

۱- مقدار عبارت گویای $A = \frac{x^3 - 3\sqrt[3]{2}x^2 + 3\sqrt[3]{4}x - 1}{x^3 - 3\sqrt[3]{3}x^2 + 3\sqrt[3]{9}x}$ به ازای $x = \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3}$ کدام است؟

۰٫۸ (۴)

۰٫۶ (۳)

۰٫۴ (۲)

۰٫۲ (۱)

$$\frac{(x - \sqrt[3]{2})^3 + 1}{(x - \sqrt[3]{3})^3 + 3} = 0.8$$

۲- اگر $a-4$ و 11 ، $3a+2$ به ترتیب جملات چهارم، هفتم و نهم یک الگوی خطی باشند، چند جمله از این الگو مثبت است؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

$$a_4 = 3a + 2 \quad a_7 = 11 \quad a_9 = a - 4$$

$$d = \frac{a - 10}{2} = \frac{-3a + 9}{2} = -a + 4.5$$

$$a = 9 \rightarrow d = -4.5$$

$$t_n = -4.5n + 9 > 0 \rightarrow n = 1, 2, 3, 4$$

۳- به ازای چند مقدار از a ، معادله درجه دوم $(x-2)^2 + 2a(x+1)^2 = a$ دارای یک ریشه مضاعف است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$(2a+1)x^2 + (4a-4)x + a+4 = 0$$

$$\Delta' = 0 \rightarrow 4a^2 - 16a = 0$$

$$a = 0 \rightarrow a = \frac{16}{4}$$

۴- به چند طریق می توان از بین ۳ ریاضی دان، ۳ فیزیک دان و ۳ شیمی دان، یک کمیته علمی دو نفره انتخاب کرد

به طوری که دو نفر انتخابی هم رشته نباشند؟

۶۶ (۴)

۵۴ (۳)

۳۳ (۲)

۲۷ (۱)

$$3 \times \binom{3}{1} \binom{3}{1} = 27$$

۵- نقیض گزارهٔ سوری $\forall x \in \mathbb{R}; \sim (x \leq 0) \vee (x + \frac{1}{x} \leq 2)$ کدام است؟

$$\exists x \in \mathbb{R}; (x \geq 0) \wedge (x + \frac{1}{x} \leq 2) \quad (2)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; (x \geq 0) \vee (x + \frac{1}{x} \geq 2) \quad (1)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; (x > 0) \wedge (x + \frac{1}{x} \leq 2) \quad (4)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; (x > 0) \vee (x + \frac{1}{x} > 2) \quad (3)$$

۶- اگر α و β دو عدد حقیقی و متمایز باشند به طوری که $\alpha^2 = \alpha + 3$ و $\beta^2 = \beta + 3$ باشد، مقدار $\alpha^5 + \beta^5$ کدام است؟

۷۹ (۴)

۷۳ (۳)

۶۷ (۲)

۶۱ (۱)

$$n^2 - n - 3 = 0$$

$$S = 1$$

$$P = -5$$

$$\alpha^5 + \beta^5 = V$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = 1 \quad \xrightarrow{x} \quad \alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta(\alpha + \beta) = V_0$$

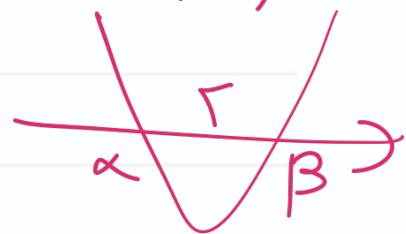
$$\alpha^2 + \beta^2 = 71$$

- ۷- نمودار تابع $y = mx^2 - 3x + 4$ محور x ها را در دو طرف $x=2$ قطع می کند. اگر حدود تغییرات m بازه (a, b) باشد، مقدار $a+2b$ کدام است؟

۴ (۴) $m < 0$ ۳ (۳)

۲ (۲) $\frac{1}{2}$

۱ (۱) $m > 0$



$$m f(2) < 0 \rightarrow m(4m - 3) < 0$$

$$a < m < \frac{3}{4} < b$$

$$a + 2b = 1$$

- ۸- برای $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ اگر $f^{-1}(6-2x) \leq f^{-1}(2-x)$ باشد، حدود x شامل چند عدد صحیح مثبت است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$f^{-1}(6-2x) \leq f^{-1}(2-x)$
 $\downarrow$
 $6-2x \leq 2-x$
 $\downarrow$
 $4 \leq x$

