



مجید آرمان

درک عمیق و تسلط واقعی

۱- مقدار عبارت گویای $A = \frac{x^3 - 3\sqrt{2}x^2 + 3\sqrt{4}x - 1}{x^3 - 3\sqrt{3}x^2 + 3\sqrt{9}x}$ به ازای $x = \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3}$ کدام است؟

$$A = \frac{(n - \sqrt[3]{2})^3 + 1}{(n - \sqrt[3]{3})^3 + 3} = \frac{(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})^3 + 1}{(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{3})^3 + 3} = \frac{3+1}{2+3} = \frac{4}{5} = 0.8$$

۲- اگر a_1, a_2, a_3, a_4 به ترتیب جملات چهارم، هفتم و نهم یک الگوی خطی باشند، چند جمله از این الگو مثبت است؟

$$\begin{cases} a_4 - a_3 = 2d \\ a_7 - a_6 = 3d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - 11 = 2d \\ 11 - (3a + 2) = 3d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - 11 = 2d \\ 3a + 3d = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 7 \\ d = -2 \end{cases}$$

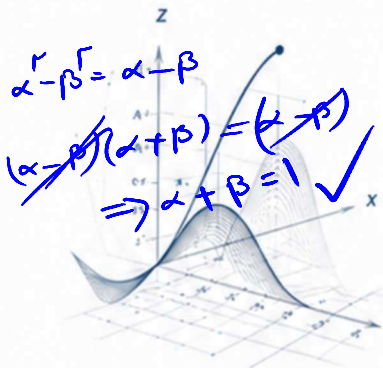
$$\Rightarrow a_4 = 7 - 2 = 5 \quad a_9 = 7 - 10 = -3$$

۳- به ازای چند مقدار از a ، معادله درجه دوم $(x-2)^2 + 2a(x+1)^2 = a$ دارای یک ریشه مضاعف است؟

$$(n-2)^2 = a - 2a(n+1)^2 = a(1-2(n+1))^2$$

$$(1+2a)n^2 + 2(a-1)n + (a+2) = 0$$

$$0 = 0 \Rightarrow (2(a-1))^2 - 2(1+2a)(a+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = \frac{14}{3} \end{cases}$$



۴- اگر α و β دو عدد حقیقی و متمایز باشند به طوری که $\alpha^2 = \alpha + 3$ و $\beta^2 = \beta + 3$ باشد، مقدار $\alpha^5 + \beta^5$ کدام است؟

$$\begin{aligned} \beta^2 &= \beta + 3 \\ \beta^3 &= 19\beta + 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= 19\beta + 21 + 19\alpha + 21 \\ &= 19(\alpha + \beta) + 42 = 71 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha^2 &= \alpha + 3 \\ \alpha^3 &= 19\alpha + 21 \\ \alpha^4 &= 19\alpha + 21 + 19\alpha + 21 \\ \alpha^5 &= 19\alpha + 21 \end{aligned}$$

◆ درک عمیق و تسلط واقعی ◆



(۴) صفر

۴ (۴

3 (3)

2 (2)

1 (1)

$$r - n > 0 \rightarrow n < r \quad \square$$

$$n < r \rightarrow \textcircled{1}$$

$$2 - r_n > 0 \rightarrow 2 > r_n \rightarrow n < r_n \quad \text{III}$$

$5\sqrt{5}$ (3)

$\sqrt{e}$ (1)

$\sqrt{5} \quad (1)$

$$r_x \Delta r_n^{\sqrt{\Delta}} = r_y$$

$$r = \sigma_{rn} = \rho_{y-n}$$

$$\frac{r_n}{r_{y-n}} = r$$

$$= r^{\frac{r}{r}} = r\sqrt[r]{r}$$

$$\sin \theta = \frac{4}{5}$$

$$f_5 + f_0 \sqrt{3} \quad (f_0)$$

$$45 + 30\sqrt{3} \text{ (R)}$$

$$30 + 40\sqrt{3} \quad (2)$$

$$30 + 30\sqrt{3} \quad (1)$$

$$\frac{\sin \theta}{n} = \frac{\sin \theta'}{n'} = \frac{\sin \theta''}{n''}$$

$$\sin 2\gamma = \sin(1\gamma - 2\gamma) = \frac{\sqrt{r}}{r} \times \gamma + 1 \times \frac{1}{r} = \frac{\sqrt{r}}{r} + \frac{1}{r}$$

