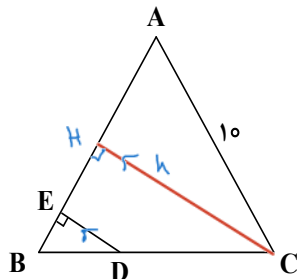


۲۶- در شکل زیر، $AB = AC$ و $BD = \frac{1}{4}BC$ است. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۴۰ باشد، طول ED کدام است؟



$$S_{ABC} = 40 = \frac{1}{2} \times 10 \times h \rightarrow h = 8$$

$$\sqrt{5} \quad (1)$$

$$\triangle BHC \xrightarrow{\text{تساوی}} \frac{BD}{BC} = \frac{DE}{h} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{DE}{8}$$

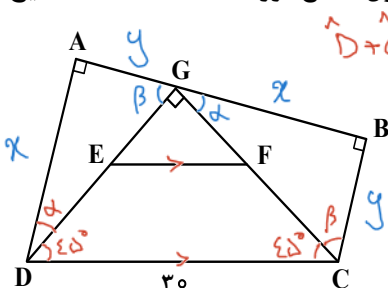
$$\sqrt{6} \quad (2)$$

$$\rightarrow DE = 2$$

$$2 \quad (3) \checkmark$$

$$3 \quad (4)$$

۲۷- در شکل زیر، چهار ضلعی های $EFCD$ دوزنقه متساوی الساقین است. اگر طول اضلاع دوزنقه $ABCD$ اعداد صحیح مثبت باشند، طول ضلع AB کدام است؟



$$\hat{D} + \hat{C} = 110^\circ \rightarrow d + \beta = 90^\circ$$

$$\rightarrow \hat{AGD} = \beta, \hat{BGC} = d$$

$$24 \quad (1) \checkmark$$

$$DG = CG \rightarrow \hat{AGD} = \hat{BGC}$$

$$25 \quad (2)$$

$$DG = \frac{3}{\sqrt{2}} \rightarrow \hat{ADG} = x^2 + y^2 = \hat{DGC} = \frac{900}{2}$$

$$23 \quad (3)$$

$$26 \quad (4)$$

$$\rightarrow x^2 + y^2 = 450 \rightarrow x = 21, y = 9$$

۲۸- نقطه A' که تصویر نقطه A تحت بازتاب نسبت به خط d و نقطه A'' تصویر نقطه A تحت دوران حول نقطه A' به اندازه 120° است. اگر فاصله نقطه A از خط d برابر $2\sqrt{6}$ و نقطه برخورد پاره خط AA'' با خط d باشد،

$$\Rightarrow S_{OAA'} = \frac{\sqrt{2} \times 4\sqrt{6}}{2} = 1\sqrt{3}$$

مساحت مثلث OAA' کدام است؟

$$\hat{A} = 30^\circ \rightarrow \sin 30^\circ = \frac{1}{2} = \frac{OH}{2\sqrt{6}} \rightarrow OH = \sqrt{6}$$

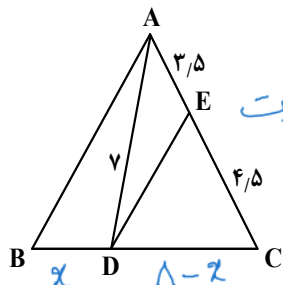
$$1\sqrt{3} \quad (4) \checkmark$$

$$6\sqrt{3} \quad (3)$$

$$4\sqrt{3} \quad (2)$$

$$2\sqrt{3} \quad (1)$$

۲۹- در مثلث متساوی الاضلاع ABC شکل زیر، طول ضلع BD کدام می تواند باشد؟



$$BC = AC = 1$$

$$2 \quad (1)$$

$$\text{رابطه استواریت: } v^2 = \frac{4x^2 + 4x(1-x)}{1} - x(1-x)$$

$$2,5 \quad (2)$$

$$3 \quad (3) \checkmark$$

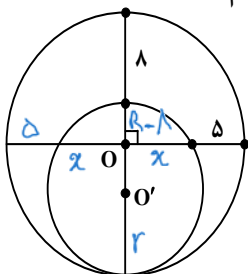
$$\rightarrow 49 = 4x^2 - 4x + x^2 \rightarrow x^2 - 4x + 15 = 0$$

$$3,5 \quad (4)$$

$$\rightarrow x = 3, 5$$

محل انجام محاسبات

۳۰- در شکل زیر، دو دایره به مرکزهای O و O' مماس درون هستند. طول خط المרכזین کدام است؟



