر مثلث، میانه‌ها همرس‌اند، یعنی اگر دو تا از میانه‌ها در نقطه G متقاطع باشند، میانه سوم هم از نقطه G می‌گذرد. با رسم میانه‌های هر مثلث، شش مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود که مساحت هر کدام، $\frac{1}{6}$ مساحت مثلث اولیه است، یعنی در شکل مقابل:



$$S_{AGN} = S_{AGP} = S_{BGP} = S_{BGM} = S_{CGM} = S_{CGN} = \frac{1}{6} S_{ABC}$$

گام اول: قطر BD را رسم می‌کنیم دو مثلث ABD و CDB هم‌نهشت هستند، پس مساحت هر کدام، نصف مساحت متوازی‌الاضلاع ABCD است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام دوم: N وسط BC و O وسط BD است، پس نقطه G محل همرسی میانه‌های مثلث CDB است، پس:

$$S_{GDC} = \frac{1}{3} S_{CDB} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} S_{ABCD} \right) = \frac{1}{6} S_{ABCD} \quad (*)$$

گام سوم: زاویه‌های مجاور در متوازی‌الاضلاع مکمل هستند، پس:

$$\begin{cases} \hat{B}AD + \hat{A}DC = 180^\circ \\ \hat{A}DC = 5 \hat{B}AD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{B}AD = 30^\circ \\ \hat{A}DC = 150^\circ \end{cases}$$

گام چهارم: می‌دانیم $S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin \hat{B}AD$ ، پس:

$$(*) \Rightarrow S_{GDC} = \frac{1}{6} (AB \cdot AD \cdot \sin \hat{B}AD) = \frac{1}{6} \times 8 \times 3 \times \frac{1}{2} = 2$$

۲۲ از برش یک استوانه به شعاع قاعده ۵ و ارتفاع ۳ یک مستطیل با مساحت ۱۸ به وجود آمده است. فاصله صفحه برش از محور استوانه کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۴) آزمون وی ای بی

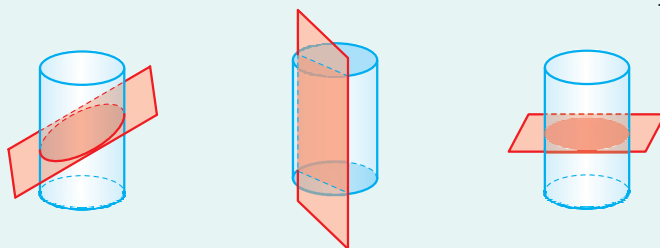
صفحه برش دهنده، با محور استوانه موازی است.

Hint

درس Box

برش استوانه

همان طور که در شکل های زیر می بینید، از برش یک استوانه با صفحه های افقی، قائم و مایل، به ترتیب یک دایره، یک مستطیل و یک بیضی پدید می آید.



برش استوانه با صفحه مایل

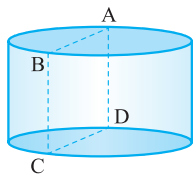
برش استوانه با صفحه قائم

برش استوانه با صفحه افقی

گام اول: وقتی مقطع حاصل از برش استوانه، مستطیل است، یعنی صفحه برش دهنده با محور استوانه (خطی که مرکزهای دو قاعده را به هم وصل می کند) موازی است.

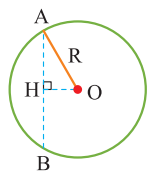
پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: مساحت مستطیل حاصل از برش برابر ۱۸ است، پس با توجه به شکل، داریم:



$$AB \times BC = 18 \xrightarrow{BC=3} AB = 6$$

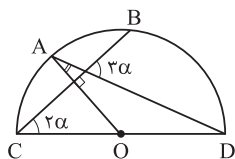
گام سوم: حالا به نمای بالای شکل دقت می کنیم، وتر $AB = 6$ در دایره ای به شعاع $R = 5$ رسم شده، پس بنا به قضیه فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه AHO، داریم:



$$OH = \sqrt{R^2 - AH^2} = \sqrt{25 - 9} = 4$$



ریاضیات



در شکل روبه‌رو، O وسط قطر نیم‌دایره است. زاویه A، چند درجه است؟

۲۳

(۱) $۲۲/۵$

(۲) ۱۵

(۳) ۱۸

(۴) $۱۳/۵$

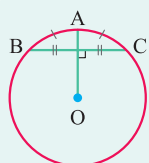
پاسخ: گزینه ۱

شعاع OA بر وتر BC عمود است، پس $\widehat{AB} = \widehat{AC}$.

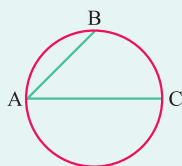
Hint

درس Box

(۱) در هر دایره، شعاع عمود بر یک وتر، آن وتر و کمان متناظر آن را نصف می‌کند.

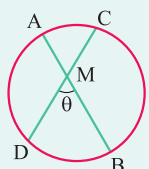


(۲) در هر دایره، اندازه هر زاویه محاطی، نصف اندازه کمان روبه‌روی آن است، یعنی در شکل زیر:



$$\hat{A} = \frac{1}{4} \widehat{BC}$$

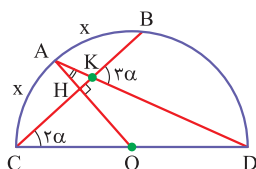
(۳) اندازه زاویه بین هر دو وتر متقاطع درون یک دایره، برابر است با میانگین اندازه‌های کمان‌های روبه‌روی آن، یعنی در شکل زیر:



$$\theta = \frac{1}{2} (\widehat{AC} + \widehat{BD})$$

گام اول: شعاع OA بر وتر BC عمود است، پس کمان $\widehat{BC}$ را نصف می‌کند، پس بنابراین: $\widehat{AB} = \widehat{AC} = x$.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام دوم: $\widehat{BCD}$ یک زاویه محاطی است، پس:

$$\widehat{BCD} = \frac{1}{2} \widehat{BD} \Rightarrow 2\alpha = \frac{1}{2} \widehat{BD} \Rightarrow \widehat{BD} = 4\alpha$$

گام سوم: زاویه بین دو وتر AD و BC برابر با 3α است، پس:

$$3\alpha = \frac{\widehat{AC} + \widehat{BD}}{2} \Rightarrow 3\alpha = \frac{x + 4\alpha}{2} \Rightarrow x = 2\alpha$$

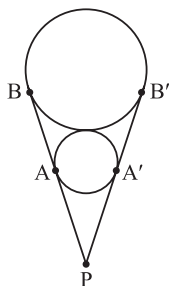
گام چهارم: مجموع کمان‌های تشکیل‌دهنده نیم‌دایره برابر 180° است.

$$\widehat{AC} + \widehat{AB} + \widehat{BD} = 180^\circ \Rightarrow 2\alpha + 2\alpha + 4\alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{180^\circ}{8} = 22/5^\circ$$

گام پنجم: در مثلث AHK، داریم $\hat{K} = 3\alpha = 67/5^\circ$ ، پس:

$$\hat{A} + 67/5^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 22/5^\circ$$

مطابق شکل، مماس مشترک‌های خارجی دو دایره مماس خارج، در نقطه P متقاطع‌اند، اگر $PA = AB = 4$ ، آن‌گاه مساحت دایره کوچک‌تر کدام است؟



$$1/44\pi \quad (1)$$

$$2\pi \quad (2)$$

$$2/56\pi \quad (3)$$

$$4\pi \quad (4)$$

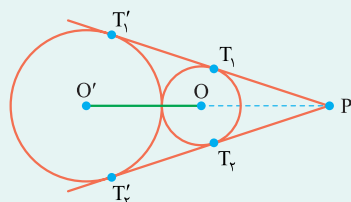
پاسخ: گزینه ۲

مماس مشترک داخلی دو دایره را هم رسم کنید.

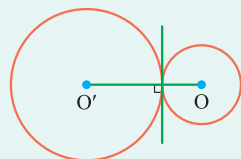
Hint

درس

- (۱) از هر نقطه خارج یک دایره، می‌توان دو مماس بر آن رسم کرد که طول این دو مماس با هم برابر است.
(۲) اگر دو دایره، دارای دو مماس مشترک خارجی باشند، نقطه تقاطع دو مماس مشترک خارجی روی امتداد خط‌المركزین است.



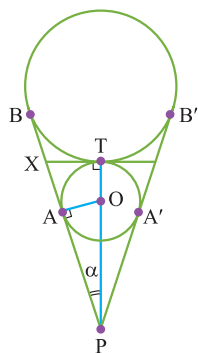
(۳) مماس مشترک داخلی دو دایره مماس خارج، بر خط‌المركزین آن‌ها عمود است.



(۴) اگر دو مثلث، دارای دو زاویه برابر باشند با هم متشابه هستند.

گام اول: مماس مشترک داخلی دو دایره را رسم می‌کنیم تا PB را در X قطع کند.

گام دوم: با توجه به این که مماس‌های رسم‌شده از یک نقطه بر دایره، با یکدیگر برابرند، $BX = TX = AX = \frac{AB}{2} = 2$.



گام سوم: دو مثلث قائم‌الزاویه AOP و TXP در زاویه حاده α مشترک‌اند، پس:

$$\triangle AOP \sim \triangle TXP \Rightarrow \frac{AO}{TX} = \frac{AP}{TP} \xrightarrow{TP = \sqrt{PX^2 - TX^2}} \frac{AO}{2} = \frac{4}{\sqrt{4^2 - 2^2}} \Rightarrow AO = \sqrt{2}$$

گام چهارم: $AO = \sqrt{2}$ شعاع دایره کوچک است، پس مساحت آن برابر است با $2\pi(\sqrt{2})^2 = 2\pi$.

پاسخ خیلی تشریحی

در مثلث قائم‌الزاویه ABC به اضلاع $AB = 3$ و $AC = 4$ ، پاره خط AH ، ارتفاع وارد بر وتر است. خط گذرنده از AH را با بردار $\vec{BC}$ انتقال می‌دهیم. اگر خط حاصل، مساحت مثلث ABC را به نسبت ۱ به ۳ تقسیم کند، عدد

مثبت k کدام است؟

- (۱) $3/0$ (۲) $2/0$
 (۳) $25/0$ (۴) $24/0$

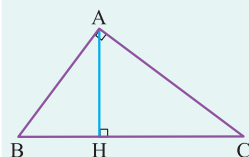
پاسخ: گزینه ۴

درس‌Box

(۱) تصویر هر خط در یک انتقال، خطی موازی با آن است.

(۲) نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه، برابر با مجذور نسبت تشابه یعنی نسبت دو ضلع متناظر آن دو مثلث است.

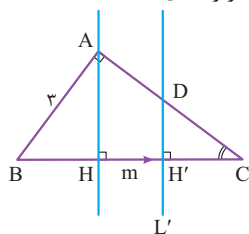
(۳) در شکل روبه‌رو مثلث ABC قائم‌الزاویه و AH ارتفاع وارد بر وتر است، داریم:



$$AC^2 = CH \cdot BC, \quad AB^2 = BH \cdot BC$$

(۴) اگر k عددی مثبت و $\vec{u}$ برداری غیر صفر باشد، بردار $k\vec{u}$ ، برداری موازی و هم‌جهت با $\vec{u}$ است که طول آن k برابر طول بردار $\vec{u}$ است.

گام اول: شکل مناسب را رسم می‌کنیم. خط L' تصویر خط AH در انتقال با برداری به طول m در راستای خط BC به سمت راست (با توجه به محل قرارگرفتن B و C و مثبت بودن k) است.



گام دوم: بنا به فرض، مساحت مثلث CDH' ، $\frac{1}{3}$ مساحت چهارضلعی $ABH'D$ است، پس $\frac{S_{DH'C}}{S_{ABC}} = \frac{1}{4}$.

گام سوم: دو مثلث قائم‌الزاویه ABC و $H'DC$ در زاویه C مشترک و در نتیجه متشابه‌اند، داریم:

$$\frac{S_{DH'C}}{S_{ABC}} = \left(\frac{CH'}{AC}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{4} = \left(\frac{CH'}{AC}\right)^2 \Rightarrow \frac{CH'}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow CH' = \frac{AC}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

گام چهارم: بنا به روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، داریم:

$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow 4^2 = CH \times 5 \Rightarrow CH = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$$

گام پنجم: با معلوم شدن طول HH' ، مقدار k به دست می‌آید:

$$m = HH' = CH - CH' = 3\frac{1}{5} - 2 = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow k = \frac{HH'}{BC} = \frac{1/5}{5} = \frac{1}{25} = 0.04$$

پاسخ خیلی تشریحی

ریاضیات

۲۶ در مثلث ABC، طول میانه وارد بر ضلع a واسطه هندسی بین اضلاع به طول b و c است. حاصل $\left| \frac{a}{b-c} \right|$ کدام برابر است؟

$$\sqrt{2} \quad (۲)$$

(۱) ۲

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۴)$$

(۳) ۴

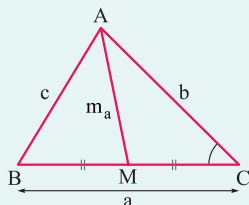
پاسخ: گزینه ۲

$$m_a^2 = b.c$$

Hint

درس Box

در مثلث ABC، اگر طول میانه وارد بر ضلع a برابر با m_a باشد، آن گاه:



$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: می‌دانیم در مثلث ABC داریم $b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2}$.

گام دوم: طبق فرض $m_a^2 = b.c$ ، پس با توجه به گام اول، می‌توان نوشت:

$$b^2 + c^2 = 2b.c + \frac{a^2}{2} \Rightarrow b^2 + c^2 - 2b.c = \frac{a^2}{2} \Rightarrow (b-c)^2 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow \frac{a^2}{(b-c)^2} = 2 \Rightarrow \left| \frac{a}{b-c} \right| = \sqrt{2}$$

۲۷ اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ، آن گاه $A^2 = aA + bI$ حاصل $a - b$ کدام است؟

(۴) -۴ (۳) ۵ (۲) ۴ (۱) -۵

پاسخ: گزینه ۳

درس Box

اگر A یک ماتریس مربعی باشد، برای محاسبه ستون j ام ماتریس A^2 کافی است به صورت زیر عمل کنیم:

$$\begin{bmatrix} \text{ستون} \\ j \text{ ام} \\ A^2 \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} \text{ستون} \\ j \text{ ام} \\ A \end{bmatrix}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ماتریس $aA + bI$ را به دست می آوریم:

$$aA + bI = a \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & 0 & -2a \\ a & 2a+b & a \\ a & 0 & 3a+b \end{bmatrix}$$

گام دوم: کافی است ستون اول ماتریس A^2 را به دست آوریم:

$$A^2 \text{ ستون اول} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

گام سوم: ستون اول ماتریس های A^2 و $aA + bI$ را برابر قرار می دهیم:

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b \\ a \\ a \end{bmatrix} \Rightarrow b = -2, a = 3 \Rightarrow a - b = 3 - (-2) = 5$$

۲۸ با فرض $\cos \theta \neq 0$ ، اگر $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{\cos \theta} & 2 \tan \theta \\ \tan \theta & \frac{2}{\cos \theta} \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 4|A| & 8|A| \\ 2|A| & 3|A| \end{bmatrix}$ ، آن گاه دترمینان ماتریس BA^{-1} کدام است؟

۵۷۴ (۲)

۶۸ (۱)

۱۳۶ (۴)

۲۷۲ (۳)

مشاوره این سؤال مشابه سؤال ۳۳ کنکور ریاضی تیر ۱۴۰۲، البته با سطح دشواری آسان تر از آن طراحی شده است.

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

- (۱) اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، آن گاه $|A| = ad - bc$.
- (۲) اگر A یک ماتریس مربعی وارون پذیر باشد، آن گاه $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$.
- (۳) اگر A و B دو ماتریس مربعی هم مرتبه باشند، آن گاه $|AB| = |A| |B|$.
- (۴) اگر $\cos \theta \neq 0$ ، آن گاه $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$.

گام اول: دترمینان ماتریس A را محاسبه می کنیم:

$$|A| = \begin{vmatrix} \frac{1}{\cos \theta} & 2 \tan \theta \\ \tan \theta & \frac{2}{\cos \theta} \end{vmatrix} = \left(\frac{1}{\cos \theta}\right)\left(\frac{2}{\cos \theta}\right) - (2 \tan \theta)(\tan \theta) = \frac{2}{\cos^2 \theta} - 2 \tan^2 \theta = 2\left(\frac{1}{\cos^2 \theta} - \tan^2 \theta\right) = 2(1 + \tan^2 \theta - \tan^2 \theta) = 2$$

گام دوم: با توجه به آن که $|A| = 2$ ، دترمینان ماتریس B را محاسبه می کنیم:

$$|B| = \begin{vmatrix} 4^2 & 8^2 \\ 2^2 & 3^2 \end{vmatrix} = 4^2 \times 3^2 - 8^2 \times 2^2 \stackrel{\text{مزدوج}}{=} (4 \times 3^2 - 8 \times 2^2)(4 \times 3^2 + 8 \times 2^2) = 4 \times 68$$

گام سوم: خواسته سؤال را محاسبه می کنیم:

$$|BA^{-1}| = |B| |A^{-1}| = |B| \times \frac{1}{|A|} = \frac{|B|}{|A|} = \frac{4 \times 68}{2} = 136$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در یک سهمی، اگر از دو سر وترى که در کانون بر محور سهمی عمود است، دو عمود بر خط هادی آن وارد کنیم، چهارضلعی حاصل، مستطیلی به قطر $4\sqrt{5}$ خواهد بود. کمترین مقدار مجموع فواصل نقطه‌ای روی خط هادی سهمی از دو سر این وتر کدام است؟

$$3\sqrt{5} \quad (۲)$$

$$5\sqrt{3} \quad (۱)$$

$$8\sqrt{2} \quad (۴)$$

$$۸ \quad (۳)$$

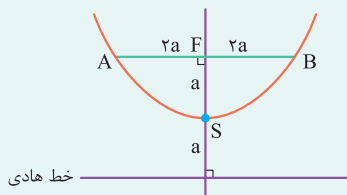
مشاوره موضوع وتر کانونی سهمی، جزء مهم‌ترین موضوعات مربوط به مبحث سهمی است که نکته‌ی مربوط به آن در درس‌پاکس آورده شده است. این سؤال به صورت ترکیبی با مسئله کوتاه‌ترین مسیر هرون طراحی شده است.

پاسخ: گزینه ۴

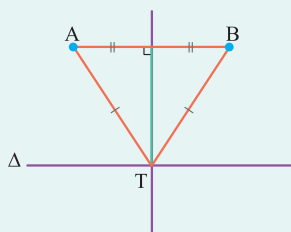
درس‌Box

(۱) هر نقطه واقع بر یک سهمی، از کانون و خط هادی آن به یک فاصله است.

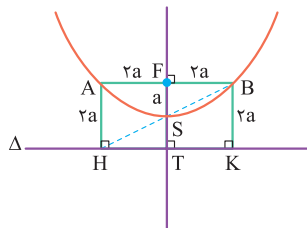
(۲) اگر فاصله کانون تا خط هادی یک سهمی $2a$ باشد، طول وترى از سهمی که در کانون بر محور تقارن آن عمود می‌شود، برابر با $4a$ خواهد بود.



(۳) در مسئله کوتاه‌ترین مسیر هرون (یافتن نقطه T واقع بر خط Δ که مجموع فواصل آن از دو نقطه A و B واقع در یک طرف خط Δ ، مینیمم باشد)، اگر AB با Δ موازی باشد، نقطه T، محل برخورد عمود منصف پاره خط AB با خط Δ است.



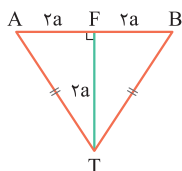
گام اول: شکل مناسب را رسم می‌کنیم. بنا به قضیه فیثاغورس در مثلث ABH داریم:



$$BH = \sqrt{AH^2 + AB^2} = \sqrt{4a^2 + 16a^2} = \sqrt{20a^2} = 2\sqrt{5}a$$

$$BH = 4\sqrt{5} \Rightarrow 2\sqrt{5}a = 4\sqrt{5} \Rightarrow a = 2$$

گام دوم: از آنجا که پاره خط AB با خط Δ موازی است، نقطه‌ای روی خط Δ که مجموع فواصل آن از A و B مینیمم است، محل برخورد عمود منصف پاره خط AB با خط Δ است.



مطابق شکل، در مثلث قائم‌الزاویه AFT، بنا به قضیه فیثاغورس داریم:

$$AT = \sqrt{AF^2 + FT^2} = \sqrt{4a^2 + a^2} = \sqrt{5a^2} = \sqrt{5}a \xrightarrow{a=2} AT = 2\sqrt{5} \xrightarrow{AT=BT} AT+BT = 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

ریاضیات

۳۰

سه بردار $\vec{a}$ ، $\vec{b} = (1, 1, 1)$ و $\vec{c} = (2, 2, 1)$ در یک صفحه قرار ندارند و $\vec{h} = (-1, m, n)$ بردار ارتفاع متوازی السطوح

حاصل از این سه بردار است که بر $\vec{b}$ و $\vec{c}$ عمود است. اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c} = -1$ باشد، اندازه بردار $\vec{a}$ کدام است؟

$$\sqrt{3} \quad (2)$$

$$\sqrt{2} \quad (1)$$

$$\sqrt{6} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

مشاوره این سؤال با توجه به متن صفحه ۸۳ کتاب درسی هندسه (۳) در مبحث حجم متوازی السطوح و مشابه سؤال ۱۴۲ کنکور ریاضی داخل ۱۴۰۱ طراحی شده است.

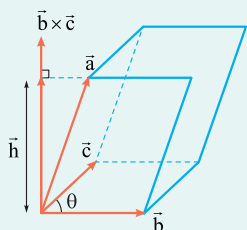
پاسخ: گزینه ۲

بردار $\vec{h}$ در صورت سؤال همان تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b} \times \vec{c}$ است.

Hint

درس: Box

اگر $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ سه بردار غیرواقع در یک صفحه باشند، آن گاه مطابق شکل بر روی این سه بردار متوازی السطوحی تشکیل می شود. بردار ارتفاع این متوازی السطوح در واقع تصویر قائم بردار $\vec{a}$ روی بردار $\vec{b} \times \vec{c}$ (بردار عمود بر دو بردار $\vec{b}$ و $\vec{c}$) است، یعنی داریم:



$$\text{ارتفاع متوازی السطوح} = \frac{\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})}{|\vec{b} \times \vec{c}|}$$

$$\vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -\vec{i} + \vec{j} = (-1, 1, 0)$$

گام اول: فرض کنید $\vec{a} = (x, y, z)$ باشد. ابتدا بردار $\vec{b} \times \vec{c}$ را پیدا می کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: بردار $\vec{h}$ (ارتفاع متوازی السطوح) همان تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b} \times \vec{c}$ است، پس داریم:

$$\vec{h} = \frac{\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})}{|\vec{b} \times \vec{c}|} (\vec{b} \times \vec{c}) = \frac{(x, y, z) \cdot (-1, 1, 0)}{(\sqrt{2})^2} (-1, 1, 0) = \frac{-x+y}{2} (-1, 1, 0)$$

$$\Rightarrow \vec{h} = \left(\frac{x-y}{2}, \frac{y-x}{2}, 0 \right)$$

گام سوم: بردار ارتفاع متوازی السطوح را برابر بردار داده شده در صورت سؤال قرار می دهیم. در این صورت داریم:

$$\frac{x-y}{2} = -1 \Rightarrow x-y = -2 \Rightarrow x = y-2 \quad (*)$$

گام چهارم: حال از دو رابطه ضرب داخلی بردار $\vec{a}$ در بردارهای $\vec{b}$ و $\vec{c}$ برای محاسبه مؤلفه های بردار $\vec{a}$ استفاده می کنیم:

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} = -1 &\Rightarrow (x, y, z) \cdot (1, 1, 1) = -1 \Rightarrow x + y + z = -1 \xrightarrow{(*)} 2y + z = 1 \\ \vec{a} \cdot \vec{c} = -1 &\Rightarrow (x, y, z) \cdot (2, 2, 1) = -1 \Rightarrow 2x + 2y + z = -1 \xrightarrow{(*)} 4y + z = 3 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \Rightarrow x = -1 \\ z = -1 \end{cases}$$

گام پنجم: بنابراین $\vec{a} = (-1, 1, -1)$ و اندازه آن برابر است با:

$$|\vec{a}| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + (-1)^2} = \sqrt{3}$$

گزاره $p \vee q \Rightarrow r$ هم‌ارز کدام گزاره است؟ **۳۱**

$$(1) (\sim r \Rightarrow p) \wedge (\sim r \Rightarrow q)$$

$$(2) (\sim r \Rightarrow p) \wedge (\sim r \Rightarrow \sim q)$$

$$(3) (r \Rightarrow \sim p) \vee (r \Rightarrow q)$$

$$(4) (\sim r \Rightarrow p) \vee (r \Rightarrow q)$$

مشاوره از بین منطق ریاضی و سور، یک سؤال در کنکور می‌آید که بیشتر از منطق و مشابه همین سؤال بوده است. با توجه به حجم کم منطق ریاضی، حتماً روی آن کار کنید.

پاسخ: گزینه ۲

از هم‌ارزی ترکیب شرطی به صورت $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ استفاده کن.

Hint

درس‌Box

هم‌ارزی‌های مهم:

اسم قانون	مجموعه	گزاره
قوانین شرکت‌پذیری	$\begin{cases} A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C \end{cases}$	$\begin{aligned} p \vee (q \wedge r) &\equiv (p \vee q) \wedge r \\ p \wedge (q \vee r) &\equiv (p \wedge q) \vee r \end{aligned}$
قوانین پخش (عکس آن فاکتورگیری)	$\begin{cases} \overline{A \cup (B \cap C)} = (\overline{A \cup B}) \cap (\overline{A \cup C}) \\ \overline{A \cap (B \cup C)} = (\overline{A \cap B}) \cup (\overline{A \cap C}) \end{cases}$ فاکتور	$\begin{aligned} p \vee (q \wedge r) &\equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \\ p \wedge (q \vee r) &\equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \end{aligned}$
قوانین زیرمجموعه	$A \subseteq B \Leftrightarrow \begin{cases} A \cup B = B \\ A \cap B = A \\ A - B = \emptyset \end{cases}$ (تمامی روابط دوطرفه هستند.)	-
قوانین دمورگان	$\begin{cases} (A \cup B)' = A' \cap B' \\ (A \cap B)' = A' \cup B' \end{cases}$	$\begin{aligned} \sim (p \vee q) &\equiv \sim p \wedge \sim q \\ \sim (p \wedge q) &\equiv \sim p \vee \sim q \end{aligned}$
قانون تبدیل تفاضل به اشتراک	$A - B = A \cap B'$	-
قوانین جذب	$\begin{cases} \overline{A \cup (A \cap B)} = A & (\text{چون } A \cap B \subseteq A) \\ \overline{A \cap (A \cup B)} = A & (A \subseteq A \cup B) \end{cases}$	$\begin{aligned} p \vee (p \wedge q) &\equiv p \\ p \wedge (p \vee q) &\equiv p \end{aligned}$
ترکیب شرطی	-	$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$
مقدماتی	$\begin{aligned} A \cup A' &= U & A \cup U &= U & A \cup \emptyset &= A \\ A \cap A' &= \emptyset & A \cap U &= A & A \cap \emptyset &= \emptyset \end{aligned}$	$\begin{aligned} p \vee \sim p &\equiv T & p \vee T &\equiv T & p \vee F &\equiv p \\ p \wedge \sim p &\equiv F & p \wedge T &\equiv p & p \wedge F &\equiv F \end{aligned}$

$$\sim p \vee q \Rightarrow r \equiv (\sim p \vee q) \vee r \equiv (p \wedge \sim q) \vee r$$

گام اول: از هم‌ارزی ترکیب شرطی و دمورگان داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: از قانون پخش داریم:

$$(p \vee r) \wedge (\sim q \vee r)$$

گام سوم: دوباره $\vee$ را تبدیل به شرطی می‌کنیم:

$$(\sim p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$$



ریاضیات

گام چهارم: هر ترکیب شرطی هم‌ارز عکس نقیض خودش است، پس گزاره بالا هم‌ارز گزاره زیر است:

$$(\sim r \Rightarrow p) \wedge (\sim r \Rightarrow \sim q)$$

(سوال ۴ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)

گزاره $r \Rightarrow (p \wedge q)$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟

$$r \Rightarrow (\sim p \Rightarrow \sim q) \quad (۲)$$

$$p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q) \quad (۱)$$

$$\sim r \Rightarrow (p \Rightarrow q) \quad (۴)$$

$$\sim p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q) \quad (۳)$$

برای ۳ مجموعه A ، B و C رابطه‌های $A \cup C = B \cap C$ و $A \cap C = B \cup C'$ درست است. کدام نتیجه‌گیری الزاماً

درست است؟

$$C = \emptyset \quad (۱)$$

$$A = B = C \quad (۲)$$

$$A = \emptyset \quad (۳)$$

$$A - B = U \quad (۴)$$

مشاوره از جبر مجموعه‌ها یا ضرب دکارتی معمولاً یک سؤال در کنکور می‌آید که بیشتر از جبر مجموعه‌ها بوده است. هم روش نمودار و هم جبر مجموعه‌ها را بلد باشید.