ان
 f^{-1}
 ان

$f^{-1}(n) = \log_{\frac{1}{3}} n$

$4-2n \geq 2-n$
 $4-2n \geq 2-n$
 $2 \geq n$

$4 \geq n$

$n = 1$

$2-n \geq 0$
 $2 \geq n$

$2 \geq n$

۹- اگر $75^x = 27^y$ باشد، حاصل 125^{3y-x} کدام است؟ ($x \neq 0$)

$$3\sqrt{3} \quad (4)$$

$$5\sqrt{5} \quad (3)$$

$$\sqrt{3} \quad (2)$$

$$\sqrt{5} \quad (1)$$

$$3^n \times 5^n = 3^{3n}$$

$$5^n = 3^{3n-n}$$

$$125^{\frac{n}{3y-n}} = 5^{\frac{n}{3y-n}}$$

$$= 5^{\frac{n}{3y-n}} = 3^{\frac{n}{3y-n} \times \frac{3}{1}} = 3^{\frac{n}{y-n}}$$

$$\rightarrow \sin 30^\circ = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۱۰- اگر طول یک ضلع مثلثی 30° و اندازه دوزاویه مجاور آن ضلع 60° و 67° باشد، محیط مثلث کدام است؟ ($\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$)

$$45 + 40\sqrt{3} \quad (4)$$

$$45 + 30\sqrt{3} \quad (3)$$

$$30 + 40\sqrt{3} \quad (2)$$

$$30 + 30\sqrt{3} \quad (1)$$



$$\cos 30^\circ = \frac{1}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{30}$$

$$15 = \frac{15\sqrt{3}}{2} \quad y = \frac{45}{2}\sqrt{3}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{y}{15\sqrt{3}}$$

$$محیط = 30 + \frac{15\sqrt{3}}{2} + \frac{45\sqrt{3}}{2} + 15 = 45 + 30\sqrt{3}$$

$$\sin \beta = \frac{0}{13} \quad \sin \alpha = \frac{2}{5}$$

۱۱- اگر $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ و $\cos \beta = -\frac{12}{13}$ و انتهای کمان α در ربع اول و انتهای کمان β در ربع دوم قرار داشته باشد،

انتهای زاویه‌های $\alpha + \beta$ و 2β به ترتیب در کدام ربع‌ها قرار دارند؟ آزمون وی ای پی

(۴) سوم و چهارم

(۳) دوم و چهارم

(۲) سوم و سوم

(۱) دوم و سوم

$$\sin(\alpha + \beta) = \frac{-24}{65} + \frac{2}{65} = -\frac{14}{65}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \frac{144}{169} - \frac{20}{169} > 0$$

tg

۱۲- معادله مثلثاتی $\frac{\sqrt{3} + \tan x}{1 + \sqrt{3} \cot x} = \tan 4x$ چند جواب در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ دارد؟

(۴) ۱۳

(۳) ۸

(۲) ۷

(۱) ۴

$$\tan u = k \quad \text{r.} \quad \tan u = \frac{1}{k}$$

$$\frac{\sqrt{3} + k}{1 + \frac{\sqrt{3}}{k}} = \frac{k(\sqrt{3} + k)}{k + \sqrt{3}} = k = \tan u$$

$$u = n + k\pi \rightarrow u = \frac{k\pi}{\pi}$$

$$u = \pm 2\pi, \pm 0\pi, \pm \frac{\pi}{3}, \pm \frac{2\pi}{3}, \pm \pi, \pm \frac{4\pi}{3}, \pm \frac{5\pi}{3}$$

$$1 + (-4) = -3$$

۱۳- اگر $f(x) = 1 - \sqrt{x}$ و $g(x) = [1 - x]$ باشد، به ازای چند مقدار صحیح a ، $\lim_{x \rightarrow a} f \circ g(x) = 1 + a$ است؟

$$\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{a}^+$$

۴ (۴

۳ (۳)

2 (2)

1 (1)

$$a = 1, 2, 3, \dots \rightarrow g(a^+) = -a$$

$$1 - \sqrt{-a} = 1 + a$$

$$a = 0, -1$$

۱۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\cos 2\pi x - 1}{x + 2\sqrt{-x} - 1}$ کدام است؟

$$\mathbf{X} \rightarrow -\mathbf{1}$$
 $\Lambda\pi^+$ (4)
$$4\pi^2 (3$$
 $2\pi^2$ (2)

(۱) صفر

$$\frac{-\pi \sin(\pi n)}{\pi} = \frac{-\pi \cos(\pi n)}{\pi}$$

$$1 + \frac{-1}{\sqrt{-n}}$$

$$+ \frac{1}{r} (-1) (-n) \frac{1}{r}$$

$$-(-n)^{-\frac{1}{r}}$$

$$= \frac{-\frac{1}{\gamma}}{-\frac{1}{\gamma}} = 1 \quad \gamma$$

۱۵- برای تابع $f(x) = \frac{1-2x}{6x^2+x+a}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$ موجود و مخالف صفر باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}} \frac{3x+2}{|x-a|} \times f(x)$ کدام است؟

