

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۵/۲۰
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل کشور) - مردادماه ۱۴۰۵			
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از خط کش، پرگار و ماشین حساب ساده (صرفاً چهار عمل اصلی) مجاز است.		
نمره			

۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) مربع هر عدد گنگ، همواره عددی گنگ است. ب) به ازای $n = 9$ رابطه $n (n-1)!$ برقرار است. پ) اگر G یک گراف ساده همبند باشد، آن گاه $\overline{G}$ همواره یک گراف ساده ناهمبند است. ت) تعداد اعداد چهار رقمی که با ارقام ۵، ۴، ۲ و ۲ می توان نوشت، برابر ۱۲ است.	۱												
۲	جاهای خالی را با اعداد یا عبارتهای مناسب کامل کنید. الف) عدد ۱۴۰۵ به پیمانه ۳ به کلاس یا دسته هم نهشتی تعلق دارد. ب) G یک گراف کامل است. مجموعه همسایگی بسته هر رأس آن، برابر مجموعه است. پ) عدد احاطه گری گراف C_7 برابر است. ت) در مربع لاتین A (مقابل)، مقدار a برابر است.	۱ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & \\ & & \\ & 1 & a \end{bmatrix}$												
۳	ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n ، عبارت $3n^2 - 5n + 1$ همواره عددی فرد است.	۱/۲۵												
۴	اگر باقی مانده تقسیم عدد صحیح a بر دو عدد ۵ و ۶ به ترتیب ۲ و ۴ باشد، آن گاه باقی مانده تقسیم عدد a را بر ۳۰ به دست آورید. (با ارائه راه حل)	۱/۲۵												
۵	اگر p عددی اول باشد و $a \in \mathbb{Z}$ و $p \nmid a$ ، آن گاه ثابت کنید: $(p, a) = 1$	۱/۲۵												
۶	اگر ۹ دی در یک سال روز جمعه باشد، آن گاه ۲۰ مرداد در همان سال چه روزی از هفته بوده است؟ (با ارائه راه حل)	۱/۲۵												
۷	جوابهای عمومی معادله هم نهشتی $x - 1 \equiv 4x - 5 \pmod{11}$ را به دست آورید و سپس بزرگترین عدد دو رقمی که در این معادله صدق می کند را بنویسید. (با ارائه راه حل)	۱/۲۵												
۸	پاسخ سؤالات ستون اول را از ستون دوم پیدا کرده و در پاسخ برگ بنویسید. (در ستون دوم یک مورد اضافی است).	۱												
<table><tr><th>ستون اول</th><th>ستون دوم</th></tr><tr><td>الف) تعداد مجموعه های احاطه گری گراف مقابل</td><td>۰</td></tr><tr><td>ب) تعداد رأس های زوج گراف P_5 کدام است؟</td><td>۲</td></tr><tr><td>پ) تعداد گراف های ساده ای که مجموعه احاطه گر مینیمم آن ها، غیر مینیمال است.</td><td>۳</td></tr><tr><td>ت) اگر $G = C_5$ باشد، آن گاه مقدار $\delta(G)$ چند است؟</td><td>۴</td></tr><tr><td></td><td>۵</td></tr></table>			ستون اول	ستون دوم	الف) تعداد مجموعه های احاطه گری گراف مقابل	۰	ب) تعداد رأس های زوج گراف P_5 کدام است؟	۲	پ) تعداد گراف های ساده ای که مجموعه احاطه گر مینیمم آن ها، غیر مینیمال است.	۳	ت) اگر $G = C_5$ باشد، آن گاه مقدار $\delta(G)$ چند است؟	۴		۵
ستون اول	ستون دوم													
الف) تعداد مجموعه های احاطه گری گراف مقابل	۰													
ب) تعداد رأس های زوج گراف P_5 کدام است؟	۲													
پ) تعداد گراف های ساده ای که مجموعه احاطه گر مینیمم آن ها، غیر مینیمال است.	۳													
ت) اگر $G = C_5$ باشد، آن گاه مقدار $\delta(G)$ چند است؟	۴													
	۵													
۹	با توجه به گراف G به سؤالات زیر پاسخ دهید: الف) اندازه گراف G و $\Delta(G)$ را مشخص کنید. (۵/۰) ب) مسیری به طول ۶ با شروع از رأس a بنویسید. (۲۵/۰) پ) دوری به طول ۳ با شروع از رأس d بنویسید. (۲۵/۰) ت) اگر $N_G(x) = \{a, c, d\}$ آن گاه x چه رأس هایی می تواند باشد؟ (۵/۰)	۱/۵												