پاسخ: گزینه ۲

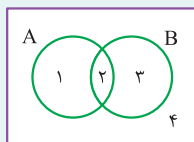
یک نمودار ون بکش و ناحیه‌ها را شماره‌گذاری کن و بین در صورت برقراری دو شرط چه اتفاقی باید بیفتد.

Hint

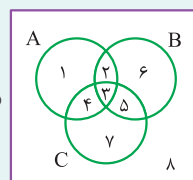
درس‌Box

روش شماره‌گذاری برای به دست آوردن عبارت‌های مجموعه‌ای:

و اگر سه مجموعه داشته باشیم شکلی به صورت



اگر دو مجموعه داشته باشیم شکلی به صورت

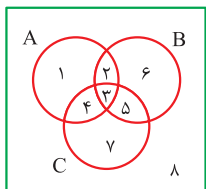


رسم کرده و نواحی را شماره‌گذاری می‌کنیم.

مدل اول: اگر بخواهیم حاصل مجموعه داده‌شده را به دست آوریم با توجه به نمودار بررسی می‌کنیم که مجموعه داده‌شده شامل کدام نواحی می‌شود و آن مجموعه با کدام گزینه برابر است.

مدل دوم: اگر تساوی یک مجموعه‌ای را داشته باشیم نواحی هر کدام را از دو طرف مشخص می‌کنیم. دقت می‌کنیم که نواحی که فقط در یک طرف تساوی هستند، تهی باید باشند. به زبان دیگر نواحی مشترک را کنار می‌گذاریم، سایر نواحی $\emptyset$ باید باشند.

گام اول: یک نمودار ون به صورت مقابل رسم کرده و نواحی را شماره‌گذاری می‌کنیم:



پاسخ خیلی تشریحی

گام دوم:

$$A \cup C = B \cap C \Rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 7\} = \{2, 5\}$$

نواحی غیر مشترک باید تهی باشد.

$$\rightarrow 1, 2, 4, 7 = \emptyset$$

گام سوم:

$$A \cap C = B \cup C' \Rightarrow \{3, 4\} = \{2, 3, 6, 5, 1, 8\} \Rightarrow 4, 2, 6, 5, 1, 8 = \emptyset$$

گام چهارم: همه نواحی به غیر از ناحیه ۳ (یا همان $A \cap B \cap C$) تهی هستند. به زبان دیگر $A = B = C$ ، چون هر سه مجموعه فقط شامل ناحیه ۳ هستند.

A و B دو زیرمجموعه از مجموعه مرجع U هستند. اگر $A \cup B' \subseteq A \cap B$ باشد، کدام مورد همواره برقرار است؟

(سؤال ۳ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت اول)

$$A = U \quad (۲)$$

$$B = U \quad (۱)$$

$$A = \emptyset \quad (۴)$$

$$B = A \quad (۳)$$

ریاضیات

۳۳

به ۱۶ داده آماری با واریانس ۴۰، دو داده جدید با اختلاف ۱۴ واحد اضافه می‌کنیم. اگر میانگین داده‌های جدید تغییر نکند، واریانس داده‌های جدید کدام است؟

$$۴۰ / ۵ (۲)$$

$$۴۰ (۱)$$

$$۴۱ / ۵ (۴)$$

$$۴۱ (۳)$$

مشاوره در سال‌های قبل از کل آمار توصیفی و استنباطی معمولاً یک سؤال در کنکور آمده است که بیشتر از مبحث واریانس بوده است.

پاسخ: گزینه ۳

دو داده جدید به صورت $\bar{X} + k$ و $\bar{X} - k$ هستند.

Hint

درس‌Box

شاخص‌های پراکندگی:

توضیح فارسی	فرمول	شاخص
هر داده را منهای میانگین کرده به توان ۲ می‌رسانیم، سپس با هم جمع کرده و تقسیم بر تعداد می‌کنیم. به زبان دیگر واریانس برابر میانگین مربع انحراف از میانگین‌هاست.	$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$ یا $\sigma^2 = \frac{x_1^2 + \dots + x_n^2}{n} - (\bar{x})^2$	واریانس
جذر واریانس است.	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$	انحراف معیار
$\frac{\text{انحراف معیار}}{\text{میانگین}}$	$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$	ضریب تغییرات
—	۲	واریانس ۵ عدد متوالی
اگر اعداد تشکیل دنباله حسابی بدهند، این فرمول راحت‌تر از تعریف واریانس است.	$\sigma^2 = \left(\frac{n^2 - 1}{12}\right)d^2$	واریانس n عدد حسابی با قدرنسبت d

اگر میانگین دو گروه از اعداد مساوی باشد با ترکیب آن‌ها میانگین تغییری نمی‌کند، پس اگر تعدادی عدد که میانگین آن‌ها مساوی با میانگین داده‌های اولیه است اضافه یا حذف کنیم میانگین تغییری نمی‌کند.

نکته

گام اول: واریانس ۱۶ داده برابر ۴۰ است، پس داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})^2}{n} \Rightarrow \frac{\sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})^2}{16} = 40 \Rightarrow \sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})^2 = 16 \times 40$$

گام دوم: با اضافه کردن دو داده، میانگین کل تغییری نمی‌کند، پس میانگین دو داده جدید باید برابر با میانگین ۱۶ داده اولیه ($\bar{x}$) باشد به زبان دیگر یکی از داده‌ها باید k واحد بیشتر از میانگین و دیگری k واحد کمتر از میانگین باشد، پس دو داده جدید را به صورت $\bar{x} + k$ و $\bar{x} - k$ در نظر می‌گیریم.

گام سوم:

$$\bar{x} + k - (\bar{x} - k) = 14 \Rightarrow 2k = 14 \Rightarrow k = 7$$

گام چهارم: واریانس کل ۱۸ داده برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})^2 + (\bar{x} + k - \bar{x})^2 + (\bar{x} - k - \bar{x})^2}{18} = \frac{16 \times 40 + (7)^2 + (-7)^2}{18} = \frac{16 \times 40 + 2 \times 49}{18} = \frac{2(8 \times 40 + 49)}{18} = \frac{369}{9} = 41$$

ریاضیات

۳۴

امیر و بابک عضو تیم دهنفره والیبال مدرسه‌اند. در این تیم قد هیچ دو نفری برابر نیست. اگر بدانیم امیر از بابک بلندتر است، احتمال این که امیر از نظر بلندی قد، نفر نهم باشد، چه قدر است؟

- (۱) $\frac{1}{45}$ (۲) $\frac{1}{50}$ (۳) $\frac{2}{81}$ (۴) $\frac{1}{100}$

مشاوره تمرین مهم کتاب درسی که تا حالا در کنکور نیامده است، اما به همین زودی‌ها نوبت آن فرا می‌رسد.

پاسخ: گزینه ۱

از فرمول زیر استفاده کن:

Hint

(امیر از بابک بلندتر | امیر نهم) P

گام اول: پیشامد آن که امیر از بابک بلندتر باشد را A و پیشامد آن که امیر نفر نهم باشد را B در نظر می‌گیریم. کافی است $P(B | A)$ را به دست آوریم.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: از قانون بیز داریم:

$$P(B | A) = \frac{P(B) \times P(A | B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{100} \times \frac{1}{9}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{45}$$

برای محاسبه صورت کسر دقت کنید که احتمال آن که امیر نفر نهم باشد، برابر $\frac{1}{100}$ است. برای محاسبه $P(A | B)$ فرض می‌کنیم B رخ داده، یعنی امیر نفر نهم باشد. حالا اگر قرار باشد A رخ بدهد، یعنی امیر از بابک بلندتر باشد، پس بابک از ۹ جایگاه باقی‌مانده فقط می‌تواند قبل از امیر و نفر دهم باشد؛ پس $P(A | B) = \frac{1}{9}$.

ریاضیات

۳۵

سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. اگر «رو» بیاید، ۲ سکه پرتاب کرده و اگر «پشت» بیاید، ۳ سکه را پرتاب می‌کنیم. با کدام

احتمال همه سکه‌ها مثل هم ظاهر نشده‌اند؟

$$\frac{13}{16} \quad (۲)$$

$$\frac{11}{16} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۱)$$

$$\frac{5}{12} \quad (۳)$$

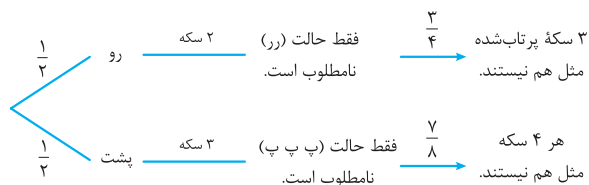
مشاوره از احتمال معمولاً دو سؤال در کنکور می‌آید. حواستان به روش‌های شمارش و قانون احتمال کل و بیز بیشتر از بقیه باشد.

پاسخ: گزینه ۲

از احتمال شاخه‌ای استفاده کن.

Hint

پاسخ خیلی تشریحی



$$P(\text{مطلوب}) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{7}{8} = \frac{3}{8} + \frac{7}{16} = \frac{13}{16}$$

از احتمال متمم استفاده می‌کنیم، یعنی احتمال آن که همه سکه‌ها مثل هم باشند را حساب کرده و از ۱ کم می‌کنیم.

یه جور دیگه

$$P(\text{همه سکه‌ها یکسان}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{8} = \frac{3}{16} \Rightarrow P(\text{مطلوب}) = 1 - \frac{3}{16} = \frac{13}{16}$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 هر ۲ سکه پشت سکه پشت سکه دو سکه رو پشت بعدی رو

ریاضیات

۳۶

به ازای برخی مقادیر طبیعی n ، معادله سیاله $۲۳n - ۷ = ۱۴۳y + ۵۲(x+۱)$ دارای جواب است. مجموع ارقام بزرگ‌ترین

عدد دورقمی n ، کدام است؟

۱۴ (۲)

۱۵ (۱)

۱۲ (۴)

۱۳ (۳)

مشاوره در بحث هم‌نهشتی، احتمال سؤال آمدن از معادله هم‌نهشتی و سیاله بیشتر از بقیه مباحث است.

پاسخ: گزینه ۴

معادله رو به صورت $ax + by = \square$ بنویس. معادله وقتی جواب دارد که $(a, b) | \square$.

Hint

درس‌Box

معادله هم‌نهشتی و روش حل آن:

برای حل معادله هم‌نهشتی $ax \equiv b \pmod{m}$ مراحل زیر را طی می‌کنیم:

(۱) اگر a و b اعداد بزرگی هستند، به جایشان یک عدد هم‌نهشت با آن‌ها به پیمانه m را قرار می‌دهیم.

(۲) با اضافه کردن مضارب پیمانه به b ، کاری می‌کنیم تا دو طرف بر a بخش‌پذیر باشند.

(۳) با استفاده از ویژگی تقسیم، دو طرف را به a ساده می‌کنیم تا x به دست آید. (البته می‌توانیم با ضرب دو طرف هم‌نهشتی در عددی که نسبت به پیمانه اول است، ضرایب را ساده‌تر کنیم.)

شرط جواب معادله سیاله خطی: معادله $ax + by = c$ وقتی جواب دارد که $(a, b) | c$.

گام اول: معادله را به صورت $ax + by = c$ درمی‌آوریم:

$$۵۲x + ۵۲ + ۱۴۳y = ۲۳n - ۷ \Rightarrow ۵۲x + ۱۴۳y = ۲۳n - ۵۹$$

$$۱۳ = (۵۲, ۱۴۳) | ۲۳n - ۵۹$$

$\downarrow \quad \downarrow$
 $۴ \times ۱۳ \quad ۱۱ \times ۱۳$

گام دوم: شرط جواب‌داشتن معادله سیاله این است که:

گام سوم:

$$۲۳n - ۵۹ \equiv ۰ \pmod{۱۳} \Rightarrow ۲۳n \equiv ۵۹ \pmod{۱۳} \xrightarrow[۵۹ \equiv -۶]{۲۳ \equiv -۳} -۳n \equiv -۶ \xrightarrow[(-۳, ۱۳)=۱]{\div (-۳)} n \equiv ۲ \pmod{۱۳} \Rightarrow n = ۱۳k + ۲$$

گام چهارم: به ازای $k = ۷$ ، بزرگ‌ترین عدد دورقمی n برابر است با: $n = ۹۳$ که مجموع ارقام آن برابر ۱۲ است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



ریاضیات

۳۷

حاصل ضرب درجه‌های رأس‌های گراف G با کم‌ترین مرتبه ممکن برابر ۱۰۸ است. عدد احاطه‌گری گراف $\bar{G}$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

۱۰۸ رو به ضرب چند عدد تجزیه کن که تعداد اعداد فرد، زوج باشن.

Hint

گام اول: عدد ۱۰۸ را تجزیه می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی

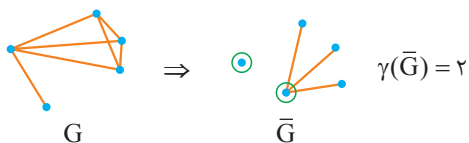
$$108 = 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2$$

چون می‌خواهیم تعداد رأس‌های گراف، کم‌ترین باشد، $2 \times 2 = 4$ در نظر می‌گیریم.

گام دوم: تعداد رأس‌های فرد باید زوج باشد، پس درجه رأس‌ها را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 1$$

گام سوم: نمودار گراف G و $\bar{G}$ به صورت زیر است:



حاصل ضرب درجه رأس‌های گراف G ، ۴۸ است. اگر تعداد رأس‌ها با درجه رأس یک حداقل باشد، حاصل $\Delta(\bar{G}) + q(\bar{G})$

(سؤال ۴۰ کنکور ریاضی ۱۴۰۲ - نوبت دوم)

کدام است؟

۱۳ (۴)

۱۹ (۳)

۱۱ (۲)

۱۷ (۱)

۳۸ تعداد جواب‌های صحیح نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \sqrt{2x_3 + 2x_4 + 2x_5} = 3$ کدام است؟

(۱) ۱۸

(۲) ۱۲

(۳) ۱۴

(۴) ۱۶

مشاوره تعداد جواب‌های معادله سیاله خطی خیلی پیش‌نیاز خاصی ندارد، ولی در عوض معمولاً از آن سؤال می‌آید.

پاسخ: گزینه ۴

زیر رادیکال برابر با ۰ و ۴ می‌تواند باشد.

Hint

درس‌Box

تعداد جواب‌های معادله سیاله خطی در حالت‌های مختلف:

معادله	تعداد جواب‌های صحیح نامنفی	تعبیر یا روش حل
$x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ k تا متغیر	$\binom{n+k-1}{k-1}$	توزیع n شیء، یکسان بین k نفر انتخاب n شاخه گل از بین k نوع
$\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_k = n \\ x_1 \geq a \end{cases}$	$\binom{n+k-1-a}{k-1}$	اگر متغیری شرط بزرگ‌تر یا مساوی (حداقلی) داشته باشد، آن را از n کم می‌کنیم.
$\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_k = n \\ x_i \geq 1, i = 1, 2, \dots, n \end{cases}$	$\binom{n-1}{k-1}$	جواب‌های طبیعی معادله
$\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_k = n \\ x_1 \leq a \end{cases}$	$\binom{n+k-1}{k-1} - \binom{n-(a+1)+k-1}{k-1}$	کل جواب‌ها را از جواب‌های با شرط $x_1 \geq a+1$ کم می‌کنیم.
$x_1 + x_2 + \dots + x_k \leq n$	$\binom{n+k}{k}$	متغیر نامنفی x_{k+1} را اضافه کرده تا نامعادله تبدیل به معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_{k+1} = n$ گردد.
$\begin{aligned} ax_1 + \dots + x_k &= n \\ x_1^n + \dots + x_k &= n \\ \sqrt{x} + \dots + x_k &= n \end{aligned}$	—	متغیر دارای ضریب، توان، رادیکال و ... را حالت‌بندی می‌کنیم.

برای به دست آوردن تعداد جواب‌های صحیح نامنفی با شرط $x_1 \geq a$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

به جای x_1 در معادله $x_1' + a$ قرار می‌دهیم. $x_1' = x_1 - a \Rightarrow x_1 = x_1' + a$

برای محاسبه تعداد جواب‌های دستگاه $\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_k = n \\ y_1 + y_2 + \dots + y_{k'} = m \end{cases}$ کافی است تعداد جواب‌های دو دستگاه را در هم ضرب کنیم.

نکته

نکته

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: زیر رادیکال زوج است. از طرفی کل رادیکال باید صحیح باشد، پس زیر رادیکال باید مربع کامل باشد. حالت‌های زیر را داریم:

۱ حالت $\Rightarrow x_3 + x_4 + x_5 = 0 \Rightarrow 2x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 0$ (الف)

$\Rightarrow x_1 + x_2 = 3 \Rightarrow$ تعداد جواب‌های صحیح نامنفی $= \binom{4}{1} = 4$

تعداد جواب $\rightarrow 1 \times 4 = 4$

$\Rightarrow x_3 + x_4 + x_5 = 2 \Rightarrow 2x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 4$ (ب) تعداد جواب‌ها $= \binom{4}{2} = 6$

$\Rightarrow x_1 + x_2 + 2 = 3 \Rightarrow x_1 + x_2 = 1 \Rightarrow$ تعداد جواب‌ها $= \binom{2}{1} = 2$

پس $4 + 6 + 2 = 12$ جواب نیز در این حالت به دست می‌آید.



ریاضیات

گام دوم: معادله در کل $۱۶ = ۴ + ۱۲$ جواب دارد.

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + 0/x_2 + \sqrt{x_3} + x_4 = 4$ کدام است؟

(سوال ۳۸ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت اول)

۲۱ (۴)

۲۲ (۳)

۱۵ (۲)

۱۶ (۱)

ریاضیات

۳۹

چند تابع $\{1, 2, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ می‌توان تعریف کرد به طوری که مجموع مقادیر تابع، عددی زوج باشد؟

۴۰ (۴)

۴۱ (۳)

۲۴ (۲)

۲۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

Hint

اعدادی که به ۱ تا ۴ نظیر می‌شوند یا همگی نظیر ۱ یا دوتا از آنها به ۱ یا هر چهارتا به ۲ یا ۴ نظیر می‌شوند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: جمع دو عدد فرد، برابر زوج و جمع دو عدد زوج نیز زوج است. حالت‌های مطلوب به صورت زیر هستند.

(الف) $f(1) = f(2) = f(3) = f(4) = 1$ (یک تابع)

(ب) دوتا از اعداد دامنه به ۱ نظیر شدند و دوتای باقی‌مانده به هر کدام از ۲ یا ۴ نظیر شدند.

$$\text{تعداد} = \binom{4}{2} \times 2 \times 2 = 6 \times 4 = 24$$

۲ عضو دامنه
که به ۲ یا ۴
دو عضو دامنه
که به ۱
نظیر می‌شوند. نظیر می‌شوند.

(پ) همهٔ عضوهای دامنه به ۲ یا ۴ نظیر می‌شوند، پس هر کدام ۲ حالت دارند:

$$\text{تعداد} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

گام دوم:

$$1 + 24 + 16 = 41 = \text{تعداد کل تابع‌های مطلوب}$$

چند تابع $\{1, 2, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ می‌توان تعریف کرد به طوری که مجموع مقادیر تابع، عددی فرد باشد؟

(سوال ۳۹ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت اول)

۲۷ (۴)

۲۸ (۳)

۴۰ (۲)

۴۱ (۱)

۴۰

حداقل چند عدد از مجموعه $\{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 14, 16, 17, 19, 20, 21\}$ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم مجموع حداقل دو عدد از آن‌ها بر ۳ بخش پذیر است؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

بدترین حالت این است که اول اعداد $3k+2$ و عدد ۲۱ بیایند.

Hint

درس Box

برای به دست آوردن حداقل تعداد، برای این که مطمئن باشیم اتفاق خاصی بیفتد خودتان را جای بدشانس‌ترین آدم دنیا قرار دهید، یعنی تا جایی که می‌توانید مقاومت کنید تا آن اتفاق نیفتد تا این که دیگر امکان نداشته باشد و با برداشتن یک عدد دیگر قطعاً خواسته مسئله رخ دهد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: تنها عدد به صورت $3k$ ، عدد ۲۱ است. بقیه اعداد به صورت $3k+1$ یا $3k+2$ هستند. اگر دو عدد به صورت $3k+1$ و $3k+2$ با هم جمع شوند، حاصل مضرب ۳ می‌شود.

گام دوم: اعداد $3k$ و $3k+2$ بیشتر از بقیه هستند و جمع هیچ دوتایی از آن‌ها مضرب ۳ نمی‌شود، پس بدترین حالت ممکن این است که اول این اعداد انتخاب شوند:

$2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 21 \Rightarrow \text{تعداد} = 8$

گام سوم: اگر یک عدد دیگر انتخاب کنیم، این عدد هر چه باشد، چون به صورت $3k+1$ است، پس جمع آن با هر کدام از اعداد $3k+2$ مضرب ۳ می‌شود، پس اگر ۹ عدد انتخاب کنیم، مطمئن هستیم خواسته مسئله اتفاق می‌افتد.

حداقل چند عدد از مجموعه $\{3, 4, \dots, 9, 12, 13, \dots, 20\}$ انتخاب کنیم تا مطمئن شویم حداقل دو عدد از آن‌ها دارای مقسوم علیه مشترک غیر یک هستند؟

(سوال ۳۹ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ - نوبت اول)

۶ (۴)

۷ (۳)

۸ (۲)

۹ (۱)

در کدام گزینه، تمام یکاها، جزء یکاهای اصلی در SI هستند؟

- (۱) کلوین، آمپر، مول
(۲) کلوین، آمپر، گرم
(۳) درجه سلسیوس، کلوین، کندلا (شمع)
(۴) درجه سلسیوس، گرم، مول

پاسخ: گزینه ۱

درس Box

(۱) کمیت‌های اصلی و فرعی: کمیت‌های طول، جرم، زمان، دما، جریان الکتریکی، مقدار ماده و شدت روشنایی، کمیت‌های اصلی در دستگاه بین‌المللی (SI) هستند. سایر کمیت‌ها، فرعی محسوب می‌شوند.

کمیت‌های اصلی و یکاهای اصلی دستگاه بین‌المللی (SI):

کمیت	نام یکا	نماد یکا
طول	متر	m
جرم	کیلوگرم	kg
زمان	ثانیه	s
دما	کلوین	K
مقدار ماده	مول	mol
جریان الکتریکی	آمپر	A
شدت روشنایی	کندلا (شمع)	cd

چند مثال از یکاهای فرعی دستگاه بین‌المللی (SI)

کمیت	نام یکا	یکای فرعی بر حسب یکاهای اصلی
تندی و سرعت	متر بر ثانیه (m/s)	m/s
شتاب	متر بر مربع ثانیه (m/s ²)	m/s ²
نیرو	نیوتون (N)	$\frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2}$
فشار	پاسکال (Pa)	$\frac{\text{kg}}{\text{m.s}^2}$
انرژی	ژول (J)	$\frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^2}$

(۲) تمامی کمیت‌ها، به صورت کلی، نرده‌ای یا برداری‌اند. ویژگی مشترک کمیت‌ها در این دسته‌بندی، داشتن اندازه است، اما در داشتن یا نداشتن جهت، متفاوت‌اند. کمیت‌های برداری کمیت‌هایی هستند که علاوه بر اندازه، جهت نیز دارند. یعنی برای بیان یک کمیت برداری باید اندازه، یکا و جهت آن را بگوییم.

با توجه به درس‌بکس، گرم، در گزینه‌های (۲) و (۴) و درجه سلسیوس در گزینه‌های (۳) و (۴) جزء یکاهای اصلی نیستند و گزینه (۱) صحیح می‌باشد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

دمای بدن یک انسان سالم تقریباً 37°C است. به ترتیب از راست به چپ، این دما برحسب کلونین و درجه فارنهایت کدام است؟

$$88/6, 310 \quad (2)$$

$$98/6, 310 \quad (1)$$

$$88/6, 300 \quad (4)$$

$$98/6, 300 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

رابطه تبدیل یکای درجه سلسیوس به یکای کلونین:

$$T = \theta + 273$$

رابطه تبدیل یکای درجه سلسیوس به درجه فارنهایت:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{\text{اینم بلد باش!}} \Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta$$

گام اول: ابتدا با محاسبه دما برحسب کلونین، رد گزینه می‌کنیم:

$$T = \theta + 273 \xrightarrow{\theta=37^{\circ}\text{C}} T = 37 + 273 = 310^{\circ}\text{K} \quad ((3) \text{ و } ((4)) \text{ ردگزینه‌های } (3) \text{ و } (4))$$

گام دوم: حالا دما را برحسب درجه فارنهایت محاسبه می‌کنیم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{\theta=37^{\circ}\text{C}} F = \frac{9}{5}(37) + 32 \Rightarrow F = 66/6 + 32 = 98/6^{\circ}\text{F}$$

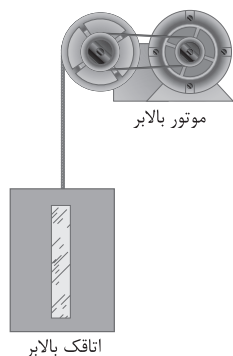
در گام دوم برای آن‌که کم‌تر درگیر محاسبات شویم، می‌توانیم دمای بدن انسان را 35°C فرض کنیم و به سرعت به جواب نزدیک به گزینه صحیح برسیم.

درس Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

تیزبازی

در شکل زیر، جرم اتاقک بالابری به همراه بار آن 600 kg است. اگر این بالابر توسط موتور آن در مدت 20 s از طبقه همکف به طبقه دوم در ارتفاع 6 m برده شود، توان خروجی متوسط موتور این بالابر چند کیلووات است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و کلیه نیروهای اتلافی را نادیده بگیرید.)



$$1/8 \text{ (۱)}$$

$$3/6 \text{ (۲)}$$

$$18 \text{ (۳)}$$

$$36 \text{ (۴)}$$

پاسخ: گزینه ۱

کار انجام شده در واحد زمان (آهنگ انجام کار) را توان متوسط می‌گوییم:

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$$

P_{av} : توان متوسط (W)

W: کار مفید (J)

Δt : بازه زمانی (s)

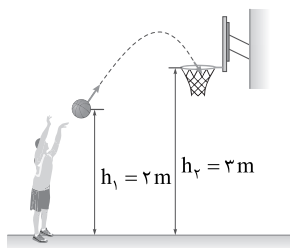
با یک جای‌گذاری ساده در رابطه درس‌بکس، می‌توانیم توان موتور بالابر را محاسبه کنیم.

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} \xrightarrow[h=6 \text{ m}, g=10 \text{ N/kg}]{m=600 \text{ kg}, \Delta t=20 \text{ s}} P_{av} = \frac{600 \times 10 \times 6}{20} = 1800 \text{ W} = 1.8 \text{ kW}$$

درس‌Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در شکل زیر، ورزشکاری توپ بسکتبال به جرم 475 g را با تندی 7 m/s به طرف سبد پرتاب می‌کند. اگر تندی توپ هنگام رسیدن به دهانه سبد، 5 m/s باشد، در این حرکت، کار کل انجام‌شده روی توپ برابر چند ژول است؟



$$41/8 (1)$$

$$-41/8 (2)$$

$$5/7 (3)$$

$$-5/7 (4)$$

مشاوره این سؤال مشابه به یکی از مثال‌های کتاب درسی است، مثال‌های کتاب درسی را جدی بگیرید.

پاسخ: گزینه ۴

ادبیات سؤال و داده‌های مسئله، فودش داره بهترین راهنمایی رو می‌کنه.

