

پاسخ تشریحی درس حسابان کنکور ریاضی 1405



توسط: مهندس رضا گلردي 
مدرس ریاضیات و حسابان کنکور

شماره تماس: 09027525815

پاسخ تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی -30 مرداد 1405

۱- مقدار عبارت گویای $A = \frac{x^3 - 3\sqrt{2}x^2 + 3\sqrt{4}x - 1}{x^3 - 3\sqrt{3}x^2 + 3\sqrt{9}x}$ به ازای $x = \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3}$ کدام است؟

$$\frac{(x - \sqrt[3]{2})^3 + 1}{(x - \sqrt[3]{3})^3 + 1} = \frac{(\cancel{\sqrt[3]{2}} + \sqrt[3]{3} - \cancel{\sqrt[3]{2}})^3 + 1}{(\cancel{\sqrt[3]{2}} + \cancel{\sqrt[3]{3}} - \cancel{\sqrt[3]{3}})^3 + 1} = \frac{1}{1} = 1$$

با منع و منتهی (۴)

پاسخ تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی -30 مرداد 1405

۲- اگر $2 + 3a + 11$ و $4 - a$ به ترتیب جملات چهارم، هفتم و نهم یک الگوی خطی باشند، چند جمله از این الگو مثبت است؟
 (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

$$\begin{cases} a + 8d = 3k + 2 \\ a + 7d = 11 \end{cases}$$

$$\underline{3d = 9 - 3k} \quad d = 3 - k$$

$$\begin{aligned} a + 9d &= k - 8 \\ a + 9(3 - k) &= k - 8 \\ a + 27 - 9k &= k - 8 \\ a &= 10k - 35 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a + 7d &= 11 \\ \downarrow \\ 10k - 35 + 7(3 - k) &= 11 \\ 10k - 35 + 21 - 7k &= 11 \\ 3k - 14 &= 11 \\ 3k &= 25 \quad k = 8 \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = -8 \\ a = 39 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a_n &> 0 \\ 39 - 8n &> 0 \\ n &< \frac{39}{8} \quad n < 4 \frac{7}{8} \\ n &= 1, 2, 3, 4 \end{aligned}$$

(۲) پاسخ گزینه

پاسخ تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی -30 مرداد 1405

۳- به ازای چند مقدار از a ، معادله درجه دوم $(x-2)^2 + 2a(x+1)^2 = a$ دارای یک ریشه مضاعف است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$x^2 - 4x + 4 + 2ax^2 + 4ax + 2a - a = 0$$

$$(2a+1)x^2 + (4a-4)x + a+4 = 0$$

$$14(a-1)^2 - 4(2a+1)(a+4) = 0$$

$$14a^2 - 14a + 14 - 4a^2 - 16a - a - 4 = 0$$

$$10a^2 - 10a = 0$$

$$a(10a-10) = 0 \quad a=0 \quad a=\frac{10}{10}$$

۲) پاسخ خنثی

پاسخ تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی -30 مرداد 1405

۴- به چند طریق می توان از بین ۳ ریاضی دان، ۳ فیزیک دان و ۳ شیمی دان، یک کمیته علمی دو نفره انتخاب کرد به طوری که دو نفر انتخابی هم رشته نباشند؟

(۱) ۲۷

(۲) ۳۳

(۳) ۵۴

(۴) ۶۶

$$\binom{3}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{3}{1} = 3 \times 3 \times 3 = 27 \checkmark$$

انتخاب دو نفره از
 شیمی دانان
 فیزیک دانان
 ریاضی دانان

پاسخ گزینه ۱

پاسخ تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی -30 مرداد 1405

۶- اگر α و β دو عدد حقیقی و متمایز باشند به طوری که $\alpha^2 = \alpha + 3$ و $\beta^2 = \beta + 3$ باشد، مقدار $\alpha^5 + \beta^5$ کدام است؟

۷۹ (۴)

۷۳ (۳)

۶۷ (۲)

