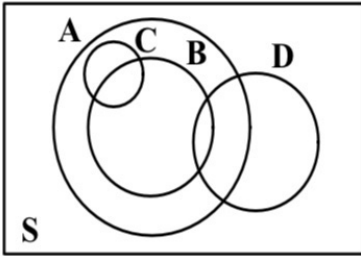


۱- در نمودار ون زیر، A، B، C و D چهار پیشامد از فضای نمونه S هستند. کدام گزاره نادرست است؟

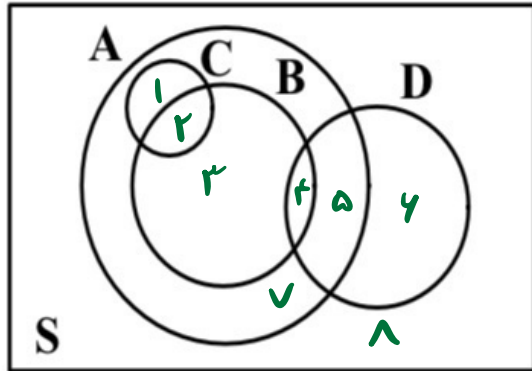


(۱) $A' \cap B' \neq B'$

(۲) $D' \cup C' \neq \phi$

(۳) $A \cap B' \neq A'$

(۴) $A' \cap C \neq \phi$ ✓



$B' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ $A' \cap B' = \{4, 5\}$

$D' \cup C' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$A \cap B' = \{1, 2, 3\}$

$A' = \{4, 5\}$

$A' \cap C = \{3\} = \phi$

۲- به ازای چه مقداری از a، مجموع ریشه‌های معادله درجه دوم $2x^2 + ax - 7 = 0$ برابر ۱/۵ است؟

(۴) -۳, ۵

(۳) -۳ ✓

(۲) ۳

(۱) ۳, ۵

$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow \text{جمع ریشه‌ها} = S = -\frac{b}{a}$

$\text{جمع ریشه‌ها} = -\frac{a}{2} = 1, 5 \Rightarrow a = -3$

۳- یک سکه آلمانی داریم که نسبت وزن مس به وزن آلیاژ نیکل و روی به کار رفته در آن ۱۳ به ۷ است. آن را ذوب و

۲۰ گرم آلیاژ نیکل و روی به آن اضافه می‌کنیم و سکه جدیدی می‌سازیم. اگر $\frac{3}{5}$ وزن سکه جدید، آلیاژ نیکل و

روی باشد، وزن سکه قبل از ذوب شدن چند گرم بوده است؟

(۴) ۵۴

(۳) ۴۸

(۲) ۳۶

(۱) ۳۲ ✓

$\frac{\text{وزن مس}}{\text{وزن نیکل در ری}} = \frac{13x}{7x} \Rightarrow \text{وزن مس به کار رفته} = 13x + 7x = 20x = 20 \times \frac{1}{5} = 4$

$\Rightarrow 7x + 20 + 13x = 20x + 20$ بعد از ذوب کردن، اضافه کردن ۲۰ گرم نیکل در ری، وزن سکه جدید به دست می‌آید

$\frac{3}{5} \Rightarrow 7x + 20 = \frac{3}{5} (20x + 20) \Rightarrow 7x + 20 = 12x + 12 \Rightarrow 8 = 5x \Rightarrow x = \frac{8}{5}$

۴- اگر دامنه تابع $f: A \rightarrow B$ با ضابطه $f(x) = \sqrt{x+2}$ ، مجموعه $D_f = \left\{ 2, -2, 1, -1, 0, \frac{1}{4}, 1, 2 \right\}$ باشد، مجموعه A چند

عضو دارد؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲) ✓

۵ (۱)

حواست باشه در مجموعه عضوهای تکراری نوشته نمی شود. $A = \left\{ 2, -2, 1, -1, 0, \frac{1}{4} \right\}$