Hint

درس‌Box

قضیه کار - انرژی جنبشی: کار کل انجام‌شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_2 - K_1$$

W_t : کار برآیند (J)

K_2 : انرژی جنبشی در حالت ۲ (J)

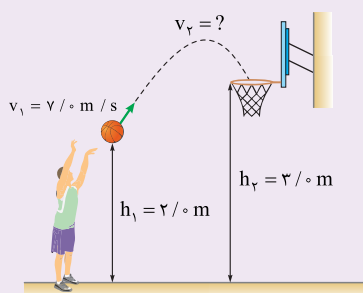
K_1 : انرژی جنبشی در حالت ۱ (J)

با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، وقتی تندی ابتدایی و انتهایی را داریم، کار کل را به دست می‌آوریم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow[v_1=7 \text{ m/s}, v_2=5 \text{ m/s}]{m=475 \text{ g}=475 \times 10^{-3} \text{ kg}} W_t = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 475 \times 10^{-3} \times (25 - 49)$$

$$\Rightarrow W_t = 475 \times 10^{-3} \times (-12) = -5700 \times 10^{-3} = -5/7 \text{ J}$$

پاسخ خیلی تشریحی



شکل روبه‌رو ورزشکاری را در حال پرتاب توپ بسکتبالی با تندی $v_1 = 7 \text{ m/s}$ به طرف سبد نشان می‌دهد. تندی توپ هنگام رسیدن به دهانه سبد چه قدر است؟ مقاومت هوا را هنگام حرکت توپ نادیده بگیرید.

(فیزیک (۱) - مثال ۳ - صفحه ۶۹ کتاب درسی)

در کدام فرایند ترمودینامیکی، بدون مبادله گرما، انرژی درونی دستگاه افزایش می‌یابد؟

- (۱) انبساط هم‌دما
(۲) تراکم هم‌دما
(۳) انبساط بی‌دررو
(۴) تراکم بی‌دررو

پاسخ: گزینه ۴

درس‌Box

(۱) فرایند بی‌دررو: در این فرایند، بین دستگاه و محیط، گرما مبادله نمی‌شود و $Q = 0$ است.

(۲) قانون اول ترمودینامیک: در یک فرایند ایستوار، تغییر انرژی درونی دستگاه، برابر است با مجموع کار انجام‌شده توسط محیط روی دستگاه (گاز) و گرمای داده‌شده به دستگاه (گاز).

$$\Delta U = Q + W$$

$$\Delta U = U_2 - U_1$$

ΔU : تغییر انرژی درونی (J)

U_1 : انرژی درونی اولیه (J)

U_2 : انرژی درونی نهایی (J)

Q : گرمای داده‌شده به دستگاه (J)

W : کار انجام‌شده توسط محیط روی دستگاه (J)

بنا به قرارداد، هنگام تراکم گاز، $W > 0$ و هنگام انبساط گاز، $W < 0$ است.

گام اول: در فرایند مطرح‌شده، گرما مبادله نمی‌شود، بنابراین $Q = 0$ بوده و فرایندی بی‌دررو است.

گام دوم: انرژی درونی دستگاه افزایش پیدا کرده است؛ پس $U_2 > U_1$ بوده و $\Delta U > 0$ است؛ بنابراین با توجه به قانون اول ترمودینامیک می‌توان نوشت:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow[\Delta U > 0]{Q = 0} W > 0$$

در این فرایند، کار W با علامت مثبت است؛ بنابراین فرایند تراکمی بوده و گزینه ۴) درست است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

فیزیک

۴۶

در یک تنش موج، موج تشکیل شده در سطح آب از قسمت عمیق وارد قسمت کم عمق می شود. به ترتیب، طول موج

و بسامد این موج چگونه تغییر می کند؟

(۲) افزایش می یابد، تغییر نمی کند.

(۴) کاهش می یابد، تغییر نمی کند.

(۱) افزایش می یابد، کاهش می یابد.

(۳) کاهش می یابد، کاهش می یابد.

مشاوره این سؤال دقیقاً از متن کتاب درسی برداشت شده است. کتاب درسی را به دقت مطالعه کنید، چون اولویت اول کار شما است.

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

اگر موجی در حال انتشار روی سطح آب، به طور مایل، از قسمت عمیق به مرز جدایی با قسمت کم عمق برسد، آن بخش موج که زودتر به ناحیه کم عمق می رسد، چون با تندی کمتری حرکت می کند، از بقیه موج که هنوز وارد این محیط نشده، عقب می افتد. بنابراین فاصله بین جبهه های موج و در نتیجه طول موج، کاهش می یابد؛ اما بسامد موج، ثابت می ماند. بنابراین تندی انتشار موج نیز کاهش می یابد. رابطه بین بسامد، طول موج و تندی انتشار موج در یک محیط به صورت زیر است:

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

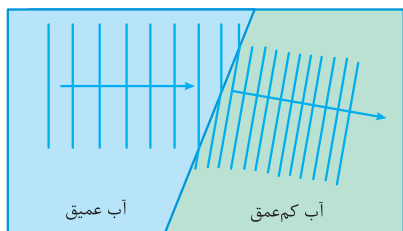
λ : طول موج (m)

v : تندی انتشار موج (m/s)

f : بسامد موج (Hz)

بسامد موج از ویژگی های چشمه موج است و به محیط انتشار موج ربطی ندارد؛ بنابراین با انتقال موج از یک محیط به محیط دیگر، بسامد آن تغییر نمی کند (رد گزینه های (۱) و (۲)). با توجه به درس باکس، مطابق شکل زیر، طول موج و در نتیجه تندی انتشار موج کاهش می یابد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{f_1=f_2} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} < 1$$



فیزیک

۴۷

طول موج یک موج الکترومغناطیسی برابر 310 nm است. انرژی هر یک از فوتون‌های مربوط به این موج چند ژول است؟

($hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$ و $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

$$6/4 \text{ (2)}$$

$$4 \text{ (1)}$$

$$6/4 \times 10^{-19} \text{ (4)}$$

$$4 \times 10^{-18} \text{ (3)}$$

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

(۱) الکترون‌ولت، یکای انرژی در فیزیک اتمی و فیزیک هسته‌ای است. رابطه بین یکاهای الکترون‌ولت و ژول به صورت زیر است:

$$1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

(۲) یک موج الکترومغناطیس (نور مرئی و غیرمرئی)، مجموعه‌ای از بسته‌های انرژی در نظر گرفته می‌شود که هر یک از این بسته‌های انرژی را فوتون می‌نامیم. انرژی هر فوتون، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

یکای فیزیک اتمی	یکای SI	
eV	J	E: انرژی هر فوتون
$4/14 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$	$6/6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	h: ثابت پلانک
$3 \times 10^{17} \text{ nm/s}$	$3 \times 10^8 \text{ m/s}$	c: تندی نور در هوا و خلأ
nm	m	λ : طول موج نور

گام اول: با استفاده از رابطه مطرح شده در درس باکس، انرژی هر فوتون مربوط به این موج الکترومغناطیس را به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \xrightarrow{\frac{hc=1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{\lambda=310 \text{ nm}}} E = \frac{1240}{310} = 4 \text{ eV}$$

گام دوم: انرژی به دست آمده را بر حسب ژول محاسبه می‌کنیم:

$$E = 4 \text{ eV} \times \frac{1.6 \times 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 6.4 \times 10^{-19} \text{ J}$$

اگر به یکای خواسته شده در متن سؤال دقت نکنید در دام گزینه (۱) می‌افتید.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گول نخوری ✗

کدام یک از موارد زیر درست است؟

- الف) در هسته‌های پایدار سنگین، تعداد پروتون‌های هسته از تعداد نوترون‌های آن بیشتر است.
 ب) جرم هسته از مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده آن بیشتر است.
 پ) با گسیل پوزیترون از یک هسته ناپایدار، تعداد نوترون‌های هسته یک واحد افزایش می‌یابد.
 ت) اغلب هسته‌ها پس از واپاشی آلفا یا بتا، در حالت برانگیخته قرار می‌گیرند و با گسیل پرتو گاما به حالت پایه می‌رسند.

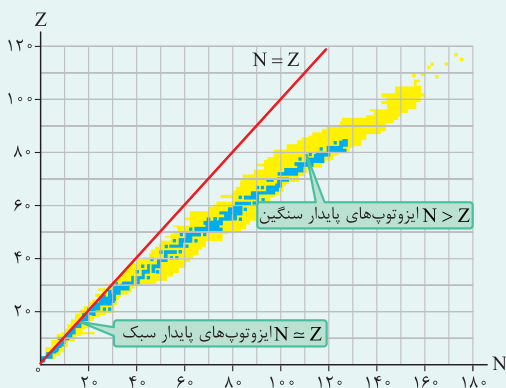
- (۱) الف و ب
 (۲) ب و پ
 (۳) پ و ت
 (۴) الف و ت

مشاوره واپاشی هسته، از مطالب مهمی است که بارها در سوالات کنکور مختلف مطرح شده است، توجه بیشتری به آن داشته باشید.

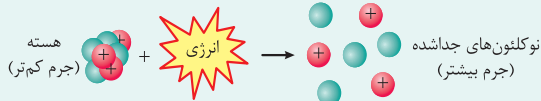
پاسخ: گزینه ۳

درس Box

(۱) نمودار زیر، تغییرات عدد اتمی (Z) بر حسب عدد نوترونی (N) را برای هسته‌های پایدار و پرتوزا نشان می‌دهد. نسبت $\frac{N}{Z}$ برای هسته‌های سنگین افزایش می‌یابد، یعنی با افزایش تعداد پروتون‌ها، برای آن که هسته پایدار بماند، باید تعداد نوترون‌ها افزایش بیشتری داشته باشد.

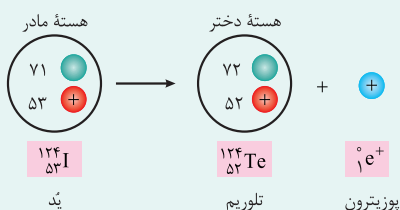
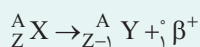


(۲) اندازه‌گیری‌های دقیق نشان می‌دهند که جرم هسته، از مجموع جرم پروتون‌ها و نوترون‌های تشکیل‌دهنده‌اش اندکی کمتر است. این اختلاف جرم را کاستی جرم هسته می‌گویند.



(۳) واپاشی بتا، همراه با گسیل پوزیترون (β^+ یا e^+):

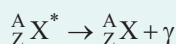
در این نوع واپاشی بتا، ذره گسیل شده توسط هسته، جرم یکسان با الکترون دارد، ولی به جای بار منفی، حامل بار مثبت است. به این الکترون مثبت، پوزیترون می‌گویند. در واقع آن چه در این واپاشی رخ می‌دهد، این است که یکی از پروتون‌های درون هسته به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود؛ سپس این پوزیترون از هسته گسیل می‌شود. فرایند این واپاشی، با رابطه زیر بیان می‌شود:



مثال واپاشی β^+ ، برای ${}_{53}^{124} \text{I}$ که به طور طبیعی رخ می‌دهد:

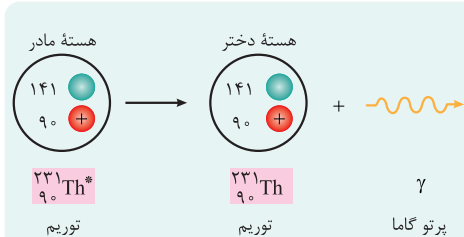
(۴) واپاشی گاما (γ):

اغلب هسته‌ها پس از واپاشی آلفا یا بتا، در حالت برانگیخته قرار می‌گیرند و با گسیل فوتون‌های پرانرژی (پرتو گاما) به حالت پایه می‌رسند. در این فرایند A و Z تغییر نمی‌کنند، بلکه هسته برانگیخته که با علامت * مشخص شده است، با گسیل پرتو گاما به حالت پایه می‌رسد. واپاشی γ با رابطه زیر بیان می‌شود:



فیزیک

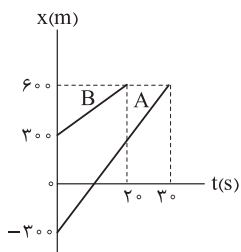
مثال واپاشی γ ، برای توریم $^{231}_{90}\text{Th}$ که به طور طبیعی رخ می‌دهد:



با توجه به متن درس‌باکس، موارد «الف» و «ب» نادرست هستند، اما موارد «پ» و «ت» درست هستند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می کنند، به شکل زیر است. در لحظه ای که جهت بردار مکان متحرک A تغییر می کند، فاصله دو متحرک چند متر است؟



(۱) ۳۲۵

(۲) ۳۵۰

(۳) ۴۲۵

(۴) ۴۵۰

پاسخ: گزینه ۴

Hint

ابتدا سرعت هر یک از دو متحرک A و B را به دست آورید، سپس معادله مکان آن ها را بنویسید. در لحظه عبور متحرک A از مبدأ مکان $(x=0)$ ، مکان متحرک B را نیز پیدا کرده و اختلاف مکان آن ها را پیدا کنید.

درس Box

برداری مکان: برداری که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می کند، بردار مکان جسم در آن لحظه نام دارد.

در حرکت روی محور x، هرگاه متحرک از مبدأ مکان یا مبدأ محور $(x=0)$ عبور کند، x تغییر علامت می دهد و جهت بردار مکان آن عوض می شود.

حرکت یکنواخت روی خط راست (سرعت ثابت):

در این نوع حرکت، اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است، یعنی سرعت متوسط متحرک (v_{av}) در هر بازه زمانی دلخواه، برابر با سرعت لحظه ای آن (v) است.

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Δx : جابه جایی (m)

Δt : بازه زمانی (s)

معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت:

$$x = vt + x_0$$

x: مکان متحرک در لحظه t (m)

x_0 : مکان اولیه یا مبدأ حرکت، یعنی مکان متحرک در لحظه $t=0$ (m)

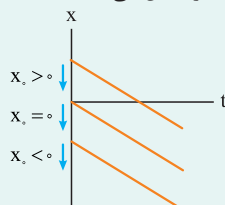
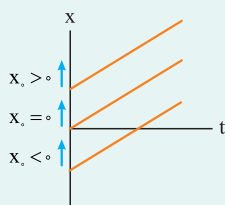
v = سرعت متحرک (m/s)

t = زمان (s)

در رابطه فوق x، x_0 و v می توانند مثبت یا منفی یا صفر باشند.

نمودار مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت:

با توجه به این که معادله مکان - زمان در این نوع حرکت، یک تابع درجه اول است، نمودار آن به صورت یک خط شیبدار بوده و شیب آن سرعت متحرک را نشان می دهد.



حرکت در سوی مثبت، یعنی $v > 0$ (شیب خط مثبت) حرکت در سوی منفی، یعنی $v < 0$ (شیب خط منفی)



فیزیک

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: سرعت هر یک از دو متحرک A و B را به دست می‌آوریم و براساس آن، معادله مکان این دو متحرک را می‌نویسیم:

$$v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t_A} = \frac{600 - (-300)}{30 - 0} = \frac{900}{30} = 30 \text{ m/s}$$

$$v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t_B} = \frac{600 - 300}{20 - 0} = \frac{300}{20} = 15 \text{ m/s}$$

$$x_A = v_A t + x_{A_0} \Rightarrow x_A = 30t - 300$$

$$x_B = v_B t + x_{B_0} \Rightarrow x_B = 15t + 300$$

گام دوم: اگر نمودار متحرک A در لحظه t_1 محور t را قطع کند، یعنی $x_A = 0$ شود، در این لحظه جهت بردار مکان متحرک A تغییر می‌کند:

$$x_A = 30t - 300 \xrightarrow[t=t_1]{x_A=0} 0 = 30t_1 - 300 \Rightarrow t_1 = 10 \text{ s}$$

گام سوم: مکان متحرک B را در لحظه $t_1 = 10 \text{ s}$ به دست می‌آوریم:

$$x_B = 15t + 300 \xrightarrow[t=t_1=10 \text{ s}]{} x_B = 15 \times 10 + 300 = 450 \text{ m}$$

اکنون فاصله دو متحرک A و B را در لحظه t_1 محاسبه می‌کنیم:

$$x_B - x_A = 450 - 0 = 450 \text{ m}$$



۵۰

معادله مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، در SI به صورت $x = t^2 - 4t + 9$ است. اندازه سرعت متوسط متحرک در ۳ ثانیه اول، چند برابر اندازه سرعت متوسط متحرک در ۴ ثانیه دوم است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{12}$

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

رابطه سرعت متوسط برای حرکت روی محور x برحسب بردار یکه به صورت زیر نوشته می شود:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{i} = \left(\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \right) \vec{i}$$

$\vec{v}_{av}$: بردار سرعت متوسط (m/s)

x_1 : مکان متحرک در لحظه t_1 (m)

x_2 : مکان متحرک در لحظه t_2 (m)

گام اول: سه ثانیه اول، یعنی بازه زمانی $t_1 = 0$ s تا $t_2 = 3$ s و چهار ثانیه دوم، یعنی بازه زمانی $t_1 = 4$ s تا $t_2 = 8$ s؛ بنابراین با جای گذاری این مقادیر در معادله مکان - زمان متحرک، مکان آن را در این لحظات حساب می کنیم:

$$x = t^2 - 4t + 9 \quad \begin{cases} t_1 = 0 \text{ s} \Rightarrow x_1 = 0 - 0 + 9 = 9 \text{ m} \\ t_2 = 3 \text{ s} \Rightarrow x_2 = 9 - 12 + 9 = 6 \text{ m} \end{cases}$$

$$x = t^2 - 4t + 9 \quad \begin{cases} t_1' = 4 \text{ s} \Rightarrow x_1' = 16 - 16 + 9 = 9 \text{ m} \\ t_2' = 8 \text{ s} \Rightarrow x_2' = 64 - 32 + 9 = 41 \text{ m} \end{cases}$$

گام دوم: با استفاده از رابطه سرعت متوسط و معلوم بودن مکان متحرک در لحظات مورد نظر، نسبت اندازه سرعت متوسط متحرک را به دست می آوریم:

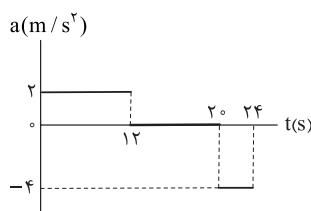
$$v_{av(0,3)} = \frac{6-9}{3-0} = -\frac{3}{3} = -1 \text{ m/s} \xrightarrow{\text{اندازه}} +1 \text{ m/s}$$

$$v_{av(4,8)} = \frac{41-9}{8-4} = \frac{32}{4} = 8 \text{ m/s}$$

پس نسبت سرعت متوسط متحرک در این دو بازه زمانی، $\frac{1}{8}$ می باشد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

نمودار شتاب - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر سرعت اولیه متحرک $\vec{a}(-8\text{ m/s})$ باشد، تندی متوسط آن در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 24\text{ s}$ چند متر بر ثانیه است؟



$$\frac{13}{3} \quad (1)$$

$$5 \quad (2)$$

$$\frac{26}{3} \quad (3)$$

$$10 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۴

Hint

نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم کنید و به کمک مساحت سطح محصور آن مسافت طی شده و در پایان، تندی متوسط را حساب کنید.

درس Box

چند مورد از ویژگی‌های نمودار شتاب - زمان:

- (۱) در هر بازه از زمان که شتاب ثابت است، نمودار شتاب - زمان آن به صورت یک خط افقی موازی محور زمان است.
- (۲) مساحت سطح محدود بین این نمودار و محور زمان در هر بازه زمانی، برابر با تغییرات سرعت (Δv) در آن بازه است. برای قسمتی از نمودار که بالای محور زمان است، $\Delta v > 0$ و برای قسمتی از نمودار که زیر محور زمان است، $\Delta v < 0$ در نظر گرفته می‌شود.
- (۳) اگر نمودار شتاب - زمان، شامل دو یا چند مرحله مختلف باشد که هر کدام شتاب ثابت خود را دارند، می‌توان Δv هر مرحله را حساب کرد و با معلوم بودن سرعت اولیه متحرک، نمودار سرعت - زمان آن را رسم کرد.

چند مورد از ویژگی‌های نمودار سرعت - زمان:

- (۱) در هر مرحله که شتاب حرکت ثابت باشد، این نمودار به صورت یک خط شیب‌دار و در هر مرحله که سرعت ثابت باشد، این نمودار به صورت یک خط افقی است.
 - (۲) شیب این خط، شتاب متحرک را نشان می‌دهد.
 - (۳) نقطه شروع این نمودار، روی محور v ، سرعت اولیه (v_0) را نشان می‌دهد.
 - (۴) قدرمطلق مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان در هر بازه زمانی، مسافت پیموده شده در آن بازه زمانی را نشان می‌دهد.
- رابطه تندی متوسط:

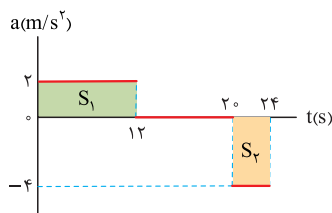
$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$$

$$s_{av}: \text{تندی متوسط (m/s)}$$

$$l: \text{مسافت (m)}$$

$$\Delta t: \text{بازه زمانی (m/s)}$$

گام اول: مساحت سطح بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان را در هر بازه زمانی به دست می‌آوریم، سپس با معلوم بودن سرعت اولیه متحرک، نمودار سرعت - زمان آن را در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 24\text{ s}$ رسم می‌کنیم.



$$\Delta v_1 = s_1 = 2 \times 12 = 24 \text{ m/s}$$

$$\Delta v_2 = 0$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

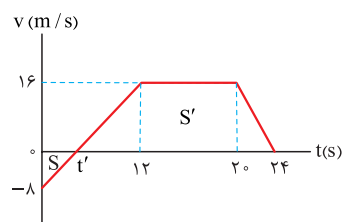


$$\Delta v_r = S_r = (24 - 20)(-4) = -16 \text{ m/s}$$

$$\Delta v_1 = v_{t=12s} - v_0 \Rightarrow 24 = v_{t=12s} - (-8) \Rightarrow v_{t=12s} = 16 \text{ m/s}$$

$$\Delta v_r = v_{t=20s} - v_{t=12s} \Rightarrow 0 = v_{t=20s} - 16 \Rightarrow v_{t=20s} = 16 \text{ m/s}$$

$$\Delta v_r = v_{t=24s} - v_{t=20s} \Rightarrow -16 = v_{t=24s} - 16 \Rightarrow v_{t=24s} = 0$$



گام دوم: معادله سرعت - زمان را در بازه زمانی t' تا t' می‌نویسیم و لحظه t' را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 2t' - 8 \Rightarrow t' = 4 \text{ s}$$

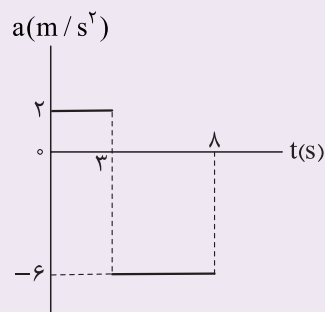
سپس با محاسبه مساحت‌های S و S' ، مسافت پیموده‌شده در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 24 \text{ s}$ را حساب می‌کنیم:

$$l = |S| + S' = \left| \frac{-8 \times 4}{2} \right| + \frac{[(24 - 4) + (20 - 12)] \times 16}{2} \Rightarrow l = 16 + (28 \times 8) = 240 \text{ m}$$

گام سوم: تندى متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 24 \text{ s}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{240}{24 - 0} = 10 \text{ m/s}$$

شکل زیر نمودار شتاب - زمان متحرکی است که در لحظه $t = 0 \text{ s}$ با سرعت $\vec{V} = +(8 \text{ m/s})\vec{i}$ حرکت کرده است. تندى متوسط متحرک در این ۸ ثانیه چند متر بر ثانیه است؟ (سوال ۴۶ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ - نوبت اول)



(۱) ۱۲

(۲) ۱۵

(۳) $\frac{43}{4}$

(۴) $\frac{53}{6}$

فیزیک

۵۲

در شرایط خلأ، دو گلوله به فاصله زمانی ۱ s از نقطه‌ای به ارتفاع h رها می‌شوند. اگر بیشترین فاصله بین آن‌ها در طول حرکت به ۴۵ m برسد، ارتفاع h چند متر است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

(۱) ۸۰

(۲) ۱۱۰

(۳) ۱۲۵

(۴) ۱۴۵

مشاوره این تست دقیقاً یکی از سؤال‌های کنکور سراسری رشته ریاضی در سال ۱۳۸۳ است.

پاسخ: گزینه ۳

درس: Box

(۱) اگر سوی مثبت محور y را رو به پایین فرض کنیم و متحرک از ارتفاع h رها شود، معادله مکان - زمان آن در این حرکت به صورت زیر است:

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

h: ارتفاع سقوط (m)

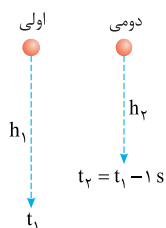
g: شتاب گرانش زمین (N/kg)

t: زمان (s)

(۲) اگر دو متحرک با اختلاف زمانی Δt حرکت خود را شروع کنند، در صورتی که زمان را برای اولی t_1 در نظر بگیریم، برای دومی که حرکت خود را دیرتر شروع کرده، زمان به صورت $t_2 = t_1 - \Delta t$ خواهد بود.

گام اول: وقتی بیشترین فاصله بین گلوله‌ها به ۴۵ m می‌رسد، فرض می‌کنیم که گلوله اول از ارتفاع h_1 و گلوله دوم از ارتفاع h_2 سقوط کرده باشند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times t_1^2 \Rightarrow h_1 = 5t_1^2$$

$$h_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (t_1 - 1)^2 \Rightarrow h_2 = 5(t_1 - 1)^2$$

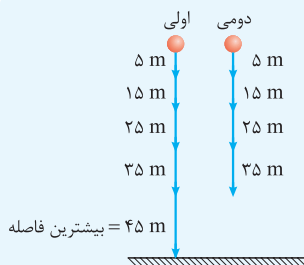
گام دوم: اختلاف ارتفاع دو گلوله را برابر با ۴۵ m قرار می‌دهیم و t_1 را به دست می‌آوریم:

$$h_1 - h_2 = 5t_1^2 - 5(t_1 - 1)^2$$

$$\Rightarrow 45 = 5t_1^2 - 5(t_1^2 - 2t_1 + 1) \Rightarrow 45 = 5t_1^2 - 5t_1^2 + 10t_1 - 5 \Rightarrow 50 = 10t_1 \Rightarrow t_1 = 5 \text{ s}$$

گام سوم: ارتفاع h را که همان ارتفاع سقوط گلوله اول است، محاسبه می‌کنیم:

$$h = h_1 = 5t_1^2 \xrightarrow{t_1=5 \text{ s}} h = 5(5)^2 = 125 \text{ m}$$



یه جور دیگه

۵۳

جسمی روی کف آسانسوری قرار دارد. وقتی آسانسور با شتاب رو به بالای 2 m/s^2 به سمت پایین می‌رود، نیرویی که از طرف جسم بر کف آسانسور وارد می‌شود، F_1 است و وقتی با شتاب رو به پایین 2 m/s^2 به سمت بالا می‌رود، نیروی وارد بر کف آسانسور از طرف جسم، F_2 است. F_2 چند برابر F_1 است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

$\frac{3}{2} \quad (4)$

$\frac{2}{3} \quad (3)$

$\frac{5}{4} \quad (2)$

$\frac{4}{5} \quad (1)$

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

در حرکت آسانسور، با توجه به جهت حرکت، طبق قانون دوم نیوتون داریم:

اگر جهت حرکت رو به بالا باشد: $F_N = m(g + a)$

اگر جهت حرکت رو به پایین باشد: $F_N = m(g - a)$

دقت کنید در روابط بالا با توجه به کندشونده بودن یا تندشونده بودن حرکت، علامت a را قرار می‌دهیم. در واقع در دو رابطه بالا، علامت منفی و مثبت معادلات ربطی به علامت a ندارد.

گام اول: در حالت اول نیروی F_N که برابر با F_1 است را به دست می‌آوریم:

$$mg - F_N = ma \Rightarrow F_N = F_1 = m(g - a) = m(10 - 2) = 8m$$

در حالت دوم شتاب برابر با 2 m/s^2 و جهت حرکت به سمت بالاست، پس:

$$F_2 = F'_N = m(g + a) = m(10 + 2) = 12m$$

گام دوم: خواسته سؤال را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{12m}{8m} = \frac{3}{2}$$

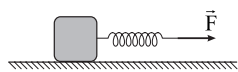
اگر علامت شتاب‌ها را جابه‌جا بگذارید، در دام گزینه (۳) می‌افتید.