شعاع دایره کوچک: r ، شعاع دایره بزرگ: R

$$x^2 = R(R-1) \rightarrow (R-5)^2 = R^2 - 1R$$

$$x = R - 5 \rightarrow -10R + 25 = -1R$$

$$\rightarrow R = 12, 5, 2r = 2R - 1 = 17 \rightarrow OO' = R - r = 12, 5 - 1, 5 = 2$$

(۱) ۳

(۲) ۴ ✓

(۳) ۳, ۵

(۴) ۴, ۵

$$a \times i = (i - j - k) \times i = k - j$$

$$k \times (-j + k) = i$$

$$-i + k \quad (۴)$$

$$i + k \quad (۳)$$

$$-i - k \quad (۲)$$

$$i - k \quad (۱) \quad \checkmark$$

۳۱- اگر $\vec{a} = (1, -1, -1)$ باشد، حاصل $\vec{k} \times (\vec{a} \times \vec{i}) + (\vec{k} \times \vec{a}) \times \vec{i}$ کدام است؟

$$i + k \quad (۳)$$

$$-i - k \quad (۲)$$

$$i - k \quad (۱) \quad \checkmark$$

$$(k \times a = k \times (i - j - k) = j + i) \times i = -k$$

کدام است؟ $\frac{x}{y}$ مقدار

$$A = \begin{bmatrix} -2 & y-5 \\ -2x-45 & 7x+x^2 \end{bmatrix} \rightarrow y=5, x=-15$$

(۴) ۳

(۳) ۵

(۲) ۳

(۱) ۵

۳۲- برای ماتریسهای وارون پذیر A و B، اگر $(AB)^{-1} A^2 B = \begin{bmatrix} 5|A| & 4 \\ |A| & 2|A| \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس A کدام است؟

$$\det \rightarrow \frac{1}{|AB|} |A|^2 |B| = 1 \cdot |A|^2 - 4|A|$$

(۴) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۲) ۲

(۱) ۴ ✓

$$\rightarrow 9|A|^2 - 4|A| = 0 \rightarrow |A| = \frac{4}{9} \rightarrow |3A| = 9|A| = 9 \times \frac{4}{9} = 4$$

۳۴- دایره C بر خط $y = \frac{3}{4}x$ مماس است. اگر معادلات دو وتر مساوی و منصف هم از دایره C، خطوط $2x + y = 3$ و $2x - 3y = 7$ باشند، شعاع دایره کدام است؟

$$\rightarrow \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 2x - 3y = 7 \end{cases} \rightarrow (2, -1)$$

(۴) ۴

(۳) ۳

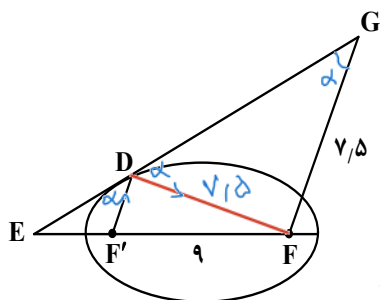
(۲) ۲ ✓

(۱) ۱

$$\text{خط مماس: } y = \frac{3}{4}x \rightarrow 4y - 3x = 0 \rightarrow r = \frac{|-3(2) + 4(-1)|}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2}} = 2$$

۳۵- در مثلث EFG شکل زیر، ضلع EG در نقطه D بر بیضی مماس بوده و F و F' کانون‌های بیضی هستند. اگر دو

مثلث EFG و EF'D متشابه با نسبت تشابه $\frac{1}{3}$ باشند، خروج از مرکز بیضی کدام است؟



$$\angle EG \rightarrow \angle DF' = \angle DF$$

$$\triangle DF' \sim \triangle EFG \rightarrow \begin{cases} \angle E = \angle D \\ \angle D = \angle G = \alpha \rightarrow DF = 1/5 \\ \angle F' = \angle F \end{cases}$$

$$k = \frac{1}{3} \rightarrow DF' = \frac{1/5}{3} = 1/15$$

$$\rightarrow 2a = DF' + DF = 1/15 + 1/5 = 10, 2c = 9 \rightarrow e = \frac{2c}{2a} = \frac{9}{10}$$