۵- نمودار تابع $f(x) = (a+1)x + 2b + 1$ از مبدأ می گذرد و $f(2) = b + 1$ است. مقدار $a - b$ کدام است؟

$-\frac{1}{4}$ (۴) ✓

$-\frac{1}{2}$ (۳)

-۱ (۲)

صفر (۱)

$$f(n) \text{ از مبدأ می گذرد} \Rightarrow f(0) = 0 \Rightarrow 0 = (a+1)(0) + 2b + 1 \Rightarrow 2b = -1 \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = (a+1)x + 2\left(-\frac{1}{2}\right) + 1 \Rightarrow f(x) = (a+1)x$$

$$f(2) = b + 1 \Rightarrow f(2) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = (a+1) \cdot 2 \Rightarrow 2a + 2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 2a = -\frac{3}{2} \Rightarrow a = -\frac{3}{4}$$

$$a - b = -\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$$

۶- اگر نقطه $S(a, 5)$ مختصات رأس سهمی به معادله $y = -\frac{1}{4}(x+2)^2 + b$ باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱) ✓

$$y = -\frac{1}{4}(x+2)^2 + b \Rightarrow \begin{cases} x_s = -2 = a \\ y_s = b = 5 \end{cases} \Rightarrow a + b = -2 + 5 = 3$$

۷- اگر f از A به B تابعی خطی، $D_f = \left\{ -2, 0, \frac{1}{4} \right\}$ و $R_f = \left\{ -\frac{3}{2}, 0, 6 \right\}$ باشد، کدام رابطه زیر، می تواند ضابطه تابع f

باشد؟

$f(x) = -x + 6$ (۴)

$f(x) = -3x$ (۳) ✓

$f(x) = x + 6$ (۲)

$f(x) = 3x$ (۱)

$$f(x) = -3x$$

-2	→	6
0	→	0
1/4	→	-3/4

۸- برای $m, n \in \mathbb{N}$ ، مجموعه $f = \{(2, m-2n-t), (m+1, n+1), (m+2n, m^2-4m)\}$ یک تابع ثابت با دامنه

دو عضوی است. مقدار t کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ ✓ (۳) -۳ (۴) -۴

دانه تابع f ، معرزی

m, n باید عناصری طبیعی باشند $\Rightarrow$ غ ق ق $\Rightarrow m=0$

تابع f ثابت فرض می‌کنیم $\Rightarrow f = \{(2, m-2n-t), (m+1, 5), (m+2, m^2-4m)\}$ $\Rightarrow n=1$

$$\Rightarrow m^2-4m=5 \Rightarrow m^2-4m-5=0 \Rightarrow m=-1 \text{ غ ق ق } m=5$$

$$\Rightarrow m-2n-t=5 \Rightarrow -1-2-5=t \Rightarrow t=-8$$

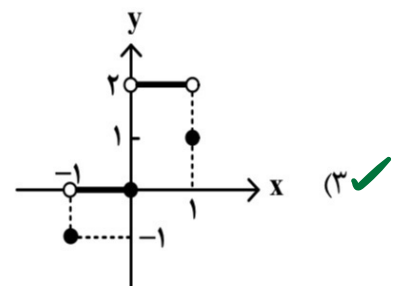
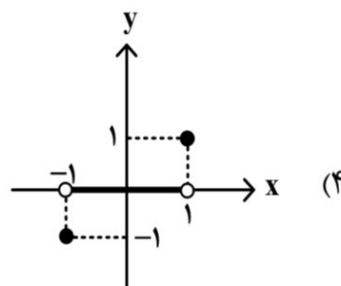
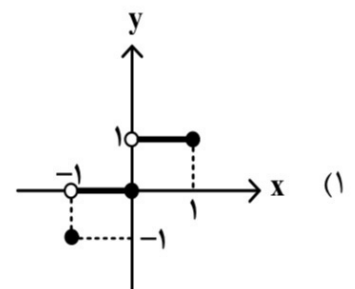
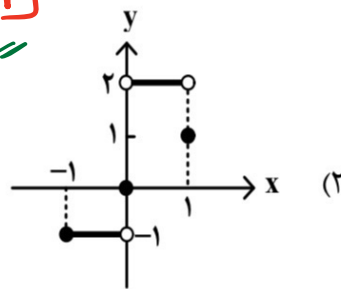
۹- توابع $f(x) = \text{sign}(x)$ و $g(x) = |x| + |-x|$ با دامنه مشترک $-1 \leq x \leq 1$ را در نظر بگیرید. نمودار تابع $h(x) = f(x) + g(x)$ کدام است؟ (علامت جزء صحیح است).

