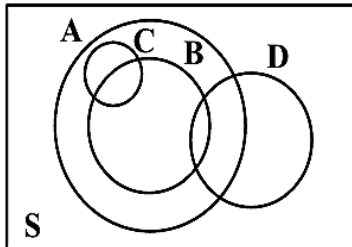


پاسخ تشریحی سوالات کنکور سراسری انسانی - ۳۰ مرداد ۱۴۰۵

سوال ۱ - گزینه ۴

۱- در نمودار ون زیر، A، B، C و D چهار پیشامد از فضای نمونه S هستند. کدام گزاره نادرست است؟



$$(1) A' \cap B' \neq B'$$

$$(2) D' \cup C' \neq \emptyset$$

$$(3) A \cap B' \neq A'$$

$$(4) A' \cap C \neq \emptyset$$

$$C \subseteq A \Rightarrow A' \cap C = C - A = \emptyset$$

سوال ۲ - گزینه ۳

۲- به ازای چه مقداری از a، مجموع ریشه‌های معادله درجه دوم $2x^2 + ax - 7 = 0$ برابر $1/5$ است؟

$$(4) -3/5$$

$$(3) -3$$

$$(2) 3$$

$$(1) 3/5$$

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{-a}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = -3$$

سوال ۳ - گزینه ۱

۳- یک سکه آلمانی داریم که نسبت وزن مس به وزن آلیاژ نیکل و روی به کار رفته در آن ۱۳ به ۷ است. آن را ذوب و

۲۰ گرم آلیاژ نیکل و روی به آن اضافه می‌کنیم و سکه جدیدی می‌سازیم. اگر $\frac{3}{5}$ وزن سکه جدید، آلیاژ نیکل و

روی باشد، وزن سکه قبل از ذوب شدن چند گرم بوده است؟

$$(4) 54$$

$$(3) 48$$

$$(2) 36$$

$$(1) 32$$

$$\frac{\text{مس}}{\text{آلیاژ}} = \frac{m}{a} = \frac{13}{7} \Rightarrow 7m = 13a \Rightarrow m = \frac{13}{7}a$$

$$\frac{a+20}{m+a+20} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{a+20}{\frac{13}{7}a+a+20} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{a+20}{\frac{20}{7}a+20} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{60}{7}a+60 = 5a+100$$

$$\frac{60}{7}a+60 = 5a+100 \Rightarrow \frac{25}{7}a = 40 \Rightarrow a = \frac{56}{5} \Rightarrow m = \frac{13}{7} \times \frac{56}{5} = \frac{104}{5}$$

$$\text{وزن سکه اولیه} : a+m = \frac{56}{5} + \frac{104}{5} = \frac{160}{5} = 32$$

سوال ۴ - گزینه ۲

۴- اگر دامنه تابع $f: A \rightarrow B$ با ضابطه $f(x) = \sqrt{x+2}$ ، مجموعه $D_f = \left\{2, -2, 1, -1, 0, \frac{1}{4}, 1, 2\right\}$ باشد، مجموعه A چند

عضو دارد؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

$$A = D_f = \left\{2, -2, 1, -1, 0, \frac{1}{4}\right\} \Rightarrow \text{۶ عضو دارد}$$

سوال ۵ - گزینه ۴

۵- نمودار تابع $f(x) = (a+1)x + 2b + 1$ از مبدأ می‌گذرد و $f(2) = b + 1$ است. مقدار $a - b$ کدام است؟

 $-\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{2}$ (۳)

-۱ (۲)

(۱) صفر

$$f(0) = 0 \Rightarrow f(0) = (a+1) \times 0 + (2b+1) = 2b+1 = 0 \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

$$f(2) = 2(a+1) = b+1 = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

$$2(a+1) = \frac{1}{2} \Rightarrow a+1 = \frac{1}{4} \Rightarrow a = -\frac{3}{4} \Rightarrow a-b = -\frac{3}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}$$

سوال ۶ - گزینه ۱

۶- اگر نقطه $S(a, 5)$ مختصات رأس سهمی به معادله $y = -\frac{1}{4}(x+2)^2 + b$ باشد، مقدار $a+b$ کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