۶۱ (۱)

$$\alpha^2 - \alpha - 3 = 0$$

$$\beta^2 - \beta - 3 = 0$$

$$S = 1$$

$$P = -3$$

$$\alpha^2 = \alpha + 3 \xrightarrow{(\times \alpha)} \alpha^3 = \alpha^2 + 3\alpha \Rightarrow \alpha^3 = \alpha + 3 + 3\alpha = 4\alpha + 3 \xrightarrow{(\times \alpha)} \alpha^4 = 4\alpha^2 + 3\alpha = 4(\alpha + 3) + 3\alpha = 7\alpha + 12$$

$$\Rightarrow \alpha^5 + \beta^5 = 7\alpha + 12 + 7\beta + 12 = 7(\alpha + \beta) + 24 = 7(1) + 24 = 31$$

پاسخ گزینه ۱

پاسخ تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی -30 مرداد 1405

۷- نمودار تابع $y = mx^2 - 3x + 4$ محور x ها را در دو طرف $x=2$ قطع می کند. اگر حدود تغییرات m بازه (a,b) باشد، مقدار $a+2b$ کدام است؟

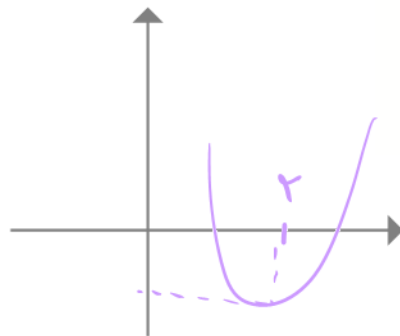
۴) صفر

۳) ۱

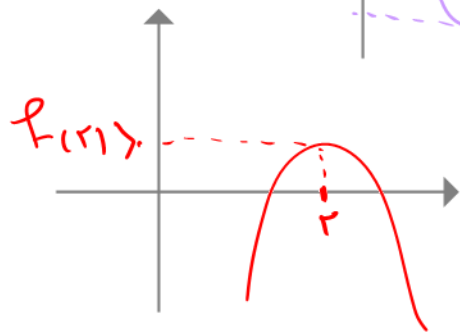
۲) $\frac{1}{2}$

۱) ۲

$$0 < m < \frac{1}{c} \quad f(2) < 0 \quad \Leftrightarrow m - 4 + 4 < 0 \quad m < \frac{1}{c}$$



۴) صفر $m > 0$



۳) ۱ $m < 0$

$m < 0$

$$f(2) > 0 \quad \Leftrightarrow m - 4 + 4 > 0 \quad m > \frac{1}{c} \quad \times$$

$$(a,b) \Rightarrow (0, \frac{1}{2})$$

$$a + 2b = 1$$

پاسخ گزینه ۳

پاسخ تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی -30 مرداد 1405

۸- برای $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ اگر $f^{-1}(6-2x) \leq f^{-1}(2-x)$ باشد، حدود x شامل چند عدد صحیح مثبت است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

$$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x \quad \log_{\frac{1}{3}} u = f^{-1}(u)$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{1}{3}} (4-2x) \leq \log_{\frac{1}{3}} (2-x)$$

$$4-2x > 0$$

$$2-x > 0$$

$$4-2x > 2-x$$

$$x < 2$$

$$x < 3$$

$$x < 2$$

$$1$$

$$2$$

$$3$$

$$1, 2, 3 \Rightarrow x < 2$$

$$x=1$$

پاسخ گزینه ۱

پاسخ تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی -30 مرداد 1405

۹- اگر $27^y = 75^x$ باشد، حاصل $\frac{x}{2y-x}$ کدام است؟ ($x \neq 0$)