$$x = \frac{1}{4} \Rightarrow h\left(\frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{1}{4}\right) + g\left(\frac{1}{4}\right) = 2$$

گزینه ۱ درست شوند.

$$x = -\frac{1}{4} \Rightarrow h\left(-\frac{1}{4}\right) = f\left(-\frac{1}{4}\right) + g\left(-\frac{1}{4}\right) = 0$$

گزینه ۲ درست شود.



۱۰- پژوهشگران یک مؤسسه تحقیقات کشاورزی تصمیم دارند براساس معیار «رنگ» (سبز، نارنجی روشن و نارنجی تیره) خرمالوها را مورد بررسی قرار دهند. این مؤسسه برای ارزیابی میزان نارسایی خرمالوهای آماده برداشت یک باغ بزرگ، مطالعه خود را به بخشی از کل محصولات این باغ محدود کردند. کدام مورد درخصوص «واحد آماری» و «نسبت خرمالوهای دارای رنگ نارنجی تیره در نمونه» در این ارزیابی، درست است؟

(۲) خرمالو - پارامتر

(۱) ✓ خرمالو - آماره

(۴) مجموعه کل خرمالوها - پارامتر

(۳) مجموعه کل خرمالوها - آماره

۱۱- اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره به r بستگی دارد؟

$$(r \Rightarrow p) \Leftrightarrow (p \wedge q) \quad (۲)$$

$$(q \Rightarrow r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \quad (۱)$$

$$(r \Leftrightarrow p) \Leftrightarrow (p \wedge q) \quad (۴) \checkmark$$

$$(q \Leftrightarrow r) \Rightarrow (p \vee q) \quad (۳)$$

p	q	r	گزینه ۱	گزینه ۲	گزینه ۳	گزینه ۴
>	ن	>	ن	ن	>	ن
>	ن	ن	ن	ن	>	>

برابر همه شد.

۱۲- نمرات درس ریاضی علی در طول سال تحصیلی به صورت ۱۸، ۱۶، ۵، ۱۶، ۱۷ و ۱۵ است. معلم ریاضی برای جبران نمرات زیر ۱۰ دانش‌آموزان، امکان امتحان مجدد را به آنها می‌دهد. علی در امتحان مجدد حداقل چه نمره‌ای باید کسب کند تا معدل او در درس ریاضی کمتر از ۱۶ نشود؟

$$۱۶ \quad (۴)$$

$$۱۵ \quad (۳)$$

$$۱۴ \quad (۲) \checkmark$$

$$۱۳ \quad (۱)$$

مقرره عدد ۱۶، پس باید بجای نمره ۵، x بنویسیم و نمره جایگزین ۵ را بدست می‌آوریم.

$$۱۴ = \frac{۱۵+۱۷+۱۶+x+۱۶+۱۸}{۶} \Rightarrow ۹۴ = ۸۲+x \Rightarrow x = ۱۲$$

۱۳- اگر سبد هزینه خانواری در سال پایه از سه کالای «الف»، «ب» و «ج» تشکیل شده باشد و قیمت این سه کالا در سال پایه به ترتیب ۲۵۰۰۰، ۵۰۰۰۰ و ۱۱۰۰۰۰ واحد باشد و در سال موردنظر به ۷۵۰۰۰، ۹۰۰۰۰ و ۱۹۵۰۰۰ واحد برسد و با فرض آنکه مقادیر مصرفی «الف»، «ب» و «ج» در سال پایه به ترتیب معادل ۴، ۱۰ و ۴۰ کیلوگرم باشد، شاخص بهای این سبد چند درصد است؟

$$۱۹۰ \quad (۴)$$

$$۱۸۰ \quad (۳) \checkmark$$

$$۱۷۰ \quad (۲)$$

$$۱۶۰ \quad (۱)$$

همه قیمت‌های صورت سوال به ۱۰۰۰۰۰ اسکناسه شوند.

