

۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

$$A' \cap B' = A' \neq B'$$

(۱) درست

$$D' \cup C' = S \neq \emptyset$$

(۲) درست

$$A \cap B' = A - B \neq A'$$

(۳) درست

$$A' \cap C = \emptyset$$

(۴) نادرست

$$2x^2 + ax - 7 = 0$$

۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$S = -\frac{b}{a} = -\frac{a}{2} = 1/5 \Rightarrow a = -3$$

آلیاژ نیکل و روی: A و مس: M

۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{M}{A} = \frac{13}{7} \Rightarrow M = \frac{13}{7}A \quad (1)$$

در حالت اول:

$$\frac{M}{A+20} = \frac{2}{3} \Rightarrow M = \frac{2}{3}(A+20) \quad (2)$$

در حالت دوم:

( $\frac{3}{5}$  وزن سکه جدید، آلیاژ نیکل و روی است یعنی  $\frac{2}{5}$  آن مس است بنابراین نسبت مس به آلیاژ نیکل و روی  $\frac{2}{3}$  است.)

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{13}{7}A = \frac{2}{3}(A+20) \Rightarrow 39A = 14A + 280 \Rightarrow 25A = 280 \Rightarrow \begin{cases} A = 11/2 \\ M = 20/8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{وزن سکه قبل از ذوب شدن} = M + A = 11/2 + 20/8 = 32 \text{ گرم}$$

۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای اینکه تابع حقیقی باشد باید زیر رادیکال مثبت باشد یعنی  $x+2 \geq 0$  بنابراین

$x \geq -2$  همه اعداد مجموعه  $D_f$  شرط  $x \geq -2$  را دارند، اعضای ۱ و ۲ در مجموعه  $D_f$  تکراری هستند و یک بار شمرده می‌شوند پس A، ۶ عضو دارد.

$$f(x) = (a+1)x + 2b + 1$$

۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(0) = 0 \Rightarrow 0 = (a+1) \times 0 + 2b + 1 \Rightarrow 2b + 1 = 0 \Rightarrow 2b = -1 \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$f(2) = b + 1 \Rightarrow b + 1 = (a+1) \times 2 + 2b + 1 \Rightarrow b + 1 = 2a + 2 + 2b + 1 \Rightarrow 2a + b = -2$$

$$\xrightarrow{(1)} 2a + \left(-\frac{1}{2}\right) = -2 \Rightarrow 2a = -\frac{3}{2} \Rightarrow a = -\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} a - b = -\frac{3}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$$

۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + b \Rightarrow S(-2, b) = S(a, 5) \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow a + b = -2 + 5 = 3$$

نکته: در سهمی به معادله  $y = a(x-h)^2 + k$  مختصات رأس سهمی به صورت  $S(h, k)$  است.

(۱)

۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اعضای دامنه را در ضوابط داده شده امتحان می‌کنیم، اگر به ازای ۳ عضو دامنه، ۳ عضو برد داده شده را داشته باشیم، ضابطه درست است. بررسی گزینه‌ها:

۱)  $f(-2) = 3(-2) = -6$  در  $R_f$  نیست  $\times$

۲)  $f(-2) = -2 + 6 = 4$  در  $R_f$  نیست  $\times$

۳)  $f(-2) = -3(-2) = 6$  در  $R_f$  هست

$f(0) = -3(0) = 0$  در  $R_f$  هست

$f\left(\frac{1}{2}\right) = -3\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2}$  در  $R_f$  هست

پس گزینه صحیح همین گزینه است.

۴)  $f(-2) = -(-2) + 6 = 8$  در  $R_f$  نیست  $\times$

۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای اینکه دامنه تابع ۲ عضوی باشد باید دو تا از مؤلفه‌های اول زوج مرتب‌های داده شده با هم برابر باشند.

$2 = m + 2 \Rightarrow m = 0 \notin N \Rightarrow$  غ ق ق

حالت اول:

$m + 2 = m + 2n \Rightarrow 2 = 2n \Rightarrow n = 1 \in N$  ق ق

یا حالت دوم:

$2 = m + 2n$

یا حالت سوم: (دو عدد طبیعی که در معادله روبه‌رو صدق کنند نداریم)

$f = \{(2, m - 2 - t), (m + 2, 5), (m + 2, m^2 - 4m)\}$

با فرض  $n = 1$  تابع را بازنویسی می‌کنیم:

و از ثابت بودن تابع  $f$  نتیجه می‌گیریم:

$m^2 - 4m = 5 \Rightarrow m^2 - 4m - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -1 \notin N \end{cases}$  غ ق ق

$\xrightarrow{m=5} f = \{(2, 3 - t), (7, 5)\} \Rightarrow 3 - t = 5 \Rightarrow t = -2$

و تابع  $f$  به صورت تابع ثابت دوعضوی  $f = \{(2, 5), (7, 5)\}$  به دست می‌آید.

۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به ازای  $x = 0$  و  $x = \pm 1$ ،  $g(x) = 0$  خواهد شد و  $h(x) = \text{sign}(x)$  می‌شود که

نمودار هر ۴ گزینه این شرط را دارند. پس نقاط غیر صحیح مثلاً  $\pm \frac{1}{2}$  را امتحان می‌کنیم:

$x = \frac{1}{2} \Rightarrow g(x) = \left| \left[ \frac{1}{2} \right] + \left[ -\frac{1}{2} \right] \right| = |0 + (-1)| = |-1| = 1, f\left(\frac{1}{2}\right) = \text{sign}\left(\frac{1}{2}\right) = 1$

$\Rightarrow h(x) = 1 + 1 = 2$  (حذف گزینه‌های ۱ و ۴)

$x = -\frac{1}{2} \Rightarrow g(x) = \left| \left[ -\frac{1}{2} \right] + \left[ \frac{1}{2} \right] \right| = |-1 + 0| = |-1| = 1, f\left(-\frac{1}{2}\right) = \text{sign}\left(-\frac{1}{2}\right) = -1$

$\Rightarrow h(x) = -1 + 1 = 0$  (حذف گزینه ۲)

۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

واحد آماری کوچک‌ترین واحد مورد بررسی است  $\leftarrow$  خرمالو

نسبت خرمالوهای نارنجی تیره در نمونه  $\leftarrow$  آماره (از روی نمونه برآورد می‌شود)

مجموع کل خرمالوها  $\leftarrow$  جامعه

نسبت خرمالوهای نارنجی تیره در کل باغ  $\leftarrow$  پارامتر

دلخواه  $r$  ,  $q \equiv F$  ,  $P \equiv T$ ۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.  
بررسی گزینه‌ها:

$$۱) (q \Rightarrow r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \equiv (F \Rightarrow r) \Leftrightarrow (T \wedge F) \equiv T \Leftrightarrow F \equiv F \quad \times$$

به انتهای مقدم

$$۲) (r \Rightarrow p) \Leftrightarrow (p \wedge q) \equiv (r \Rightarrow T) \Leftrightarrow (T \wedge F) \equiv T \Leftrightarrow F \equiv F \quad \times$$

تالی درست

$$۳) (q \Leftrightarrow r) \Rightarrow (p \vee q) \equiv (F \Leftrightarrow r) \Rightarrow (T \vee F) \equiv (\sim r) \Rightarrow T \equiv T \quad \times$$

تالی درست

$$۴) (r \Leftrightarrow p) \Leftrightarrow (p \wedge q) \equiv (r \Leftrightarrow T) \Leftrightarrow (T \wedge F) \equiv r \Leftrightarrow F \equiv \sim r \quad \checkmark \text{ (به ارزش } r \text{ بستگی دارد)}$$

۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{۱۵ + ۱۷ + ۱۶ + x + ۱۶ + ۱۸}{۶} \geq \Rightarrow ۸۲ + x \geq ۹۶ \Rightarrow x \geq ۱۴$$

توجه کنید که نمره امتحان مجدد علی (X) جایگزین نمره زیر ۱۰ او (۵) می‌شود.

۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$= \frac{۷۵۰۰۰ \times ۴ + ۹۰۰۰۰ \times ۱۰ + ۱۹۵۰۰۰ \times ۴۰}{۲۵۰۰۰ \times ۴ + ۵۰۰۰۰ \times ۱۰ + ۱۱۰۰۰۰ \times ۴۰} \times ۱۰۰$$

$$= \frac{۳۰۰,۰۰۰ + ۹۰۰,۰۰۰ + ۷,۸۰۰,۰۰۰}{۱۰۰,۰۰۰ + ۵۰۰,۰۰۰ + ۴,۴۰۰,۰۰۰} \times ۱۰۰ = \frac{۹,۰۰۰,۰۰۰}{۵,۰۰۰,۰۰۰} \times ۱۰۰ = \frac{۹}{۵} \times ۱۰۰ = ۱۸۰ \text{ درصد}$$

$$D \xrightarrow{۳} A \xrightarrow{۳} B \quad ۳ \times ۳ = ۹$$

۱۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$D \xrightarrow{۳} A \xrightarrow{۲} E \xrightarrow{۱} C \xrightarrow{۴} B \quad ۳ \times ۲ \times ۱ \times ۴ = ۲۴$$

$$D \xrightarrow{۲} C \xrightarrow{۴} B \quad ۲ \times ۴ = ۸$$

$$D \xrightarrow{۲} C \xrightarrow{۱} E \xrightarrow{۲} A \xrightarrow{۳} B \quad ۲ \times ۱ \times ۲ \times ۳ = ۱۲$$

$$\text{مجموع حالات} = ۹ + ۲۴ + ۸ + ۱۲ = ۵۳$$

$$۴ \times ۵ = ۲۰ \Rightarrow n(S) = ۲۰$$

۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A = \{۱۱, ۱۳, ۲۳, ۳۱, ۴۱, ۴۳\} \Rightarrow n(A) = ۶ \Rightarrow P(A) = \frac{۶}{۲۰} = \frac{۳}{۱۰}$$