گول نخوری

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۵۴

در شکل زیر، جسمی به جرم 8 kg روی سطح افقی تحت تأثیر نیروی افقی $\vec{F}$ در حال حرکت است. اگر با افزایش نیروی $\vec{F}$ ، طول فنر از 25 cm به 30 cm برسد و اندازه شتاب جسم از $1/5 \text{ m/s}^2$ به 3 m/s^2 برسد، ثابت فنر در SI برابر کدام است؟ (ضریب اصطکاک جنبشی در تمام مسیر یکسان است.)

(۲) 120 (۱) 60 (۴) 480 (۳) 240

پاسخ: گزینه ۳

Hint

به کمک قانون دوم نیوتون، روابط را برای هر دو حالت بنویسید و سپس روابط را به صورت نسبتی بنویسید تا طول اولیه فنر به دست آید.

درسی Box

هرگاه فنری را از حالت تعادل فشرده کنیم یا بکشیم، طبق قانون هوک، نیروی کشسانی فنر تمایل دارد فنر را به حالت اولیه برگرداند. این نیرو از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

ثابت فنر (N/m)

$$F = k\Delta x = k(x - x_0)$$

نیروی کشسانی فنر (N)

طول اولیه فنر (m) طول ثانویه فنر (m)

گام اول: به کمک قانون دوم نیوتون، برای هر دو حالت داریم:

$$\left. \begin{aligned} \text{حالت اول: } F_e = ma &\Rightarrow k(25-1) = 8 \times 1/5 \Rightarrow k(25-1) = 12 \\ \text{حالت دوم: } F'_e = ma' &\Rightarrow k(30-1) = 8 \times 3 \Rightarrow k(30-1) = 24 \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم روابط}} \frac{25-1}{30-1} = \frac{1}{3} \Rightarrow 50-21 = 30-1 \Rightarrow 1 = 20 \text{ cm}$$

گام دوم: مقادیر l به دست آمده را در یکی از روابط بالا جای گذاری می‌کنیم تا ثابت فنر به دست آید:

$$k(25-1) = 12 \Rightarrow k = \frac{12}{25-20} = \frac{12}{5} \text{ N/cm} = 2/4 \text{ N/cm} = 240 \text{ N/m}$$

به کمک تغییرات نیرو داریم:

تیزبازی

$$\Delta F = m\Delta a \Rightarrow k\Delta x = m\Delta a \Rightarrow k(30-25) = 8(3-1/5) \Rightarrow k = \frac{12}{5} \text{ N/cm} = 2/4 \text{ N/cm} = 240 \text{ N/m}$$

فیزیک

۵۵

معادلهٔ تکانه - زمان جسمی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $p = t^2 - 10t + 15$ است. نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در بازهٔ زمانی $t_1 = 2$ s تا $t_2 = 6$ s بر حسب نیوتون کدام است؟

$$(1) \vec{i} \quad (2) -2\vec{i}$$

$$(3) 2/5\vec{i} \quad (4) -2/5\vec{i}$$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

ابتدا تکانهٔ جسم را در لحظه‌های t_1 و t_2 محاسبه کنید و سپس با توجه به رابطهٔ $F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ ، نیروی خالص متوسط وارد بر جسم را به دست آورید.

درس: Box

به کمک روابط تکانه و قانون دوم نیوتون، داریم:

$$\begin{cases} \vec{p} = m\vec{v} \\ \vec{F} = m\vec{a} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}_{av} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \end{cases}$$

یعنی نسبت تغییرات تکانه به زمان برابر با نیروی خالص متوسط وارد بر جسم است.

گام اول: تکانهٔ جسم را در لحظات $t_1 = 2$ s و $t_2 = 6$ s محاسبه می‌کنیم:

$$t_1 = 2 \text{ s}: p_1 = (2)^2 - 10(2) + 15 = -1 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

$$t_2 = 6 \text{ s}: p_2 = (6)^2 - 10(6) + 15 = -9 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

گام دوم: نیروی خالص را با توجه به رابطهٔ $F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ به دست می‌آوریم:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_2 - p_1}{t_2 - t_1} = \frac{-9 - (-1)}{6 - 2} = \frac{-8}{4} = -2 \text{ N} \Rightarrow \vec{F} = (-2\vec{i}) \text{ N}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

دو ماهواره A و B روی دو مدار دایره‌ای شکل به دور زمین در حال گردش هستند. اگر دوره ماهواره A، ۸ برابر دوره ماهواره B باشد، تندی ماهواره A چند برابر تندی ماهواره B است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) ۲
- (۳) $\frac{1}{4}$
- (۴) ۴

پاسخ: گزینه ۱



ابتدا نسبت شعاع چرخش را به کمک نسبت دوره ماهواره‌ها به دست آورید، سپس به کمک نسبت شعاع چرخش، نسبت تندی‌ها را محاسبه کنید.

درس‌Box

در حرکت مرکزگرای ماهواره‌ها داریم:

$$F_{\text{مرکزگرا}} = W' \Rightarrow \begin{cases} \frac{mv^2}{r} = \frac{GM_e m}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Rightarrow v \propto \sqrt{\frac{1}{r}} \\ v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow \frac{2\pi r}{T} = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Rightarrow \frac{4\pi^2 r^3}{T^2} = \frac{GM_e}{r} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_e} \Rightarrow T^2 \propto r^3 \end{cases}$$

گام اول: به کمک نسبت دوره ماهواره‌ها، نسبت شعاع مدار چرخش آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$T^2 \propto r^3 \Rightarrow \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^2 = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3 \Rightarrow \lambda^2 = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3 \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \sqrt[3]{\lambda^2} = 4$$

گام دوم: نسبت شعاع مدار چرخش ماهواره‌ها را داریم و به راحتی می‌توانیم نسبت تندی ماهواره‌ها را حساب کنیم:

$$v \propto \sqrt{\frac{1}{r}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

در حرکت دایره‌ای ماهواره، بین تندی ماهواره و دوره تناوب رابطه زیر برقرار است:

$$T \propto \frac{1}{v} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \left(\frac{v_B}{v_A}\right) \Rightarrow \lambda = \left(\frac{v_B}{v_A}\right) \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \lambda \Rightarrow v_A = \frac{v_B}{\lambda}$$

تیزبازی



فیزیک

۵۷

معادله مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، در SI به صورت $x = 0.08 \cos(5\pi t)$ است.

شتاب جسم در لحظه $t = 0.45 \text{ s}$ بر حسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟ ($\pi^2 = 10$)

$$1.0 \vec{i} \quad (1) \quad -1.0 \vec{i} \quad (2)$$

$$1.0\sqrt{2} \vec{i} \quad (3) \quad -1.0\sqrt{2} \vec{i} \quad (4)$$

مشاوره این تست مشابه سؤال امتحان نهایی تجربی دی ۱۴۰۱ است.

پاسخ: گزینه ۴

مکان نوسانگر را در $t = 0.45 \text{ s}$ محاسبه کنید و سپس با جای گذاری داده ها در رابطه $a = -\omega^2 x$ ، شتاب را به دست آورید.

Hint

درس: Box

(۱) معادله مکان - زمان در حرکت هماهنگ ساده:

اگر در لحظه $t = 0$ جسم در نقطه $x = +A$ قرار داشته باشد و شروع به نوسان هماهنگ ساده کند، معادله مکان - زمان آن به صورت زیر نوشته می شود:

$$x = A \cos \omega t$$

دامنه (m)
↑
بسامد زاویهای (rad/s)

بسامد زاویهای (rad/s)

$$a = -\omega^2 x \rightarrow (m)$$

↑
مکان نوسانگر (m)
↓
شتاب (m/s^2)

شتاب (m/s^2)

(۲) معادله شتاب نوسانگر:

گام اول: مکان نوسانگر را در لحظه $t = 0.45 \text{ s}$ محاسبه می کنیم:

$$x = 0.08 \cos\left(5\pi \times \frac{45}{100}\right) = 0.08 \cos\left(\frac{9}{2}\pi\right) = 0.08 \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{2}\right) = 0.08 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = 0.04\sqrt{2} \text{ m}$$

$\cos \frac{\pi}{4}$

گام دوم: با مقایسه معادله صورت سؤال با معادله $x = A \cos \omega t$ داریم:

$$A = 0.08 \text{ m}, \quad \omega = 5\pi \text{ rad/s}$$

گام سوم: با جای گذاری داده ها در رابطه $a = -\omega^2 x$ ، شتاب جسم را در لحظه $t = 0.45 \text{ s}$ به دست می آوریم:

$$a = -(5\pi)^2 (0.04\sqrt{2}) = (-1.0\sqrt{2} \vec{i}) \text{ m/s}^2$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

معادله مکان - زمان یک نوسانگر هماهنگ ساده در SI به صورت $x = 0.2 \cos 20\pi t$ است.

الف) در لحظه $t = \frac{1}{6} \text{ s}$ اندازه شتاب نوسانگر چند متر بر مربع ثانیه است؟

ب) اگر جرم نوسانگر 20 g باشد، انرژی مکانیکی آن چند ژول است؟ ($\pi^2 = 10$)، $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

(سؤال ۱۲ - امتحان نهایی رشته تجربی دی ۱۴۰۱)

جسم متصل به فنر سبکی با ثابت 400 N/m روی سطح افقی بدون اصطکاکی نوسان می‌کند. اگر کمینه و بیشینه طول فنر در یک دوره تناوب به ترتیب 30 cm و 40 cm باشد، بیشینه انرژی جنبشی جسم چند ژول است؟

- (۱) $0/2$ (۲) $0/5$ (۳) 2 (۴) 5

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

انرژی مکانیکی نوسانگر جرم - فنر طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

دامنه نوسان (m)

$$E = \frac{1}{2} k A^2$$

ثابت فنر (N/m)

طبق قانون پایستگی انرژی $E = K + U$ است.

در نقطه‌های بازگشت، انرژی جنبشی صفر و انرژی پتانسیل بیشینه است، یعنی:

$$E = U_{\max} = \frac{1}{2} k A^2$$

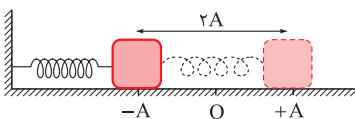
در نقطه تعادل، انرژی جنبشی بیشینه است و داریم:

$$E = K_{\max} = \frac{1}{2} k A^2$$



$$\begin{cases} v = 0 \rightarrow K = 0 \\ x = -A \rightarrow U = U_{\max} = E \end{cases} \quad \begin{cases} v = v_{\max} \rightarrow K = K_{\max} = E \\ x = 0 \rightarrow U = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} v = 0 \rightarrow K = 0 \\ x = A \rightarrow U = U_{\max} = E \end{cases}$$

گام اول: مطابق شکل، فاصله بین کمینه و بیشینه طول فنر برابر با $2A$ است، پس:



$$2A = x_{\max} - x_{\min} = 40 - 30 \Rightarrow A = 5 \text{ cm} = 0/05 \text{ m}$$

گام دوم: بیشینه انرژی جنبشی برابر با انرژی مکانیکی است و از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$E = K_{\max} = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} \times (400) (0/05)^2 = 0/5 \text{ J}$$

اگر دامنه را به اشتباه برابر با 10 cm در نظر بگیرید، در دام گزینه (۳) می‌افتید.

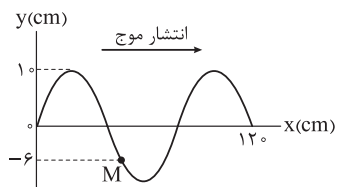
گول نخوری



فیزیک

۵۹

تصویر موج عرضی منتشرشده در طنابی در مبدأ زمان به شکل زیر است. اگر تندی انتشار موج 20 m/s باشد، اندازه سرعت متوسط نقطه M از طناب در 0.2 ثانیه اول چند متر بر ثانیه است؟



(۱) ۶

(۲) ۱۰

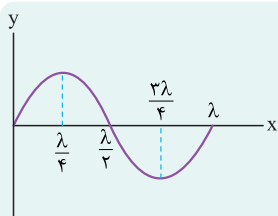
(۳) 0.6

(۴) ۱

مشاوره بعضی سؤالات در فصل نوسان، با مطالب حرکت شناسی ترکیب می شوند که نمونه آن را در این جا می بینید.

پاسخ: گزینه ۱

نمودار جابه جایی - مکان یک موج عرضی به صورت شکل مقابل است:



طول موج (λ) برابر فاصله دو قله (ستیغ) متوالی یا دو دره (پاستیغ) متوالی با یکدیگر است.

طول موج در امواج عرضی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\begin{aligned} \text{تندی (m/s)} & \quad \uparrow \\ \lambda &= vT = \frac{v}{f} \quad \leftarrow \text{طول موج (m)} \\ \text{دوره تناوب (s)} & \quad \downarrow \end{aligned}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: با توجه به نمودار، طول موج را محاسبه می کنیم:

$$\frac{3\lambda}{4} = 120 \Rightarrow \lambda = 160 \text{ cm} = 1.6 \text{ m}$$

گام دوم: دوره تناوب موج را حساب می کنیم:

$$\lambda = vT \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{1.6}{20} = 0.08 \text{ s}$$

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{0.2}{0.08} = \frac{1}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{4}$$

گام سوم: ذره در لحظه $t = 0$ در نقطه $x = -6 \text{ cm}$ قرار دارد و $\Delta t = \frac{T}{4}$ بعد به مکان $x_2 = 6 \text{ cm}$ می رسد، پس اندازه

سرعت متوسط نقطه M برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(0.06) - (-0.06)}{0.02} = 6 \text{ m/s}$$



فیزیک

اگر فاصله شنونده‌ای از یک چشمه صوت نصف شود، تراز شدت صوت دریافتی شنونده چند دسی‌بل تغییر می‌کند؟

۶۰

($\log 2 = 0.3$) و چشمه، صوت را به طور یکنواخت در تمام جهتها منتشر می‌کند.

۶ (۴)

۳ (۳)

۰/۶ (۲)

۰/۳ (۱)

مشاوره این تست مشابه یکی از سوالات کنکور سراسری رشته ریاضی در نوبت دوم ۱۴۰۲ است.

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

(۱) برای مقایسه شدت صوت، بین دو حالت مختلف، با چشم‌پوشی از جذب انرژی صوت توسط محیط، می‌توان نوشت:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

I : شدت صوت (W/m^2)

A : دامنه (m)

f : بسامد (Hz)

r : فاصله از چشمه صوت (m)

(۲) برای مقایسه شدت صوت در دو حالت مختلف داریم:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

β_1 : تراز شدت صوت در حالت اول (dB)

β_2 : تراز شدت صوت در حالت دوم (dB)

I_1 : شدت صوت در حالت اول (W/m^2)

I_2 : شدت صوت در حالت دوم (W/m^2)

گام اول: با توجه به این که در این سؤال فقط فاصله شنونده از چشمه صوت تغییر کرده است، داریم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{r_2 = \frac{1}{2}r_1} \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{\frac{1}{2}r_1}\right)^2 = 2^2$$

گام دوم: تغییر تراز شدت صوت را بین دو حالت، پیدا می‌کنیم:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \xrightarrow{\frac{I_2}{I_1} = 2^2} \beta_2 - \beta_1 = 10 \log 2^2 = 20 \log 2 = 20 \times 0.3 = 6 \text{ dB}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

اگر فاصله از چشمه صوت نصف شود و هم‌زمان توان چشمه صوت دو برابر شود، تراز شدت صوت چگونه تغییر

می‌کند؟ ($\log 2 = 0.3$) (سؤال ۵۴ کنکور ریاضی ۱۴۰۲ - نوبت دوم)

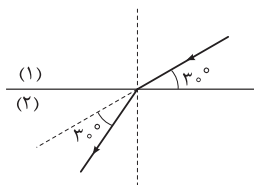
۸ برابر می‌شود.

۹ برابر می‌شود.

۴ دسی‌بل افزایش می‌یابد.

۹ دسی‌بل افزایش می‌یابد.

مسیر پرتو نوری که از محیط (۱) وارد محیط (۲) شده، به شکل زیر است. ضریب شکست محیط (۱) چند برابر ضریب شکست محیط (۲) است؟



$$\sqrt{3} \quad (۲)$$

$$۲ \quad (۴)$$

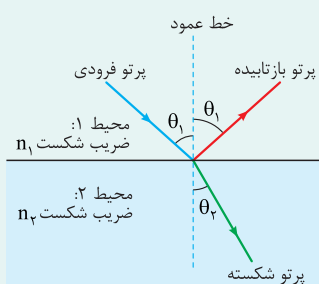
$$\frac{\sqrt{3}}{۳} \quad (۱)$$

$$\frac{۱}{۲} \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۱

قانون شکست اسنل برای شکست موج‌های نورانی به صورت زیر به کار می‌رود:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$



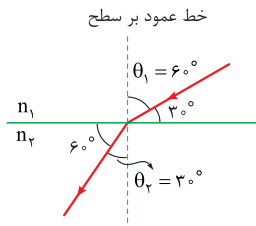
n_1 : ضریب شکست محیط اول

n_2 : ضریب شکست محیط دوم

θ_1 : زاویه تابش

θ_2 : زاویه شکست

گام اول: با توجه به شکل داده شده، زاویه‌های تابش (θ_1) و شکست (θ_2) را مشخص می‌کنیم:



گام دوم: با استفاده از قانون شکست اسنل، نسبت $\frac{n_1}{n_2}$ را به دست می‌آوریم:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \xrightarrow[\theta_1=60^\circ]{\theta_2=30^\circ} \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

از آنجا که پرتوی شکست، به خط عمود نزدیک شده است، $n_2 > n_1$ بوده و همان ابتدا معلوم می‌شود که گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست هستند.

تیزبازی

در آزمایش فوتوالکتریک، تابع کار فلز به کاررفته برابر 5 eV است. اگر طول موج نور تابیده به سطح این فلز، 20% درصد کمتر از طول موج آستانه آن باشد، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتریکهای گسیل شده از سطح فلز برابر چند الکترون ولت است؟

$$1/25 \text{ (۲)}$$

$$1 \text{ (۱)}$$

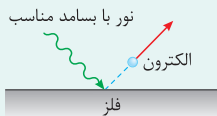
$$2/5 \text{ (۴)}$$

$$2 \text{ (۳)}$$

پاسخ: گزینه ۲

درس: Box

۱) با تابش نور با بسامد مناسب به سطح فلز، الکترونهایی از سطح فلز گسیل می شوند که به این پدیده، اثر فوتوالکتریک و به الکترونهای جدا شده از سطح فلز فوتوالکتریک می گویند.



۲) وقتی نوری تکفام بر سطح فلزی بتابد، هر فوتون صرفاً با یکی از الکترونهای فلز برهم کنش می کند. اگر فوتون انرژی کافی داشته باشد تا فرایند خارج کردن الکترون از فلز را انجام دهد، الکترون به طور آنی از آن گسیل می شود. در این صورت بخشی از انرژی فوتون صرف جدا کردن الکترون از فلز می شود و مابقی آن به انرژی جنبشی الکترون خارج شده تبدیل می شود. طبق قانون پایستگی انرژی، در اثر فوتوالکتریک داریم:

$$hf = W_0 + K$$

↑
انرژی جنبشی الکترون

• اگر W_0 ، حداقل کار لازم برای جدا کردن الکترون باشد:

$$hf = W_0 + K_{\max} \Rightarrow K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow K_{\max} = hf - hf_0 \xrightarrow{f = \frac{c}{\lambda}} K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0} = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$$

$\downarrow$ تابع کار فلز $\downarrow$ بسامد آستانه $\downarrow$ طول موج تابشی $\downarrow$ طول موج آستانه

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: با توجه به رابطه $\frac{hc}{\lambda_0} = W_0$ ، hc را بر حسب λ_0 به دست می آوریم:

$$\frac{hc}{\lambda_0} = 5 \Rightarrow hc = 5\lambda_0$$

گام دوم: با جای گذاری داده ها در رابطه $K_{\max}$ داریم:

$$K_{\max} = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) = 5\lambda_0 \left(\frac{1}{\frac{5}{8}\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_0} \right) = \frac{5}{8} - 5 = \frac{1}{8} = 1/25 \text{ eV}$$

فیزیک

۶۳

اتم هیدروژن، از اولین حالت برانگیخته به سومین حالت برانگیخته منتقل می‌شود. در این انتقال، انرژی الکترون چند ریدبرگ و چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) $\frac{8}{9}$ ، افزایش می‌یابد. (۲) $\frac{8}{9}$ ، کاهش می‌یابد.
 (۳) $\frac{3}{16}$ ، افزایش می‌یابد. (۴) $\frac{3}{16}$ ، کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۳

انرژی الکترون در اتم هیدروژن در مدار n ام:

$$E_n = \frac{-13.6}{n^2}$$

↓
شمار مدار الکترون

وقتی در اتم هیدروژن، الکترون از یک حالت مانا با انرژی بیشتر (E_U) به یک حالت مانا با انرژی کمتر (E_L) می‌رود، یک فوتون گسیل می‌کند که انرژی این فوتون از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$E_{\text{فوتون}} = E_U - E_L$$

اولین حالت برانگیخته، یعنی $n = 2$ و سومین حالت برانگیخته، یعنی $n = 4$ ، انرژی ترازهای E_4 و E_2 برابر است با:

$$E = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} E_2 = -\frac{E_R}{2^2} = -\frac{E_R}{4} \\ E_4 = -\frac{E_R}{4^2} = -\frac{E_R}{16} \end{cases}$$

$$\Delta E = E_4 - E_2 = -\frac{E_R}{16} - \left(-\frac{E_R}{4}\right) = \frac{3E_R}{16}$$

پس انرژی الکترون در این انتقال $\frac{3}{16}$ ریدبرگ افزایش پیدا می‌کند.

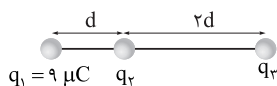
توجه کنید که اولین حالت برانگیخته با مدار اول فرق دارد، اگر به این موضوع توجه نکنید در دام گزینه (۱) می‌افتید.

گول نخوری

درس Box

پاسخ خیلی تشریحی

در شکل زیر، نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر یک از بارهای الکتریکی نقطه‌ای، برابر صفر است. مجموع دو بار q_2 و q_3 چند میکروکولن است؟



(۱) ۳۲

(۲) ۴۰

(۳) -۳۲

(۴) -۴۰

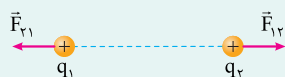
پاسخ: گزینه ۱

درس: Box

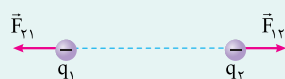
دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 که در فاصله r از یکدیگر قرار دارند، به هم نیروی الکتریکی $\vec{F}$ وارد می‌کنند که اندازه این نیرو از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}$$

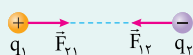
بارهای نقطه‌ای (C)
نیروی الکتریکی (N)
ثابت کولن ($\frac{N \cdot m^2}{C^2}$)
فاصله دو بار از هم (m)



● بارهای الکتریکی همنام یکدیگر را دفع می‌کنند:



● بارهای الکتریکی ناهمنام یکدیگر را جذب می‌کنند:



● اگر به جای دو ذره باردار، تعدادی بار الکتریکی نقطه‌ای داشته باشیم، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره، برآیند نیروهایی است که هر یک از ذره‌های دیگر در غیاب سایر ذره‌ها، بر آن ذره وارد می‌کنند.

گام اول: نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 ، صفر است و چون بار q_3 خارج فاصله دو بار قرار گرفته، پس بارهای q_1 و q_2 ناهمنام هستند، یعنی بار q_2 منفی است و چون نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 هم صفر است، پس بار q_3 باید مثبت باشد.
 $q_2 < 0$, $q_3 > 0$

گام دوم: نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 صفر است پس F_{13} باید هم‌اندازه F_{23} باشد، یعنی:

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow \frac{k |q_1| |q_3|}{r_{13}^2} = \frac{k |q_2| |q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow \frac{9}{9d^2} = \frac{|q_2|}{4d^2} \Rightarrow |q_2| = 4 \mu C \xrightarrow{q_2 < 0} q_2 = -4 \mu C$$

گام سوم: نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 صفر است، پس:

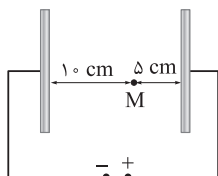
$$F_{12} = F_{23} \Rightarrow \frac{k |q_1| |q_2|}{r_{12}^2} = \frac{k |q_2| |q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow \frac{9}{d^2} = \frac{|q_3|}{4d^2} \Rightarrow |q_3| = 36 \mu C \xrightarrow{q_3 > 0} q_3 = 36 \mu C$$

گام چهارم: حالا خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$q_2 + q_3 = -4 + 36 = 32 \mu C$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در شکل زیر، دو صفحه رسانای موازی به اختلاف پتانسیل الکتریکی معینی وصل هستند. اگر ذره‌ای به جرم 6 g و بار الکتریکی $q = -10 \text{ } \mu\text{C}$ را در نقطه M رها کنیم، ذره با تندی 1 m/s به یکی از صفحه‌ها برخورد می‌کند. اختلاف پتانسیل الکتریکی دو صفحه چند ولت است؟ (از اثر وزن ذره چشم‌پوشی کنید).



(۱) ۹۰

(۲) ۱۸۰

(۳) ۹

(۴) ۱۸

پاسخ: گزینه ۱

با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، ابتدا اختلاف پتانسیل بین نقطه M و صفحه مثبت را به دست آورید؛ سپس اختلاف پتانسیل بین دو صفحه را پیدا کنید.

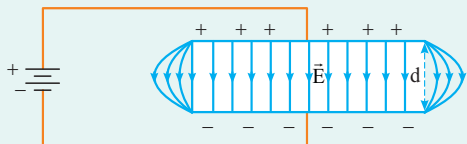
Hint

درس‌Box

میدان الکتریکی یکنواخت:

میدان الکتریکی‌ای است که خطوط آن، مستقیم، موازی و هم‌فاصله‌اند، یعنی بردار میدان الکتریکی در تمام نقاط این میدان، هم‌اندازه و هم‌جهت است.

مثلاً در شکل زیر، بین دو صفحه رسانای موازی و دور از لبه‌های آن، میدان الکتریکی یکنواخت وجود دارد.



$$E = \frac{\Delta V}{d}$$

E : اندازه میدان الکتریکی یکنواخت (N/C) یا (V/m)

$|\Delta V|$: اختلاف پتانسیل میان دو صفحه (V)

d : فاصله میان دو صفحه (m)

تغییرات انرژی جنبشی و تندی یک بار الکتریکی:

اگر تنها نیروی وارد بر بار q ، نیروی حاصل از میدان الکتریکی باشد، طبق قضیه کار - انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$\Delta K = W_E$$

ΔK : تغییرات انرژی جنبشی (J)

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

K : انرژی جنبشی (J)

$$W_E = |q|Ed \cos \theta$$

m : جرم (kg)

v : تندی (m/s)

W_E : کار میدان الکتریکی (J)

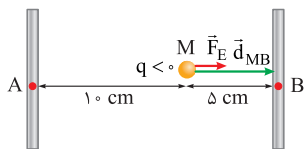
q : بار الکتریکی جابه‌جاشده (C)

θ : زاویه بین نیروی $\vec{F}_E$ و جابه‌جایی $\vec{d}$

فیزیک

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: قضیه کار - انرژی جنبشی را بین نقطه M و صفحه B که به پایانه مثبت وصل شده است، می نویسیم و از آنجا اختلاف پتانسیل بین نقطه M تا صفحه B را حساب می کنیم. توجه کنید که چون ذره دارای بار منفی است، به طرف صفحه B که دارای بار مثبت است، جذب می شود.



$$\Delta K = W_E \Rightarrow K_B - K_M = |q| E d_{MB} \cos \theta \xrightarrow{K_M=0, \theta=0, K_B=\frac{1}{2} m v_B^2, E d_{MB} = \Delta V_{MB}} \frac{1}{2} m v_B^2 = |q| \Delta V_{MB} \times \cos 0^\circ$$

$$\frac{m=0.6 \text{ g}=0.6 \times 10^{-3} \text{ kg}, v_B=1 \text{ m/s}}{|q|=-10 \text{ } \mu\text{C}=-10 \text{ } \mu\text{C}=10^{-5} \text{ C}} \rightarrow \frac{1}{2} \times 0.6 \times 10^{-3} \times 1^2 = 10^{-5} \times \Delta V_{MB} \Rightarrow \Delta V_{MB} = 30 \text{ V}$$

گام دوم: میدان الکتریکی بین دو صفحه رسانای A و B، یکنواخت است، بنابراین می توان نوشت:

$$E = \frac{\Delta V_{AB}}{d_{AB}} = \frac{\Delta V_{MB}}{d_{MB}} \Rightarrow \frac{\Delta V_{AB}}{15} = \frac{30}{5} \Rightarrow \Delta V_{AB} = 90 \text{ V}$$

۶۶ خازنی به ظرفیت $6 \mu F$ به یک باتری $15 V$ متصل است. اگر فاصله بین صفحات خازن را ۲۵ درصد کاهش دهیم، بار الکتریکی خازن چند میکروکولن تغییر می‌کند؟

(۲) ۶۰

(۱) ۳۰

(۴) ۱۲۰

(۳) ۹۰

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا ظرفیت خازن در حالت دوم را به دست آورید؛ سپس به کمک رابطه $\Delta Q = \Delta C \times V$ ، تغییر بار خازن را محاسبه کنید.