$$3\sqrt{3} \quad (4)$$

$$5\sqrt{5} \quad (3)$$

$$\sqrt{3} \quad (2)$$

$$\sqrt{5} \quad (1)$$

$$\lg 5^n = \lg 27^y$$

$$n \lg 5 = y \lg 27 \Rightarrow n(\lg 3 + \lg 3 + \lg 3) = y(\lg 3^3)$$

$$n \lg 3 + n = 3y \lg 3$$

$$n = 3y \lg 3 - n \lg 3 = (3y - n) \lg 3$$

$$\lg 3 = \frac{3y - n}{n}$$

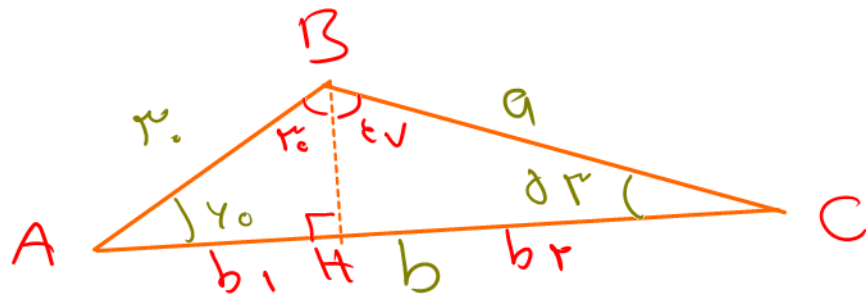
$$\Rightarrow 3 \times \frac{n}{3y - n} = 3 \times \frac{\frac{3y - n}{n}}{\frac{3y - n}{n}} = 3 \times \frac{3y - n}{n} = 3 \times \frac{3y - n}{n}$$

$$\Downarrow$$

$$3 = \frac{3y - n}{n}$$

پاسخ گزینه ۴

پاسخ تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی -30 مرداد 1405



$$\cos 40^\circ = \frac{b_1}{r} \quad b_1 = 10$$

$$\tan 40^\circ = \frac{BH}{b_1} \quad \sqrt{3} = \frac{BH}{10} \Rightarrow BH = 10\sqrt{3}$$

$$\sin \alpha = \frac{BH}{a} \quad \frac{1}{10} = \frac{10\sqrt{3}}{a}$$

$$\cos \alpha = \frac{b_2}{a} \quad \frac{4}{10} = \frac{b_2}{100\sqrt{3}}$$

۱۰- اگر طول یک ضلع مثلثی 30° و اندازه دو زاویه مجاور آن ضلع 60° و 67° باشد، محیط مثلث کدام است؟ ($\cos 33^\circ = 0.6$)

$$30 + 30\sqrt{3} \quad (1) \quad 30 + 40\sqrt{3} \quad (2) \quad 45 + 30\sqrt{3} \quad (3) \quad 45 + 40\sqrt{3} \quad (4)$$

$$\cos \alpha = 0.6$$

$$\sin \alpha = 0.8$$

$$P = r + 10 + \frac{r \cdot 60^\circ \sqrt{3}}{1}$$

$$P = 45 + 10\sqrt{3}$$

$$a = \frac{100\sqrt{3}}{1}$$

$$b_2 = \frac{40\sqrt{3}}{1}$$

پاسخ گزینه ۳

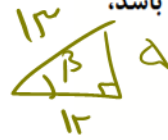
پاسخ تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی -30 مرداد 1405

$$\cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\cos \beta = -\frac{12}{13}$$

$$\sin \beta = +\frac{5}{13}$$



۱۱- اگر $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ و $\cos \beta = -\frac{12}{13}$ و انتهای کمان α در ربع اول و انتهای کمان β در ربع دوم قرار داشته باشد،

انتهای زاویه‌های $\alpha + \beta$ و 2β به ترتیب در کدام ربع‌ها قرار دارند؟

(۴) سوم و چهارم

(۳) دوم و چهارم

(۲) سوم و سوم

(۱) دوم و سوم

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \frac{3}{5} \times -\frac{12}{13} + \frac{4}{5} \times \frac{5}{13} = \frac{-36 + 20}{65} < 0$$

سیما چهار

$$\cos 2\beta = 2 \cos^2 \beta - 1 = 2 \times \frac{144}{169} - 1 = \frac{288 - 169}{169} > 0$$

سیما چهار

پاسخ گزینه ۴

پاسخ تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی -30 مرداد 1405

۱۲- معادله مثلثاتی $\frac{\sqrt{3} + \tan x}{1 + \sqrt{3} \cot x} = \tan 4x$ چند جواب در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ دارد؟