$$\text{شاخص بهای} = \frac{\frac{۲۰۰}{۴ \times (۷۵)} + \frac{۹۰۰}{۱۰ \times (۹۰)} + \frac{۷۸۰۰}{۴۰ \times (۱۹۵)}}{\frac{۲۵۰}{۴ \times (۲۵)} + \frac{۵۰۰}{۱۰ \times (۵۰)} + \frac{۴۴۰۰}{۴۰ \times (۱۱۰)}} \times ۱۰۰ = \frac{۹۴۴۴}{۵۲۴۴} \times ۱۰۰ = ۱۸۰$$

۱۴- بین پنج شهر A، B، C، D و E مطابق شکل زیر راه هایی وجود دارد که همه دو طرفه اند. به چند طریق می توان از

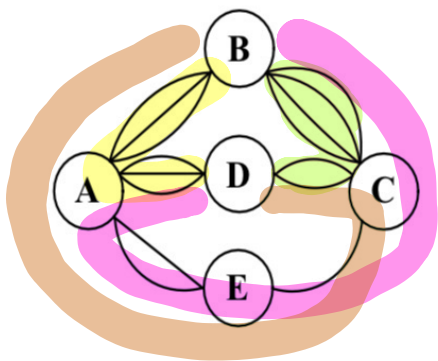
شهر D به شهر B مسافرت کرد؟

۱۷ (۱)

۲۹ (۲)

۵۰ (۳)

۵۳ (۴) ✓



$$\textcircled{1} D \rightarrow A \rightarrow B \quad (2 \times 2 = 4)$$

$$\textcircled{2} D \rightarrow C \rightarrow B \quad (2 \times 2 = 4)$$

$$\textcircled{3} D \rightarrow A \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow B \quad (2 \times 2 \times 1 \times 2 = 8)$$

$$\textcircled{4} D \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow A \rightarrow B \quad (2 \times 1 \times 2 \times 2 = 8)$$

$$\text{جمع حالات} = 4 + 4 + 8 + 8 = 24$$

۱۵- هر یک از اعداد دو رقمی را که با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳ و ۴ می توان نوشت، روی کارت هایی می نویسیم و پس از مخلوط کردن

کارت ها، یک کارت را به طور تصادفی خارج می کنیم. احتمال اینکه عدد روی کارت یک عدد اول باشد، کدام است؟

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{5} \quad (3)$$

$$\frac{3}{8} \quad (2)$$

$$\frac{3}{10} \quad (1) \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{c} 1, 2, 3, 4 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 4 \quad 5 \end{array} \Rightarrow 4 \times 5 = 20$$

$$10, 11, 12, 13, 14$$

$$20, 21, 22, 23, 24$$

$$30, 31, 32, 33, 34$$

$$40, 41, 42, 43, 44$$

$$\Rightarrow \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

۱۶- در دنباله بازگشتی $a_1 = a_2 = -a_3 = -1$ ، $a_{n+3} = a_n + a_{n+1} + a_{n+2} - (-1)^n$ ، چند جمله برابر صفر است؟

$$2 \quad (4) \quad \checkmark$$

$$1 \quad (3)$$

$$2 \quad \text{صفر}$$

$$1 \quad \text{بیش از ۲}$$

$$-1, -1, 0, -1, -1, 0, -1, \dots$$

$$a_4 = a_1 + a_2 + a_3 - (-1)^1 = 0$$

$$a_5 = a_2 + a_3 + a_4 - (-1)^2 = 1$$

$$a_6 = a_3 + a_4 + a_5 - (-1)^3 = 0$$

$$a_5 = a_2 + a_3 + a_4 - (-1)^2 = -1$$

$$a_6 = a_3 + a_4 + a_5 - (-1)^3 = -1$$

$$a_7 = a_4 + a_5 + a_6 - (-1)^4 = -1$$

۱۷- در دنباله حسابی $3x - 2, 3x + y + 2, 3x + 2y + 2, \dots$ مقدار xy کدام است؟

۶ (۴)