Hint

درس: Box

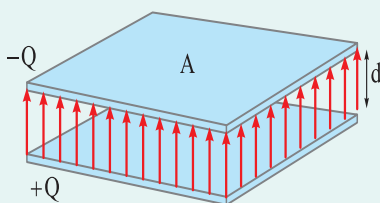
(۱) رابطه ظرفیت خازن براساس مشخصات ساختاری آن:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

C: ظرفیت خازن (فاراد)

 κ : ثابت دی‌الکتریک ϵ_0 : ضریب گذردهی الکتریکی خلأ $= 8.85 \times 10^{-12} F/m$ A: مساحت مقابل صفحه‌ها (m^2)

d: فاصله جدایی صفحه‌ها (m)

(۲) کم‌ترین κ برای هوا و خلأ بوده و برابر یک فرض می‌شود و برای سایر اجسام نارسانا $\kappa > 1$ می‌باشد.

(۳) نسبت بار الکتریکی ذخیره‌شده روی صفحه‌های یک خازن به اختلاف پتانسیل دو سر صفحه‌های آن، همواره عدد ثابتی است که به این عدد ثابت، ظرفیت خازن می‌گویند:

بار ذخیره‌شده روی صفحه‌ها (C)

$$C = \frac{Q}{V}$$

اختلاف پتانسیل بین صفحه‌ها (V)

گام اول: ابتدا رابطه ظرفیت خازن با دی‌الکتریک را می‌نویسیم و C_p را به دست می‌آوریم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \xrightarrow{d_p = \frac{3}{4} d_1} C_p = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{\frac{3}{4} d_1} = \frac{4}{3} \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d_1}$$

بنابراین C باید $\frac{4}{3}$ برابر شود.

$$\xrightarrow{\text{بنابراین } C \text{ باید } \frac{4}{3} \text{ برابر شود.}} C_p = \frac{4}{3} \times 6 = 8 \mu F$$

گام دوم: حال از دیگر رابطه ظرفیت خازن، مقدار تغییرات بار را محاسبه می‌کنیم:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q = CV \Rightarrow \Delta Q = \Delta C \times V \xrightarrow[\substack{\Delta C = (4-3) = 1 \mu F \\ V = 15 V}]{\Delta C = (4-3) = 1 \mu F} \Delta Q = 1 \times 15 = 15 \mu C$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

سیمی به طول ۲ m و جرم ۳۶ mg از ماده‌ای به چگالی 9 g/cm^3 ساخته شده است. اگر مقاومت ویژه این سیم $6 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ باشد، مقاومت الکتریکی آن چند اهم است؟

۲۰ (۴)

۲ (۳)

۶۰ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به سؤال و رابطه مقاومت الکتریکی، فقط یک چیز کمه! اونم مساحت سطح مقطعه که چگالی برای همین اومده!

Hint

درس Box

اگر سطح مقطع جسم در تمام طول آن یکسان باشد، مقاومت آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

طول رسانا (m)

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

مساحت مقطع جسم (m^2) مقاومت ویژه ($\Omega \cdot \text{m}$)

چگالی: نسبت جرم به حجم جسم است؛ یکای آن در SI کیلوگرم بر متر مکعب (kg/m^3) و رابطه آن به صورت زیر است:

جرم (kg)

$$\rho = \frac{m}{V}$$

چگالی (kg/m^3) حجم (m^3)

طول جسم (m)

$$V = AL$$

سطح مقطع جسم (m^2)

تبدیل یکاهای مهم چگالی، به یکای اصلی:

$$\frac{\text{g}}{\text{L}} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \xrightarrow{\times 1000} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \xrightarrow{\div 1000} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

گام اول: به کمک رابطه چگالی، مساحت سطح سیم را محاسبه می‌کنیم: (برای پرهیز از اشتباه، چگالی را با نماد ρ' و مقاومت ویژه را با نماد ρ نشان داده‌ایم.)

$$\rho' = \frac{m}{V} = \frac{m}{AL} \Rightarrow A = \frac{m}{\rho' L} \xrightarrow{\substack{m=36 \text{ mg} = 36 \times 10^{-6} \text{ kg} \\ \rho'=9000 \text{ kg/m}^3, L=2 \text{ m}}} A = 2 \times 10^{-9} \text{ m}^2$$

گام دوم: حالا از رابطه زیر، مقاومت الکتریکی را به دست می‌آوریم:

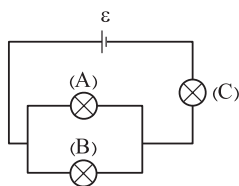
$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{\substack{\rho=6 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m} \\ L=2 \text{ m}, A=2 \times 10^{-9} \text{ m}^2}} R = \frac{6 \times 10^{-8} \times 2}{2 \times 10^{-9}} = 60 \Omega$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در مدار شکل زیر، سه لامپ A، B و C، مشابه و باتری آرمانی است. توان خروجی باتری، چند برابر توان مصرفی

۶۸

لامپ A است؟



(۱) ۶

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱/۵

پاسخ: گزینه ۱

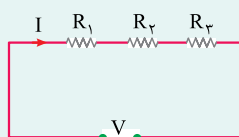
ابتدا مقاومت معادل مدار را به دست آورید، سپس جریان عبوری از هر لامپ را پیدا کنید و به کمک رابطه $P = RI^2$ توان‌ها را مقایسه کنید.

Hint

(۱) به هم بستن مقاومت‌ها:

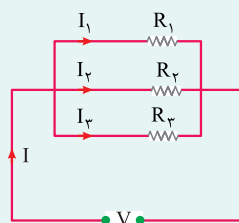
کرنس Box

الف) اتصال متوالی (سری): در این حالت، مطابق شکل زیر، جریان عبوری از تمام مقاومت‌ها یکسان است و داریم:



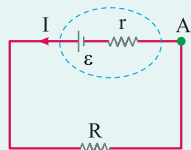
$$\begin{cases} I_1 = I_2 = I_3 = I \\ V = V_1 + V_2 + V_3 \end{cases} \Rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

ب) اتصال موازی: مطابق شکل، در اتصال موازی، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها با هم برابر است، یعنی:



$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 + I_3 \\ V = V_1 = V_2 = V_3 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

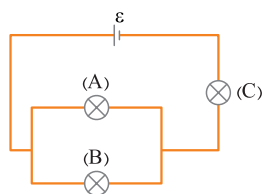
(۲) در مدار زیر، با طی یک دور کامل مدار، می‌توانیم رابطه جریان الکتریکی را پیدا کنیم:



$$V_A - Ir + \varepsilon - IR = V_A \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r + R}$$

گام اول: مقاومت معادل، جریان عبوری از مولد و جریان در شاخه لامپ A را محاسبه می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$R' = \frac{R \times R}{R + R} = \frac{R}{2} \quad \text{مقاومت‌های A و B موازی‌اند.}$$

$$R_{eq} = \frac{R}{2} + R = \frac{1}{2}R \quad \text{مقاومت‌های R' و C متوالی‌اند.}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{2}R}$$

جریان کل، بین دو شاخه A و B به نسبت مساوی تقسیم می‌شود، پس:

$$I_A = \frac{I}{2} = \frac{\varepsilon}{2R}$$



گام دوم: توان خروجی باتری برابر با توان مصرفی در مقاومت معادل است:

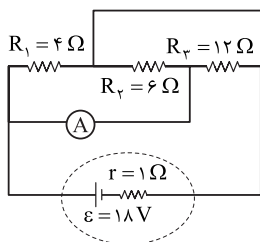
$$P_{\text{خروجی باتری}} = P_{\text{مصرفی}} = R_{\text{eq}} I^2 = (1/\Delta R) \left(\frac{\varepsilon}{1/\Delta R} \right)^2 = \frac{\varepsilon^2}{1/\Delta R}$$

$$P_A = R I_A^2 = R \left(\frac{\varepsilon}{3R} \right)^2 = \frac{\varepsilon^2}{9R}$$

گام سوم: خواسته سؤال را به دست می آوریم:

$$\frac{P_{\text{خروجی باتری}}}{P_A} = \frac{\frac{\varepsilon^2}{1/\Delta R}}{\frac{\varepsilon^2}{9R}} = 6$$

در مدار شکل زیر، آمپرسنج آرمانی چند آمپر را نشان می‌دهد؟ **۶۹**



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

Hint

به کمک نقاط هم‌پتانسیل، شکل ساده‌تری از مدار رسم کنید و مقاومت معادل آن را پیدا کنید، سپس جریان عبوری از شاخه‌های مدار را حساب کنید و با توجه به تقسیم جریان در نقطه‌های انشعاب، جریان عبوری از آمپرسنج را به دست آورید.

قانون اهم:

در دمای ثابت، نسبت اختلاف پتانسیل برخی وسیله‌ها که جریان الکتریکی را از خود عبور می‌دهند، به جریانی که از آن‌ها می‌گذرد، مقدار ثابتی است.

$$\frac{V}{I} = R \Rightarrow V = IR$$

V : اختلاف پتانسیل (V)

I : جریان الکتریکی (A)

R : مقاومت الکتریکی (Ω)

گره و شاخه در مدار:

یک نقطه انشعاب (گره) در مدار، نقطه‌ای است که در آن سه یا چند سیم جریان‌دار به یکدیگر متصل شده‌اند و هر اتصالی بین دو نقطه انشعاب در مدار، شاخه نامیده می‌شود. یک شاخه می‌تواند شامل هر تعدادی از اجزای مختلف مدار و سیم‌های بین آن‌ها باشد. از هر شاخه یک جریان می‌گذرد.

مجموع جریان‌های که به هر نقطه انشعاب (گره) وارد می‌شود برابر با مجموع جریان‌هایی است که از آن نقطه انشعاب خارج می‌شود. این موضوع بیانی از اصل پایستگی بار الکتریکی است، یعنی مجموع بار وارد شده به هر گره در واحد زمان برابر با مجموع بار خارج شده از آن نقطه در واحد زمان است، پس هیچ باری نمی‌تواند در گره جمع یا نابود شود.

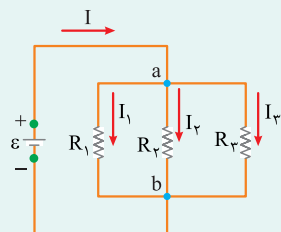
به هم بستن موازی مقاومت‌ها:

مقاومت‌هایی را موازی می‌گوییم که دو سر هر یک از آن‌ها به وسیله سیم‌های رابط به دو سر سایر مقاومت‌ها متصل شده باشند. در این حالت، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها یکسان است.

باید توجه داشت که مقاومت‌های موازی لازم نیست که از نظر ترسیمی حتماً شکل موازی با هم داشته باشند.

$$V = V_1 = V_2 = V_3$$

برای سه مقاومت موازی در شکل مقابل می‌توان نوشت:

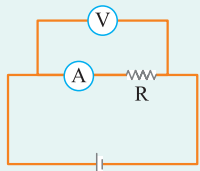


$$I = I_1 + I_2 + I_3 \Rightarrow \frac{V}{R_{eq}} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} \Rightarrow \frac{V}{R_{eq}} = V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

● در تقسیم جریان بین شاخه‌های موازی، چون اختلاف پتانسیل آن‌ها یکسان است، هر شاخه که مقاومت بیشتری داشته باشد، جریان کمتری از آن می‌گذرد.

آمپرسنج: وسیله‌ای است برای اندازه‌گیری جریان الکتریکی در یک شاخه از مدار که به طور متوالی در آن شاخه قرار می‌گیرد. آمپرسنج، مقاومت الکتریکی بسیار کمی دارد و اگر آرمانی فرض شود، مقاومت الکتریکی آن را صفر در نظر می‌گیریم. اگر آمپرسنج آرمانی به تنهایی در یک شاخه قرار گیرد و دو نقطه از مدار را به هم وصل کند، آن دو نقطه هم‌پتانسیل می‌شوند.



نام‌گذاری نقاط هم‌پتانسیل: بعضی وقت‌ها تشخیص متوالی یا موازی بودن مقاومت‌ها مشکل است، در این صورت می‌توانیم شکل ساده‌تری از مدار را رسم کنیم تا متوالی یا موازی بودن مقاومت‌ها را تشخیص دهیم، برای این کار، نقاطی از مدار را که با سیم به یکدیگر وصل شده‌اند، با یک نام مشترک در نظر می‌گیریم، بعد از نام‌گذاری چنین نقاطی از مدار، دو سر مولد یا دو سر مدار را مبنا قرار می‌دهیم و بقیه اجزای مدار را بین نقطه‌های نام‌گذاری شده جای‌گذاری می‌کنیم تا شکل ساده‌تری به دست آید.

مدار چندحلقه:

مداری است که جریان در همه قسمت‌های آن یکسان نیست. در این مدار، گره وجود دارد. اگر در این مدار، دو یا چند مقاومت به صورت ترکیبی با هم بسته شده باشند، می‌توان با پیدا کردن مقاومت معادل، آن مدار را به تک‌حلقه تبدیل نمود. سپس جریان اصلی مدار یعنی جریانی که از باتری (مولد) می‌گذرد را از رابطه زیر به دست آورده و آن را بین شاخه‌ها تقسیم کرد.

اگر مدار، فقط شامل یک باتری، با نیروی محرکه $\mathcal{E}$ و مقاومت درونی r باشد، رابطه جریانی که از باتری می‌گذرد، به صورت زیر، ساده می‌شود:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r}$$

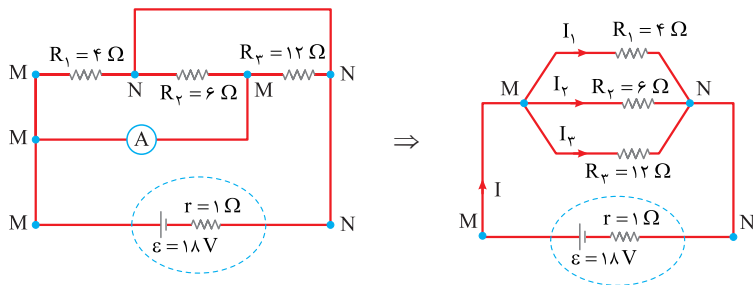
I : جریان گذرنده از مولد (A)

R_{eq} : مقاومت معادل خارجی مدار (Ω)

$\mathcal{E}$: نیروی محرکه مولد (V)

r : مقاومت درونی مولد (Ω)

گام اول: دو سر مولد را با نقاط M و N نام‌گذاری می‌کنیم و مطابق شکل زیر، نقاط هم‌پتانسیل را روی آن مشخص می‌کنیم. سپس شکل ساده‌تری از مدار را رسم می‌کنیم. توجه کنید که آمپرسنج به کاررفته در این جا، آرمانی است و مقاومت آن صفر در نظر گرفته می‌شود.



گام دوم: مقاومت معادل مدار (R_{eq}) را به دست می‌آوریم و به کمک آن، جریان عبوری از مولد (I) را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{6}{12} \Rightarrow R_{eq} = 2 \Omega$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} = \frac{18}{2+1} = 6 \text{ A}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



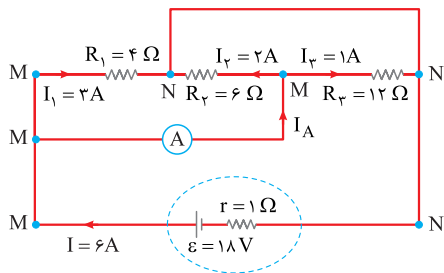
گام سوم: جریان‌های عبوری از مقاومت‌های موازی R_1 ، R_2 و R_3 را به ترتیب با I_1 ، I_2 و I_3 نشان می‌دهیم:

$$V_{MN} = V_1 = V_2 = V_3 \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2 = I_3 R_3 \Rightarrow 4I_1 = 6I_2 = 12I_3 \Rightarrow I_2 = 2I_3, I_1 = 3I_3$$

با توجه به تقسیم جریان در نقطه M می‌توان نوشت:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 3I_3 + 2I_3 + I_3 \Rightarrow 6 = 6I_3 \Rightarrow I_3 = 1A, I_2 = 2A, I_1 = 3A$$

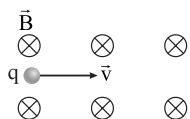
گام چهارم: جریان‌های به‌دست‌آمده را روی شکل اولیه مدار و با در نظر گرفتن جهت آن‌ها نشان می‌دهیم:



در نقطه انشعاب M که بین دو مقاومت R_2 و R_3 قرار دارد، داریم:

$$I_A = I_2 + I_3 = 2 + 1 = 3A$$

۷۰ در شکل زیر، ذره باردار $q = -5 \mu C$ با تندی $v = 200 \text{ m/s}$ در میدان مغناطیسی یکنواخت و درون سوی $B = 400 \text{ G}$ پرتاب می‌شود. نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره چند نیوتون و در کدام جهت است؟



- (۱) 4×10^{-5} ، ↓
- (۲) 4×10^{-5} ، ↑
- (۳) 4×10^{-3} ، ↓
- (۴) 4×10^{-3} ، ↑

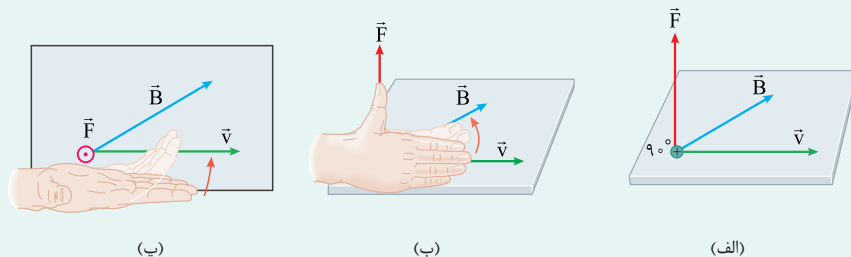
پاسخ: گزینه ۱

طبق قاعده دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره منفی را تعیین کنید و سپس طبق رابطه $F = |q| v B \sin \theta$ ، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره را محاسبه کنید.

Hint

درس‌Box

(۱) تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار مثبت با استفاده از قاعده دست راست؛ اگر چهار انگشت دست راست را در جهت $\vec{v}$ قرار دهیم، به گونه‌ای که جهت خم شدن چهار انگشت در جهت $\vec{B}$ باشد، انگشت شست جهت نیروی مغناطیسی را نشان می‌دهد.



اگر بار ذره منفی باشد، جهت نیروی مغناطیسی را برعکس می‌کنیم، در واقع برای ذره با بار منفی می‌توانیم از دست چپ استفاده کنیم.

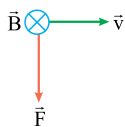
(۲) نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$F = |q| v B \sin \theta$$

زاویه بین بردار سرعت و میدان مغناطیسی $\rightarrow$ $\sin \theta$

تندی (m/s) $\rightarrow$ v بزرگی بار (C) $\rightarrow$ $|q|$ میدان مغناطیسی (T) $\rightarrow$ B بزرگی نیرو (N) $\rightarrow$ F

گام اول: به کمک قاعده دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره را پیدا می‌کنیم: (دقت کنید بار ذره منفی است و در نهایت باید جهت F را برعکس کنیم).



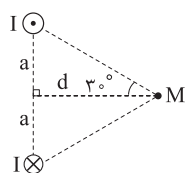
گام دوم: به کمک رابطه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره متحرک در میدان مغناطیسی، خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$F = |q| v B \sin \theta \xrightarrow{q = -5 \times 10^{-6} \text{ C}, B = 400 \times 10^{-4} \text{ T}, v = 200 \text{ m/s}} F = 5 \times 10^{-6} \times 400 \times 10^{-4} \times 200 = 4 \times 10^{-5} \text{ N}$$

اگر به منفی بودن علامت بار الکتریکی دقت نکنید در دام گزینه (۲) می‌افتید.

گول‌نخوری

در شکل زیر، از دو سیم بلند و موازی، جریان‌های الکتریکی هم‌اندازه و غیرهم‌جهت I می‌گذرد. اگر بدون تغییر اندازهٔ جریان‌ها، جهت جریان یکی از سیم‌ها تغییر کند، جهت میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ M چند درجه تغییر می‌کند؟



(۱) ۰

(۲) ۹۰

(۳) ۱۲۰

(۴) ۶۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی حاصل از هر سیم را در هر دو حالت، در نقطهٔ M مشخص کنید و جهت میدان‌های مغناطیسی خالص به‌دست‌آمده را با هم مقایسه کنید.

کارت Box

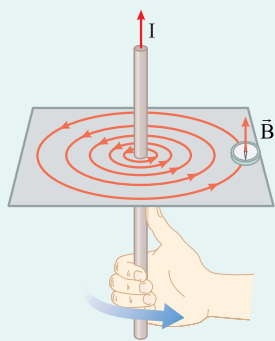
میدان مغناطیسی حاصل از جریان الکتریکی:

هنگامی که از یک رسانا جریان الکتریکی عبور می‌کند، در اطراف آن، میدان مغناطیسی ایجاد می‌شود.

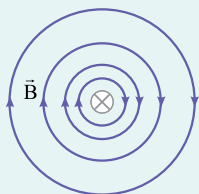
قاعده دست راست: اگر رسانا را در دست راست خود بگیریم، به گونه‌ای که انگشت شست دست راست، در جهت جریان باشد، جهت بسته‌شدن چهار انگشت دیگر، سوی میدان مغناطیسی در اطراف آن را نشان می‌دهد.

ایجاد میدان مغناطیسی در اطراف سیم مستقیم و بلند:

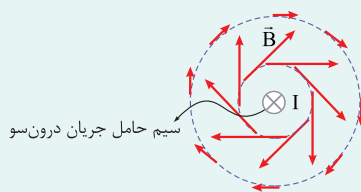
خط‌های میدان مغناطیسی در اطراف این سیم به صورت دایره‌های هم‌مرکزند. هر چه از سیم دورتر شویم، میدان مغناطیسی ضعیف‌تر شده و تراکم این خط‌ها کاهش می‌یابد، اما هر چه جریان سیم بیشتر باشد، میدان مغناطیسی بزرگ‌تر است.



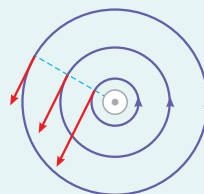
● اگر سیم حامل جریان، عمود بر صفحهٔ کاغذ باشد، بردار میدان مغناطیسی هر در نقطه از صفحه، بر خطی که آن نقطه را به سیم وصل می‌کند، عمود است.



(الف)

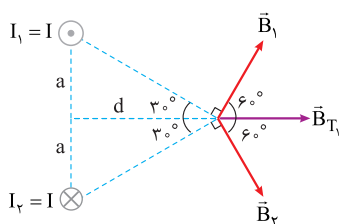


(ب)



(پ)

اگر در یک نقطه، دو یا چند میدان مغناطیسی وجود داشته باشد، با استفاده از قاعدهٔ جمع برداری، برآیند آن‌ها به دست می‌آید.



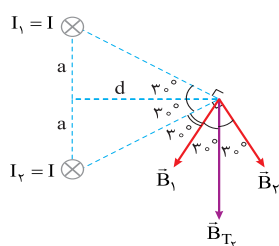
گام اول: در حالت اول، جهت میدان‌های مغناطیسی $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_2$ را به کمک قاعدهٔ دست راست تعیین می‌کنیم. با توجه به تقارن موجود در شکل، اندازهٔ این دو میدان مغناطیسی با هم برابر هستند و زوایای یکسانی با راستای افق می‌سازند؛ بنابراین میدان مغناطیسی خالص آن‌ها به طرف راست است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: در حالت دوم که جهت جریان سیم (۲) برعکس می‌شود، جهت



فیزیک



آن را به کمک قاعده دست راست تعیین می‌کنیم، میدان مغناطیسی $\vec{B}_2$ هم تغییری نکرده است. با توجه به تقارن موجود در شکل و این که $B_1 = B_2$ است، میدان مغناطیسی خالص در این حالت به طرف پایین است؛ بنابراین جهت میدان مغناطیسی خالص، 90° تغییر می‌کند.

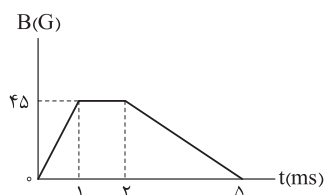


فیزیک

۷۲

یک حلقه دایره‌ای شکل رسانا به شعاع 10 cm در یک میدان مغناطیسی قرار دارد و خطوط میدان مغناطیسی، عمود بر سطح حلقه است. اگر نمودار تغییرات این میدان مغناطیسی بر حسب زمان، به شکل زیر باشد، اندازه نیروی محرکه القایی متوسط در بازه زمانی $t_1 = 0/5\text{ s}$ تا $t_2 = 5\text{ s}$ چند میلی‌ولت است؟ ($\pi = 3$)

مشاوره این تست، مشابه یکی از سؤالات کنکور تجربی ۱۴۰۴ نوبت اول است.



۱۵ (۱)

۳۰ (۲)

۱/۵ (۳)

۳ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:

هرگاه شار مغناطیسی‌ای که از مدار بسته‌ای می‌گذرد، تغییر کند، نیروی محرکه‌ای در آن القا می‌شود که بزرگی آن با آهنگ تغییر شار مغناطیسی متناسب است.

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

ε_{av} : نیروی محرکه القایی متوسط (V)

N: تعداد دورها یا حلقه‌های مدار

$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$: آهنگ تغییر شار مغناطیسی (Wb/s)

در حالت خاص، اگر تغییر شار مغناطیسی، فقط به دلیل تغییر میدان مغناطیسی باشد، رابطه فوق، به صورت زیر به کار می‌رود:

$$\varepsilon_{av} = -NA \cos\theta \times \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

A: مساحت سطحی که شار از آن عبور می‌کند. (m^2)

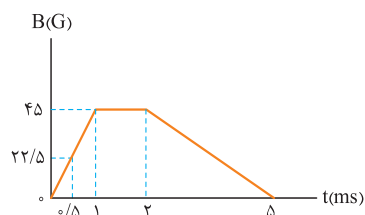
θ : زاویه بین نیم‌خط عمود بر سطحی که شار از آن عبور می‌کند و خطوط میدان مغناطیسی $\vec{B}$.

ΔB : تغییرات میدان مغناطیسی (T)

Δt : بازه زمانی (s)

با توجه به این که شیب نمودار داده‌شده در بازه زمانی ۰ تا ۱ s ثابت است، اندازه میدان مغناطیسی در لحظه $t_1 = 0/5\text{ s}$ ، نصف میدان پیشین، یعنی $22/5\text{ G}$ است.