(۴) وجود ندارد

$$-\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$a = -\frac{1}{2} \quad (1) \text{ صفر}$$

$$\lim_{h \rightarrow -\frac{2}{3}} \frac{3h+2}{|h+\frac{1}{2}|} \times \frac{(1-\frac{1}{2}h)}{(3h+2)(\frac{1}{2}h-\frac{1}{2})} = -\frac{1}{\frac{1}{4}} = -\frac{4}{1}$$

۱۶- اگر $f(x) = a(1-x)(x+1) - bx^2$ یک تابع چندجمله‌ای از درجه صفر باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{xf(x)}{x+b}$ کدام است؟

$$h \rightarrow \frac{1}{2}$$

(۴) وجود ندارد

$$= n-2$$

(۳) صفر

$$+\infty \quad (2)$$

$$-\infty \quad (1)$$

$$\frac{2 \times 2}{0^-} = -\infty \quad f(h) = a(1-\frac{1}{2}) - b \frac{1}{4}$$

$$a = \frac{1}{2} \quad b = -\frac{1}{2} \quad f(h) = a = \frac{1}{2} \quad \boxed{a = -b}$$

۱۷- اگر حد چپ تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 + |x|}{x^2 + b|x|}$ در $x = a$ برابر $-\infty$ باشد، تابع f چند مجانب قائم دارد؟

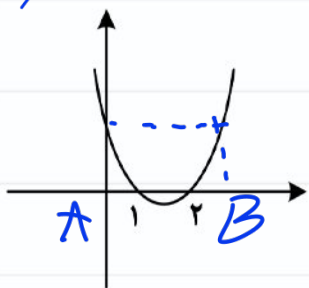
۱ (۳) $a = -b$ ۲ (۲) ۳ (۱) ۴ (صفر)

$$y = \frac{\ln(\ln|x| + 1)}{\ln(\ln|x| + b)}$$

$f(a^+)$

۱۸- نمودار تابع $y = g(x)$ در زیر رسم شده است. برای تابع f با ضابطه $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = -\infty$ ، $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \neq a \\ g(0) & x = a \end{cases}$

است. اگر بازه (b, c) حدود تغییرات a باشد، $b + c$ کدام است؟ آزمون وی ای پی



$$\lim_{n \rightarrow a^+} \frac{g(n) - g(0)}{n - a} = \frac{g(a^+) - g(0)}{0^+} = \infty$$

$$g(a^+) < g(0)$$

$$1 < a < 2$$

۱۹- اگر α زاویه خط مماس بر نمودار تابع $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ در نقطه $(-1, -1)$ با جهت مثبت محور x ها باشد، حاصل عبارت

$$A = 3\sin\alpha + 4\cos\alpha \text{ کدام است؟}$$

$$-0,3\sqrt{10} \quad (4)$$

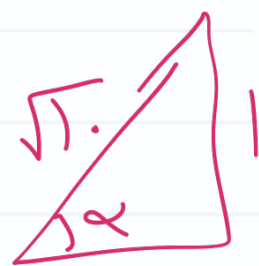
$$-0,9\sqrt{10} \quad (3)$$

$$0,3\sqrt{10} \quad (2)$$

$$0,9\sqrt{10} \quad (1)$$

$$m = f'(\alpha) = -\frac{1}{3\sqrt[3]{x^4}} = -\frac{1}{3}$$

α مع (۶)!



$$A = 3 \times \frac{1}{\sqrt{10}} + 4 \times \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{-9}{\sqrt{10}} = -0,9\sqrt{10}$$

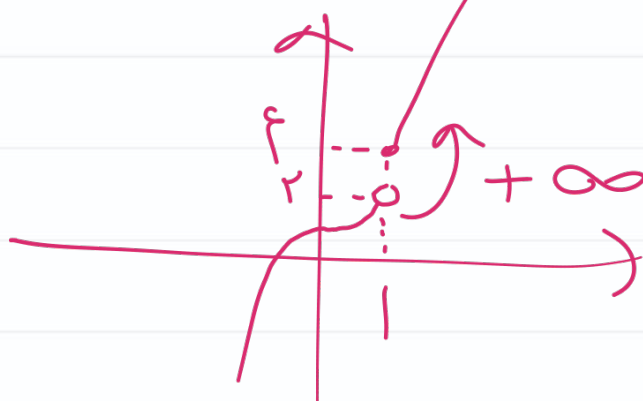
۲۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & x \geq 1 \\ x^3+1 & x < 1 \end{cases}$ داده شده است. کدام مورد در خصوص مشتقات یک طرفه f در $x=1$ درست است؟