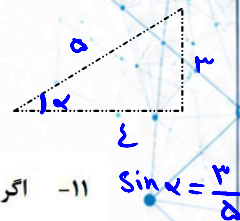
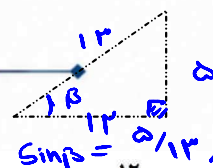
$$\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow n = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10}{1} = 10$$

$$\rho = \frac{10\sqrt{r}}{\sqrt{r}} + \frac{1r+9\sqrt{r}}{\sqrt{r}} + r_0 = \frac{r\sqrt{r}+1r}{\sqrt{r}} + r_0 = r_0\sqrt{r} + \frac{20}{\sqrt{r}} \quad y = \frac{1r+9\sqrt{r}}{\sqrt{r}}$$



مجید آرمان

درک عمیق و تسلط واقعی



۱۱- اگر $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ و $\cos \beta = -\frac{12}{13}$ و انتهای کمان α در ربع اول و انتهای کمان β در ربع دوم قرار داشته باشد،

انتهای زاویه‌های $\alpha + \beta$ و 2β به ترتیب در کدام ربع‌ها قرار دارند؟

(۱) سوم و سوم (۲) سوم و سوم (۳) سوم و چهارم (۴) سوم و چهارم

$$\sin(2\beta) = \text{متن}$$

$$\cos 2\beta = \text{متن}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

۱۲- معادله مثلثاتی $\frac{\sqrt{3} + \tan x}{1 + \sqrt{3} \cot x} = \tan 4x$ چند جواب در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ دارد؟

۱۳ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۴ (۱)

$$\tan n = \tan 2n$$

$$\tan n$$

$$2n = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow n = \frac{k\pi}{2} \Rightarrow \text{در جواب بانها}$$

$$\tan n \neq 0, \cot n \neq -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

۱۳- اگر $f(x) = 1 - \sqrt{x}$ و $g(x) = [1 - x]$ باشد، به ازای چند مقدار صحیح a ، $\lim_{x \rightarrow a^+} f(g(x)) = 1 + a$ است؟

$x \rightarrow a^+$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$f(g(n)) = 1 - \sqrt{[1-n]}$$

$$\lim_{n \rightarrow a^+} 1 - \sqrt{[1-n]} = 1 + a \Rightarrow 1 - \sqrt{[1-n]} = 1 + a$$

$$\sqrt{[1-n]} = -a \Rightarrow [1-n] = a^2$$

۱۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\cos 2\pi x - 1}{x + 2\sqrt{-x} - 1}$ کدام است؟

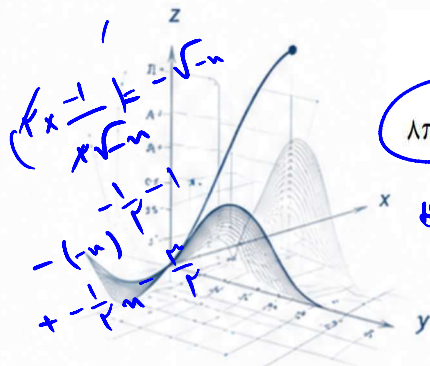
$2\pi^2$ (۲)

$4\pi^2$ (۳)

صفر (۱)

$8\pi^2$ (۴)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2\pi \sin 2\pi n}{1 - \frac{1}{\sqrt{n}}} = \frac{-2\pi \times 2\pi \cos 2\pi n}{(-\frac{1}{2})^{\frac{1}{2}}} = \frac{-2\pi^2}{-\frac{1}{2}} = 4\pi^2$$





مجید آرمان

درک عمیق و تسلط واقعی

۱۵- برای تابع $f(x) = \frac{1-2x}{6x^2+x+a}$ اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$ موجود و مخالف صفر باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}} \frac{3x+2}{|x-a|} \times f(x)$ کدام است؟

$$\rightarrow 2x \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + a = 0$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

(۴) وجود ندارد

$$\left(\frac{3}{4} \right) \quad (3) \quad \checkmark$$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}} \frac{3x+2}{|x-a|} \times \frac{1-2x}{3x+2} = \frac{-1}{|- \frac{2}{3} - a|} = \frac{-1}{|- \frac{2}{3} + \frac{1}{2}|} = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{1-2x}{6x^2+x+a} = \frac{-(2x-1)}{(3x+2)(x-1)} \quad a = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{-1}{3x+2}$$

$$\frac{na}{a+b} = \frac{na}{a-b-a} = \frac{na}{-a} = -n$$

۱۶- اگر $f(x) = a(1-x)(x+1) - bx^2$ یک تابع چندجمله‌ای از درجه صفر باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow a} \frac{xf(x)}{x+b}$ کدام است؟

(۴) وجود ندارد

(۳) صفر

(۲) $+\infty$

(۱) $-\infty$ $\checkmark$

$$= \frac{a \cdot a}{0} = \frac{a^2}{0} = +\infty$$

$$-a(n^2-1) - bn^2 = -an^2 - bn^2 + 1 = -(a+b)n^2 + 1$$

$$a = -b$$

۱۷- اگر حد چپ تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{x^2+|x|}{x^2+b|x|}$ در $x=a$ برابر $-\infty$ باشد، تابع f چند مجانب قائم دارد؟