راس سهمی به فرم $y = a(x-h)^2 + k$ برابر $S(h, k)$ است:

$$y = -\frac{1}{4}(x+2)^2 + b \Rightarrow S(-2, b) = S(a, 5) \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow a+b = 3$$

سوال ۷ - گزینه ۳

۷- اگر f از A به B تابعی خطی، $D_f = \left\{-\frac{3}{2}, 0, \frac{1}{2}\right\}$ و $R_f = \left\{-\frac{3}{2}, 0, 6\right\}$ باشد، کدام رابطه زیر، می تواند ضابطه تابع f باشد؟

(۱) $f(x) = 3x$ (۲) $f(x) = x + 6$ (۳) $f(x) = -3x$ (۴) $f(x) = -x + 6$

سوال ۸ - گزینه ۲

۸- برای $m, n \in \mathbb{N}$ ، مجموعه $f = \{(2, m - 2n - t), (m + 2, n + 4), (m + 2n, m^2 - 4m)\}$ یک تابع ثابت با دامنه دو عضوی است. مقدار t کدام است؟

(۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

۲	$m - 2n - t$
$m + 2$	$n + 4$
$m + 2n$	$m^2 - 4m$

چون دامنه دو عضو دارد، پس دو تا از سه تا عضو دامنه، با هم برابرند، باید ببینیم کدام دو زوج مرتب:

حالت اول: $m + 2 = 2 \Rightarrow m = 0 \notin \mathbb{N}$ ❌

حالت دوم: $m + 2n = m + 2 \Rightarrow 2n = 2 \Rightarrow n = 1 \in \mathbb{N} \Rightarrow m^2 - 4m = 1 + 4 \Rightarrow$

$m^2 - 4m - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 5 \end{cases}$ ✅

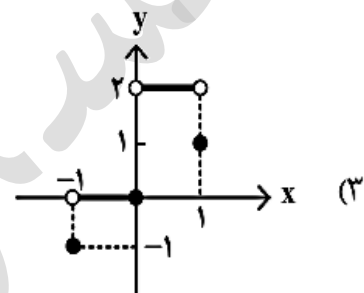
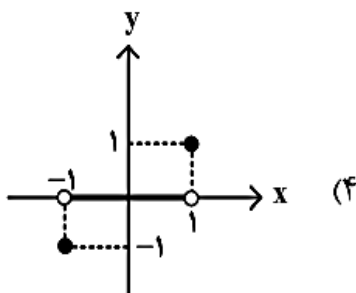
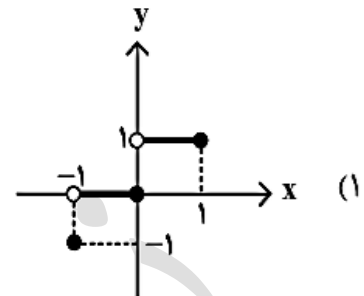
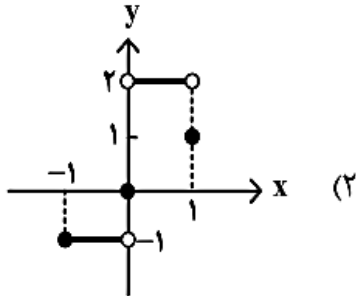
۲	$5 - 2 - t$
۷	۵
۷	۵

جدول را آپدیت کنیم:

$5 - 2 - t = 5 \Rightarrow t = -2$

سوال ۹ - گزینه ۳

۹- توابع $f(x) = \text{sign}(x)$ و $g(x) = |[x] + [-x]|$ با دامنه مشترک $-1 \leq x \leq 1$ را در نظر بگیرید. نمودار تابع $h(x) = f(x) + g(x)$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)



$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow g(x) = |[x] + [-x]| = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ 1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$x = -1 : f(-1) + g(-1) = \text{sgn}(-1) + g(-1) = -1 + 0 = -1 \Rightarrow (-1, -1)$$

$$-1 < x < 0 : f(x) + g(x) = \text{sgn}(x) + g(x) = -1 + 1 = 0 \Rightarrow y = 0$$