صفحه ۱ از ۲

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۵/۲۰
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل کشور) – مردادماه ۱۴۰۵			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir			
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) – استفاده از خط کش، پرگار و ماشین حساب ساده (صرفاً چهار عمل اصلی) مجاز است.		
نمره			

۱۰	به یک گراف ۴- منتظم از مرتبه ۷ چند یال افزوده شود، تا به یک گراف کامل هم مرتبه با آن تبدیل شود؟ (با ارائه راه حل)	۰/۷۵
۱۱	گراف G را در نظر بگیرید: الف) عدد احاطه گری گراف G را با ذکر دلیل به دست آورید. (۱/۲۵) ب) آیا با اضافه کردن یال af عدد احاطه گری تغییر می کند؟ (۰/۲۵)	۱/۵
۱۲	در گراف G مقابل، کدام یک از مجموعه های زیر یک مجموعه احاطه گر مینیمال است؟ (با ذکر دلیل) الف) $\{c, d, f, a\}$ ب) $\{h, b, f, a\}$	۰/۵
۱۳	۴ دانش آموز پایه دوازدهم و ۳ دانش آموز پایه یازدهم به چند طریق می توانند کنار هم (در یک ردیف) قرار بگیرند، به طوری که دانش آموزان پایه یازدهم همواره کنار هم باشند؟ (با ارائه راه حل)	۰/۷۵
۱۴	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 9$ را با شرط $x_5 = 4$ به دست آورید. (با ارائه راه حل)	۱/۵
۱۵	جایگشت های $(1 \rightarrow 3)$ و $(2 \rightarrow 4)$ ، $(3 \rightarrow 2)$ ، $(4 \rightarrow 1)$ روی مربع لاتین A ، اعمال کنید و سپس مربع حاصل را نوشته و آن را B بنامید. آیا دو مربع لاتین A و B متعامدند؟ چرا؟	۱
۱۶	با استفاده از اصل شمول و عدم شمول، مشخص کنید چند رمز ۴ رقمی با ارقام ۱ تا ۵ می توان نوشت به طوری که هر رمز، حداقل یک رقم ۲ و یک رقم ۳ را شامل باشد؟ (در رمز، تکرار ارقام مجاز است – با ارائه راه حل)	۱/۵
۱۷	به چند طریق می توان ۳ کتاب متمایز را بین ۷ نفر توزیع کرد، به طوری که به هر نفر حداکثر یک کتاب برسد؟ (با ارائه راه حل)	۰/۵
۱۸	۱۳ نقطه درون یک مستطیل 3×4 قرار دارند. نشان دهید حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارد که فاصله آن ها از هم، کمتر از $\sqrt{2}$ باشد. (با ارائه راه حل)	۱/۲۵
۲۰	مجموع نمرات	"موفق باشید"
صفحه ۲ از ۲		

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۵/۲۰
تعداد صفحه: ۱۰	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل کشور) - مرداد ۱۴۰۵			
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
نمره			

همکار محترم، با عرض سلام و خداقوت و تشکر از زحمات شما، لطفاً به موارد زیر دقت بفرمایید:

(۱) تأکید می‌شود که ملاک نمره‌گذاری، راهنمای نمره‌گذاری است و از اعمال سلیقه خودداری شود.

(۲) معمولاً، رسیدن به جواب نهایی سؤال، در چند مرحله انجام می‌شود. در صورتی که دانش آموز در مراحل ابتدایی اشتباه کرده باشد، اما با توجه به آن اشتباه بقیه موارد را درست انجام داده باشد، فقط نمره آن اشتباه کسر شود و به بقیه مراحل درست، نمره داده شود.

(۳) در صورتی که دانش آموز فقط پاسخ نهایی را نوشته باشد، (۲۵/۰) نمره تعلق می‌گیرد.