۱۳ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۴ (۱)

$$\frac{\tan 40^\circ + \tan u}{1 + \frac{\tan 40^\circ}{\tan u}} = \frac{\tan 40^\circ \tan u + \tan^2 u}{\tan u + \tan 40^\circ} = \frac{\cancel{\tan u} (\tan 40^\circ + \tan u)}{\cancel{\tan 40^\circ + \tan u}} = \tan u$$

$$\tan u = \tan \phi \quad \phi = k\pi + u \quad u = \frac{k\pi}{2}$$

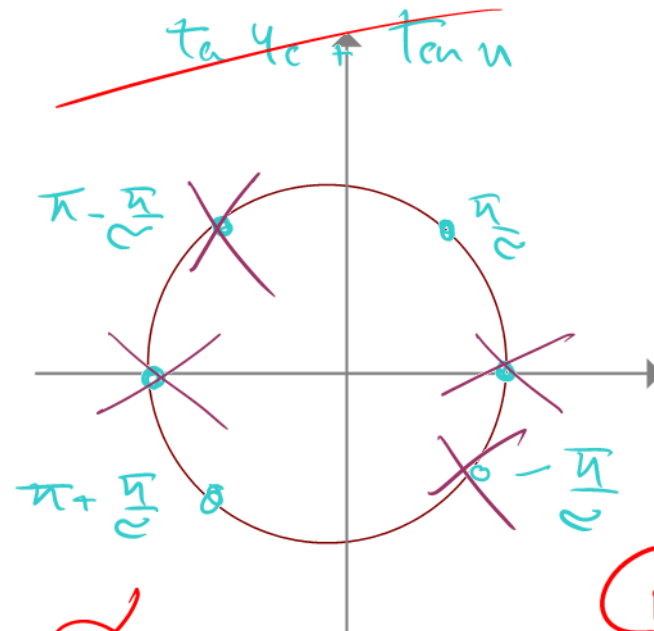
$$\tan u \neq \cdot \quad u \neq k\pi$$

$$1 + \sqrt{3} \cot u \neq \cdot \quad \cot u \neq -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\downarrow$$

$$\tan u \neq -\sqrt{3}$$

دسته‌های حذف شده



در هر ۲ جواب

یکی حذف

پاسخ نهایی ۱

پاسخ تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی -30 مرداد 1405

۱۳- اگر $f(x) = 1 - \sqrt{x}$ و $g(x) = [1 - x]$ باشد، به ازای چند مقدار صحیح a ، $\lim_{x \rightarrow a^+} f(g(x)) = 1 + a$ است؟

$$f(g(a^+)) = 1 + [-a^-] = 1 - a - 1 = \underline{-a}$$

$$f(g(a^+)) = 1 - \sqrt{-a} = 1 + a$$

$$a + \sqrt{-a} = 0 \quad \underline{a=0} \quad \underline{a=-1}$$

پاسخ: ۲

پاسخ تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی -30 مرداد 1405

۱۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\cos 2\pi x - 1}{x + 2\sqrt{-x} - 1}$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $2\pi^2$

(۳) $4\pi^2$

(۴) $8\pi^2$

Heid $\Rightarrow$

$$\frac{-2\pi \sin 2\pi x}{1 + 2x - \frac{1}{2\sqrt{-x}}} = \frac{-2\pi \sin 2\pi x}{1 - \frac{1}{\sqrt{-x}}}$$

$\downarrow$
 $(-x)^{-\frac{1}{2}}$

① $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{g(x)}$

$$\frac{-8\pi^2 \cos 2\pi x}{-\frac{1}{2}x - 1x \cdot (-x)^{\frac{3}{2}}} \downarrow \frac{-8\pi^2}{\frac{1}{2}x - 1} = 8\pi^2$$

پاسخ تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی -30 مرداد 1405

۱۵- برای تابع $f(x) = \frac{1-2x}{6x^2+x+4}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$ موجود و مخالف صفر باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}} \frac{3x+2}{|x-a|} \times f(x)$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) وجود ندارد

$$n \rightarrow \frac{1}{2} \quad \frac{4}{x} + \frac{1}{x} + a = 0 \quad a = -2$$

$$\lim_{n \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{3n+2}{|n+2|} \times \frac{1-2n}{4n^2+n-2}$$

$$\text{HeP} \left(\frac{3}{15n+1} \right) \times \frac{1+\frac{8}{2}}{|2-\frac{1}{2}|} = \frac{3}{15n-\frac{1}{2}+1} \times \frac{\frac{5}{2}}{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{3}{-1/2} \times \frac{5}{3} = -\frac{5}{1/2}$$