$$x = 0 : f(0) + g(0) = \text{sgn}(0) + g(0) = 0 + 0 = 0 \Rightarrow (0, 0)$$

$$0 < x < 1 : f(x) + g(x) = \text{sgn}(x) + g(x) = 1 + 1 = 2 \Rightarrow y = 2$$

$$x = 1 : f(1) + g(1) = \text{sgn}(1) + g(1) = 1 + 0 = 1 \Rightarrow (1, 1)$$

سوال ۱۰ - گزینه ۱

۱۰- پژوهشگران یک مؤسسه تحقیقات کشاورزی تصمیم دارند براساس معیار «رنگ» (سبز، نارنجی روشن و نارنجی تیره) خرمالوها را مورد بررسی قرار دهند. این مؤسسه برای ارزیابی میزان نارسی خرمالوهای آماده برداشت یک باغ بزرگ، مطالعه خود را به بخشی از کل محصولات این باغ محدود کردند. کدام مورد درخصوص «واحد آماری» و «نسبت خرمالوهای دارای رنگ نارنجی تیره در نمونه» در این ارزیابی، درست است؟

- (۱) خرمالو - آماره
(۲) خرمالو - پارامتر
(۳) مجموعه کل خرمالوها - آماره
(۴) مجموعه کل خرمالوها - پارامتر

سوال ۱۱ - گزینه ۴

۱۱- اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره به r بستگی دارد؟

- (۱) $(q \Rightarrow r) \Leftrightarrow (p \wedge q)$
(۲) $(r \Rightarrow p) \Leftrightarrow (p \wedge q)$
(۳) $(q \Leftrightarrow r) \Rightarrow (p \vee q)$
(۴) $(r \Leftrightarrow p) \Leftrightarrow (p \wedge q)$

$$۱) (q \Rightarrow r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \equiv (F \Rightarrow r) \Leftrightarrow (T \wedge F) \equiv T \Leftrightarrow F \equiv F$$

$$۲) (r \Rightarrow p) \Leftrightarrow (p \wedge q) \equiv (r \Rightarrow T) \Leftrightarrow (T \wedge F) \equiv F \Leftrightarrow F \equiv T$$

$$۳) (q \Leftrightarrow r) \Rightarrow (p \vee q) \equiv (F \Leftrightarrow r) \Rightarrow (T \vee F) \equiv (F \Leftrightarrow r) \Rightarrow T \equiv T$$

$$۴) (r \Leftrightarrow p) \Leftrightarrow (p \wedge q) \equiv (r \Leftrightarrow T) \Leftrightarrow (T \wedge F) \equiv (r \Leftrightarrow T) \Leftrightarrow F \equiv r \text{ دارد } r \text{ بستگی به } r$$

سوال ۱۲ - گزینه ۲

۱۲- نمرات درس ریاضی علی در طول سال تحصیلی به صورت ۱۸، ۱۶، ۵، ۱۶، ۱۷ و ۱۵ است. معلم ریاضی برای جبران نمرات زیر ۱۰ دانش‌آموزان، امکان امتحان مجدد را به آنها می‌دهد. علی در امتحان مجدد حداقل چه نمره‌ای باید کسب کند تا معدل او در درس ریاضی کمتر از ۱۶ نشود؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

«کمتر از ۱۶ نشود»، معادل «بیشتر یا مساوی ۱۶ شود» است. فرض کنیم به جای نمره ۵، در این آزمون نمره x بگیرد:

$$\bar{x}_{\text{جدید}} = \frac{x + 15 + 17 + 16 + 16 + 18}{6} = \frac{x + 82}{6} \geq 16 \Rightarrow x \geq 14$$

سوال ۱۳ - گزینه ۳

۱۳- اگر سبد هزینه خانواری در سال پایه از سه کالای «الف»، «ب» و «ج» تشکیل شده باشد و قیمت این سه کالا در سال پایه به ترتیب ۲۵۰۰۰، ۵۰۰۰۰ و ۱۱۰۰۰۰ واحد باشد و در سال موردنظر به ۷۵۰۰۰، ۹۰۰۰۰ و ۱۹۵۰۰۰ واحد برسد و با فرض آنکه مقادیر مصرفی «الف»، «ب» و «ج» در سال پایه به ترتیب معادل ۴، ۱۰ و ۴۰ کیلوگرم باشد، شاخص بهای این سبد چند درصد است؟

۱۹۰ (۴)

۱۸۰ (۳)

۱۷۰ (۲)