۱	الف) نادرست (صفحه ۳) پ) درست (صفحه ۱۰) پ) نادرست (صفحات ۳۷ و ۳۹) ت) درست (صفحه ۵۸)	۱	هر قسمت (۲۵/۰) دارد.
۲	الف) ۱ (صفحه ۱۹) پ) $V(G)$ یا رأس‌ها (صفحات ۳۶ و ۳۸) پ) ۳ (صفحه ۵۳) ت) ۲ (صفحه ۶۲)	۱	هر قسمت (۲۵/۰) دارد.
۳	روش اول: $n = 2k (k \in \mathbb{N}) \quad (0/25); 3n^2 - 5n + 1 = 3(2k)^2 - 5(2k) + 1 = \underbrace{2(6k^2 - 5k) + 1}_{(0/25)}$ $n = 2k - 1 (k \in \mathbb{N}) \quad (0/25); 3n^2 - 5n + 1 = 3(2k - 1)^2 - 5(2k - 1) + 1 = \underbrace{2(6k^2 - 11k + 4) + 1}_{(0/25)}$ در هر دو صورت حاصل، یک عدد فرد است. (۲۵/۰) روش دوم: اگر n فرد باشد آن‌گاه $3n^2$ و $5n$ نیز اعدادی فردند. (۲۵/۰) از طرفی مجموع و تفاضل دو عدد فرد، عددی زوج است. (۲۵/۰) پس عبارت $3n^2 - 5n + 1$ عددی فرد است. اگر n زوج باشد آن‌گاه $3n^2$ و $5n$ نیز اعدادی زوج‌اند. (۲۵/۰) از طرفی مجموع و تفاضل دو عدد زوج، عددی زوج است. (۲۵/۰) پس عبارت $3n^2 - 5n + 1$ عددی فرد است. در هر دو صورت حاصل، یک عدد فرد است. (۲۵/۰) روش سوم: $n = 2k - 1, n \equiv 1 \Rightarrow \begin{cases} n^2 \equiv 1 \Rightarrow 3n^2 \equiv 3 \equiv 1 \\ 5n \equiv 5 \equiv 1 \end{cases} \Rightarrow \underbrace{3n^2 - 5n + 1 \equiv 3 - 1 \equiv 2 \equiv 0}_{(0/25)} \Rightarrow 3n^2 - 5n + 1 = 2q + 1$ $n = 2k, n \equiv 0 \Rightarrow \begin{cases} n^2 \equiv 0 \Rightarrow 3n^2 \equiv 0 \\ 5n \equiv 0 \end{cases} \Rightarrow \underbrace{3n^2 - 5n + 1 \equiv 1 \equiv 1}_{(0/25)} \Rightarrow 3n^2 - 5n + 1 = 2q + 1$ در هر دو صورت حاصل، یک عدد فرد است. (۲۵/۰) (صفحه ۴)		
صفحه ۱ از ۱۰			

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۵/۲۰
تعداد صفحه: ۱۰	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل کشور) - مرداد ۱۴۰۵			
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
نمره			

روش چهارم:

$$n = 2k - 1 \Rightarrow 2 \mid n + 1 \Rightarrow \begin{cases} 2 \mid 3(n+1)^2 \\ 2 \mid -11n - 11 \end{cases} \quad (\circ / 25) \Rightarrow \begin{cases} 2 \mid 3n^2 - 5n - 8 \\ 2 \mid 8 \end{cases} \Rightarrow 2 \mid 3n^2 - 5n \quad (\circ / 25)$$

$$\Rightarrow 3n^2 - 5n = 2q \Rightarrow 3n^2 - 5n + 1 = 2q + 1 \quad (\circ / 25)$$

$$n = 2k \Rightarrow 2 \mid n \Rightarrow \begin{cases} 2 \mid 3n^2 \\ 2 \mid -5n \end{cases} \Rightarrow 2 \mid 3n^2 - 5n \quad (\circ / 25)$$

$$\Rightarrow 3n^2 - 5n = 2q \Rightarrow 3n^2 - 5n + 1 = 2q + 1 \quad (\circ / 25)$$

روش پنجم:

$$3n^2 - 5n + 1 = \underbrace{3n^2 - 3n - 2n + 1}_{(\circ / 25)} = \underbrace{3n(n-1) - 2n + 1}_{(\circ / 25)}$$

$$= \underbrace{3n(n-1) - 2n + 1}_{2k} = \underbrace{6k - (2n-1)}_{(\circ / 25)}$$

حاصل جمع هر عدد فرد با عدد زوج، عددی فرد است. $(\circ / 25)$

روش ششم:

برهان خلف: فرض کنیم $3n^2 - 5n + 1$ عددی زوج باشد. $(\circ / 25)$

$$3n^2 - 5n + 1 = 2k \Rightarrow 3n^2 - 5n = 2k - 1 \Rightarrow 3n(n-1) - 2n = 2k - 1 \quad (\circ / 25)$$