پاسخ گزینه ۳

پاسخ تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی -30 مرداد 1405

۱۶- اگر $f(x) = a(1-x)(x+1) - bx^2$ یک تابع چندجمله‌ای از درجه صفر باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{xf(x)}{x+b}$ کدام است؟

$-e(1-1)$

(۱) $-\infty$

(۲) $+\infty$

(۳) صفر

(۴) وجود ندارد

$$f(x) = -a(x^2-1) - bx^2 = -ax^2 + a - bx^2 = (-a-b)x^2 + a$$

$$a = -b$$

$$f(x) = a$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{x \times a}{x-a} = \frac{a \times a}{a-a} = \frac{a^2}{0^-} = -\infty$$

پاسخ گزینه ۱ ✓

پاسخ تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی -30 مرداد 1405

۱۷- اگر حد چپ تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 + |x|}{x^2 + b|x|}$ در $x = a$ برابر $-\infty$ باشد، تابع f چند مجانب قائم دارد؟

$$\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{|x|^2 + |x|}{|x|^2 + b|x|} = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{\cancel{|x|} (|x| + 1)}{\cancel{|x|} (|x| + b)} = -\infty$$

(۴) صفر ۱ (۳) ۲ (۲) ۳ (۱)

$$|a| + b = 0 \quad |a| = -b$$

✓ $b < 0$

چون ضابطه مجانب دوتا ریشه دارد و یکی صفر است و دوتا مجانب قائم دارد

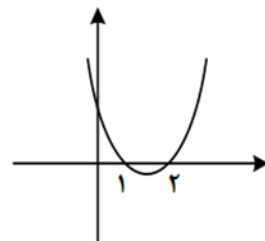
پاسخ گزینه (۲)

پاسخ تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی -30 مرداد 1405

$$g(x) = (x-1)(x-2)$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = -\infty$$

۱۸- نمودار تابع $y = g(x)$ در زیر رسم شده است. برای تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \neq a \\ g(a) & x = a \end{cases}$ ، $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = -\infty$ است. اگر بازه (b, c) حدود تغییرات a باشد، $b + c$ کدام است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

$$f(a^+) - f(a) < 0 \quad f(a^+) < f(a) \quad (a-1)(a-2) < 2$$

$$a^2 - 2a + 2 - 2 < 0$$

$$a^2 - 2a < 0 \Rightarrow 0 < a < 2$$

۳

پاسخ صحیح

پاسخ تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی -30 مرداد 1405

۱۹- اگر α زاویه خط مماس بر نمودار تابع $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ در نقطه $(-1, -1)$ با جهت مثبت محور x ها باشد، حاصل عبارت

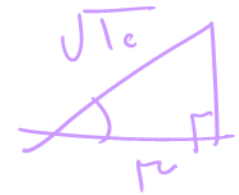
$A = 3\sin\alpha + 4\cos\alpha$ کدام است؟

(۱) $0,9\sqrt{10}$ (۲) $0,3\sqrt{10}$

(۳) $-0,9\sqrt{10}$

(۴) $-0,3\sqrt{10}$

$$y = x^{-\frac{1}{2}} \quad y' = -\frac{1}{2} x^{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{2} (-1)^{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{2} = \tan \alpha$$



$$3 \times \frac{1}{\sqrt{10}} + 4 \times \frac{-3}{\sqrt{10}} = \frac{-9}{\sqrt{10} \times \sqrt{10}}$$

پاسخ گزینه ۳

پاسخ تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی -30 مرداد 1405

فقط از راست پیوسته است

۲۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & x \geq 1 \\ x^2+1 & x < 1 \end{cases}$ داده شده است. کدام مورد در خصوص مشتقات یک طرفه f در $x=1$ ، درست است؟