۱۶۰ (۱)

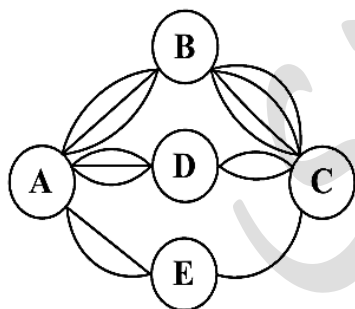
کالا	قیمت سال پایه	قیمت سال مورد نظر	میزان مصرف (kg)
«الف»	۲۵/۰۰۰	۷۵/۰۰۰	۴
«ب»	۵۰/۰۰۰	۹۰/۰۰۰	۱۰
«ج»	۱۱۰/۰۰۰	۱۹۵/۰۰۰	۴۰

$$\frac{(75/000 \times 4) + (90/000 \times 10) + (195/000 \times 40)}{(25/000 \times 4) + (50/000 \times 10) + (110/000 \times 40)} = \frac{(75 \times 4) + (90 \times 10) + (195 \times 40)}{(25 \times 4) + (50 \times 10) + (110 \times 40)} =$$

$$\frac{300 + 900 + 7800}{100 + 500 + 4400} = \frac{3 + 9 + 78}{1 + 5 + 44} = \frac{90}{50} \times 100 = \%180$$

سوال ۱۴ - گزینه ۴

۱۴- بین پنج شهر A, B, C, D و E مطابق شکل زیر راه‌هایی وجود دارد که همه دوطرفه‌اند. به چند طریق می‌توان از شهر D به شهر B مسافرت کرد؟



۱۷ (۱)

۲۹ (۲)

۵۰ (۳)

۵۳ (۴)

$$D \rightarrow A \rightarrow B : 3 \times 3 = 9$$

$$D \rightarrow A \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow B : 3 \times 2 \times 1 \times 4 = 24$$

$$D \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow A \rightarrow B : 2 \times 1 \times 2 \times 3 = 12$$

$$D \rightarrow C \rightarrow B : 2 \times 4 = 8$$

$$9 + 24 + 12 + 8 = 53$$

سوال ۱۵ - گزینه ۱

۱۵- هر یک از اعداد دو رقمی را که با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳ و ۴ می توان نوشت، روی کارت هایی می نویسیم و پس از مخلوط کردن کارت ها، یک کارت را به طور تصادفی خارج می کنیم. احتمال اینکه عدد روی کارت یک عدد اول باشد، کدام است؟

$$\frac{1}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{5} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{8} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{10} \quad (۱)$$

تکرار ارقام برای ساختن اعداد دو رقمی مجاز است:

$$۲۰ = ۴ \times ۵ : \text{کل اعداد دو رقمی}$$

$$A = \{۱۱, ۱۳, ۲۳, ۳۱, ۴۱, ۴۳\}$$

$$P(A) = \frac{۶}{۲۰} = \frac{۳}{۱۰}$$

سوال ۱۶ - گزینه ۴

۱۶- در دنباله بازگشتی $a_1 = a_2 = -a_3 = -1$, $a_{n+3} = a_n + a_{n+1} + a_{n+2} - (-1)^n$ چند جمله برابر صفر است؟

$$۲ \quad (۴)$$

$$۱ \quad (۳)$$

$$۲ \quad \text{صفر}$$

$$(۱) \text{ بیش از } ۲$$

$$a_1 = a_2 = -a_3 = -1$$

$$-1, -1, +1, 0, -1, +1, -1,$$

$$a_4 = a_1 + a_2 + a_3 - (-1)^1 = -1 - (-1) = 0 \quad \checkmark$$

$$a_5 = a_2 + a_3 + a_4 - (-1)^2 = (-1) + 1 + 0 - 1 = -1$$

$$a_6 = a_3 + a_4 + a_5 - (-1)^3 = 1 + 0 - 1 - (-1) = 1$$

$$a_7 = a_4 + a_5 + a_6 - (-1)^4 = 0 - 1 + 1 - 1 = -1$$

$$a_8 = a_5 + a_6 + a_7 - (-1)^5 = -1 + 1 - 1 - (-1) = 0 \quad \checkmark$$

سوال ۱۷ - گزینه ۲

۱۷- در دنباله حسابی $3x-2, 2x+y+1, 3x+y+2, 3x+2y+2, \dots$ مقدار xy کدام است؟

۶ (۴)