۱۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$n = 1 \Rightarrow a_4 = a_1 + a_2 + a_3 - (-1)^1 = -1 - 1 + 1 + 1 = 0$$

$$n = 2 \Rightarrow a_5 = a_2 + a_3 + a_4 - (-1)^2 = -1 + 1 + 0 - 1 = -1$$

$$n = 3 \Rightarrow a_6 = a_3 + a_4 + a_5 - (-1)^3 = 1 + 0 - 1 + 1 = 1$$

$$n = 4 \Rightarrow a_7 = a_4 + a_5 + a_6 - (-1)^4 = 0 - 1 + 1 - 1 = -1$$

$$n = 5 \Rightarrow a_8 = a_5 + a_6 + a_7 - (-1)^5 = -1 + 1 - 1 + 1 = 0$$

و به ازای  $n \geq 6$  همواره حاصل یک عدد منفی (غیرصفر) است. پس فقط به ازای  $n = 1$  و  $n = 5$  دو جمله برابر صفر خواهیم داشت.

۱۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a, b, c, d, \dots \Rightarrow b - a = c - b \text{ و } c - b = d - c$$

می دانیم:

$$(2x + y + 1) - (3x - 2) = (3x + y + 2) - (2x + y + 1) \Rightarrow 2x + y + 1 - 3x + 2$$

بنابراین:

$$= 3x + y + 2 - 2x - y - 1 \Rightarrow y - x + 3 = x + 1 \Rightarrow y = 2x - 2 \quad (1)$$

از طرفی:

$$(3x + y + 2) - (2x + y + 1) = (3x + 2y + 2) - (3x + y + 2) \Rightarrow x + 1 = y \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} 2x - 2 = x + 1 \Rightarrow x = 3 \xrightarrow{(2)} y = 4 \Rightarrow xy = 3 \times 4 = 12$$

$$a_n = 4 \times 9^{\frac{n}{2} + 1}$$

۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\xrightarrow{n=1} a_1 = 4 \times 9^{\frac{1}{2} + 1} = 4 \times 9^{\frac{3}{2}} = 4 \times 27 = 108$$

$$\xrightarrow{n=2} a_2 = 4 \times 9^2 = 324 \Rightarrow r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{324}{108} = 3$$

$$\frac{a_1}{r} = \frac{108}{3} = 36$$

حال با داشتن  $a_1 = 108$  و  $r = 3$  خواهیم داشت:

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad \text{فرم استاندارد جمله عمومی دنباله هندسی:}$$

روش دوم:

$$a_n = 4 \times 9^{\frac{n}{2} + 1} = 4 \times 9^{\frac{n}{2}} \times 9 = 36 \times 9^{\frac{n}{2}} = 36 \times \left(9^{\frac{1}{2}}\right)^n$$

$$= 36 \times 3^n \times \frac{3}{3} = 36 \times 3 \times 3^{n-1} = 108 \times 3^{n-1}$$

در اینجا داریم:

یعنی دنباله هندسی داده شده به صورت  $a_n = 108 \times 3^{n-1}$  است بنابراین:

$$a_1 = 108, r = 3 \Rightarrow \frac{a_1}{r} = \frac{108}{3} = 36$$

(۴)

۱۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{A} = \frac{(\frac{1}{2})^{\frac{1}{2}} \times \left( \left( \frac{3}{7} \right)^{\frac{8}{3}} \right)^{\frac{1}{2}}}{(\frac{1}{3})^{\frac{1}{2}} \times \left( \left( \frac{7}{3} \right)^{-\frac{8}{3}} \right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{2^{-3} \times \left( \frac{3}{7} \right)^{\frac{4}{3}}}{3^{-2} \times \left( \frac{7}{3} \right)^{-\frac{4}{3}}} = \frac{\frac{1}{8} \times \left( \frac{3}{7} \right)^{\frac{4}{3}}}{\frac{1}{9} \times \left( \frac{7}{3} \right)^{\frac{4}{3}}} = \frac{9}{8} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{A}} = \frac{8}{9}$$

$$f(0) = a \times b^0 = a \times 1 = a = -\frac{2}{3}$$

۲۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طبق فرض سؤال:

$$f(2) = a \times b^2 = -\frac{2}{3} \times b^2 = -\frac{2}{3} \Rightarrow b^2 = \frac{9}{4} \xrightarrow{\sqrt{\quad}} b = \pm \frac{3}{2} \xrightarrow[\text{مثبت و مخالف ۱ است}]{\text{پایه تابع نمایی}} b = \frac{3}{2}$$

پس تابع نمایی داده شده به صورت  $f(x) = -\frac{2}{3} \times \left( \frac{3}{2} \right)^x$  است.

$$\Rightarrow f(-1) = -\frac{2}{3} \times \left( \frac{3}{2} \right)^{-1} = -\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = -\frac{4}{9}$$