

۴- به چند طریق می توان از بین ۳ ریاضی دان، ۳ فیزیک دان و ۳ شیمی دان، یک کمیته علمی دو نفره انتخاب کرد به طوری که دو نفر انتخابی هم رشته نباشند؟

۲۷ (۱) ✓

۳۳ (۲)

۵۴ (۳)

۶۶ (۴)

$$\binom{3}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{3}{1} = 27$$

انتخاب ۱ نفره

از هر کدام از دسته های

۱ نفره و ۲ نفره داریم.

۵- نقیض گزارهٔ سوری  $\forall x \in \mathbb{R}; \sim (x \not\geq 0) \vee (x + \frac{1}{x} \not\geq 2)$  کدام است؟

$$\exists x \in \mathbb{R}; (x \geq 0) \vee (x + \frac{1}{x} \geq 2) \quad (1)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; (x > 0) \vee (x + \frac{1}{x} > 2) \quad (3)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; (x \geq 0) \wedge (x + \frac{1}{x} \leq 2) \quad (2)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; (x > 0) \wedge (x + \frac{1}{x} \leq 2) \quad (4) \quad \checkmark$$

$$\sim (\forall x \in \mathbb{R}; \sim (x \not\geq 0) \vee (x + \frac{1}{x} \not\geq 2)) \equiv \exists x \in \mathbb{R}; (x \not\geq 0) \wedge (x + \frac{1}{x} \leq 2)$$

$$\equiv \exists x \in \mathbb{R}; (x > 0) \wedge (x + \frac{1}{x} \leq 2)$$

۲۳- از کارگران مشغول به کار در کارگاهی یک نمونه ۷ نفره انتخاب شده است. اگر داده‌های ۲۱، ۲۱، ۲۲، ۲۴، ۲۵، ۲۷ و ۳۵ درآمد ماهیانه آنها بر حسب میلیون تومان باشد، خط فقر در این کارگاه چند میلیون تومان برآورد می‌شود؟

(۴) ۲۵

(۳) ۲۱

(۲) ۱۲,۵

(۱) ۱۰,۵

خط فقر نصف میانگین دو عددی جامع است :

$$\bar{x} = \frac{21+21+22+24+25+27+35}{7} = 25$$

$$\text{خط فقر} : \frac{\bar{x}}{2} = \frac{25}{2} = 12,5$$

۲۴- در یک خانواده  $k$  فرزندی، می دانیم تمام فرزندان از یک جنس نیستند. به ازای کدام مقدار از  $k$ ، احتمال اینکه دقیقاً

$k-3$  فرزند از این خانواده پسر باشد،  $\frac{5}{18}$  است؟

B

A

(۴) ۸

(۳) ۷

(۲) ۶

(۱) ۵

مقدار احتمال  $P(A|B)$  - تعداد امضای  $k-3$  پسر و  $3$  دختر است. به عبارت دیگر، تعداد امضای  $k-3$  پسر و  $3$  دختر را در مجموع و تعداد حالات  $(k-3)$  فرزند پسر باشد را در صورت  $P(A|B)$  قرار دهیم.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{\binom{k-3}{k-3}}{\binom{k}{k-3}} = \frac{1}{\binom{k}{k-3}} = \frac{5}{18}$$

با جای  $k=5$  اولاً مقدار  $k$  بزرگتر از ۳ خواهد بود.

۲۵- داوطلبی به هر ۵ سؤال یک آزمون پنج گزینه‌ای به طور تصادفی پاسخ می‌دهد. احتمال آنکه تنها به ۳ سؤال پاسخ صحیح داده باشد، کدام است؟

$$\frac{4}{625} \quad (1)$$

$$\frac{16}{625} \quad (2)$$

$$\frac{64}{625} \quad (3)$$

$$\frac{32}{625} \quad (4) \quad \checkmark$$

$$\binom{5}{3} \times \left(\frac{1}{5}\right)^3 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{32}{625}$$

انتخاب ۳ سؤال از ۵ سؤال  
احتمال پاسخ درست به هر سؤال  
احتمال پاسخ نادرست به هر سؤال

۳۶- اگر  $A = 0! + 1! + 2! + 3! + \dots + 600!$  باشد، باقیمانده تقسیم عدد  $\frac{A+2!}{3!}$  بر عدد ۸، کدام است؟

$$\frac{A+2!}{3!} = \frac{0! + 1! + 2! + 3! + \dots + 600! + 2!}{3!} = \frac{2 + 3! + \dots + 600!}{3!}$$

حالا به صورت مضروب ۱۶ چو آن می توان از عدد ۶ فرم زد و درصا ۱۶۰۰ تا ۶۰۰ می توان از ۶ خارج گرفت.