درست است؟

(۱) $f'_-(1) = 3$

(۲) $f'_-(1) = +\infty$

(۳) $f'_+(1) = -\infty$

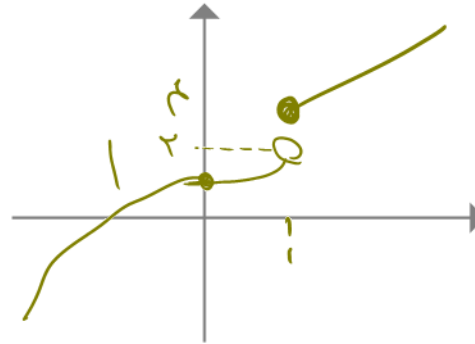
(۴) $f'_+(1) = +\infty$

خوبه! سوالات را رد می‌کنیم

با پاسخ خسته (۲)

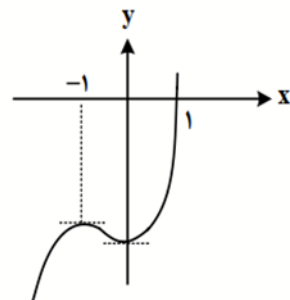
$$f'_+(1) = \lim_{n \rightarrow 1^+} \frac{3n+1-4}{n-1} = \frac{3(n-1)}{n-1} = 3$$

$$f'_-(1) = \lim_{n \rightarrow 1^-} \frac{n^2+1-4}{n-1} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$



پاسخ تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی -30 مرداد 1405

۲۱- نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 5$ در زیر رسم شده است. عرض نقطه ماکزیمم نسبی تابع f ، کدام است؟



(۱) -۴

(۲) -۳

(۳) $-\frac{5}{2}$ (۴) $-\frac{7}{2}$

$$f' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$$

$$f(1) = 0 \quad a + b + c - 5 = 0$$

$$f'(0) = 0 \quad c = 0$$

$$f'(-1) = 0 \quad 3a - 2b = 0$$

$$3a = 2b$$

$$a + b = 5$$

$$\frac{3}{2}b + \frac{3}{2}b = 5$$

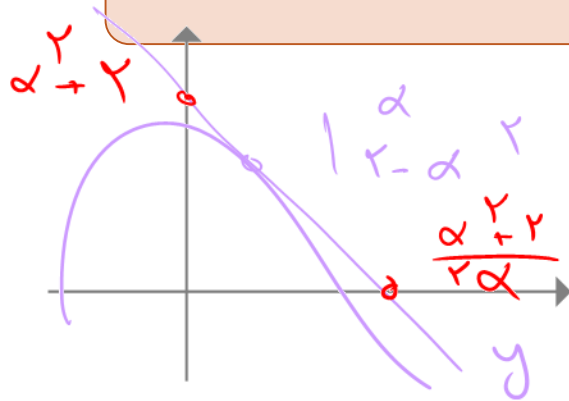
$$b = 2$$

$$a = 3$$

$$f(-1) = 3(-1)^3 + 2(-1)^2 + 0(-1) - 5 = -6$$

تابع نزاعی

پاسخ تشریحی درس حسابان کنکور رشته ریاضی -30 مرداد 1405



۲۲- در نقطه A از نمودار سهمی $y = 2 - x^2$ واقع در ناحیه اول، مماسی رسم می‌کنیم که مماس رسم شده همراه با

محورهای مختصات، مثلثی با مساحت مینیمم می‌سازد. عرض نقطه A کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{4}{3} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{5}{4} \quad (1)$$

$$y - (2 - \alpha^2) = -2\alpha(x - \alpha) \Rightarrow y - 2 + \alpha^2 = -2\alpha x + 2\alpha^2 \Rightarrow y = -2\alpha x + \alpha^2 + 2$$

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{\alpha^2 + 2}{2\alpha} \times \alpha^2 + 2 \quad S = \frac{1}{2} \frac{(\alpha^2 + 2)^2}{2\alpha}$$

$$S' = \frac{\cancel{2}(\alpha^2 + 2) \times 2\alpha \times 2\alpha - \cancel{2}(\alpha^2 + 2)^2}{4\alpha^2} \quad (\alpha^2 + 2) \left(2\alpha - \alpha^2 - 2 \right) = 0$$

$$\alpha^2 = \frac{2}{2}$$

$$y_A = 2 - \frac{2}{2} = \frac{3}{2}$$