عبارت‌های $3n(n-1) - 2n$ و $n(n-1)$ همواره عددی زوج اند. $(\circ / 25)$ در حالی که طرف دوم تساوی عددی فرد است، پس به تناقض می‌رسیم. $(\circ / 25)$ لذا عبارت $3n^2 - 5n + 1$ عددی فرد است. $(\circ / 25)$

روش هفتم:

$$3n^2 - 5n + 1 = \underbrace{n^2 + 2n^2 - 2n - n - 2n + 1}_{(\circ / 25)} = \underbrace{n(n-1) + 2n(n-1) - (2n-1)}_{(\circ / 25)} = 2q - 1$$

حاصل جمع دو عدد زوج، عددی زوج است و تفاضل آن با عددی فرد، عددی فرد می‌شود. $(\circ / 25)$

(صفحه ۴)

ادامه سوال ۲

تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۵/۲۰	رشته: ریاضی و فیزیک	پایه: دوازدهم	راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته
تعداد صفحه: ۱۰	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
			دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل کشور) - مرداد ۱۴۰۵
نمره	راهنمای نمره گذاری	ردیف	

۱/۲۵	روش اول: $\begin{cases} a = 5k + 2 \\ a = 6k' + 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6a = 3 \circ k + 12 \quad (\circ / 25) \\ 5a = 3 \circ k' + 2 \circ \quad (\circ / 25) \end{cases} \Rightarrow a = 3 \circ (k - k') - 8 \quad (\circ / 25) \Rightarrow a = 3 \circ q + 22 \Rightarrow r = 22 \quad (\circ / 25)$ روش دوم: $\begin{cases} a \equiv 2 \\ a \equiv 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6a \equiv 12 \\ 5a \equiv 2 \circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \equiv -8 \\ a \equiv 22 \end{cases} \Rightarrow r = 22 \quad (\circ / 25)$ روش سوم: $\begin{cases} a \equiv 2 \\ a \equiv 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \equiv 2 - 1 \circ \equiv -8 \\ a \equiv 4 - 12 \equiv -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \equiv -8 \\ a \equiv 22 \end{cases} \Rightarrow r = 22 \quad (\circ / 25)$ روش چهارم: $\begin{cases} a = 5q + 2 \\ a = 6q' + 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a - 2 \\ 6a - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 \circ a + 8 \\ a = 3 \circ k - 8 \end{cases} \Rightarrow a = 3 \circ k' + 22 \Rightarrow r = 22 \quad (\circ / 25)$ (صفحه ۱۶)	۴
۱/۲۵	نوشتار اول: $(p, a) = d \Rightarrow d a, d p \Rightarrow \begin{cases} d = 1 \Rightarrow \text{حکم برقرار است.} \quad (\circ / 25) \quad \checkmark \\ \text{یا} \\ d \neq 1 \Rightarrow d = p \xrightarrow{d a} p a \quad \text{با فرض در تناقض است.} \quad (\circ / 25) \quad \times \end{cases}$ پس فقط $(p, a) = 1$ یا $d = 1$. $(\circ / 25)$ نوشتار دوم: برهان خلف: فرض می کنیم $(p, a) \neq 1$ در این صورت $(p, a) = d \neq 1$. $(\circ / 25)$ $d p \quad (\circ / 25) \xrightarrow{d \neq 1} \left. \begin{matrix} d = p \\ d a \end{matrix} \right\} \Rightarrow p a \quad (\circ / 25)$ با فرض تناقض دارد. پس فقط $(p, a) = 1$ یا $d = 1$. $(\circ / 25)$ (صفحه ۱۴)	۵

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۵/۲۰
تعداد صفحه: ۱۰	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل کشور) - مرداد ۱۴۰۵			
ردیف	راهنمای نمره گذاری		
نمره			

۱/۲۵

روش اول - نوشتار اول:

۶

پ	چ	س	د	ی	ش	ج
۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰

رسم جدول (۵/۰) (۲۵/۰)

$$-(9 + 30 + 30 + 30 + 31 + 11) \stackrel{7}{=} -141 \stackrel{7}{=} -1 \stackrel{7}{=} 6$$

(۵/۰) (۲۵/۰) (۲۵/۰)

پس ۲۰ مرداد روز پنجشنبه است. (۵/۰) (۲۵/۰)

توجه:

اگر دانش آموز بدون رسم جدول به جواب درست برسد، نمره کامل داده شود.