پاسخ خیلی تشریحی

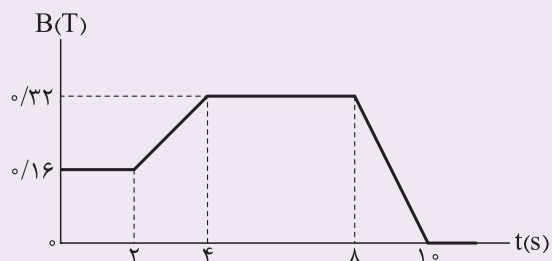


$$\varepsilon_{av} = -NA \cos\theta \times \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow{N=1, \theta=0, A=\pi r^2=3(10^{-1})^2\text{ m}^2} \varepsilon_{av} = -1 \times 3 \times 10^{-2} \times \cos 0^\circ \times \frac{B_2 - B_1}{t_2 - t_1} = -3 \times 10^{-2} \times \frac{0 - 22/5 \times 10^{-3}}{(5 - 0/5) \times 10^{-3}}$$

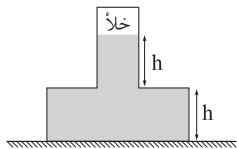
$$\Rightarrow \varepsilon_{av} = 3 \times 10^{-2} \times 0/5 = 15 \times 10^{-3}\text{ V} = 15\text{ mV}$$

یک حلقهٔ رسانای مربع شکل به ضلع 2 cm و مقاومت الکتریکی $1\ \Omega$ در یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار دارد. خطوط میدان مغناطیسی عمود بر صفحهٔ حلقه است. میدان مغناطیسی مطابق نمودار زیر با زمان تغییر می‌کند. جریان القایی متوسط در حلقه در بازهٔ زمانی $t = 2\text{ s}$ تا $t = 10\text{ s}$ چند میلی آمپر است؟ (سؤال ۷۱ کنکور تهرانی ۱۴۰۴ - نوبت اول)



- (۱) صفر
(۲) 0.4 mA
(۳) 0.6 mA
(۴) 0.8 mA

در شکل زیر، در یک ظرف که از دو بخش استوانه‌ای تشکیل شده، مقداری مایع ریخته شده است. اگر مساحت سطح آزاد مایع نصف مساحت قاعده ظرف باشد، اندازه نیرویی که از طرف مایع به کف ظرف وارد می‌شود، چند برابر وزن مایع است؟



۲ (۲)

۱ (۱)

 $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

درس: Box

فشاری که بر یک سطح فرضی درون شاره وارد می‌شود از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P = \frac{F}{A}$$

P: فشار (Pa)

F: اندازه نیروی عمودی وارد بر سطح (N)

A: مساحت سطح (m^2)

● اختلاف فشار مطلق با فشار جو را فشار پیمانه‌ای (P_g) می‌گوییم.

فشار پیمانه‌ای یک مایع ناشی از خود مایع است و از رابطه $P_g = \rho gh$ به دست می‌آید.

 P_g : فشار پیمانه‌ای (Pa) ρ : چگالی مایع (kg / m^3)g: شتاب گرانش (N / kg)

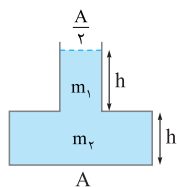
h: عمق مایع (m)

گام اول: نیرویی که از طرف مایع به کف ظرف وارد می‌شود، ناشی از فشار پیمانه‌ای مایع است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\begin{cases} P_g = \frac{F}{A} \\ P_g = \rho g(\frac{A}{2}h) \end{cases} \Rightarrow \frac{F}{A} = \rho g(\frac{A}{2}h) \Rightarrow F = \frac{1}{2}\rho ghA$$

گام دوم: وزن مایع درون ظرف را به دست می‌آوریم؛ برای این منظور، جرم مایع در قسمت بالای ظرف را با m_1 و جرم مایع در قسمت پایین ظرف را با m_2 نشان می‌دهیم:



$$W = (m_1 + m_2)g = (\rho V_1 + \rho V_2)g = \rho g(\frac{A}{2} \times h + Ah) \Rightarrow W = \frac{3}{2}\rho ghA$$

گام سوم: نسبت خواسته شده در سؤال را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{F}{W} = \frac{\frac{1}{2}\rho ghA}{\frac{3}{2}\rho ghA} = \frac{1}{3}$$

در شکل زیر، اختلاف فشار دو نقطه A و B چند کیلوپاسکال است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$ ، $\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \text{ g/cm}^3$)

۷۴

و ($g = 10 \text{ N/kg}$)

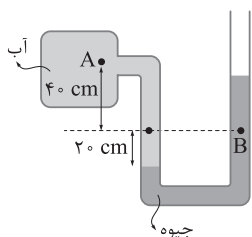
$$54/4 \quad (1)$$

$$33/2 \quad (2)$$

$$21/2 \quad (3)$$

$$41/4 \quad (4)$$

مشاوره این تست، مشابه یکی از سوالات کنکور سراسری رشته ریاضی است. ۱۳۹۴



پاسخ: گزینه ۲

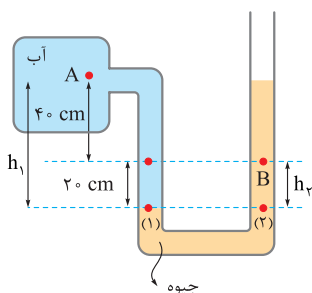
درس: Box

در لوله‌های U شکل یا ظروف مشابه، اگر یک سطح افقی فرضی را از طرفین این لوله بگذرانیم، طوری که زیر آن سطح فقط یک نوع مایع به صورت پیوسته قرار گیرد، فشار مطلق در طرفین لوله روی این سطح برابر است.

هرگاه دو یا چند مایع مخلوط‌نشده (مثل آب و نفت) درون ظرفی متوازی‌السطوح مانند استوانه یا مکعب مستطیل، در حال تعادل روی یکدیگر قرار گیرند، فشار آن‌ها با هم جمع می‌شود.

مطابق شکل، فشار دو نقطه (۱) و (۲) را برابر با هم قرار می‌دهیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$P_1 = P_2 \Rightarrow P_A + \rho_1 g h_1 = P_B + \rho_2 g h_2$$

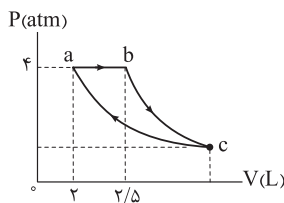
$$\frac{\rho_1 = 1 \text{ g/cm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3, \rho_2 = 13.6 \text{ g/cm}^3 = 13600 \text{ kg/m}^3, g = 10 \text{ N/kg}}{h_1 = 40 + 20 = 60 \text{ cm} = 0.6 \text{ m}, h_2 = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}} \rightarrow P_A + 1000 \times 10 \times \frac{6}{10} = P_B + 13600 \times 10 \times \frac{2}{10}$$

$$\Rightarrow P_A + 6000 = P_B + 27200 \Rightarrow P_A - P_B = 21200 \text{ Pa} = 21.2 \text{ kPa}$$



مقدار معینی گاز کامل، چرخه‌ای شامل سه فرایند هم‌فشار، بی‌دررو و هم‌دما را به شکل زیر طی می‌کند. اگر در فرایند بی‌دررو، اندازه کاری که گاز انجام می‌دهد، برابر 300 J باشد، در فرایند ab ، اندازه گرمای مبادله‌شده بین

گاز و محیط چند ژول است؟



۱۰۰ (۱)

۲۰۰ (۲)

۵۰۰ (۳)

۶۰۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲



Hint

ابتدا کار انجام‌شده در فرایند ab را به دست آورید، سپس به کمک قانون اول ترمودینامیک گرمای مبادله‌شده در فرایند ab را پیدا کنید.



درس Box

(۱) رابطه کار در فرایند هم‌فشار:

$$W = -P\Delta V = -P(V_f - V_i)$$

W : کار محیط روی گاز (J)

P : فشار گاز (Pa)

ΔV : تغییر حجم گاز (m^3)

V_i : حجم گاز در ابتدای فرایند (m^3)

V_f : حجم گاز در انتهای فرایند (m^3)

(۲) فرایند هم‌دما: در این فرایند، دمای دستگاه ثابت می‌ماند، بنابراین برای مقدار معینی گاز، انرژی درونی آن نیز ثابت می‌ماند و $\Delta U = 0$ است.

(۳) اگر در دستگاه $P - V$ (فشار برحسب حجم)، دو نمودار مربوط به فرایندهای هم‌دما و بی‌دررو، در یک نقطه با هم تلاقی کنند، نمودار مربوط به فرایند بی‌دررو نسبت به نمودار مربوط به فرایند هم‌دما، شیب تندتری دارد.

(۴) چرخه ترمودینامیکی: وقتی دستگاه پس از طی چند فرایند مختلف، به حالت اولیه خود برمی‌گردد، به مجموعه این فرایندها، چرخه ترمودینامیکی گفته می‌شود. در یک چرخه، تغییر انرژی درونی دستگاه صفر است.

گام اول: فرایندهای ab ، bc و ca به ترتیب فرایندهای هم‌فشار، بی‌دررو و هم‌دما هستند. بر این اساس، کار انجام‌شده در فرایند هم‌فشار را به دست می‌آوریم:

$$W_{ab} = -P(V_b - V_a) \xrightarrow{P=4 \text{ atm}=4 \times 10^5 \text{ Pa}, V_b - V_a = (2/5 - 2) \times 10^{-3} \text{ m}^3} W_{ab} = -4 \times 10^5 \times 0.2 \times 10^{-3} = -200 \text{ J}$$

گام دوم: تغییر انرژی درونی در چرخه، صفر است. همچنین تغییر انرژی درونی در فرایند هم‌دمای ca نیز صفر است:

$$\Delta U = \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc} + \Delta U_{ca} = 0 \xrightarrow{\Delta U_{ca} = 0} 0 = \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc}$$

با توجه به قانون اول ترمودینامیک می‌توان نوشت:

$$0 = Q_{ab} + W_{ab} + Q_{bc} + W_{bc} \xrightarrow{Q_{bc} = 0, W_{ab} = -200 \text{ J}, W_{bc} = -300 \text{ J}} 0 = Q_{ab} - 200 - 300 \Rightarrow Q_{ab} = 500 \text{ J}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

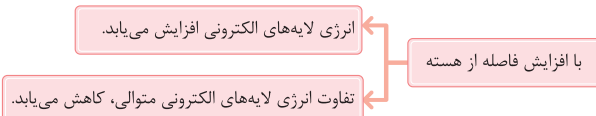
کدام مورد درست است؟

۷۶

- (۱) انرژی الکترون‌ها در اتم با افزایش فاصله از هسته افزایش می‌یابد.
 (۲) اتم‌های برانگیخته، ناپایدار و کم‌انرژی‌اند و تمایل دارند با از دست دادن انرژی به حالت پایه برگردند.
 (۳) انرژی لایه‌های الکترونی پیرامون هسته هر اتم، ویژه همان اتم و به مجموع شمار پروتون و نوترون آن وابسته است.
 (۴) میزان انرژی لازم برای برانگیخته شدن الکترون در اتم، بیشتر از انرژی پرتو نشرشده حاصل از بازگشت آن الکترون به حالت اولیه است.

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓



بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینه (۲): اتم‌های برانگیخته، ناپایدار و پرانرژی‌اند. پایداری با سطح انرژی رابطه عکس دارد!
 گزینه (۳): انرژی لایه‌های الکترونی اتم‌ها به عدد اتمی (شمار پروتون‌ها) بستگی دارد و نه عدد جرمی (مجموع شمار پروتون‌ها و نوترون‌ها).
 گزینه (۴): انرژی لازم برای برانگیخته کردن الکترون به یک لایه، با انرژی نور نشرشده در برگشت الکترون به حالت اولیه برابر است.



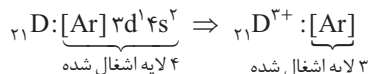
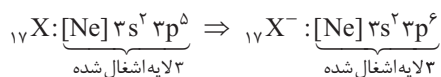
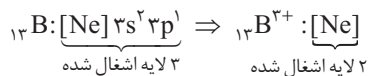
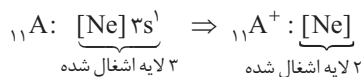
ضمن تبدیل شدن کدام اتم به یون پایدار خود، شمار لایه‌های الکترونی اشغال شده، ثابت می‌ماند؟



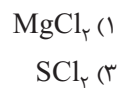
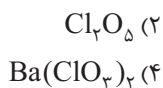
پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴)، فلز هستند و با از دست دادن الکترون و تشکیل یون مثبت به آرایش گاز نجیب قبل از خود می‌رسند، به این ترتیب شمار لایه‌های الکترونی اشغال شده آن‌ها، یک واحد کاهش می‌یابد؛ اما عنصر داده شده در گزینه (۳)، نافلز است و با تشکیل یون منفی به آرایش گاز نجیب هم‌دوره خود می‌رسد و شمار لایه‌های الکترونی اشغال شده آن، تغییری نمی‌کند.



طبق قواعد آیوپاک، در نام کدام ترکیب، واژه «دی کلرید» وجود دارد؟



پاسخ: گزینه ۳

درس Box

نام گذاری ترکیب های مولکولی و یونی در یک نگاه!

الف) ترکیب های یونی (اغلب شامل یک فلز و یک نافلز):

«نام کاتیون (بار کاتیون با اعداد رومی در صورت لزوم) + نام آنیون»

❗ **توجه** فقط برای فلزهایی که بیش از یک نوع کاتیون با بار متفاوت دارند (مانند Fe، Cu و Cr)، باید بار کاتیون با اعداد رومی داخل پرانتز نوشته شود.

📌 **مثال** MgO : منیزیم اکسید / Cr_2S_3 : کروم (III) سولفید

ب) ترکیب های مولکولی (اغلب شامل دو نافلز):

«پیشوند یونانی (در صورت لزوم) + نام نافلز سمت چپ + پیشوند یونانی + نام نافلز سمت راست (با ریشه آن) + ید»

❗ **توجه** اگر در فرمول مولکولی یک ترکیب، تنها یک اتم از عنصر سمت چپ وجود داشته باشد، از به کار بردن پیشوند «مونو» پیش از نام عنصر چشم پوشی می شود.

📌 **مثال** N_2O_4 : دی نیتروژن تتراکسید / NO: نیتروژن مونوکسید

بررسی گزینه ها:

✓ پاسخ خیلی تشریحی

گزینه ۱: MgCl_2 : منیزیم کلرید

گزینه ۲: Cl_4O_5 : دی کلر پنتا اکسید

گزینه ۳: SCl_2 : گوگرد دی کلرید

گزینه ۴: $\text{Ba}(\text{ClO}_3)_2$: ClO_3^- یک یون چنداتمی است و قطعاً نام آن کلرید نیست. نیازی نیست به روئید ولی نام این ترکیب، باریم کلرات است.



در اتم عنصر واسطه X از دوره چهارم جدول تناوبی، شمار الکترون‌ها در زیرلایه $3d$ ، ۵ برابر شمار الکترون‌ها در زیرلایه $4s$ است. کدام مورد به یقین درست است؟

(۱) نسبت شمار الکترون‌ها با $l=2$ به $l=0$ در اتم X برابر ۵ است.

(۲) آرایش الکترونی اتم X از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند.

(۳) در اتم X ، حداقل ۷ زیرلایه از الکترون پر شده‌اند.

(۴) عدد اتمی عنصر X ، عددی زوج است.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در بین عنصرهای واسطه دوره چهارم (از عدد اتمی ۲۱ تا ۳۰)، در اتم دو عنصر، شمار الکترون‌ها در $3d$ ، ۵ برابر شمار الکترون‌ها در $4s$ است.



عدد اتمی هر دو عنصر، عددی زوج است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): قبل از زیرلایه $4s$ ، زیرلایه‌های $3s$ ، $3p$ و $3d$ نیز دارای $l=0$ هستند؛ بنابراین نسبت شمار الکترون‌ها با $l=2$ ($3d$)، به شمار الکترون‌ها با $l=0$ (زیرلایه‌های s) در ${}_{24}\text{Cr}$ و ${}_{30}\text{Zn}$ به ترتیب برابر $\frac{5}{1}$ و $\frac{10}{2}$ است.

گزینه (۲): آرایش الکترونی کروم از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند، اما دیدیم که X ممکن است فلز روی باشد که آرایش الکترونی اتم آن از قاعده آفبا پیروی می‌کند.

گزینه (۳): در هر دو حالت، ۷ زیرلایه ($1s$ ، $2s$ ، $2p$ ، $3s$ ، $3p$ و $3d$) از الکترون اشغال شده‌اند، اما در ${}_{24}\text{Cr}$ دوتا از این زیرلایه‌ها پر نیستند. *هواستون* به واژه‌های «اشغال‌شده» و «پر شده» باشد!



شیمی

۸۰

اگر در ۱۵/۶ گرم از ترکیب یونی M_2SO_4 ، $6/02 \times 10^{22}$ کاتیون وجود داشته باشد، فلز M کدام است؟

(O = ۱۶, S = ۳۲ : g.mol⁻¹)

^{۳۹}K (۲)

^{۲۳}Na (۱)

^{۱۰۸}Ag (۴)

^{۶۴}Cu (۳)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

باید به کمک اطلاعات داده شده، جرم مولی M را به دست آوریم:

$$M_2SO_4 \text{ جرم مولی} = 2M + 32 + (4 \times 16) = (2M + 96) \text{ g.mol}^{-1}$$

$$M_2SO_4 \sim 2M^+$$

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{تعداد}}{\text{عدد آووگادرو} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{15/6}{2M + 96} = \frac{6/02 \times 10^{22}}{2 \times 6/02 \times 10^{23}} \Rightarrow 2M + 96 = 312 \Rightarrow 2M = 216$$

$$\Rightarrow M = 108 \text{ g.mol}^{-1} \Rightarrow {}^{108}\text{Ag}$$

اگر ۱۵/۰ مول کاتیون یک فلز دوظرفیتی در واکنش کامل با آنیون فسفات، ترکیبی به جرم ۱۳/۱ گرم تشکیل دهد، این کاتیون به کدام فلز مربوط است؟ (Zn = ۶۵, Fe = ۵۶, Ca = ۴۰, P = ۳۱, Mg = ۲۴, O = ۱۶ : g.mol⁻¹)

(سؤال ۱۹۷ کنکور ریاضی ۱۳۰۱)

Fe (۲)

Ca (۱)

Mg (۴)

Zn (۳)

کدام مورد درست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)

- (۱) در شرایطی که چگالی گاز اکسیژن، $1/6 g.L^{-1}$ است، چگالی گاز پروپین، $3 g.L^{-1}$ می‌باشد.
 (۲) رنگ زرد شعله در سوختن گاز متان، نشان‌دهنده این است که اتم یکی از فراورده‌ها به آرایش گاز نجیب نرسیده است.
 (۳) در شرایط استاندارد (STP)، $22/4$ لیتر از گازهای مختلف، جرم برابری دارند.
 (۴) در واکنش تبدیل کربن دی‌اکسید به مواد معدنی در نیروگاه‌ها، یک اکسید اسیدی با یک اکسید بازی واکنش می‌دهد.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

برای تبدیل کربن دی‌اکسید به مواد معدنی در نیروگاه‌ها از CaO و MgO استفاده می‌شود:



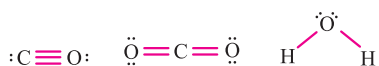
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): در دما و فشار یکسان، نسبت چگالی دو گاز با نسبت جرم مولی آن‌ها برابر است. پروپین یک آلکین (C_nH_{2n-2}) سه کربنه با فرمول C_3H_4 است:

$$\frac{C_3H_4 \text{ چگالی}}{O_2 \text{ چگالی}} = \frac{C_3H_4 \text{ جرم مولی}}{O_2 \text{ جرم مولی}} \Rightarrow \frac{C_3H_4 \text{ چگالی}}{1/6} = \frac{4}{32} = \frac{5}{4}$$

$$C_3H_4 \text{ چگالی} = \frac{5 \times 1/6}{4} = 2 g.L^{-1}$$

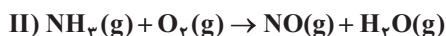
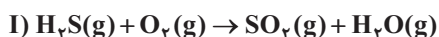
گزینه (۲): رنگ زرد شعله، نشان‌دهنده تولید کربن مونوکسید است. اتم‌ها در CO همانند CO_2 و H_2O ، آرایش گاز نجیب دارند:



گزینه (۳): در شرایط STP، حجم یکسانی از گازهای مختلف، شمار مول‌های برابری دارند؛ و نه جرم برابری!



با توجه به واکنش‌های زیر، کدام موارد درست است؟ (معادله واکنش‌ها موازنه شود).



الف) تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در این دو واکنش برابر ۱۰ است.

ب) یکی از فراورده‌های واکنش (II)، در چرخه اوزون تروپوسفری نقش دارد.

ج) در صورت مصرف جرم یکسانی از گاز اکسیژن در هر دو واکنش، جرم آب تولیدشده در واکنش (I) بیشتر خواهد بود.

د) هرگاه در هر دو واکنش، مقدار مول یکسانی از H_2S و NH_3 مصرف شود، حجم گازهای SO_2 و NO تولیدشده در شرایط STP با هم متفاوت خواهد بود.

(۲) الف و ب

(۱) الف و ج

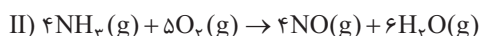
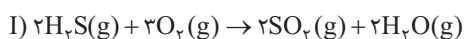
(۴) ج و د

(۳) الف، ب و د

پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های «الف» و «ب» درست‌اند:

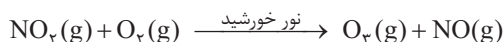
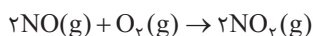
پاسخ خیلی تشریحی ✓



الف) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش‌های I و II به ترتیب برابر ۹ و ۱۹ است:

$$19 - 9 = 10$$

ب) درست! ببینید:



ج) نسبت ضریب آب به گاز اکسیژن در واکنش (II) بیشتر از واکنش (I) است؛ بنابراین به ازای مصرف مقدار معین از گاز

اکسیژن، در واکنش (II) آب بیشتری تولید می‌شود، برای این که شکلتون برطرف بشه، می‌توانیم تعداد مول آب تولیدشده در هر دو واکنش را به ازای مصرف ۱ مول O_2 حساب کنیم:

I) $1 \text{ mol O}_2 \times \frac{2 \text{ mol H}_2\text{O}}{3 \text{ mol O}_2} = \frac{2}{3} \text{ mol H}_2\text{O}$

II) $1 \text{ mol O}_2 \times \frac{6 \text{ mol H}_2\text{O}}{5 \text{ mol O}_2} = 1 \frac{2}{5} \text{ mol H}_2\text{O}$

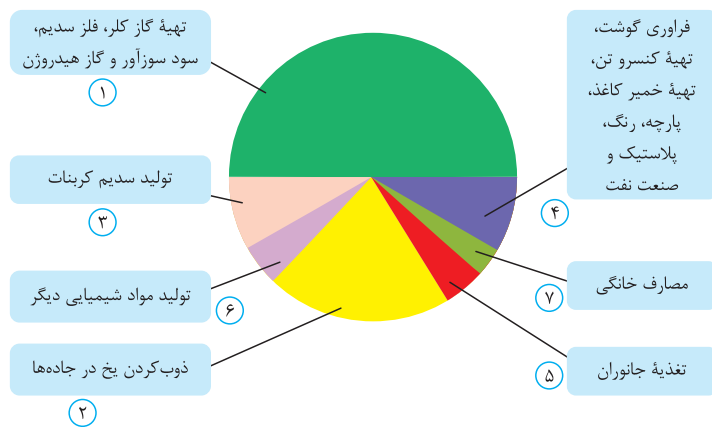
د) در هر دو واکنش به ازای مصرف a مول H_2S یا a مول NH_3 ، به ترتیب a مول SO_2 و a مول NO تولید می‌شود؛ بنابراین حجم SO_2 و NO تولیدشده در شرایط STP یکسان خواهد بود.

پس از تهیه «گاز کلر، فلز سدیم، سود سوزآور و گاز هیدروژن»، نمک خوراکی در کدام مورد، کاربرد بیشتری دارد؟

- (۱) پلاستیک و صنعت نفت
(۲) مصارف خانگی
(۳) تولید سدیم کربنات
(۴) ذوب کردن یخ در جاده‌ها

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓



کاربردهای NaCl



با توجه به مواد داخل کادر، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

(Br = ۸۰, Cl = ۳۵ / ۵, S = ۳۲, F = ۱۹, N = ۱۴, H = ۱ : g.mol⁻¹)



الف) بیش از ۵۰ درصد مواد، مولکول‌هایی با گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر دارند.

ب) حالت فیزیکی چهار ماده در دمای اتاق، گازی است.

ج) نقطه جوش موادی که بین مولکول‌های آن پیوند هیدروژنی وجود دارد، بالاتر از نقطه جوش دیگر مواد است.

د) ترتیب نقطه جوش مواد متناسب با ترتیب جرم مولی آن‌هاست.

۲) ج و د

۱) الف و ب

۴) ب و د

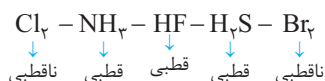
۳) الف و ج

پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های «الف» و «ب» درست‌اند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

الف) از ۵ ماده داده شده، ۳ ماده (یعنی بیش از ۵۰٪) قطبی‌اند و گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر دارند:

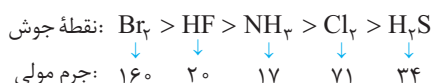


ب) به جز Br_2 ، بقیه مواد در دمای اتاق به حالت گازند.

ج) بین مولکول‌های HF و NH_3 ، پیوند هیدروژنی برقرار می‌شود؛ اما این دو ماده، نقطه جوش پایین‌تری نسبت به Br_2 دارند.

نشان به اون نشون که Br_2 در دمای اتاق، مایع اما HF و NH_3 ، گاز هستند. در واقع جرم مولی زیاد Br_2 به پیوند هیدروژنی مولکول‌های سبک HF و NH_3 ، غلبه دارد.

د) مقایسه نقطه جوش و جرم مولی مواد به صورت زیر است:



همان‌طور که می‌بینید، رابطه مشخصی بین جرم مولی و نقطه جوش مواد وجود ندارد.

درباره ویژگی‌های مولکول‌های آمونیاک، کلروفرم، دی‌متیل اتر و هگزان، کدام موارد زیر درست است؟

(سوال ۸۳ کنکور تهرانی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)

الف) گشتاور دوقطبی تنها یک مولکول، برابر صفر است.

ب) در دمای اتاق، حالت فیزیکی تنها دو ماده، مایع است.

ج) اتم‌های جانبی در مولکول‌های آمونیاک و کلروفرم، بار جزئی منفی دارند.

د) در یک مولکول، قوی‌ترین نیروی جاذبه بین مولکولی، به وجود هیدروژن در ساختار آن وابسته است.

۲) «الف» و «ج»

۱) «الف» و «ب»

۴) «ج» و «د»

۳) «ب» و «د»

(۱) عدد اتمی، هیچ یک از عناصرها نمی تواند اعداد ۱۹، ۲۰ و ۲۷ تا ۳۰ باشد.

(۲) اگر هر دو فلز باشند، فقط یکی از آنها با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب می‌رسد.

(۳) اگر یکی از آنها در دمای اتاق به حالت مایع باشد، اتم عنصر دیگر دارای یک زیر لایه نیمه پُر است.

(۴) اگر A ، فلز و B ، نافلز باشد، مجموع $(n+1)$ الکترون‌های ظرفیتی اتم آن‌ها به یقین با هم برابر است.

 نکته

مثال

گروه ۷ ← ۷ الکترون ظرفیتی

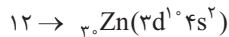
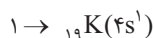
گروه ۱۶ ← ۶ الکترون ظرفیتی

در دوره چهارم، ۱۸ عنصر با عددهای اتمی ۱۹ تا ۳۶ وجود دارد که شمار الکترون‌های ظرفیتی آن‌ها از ۱ تا ۱۲ است:

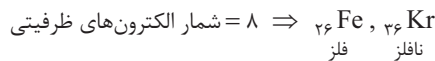
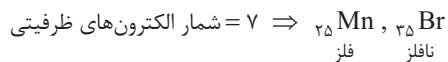
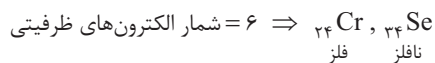
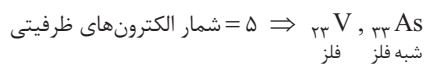
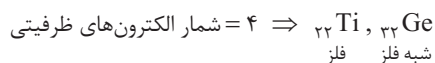
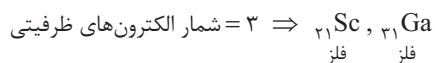
$$\underbrace{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}_{12 \text{ تا } 1005}, \underbrace{3, 4, 5, 6, 7, 8}_{18 \text{ تا } 13005}$$

بررسی گزینه‌ها:

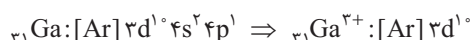
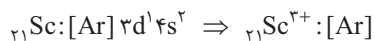
گزینه (۱): در دوره چهارم، شمار الکترون‌های ظرفیتی عنصرهای گروه‌های ۱، ۲، ۹، ۱۰، ۱۱ و ۱۲ منحصر به فرد است و با شمار الکترون‌های ظرفیتی عنصر دیگری از این دوره برابر نیست:



گزینہ (۲):



^{31}Ga و ^{31}Sc هر دو فلز هستند و شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم آن‌ها برابر است. هر دو این عناصر، کاتیون سه بار مثبت تشکیل می‌دهند، اما فقط اسکاندیم به آرایش گاز نجیب می‌رسد:



گزینه (۳): در دوره چهارم، فقط برم به حالت مایع است، Br ۳۵ دارای ۷ الکترون ظرفیتی است؛ پس عنصر دیگر، منگنز (${}_{25}\text{Mn}$) می‌باشد که اتم آن $[\text{Ar}] 3d^5 4s^2$ دارای یک زیرلایه نیمه پر ($3d^5$) است.