۹ (۳)

۱۲ (۲)

۱۵ (۱)

$$d = \frac{a_n - a_m}{n - m} = \frac{a_4 - a_1}{4 - 1} = \frac{a_4 - a_1}{3 - 1}$$

$$\frac{(3x + 2y + 2) - (3x - 2)}{3} = \frac{(3x + y + 2) - (3x - 2)}{2} \Rightarrow \frac{2y + 2 + 2}{3} = \frac{y + 2 + 2}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{2y + 4}{3} = \frac{y + 4}{2} \Rightarrow 2(2y + 4) = 3(y + 4) \Rightarrow 4y + 8 = 3y + 12 \Rightarrow \boxed{y = 4}$$

جملات دنباله را با داشتن $y = 4$ بازنویسی می کنیم:

$$3x - 2 \text{ و } 2x + 5 \text{ و } \underbrace{2x + 6 \text{ و } 3x + 10}_{d=4} \Rightarrow d = a_4 - a_1 = (2x + 5) - (3x - 2) = 4$$

$$-x + 7 = 4 \Rightarrow \boxed{x = 3} \Rightarrow xy = 3 \times 4 = 12$$

سوال ۱۸ - گزینه ۱

۱۸- اگر $a_n = 4 \times 9^{\frac{n}{2}+1}$ جمله عمومی یک دنباله هندسی باشد، نسبت جمله اول به نسبت مشترک این دنباله، کدام است؟

 $\frac{4}{3}$ (۴)

۴ (۳)

۱۲ (۲)

۳۶ (۱)

$$a_n = 4 \times 9^{\frac{n}{2}+1} = 4 \times (3^2)^{\frac{n}{2}+1} = 4 \times 3^{n+2} \Rightarrow r = 3$$

$$a_1 = 4 \times 3^{1+2} = 4 \times 3^3$$

$$\frac{a_1}{r} = \frac{4 \times 3^3}{3} = 4 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$$

سوال ۱۹ - گزینه ۲

۱۹- اگر $A = \frac{2^{-6} \times (1 - \frac{4}{9})^{\frac{1}{4}}}{3^{-4} \times (\frac{1}{3})^{-\frac{1}{3}}}$ باشد، مقدار $\frac{1}{\sqrt{A}}$ کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{9} \quad (۲)$$

$$\frac{9}{8} \quad (۱)$$

$$A = \frac{2^{-6} \times (1 - \frac{4}{9})^{\frac{1}{4}}}{3^{-4} \times (\frac{1}{3})^{-\frac{1}{3}}} = \frac{2^6 \times (\frac{5}{9})^{\frac{1}{4}}}{2^6 \times (\frac{1}{3})^{-\frac{1}{3}}} = \frac{2^6 \times (\frac{5}{9})^{\frac{1}{4}} \times (\frac{3}{5})^{\frac{1}{4}}}{2^6} = \frac{2^6 \times 1}{2^6} = \frac{2^6}{2^6}$$

$$\frac{1}{\sqrt{A}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{2^6}{2^6}}} = \frac{1}{\frac{2^3}{2^3}} = \frac{1}{\frac{8}{8}} = \frac{1}{1} = 1$$

سوال ۲۰ - گزینه ۳

۲۰- برای تابع نمایی $f(x) = a \times b^x$ ، $f(0) = -\frac{2}{3}$ و $f(2) = -\frac{3}{2}$ است. مقدار $f(-1)$ کدام است؟

$$\frac{4}{9} \quad (۴)$$

$$-\frac{4}{9} \quad (۳)$$

$$-1 \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

$$f(x) = a \times b^x$$

$$f(0) = a \times b^0 = a \times 1 = \boxed{a = -\frac{2}{3}} \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{3} \times b^x$$

$$f(2) = -\frac{2}{3} \times b^2 = -\frac{3}{2} \Rightarrow b^2 = \frac{9}{4} \xRightarrow{b>0} b = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{3} \times \left(\frac{3}{2}\right)^x$$

$$f(-1) = -\frac{2}{3} \times \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} = -\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = -\frac{4}{9}$$