۹ (۳)

۱۲ (۲) ✓

۱۵ (۱)

$$3x - 2, 3x + y + 2, 3x + 2y + 2 \Rightarrow 3x + y + 2 = \frac{3x - 2 + 3x + 2y + 2}{2} \Rightarrow 4x + y + 2 = 3x + y + 2 \Rightarrow x - y = 2$$

$$3x + y + 2, 3x + 2y + 2, 3x + 3y + 2 \Rightarrow 3x + 2y + 2 = \frac{3x + y + 2 + 3x + 2y + 2}{2} \Rightarrow 4x + 3y + 2 = 3x + 2y + 2 \Rightarrow -x + y = 1$$

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ -x + y = 1 \end{cases} \Rightarrow \oplus \Rightarrow x = 3 \Rightarrow y = 1 \quad x \cdot y = 3 \cdot 1 = 3$$

۱۸- اگر $a_n = 4 \times 9^{\frac{n}{2} + 1}$ جمله عمومی یک دنباله هندسی باشد، نسبت جمله اول به نسبت مشترک این دنباله، کدام است؟

$\frac{4}{3}$ (۴)

۴ (۳)

۱۲ (۲)

۳۶ (۱) ✓

$$a_1 = 4 \times 9^{\frac{1}{2} + 1} = 4 \times 9^{\frac{3}{2}} = 4 \times (3^2)^{\frac{3}{2}} = 4 \times 3^3$$

$$a_2 = 4 \times 9^{\frac{2}{2} + 1} = 4 \times 9^2 = 4 \times (3^2)^2 = 4 \times 3^4$$

$$\Rightarrow r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{4 \times 3^4}{4 \times 3^3} = 3 \Rightarrow \frac{a_1}{r} = \frac{4 \times 3^3}{3} = 36$$

۱۹- اگر $A = \frac{2^{-6} \times (1 - \frac{4}{9})^{\frac{1}{3}}}{3^{-4} \times (\frac{2}{3})^{-\frac{1}{3}}}$ باشد، مقدار $\frac{1}{\sqrt{A}}$ کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{1}{9}$ (۲) ✓

$\frac{9}{8}$ (۱)

$$1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}, 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow A = \frac{2^{-6} \times (\frac{5}{9})^{\frac{1}{3}}}{3^{-4} \times (\frac{2}{3})^{-\frac{1}{3}}} = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{A}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{81}{16}}} = \frac{1}{\frac{9}{4}} = \frac{4}{9}$$

۲۰- برای تابع نمایی $f(x) = a \times b^x$ ، $f(0) = -\frac{2}{3}$ و $f(2) = -\frac{3}{2}$ است. مقدار $f(-1)$ کدام است؟

$\frac{4}{9}$ (۴)

$-\frac{4}{9}$ (۳) ✓

-۱ (۲)

۱ (۱)

در تابع نمایی پایه یعنی b باید مثبت باشد.

$$f(0) = -\frac{2}{3} \Rightarrow -\frac{2}{3} = a, f(2) = -\frac{3}{2} \Rightarrow -\frac{3}{2} = -\frac{2}{3} \times (b)^2 \Rightarrow \frac{9}{4} = b^2 \Rightarrow b = \pm \frac{3}{2} \Rightarrow b = \frac{3}{2}$$

$$f(x) = -\frac{2}{3} \times (\frac{3}{2})^x \Rightarrow f(-1) = -\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = -\frac{4}{9}$$