(۲) $\checkmark$

(۱) ۳

(۳) ۱

(۴) صفر

$$f(n) = \frac{n(n+1)}{n(n+b)} = \frac{n+1}{n+b}$$

رای ۲ ریشه متضاد دارند $\checkmark$

۱۸- نمودار تابع $y=g(x)$ در زیر رسم شده است. برای تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \neq a \\ g(0) & x = a \end{cases}$ $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = -\infty$ کدام است؟

است. اگر بازه (b,c) حدود تغییرات a باشد، $b+c$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

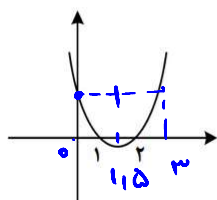
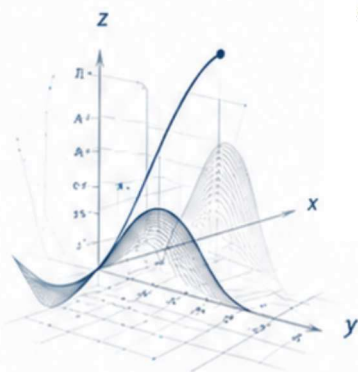
(۳) $\checkmark$

(۴) ۴

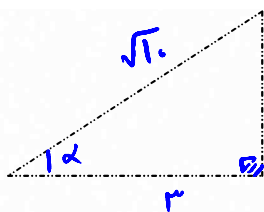
$$\frac{f(a^+) - f(a)}{a^+ - a} = -\infty$$

$$\left(\frac{b}{0}, \frac{c}{3} \right)$$

$$f(a) = g(a) < g(0)$$



$$\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow n^{-\frac{1}{n}} \Rightarrow -\frac{1}{n} n^{\frac{-1}{n}-1} = -\frac{1}{n} n^{-\frac{n+1}{n}} \Big|_{n=-1} = \left(-\frac{1}{-1}\right) = \tan x$$
$$-\frac{1}{3}\sqrt{10} \quad (f)$$
$$-0.9\sqrt{10} \text{ (3)}$$
$$0,3\sqrt{10} \text{ (2)}$$
$$0,9\sqrt{10} \text{ (1)}$$


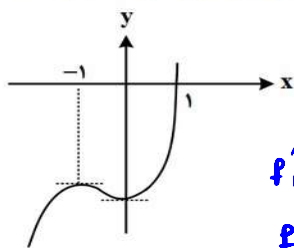
$$r \times \frac{1}{\sqrt{10}} - 2 \times \frac{r}{\sqrt{10}} = \frac{r}{\sqrt{10}} - \frac{1r}{\sqrt{10}} = \frac{-9}{\sqrt{10}} = \frac{-9\sqrt{10}}{10}$$

۲۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & x \geq 1 \\ x^3+1 & x < 1 \end{cases}$ داده شده است. کدام مورد درخصوص مشتقات یک طرفه f در $x=1$ ،

$$f'_+(1) = +\infty \quad (9)$$
$$f'_+(1) = -\infty \quad (3)$$
$$f'_-(1) = +\infty \quad (\checkmark)$$
$$f'_-(1) = 3 \quad (1)$$

$$f'_-(1) = \frac{n^{r+1} - 2}{n-1} = \frac{n^r - 1}{n-1} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

۲۱- نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 5$ در زیر رسم شده است. عرض نقطه ماکزیمم نسبی تابع f ، کدام است؟



$n=0$ $n=1$

$$f'(x) = r a n^r + r b n + C$$

$$f'(0) = f'(-1) = 0 \rightarrow C=0$$

$$f(1) = 0 \rightarrow b=1$$

$-f(1)$ ✓

-۳ (۲)

— ٥ — (م)

$$-\frac{Y}{X} \quad (F)$$

$$a+b+c-d = 0 \rightarrow a=r \Rightarrow b=r$$

$$f(n) = r_n^u + r_n^l - \omega \rightarrow f(-1) = -2$$

۲۲- در نقطه A از نمودار سهمی $y = 2 - x^2$ واقع در ناحیه اول، مماسی رسم می‌کنیم که مماس رسم‌شده همراه با محورهای مختصات، مثلثی با مساحت مینیمم می‌سازد. عرض نقطه A کدام است؟

(b) 2-3

$$\frac{r}{r-1}$$

$$\frac{3}{2} (1)$$

$\frac{5}{2}$ ()

سوال نمبر ۱۰۵ درود پر عمل توسیع دان خواہد کریں