$$f'_+(1) = +\infty \quad (4)$$

$$f'_+(1) = -\infty \quad (3)$$

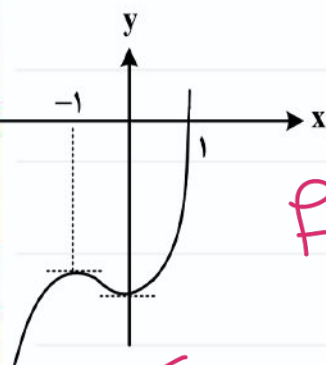
$$f'_-(1) = +\infty \quad (2)$$

$$f'_-(1) = 3 \quad (1)$$



$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3 + 1 - 2}{x - 1} = \frac{-2}{-} = +\infty$$

۲۱- نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 5$ در زیر رسم شده است. عرض نقطه ماکزیمم نسبی تابع f ، کدام است؟



$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f'(-1) = 0 \rightarrow c = 0$$

$$f'(-1) = 0 \rightarrow 3a - 2b = 0$$

$$3a = 2b$$

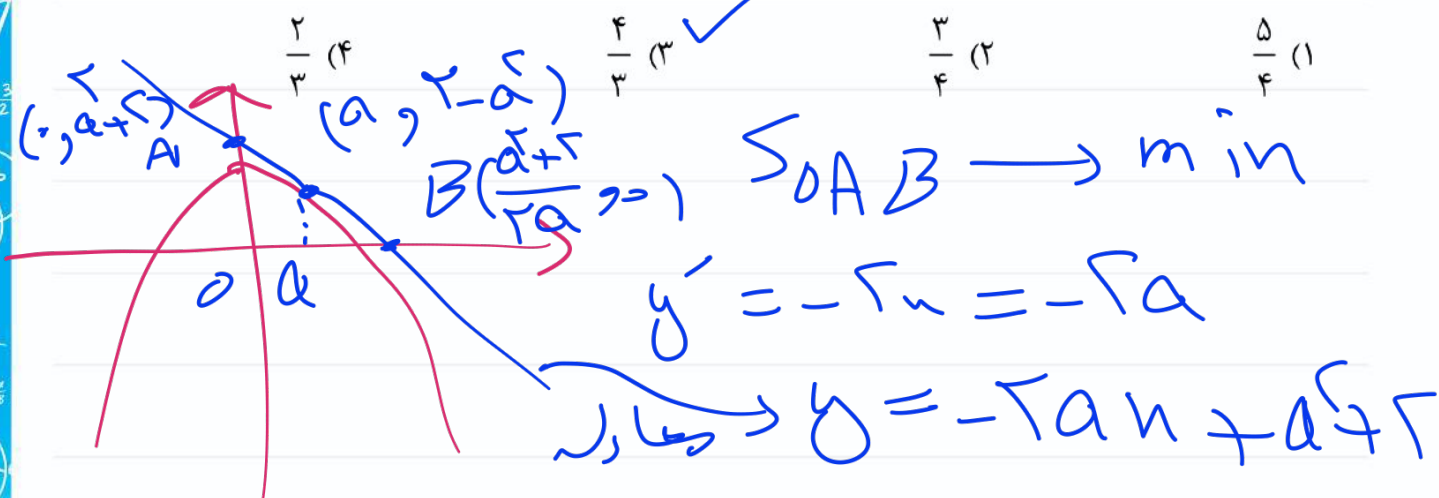
$$f(1) = a + b = 5$$

$$b = 3, a = 2$$

$$f(-1) = -a + b - 5 = -4$$

- (۱) -۴
- (۲) -۳
- (۳) $-\frac{5}{2}$
- (۴) $-\frac{7}{2}$

۲۲- در نقطه A از نمودار سهمی $y = 2 - x^2$ واقع در ناحیه اول، مماسی رسم می‌کنیم که مماس رسم شده همراه با محورهای مختصات، مثلثی با مساحت مینیمم می‌سازد. عرض نقطه A کدام است؟



$$S = \frac{1}{2} (a^2 + 2) \times \left(\frac{a^2 + 2}{2a} \right)$$

$$S = \frac{1}{4} (a^2 + 2) \left(\frac{a^2 + 2}{a} \right) \rightarrow a^2 = \frac{1}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$