شیمی

گزینه (۴): مثلاً اگر A و B به ترتیب فلز کروم (${}_{24}\text{Cr}$) و نافلز سلنیم (${}_{34}\text{Se}$) باشند، مجموع $(n+l)$ الکترون‌های ظرفیتی اتم آن‌ها با هم برابر نیست:

$${}_{24}\text{Cr}: [\text{Ar}] \underbrace{3d^5}_{\text{الکترون‌های ظرفیتی}} \underbrace{4s^1}_{\text{الکترون‌های ظرفیتی}} \Rightarrow (n+l) = (\underbrace{5 \times 5}_{3d} + \underbrace{1 \times 4}_{4s}) = 29$$

$${}_{34}\text{Se}: [\text{Ar}] \underbrace{3d^{10}}_{\text{الکترون‌های ظرفیتی}} \underbrace{4s^2}_{\text{الکترون‌های ظرفیتی}} \underbrace{4p^4}_{\text{الکترون‌های ظرفیتی}} \Rightarrow (n+l) = (\underbrace{2 \times 4}_{4s} + \underbrace{4 \times 5}_{4p}) = 28$$



در دو ظرف جداگانه، جرم یکسانی از پتاسیم نیترات در واکنش‌های زیر شرکت می‌کند:



(معادله واکنش‌ها موازنه نشده است.)



اگر اختلاف بازده درصدی دو واکنش، ۲۰ واحد و اختلاف جرم گاز نیتروژن تولیدی در آن‌ها، ۳۵ گرم باشد، جرم اولیه

پتاسیم نیترات چند گرم بوده است؟ ($N = 14, \text{KNO}_3 = 100 : \text{g.mol}^{-1}$)

۱۰۰۰ (۲)

۶۲۵ (۱)

۱۵۰۰ (۴)

۱۲۵۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

نیازی به موازنه کامل واکنش‌ها نیست. با توجه به این که فقط با KNO_3 و N_2 سروکار داریم و در هر طرف معادله‌ها، اتم نیتروژن فقط در ساختار این مواد وجود دارد، خیلی راحت می‌توان نوشت:



اگر جرم اولیه پتاسیم نیترات را برابر m و بازده درصدی واکنش‌ها را به ترتیب R_1 و R_2 در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\frac{\text{بازده درصدی} \times \text{جرم}}{100} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}$$

$$\frac{\text{KNO}_3}{\text{N}_2}$$

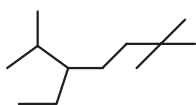
$$(I) \text{ واکنش: } \frac{m \times \frac{R_1}{100}}{2 \times 100} = \frac{x}{1 \times 28} \Rightarrow x = \frac{14mR_1}{10000} \text{ g N}_2$$

$$(II) \text{ واکنش: } \frac{m \times \frac{R_2}{100}}{2 \times 100} = \frac{x'}{1 \times 28} \Rightarrow x' = \frac{14mR_2}{10000} \text{ g N}_2$$

اختلاف جرم گاز نیتروژن تولیدشده در دو واکنش را برابر ۳۵ گرم قرار می‌دهیم:

$$\frac{14mR_2 - 14mR_1}{10000} = 35 \Rightarrow 14m(R_2 - R_1) = 35 \times 10000 \Rightarrow m = \frac{5 \times 10000}{2 \times 20} = 1250 \text{ g KNO}_3$$

نام ترکیب A و ساختار پیوند - خط ترکیب B در کدام گزینه به درستی آورده شده است؟



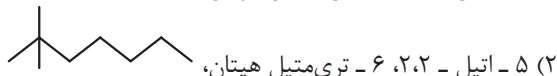
(A)



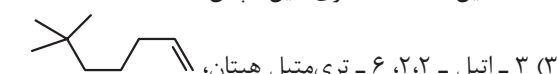
(B)



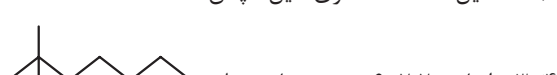
(۱) ۵ - اتیل - ۲، ۲ - ۶ - تری متیل هپتان،



(۲) ۵ - اتیل - ۲، ۲ - ۶ - تری متیل هپتان،



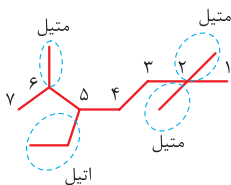
(۳) ۳ - اتیل - ۲، ۲ - ۶ - تری متیل هپتان،



(۴) ۳ - اتیل - ۲، ۲ - ۶ - تری متیل هپتان،

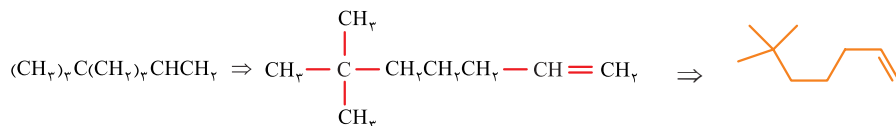
پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: نام گذاری ترکیب A:



۵ - اتیل - ۲، ۲ - ۶ - تری متیل هپتان

گام دوم: رسم ساختار پیوند - خط ترکیب B:



دقت کنید با توجه به این که هر اتم کربن در مجموع ۴ پیوند اشتراکی تشکیل می دهد، پیوند بین کربن گروه های CH و CH_۲ باید به صورت دوگانه باشد.

با توجه به این که در انتهای سمت راست ساختار ترکیب B، گروه CH_۳ وجود ندارد، می توان نتیجه گرفت که آلکان نیست؛ یعنی خیلی سریع، گزینه های (۲) و (۴) پُر!

تیزبازی



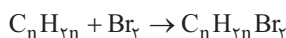
اگر افزودن چند قطره از هیدروکربنی با فرمول C_nH_{7n} به محلول حاوی برم، سبب بی‌رنگ شدن آن شود و در این واکنش، به ازای مصرف ۴۸ گرم برم، $73/2$ گرم فراورده تشکیل شود، کدام مورد زیر در ارتباط با این هیدروکربن نادرست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16, Br = 80 : g.mol^{-1}$)

- (۱) هیدروکربنی سیر نشده بوده که حالت فیزیکی و رنگ آن مشابه اتانول است.
- (۲) هر واحد از فراورده واکنش این هیدروکربن با آب، دارای ۲۱ اتم است.
- (۳) شمار پیوندهای اشتراکی در هر مولکول از آن، $1/8$ شمار اتم‌های هیدروژن در آلکانی است که در سوخت فندک کاربرد دارد.
- (۴) تفاوت شمار مول‌های گاز اکسیژن لازم برای سوختن کامل هر مول از آن و هر مول از نفتالن، برابر با ۲ است.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به فرمول مولکولی هیدروکربن (C_nH_{7n}) و همچنین با توجه به این که افزودن چند قطره از این هیدروکربن به محلول حاوی برم، سبب بی‌رنگ شدن آن شده است، می‌توان نتیجه گرفت که هیدروکربن مورد نظر سیر نشده است و با توجه به فرمول مولکولی آن، یک آلکن بوده و معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:

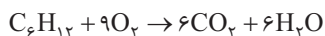
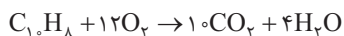


حال براساس اطلاعات داده شده، هیدروکربن مورد نظر را شناسایی می‌کنیم:

$$48 \text{ g } Br_2 \times \frac{1 \text{ mol } Br_2}{160 \text{ g } Br_2} \times \frac{1 \text{ mol } C_nH_{7n}Br_2}{1 \text{ mol } Br_2} \times \frac{(14n + 160) \text{ g } C_nH_{7n}Br_2}{1 \text{ mol } C_nH_{7n}Br_2} = 73/2 \text{ g } C_nH_{7n}Br_2$$

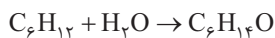
$$14n + 160 = \frac{73/2 \times 160}{48} = 244 \Rightarrow 14n = 84 \Rightarrow n = 6$$

بنابراین آلکن مورد نظر، هگزن با فرمول مولکولی C_6H_{12} می‌باشد. معادله واکنش سوختن کامل هگزن (C_6H_{12}) و نفتالن ($C_{10}H_8$) به صورت زیر است:



با توجه به این دو معادله، مشخص است که تفاوت شمار مول‌های O_2 مصرفی در این دو واکنش، برابر با $3 = 12 - 9$ است؛ نه ۲ مول! بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): در دمای اتاق، هگزن (C_6H_{12}) و اتانول (C_2H_5OH)، هر دو به حالت مایع بوده و همچنین هر دو آن‌ها بی‌رنگ هستند.
گزینه (۲): معادله واکنش هگزن با آب در شرایط مناسب به صورت زیر است:



مشفیه که فراورده این واکنش ($C_6H_{14}O$)، در هر واحد فرمولی خود، دارای ۲۱ اتم است.

گزینه (۳):

$$\left. \begin{array}{l} \text{آلکان: } 3n + 1 \\ \text{آلکن: } 3n \\ \text{آلکین: } 3n - 1 \end{array} \right\} \text{شمار پیوندهای اشتراکی در آلکان‌ها، آلکن‌ها و آلکین‌ها با } n \text{ اتم کربن:}$$



گاز مورد استفاده در سوخت فندک، بوتان (C_4H_{10}) است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{\text{شمار پیوندهای اشتراکی در } C_6H_{12}}{\text{شمار اتم‌های H در } C_6H_{10}} = \frac{3 \times 6}{10} = 1/8$$

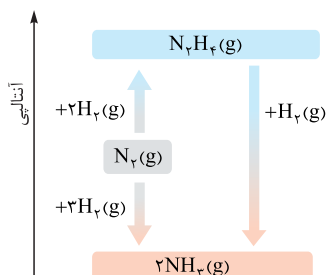
کدام مطلب درست است؟

- (۱) سرانه مصرف ماده غذایی، حداکثر مصرف آن ماده به ازای هر فرد در هر بازه زمانی تعریف می شود.
- (۲) اگر گرمای ویژه A دو برابر گرمای ویژه B باشد و به جرم برابر از آن ها در دمای θ_1 ، گرمای یکسانی بدهیم، مقدار θ_2 در جسم B دو برابر مقدار θ_2 در جسم A خواهد بود.
- (۳) واکنش تشکیل آمونیاک از گازهای N_2 و H_2 ، همانند تشکیل آمونیاک از گازهای N_2H_4 و H_2 ، گرماده است.
- (۴) گرمای ویژه آب در حالت های جامد، مایع و گاز برابر است، اما میزان حرکت مولکول های آب در حالت گاز بیشتر و در حالت جامد کمتر است.

پاسخ: گزینه ۲

هر دو واکنش گفته شده، گرماده هستند:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



بررسی سایر گزینه ها:

- گزینه (۱): سرانه مصرف ماده غذایی، میانگین مصرف آن ماده به ازای هر فرد، در هر بازه زمانی تعریف می شود.
- گزینه (۲): با توضیحات ارائه شده، نتیجه می گیریم که $\Delta\theta$ در جسم B دو برابر $\Delta\theta$ در جسم A است، اما در مورد θ_2 نمی توان اظهار نظر کرد:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B \Rightarrow \Delta\theta_B = 2\Delta\theta_A \Rightarrow \theta_{2B} - \theta_1 = 2(\theta_{1A} - \theta_1) \Rightarrow \theta_{2B} = 2\theta_{1A} - \theta_1$$

- گزینه (۴): گرمای ویژه مواد به حالت فیزیکی آن ها نیز بستگی دارد؛ پس گرمای ویژه آب در حالت های جامد، مایع و گاز متفاوت است.



در شرایطی معین، m گرم HgO با خلوص $۶۲/۵$ درصد مطابق واکنش زیر تجزیه می‌شود. اگر تفاوت جرم فراورده‌های تولیدشده برابر $۲۷/۶$ گرم باشد، m و مقدار گرمای مبادله‌شده برحسب کیلوژول، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ($\text{O} = ۱۶, \text{Hg} = ۲۰۰ : \text{g.mol}^{-1}$)



$$۱۳/۵ - ۵۶/۷۷ (۲)$$

$$۱۳/۵ - ۵۱/۸۴ (۱)$$

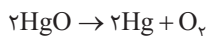
$$۲۴/۰ - ۵۶/۷۷ (۴)$$

$$۲۴/۰ - ۵۱/۸۴ (۳)$$

پاسخ: گزینه ۱

از روش کسر تناسب استفاده می‌کنیم که راه‌ت‌تره:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$\frac{\text{درصد خلوص} \times \text{جرم ناخالص}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{تفاوت جرم}}{|\text{جرم مولی} \times \text{ضریب (A)} - (\text{جرم مولی} \times \text{ضریب (B)})|} = \frac{Q}{|\Delta H|}$$

$$\Rightarrow \frac{m \times \frac{۶۲/۵}{۱۰۰}}{۲ \times ۲۱۶} = \frac{۲۷/۶}{(۲ \times ۲۰۰) - (۱ \times ۳۲)} = \frac{Q}{۱۸۰} \xrightarrow{\frac{۶۲/۵}{۱۰۰} = \frac{۵}{۸}} m = ۵۱/۸۴ \text{ g}, Q = ۱۳/۵ \text{ kJ}$$

در واکنش سوختن کامل ساده‌ترین عضو کدام خانواده از ترکیب‌های آلی، سرعت متوسط تولید فراورده‌ها با هم برابر است؟

یعنی ضریب استوکیومتری آن‌ها برابر است.

(۱) الکل‌ها (۲) آلکان‌ها (۳) کتون‌ها (۴) اترها

پاسخ: گزینه ۲



نام خانواده	ویژگی یا گروه عاملی	ساده‌ترین عضو
آلکان‌ها	—	CH_4
آلکن‌ها	$\text{C}=\text{C}$	C_2H_4
آلکین‌ها	$\text{C}\equiv\text{C}$	C_2H_2
سیکلوآلکان‌ها	دارای حلقه	C_3H_6
آلدهیدها	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ -\text{C}-\text{H} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ \text{H}-\text{C}-\text{H} \end{array}$
کتون‌ها	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ -\text{C}- \end{array}$ کربونیل	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ \text{CH}_3-\text{C}-\text{CH}_3 \end{array}$
الکل‌ها	$-\text{OH}$ هیدروکسیل	CH_3-OH
اترها	$-\text{O}-$	$\text{CH}_3-\text{O}-\text{CH}_3$
کربوکسیلیک اسیدها	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ -\text{C}-\text{OH} \end{array}$ کربوکسیل	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ \text{H}-\text{C}-\text{OH} \end{array}$
استرها	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ -\text{C}-\text{O}- \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ \text{H}-\text{C}-\text{O}-\text{CH}_3 \end{array}$
آمین‌ها	$\begin{array}{c} -\text{N}- \\ \end{array}$	CH_3-NH_2
آمیدها	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ -\text{C}-\text{N}- \\ \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ \text{H}-\text{C}-\text{NH}_2 \end{array}$

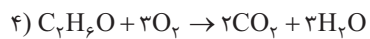
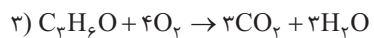
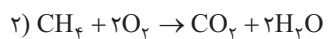
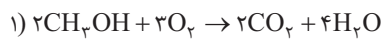
پاسخ خیلی تشریحی ✓
فراورده سوختن کامل هیدروکربن‌ها و ترکیب‌های آلی اکسیژن‌دار، CO_2 و H_2O هستند. برابری سرعت متوسط تولید این دو ماده، به معنی برابری ضریب استوکیومتری آن‌ها است. می‌دانیم که در واکنش سوختن ترکیب‌های آلی، ضریب CO_2 برابر با تعداد اتم کربن ترکیب و ضریب H_2O برابر با نصف تعداد اتم هیدروژن ترکیب است:

$$x = \frac{y}{2} \Rightarrow y = 2x \quad \text{باید دو برابر تعداد اتم کربن آن باشد.}$$



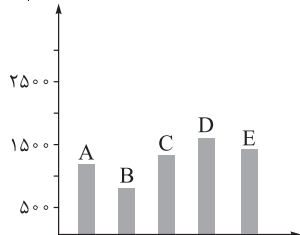
شیمی

فقط برای ساده‌ترین عضو کتون‌ها یعنی استون (C_3H_6O) این رابطه برقرار است. برای تمرین، معادله واکنش سوختن کامل همه ترکیب‌های داده‌شده را ببینید:



در نمودار زیر، قدرمطلق آنتالپی سوختن ترکیب‌های آلی (متان، اتین، اتانول، اتان، اتن) در دمای 25°C نشان داده شده است. با توجه به آن، کدام مورد نادرست است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

$|\Delta H| : \text{kJ.mol}^{-1}$



(۱) برخلاف ترکیب‌های B, C و D، ترکیب‌های A و E با برم مایع واکنش می‌دهند.

(۲) در شرایط مناسب ترکیب‌های D و C را می‌توان از ترکیب E تهیه کرد.

(۳) درصد جرمی کربن در ترکیب B، دو برابر درصد جرمی کربن در متانول است.

(۴) مقایسه ارزش سوختی این ترکیب‌ها برعکس مقایسه جرم مولی آن‌ها است.

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا باید ببینیم هر نمودار مربوط به کدام ترکیب است:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

آلکین > الکل > آلکن > آلکان: گرمای سوختن مولی ترکیب‌های آلی هم کربن

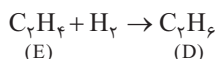
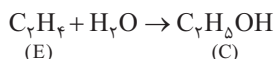
از طرفی با افزایش جرم مولی، گرمای سوختن مولی افزایش می‌یابد؛ بنابراین خواهیم داشت:

$|\Delta H| : \text{C}_2\text{H}_6 > \text{C}_2\text{H}_4 > \text{C}_2\text{H}_5\text{OH} > \text{C}_2\text{H}_2 > \text{CH}_4$
متان (B) اتین (A) اتانول (C) اتن (E) اتان (D)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): ترکیب‌های A و E یعنی اتین و اتن با برم مایع واکنش می‌دهند، اما سایر ترکیب‌ها، سیرشده بوده و با برم واکنش نمی‌دهند.

گزینه (۲): ترکیب E، اتن است که از واکنش آن با آب، اتانول (C) و از واکنش آن با گاز هیدروژن، اتان (D) تولید می‌شود:



گزینه (۳): درصد جرمی کربن در متان (CH_4) دو برابر متانول (CH_3OH) است، زیرا هر دو مولکول دارای یک اتم کربن هستند و جرم مولی متان (16 g.mol^{-1})، نصف متانول (32 g.mol^{-1}) است:

$$\text{CH}_4 \text{ در } C = \frac{1 \times 12}{16} \times 100 = \text{درصد جرمی}$$

$$\text{CH}_3\text{OH} \text{ در } C = \frac{1 \times 12}{32} \times 100 = \text{درصد جرمی}$$

گزینه (۴): این جمله لزوماً درست نیست. مثلاً اتین (C_2H_2) هم جرم مولی و هم ارزش سوختی کم‌تری نسبت به اتان دارد.

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{|\text{آنتالپی سوختن}|}{\text{جرم مولی}}$$

$$(A) \text{ C}_2\text{H}_2 \text{ سوختی} = \frac{1300}{26} = 50 \text{ kJ.g}^{-1}$$

⇒

$$(D) \text{ C}_2\text{H}_6 \text{ سوختی} = \frac{1550}{30} = 52 \text{ kJ.g}^{-1}$$

کدام مورد در ارتباط با نوعی پلی اتن که توصیف آن در زیر آمده است، درست است؟

«در ساختار آن برخی از اتم‌های کربن به ۲ اتم کربن دیگر و برخی از آن‌ها به ۱ یا ۳ اتم کربن دیگر متصل هستند.»

(۱) کدر بوده و در ساخت لوله‌های آب کاربرد ویژه‌ای دارد.

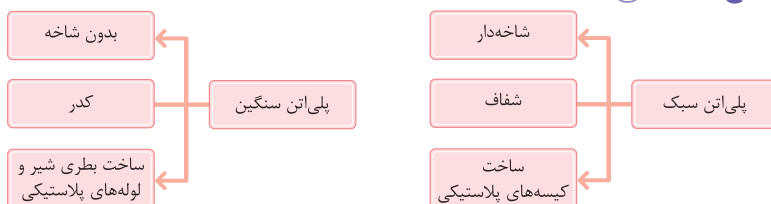
(۲) برخلاف نوع دیگر پلی اتن، در واکنش با هیدروژن دچار افزایش جرم می‌شود.

(۳) اگر آن را به درون ظرف آبی وارد کنیم، مانند پلی اتن دیگر بر روی آب شناور می‌ماند.

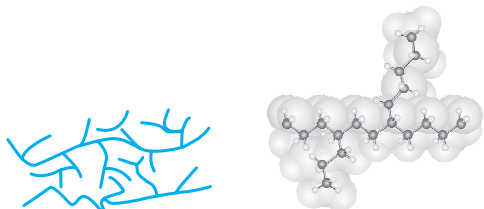
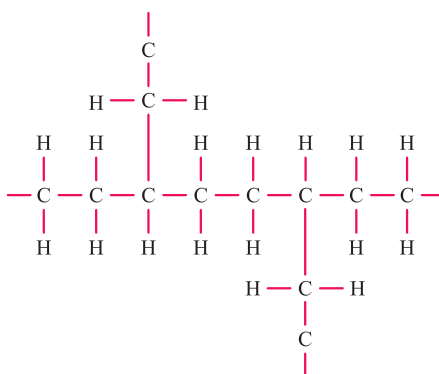
(۴) مانند نوع دیگر پلی اتن، هرگاه گاز اتان را در فشار بالا گرما دهیم، این پلیمر به دست می‌آید.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

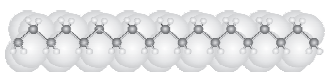
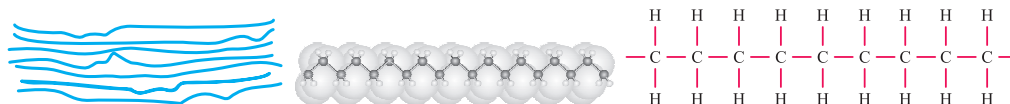


پلی اتن سبک، شاخه‌دار است و برخی از اتم‌های کربن در آن به ۳ اتم کربن دیگر متصل است:



پلی اتن سبک (شاخه‌دار)

در پلی اتن سنگین و بدون شاخه، هر اتم کربن حداکثر می‌تواند به ۲ اتم کربن دیگر متصل باشد:

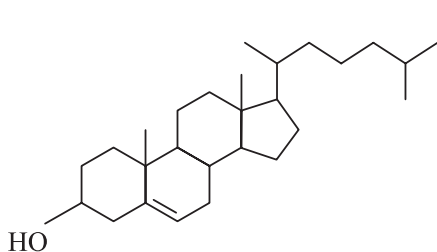


پلی اتن سنگین (بدون شاخه)

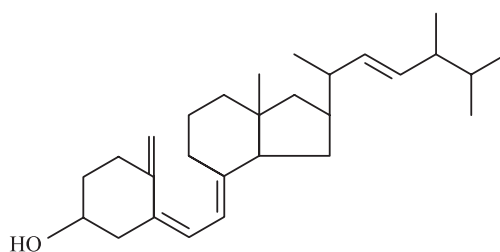
چگالی هر دو نوع پلی اتن سبک (0.92 g.cm^{-3}) و سنگین (0.97 g.cm^{-3})، از چگالی آب (1 g.cm^{-3}) کم‌تر بوده و هر دو روی آب شناور می‌مانند.

در مورد گزینه (۴) دقت کنید که پلی اتن از بسپارش اتن به دست می‌آید و نه اتان!

با توجه به ساختارهای کلسترول و ویتامین دی (D)، کدام موارد زیر درست است؟



کلسترول



ویتامین دی (D)

(الف) هر دو ترکیب را می‌توان الکل سیرنشده و غیرآروماتیک در نظر گرفت.

(ب) تفاوت جرم مولی کلسترول و ویتامین دی، با جرم مولی گروه CH_3 برابر است.

(ج) شمار پیوندهای $\text{C}-\text{H}$ در ساختار ویتامین دی، دو برابر شمار پیوندهای $\text{C}-\text{C}$ در ساختار کلسترول است.

(د) در مولکول ویتامین دی، ۵ اتم کربن با عدد اکسایش صفر وجود دارد.

(۲) ب و ج

(۱) الف و د

(۴) ج و د

(۳) الف و ب

پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های «الف» و «د» درست‌اند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

بررسی عبارت‌ها:

(الف) در ساختار هر دو ترکیب، گروه هیدروکسیل (OH) و پیوند $\text{C}=\text{C}$ وجود دارد؛ بنابراین هر دو جزء الکل‌های سیرنشده هستند. در ضمن هر دو ترکیب، غیرآروماتیک محسوب می‌شوند، زیرا در ساختار آن‌ها حلقه بنزنی وجود ندارد.

(ب) با شمارش تعداد کربن‌ها متوجه می‌شویم که کلسترول، ۲۷ اتم کربن و ویتامین دی، ۲۸ اتم کربن دارد:

(تعداد حلقه‌ها + تعداد پیوندهای دوگانه) $- 2 = (2n + 2)$ = شمار اتم‌های هیدروژن

فرمول کلسترول: $\text{C}_{27}\text{H}_{46}\text{O}$ $\Rightarrow 46 = (2 \times 27) + 2 - 2(1 + 4)$ = شمار اتم‌های هیدروژن کلسترول

فرمول ویتامین دی: $\text{C}_{28}\text{H}_{44}\text{O}$ $\Rightarrow 44 = (2 \times 28) + 2 - 2(4 + 3)$ = شمار اتم‌های هیدروژن ویتامین دی

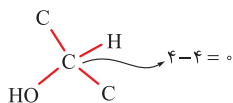
برای تعیین تفاوت جرم مولی این دو ترکیب، می‌توانیم فرمول مولکولی آن‌ها را از هم کم کنیم:

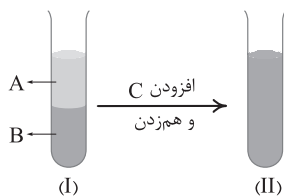
$$\text{C}_{28}\text{H}_{44}\text{O} - \text{C}_{27}\text{H}_{46}\text{O} = \text{C} - 2\text{H} \neq \text{CH}_3$$

(ج) در ساختار ویتامین دی، ۴۴ اتم هیدروژن وجود دارد که یکی از آن‌ها به اتم اکسیژن متصل است؛ یعنی شمار پیوندهای $\text{C}-\text{H}$ در ساختار ویتامین دی برابر ۴۳ است. ۴۳ به ۲ بخش پذیر نیست. از همین‌جا می‌شه فهمید که این عبارت غلطه! والا اگر

دوس دارید، شمار پیوندهای $\text{C}-\text{C}$ در ساختار کلسترول را هم بشمارید. باید به عدد ۲۹ برسید!

(د) در ساختار ویتامین دی، ۴ اتم کربن وجود دارد که فقط به اتم‌های کربن متصل هستند و عدد اکسایش آن‌ها برابر صفر ($4 - 4 = 0$) است. از طرفی اتم کربنی که به اتم اکسیژن متصل است، نیز دارای عدد اکسایش صفر می‌باشد.





با توجه به شکل روبه‌رو، کدام گزینه درست است؟

- (۱) شکل (II) مخلوطی ناپایدار و به ظاهر همگن است.
 (۲) A، B و C به ترتیب می‌تواند آب، روغن و صابون باشد.
 (۳) مولکول‌های سازنده A همانند مولکول‌های سازنده B، قطبی است.
 (۴) شکل (II) نور را پخش کرده و شامل توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت است.