روش اول - نوشتار دوم:

مرداد	شهریور	مهر	آبان	آذر	دی	ماه
۱۱	۳۱	۳۰	۳۰	۳۰	۹	روزهای باقی مانده
۴	۳	۲	۲	۲	۲	هم نهشتی به پیمانه ۷

رسم جدول (۵/۰) (۲۵/۰)

$$-(4 \times 2 + 3 + 4) \stackrel{7}{=} -1 \stackrel{7}{=} 6$$

(۵/۰) (۲۵/۰) (۲۵/۰)

پس ۲۰ مرداد روز پنجشنبه است. (۵/۰) (۲۵/۰)

روش دوم:

$$9 + 30 + 30 + 30 + 31 + 11 \stackrel{7}{=} 141 \stackrel{7}{=} 1$$

(۵/۰) (۲۵/۰)

باقی مانده به دست آمده به پیمانه ۷ را در جدول زیر، متناظر با روز داده شده سؤال قرار می دهیم. در این صورت عدد صفر پاسخ را نشان می دهد. (۵/۰) (۲۵/۰)

پ	چ	س	د	ی	ش	ج
۰	۶	۵	۴	۳	۲	۱

رسم جدول (۵/۰) (۲۵/۰)

پس ۲۰ مرداد روز پنجشنبه است. (۵/۰) (۲۵/۰)

روش سوم:

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶

رسم جدول (۵/۰) (۲۵/۰)

$$-141 + 6 \stackrel{7}{=} -135 \stackrel{7}{=} -2 \stackrel{7}{=} 5$$

(۵/۰) (۲۵/۰)

پس ۲۰ مرداد روز پنجشنبه است. (۵/۰) (۲۵/۰)

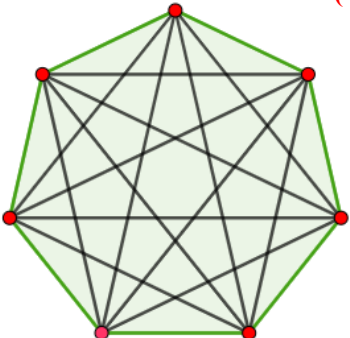
(صفحه ۳۰)

صفحه ۴ از ۱۰

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۵/۲۰
تعداد صفحه: ۱۰	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل کشور) - مرداد ۱۴۰۵			
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
نمره			

۷	روش اول: $4x - 5 \equiv x - 1 \Rightarrow 3x \equiv 4 \pmod{25} \Rightarrow 3x \equiv 15 \pmod{25}$ $\xrightarrow{(3,11)=1} x \equiv 5 \pmod{25} \Rightarrow x = 11k + 5 \pmod{25}$ $\xrightarrow{k=8} x = 93 \pmod{25}$ روش دوم: $4x - 5 \equiv x - 1 \Rightarrow \begin{cases} 3x - 4 \equiv 0 \pmod{25} \\ 11x - 11 \equiv 0 \pmod{25} \end{cases} \Rightarrow 8x - 7 \equiv 0 \pmod{25}$ $\begin{cases} 9x - 12 \equiv 0 \pmod{25} \\ 8x - 7 \equiv 0 \pmod{25} \end{cases} \Rightarrow x - 5 \equiv 0 \pmod{25} \Rightarrow x \equiv 5 \pmod{25} \Rightarrow x = 11k + 5 \pmod{25} \xrightarrow{k=8} x = 93 \pmod{25}$ روش سوم: $4x - 5 \equiv x - 1 \Rightarrow 3x - 4 \equiv 0 \pmod{25} \Rightarrow 3x - 4 = 11k \pmod{25}$ $\Rightarrow x = \frac{11k + 4}{3} = 4k + 1 + \frac{-k + 1}{3} \pmod{25} \xrightarrow{\frac{-k + 1}{3} = t} k = 1 - 3t \pmod{25}$ $\Rightarrow x = 4 - 12t + 1 + t = -11t + 5 \pmod{25} \xrightarrow{t=-8} x = 93 \pmod{25}$ توجه: از آنجایی که در حل معادلات هم‌نهستی می‌توان به تعداد دلخواه از مضارب پیمانه استفاده کرد، پاسخ‌ها ممکن است نمایش‌های گوناگونی داشته باشند، لذا به هر راه‌حل صحیحی که از نظر منطقی درست باشد، نمره کامل اختصاص یابد. (صفحه ۲۵)	۱/۲۵
۸	(الف) ۵ (صفحه ۴۴) (ب) ۳ (صفحه ۳۵) (پ) ۰ (صفحه ۴۶) (ت) ۲ (صفحه ۳۷) هر قسمت (۰/۲۵) دارد.	۱
صفحه ۵ از ۱۰		

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۵/۲۰
تعداد صفحه: ۱۰	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل کشور) - مرداد ۱۴۰۵			
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
نمره			

۹	الف) $\Delta = 5$ و $q = 11$ (۲۵/۰) (۲۵/۰) پ) $abczdyn$ یا $azcbdyn$ (۲۵/۰) ت) $dbad$ ($dabd$) یا $azda$ ($dazd$) (۲۵/۰) توجه: اگر دانش آموز دور و مسیر را با رسم شکل نشان دهد، نمره کامل تعلق گیرد. ت) b, z هر مورد (۲۵/۰)	۱/۵
۱۰	روش اول - نوشتار اول: تعداد یال‌های گراف ۴- منتظم: $q = \frac{k p}{2} \Rightarrow q = \frac{4 \times 7}{2} = 14$ (۲۵/۰) تعداد یال‌های گراف کامل k_7: $q_{K_P} = \frac{7 \times 6}{2} = 21$ (۲۵/۰) پس باید $21 - 14 = 7$ یال اضافه شود. (۲۵/۰) روش اول - نوشتار دوم: $q_G + q_{\bar{G}} = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow 14 + q_{\bar{G}} = 21 \Rightarrow q_{\bar{G}} = 7$ (۲۵/۰) روش دوم: مکمل گراف ۴- منتظم از مرتبه ۷، گراف ۲- منتظم از مرتبه ۷ است. (۲۵/۰) پس تعداد یال‌های که باید افزوده شود تا به یک گراف کامل تبدیل شود، برابر $q = \frac{k p}{2} \Rightarrow q = \frac{2 \times 7}{2} = 7$ است. (۲۵/۰) توجه: اگر دانش آموز با رسم گراف k_7 به جواب صحیح ۷ یال برسد، نمره کامل تعلق بگیرد. 	۰/۷۵
صفحه ۱۰ از ۱۰		

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۵/۲۰
تعداد صفحه: ۱۰	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل کشور) - مرداد ۱۴۰۵			
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
نمره			

۱۱	روش اول: (الف) برای احاطه کردن رئوس a, b و رأس c رأس a را انتخاب می‌کنیم. (۵/۲۵) برای احاطه کردن رئوس a, b, c و رأس f و n رأس f را انتخاب می‌کنیم. (۵/۲۵) برای احاطه کردن رئوس باقی‌مانده رأس s را انتخاب می‌کنیم. (۵/۲۵) پس $\gamma(G) \geq 3$. از طرفی $\{a, f, s\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. (۵/۲۵) در نتیجه $\gamma(G) = 3$. (۵/۲۵) توجه: اگر دانش آموز با استفاده از فرمول یا هر استدلال صحیح، نشان دهد که $\gamma(G) \geq 3$ (۵/۵) نمره داده شود. روش دوم: با توجه به کران پایین مطرح شده برای $\gamma(G)$ و این که $\Delta(G) = 3$ داریم: $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil \leq \gamma(G) \Rightarrow \left\lceil \frac{9}{3+1} \right\rceil \leq \gamma(G) \quad (۵/۲۵)$ بنابراین $3 \leq \gamma(G)$ (۵/۲۵) و از طرفی چون $\{a, f, s\}$ (۵/۲۵) یک مجموعه احاطه‌گر است پس $\gamma(G) \leq 3$ (۵/۲۵) و لذا $\gamma(G) = 3$. (۵/۲۵) پ) خیر (۵/۲۵) (صفحات ۴۸ و ۴۹)	۱/۵
۱۲	گزینه الف (۵/۲۵) زیرا با حذف هر یک از رأس‌های دیگر احاطه‌گر نخواهد بود، لذا احاطه‌گر مینیمال است. (۵/۲۵) توجه: اگر دانش آموزی با استدلال زیر گزینه ب را رد کند، نمره کامل داده شود. "در مورد گزینه ب با حذف رأس a، مجموعه داده شده همچنان احاطه‌گر می‌ماند." (صفحه ۴۶)	۰/۵
۱۳	توجه: اگر دانش آموز فقط عدد ۷۲ را بدون ارائه راهحل بنویسد، (۵/۲۵) نمره داده شود. (صفحه ۵۷)	۰/۷۵
صفحه ۷ از ۱۰		

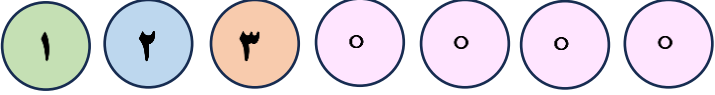
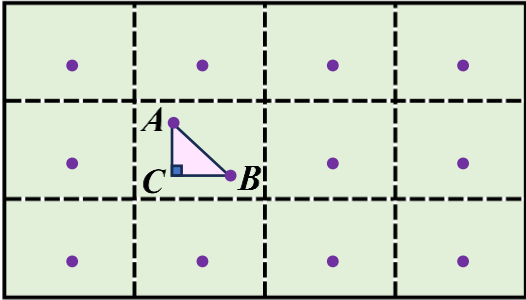
راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۵/۲۰
تعداد صفحه: ۱۰	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل کشور) - مرداد ۱۴۰۵			
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
نمره			

۱۴	روش اول: $x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + 4 = 9 \Rightarrow x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 5 \quad (○ / ۲۵)$ $x_2 = 0 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 5 \quad (○ / ۲۵) \quad \begin{pmatrix} 5+3-1 \\ 3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix} = ۲۱ \quad (○ / ۲۵)$ $x_2 = 1 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 2 \quad (○ / ۲۵) \quad \begin{pmatrix} 2+3-1 \\ 3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = ۶ \quad (○ / ۲۵)$ $۲۱ + ۶ = ۲۷ \quad (○ / ۲۵)$ روش دوم: $x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + 4 = 9 \Rightarrow x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 5 \quad (○ / ۲۵)$ متغیر t_2 مضرب ۳ باید باشد. $3x_2 = t_2$ $x_1 + t_2 + x_3 + x_4 = 5$ $t_2 = 0 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 5 \quad (○ / ۲۵) \quad \begin{pmatrix} 5+3-1 \\ 3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix} = ۲۱ \quad (○ / ۲۵)$ $t_2 = 3 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 2 \quad (○ / ۲۵) \quad \begin{pmatrix} 2+3-1 \\ 3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = ۶ \quad (○ / ۲۵)$ $۲۱ + ۶ = ۲۷ \quad (○ / ۲۵)$ روش سوم: $x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + 4 = 9 \Rightarrow x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 5 \quad (○ / ۲۵)$ برای متغیر t_2 به روش متمم اعداد قابل قبولی را انتخاب می‌کنیم، که مضرب ۳ نباشند. $3x_2 = t_2$ $x_1 + t_2 + x_3 + x_4 = 5$ $t_2 = 1 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 4 \quad \begin{pmatrix} 4+3-1 \\ 3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} = ۱۵ \quad (○ / ۲۵)$ $t_2 = 2 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 3 \quad \begin{pmatrix} 3+3-1 \\ 3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} = ۱۰ \quad (○ / ۲۵)$ $t_2 = 4 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 1 \quad \begin{pmatrix} 1+3-1 \\ 3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = ۳ \quad (○ / ۲۵)$ $t_2 = 5 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 0 \quad \begin{pmatrix} 0+3-1 \\ 3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} = ۱ \quad (○ / ۲۵)$ $\begin{pmatrix} ۸ \\ ۳ \end{pmatrix} - (۱۵ + ۱۰ + ۳ + ۱) = ۲۷ \quad (○ / ۲۵)$ (صفحه ۷۱)	۱/۵
	صفحه ۸ از ۱۰	

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۵/۲۰
تعداد صفحه: ۱۰	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل کشور) - مرداد ۱۴۰۵			
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
نمره			