$$= \frac{2 + 2 + 2! + 2! + \dots + 600!}{2} = \frac{2 + 2 + 2! + 2 \times 2! + 2 \times 2 \times 2! + \dots}{2}$$

$$= 1 + 1 + 2 + 2 + \dots + 2 + 8k' = 8k' + 2$$

مضرب ۸

۳۷- آزمون ورودی مؤسسه‌ای شامل ۲۵ سؤال زبان انگلیسی و ۲۰ سؤال ریاضی است و پاسخ کاملاً درست به هر سؤال زبان انگلیسی، ۷ امتیاز و هر سؤال ریاضی ۱۲ امتیاز دارد و پاسخ ناقص بدون امتیاز است. اگر آخرین داوطلب پذیرفته شده، ۲۹۷ امتیاز کسب کرده باشد، او در مجموع به چند سؤال پاسخ کاملاً درست داده است؟

$$\begin{array}{ccccccc}
 & ۲۶ \text{ (۴)} & & ۳۱ \text{ (۳)} & & ۳۶ \text{ (۲)} & & ۴۱ \text{ (۱)} \\
 ۷x + ۱۲y = ۲۹۷ & \longrightarrow & ۱۲y \stackrel{?}{=} ۲۹۷ & \longrightarrow & ۱۲y \stackrel{?}{=} ۳۱ \stackrel{?}{=} ۱۰ & \xrightarrow[\text{(۱۲,۱۲)=۱}]{\div ۱۲} & y \stackrel{?}{=} ۲
 \end{array}$$

$y = 7k + 2$        $0 \leq y \leq 20$

$$۷x + ۱۲(7k + 2) = ۲۹۷ \longrightarrow x = ۲۹ - ۱۴k \quad 0 \leq x \leq ۲۵$$

$$\begin{array}{l}
 0 \leq x \leq ۲۵ \longrightarrow ۲۹ - ۱۴k \leq ۲۵ \longrightarrow k \geq ۲ \\
 0 \leq y \leq ۲۰ \longrightarrow 7k + 2 \leq ۲۰ \longrightarrow k \leq ۲
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} 0 \leq x \leq ۲۵ \\ 0 \leq y \leq ۲۰ \end{array}} \right\} k = ۲ \begin{cases} x = ۱۵ \\ y = ۱۶ \end{cases}$$

$x + y = ۳۱$

۳۸- چند عدد چهار رقمی با ارقام ۳، ۴ و ۶ می توان نوشت که بر ۶ بخش پذیر باشند؟

(۴) ۲۳

(۳) ۱۹

(۲) ۱۵

(۱) ۱۳

برای این عدد ۶ بر ۶ نمی آید پس باید از جمع ۳ یا ۴ و همچنین مضروب ۳ یا ۴ یعنی مجموع ارقام ۳ یا ۴ بر عدد ۳ نمی آید باشد.

حالت (۱) فقط با ارقام ۳ و ۶:

حالت (۲) ۳ تا و ۴ تا و ۳ تا یا ۴ تا:

$$\begin{array}{c}
 \frac{139}{12} \leftarrow \frac{3}{1} \times \frac{3}{1} \times \frac{3}{1} \times \frac{3}{1} = 8 \\
 \frac{139}{12} \rightarrow \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = 81 \\
 \frac{139}{12} \rightarrow \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = 81 \\
 \frac{139}{12} \rightarrow \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = 81
 \end{array}$$

۳۹- بزرگ‌ترین عدد طبیعی  $n$  که دو مربع لاتین متعامد از مرتبه  $n$  وجود ندارد، کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

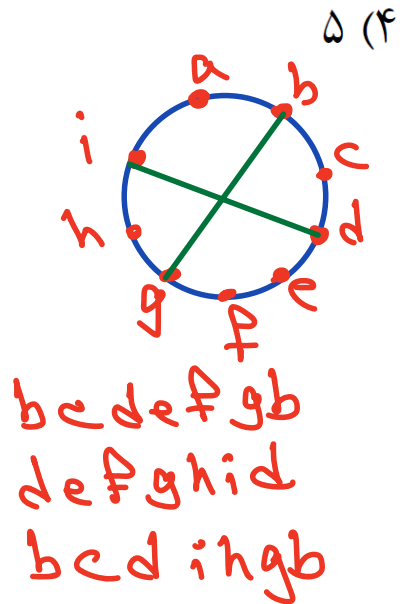
۶ (۱) ✓

دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۱ و ۲ و ۳ وجود ندارد.

۴۰- گراف ۹ رأسی  $G$ ، فقط دارای دورهایی به طول ۵، ۶، ۷ و ۹ است. تعداد دورهای به طول کدام عدد در گراف  $G$ ، بیشتر است؟

۹ (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴)

رسم گراف صرفاً یکبار ددی است:



$$\begin{array}{rclcl}
 1 & : & 1 & & \\
 2 & : & 1 & & \\
 3 & : & 2 & & \\
 4 & : & 6 & & \\
 \hline
 10 & & & & 
 \end{array}$$

←