پاسخ: گزینه ۴

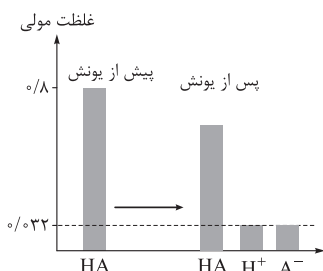
بررسی گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

- گزینه (۱): مخلوط A و B ناپایدار است، اما با افزودن ماده C به یک مخلوط پایدار تبدیل شده است.
 گزینه (۲): مخلوط آب و روغن توسط صابون می‌تواند به یک مخلوط پایدار (کلوئید) تبدیل شود اما دقت کنید که چگالی روغن از آب کم‌تر است؛ بنابراین در شکل (I)، A می‌تواند روغن و B می‌تواند آب باشد.
 گزینه (۳): اگر A و B، هر دو قطبی بودند که در هم حل می‌شدند!
 گزینه (۴): مخلوط شکل (II) از نوع کلوئید است. ذره‌های سازنده کلوئیدها، توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت هستند که نور را پخش می‌کنند.



با توجه به نمودار داده شده، کدام موارد درست است؟ ($O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)



(الف) اگر HA استیک اسید باشد، جرم آنیون استات در ۴۰۰ میلی لیتر از محلول آن، به تقریب برابر ۷۵۵ میلی گرم است.

(ب) pH محلول از pH محلول ۰/۰۰۶ مولار هیدروکلریک اسید بیشتر است.

(ج) رسانایی الکتریکی محلول از رسانایی الکتریکی محلول ۰/۰۱۶ مولار آمونیوم سولفات در آب، بیشتر است.

(د) اگر در دمای ثابت، غلظت اولیه محلول به ۰/۲ مولار برسد، درجه یونش اسید HA به ۰/۰۶ می رسد.

(۲) ب، ج و د

(۱) الف و ج

(۴) ب و د

(۳) الف، ج و د

پاسخ: گزینه ۱

عبارت های «الف» و «ج» درست اند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به نمودار داریم:

$$M (\text{غلظت اولیه}) = 0.08 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H^+] = [A^-] = 0.032 \text{ mol.L}^{-1}$$

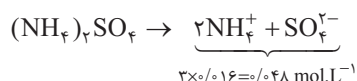
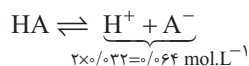
بررسی عبارت ها:

(الف) غلظت مولی آنیون استات (CH_3COO^-) برابر ۰/۰۳۲ مولار است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$400 \text{ mL} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{0.032 \text{ mol } CH_3COO^-}{1 \text{ L}} \times \frac{59 \text{ g } CH_3COO^-}{1 \text{ mol } CH_3COO^-} \times \frac{1000 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 755.2 \text{ mg } CH_3COO^-$$

(ب) $[H^+]$ در محلول HA، ۰/۰۳۲ مولار و $[H^+]$ در محلول هیدروکلریک اسید، ۰/۰۰۶ مولار است؛ بنابراین pH محلول HA کم تر است، زیرا طبق رابطه $pH = -\log[H^+]$ ، pH با $[H^+]$ رابطه وارونه دارد، یعنی هر چه $[H^+]$ در محلولی بیشتر باشد، pH آن محلول کم تر است.

(ج) هر چه مجموع غلظت مولی یون ها در محلولی بیشتر باشد، رسانایی الکتریکی آن محلول بیشتر است:



(د) در دمای ثابت، ثابت یونش یک اسید مقدار معینی است؛ بنابراین باید به کمک اطلاعات محلول اولیه، ثابت یونش اسید را حساب کرده و از آن برای محلول دوم استفاده کنیم. با توجه به کم بودن $[H^+]$ در مقابل $[HA]$ ، می توانیم غلظت تعادلی اسید را با غلظت اولیه محلول برابر در نظر بگیریم:

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} = \frac{0.032 \times 0.032}{0.08} = 1.28 \times 10^{-3}$$

غلظت محلول در حالت دوم، ۰/۲ مولار است:

$$1.28 \times 10^{-3} = \frac{[H^+]^2}{0.2} \Rightarrow [H^+]^2 = 2.56 \times 10^{-4} \Rightarrow [H^+] = 1.6 \times 10^{-2}$$

$$\alpha = \frac{[H^+]}{M} = \frac{1.6 \times 10^{-2}}{0.2} = 8 \times 10^{-2} = 0.08$$



$$K_a \approx M\alpha^2 \xrightarrow{\text{ثابت } K_a} \frac{\alpha_r}{\alpha_1} = \sqrt{\frac{M_1}{M_r}}$$

$$\alpha_1 = \frac{[H^+]}{M} = \frac{0.032}{0.1} = 0.04$$

$$\frac{\alpha_r}{0.04} = \sqrt{\frac{0.1}{0.2}} \Rightarrow \alpha_r = 0.04 \times 2 = 0.08$$



برای آن که pH نیم لیتر از محلولی حاوی نیتریک اسید از ۲/۳ به ۱۲/۳ برسد، چند میلی گرم پتاس سوزآور باید به آن بیفزاییم؟ (از تغییر حجم صرف نظر شود). ($H = 1, O = 16, K = 39 : g.mol^{-1}$)

۴۲۰ (۲)

۳۵۰ (۱)

۷۰۰ (۴)

۵۶۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

محلول اولیه، اسیدی است و با افزودن KOH به محلول بازی تبدیل شده است. می دانیم هر مول HNO_3 با ۱ مول KOH خنثی می شود، پس می توان نوشت:

مول KOH باقی مانده + مول HNO_3 خنثی شده = مول KOH اضافه شده

محاسبه مول HNO_3 اولیه:

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-2/3} = 10^{-3} \times 10^{0/3} = 5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow HNO_3 \text{ مول} = 5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \times 0.5 \text{ L} = 2.5 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

محاسبه مول KOH باقی مانده در محلول:

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-12/3} = 10^{-4} \times 10^{0/3} = 5 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow [H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{5 \times 10^{-5}} = 2 \times 10^{-10} = 0.2 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow KOH \text{ مول} = 0.2 \text{ mol.L}^{-1} \times 0.5 \text{ L} = 0.1 \text{ mol} = 10 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

بنابراین $(2.5 + 10) \times 10^{-3}$ مول KOH باید به محلول اولیه اضافه شود:

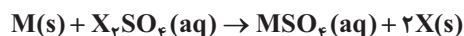
$$12.5 \times 10^{-3} \text{ mol KOH} \times \frac{56 \text{ g KOH}}{1 \text{ mol KOH}} \times \frac{10^3 \text{ mg KOH}}{1 \text{ g KOH}} = 700 \text{ mg KOH}$$

یه جور دیگه

$$[OH^-] = \frac{n_b M_b V_b - n_a M_a V_a}{V_a + V_b} \Rightarrow 0.2 = \frac{1 \times x - (1 \times 5 \times 10^{-3} \times 0.5)}{0.5}$$

$$\Rightarrow 0.1 = x - 2.5 \times 10^{-3} \Rightarrow x = 12.5 \times 10^{-3} \text{ mol KOH} \Rightarrow KOH \text{ جرم} = 12.5 \times 10^{-3} \text{ mol} \times \frac{56 \text{ g}}{1 \text{ mol}} \times \frac{10^3 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 700 \text{ mg}$$

تیغه‌ای از جنس فلز M درون محلول سولفات فلز X قرار می‌گیرد. اگر پس از مدتی، جرم تیغه افزایش یابد، کدام مورد درست است؟ (فرض کنید همه اتم‌های X تولیدشده روی تیغه رسوب می‌کند.)



(۱) قدرت اکسندگی $M^{2+}(aq)$ از قدرت اکسندگی $X^+(aq)$ بیشتر است.

(۲) جرم مولی X به یقین بیشتر از جرم مولی M است.

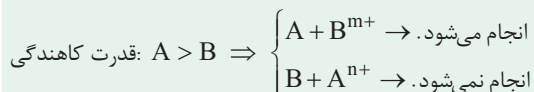
(۳) اگر فلز X با محلول هیدروکلریک اسید ۱ مولار واکنش دهد، E° نیم‌سلول M^{2+}/M به یقین منفی است.

(۴) در سلول گالوانی حاصل از الکترودهای M و X، کاتیون‌ها با عبور از دیواره متخلخل به سمت نیم‌سلول M می‌روند.

پاسخ: گزینه ۳



اگر قدرت کاهندگی فلز A بیشتر از فلز B باشد، فلز A می‌تواند با محلول حاوی کاتیون‌های فلز B واکنش داده و آن‌ها را به اتم‌های فلزی B کاهش دهد.

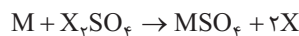


بررسی گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه (۱): انجام شدن واکنش، نشان‌دهندهٔ بیشتر بودن قدرت کاهندگی M نسبت به X و یا بیشتر بودن قدرت اکسندگی X^+ نسبت به M^{2+} است.

گزینه (۲): اگر جرم مولی M و X را به ترتیب m و x گرم بر مول در نظر بگیریم، خواهیم داشت:



با مبادلهٔ ۲ مول الکترون، m گرم از جرم تیغه کاسته می‌شود و از طرف دیگر، ۲x گرم به جرم آن اضافه می‌شود:

$$-m + 2x = \text{تغییر جرم تیغه}$$

سؤال گفته جرم تیغه افزایش می‌یابد:

$$-m + 2x > 0 \Rightarrow 2x > m \Rightarrow x > \frac{m}{2}$$

جرم مولی X از نصف جرم مولی M بیشتر است، اما نمی‌توانیم بگوییم از جرم مولی M بیشتر است یا نه!

گزینه (۳): فلزهایی با محلول هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهند که E° منفی داشته باشند. اگر E° فلز X منفی باشد، فلز M نیز قطعاً منفی است، زیرا قدرت کاهندگی M از X بیشتر می‌باشد.

گزینه (۴): در سلول‌های گالوانی، کاتیون‌ها با عبور از دیواره متخلخل به سمت نیم‌سلول کاتد می‌روند. در سلول گالوانی حاصل از M و X، نیم‌سلول X که E° بیشتری دارد، نقش کاتد را دارد.

- (۱) از آن جا که E° و چگالی لیتیم از سایر فلزها کم تر است، فلزی مناسب برای ذخیره انرژی الکتریکی محسوب می شود.
- (۲) نیم واکنش اکسایش در سلول سوختی متان - اکسیژن به صورت $\text{CH}_4 + 2\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{CO}_2 + 8\text{H}^+ + 8\text{e}^-$ است.
- (۳) در برقکافت آب، حجم گاز آزاد شده در آند بیشتر از کاتد است و کاغذ pH در اطراف آند به رنگ سرخ درمی آید.
- (۴) بر اثر برقکافت پتاسیم برمید مذاب، در اطراف قطب مثبت سلول، برم تولید می شود.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

نیم واکنش های انجام شده در برقکافت آب به صورت زیر است:



ضریب O_2 کم تر از H_2 است؛ بنابراین حجم گاز آزاد شده در آند کم تر از کاتد است.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه (۱): در فناوری ساخت باتری های جدید، فلز لیتیم (${}^6\text{Li}$) نقش بسیار مهمی دارد. *هالا چرا؟!*

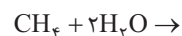
(۱) فلز لیتیم دارای کم ترین چگالی در بین فلزها (نه همه عناصرها!) است؛ از این رو می توان به کمک فلز لیتیم، باتری های سبک تر و کوچکتری را تهیه کرد.

(۲) لیتیم دارای کوچک ترین (منفی ترین) E° در بین گونه های مختلف است، به همین دلیل می توان به کمک فلز لیتیم، باتری هایی با توانایی ذخیره بیشتر انرژی (ولتاژ بالاتر) تولید کرد.

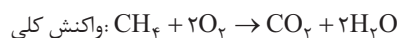
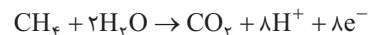
گزینه (۲): نیم واکنش کاهش اکسیژن در سلول سوختی به صورت $\text{O}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e}^- \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$ است. اگر نیم واکنش اکسایش متان را با این نیم واکنش جمع کنیم، باید واکنش کلی سلول $(\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2 + 2\text{H}_2\text{O})$ به دست آید. معادله کلی نشان می دهد که در این واکنش ۸ الکترون مبادله شده است (عدد اکسایش کربن از -۴ در CH_4 به +۴ در CO_2 رسیده است)؛ پس اول نیم واکنش کاهش را در ۲ ضرب می کنیم تا ضریب الکترون برابر ۸ شود:



فب! در سمت راست معادله کلی $2\text{H}_2\text{O}$ داریم و در سمت راست نیم واکنش کاهش، $4\text{H}_2\text{O}$! پس در سمت چپ نیم واکنش اکسایش متان باید $2\text{H}_2\text{O}$ داشته باشیم:



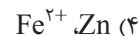
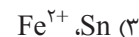
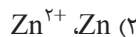
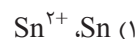
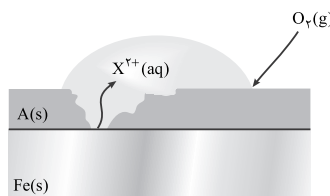
متان به CO_2 اکسایش می یابد. از طرفی H^+ و الکترون ها در معادله کلی حضور ندارند؛ پس در سمت راست معادله اکسایش متان، علاوه بر CO_2 باید 8H^+ و 8e^- نیز داشته باشیم:



گزینه (۴): فرایند برقکافت در سلول الکترولیتی انجام می شود که قطب مثبت آن، آند بوده و در آن اکسایش رخ می دهد:



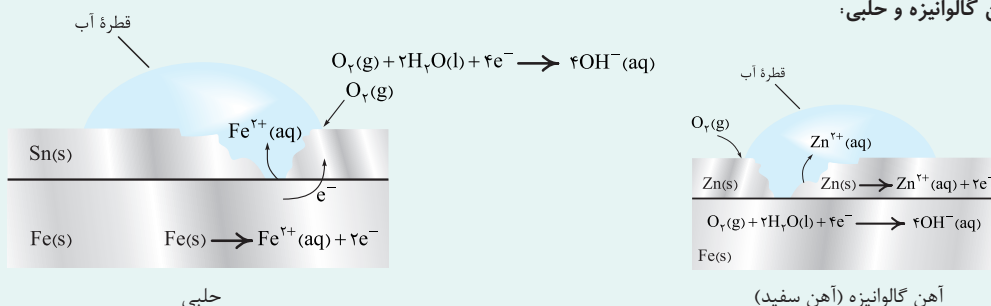
۱۰۰ اگر شکل زیر مربوط به ورقه حلی خراش دیده در هوای مرطوب باشد، A و X^{2+} به ترتیب از راست به چپ، کدام‌اند؟



پاسخ: گزینه ۲

آهن گالوانیزه و حلی:

درس Box

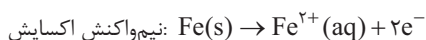


نوع آهن	آهن گالوانیزه یا آهن سفید (آهن + لایه نازکی از فلز روی)	حلی (آهن + لایه نازکی از فلز قلع)
نوع حفاظت آهن	فیزیکی + کاتدی	فقط فیزیکی
آند	روی	آهن
نیم واکنش اکسایش	$Zn(s) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + 2e^-$	$Fe(s) \rightarrow Fe^{2+}(aq) + 2e^-$
کاتد	آهن	قلع
نیم واکنش کاهش	$O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 4OH^-(aq)$	$O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 4OH^-(aq)$
گونه کاهنده	Zn	Fe
گونه اکسنده	O_2	O_2
رسوب تشکیل شده در پایان واکنش	روی هیدروکسید $(Zn(OH)_2)$	آهن (III) هیدروکسید $(Fe(OH)_3)$
کاربرد	تانکر آب، کانال کولر	ظروف بسته بندی مواد غذایی

منظور از حلی، ورقه آهنی است که به وسیله لایه نازکی از فلز قلع (Sn) پوشیده شده است؛ پس در شکل داده شده، همان فلز قلع است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

تا زمانی که سطح حلی خراشیده نشود، قلع به عنوان پوشش محافظ (به دلیل لایه اکسید متراکم و چسبنده) از خوردگی آهن جلوگیری می‌کند، اما به محض خراشیده شدن سطح حلی، قلع *فیا نکارا* نه تنها از آهن محافظت نمی‌کند، بلکه بر شدت زنگ زدن آهن می‌افزاید. در واقع با خراشیده شدن سطح حلی در محل خراش، یک سلول گالوانی تشکیل شده و فلز آهن که E° کوچک تری دارد، با اکسید شدن در نقش آند خورده می‌شود و قلع *پی مر ام*! در کمال *آرامش*! در نقش کاتد نسبت به خوردگی محافظت می‌شود:



پس یون X^{2+} در شکل، همان Fe^{2+} است.



کدام موارد زیر دربارهٔ سیلیس (A)، سیلیسیم (B) و کربن دی‌اکسید (X)، درست است؟

الف) در نقشهٔ پتانسیل الکتروستاتیکی مولکول X همانند مولکول اکسیژن دی‌فلوئورید، به اتم مرکزی بار جزئی مثبت نسبت داده می‌شود.

ب) A در حالت خالص، ماده‌ای نامحلول در آب است که در ساخت منشور و عدسی کاربرد دارد.

ج) ماسه از جمله نمونه‌های ناخالص و کوارتز از جمله نمونه‌های خالص B محسوب می‌شود.

د) در صنعت از واکنش A با کربن در دمای بالا، مادهٔ B در حالت مذاب و مادهٔ X در حالت گاز تولید می‌شود.

(۲) الف، د

(۱) ب، ج

(۴) الف، ب

(۳) ج، د

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

عبارت‌های «الف» و «ب» درست‌اند.

عبارت «الف»: در مولکول CO_2 به‌مانند مولکول OF_2 ، به اتم مرکزی بار جزئی مثبت اختصاص می‌دهیم، زیرا خصلت نافلزاتی اتم C از O و خصلت نافلزاتی اتم O از F، کمتر است.

عبارت «ب»: SiO_2 در آب حل نمی‌شود، زیرا شبکهٔ بلور آن بسیار قوی است و آب نمی‌تواند این شبکه را به هم بریزد. همچنین SiO_2 در حالت خالص در ساخت منشور و عدسی کاربرد دارد.

عبارت «ج»: ماسه از جمله نمونه‌های ناخالص و کوارتز از جمله نمونه‌های خالص SiO_2 است.

عبارت «د»: در صنعت از واکنش زیر، سیلیسیم خالص (عنصر اصلی سلول‌های خورشیدی) و گاز کربن مونوکسید (نه کربن دی‌اکسید) تهیه می‌شود:



اگر آنتالپی فروپاشی شبکه بلور پتاسیم برمید و منیزیم فلوئورید به ترتیب برابر ۶۹۰ و ۲۹۹۰ کیلوژول بر مول باشد، با انرژی لازم برای فروپاشی ۹۳ گرم منیزیم فلوئورید و تبدیل آن به یون‌های گازی، چند گرم پتاسیم برمید را می‌توان به یون‌های $K^+(g)$ و $Br^-(g)$ تبدیل کرد؟ ($F = 19, Mg = 24, K = 39, Br = 80 : g.mol^{-1}$)

$$773 / 5 (2)$$

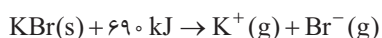
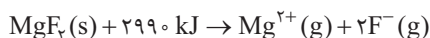
$$737 / 5 (1)$$

$$671 / 5 (4)$$

$$617 / 5 (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$93 \text{ g } MgF_2 \times \frac{1 \text{ mol } MgF_2}{62 \text{ g } MgF_2} \times \frac{2990 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } MgF_2} \times \frac{1 \text{ mol } KBr}{690 \text{ kJ}} \times \frac{119 \text{ g } KBr}{1 \text{ mol } KBr} = 773 / 5 \text{ g } KBr$$

مقدار گرما را در دو واکنش یکسان کرده و سپس بین MgF_2 و KBr ، تناسب برقرار می‌کنیم:

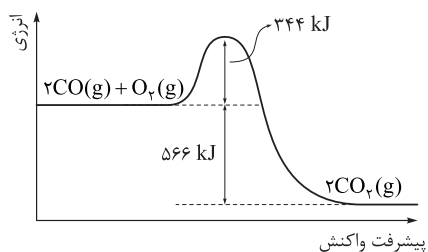
په‌جور دیگه ➔

$$\begin{aligned} \times 690 \quad & \left\{ \begin{array}{l} MgF_2 \sim 2990 \text{ kJ} \\ KBr \sim 690 \text{ kJ} \end{array} \right. \Rightarrow 690 \text{ MgF}_2 \sim 2990 \text{ KBr} \end{aligned}$$

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{93}{690 \times \frac{62}{2 \times 31}} = \frac{x}{2990 \times 119} \Rightarrow x = \frac{2990 \times 119 \times 3}{690 \times 2} = 773 / 5$$



با توجه به نمودار زیر اگر با استفاده از کاتالیزگر، انرژی فعال سازی واکنش ۷۵ درصد کاهش یابد، فاصله سطح انرژی فراورده‌ها تا قله نمودار به تقریب چند درصد کاهش می‌یابد؟



(۱) ۷۲

(۲) ۲۸

(۳) ۴۶

(۴) ۵۴

پاسخ: گزینه ۲

✓ پاسخ خیلی تشریحی

در ابتدا فاصله سطح انرژی فراورده‌ها تا قله نمودار را به دست می‌آوریم:

$$\text{فاصله سطح انرژی فراورده تا قله} = ۳۴۴ + ۵۶۶ = ۹۱۰ \text{ kJ}$$

در مرحله بعد انرژی فعال سازی واکنش را پس از استفاده از کاتالیزگر محاسبه می‌کنیم:

$$E_{a_r} = ۳۴۴ - \frac{۷۵}{۱۰۰}(۳۴۴) = ۸۶ \text{ kJ}$$

با استفاده از کاتالیزگر، آنتالپی واکنش تغییری نمی‌کند؛ بنابراین خواهیم داشت:

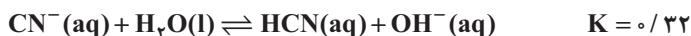
$$\text{فاصله سطح انرژی فراورده تا قله پس از استفاده از کاتالیزگر} = ۸۶ + ۵۶۶ = ۶۵۲ \text{ kJ}$$

و در نهایت میزان کاهش فاصله را حساب می‌کنیم:

$$\frac{۶۵۲ - ۹۱۰}{۹۱۰} \times ۱۰۰ \approx -۲۸\%$$



۱۰۴ با توجه به تعادل داده شده، اگر غلظت تعادلی هیدروسیانیک اسید و یون هیدروکسید به ترتیب برابر ۰/۱۶ و ۰/۰۸ مولار باشد، کدام مورد درست است؟



- (۱) غلظت تعادلی یون سیانید، دو برابر هیدروسیانیک اسید است.
 (۲) با افزودن مقداری سود به تعادل و جابه‌جایی تعادل، $[\text{HCN}]$ و $[\text{OH}^-]$ در تعادل جدید نسبت به تعادل اولیه، کم‌تر خواهد بود.
 (۳) با افزودن مقداری HCl به تعادل، $[\text{CN}^-]$ در تعادل جدید، بیشتر از ۰/۰۴ مولار خواهد بود.
 (۴) اگر با افزایش دما و افزایش مقدار HCN ، تعادل در یک جهت یکسان جابه‌جا شود، این تعادل گرماده است.

پاسخ: گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

✓ پاسخ خیلی تشریحی

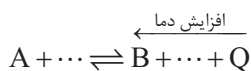
گزینه (۱):

$$K = \frac{[\text{HCN}][\text{OH}^-]}{[\text{CN}^-]} \Rightarrow \frac{0.16 \times 0.08}{[\text{CN}^-]} = 0.32 \Rightarrow [\text{CN}^-] = 0.04 \text{ mol.L}^{-1} \Rightarrow \frac{[\text{CN}^-]}{[\text{HCN}]} = \frac{0.04}{0.16} = \frac{1}{4}$$

گزینه (۲): با اضافه کردن NaOH به تعادل، $[\text{OH}^-]$ افزایش می‌یابد؛ بنابراین طبق اصل لوشاتلیه، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود؛ به این ترتیب، $[\text{HCN}]$ کاهش می‌یابد. دقت کنید که هرچند با جابه‌جایی تعادل در جهت برگشت، مقداری از OH^- اضافه شده، مصرف می‌شود، اما می‌دانیم که تعادل نمی‌تواند به طور کامل اثر یک تغییر را جبران کند؛ بنابراین $[\text{OH}^-]$ در تعادل جدید نسبت به تعادل اولیه قطعاً بیشتر است.

گزینه (۳): با اضافه کردن HCl ، مقداری از یون‌های OH^- با H^+ خنثی می‌شود، یعنی $[\text{OH}^-]$ کاهش می‌یابد؛ بنابراین تعادل در جهت تولید OH^- یعنی در جهت رفت جابه‌جا می‌شود؛ در نتیجه $[\text{CN}^-]$ کاهش یافته و کم‌تر از ۰/۰۴ مولار خواهد شد.

گزینه (۴): با افزودن مقداری HCN ، تعادل در جهت مصرف آن یعنی در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود. حالا اگر با افزایش دما نیز تعادل در جهت برگشت جابه‌جا شود، تعادل، گرماده می‌باشد.



کدام مورد، نادرست است؟

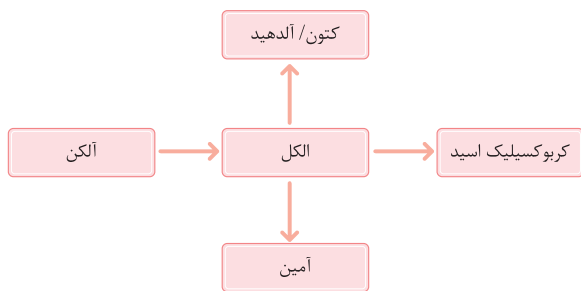
- (۱) آلکن‌ها در شرایط مناسب به طور غیرمستقیم می‌توانند به آمین تبدیل شوند.
- (۲) در واکنش تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید در حضور پتاسیم پرمنگنات، هر مولکول کاهنده، ۶ درجه اکسایش می‌یابد.
- (۳) در واکنش تبدیل اتن به اتیلن گلیکول در حضور پتاسیم پرمنگنات، عدد اکسایش اتم‌های کربن منفی باقی می‌ماند.
- (۴) در مرحله دوم روش تولید غیرمستقیم متانول از متان، دما بالا بوده و حضور کاتالیزگر الزامی است.

پاسخ: گزینه ۲

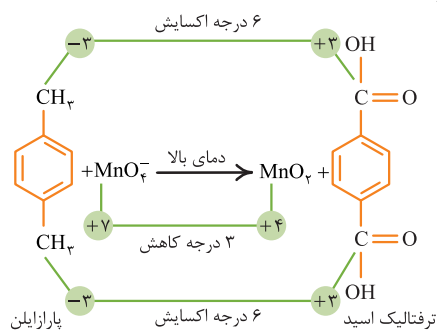
بررسی گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

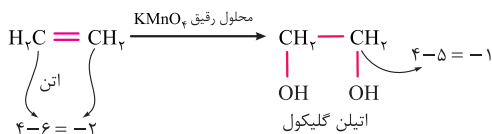
گزینه (۱): طبق نمودار زیر، آلکن‌ها می‌توانند به طور غیرمستقیم به آمین تبدیل شوند.



گزینه (۲): در تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید، عدد اکسایش اتم‌های کربن مربوط به گروه‌های متیل در پارازایلن از ۳- به ۳+ افزایش یافته، یعنی هر اتم کربن به اندازه ۶ درجه اکسایش یافته است؛ پس مولکول پارازایلن نقش کاهنده را داشته و در مجموع، هر مولکول پارازایلن به اندازه ۱۲ درجه (۶ × ۲ = ۱۲) اکسایش یافته است. در ضمن توجه داشته باشید که عدد اکسایش اتم‌های کربن در حلقه بنزن هیچ تغییری نکرده است:



گزینه (۳): در این فرایند، عدد اکسایش کربن از ۲- (در اتن) به ۱- (در اتیلن گلیکول) افزایش می‌یابد:



گزینه (۴): ببینید:

