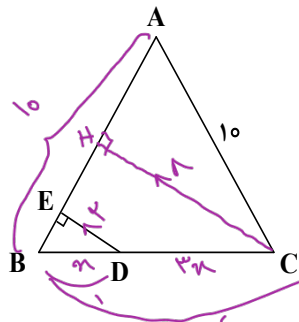


۲۶- در شکل زیر، $AB = AC$ و $BD = \frac{1}{4}BC$ است. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۴۰ باشد، طول ED کدام است؟



$$\frac{CH \times 10}{2} = 40 \rightarrow CH = 8$$

$$\frac{ED}{CH} = \frac{1}{2} \rightarrow ED = 2$$

$$\sqrt{5} \quad (1)$$

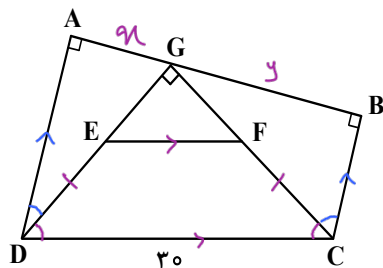
$$\sqrt{6} \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$3 \quad (4)$$

۲۷- در شکل زیر، چهارضلعی های $EFCD$ دوزنقه متساوی الساقین است. اگر طول اضلاع $ABCD$ اعداد صحیح

مثبت باشند، طول ضلع AB کدام است؟



$$\frac{GE}{ED} = \frac{GF}{FC} \Rightarrow GE = GF \Rightarrow$$

$$GD = GC = \frac{30}{\sqrt{2}} = 15\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow AD^2 + AG^2 = 450 \Rightarrow x^2 + y^2 = 450 \Rightarrow y = 21, x = 3$$

$$24 \quad (1)$$

$$25 \quad (2)$$

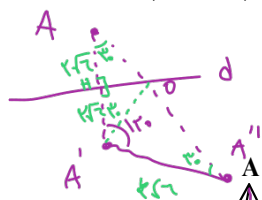
$$23 \quad (3)$$

$$26 \quad (4)$$

۲۸- نقطه A' که تصویر نقطه A تحت بازتاب نسبت به خط d و نقطه A'' تصویر نقطه A تحت دوران حول نقطه A'

به اندازه 120° است. اگر فاصله نقطه A از خط d برابر $2\sqrt{6}$ و نقطه برخورد پاره خط AA'' با خط d باشد،

مساحت مثلث OAA' کدام است؟



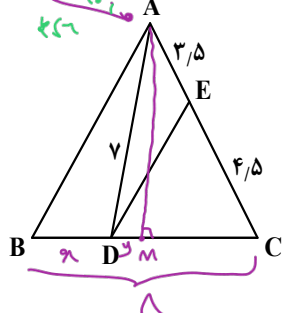
$$1\sqrt{3} \quad (4)$$

$$S = \frac{2\sqrt{6} \times 2\sqrt{6}}{2} = 12$$

$$4\sqrt{3} \quad (2)$$

$$2\sqrt{3} \quad (1)$$

۲۹- در مثلث متساوی الاضلاع ABC شکل زیر، طول ضلع BD کدام می تواند باشد؟



$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3} = AM$$

$$y^2 = 49 - 48 = 1 \rightarrow y = 1 \rightarrow x + y = 2$$

$$\rightarrow x = 3$$

$$2 \quad (1)$$

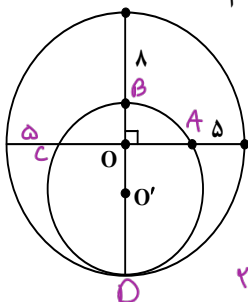
$$2.5 \quad (2)$$

$$3 \quad (3)$$

$$3.5 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

۳۰- در شکل زیر، دو دایره به مرکزهای O و O' مماس درون هستند. طول خط المרכזین کدام است؟



$$OO' = R - r$$

$$OA \times OC = OB \times OD \Rightarrow (R - a)(R - a) = (R - 1)(R)$$

$$\Rightarrow R^2 - 16R + 2a = R^2 - 1R \Rightarrow 2R = 2a \rightarrow R = 12, a$$

$$2r = BD = 2a - 1 = 17 \rightarrow r = 14$$

$$\Rightarrow OO' = 12 - 14 = -2$$

۳۱- اگر $\vec{a} = (1, -1, -1)$ باشد، حاصل $\vec{k} \times (\vec{a} \times \vec{i}) + (\vec{k} \times \vec{a}) \times \vec{i}$ کدام است؟

$$\vec{i} + \vec{k} \quad \vec{i} - \vec{k} \quad \vec{i} - \vec{k} \quad \vec{i} - \vec{k}$$

$$\vec{i} - \vec{k}$$

$$\vec{i} = (1, 0, 0)$$

$$-\vec{i} + \vec{k} = (-1, 0, 1)$$

$$\vec{i} - \vec{k}$$

$$= (0, -1, 1)$$

$$= (1, 1, 0)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 4 \\ -3 & y \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2+2-3-3 \\ 3-2+y-4 \\ -3-2-3-3 \\ 3-1-0+y \end{matrix}$$

۳۲- مقدار $\frac{x}{y}$ کدام است؟

$$\begin{bmatrix} -2 & y-5 \\ -45-2x & 23+xy \end{bmatrix}$$

$$y = 5$$

$$\frac{-15}{5} = -3$$

$$x = -15$$

$$-5$$

$$-2 \quad -4 \quad -5 \quad -3$$

$$3$$

$$2$$

$$5$$

۳۳- برای ماتریسهای وارون پذیر A و B، اگر $(AB)^{-1} A^T B = \begin{bmatrix} 5|A| & 4 \\ |A| & 2|A| \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس A کدام است؟

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{3}$$

$$2$$

$$4$$

۳۴- دایره C بر خط $y = \frac{3}{4}x$ مماس است. اگر معادلات دو وتر مساوی و منصف هم از دایره C، خطوط $2x + y = 3$ و $2x - 3y = 7$ باشند، شعاع دایره کدام است؟

$$4$$

$$3$$

$$2$$

$$1$$

محل انجام محاسبات

۳۳

$$\frac{1}{|A|} |A^T| |A| = 10 |A|^2 - 6 |A| \Rightarrow |A|^2 - 10 |A| + 6 |A|$$

$$-9 |A|^2 + 6 |A| = 0 \Rightarrow |A| = 0 \text{ or } |A| = \frac{2}{3}$$

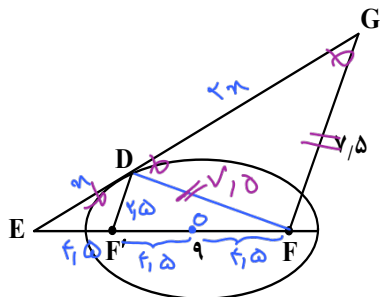
$$|A| = 9 \times |A| = 6$$

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 2x - 3y = 7 \end{cases} \Rightarrow x = 2, y = -1$$

$$OH = \frac{|1 - 1 - \frac{3}{4}|}{\sqrt{\frac{9}{16} + 1}} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{5}{4}} = 1$$

۳۵- در مثلث EFG شکل زیر، ضلع EG در نقطه D بر بیضی مماس بوده و F و F' کانون‌های بیضی هستند. اگر دو

مثلث EFG و EF'D متشابه با نسبت تشابه $\frac{1}{3}$ باشند، خروج از مرکز بیضی کدام است؟



$$\begin{aligned} 2c &= 9 \rightarrow c = 4.5 \\ EF' &= 4.5 \Rightarrow DF = FG = 7.5 \\ \Rightarrow DF + DF' &= 2a \Rightarrow a = 5 \\ e &= \frac{c}{a} = \frac{4.5}{5} = \frac{9}{10} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{3}{5} \quad (2)$$

$$\frac{5}{6} \quad (3)$$

$$\frac{9}{10} \quad (4)$$

۳۶- اگر $A = 0! + 1! + 2! + 3! + \dots + 600!$ باشد، باقیمانده تقسیم عدد $\frac{A+2!}{3!}$ بر عدد ۸، کدام است؟

$$2 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

۳۷- آزمون ورودی مؤسسه‌ای شامل ۲۵ سؤال زبان انگلیسی و ۲۰ سؤال ریاضی است و پاسخ کاملاً درست به هر سؤال زبان انگلیسی، ۷ امتیاز و هر سؤال ریاضی ۱۲ امتیاز دارد و پاسخ ناقص بدون امتیاز است. اگر آخرین داوطلب پذیرفته شده،

۲۹۷ امتیاز کسب کرده باشد، او در مجموع به چند سؤال پاسخ کاملاً درست داده است؟

$$26 \quad (4)$$

$$31 \quad (3)$$

$$36 \quad (2)$$

$$41 \quad (1)$$

۳۸- چند عدد چهار رقمی با ارقام ۳، ۴ و ۶ می‌توان نوشت که بر ۶ بخش پذیر باشند؟

$$23 \quad (4)$$

$$19 \quad (3)$$

$$15 \quad (2)$$

$$13 \quad (1)$$

۳۹- بزرگ‌ترین عدد طبیعی n که دو مربع لاتین متعامد از مرتبه n وجود ندارد، کدام است؟

$$2 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

۴۰- گراف ۹ رأسی G، فقط دارای دورهایی به طول ۵، ۶، ۷ و ۹ است. تعداد دورهای به طول کدام عدد در گراف G، بیشتر است؟

$$5 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$7 \quad (2)$$

$$9 \quad (1)$$

محل انجام محاسبات