۱۵	۱ $A = \begin{bmatrix} ۳ & ۲ & ۴ & ۱ \\ ۴ & ۱ & ۳ & ۲ \\ ۱ & ۴ & ۲ & ۳ \\ ۲ & ۳ & ۱ & ۴ \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} ۲ & ۴ & ۱ & ۳ \\ ۱ & ۳ & ۲ & ۴ \\ ۳ & ۱ & ۴ & ۲ \\ ۴ & ۲ & ۳ & ۱ \end{bmatrix}$ (۵/۲۵) $\begin{bmatrix} ۳۲ & ۲۴ & ۴۱ & ۱۳ \\ ۴۱ & ۱۳ & ۳۲ & ۲۴ \\ ۱۳ & ۴۱ & ۲۴ & ۳۲ \\ ۲۴ & ۳۲ & ۱۳ & ۴۱ \end{bmatrix}$ یا $\begin{bmatrix} ۲۳ & ۴۲ & ۱۴ & ۳۱ \\ ۱۴ & ۳۱ & ۲۳ & ۴۲ \\ ۳۱ & ۱۴ & ۲۴ & ۲۳ \\ ۴۲ & ۲۳ & ۳۱ & ۱۴ \end{bmatrix}$ (۵/۲۵) خبر (۵/۲۵) چون اعداد دو رقمی تکراری در مربع تلفیقی (مربع حاوی اعداد دو رقمی) ساخته شده دیده می‌شود. (۵/۲۵) توجه: برای دلیل متعامد نبودن، اشاره به یکسان بودن دو درایه مشخص در جایگاه‌های نظیر در دو مربع بدون رسم مربع تلفیقی (۵/۲۵) نمره تعلق گیرد. (صفحه ۷۲)	
۱۶	روش اول: $A = \{\overline{abcd} \mid a, b, c, d \neq ۳\} \Rightarrow A = ۴^۴ = ۲۵۶ \quad (۵/۲۵)$ $B = \{\overline{abcd} \mid a, b, c, d \neq ۴\} \Rightarrow A = ۴^۴ = ۲۵۶ \quad (۵/۲۵)$ $A \cap B = \{\overline{abcd} \mid a, b, c, d \neq ۳, ۴\} \Rightarrow A = ۳^۴ = ۸۱ \quad (۵/۲۵)$ $ \overline{A \cap B} = \overline{A \cup B} = S - A \cup B = ۵^۴ - (A + B - A \cap B) = ۶۲۵ - (۲ \times ۲۵۶ - ۸۱) = ۱۹۴ \quad (۵/۲۵)$ روش دوم: $\left. \begin{matrix} ۲, ۳, ۳, ۳ \\ ۳, ۲, ۲, ۲ \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{۴!}{۳!} \times ۲ = ۸$ $\left. \begin{matrix} ۲, ۳, ۳, \square \\ ۳, ۲, ۲, \square \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{۴!}{۲!} \times ۳ \times ۲ = ۷۲$ $۲, ۲, ۳, ۳ \Rightarrow \frac{۴!}{۲! \times ۲!} = ۶$ $۲, ۳, \square, \square \Rightarrow \frac{۴!}{۲!} \times ۳ \times ۳ = ۱۰۸$ توجه: به دلیل این‌که در سؤال گفته شده «با استفاده از اصل شمول و عدم شمول» اگر دانش آموزی با استفاده از روش دوم به پاسخ $۱۹۴ = ۸ + ۶ + ۷۲ + ۱۰۸$ برسد، فقط (۵/۵) نمره داده شود. (صفحه ۷۵)	

تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۵/۲۰	رشته: ریاضی و فیزیک	پایه: دوازدهم	راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته
تعداد صفحه: ۱۰	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل کشور) - مرداد ۱۴۰۵			
نمره	راهنمای نمره گذاری		
ردیف			

۰/۵	روش اول: $\underbrace{({}_7P_3)}_{(۰/۲۵)} = \frac{7!}{4!} = 210 \quad \text{یا} \quad \underbrace{P(7,3)}_{(۰/۲۵)} = \frac{7!}{(7-3)!} = 210 \quad (۰/۲۵)$ روش دوم: با استفاده از اصل ضرب: $7 \times 6 \times 5 = 210 \quad (۰/۵)$ روش سوم: این مسأله معادل با جایگشت با تکرار ۷ شی (افراد) که ۳ تای آنها متمایز (۳ نفری که کتابهای ۱، ۲ و ۳ را دریافت می کنند) و ۴ تای آنها یکسان (۴ نفری که به آنها، کتاب نمی رسد) است. $\frac{7!}{4!} = 210 \quad (۰/۲۵)$  (صفحه ۸۳)	۱۷
۱/۲۵	ابتدا مستطیل مورد نظر را به ۱۲ مربع به ضلع واحد تقسیم می کنیم و هر قسمت آن را یک لانه فرض می کنیم (۰/۲۵) و همچنین ۱۳ نقطه را تعداد کبوترها در نظر می گیریم. (۰/۲۵) طبق اصل لانه کبوتری لانه ای وجود دارد که حداقل ۲ کبوتر (نقطه) در آن قرار گرفته است. (۰/۲۵) با توجه به قضیه فیثاغورس داریم: $AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow \underbrace{AB^2}_{(۰/۲۵)} < \underbrace{1^2 + 1^2}_{(۰/۲۵)} = 2 \Rightarrow \underbrace{AB}_{(۰/۲۵)} < \sqrt{2}$  (صفحه ۸۴)	۱۸
۲۰	مجموع نمرات	
خدا قوت همکار گرامی		
صفحه ۱۰ از ۱۰		